



AVALIAÇÃO DA CONFIABILIDADE DE SISTEMAS DE POTÊNCIA DO
PONTO DE VISTA DA ESTABILIDADE A PEQUENOS SINAIS
CONSIDERANDO A PENETRAÇÃO DE GERAÇÃO EÓLICA

Tiago Santana do Amaral

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Orientadores: Carmen Lucia Tancredo Borges
Sergio Gomes Junior

Rio de Janeiro

Junho de 2021

AVALIAÇÃO DA CONFIABILIDADE DE SISTEMAS DE POTÊNCIA DO
PONTO DE VISTA DA ESTABILIDADE A PEQUENOS SINAIS
CONSIDERANDO A PENETRAÇÃO DE GERAÇÃO EÓLICA

Tiago Santana do Amaral

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO
LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA
DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR
EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

Orientadores: Carmen Lucia Tancredo Borges
Sergio Gomes Junior

Aprovada por: Prof. Carmen Lucia Tancredo Borges
Prof. Sergio Gomes Junior
Prof. Glauco Nery Taranto
Prof. Mauro Augusto da Rosa
Prof. Rodrigo Andrade Ramos

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

JUNHO DE 2021

Amaral, Tiago Santana do

Avaliação da confiabilidade de sistemas de potência do ponto de vista da estabilidade a pequenos sinais considerando a penetração de geração eólica/Tiago Santana do Amaral. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2021.

XV, 176 p.: il.; 29, 7cm.

Orientadores: Carmen Lucia Tancredo Borges

Sergio Gomes Junior

Tese (doutorado) – UFRJ/COPPE/Programa de Engenharia Elétrica, 2021.

Referências Bibliográficas: p. 144 – 152.

1. Confiabilidade de Sistemas de Potência. 2. Estabilidade a Pequenos Sinais. 3. Geração Eólica. I. Borges, Carmen Lucia Tancredo *et al.* II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Elétrica. III. Título.

Para as três pessoas mais importantes desse mundo: minha mãe, minha esposa e minha filha.

Agradecimentos

Agradeço a Deus Pai que me criou, a Nosso Senhor Jesus Cristo, que me salvou, e ao Espírito Santo, que me sustenta. A Esse Deus, minha mais profunda gratidão porque, apesar dos meus pecados, Ele me concedeu a graça de ter uma família linda, um bom emprego e de concluir esses estudos.

Agradeço à minha mãe, Aurea, que desde a minha infância, procurou por todos os meios me conceder uma educação muito acima de suas posses. Agradeço à minha esposa, Mônica, por ser minha melhor amiga há mais de vinte anos e por ter sempre estado ao meu lado em toda a caminhada. Agradeço à minha filha, Rebeca, que teve paciência quando eu precisei dedicar tempo aos estudos e que me enche de sorrisos e orgulho todos os dias. Essa tese e tudo que faço é para vocês.

Agradeço aos meus orientadores Carmen e Sergio, pelo ensino, pelas correções e pela disposição em ajudar, tanto com a tese como com o artigo.

Agradeço a todos que, de uma forma ou de outra, contribuíram para essa conquista. A meu pai e meus irmãos, aos irmãos da Igreja, aos professores e aos colegas de trabalho.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

AValiação DA CONFIABILIDADE DE SISTEMAS DE POTÊNCIA DO
PONTO DE VISTA DA ESTABILIDADE A PEQUENOS SINAIS
CONSIDERANDO A PENETRAÇÃO DE GERAÇÃO EÓLICA

Tiago Santana do Amaral

Junho/2021

Orientadores: Carmen Lucia Tancredo Borges
Sergio Gomes Junior

Programa: Engenharia Elétrica

Este trabalho apresenta uma metodologia computacionalmente eficiente para avaliação de confiabilidade composta de sistemas de potência considerando geração eólica e usando a análise de estabilidade a pequenos sinais. A metodologia se baseia na aplicação da simulação Monte Carlo para calcular índices de confiabilidade a partir da avaliação da condição de estabilidade a pequenos sinais dos estados amostrados do sistema. Assim, a estabilidade a pequenos sinais é avaliada para cenários que consideram tanto a falha de equipamentos de geração e transmissão como a indisponibilidade de turbinas e a variação de geração nas fazendas eólicas. Diferente de trabalhos anteriores, a metodologia proposta não considera a probabilidade das pequenas variações nos parâmetros do sistema. Em vez disso, considera a probabilidade de ocorrência dos próprios cenários, que incluem as grandes variações resultantes de falhas na rede. Isso permite comparar diferentes alternativas para o planejamento de grandes sistemas de potência, como diferentes ajustes de PSS ou reforços no sistema de uma forma mais realista. A eficiência do método pode ser obtida usando solução parcial de autovalores com base em um algoritmo não-convencional de polos dominantes para focar a análise de pequenos sinais nos polos de interesse. Estudos de caso são apresentados, para sistemas de pequeno e grande porte, que mostram a eficiência da metodologia proposta e ilustram suas aplicações.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

POWER SYSTEMS RELIABILITY EVALUATION INCLUDING SMALL SIGNAL STABILITY CONSIDERING WIND GENERATION PENETRATION

Tiago Santana do Amaral

June/2021

Advisors: Carmen Lucia Tancredo Borges
Sergio Gomes Junior

Department: Electrical Engineering

This work presents a computationally efficient methodology for reliability evaluation of bulk power systems with wind power generation using small-signal stability analysis. The methodology is based on the application of Monte Carlo simulation to calculate reliability indices, where the sampled system states are evaluated by means of their small-signal stability condition. Therefore, the system small-signal stability is evaluated for scenarios that consider the failure of generation and transmission assets and the unavailability and power variations of wind farms. Unlike previous works, the proposed methodology does not consider the probability of small variations in system parameters, but instead the probability of occurrence of the scenarios themselves including the large variations resulting from network failures. This allows comparing different alternatives for the planning of large power systems, such as different PSS settings or system reinforcement solutions, in a more realistic approach. The efficiency of the method may be obtained using partial eigensolution based on a non-conventional algorithm of dominant poles to focus the small-signal analysis on the poles of interest. Case studies are presented, for both small and large-scale systems, which show the efficiency of the proposed methodology and illustrate its applications.

Sumário

Lista de Figuras	xi
Lista de Tabelas	xiv
1 Introdução	1
1.1 Estado da arte	2
1.2 Objetivo e Aplicação	4
1.3 Estrutura do trabalho	6
1.4 Publicação	7
2 Análise de estabilidade a pequenos sinais	8
2.1 Motivação	8
2.2 Modelagem do sistema	10
2.2.1 Representação em espaço de estados	10
2.2.2 Representação por sistema descritor	16
2.3 Análise de autovalores	19
2.3.1 Definições e significado	19
2.3.2 Método de potência	24
2.3.3 Cálculo de todos os polos	26
2.3.4 Cálculo de polos de interesse	27
3 Conceitos básicos de confiabilidade	31
3.1 Definições básicas	31
3.1.1 Eventos e espaço amostral	31
3.1.2 Espaço de probabilidade	35
3.2 Variáveis aleatórias	40
3.2.1 Tipos de variáveis aleatórias	40
3.2.2 Distribuições de probabilidade	42
3.2.3 Média, variância e momentos	46
3.3 Múltiplas variáveis aleatórias	48
3.3.1 Vetores aleatórios	49

3.3.2	Variáveis aleatórias complexas	52
3.3.3	Sequências de variáveis aleatórias	52
3.3.4	Cadeias de Markov	55
3.4	Simulação de sistemas	61
4	Confiabilidade a pequenos sinais	65
4.1	Visão geral da metodologia	65
4.1.1	Metodologia no domínio da adequação	65
4.1.2	Metodologia no domínio de pequenos sinais	68
4.2	Modelo probabilístico	71
4.2.1	Modelo dos circuitos	71
4.2.2	Modelo das usinas	72
4.2.3	Modelo das fazendas eólicas	72
4.2.4	Modelo do sistema	77
4.3	Preparação dos dados	78
4.4	Seleção de estados	79
4.5	Estabelecimento do ponto de operação	82
4.6	Avaliação dos estados	86
4.6.1	Métodos de cálculo de polos	86
4.6.2	Correspondência com os polos do caso base	87
4.6.3	Coerência do sistema	89
4.7	Definição de índices	90
4.8	Implementação computacional	93
5	Estudos de caso	94
5.1	Sistema 1: rede simples	95
5.1.1	Análise do caso base	95
5.1.2	Avaliação de confiabilidade calculando todos os polos	99
5.1.3	Avaliação de confiabilidade com cálculo parcial de polos	102
5.1.4	Avaliação de confiabilidade sem falhas na linha	104
5.1.5	Projeto de um novo PSS	105
5.2	Sistema 2: caso duas áreas modificado	107
5.2.1	Análise do caso base	107
5.2.2	Avaliação de confiabilidade calculando todos os polos	110
5.2.3	Avaliação de confiabilidade com cálculo parcial de polos	121
5.2.4	Problema da perda de <i>tracking</i>	128
5.2.5	Projeto de um novo PSS	131
5.3	Sistema 3: caso brasileiro	135
5.3.1	Análise do caso base	135
5.3.2	Avaliação de confiabilidade com cálculo parcial de polos	137

6 Conclusão	141
6.1 Trabalhos futuros	142
Referências bibliográficas	144
A Dados dos casos utilizados	153
A.1 Sistema máquina-barra infinita	153
A.2 Sistema 1: rede simples	156
A.2.1 Rede elétrica	156
A.2.2 Dados dinâmicos	156
A.2.3 Dados probabilísticos	163
A.3 Sistema 2: caso duas áreas modificado	164
A.3.1 Rede elétrica	164
A.3.2 Dados dinâmicos	165
A.3.3 Dados probabilísticos	170
A.4 Sistema 3: caso brasileiro	172

Lista de Figuras

2.1	Diagrama de blocos da representação em espaço de estados	13
2.2	Sistema máquina-barras infinita	14
2.3	Estrutura da matriz jacobiana	18
2.4	Respostas no tempo associadas aos polos no plano complexo	23
2.5	Representação do polo no plano complexo	23
2.6	Autovetor dominante	26
3.1	Distribuições de probabilidade discretas	43
3.2	Distribuições de probabilidade contínuas	44
3.3	Função distribuição de probabilidade acumulada conjunta	50
3.4	Cadeia de Markov para componente modelado a 2 estados	61
4.1	Fluxograma para um estudo de confiabilidade convencional	67
4.2	Fluxograma para um estudo de confiabilidade a pequenos sinais	70
4.3	Espaço de estados de uma turbina eólica	73
4.4	Séries temporais real e agrupada em quatro estados de velocidade de vento: (a) trecho de 120 medições e (b) série completa	73
4.5	Curvas de probabilidade e potência gerada para os estados do vento do exemplo 4.3	76
4.6	Relação potência-ângulo para o sistema do exemplo 2.4	81
5.1	Sistema exemplo eólica	95
5.2	Lugar das raízes para o sistema 1 com variação da penetração de geração eólica entre 0% e 100%	98
5.3	Localização geográfica dos pontos de medição da <i>Western Wind Resources, National Renewal Energy Laboratory</i>	99
5.4	Polos calculados para o sistema 1 com método QR	101
5.5	Evolução da média do polo eletromecânico para o sistema 1 com método QR	101
5.6	Polos calculados para o sistema 1 com método QR	102
5.7	Polos calculados para o sistema 1 com método DPSE	103

5.8	Polos calculados para o sistema 1 com método DPSE e sem falhas na linha	104
5.9	Diagrama de Nyquist para o Sistema 1 com 0% de penetração de energia eólica com e sem o novo PSS	105
5.10	Polos calculados para o sistema 1 com método DPSE e novo PSS	106
5.11	Sistema 2 áreas modificado	107
5.12	Curvas de probabilidade e potência gerada para os estados do vento de [58]	111
5.13	Polos calculados para o sistema 2 áreas via QR	114
5.14	Polos eletromecânicos calculados para o sistema 2 áreas via QR	115
5.15	Histograma para os polos eletromecânicos calculados para o sistema 2 áreas via QR	116
5.16	Polos calculados para o sistema 2 áreas via QR sem falhas na rede	119
5.17	Polos eletromecânicos calculados para o sistema 2 áreas via QR sem falhas na rede	120
5.18	Histograma para os polos eletromecânicos calculados para o sistema 2 áreas via QR sem falhas na rede	120
5.19	Mode-shapes de velocidade para os polos eletromecânicos do caso 2 áreas	122
5.20	Fatores de controlabilidade e observabilidade para os polos eletromecânicos do caso 2 áreas	123
5.21	Polos eletromecânicos calculados para o sistema 2 áreas via SDPA com falhas na rede	124
5.22	Histograma para os polos eletromecânicos calculados para o sistema 2 áreas via SDPA com falhas na rede	124
5.23	Polos eletromecânicos calculados para o sistema 2 áreas via SDPA sem falhas na rede	126
5.24	Histograma para os polos eletromecânicos calculados para o sistema 2 áreas via SDPA sem falhas na rede	126
5.25	Polos eletromecânicos calculados para o sistema 2 áreas via SDPA e MAM sem falhas na rede	129
5.26	Detalhe da figura 5.25 mostrando os polos em torno de 7 rad./s	129
5.27	Destaque dos polos não coincidentes calculados via SDPA e MAM sem falhas na rede	130
5.28	Detalhe da figura 5.27 mostrando os polos em torno de 7 rad./s	130
5.29	Polos eletromecânicos com os novos PSS	133
5.30	Sistema Interligado Nacional [82]	135
5.31	Mode-shape de velocidade para o polo 2	137

5.32	Polos eletromecânicos calculados para o SIN via SDPA com falhas na rede	140
5.33	Polos eletromecânicos calculados para o SIN via SDPA sem falhas na rede	140

Lista de Tabelas

4.1	Dados operativos para a turbina do exemplo 4.3	74
4.2	Estados agregados de velocidade do vento do exemplo 4.3	75
5.1	Polos do caso base para o sistema 1 com 10% de penetração de energia eólica	95
5.2	Polos do caso base para o sistema 1 com 100% de penetração de energia eólica	97
5.3	Polos do caso base para o sistema 1 com 0% de penetração de energia eólica	98
5.4	Valores médios dos polos calculados para o sistema 1 com método QR	99
5.5	Índices de confiabilidade por polo calculados para o sistema 1 com método QR	100
5.6	Polos do caso base para o sistema 2	108
5.7	Índices de confiabilidade por polo calculados para o sistema 2 com método QR	112
5.8	Índices de confiabilidade por polo calculados para o sistema 2 com método QR sem falhas na rede	116
5.9	Índices de confiabilidade por polo calculados para o sistema 2 com método SDPA com falhas na rede	125
5.10	Índices de confiabilidade por polo calculados para o sistema 2 com método SDPA sem falhas na rede	125
5.11	Comparação dos polos para os três casos: sem PSS, com PSS projetado para o caso base e com PSS projetado para o caso crítico	132
5.12	Índices de confiabilidade para os 2 projetos de PSS para o sistema 2 .	134
5.13	Polos eletromecânicos para 5 funções de transferência do SIN	136
5.14	Índices de confiabilidade para as 5 funções de transferência do SIN calculados via SDPA com falhas na rede	137
5.15	Índices de confiabilidade para as 5 funções de transferência do SIN calculados via SDPA sem falhas na rede	138
A.1	Taxas de falha e reparo em ocorrências por ano	163

A.2	Dados operativos para a turbina do exemplo 4.3	163
A.3	Estados agregados de velocidade do vento do exemplo 4.3	164
A.4	Taxas de falha e reparo para os circuitos do sistema 2	170
A.5	Dados operativos para a turbina do sistema 2	171
A.6	Estados agregados de velocidade do vento do sistema 2	171
A.7	Funções de transferência utilizadas para o caso do SIN	172
A.8	Dados agrupados de estados de vento para o sítio Nordeste I	172
A.9	Dados de confiabilidade típicos para linhas de transmissão do SIN	175
A.10	Dados de confiabilidade típicos para transformadores do SIN	175
A.11	Dados de confiabilidade típicos para unidades geradoras do SIN	176

Capítulo 1

Introdução

O planejamento e a operação dos sistemas elétricos de potência enfrentam diversos desafios devido a incertezas presentes no sistema. Flutuações na carga e uma possível indisponibilidade dos equipamentos de geração e transmissão de energia são apenas algumas dessas incertezas. Com a penetração cada vez maior de fontes alternativas, como usinas eólicas, a incerteza da própria fonte de energia também precisa ser levada em conta.

Essas incertezas afetam todas as áreas de estudo dos sistemas elétricos de potência, tanto no estudo do regime permanente como no estudo do seu comportamento dinâmico. Por isso, a fim de assegurar a confiabilidade do sistema elétrico de potência existem recomendações para que todas as áreas de estudo utilizem abordagens probabilísticas em vez de determinísticas.¹

Uma das áreas de estudo do comportamento dinâmico do sistema de potência é a análise de estabilidade a pequenos sinais que visa determinar a habilidade do sistema de potência em voltar a operar em um ponto de equilíbrio próximo após pequenas perturbações. Nessa análise, as equações diferenciais que governam os modelos dinâmicos das máquinas do sistema são linearizadas em torno do ponto de operação, permitindo a aplicação de diversos métodos de análise linear, como o cálculo dos polos do sistema, que estão associados aos modos de oscilação do mesmo. Pela análise dos polos do sistema, é possível então avaliar a estabilidade daquele sistema a pequenas perturbações. Essa análise determinística para o cálculo dos polos do sistema em uma dada condição de operação pode ser estendida com uma análise probabilística, considerando as diversas incertezas presentes no sistema.

¹Veja, por exemplo, [1, p. 13]: “À medida que a geração eólica se torna um contribuinte mais significativa para a capacidade de uma área, técnicas de planejamento probabilístico serão necessárias”.

1.1 Estado da arte

A combinação de técnicas probabilísticas e análise da estabilidade a pequenos sinais tem sido estudada, pelo menos, desde a década de 1970. Em 1978, Burchett e Heydt [2] apresentaram um método analítico de avaliação probabilística baseado em séries tetracóricas. Esse método combina diversas distribuições normais de probabilidade representando incertezas na variação da carga do sistema a fim de obter uma distribuição de probabilidade dos autovalores críticos do sistema e, a partir daí, estimar a probabilidade da estabilidade do sistema de potência a pequenos sinais. Em [3] esse método foi estendido para acomodar variáveis aleatórias com outras distribuições de probabilidade, não apenas distribuições normais. Uma série de trabalhos posteriores considerou vários outros aspectos da aplicação de métodos analíticos para a avaliação probabilística da estabilidade a pequenos sinais [4], [5], incluindo uma análise probabilística da sensibilidade dos autovalores durante o projeto de estabilizadores de sistema de potência (PSS) [6]–[8]. Dentre os vários métodos de análise probabilística, o método de expansão de Gram-Charlier foi amplamente aplicado [9]–[13]. Esse método aproxima qualquer tipo de distribuição de probabilidade das incertezas do sistema em termos de apenas algumas poucas quantidades (chamadas de “cumulantes”) e, por isso, pode ser aplicado em sistemas de potência de grande porte com bastante eficiência. Uma das aplicações desse método foi considerar não apenas incertezas na carga, mas também em fontes alternativas como fontes fotovoltaicas e eólicas [14], [15].

Além dos métodos analíticos, diversos outros trabalhos consideraram simulações probabilísticas para avaliar a estabilidade de sistemas de potência a pequenos sinais. Em 1973, um trabalho de Kobayashi, Yokoyama e Ninagawa [16] comparou modelos lineares e não-lineares do sistema com parâmetros não determinísticos utilizando Simulação Monte Carlo. Depois desse trabalho, outros trabalhos seguiram utilizando o método de simulação para considerar as incertezas no estudo de estabilidade a pequenos sinais. Em geral, o método de simulação Monte Carlo não sequencial é utilizado [17]. Em [14] o método de simulação é aplicado em conjunto com o método analítico, mas apenas para confirmar os resultados deste. Em outros trabalhos, a simulação Monte Carlo é empregada com sucesso, como em [18] que estuda o efeito da incerteza da geração eólica na estabilidade de sistemas de potência a pequenos sinais. A utilização de um método de simulação adiciona flexibilidade à análise, permitindo uma modelagem mais detalhada da carga, da geração e das fontes energéticas [19]–[21]. A maior parte das análises presentes na literatura estima a distribuição das probabilidades dos polos do sistema. Apenas em [20], [22], [23] são propostos índices de risco e severidade para medir o perfil de estabilidade do sistema.

A escolha entre os métodos analítico ou de simulação envolve uma solução de compromisso. Por um lado os métodos analíticos têm uma eficiência computacional muito maior porque seus cálculos são diretos. No entanto, eles só podem ser aplicados quando a distribuição de probabilidade dos elementos sendo estudados é bem conhecida e quando a relação entre esses elementos é razoavelmente simples para ser incluída na modelagem analítica. Daí que, na literatura, esses métodos são aplicados quando são consideradas pequenas variações nos parâmetros do sistema, na carga e na disponibilidade de fontes energéticas (eólica e solar), deixando de lado incertezas na rede elétrica. Por outro lado, a simulação Monte Carlo envolve um esforço computacional muito maior, mas apresenta grande flexibilidade em termos tanto da modelagem dos elementos quanto da relação entre eles. Apesar disso, na literatura, as contingências na rede elétrica não têm sido consideradas na simulação Monte Carlo aplicada à análise a pequenos sinais.

Deve-se observar que os trabalhos existentes na área de pequenos sinais probabilístico tratam de uma análise das perturbações, e não de uma análise a pequenos sinais com variação nos parâmetros. Em uma análise a pequenos sinais considerando variações paramétricas não lineares, para cada conjunto de parâmetros é realizada uma nova linearização em torno do novo ponto de operação. Esse tipo de estudo é diferente da análise de perturbações, que considera em um modelo linearizado pequenas variações referentes a possíveis distúrbios. Neste último caso, a análise perde precisão para variações maiores pois o sistema analisado é linearizado no ponto de operação antes das perturbações, como é observado em [23]. Adicionalmente, na análise com variações paramétricas não-lineares, o transitório entre uma condição e outra, que depende da duração da variação paramétrica não é analisado. Considera-se que, ou a variação é bastante lenta, a ponto do modelo linearizado se modificar gradativamente, ou que pode haver uma variação brusca, mas os possíveis problemas advindos desta variação não estão sendo considerados na análise. Ou seja, é realizada apenas a análise da dinâmica linearizada depois da aplicação da variação.

Nos estudos de análise de pequenos sinais de modo geral, utilizam-se tanto a análise de perturbações como de variação paramétrica. A análise de perturbações é usada em teoria de controle e em sinais e sistemas. A variação paramétrica é usada, por exemplo, em análise de bifurcações em sistemas não lineares [24]. Assim, diferente de trabalhos anteriores, o presente estudo não pretende incluir considerações de probabilidade na análise das perturbações. Como será visto, neste trabalho de tese é proposta a inclusão da análise de estabilidade a pequenos sinais em uma estrutura de análise de confiabilidade. As contingências na rede e a variação do vento são simuladas e o estado operativo é linearizado a cada simulação contornando as dificuldades apontadas em [23] e enquadrando esse trabalho como um trabalho de

análise de estabilidade a pequenos sinais com variação de parâmetros não lineares da rede por meio de um método de simulação.

1.2 Objetivo e Aplicação

O objetivo do presente trabalho é apresentar uma metodologia para a avaliação da confiabilidade de sistemas de potência do ponto de vista da estabilidade a pequenos sinais considerando a penetração de geração eólica. Esse objetivo é alcançado utilizando métodos computacionalmente eficientes para o cálculo de índices de risco associados à estabilidade de pequenos sinais. Sua aplicação é ilustrada tanto através de exemplos didáticos, como de um caso de grande porte.

Por ser uma análise de confiabilidade, o objetivo desse estudo vai além de produzir uma função densidade (ou distribuição) de probabilidade dos polos do sistema. São necessários índices de confiabilidade que permitam a comparação entre diversas alternativas, tanto em relação ao planejamento e operação dos equipamentos do sistema, como em relação aos ajustes dos controles. Esses índices devem possibilitar saber se as oscilações naturais a pequenos distúrbios presentes no caso base são bem amortecidas mesmo após a aplicação de contingências e de outras variações.

Uma vez que as indisponibilidades de geração e transmissão são consideradas, a proposta também poderia ser considerada no escopo de confiabilidade composta. O desenvolvimento é feito de modo a tornar possível a aplicação a sistemas reais de grande porte considerando incertezas na disponibilidade dos equipamentos de geração e transmissão do sistema (máquinas, transformadores e linhas de transmissão) e incertezas na fonte de energia eólica. A consideração das incertezas na disponibilidade de equipamentos do sistema e o estudo a partir de sistemas reais de grande porte apresentam novos desafios para esta análise que não foram contemplados em trabalhos anteriores. Em particular, essas considerações tornam proibitiva a utilização de métodos analíticos para avaliação probabilística dos polos. Por isso, este trabalho se propõe a utilizar métodos não analíticos de simulação.

Na metodologia proposta, vários pontos de operação são amostrados por meio de uma simulação Monte Carlo não sequencial. Para cada um desses pontos de operação é realizada a linearização do modelo do sistema. Polos de interesse definidos pelo usuário são então calculados e as oscilações associadas são classificadas como uma função de sua taxa de amortecimento. Pelos resultados de todos os pontos de operação considerados, alguns índices de confiabilidade são calculados e podem ser comparados com diferentes premissas. Assim, nesse trabalho, a análise de pequenos sinais é aplicada ao modelo linearizado do sistema em torno de cada condição de regime permanente antes e depois das variações sucessivas na rede, de forma semelhante ao que é feito para a análise de contingências a pequenos sinais [25], em que variações na rede são consideradas. Outros trabalhos usam o mesmo conceito para a avaliação de segurança a pequenos sinais [26].

Por causa da combinação da consideração de incertezas tanto na fonte de energia eólica como na disponibilidade dos equipamentos, pode ser que nem sempre seja possível calcular todos os polos do sistema para cada contingência sem impactar fortemente o tempo computacional da análise. A eficiência computacional do método proposto é obtida usando solução parcial baseada em um algoritmo não convencional de polos dominantes para focar a análise de pequenos sinais nos polos de interesse. O desempenho do algoritmo não convencional é comparado com os métodos convencionais, ilustrando a importância da abordagem proposta. Essa seleção dos modos de oscilação de interesse e cálculo dos polos apenas para esses modos utilizando técnicas eficientes de solução parcial de polos também não está presente na literatura para esta aplicação de análise probabilística ou de confiabilidade. Sua aplicação, por sua vez, apresenta o desafio de rastrear esses modos nos diversos casos em contingência, em que o sistema mudou consideravelmente. Para isso, técnicas de rastreamento de polos já foram propostas [27] e são ampliadas neste trabalho.

A modelagem e as metodologias propostas foram implementadas no programa PacDyn e aplicadas ao sistema interligado nacional. Resultados na avaliação de confiabilidade usando estabilidade a pequenos sinais para um sistema de potência tão grande também não foram mostrados antes na literatura.

Um método eficiente para calcular índices de confiabilidade relacionados à estabilidade de pequenos sinais de um sistema de energia tão grande, considerando falhas de rede, tem muitas aplicações. Os índices podem ser usados para comparar diferentes alternativas para reforços do sistema ou diferentes projetos de estabilizadores de sistemas de potência (PSS). E a metodologia proposta pode ser utilizada como um substituto da análise de contingências no estudo de pequenos sinais.

Se os índices calculados pela metodologia proposta forem utilizados para comparar ou confirmar diferentes projetos de PSS, essa metodologia pode ser empregada até mesmo em um horizonte do planejamento mensal da operação, considerando o tempo em que um reajuste de PSS normalmente é viabilizado. Se os índices forem utilizados para comparar diferentes alternativas para reforços do sistema, ela pode ser empregada no planejamento da expansão, chegando até ao planejamento decenal. Poderiam haver aplicações para planejamento diário ou semanal, no sentido de comparar os índices de confiabilidade para diferentes níveis de intercâmbio. Contudo, o monitoramento de oscilações em tempo real está fora do âmbito desse trabalho.

Além disso, como esses índices são calculados por meio de uma simulação Monte Carlo não sequencial, eles incluem informações sobre certos estados do sistema que o planejador poderia ter perdido se tivesse realizado apenas uma análise determinística de uma lista de contingências predefinidas. Por causa da seleção de Monte Carlo de falhas de rede, este método pode ser usado como uma alternativa mais rápida para a análise de contingência, muitas vezes realizada por esse tipo de lista de contingências [25].

1.3 Estrutura do trabalho

Considerando que esse trabalho se encontra na intercessão entre duas áreas de estudo bem diferentes dos sistemas de potência, uma revisão teórica de ambas as áreas se faz necessária. Por isso, o Capítulo 2 faz uma revisão da teoria por trás da análise de estabilidade a pequenos sinais. Atenção especial é dedicada nesse capítulo para os métodos de cálculo parcial de polos do sistema sob estudo. De modo semelhante, o Capítulo 3 faz uma revisão da teoria por trás da avaliação de confiabilidade de sistemas de potência tomando por base os fundamentos matemáticos da teoria da medida.

Depois da revisão teórica, chegamos ao núcleo desse trabalho, em que as duas áreas de estudo se encontram. Assim, o Capítulo 4 contém a abordagem teórica relativa à avaliação da confiabilidade de sistemas de potência do ponto de vista da estabilidade de pequenos sinais considerando a penetração de geração eólica. O Capítulo 5 apresenta diversos estudos de caso, utilizados tanto para testar a validade e os resultados dessa análise como para ilustrar as possibilidades que ela abre para o engenheiro de planejamento e operação de sistemas de potência. Por fim, o Capítulo 6 apresenta as conclusões obtidas e aponta para possíveis trabalhos futuros.

1.4 Publicação

Como parte dos requisitos para a defesa desta tese, o seguinte trabalho foi publicado [28]:

Tiago S. Amaral, Sergio Gomes Jr., Carmen L. T. Borges, “Reliability evaluation of bulk power systems with wind generation using small signal stability analysis”, *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, Volume 129, p. 106840, 2021.

Capítulo 2

Análise de estabilidade a pequenos sinais

Esse capítulo faz uma revisão da teoria por trás da estabilidade a pequenos sinais. A partir da definição das equações dinâmicas do sistema, é feita uma revisão dos conceitos para cálculo de autovalores e, por fim, é feita a apresentação dos métodos de cálculo de polos, com destaque para os métodos de cálculo parcial dos polos.

2.1 Motivação

O sistema elétrico de potência é inerentemente não-linear. Para a análise dinâmica eletromecânica, as principais equações diferenciais que regem a variação de velocidade dos geradores são as equação de oscilação, do inglês *swing equation* [29], que dependem da potência elétrica de cada gerador, que é não-linear (produto tensão-corrente). Limites nas ações de controle, saturação de circuitos magnéticos e diversos outros fenômenos são outros exemplos de não-linearidades [30]. O método aplicado em geral para analisar o desempenho dinâmico desses sistemas, com todas as não-linearidades, é a simulação eletromecânica no domínio do tempo.

Do ponto de vista da confiabilidade, a análise incluindo essas considerações é chamada de avaliação de confiabilidade **no domínio da segurança** (*security evaluation*) [31], em oposição à avaliação de confiabilidade **no domínio da adequação** (*adequacy evaluation*) que considera apenas o estado do sistema em regime permanente. Uma das dificuldades na avaliação de confiabilidade no domínio da segurança, contudo, é a determinação de quais contingências devem ser consideradas no estudo, visto que o tipo de defeito (curto-circuito trifásico com ou sem terra, bifásico com ou sem terra, fase-terra), a localização do mesmo e o tempo de eliminação têm um impacto

muito grande na análise sendo realizada [32]. Na prática, o estudo do pior caso é normalmente considerado, mas outras contingências de maior probabilidade podem estar sendo ignoradas. Além disso, mesmo se forem consideradas várias contingências, certas características do comportamento dinâmico do sistema podem estar sendo perdidas. Esta análise de confiabilidade a grandes distúrbios, com estas dificuldades, tem sido explorada na literatura, não sendo foco do presente trabalho.

Neste trabalho será considerado outro aspecto que é a questão do amortecimento das oscilações eletromecânicas. Este amortecimento é variável com o tipo e amplitude das perturbações e com o ponto de operação. Uma análise particular realizada, que é foco deste trabalho, é a avaliação das oscilações naturais eletromecânicas do sistema, que seriam as oscilações que ocorrem quando as amplitudes dos distúrbios são pequenas. Estas oscilações naturais podem ser determinadas utilizando um modelo linearizado do sistema em torno do ponto de operação. A grande vantagem desta abordagem é que a característica da oscilação passa a independe do tipo e amplitude do distúrbio aplicado sendo função apenas do ponto de operação [29], servindo como uma avaliação geral das condições de amortecimento do sistema. De forma geral, o amortecimento das oscilações a grandes distúrbios são tão maiores quanto maiores forem os amortecimentos das oscilações a pequenos distúrbios, reforçando a importância e utilidade da análise linear. A linearização permite a aplicação de muitas técnicas da teoria de sistemas de controle linear para determinar a estabilidade e as características dinâmicas de sistemas lineares de grande porte. E já foi demonstrado que *“se a forma linearizada do sistema não linear é estável, então o sistema não linear é estável para as condições de operação de regime permanente em torno das quais o sistema foi linearizado”* [30, p. 2].

Neste artigo, a metodologia proposta para avaliação da confiabilidade do sistema de potência usando estabilidade de pequenos sinais pode ser classificada didaticamente como uma extensão da avaliação de adequação, embora seja comum na literatura classificar a análise de pequenos sinais como avaliação de segurança. Assim, a metodologia proposta utiliza uma modelagem linearizada do sistema de potência a fim de estudar seu comportamento dinâmico aplicando as técnicas da teoria de controle linear. A linearização de cada ponto de operação é realizada em torno desse ponto e é uma aproximação válida apenas para pequenos desvios em torno do mesmo em regime permanente. O objetivo principal da análise de cada ponto de operação é exatamente determinar as características das oscilações e estabilidade do sistema de potência quando sujeito a essas pequenas perturbações [29] e fornecer uma avaliação geral das condições de amortecimento do sistema que não dependam de uma lista de grandes distúrbios a serem considerados.

2.2 Modelagem do sistema

2.2.1 Representação em espaço de estados

O problema da estabilidade eletromecânica de sistemas de potência, como convencionalmente formulado, tem uma estrutura bem definida que permanece válida para um grande conjunto de detalhes específicos de modelagem. Essa estrutura normalmente envolve um conjunto de equações algébricas e diferenciais que representam o comportamento dinâmico de alguns equipamentos do sistema com os correspondentes sistemas de controle, como as máquinas síncronas, os motores, elos de corrente contínua, compensadores estáticos etc.; e um conjunto de equações algébricas que representam a modelagem da rede de transmissão e as injeções de corrente e interconexões entre os equipamentos do sistema. Além disso, normalmente é de interesse realizar algumas medidas no sistema e essas medidas podem ser representadas por um terceiro conjunto de equações algébricas.

Com isso, o modelo convencional do sistema pode ser escrito como um conjunto de equações algébrico-diferenciais [30], [33]:

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}} &= \underline{f}(\underline{x}, \underline{r}, \underline{u}) \\ 0 &= \underline{g}(\underline{x}, \underline{r}, \underline{u}) \\ \underline{y} &= \underline{h}(\underline{x}, \underline{r}, \underline{u}) \end{cases} \quad (2.1)$$

Onde \underline{x} é o vetor de variáveis de estado do sistema, de tamanho n ; \underline{r} é o vetor de variáveis algébricas do sistema, de tamanho k ; \underline{u} é o vetor das variáveis de controle (entradas) do sistema, de tamanho m e \underline{y} é o vetor de variáveis de saída (medidas) do sistema, de tamanho p .

O conceito de **estado** é particularmente importante e, nesse contexto, se refere à mínima quantidade de informação sobre o sistema que é necessária para, em dado instante de tempo t_0 conhecer o comportamento futuro do sistema sem qualquer referência às entradas do sistema anteriores a t_0 [29].

Em uma dada condição de operação em regime permanente, \underline{x}_0 , \underline{r}_0 , \underline{u}_0 e \underline{y}_0 , o sistema está em equilíbrio, o que significa que $\dot{\underline{x}} = 0$ e, portanto, o sistema de equações 2.1 se torna:

$$\begin{cases} 0 &= \underline{f}(\underline{x}_0, \underline{r}_0, \underline{u}_0) \\ 0 &= \underline{g}(\underline{x}_0, \underline{r}_0, \underline{u}_0) \\ \underline{y}_0 &= \underline{h}(\underline{x}_0, \underline{r}_0, \underline{u}_0) \end{cases} \quad (2.2)$$

Estas equações de regime permanente servem para determinação dos valores iniciais das variáveis antes de possíveis distúrbios aplicados, sendo este o processo de inicialização de variáveis. Se, a partir dessa condição de operação, o sistema estiver sujeito a uma pequena perturbação, tem-se:

$$\begin{aligned}
 \underline{x} &= \underline{x}_0 + \underline{\Delta x} \\
 \underline{r} &= \underline{r}_0 + \underline{\Delta r} \\
 \underline{u} &= \underline{u}_0 + \underline{\Delta u} \\
 \underline{y} &= \underline{y}_0 + \underline{\Delta y}
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

Em torno desse ponto de operação, as equações do sistema precisam continuar sendo satisfeitas. Tomando como exemplo a equação de saída:

$$\begin{aligned}
 \underline{y} &= \underline{y}_0 + \underline{\Delta y} \\
 &= \underline{h}(\underline{x}, \underline{r}, \underline{u}) \\
 &= \underline{h}(\underline{x}_0 + \underline{\Delta x}, \underline{r}_0 + \underline{\Delta r}, \underline{u}_0 + \underline{\Delta u})
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

Como a perturbação é pequena, as equações do sistema podem ser aproximadas pela sua expansão em série de Taylor até a primeira ordem. Tomando como exemplo a i -ésima equação de saída:

$$\begin{aligned}
 y_i = y_{i0} + \Delta y_i &= h_i(\underline{x}_0 + \underline{\Delta x}, \underline{r}_0 + \underline{\Delta r}, \underline{u}_0 + \underline{\Delta u}) \\
 &= h_i(\underline{x}_0, \underline{r}_0, \underline{u}_0) \\
 &+ \left. \frac{\partial h_i}{\partial x_1} \right|_{\underline{x}_0, \underline{r}_0, \underline{u}_0} \Delta x_1 + \dots + \left. \frac{\partial h_i}{\partial x_n} \right|_{\underline{x}_0, \underline{r}_0, \underline{u}_0} \Delta x_n \\
 &+ \left. \frac{\partial h_i}{\partial r_1} \right|_{\underline{x}_0, \underline{r}_0, \underline{u}_0} \Delta r_1 + \dots + \left. \frac{\partial h_i}{\partial r_k} \right|_{\underline{x}_0, \underline{r}_0, \underline{u}_0} \Delta r_k \\
 &+ \left. \frac{\partial h_i}{\partial u_1} \right|_{\underline{x}_0, \underline{r}_0, \underline{u}_0} \Delta u_1 + \dots + \left. \frac{\partial h_i}{\partial u_m} \right|_{\underline{x}_0, \underline{r}_0, \underline{u}_0} \Delta u_m
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

Note que, nessa equação, do lado esquerdo aparece y_{i0} e do lado direito, $h_i(\underline{x}_0, \underline{r}_0, \underline{u}_0)$. Mas esses valores são iguais. Assim, essa equação se reduz a uma equação nas variáveis de perturbação (Δ). Além disso, equações semelhantes podem ser desenvolvidas para as funções \underline{f} e \underline{g} . Com essas considerações, e organizando essas equações em forma matricial, fica-se com:

$$\begin{bmatrix} \underline{\Delta \dot{x}} \\ \underline{0} \\ \underline{\Delta y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 & B_x \\ J_3 & J_4 & B_r \\ C_x^t & C_r^t & D_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\Delta x} \\ \underline{\Delta r} \\ \underline{\Delta u} \end{bmatrix} \tag{2.6}$$

Onde o elemento i, j da sub-matriz J_1 é o valor de $\frac{\partial f_i}{\partial x_j}$ avaliado no ponto de operação

$\underline{x}_0, \underline{r}_0, \underline{u}_0$ e assim sucessivamente para as demais sub-matrizes. A sub-matriz $J = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix}$ é chamada de matriz **jacobiana do sistema**.

As variáveis algébricas podem ser eliminadas do sistema de equações 2.6, levando à **representação em espaço de estados** :

$$\begin{cases} \underline{\Delta \dot{x}} = A \underline{\Delta x} + B \underline{\Delta u} \\ \underline{\Delta y} = C^t \underline{\Delta x} + D \underline{\Delta u} \end{cases} \quad (2.7)$$

Onde $A = J_1 - J_2 J_4^{-1} J_3$, $B = B_x - J_2 J_4^{-1} B_r$, $C^t = C_x^t - C_r^t J_4^{-1} J_3$ e $D = D_a - C_r^t J_4^{-1} B_r$. Essas forma das equações usando as matrizes “ABCD” é a forma tradicionalmente utilizada na teoria de controle para uma descrição em espaço de estados de sistemas lineares invariantes no tempo [34].

Note que até agora estamos no domínio do tempo. E, diferente das matrizes “ABCD”, os vetores $\underline{\Delta x}$, $\underline{\Delta u}$ e $\underline{\Delta y}$ variam conforme o instante de tempo. De fato, eles poderiam ser escritos como $\underline{\Delta x}(t)$, $\underline{\Delta u}(t)$ e $\underline{\Delta y}(t)$.

A solução do sistema de equações 2.7 pode ser obtida aplicando a transformada de Laplace:

$$\begin{cases} s \underline{X}(s) - \underline{x}(0) = A \underline{X}(s) + B \underline{U}(s) \\ \underline{Y}(s) = C^t \underline{X}(s) + D \underline{U}(s) \end{cases} \quad (2.8)$$

A primeira equação desse sistema pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} s \underline{X}(s) - A \underline{X}(s) &= \underline{x}(0) + B \underline{U}(s) \\ \implies (s \mathbb{I} - A) \underline{X}(s) &= \underline{x}(0) + B \underline{U}(s) \end{aligned} \quad (2.9)$$

Onde \mathbb{I} é a matriz identidade apropriada (nesse caso, uma matriz identidade $n \times n$). Logo,

$$\underline{X}(s) = (s \mathbb{I} - A)^{-1} \underline{x}(0) + (s \mathbb{I} - A)^{-1} B \underline{U}(s) \quad (2.10)$$

O primeiro termo da equação 2.10 depende do estado inicial do sistema (e não das variáveis de entrada) e é chamado de **resposta natural** do sistema. O segundo termo depende das variáveis de entrada (e não do estado inicial) e é chamado de **resposta forçada** do sistema. A resposta do sistema no domínio do tempo é a soma dessas duas respostas.

Em ambos os casos, temos a matriz $(s\mathbb{I} - A)^{-1}$. Essa matriz é chamada de **matriz resolvente** e, pela definição de matrizes inversas [35], pode ser escrita como:

$$(s\mathbb{I} - A)^{-1} = \frac{\text{adj}(s\mathbb{I} - A)}{\det(s\mathbb{I} - A)} \quad (2.11)$$

Onde adj representa a matriz adjunta e \det representa o determinante, como usualmente definidos em álgebra linear.

Assumindo que todas as condições iniciais são nulas, a equação 2.10 mostra que a resposta do sistema é apenas a resposta forçada, isto é, $\underline{X}(s) = (s\mathbb{I} - A)^{-1} B \underline{U}(s)$. Substituindo esse valor na equação para a variação de saídas do sistema 2.8 chega-se a:

$$\underline{Y}(s) = C^t (s\mathbb{I} - A)^{-1} B \underline{U}(s) + D \underline{U}(s) \quad (2.12)$$

Essa equação relaciona variações nas entradas $\underline{U}(s)$ com as variações nas saídas $\underline{Y}(s)$, que pode ser reescrita como $\underline{Y}(s) = G(s) \underline{U}(s)$, onde

$$\underline{G}(s) = C^t (s\mathbb{I} - A)^{-1} B + D \quad (2.13)$$

Essa função $G(s)$ é chamada de **função de transferência** do sistema e pode ser ilustrada por meio do diagrama de blocos mostrado na figura 2.1 [29].

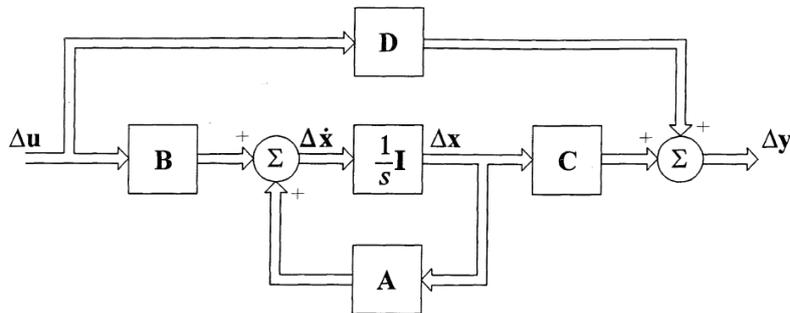


Figura 2.1: Diagrama de blocos da representação em espaço de estados

Note que a função de transferência depende de três matrizes constantes em s (B , C^t e D) e da matriz resolvente, que é função de s . Logo, o denominador da função de transferência é dado pelo denominador da matriz resolvente, $\det(s\mathbb{I} - A)$. Portanto, os valores de s que tornam esse denominador nulo, são aqueles que solucionam a equação:

$$\det(s\mathbb{I} - A) = 0 \quad (2.14)$$

Essa é chamada de **equação característica** do sistema. Os valores de s que satisfazem essa equação são chamados de **polos** do sistema definido pela matriz A . Esse é um resultado importante porque revela que o comportamento dinâmico característico do sistema está de fato encapsulado na matriz A [30].

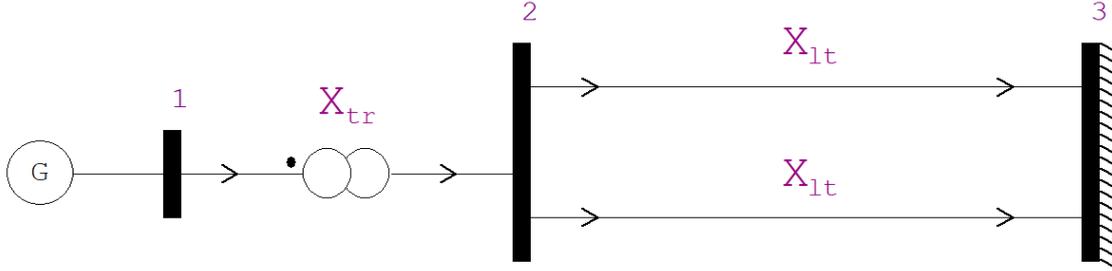


Figura 2.2: Sistema máquina-barras infinita

Exemplo 2.1: Considere o sistema formado por um gerador, um corredor de transmissão simples e uma barra infinita mostrado na figura 2.2. Para esse sistema, considere que o gerador está representado pelo modelo clássico para máquina síncrona [29] e que os dados elétricos são aqueles encontrados no Apêndice A. Suponha ainda que a variável de interesse para medição é a velocidade angular do rotor da máquina e que a variável que será usada para controlar o sistema é a potência mecânica aplicada à máquina.

Para esse sistema, a conexão entre o gerador e a barra infinita pode ser representada por um valor $X_{eq} = X'_d + X_{tr} + \frac{x_{lt}}{2}$, onde X'_d é a reatância transitória de eixo direto da máquina.

O modelo clássico de gerador fornece duas equações dinâmicas que, em p.u., podem ser escritas como:

$$\begin{aligned} \dot{\delta} &= \omega_s(\omega - \omega_0) \\ \dot{\omega} &= \frac{1}{2H}(P_{mec} - P_{ele} - K_D\omega) \end{aligned} \quad (2.15)$$

Onde δ é a posição angular do rotor, em radianos, ω_s é a velocidade síncrona em radianos por segundo, ω é a velocidade angular mecânica do rotor em p.u., ω_0 é a velocidade mecânica de referência em p.u. (que vale 1 se a referência é a velocidade síncrona), H é a constante de inércia da máquina, K_D é a constante de amortecimento da máquina, P_{mec} é a potência mecânica aplicada à máquina

e P_{ele} é a potência elétrica gerada pela máquina (estamos desprezando o fator de amortecimento). Assim, pode-se definir $x = [\delta \omega]$, $r = [P_{ele}]$ e $u = [P_{mec}]$ e essas equações podem ser linearizadas em torno do ponto de operação (x_0, r_0, u_0) , obtendo:

$$\begin{aligned}\dot{\Delta\delta} &= \omega_s \Delta\omega \\ \dot{\Delta\omega} &= \frac{1}{2H} (\Delta P_{mec} - \Delta P_{ele} - K_D \omega)\end{aligned}\quad (2.16)$$

Além disso, nesse caso, há uma única equação algébrica que é a definição da potência elétrica gerada pela máquina:

$$0 = P_{ele} - \frac{E V_3}{X_{eq}} \sin(\delta) \quad (2.17)$$

Onde E é a tensão interna da máquina, V_3 é a tensão da barra infinita. Novamente, essa equação pode ser linearizada em torno do ponto de operação (x_0, r_0, u_0) obtendo:

$$0 = \Delta P_{ele} - \frac{\partial g}{\partial \delta} \Delta\delta = \Delta P_{ele} - \left(\frac{E V_3}{X_{eq}} \cos(\delta) \right) \Delta\delta \quad (2.18)$$

E por fim, como a variável de saída (de medição) nesse caso é a própria velocidade angular do rotor, a equação h fica simplesmente:

$$y = \omega \quad (2.19)$$

Que pode ser linearizada como:

$$\Delta y = \Delta\omega \quad (2.20)$$

Assim, o sistema linearizado é obtido:

$$\begin{bmatrix} \dot{\Delta\delta} \\ \dot{\Delta\omega} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \omega_s & 0 \\ 0 & -\frac{K_D}{2H} & -\frac{1}{2H} \\ -\frac{E V_3}{X_{eq}} \cos(\delta) & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \Delta\omega \\ \Delta P_{ele} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{2H} \\ 0 \end{bmatrix} [\Delta P_{mec}] \quad (2.21)$$

$$[\Delta y] = [1][\Delta \omega] \quad (2.22)$$

Nesse caso simples, a variável algébrica pode ser eliminada simplesmente substituindo o valor de ΔP_{ele} nas equações dinâmicas, obtendo a representação em espaço de estados como:

$$\begin{bmatrix} \dot{\Delta \delta} \\ \dot{\Delta \omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \omega_s \\ -\frac{E V_3}{X_{eq}} \cos(\delta) & -\frac{K_D}{2H} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{2H} \end{bmatrix} [\Delta P_{mec}] \quad (2.23)$$

$$[\Delta y] = [1][\Delta \omega] \quad (2.24)$$

Nesse caso, $A = \begin{bmatrix} 0 & \omega_s \\ -\frac{E V_3}{X_{eq}} \cos(\delta) & -\frac{K_D}{2H} \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{2H} \end{bmatrix}$, $C = [\Delta]$ $D = [0]$.

Montando a equação característica:

$$\det(s\mathbb{I} - A) = \det \begin{pmatrix} s & -\omega_s \\ \frac{E V_3}{X_{eq}} \cos(\delta) & s + \frac{K_D}{2H} \end{pmatrix} = 0 \quad (2.25)$$

Calculando o determinante, os polos do sistema são encontrados:

$$\begin{aligned} s^2 + \frac{K_D}{2H} s + \frac{\omega_s}{2H} \left(\frac{E V_3}{X_{eq}} \cos(\delta) \right) &= 0 \\ \implies s = -\frac{K_D}{4H} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{K_D^2}{4H} - \frac{2\omega_s}{H} \left(\frac{E V_3}{X_{eq}} \cos(\delta) \right)} \end{aligned} \quad (2.26)$$

Substituindo os valores dados no apêndice, os polos do sistema para esse caso podem ser calculados como:

$$s = -0.0417 \pm j 9.4595$$

2.2.2 Representação por sistema descritor

A representação do sistema em espaço de estados (equações 2.7) elimina as variáveis algébricas r do sistema, conseguindo incluir toda a informação sobre o comportamento dinâmico do sistema na matriz $A = J_1 - J_2 J_4^{-1} J_3$. Do ponto de vista teórico isso traz muitas vantagens porque o comportamento do sistema pode ser estudado apenas analisando essa matriz. Contudo, do ponto de vista prático, o uso de muitos métodos da teoria de controle linear em sistemas de potência de grande porte pode se tornar inviável com essa formulação [36].

O motivo para isso é que a matriz A não preserva a alta esparsidade inerente à jacobiana do sistema de equações 2.6 porque precisa expressar todas as equações em função apenas das variáveis de estado, criando múltiplas dependências para cada uma das equações diferenciais. Um exemplo disso são as equações dos modelos de gerador. Nesse caso, as variáveis de estado seriam as tensões de eixo direto e quadratura, transitórias e subtransitórias, velocidade e ângulo de carga. No entanto, variáveis como corrente, tensão e potência elétrica no terminal de cada gerador do sistema não são variáveis de estado. Por isso, os termos que dependem dessas variáveis se transformariam em vários outros termos que seriam funções apenas daquelas variáveis de estado. Esses termos adicionais têm funções mais extensas e dependentes de praticamente todas as variáveis de estado, inclusive de outros geradores do sistema, tornando a matriz A cheia [37]. Além disso, na forma de espaço de estados, as variáveis algébricas da rede de transmissão precisariam ser eliminadas criando novos termos de dependência na matriz A entre os equipamentos que a ela estão conectados.

A jacobiana do sistema, por outro lado, é altamente esparsa em virtude da forma como foram modelados os equipamentos dinâmicos e da esparsidade das conexões entre as barras do sistema de potência. Isso fica muito claro se as linhas e colunas dessa sub-matriz forem reordenadas agrupando os elementos por equipamento. Nesse caso, a sub-matriz $J = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix}$ será reordenada em uma outra matriz $J' = \begin{bmatrix} J_a & J_b \\ J_c & J_d \end{bmatrix}$. Cada equipamento dinâmico (gerador, motor, elo de corrente contínua, compensador estático etc.) estará representado por um bloco diagonal na sub-matriz J_a , conectado à rede elétrica pela sub-matriz J_d através de blocos fora da diagonal nas sub-matrizes J_b e J_c , como ilustra a figura 2.3 [36]. Deve-se observar que estes blocos são bastante esparsos, uma vez que cada equação depende normalmente de poucas variáveis. Além disso, a matriz J_d possui estrutura semelhante a uma matriz de admitâncias nodais de um programa de fluxo de potência ou estabilidade, possuindo, portanto, uma boa esparsidade, não sendo destacado na figura por questão de simplicidade. Da mesma forma, os blocos diagonais dos equipamentos são submatrizes bastante esparsas.

Uma forma de representar o sistema a fim de preservar a esparsidade da jacobiana é uma variante da representação em espaço de estados chamada de **representação por sistema descritor** [38]. Nessa representação, é considerado um **vetor aumentado de variáveis de estado** [37], [39], definido como

$$\underline{x}_a \triangleq \begin{bmatrix} \underline{x} \\ r \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

Com isso, o sistema de equações originais (2.1) pode ser reescrito como:

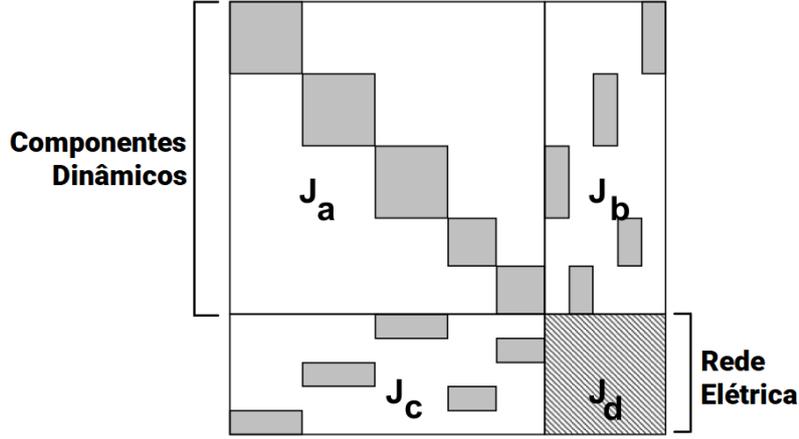


Figura 2.3: Estrutura da matriz jacobiana

$$\begin{cases} T \underline{\dot{x}}_a = \underline{f}_a(\underline{x}_a, \underline{u}) \\ \underline{y} = \underline{h}_a(\underline{x}_a, \underline{u}) \end{cases} \quad (2.28)$$

Onde $\underline{f}_a = \begin{bmatrix} \underline{f} \\ \underline{g} \end{bmatrix}$, $\underline{h}_a(\underline{x}_a, \underline{u}) = \underline{h}(\underline{x}, \underline{r}, \underline{u})$ e a matriz T é uma matriz $(n+k) \times (n+k)$ toda nula, exceto pelo primeiro bloco $n \times n$ que é a identidade, de forma que

$$T \underline{\dot{x}}_a = \begin{bmatrix} \underline{\dot{x}} \\ \underline{0} \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

Deve-se observar que utilizando a ordenação dada na figura 2.3, a matriz T será uma matriz diagonal com valores iguais a 1 nas posições das equações diferenciais e 0 nas posições das equações algébricas.

O sistema de equações 2.28 pode ser linearizado, da mesma forma que foi feito anteriormente, chegando a:

$$\begin{cases} T \underline{\Delta \dot{x}}_a = J \underline{\Delta x}_a + B_a \underline{\Delta u} \\ \underline{\Delta y} = C_a \underline{\Delta x}_a + D_a \underline{\Delta u} \end{cases} \quad (2.30)$$

Onde $B_a = [B_x \ B_r]^t$ e $C_a = [C_x \ C_r]$ (com referências às sub-matrizes da equação 2.6).

E a solução desse sistema pode também ser obtida pela transformada de Laplace, obtendo:

$$\underline{X}_a(s) = (sT - J)^{-1} \underline{x}_a(0) + (sT - J)^{-1} B_a \underline{U}(s) \quad (2.31)$$

Exemplo 2.2: *Considere novamente o sistema do exemplo 2.1. Nesse caso, a partir do sistema linearizado obtido anteriormente, a representação por sistema descriptor pode ser escrita como sendo:*

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\dot{\delta} \\ \Delta\dot{\omega} \\ \Delta\dot{P}_{ele} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \omega_s & 0 \\ 0 & -\frac{K_D}{2H} & -\frac{1}{2H} \\ -\frac{EV_3}{X_{eq}} \cos(\delta) & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \Delta\omega \\ \Delta P_{ele} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{2H} \\ 0 \end{bmatrix} [\Delta P_{mec}] \quad (2.32)$$

$$[\Delta y] = [1][\Delta\omega] \quad (2.33)$$

2.3 Análise de autovalores

2.3.1 Definições e significado

Em álgebra linear, um **autovalor** de uma matriz A é definido como um número $\lambda \in \mathbb{C}$ tal que [35]:

$$A \underline{v} = \lambda \underline{v} \quad (2.34)$$

Para algum vetor \underline{v} não nulo. Se existir um valor de λ que satisfaça essa equação, o vetor v é chamado de **autovetor (à direita)** associado a esse autovalor λ . Da mesma forma, existe um outro vetor w tal que $\underline{w}A = \lambda \underline{w}$. Nesse caso, w é chamado de **autovetor à esquerda**.

Para calcular o autovalor, a equação 2.34 pode ser rearranjada como:

$$\begin{aligned} \lambda \underline{v} - A \underline{v} &= 0 \\ \implies (\lambda \mathbb{I} - A) \underline{v} &= 0 \end{aligned} \quad (2.35)$$

Para que essa equação tenha uma solução não trivial, é necessário que:

$$\det(\lambda \mathbb{I} - A) = 0 \quad (2.36)$$

Comparando a equação 2.36 com a equação 2.14, pode ser observado que a equação que determina os autovalores é a própria equação característica do sistema, com s substituído por λ . Isto é, os autovalores da matriz de estado A são os próprios polos

do sistema e são independentes de quais variáveis do sistema são escolhidas para serem entradas (u) ou saídas (y) [30].

Considerando que uma matriz de tamanho $n \times n$ tem n autovalores, a equação 2.34 pode ser reescrita para todos os autovalores em termos matriciais como:

$$AV = V\Lambda \quad (2.37)$$

Se V não for singular, onde V é uma matriz cujas colunas são os autovetores à direita de A e Λ é uma matriz diagonal cujos elementos são os autovalores de A na mesma ordem em que seus autovetores (à direita) correspondentes estão inseridos na matriz V^{-1} . Uma equação semelhante é: $WA = \Lambda W$, onde W é uma matriz cujas linhas são os autovetores à esquerda de A . As matrizes V e W são chamadas de **matrizes modais** [29].

A equação 2.37 pode ser reescrita como:

$$V^{-1}AV = \Lambda \quad (2.38)$$

Qualquer transformação da matriz A da forma mostrada no lado esquerdo da equação 2.38 é chamada de **transformação de similaridade**. Comparando essa transformação em particular com a definição da matriz W , nota-se que, de fato, $W = V^{-1}$.

A importância dessas considerações de álgebra linear para a análise a pequenos sinais é percebida se aplicarmos esses conceitos ao sistema de equações 2.7 com algumas considerações. Se V e W existem, pode ser definido um vetor $\underline{z} \triangleq W \underline{\Delta x}$ e, portanto, $\underline{\Delta x} = V \underline{z}$ e $\underline{\Delta \dot{x}} = V \underline{\dot{z}}$. Com isso, aquele sistema de equações pode ser reescrito como:

$$\begin{cases} \underline{\dot{z}} = \Lambda \underline{z} + B' \underline{\Delta u} \\ \underline{\Delta y} = C'^t \underline{\Delta z} + D \underline{\Delta u} \end{cases} \quad (2.39)$$

¹No caso em que A não tenha autovalores repetidos. No caso mais geral, em vez de Λ ser diagonal, ela pode ser considerada na forma de Jordan, com resultados equivalentes. Por simplicidade, apenas o caso em que Λ é diagonal será considerado aqui. Veja [34], [35] para maiores detalhes sobre a forma de Jordan.

²Deve-se observar que há um grau de liberdade na escolha da normalização dos autovetores. Um autovetor multiplicado por uma constante continua sendo autovetor. O fato de que $W = V^{-1}$ implica em uma normalização das linhas de W por sua norma euclidiana, que é igual ao inverso da norma euclidiana das colunas de V correspondentes.

Onde $\Lambda = W A V$, $B' = W B$ e $C^{tt} = C^t V$. Note que $\underline{z} \triangleq W \underline{\Delta x}$ pode ser reescrito elemento a elemento como $z_i = \sum_{j=1}^n W_{ij} \Delta x_j$. De modo semelhante, $\underline{\Delta x} = V \underline{z}$ pode ser reescrito elemento a elemento como $\Delta x_j = \sum_{i=1}^n V_{ji} z_i$. Substituindo uma equação na outra:

$$\Delta x_j = \sum_{i=1}^n V_{ji} W_{ij} \Delta x_j \quad (2.40)$$

Esses valores $p_{ij} = V_{ji} W_{ij}$ são chamados de **fatores de participação** e quantificam as variáveis j que mais participam de um certo modo i ou, analogamente, os modos i em que a variável j mais participa.

Considerando na análise do sistema apenas uma entrada e uma saída (*SISO, single input, single output*), B' é na verdade um vetor coluna \underline{b} , C^{tt} é na verdade um vetor linha \underline{c}^t e D é na verdade um escalar d . Nesse caso, pode ser verificado que, como Λ é diagonal, a primeira equação desse sistema está representando realmente n sistemas desacoplados de 1ª ordem [36]:

$$\begin{cases} \dot{z}_i = \lambda_i z_i + b_i \Delta u_i & \forall i = 1 \dots n \\ \Delta y = \sum_{j=1}^n c_j z_j + d \Delta u \end{cases} \quad (2.41)$$

Cada valor z_i é chamado de uma **variável modal** do sistema. Os valores b_i multiplicam a variável de entrada para uma excitação no modo i , ou seja, quanto maior este fator, mais a variável de entrada excita o modo i . Por isso eles são chamados de **fatores de controlabilidade**. Os valores c_j , por outro lado, multiplicam as variáveis modais, compondo a parcela da variável de saída correspondente ao modo j , ou seja, quanto maior este fator, mais aparente será o modo j na variável de saída. Por isso eles são chamados de **fatores de observabilidade**.

Considerando condições iniciais nulas, a transformada de Laplace para esse sistema é:

$$\begin{cases} s Z_i(s) = \lambda_i Z_i(s) + b_i \Delta U(s) & \forall i = 1 \dots n \\ \Delta Y(s) = \sum_{j=1}^n c_j Z_j(s) + d \Delta U(s) \end{cases} \quad (2.42)$$

Rearranjando as equações para $Z_i(s)$ e substituindo na última equação:

$$\Delta Y(s) = \sum_{j=1}^n \frac{r_j}{s - \lambda_j} \Delta U(s) + d \Delta U(s) \quad (2.43)$$

Onde os números $r_j = c_j b_j$ são chamados de **resíduos da função de transferência**.

Para esse sistema, a resposta a uma variação impulsiva da entrada ($\Delta U(s) = 1$) no domínio do tempo vale:

$$\Delta y(t) = \sum_{j=1}^n r_j e^{\lambda_j t} + d \delta(t) \quad (2.44)$$

Pode ser mostrado que, no caso de uma entrada genérica, deve ser acrescido ao lado direito um termo $\sum_{j=1}^n r_j^u e^{\lambda_j^u t}$, onde r_j^u e λ_j^u são os resíduos e autovalores associados à entrada [36].

A equação 2.44 é muito importante para esta análise. Ela mostra que a resposta das variáveis de um sistema de potência a uma variação em uma entrada qualquer do sistema depende dos polos do sistema:

- Para os valores de $\lambda_j \in \mathbb{R} : \lambda_j > 0$, a resposta do sistema é uma exponencial crescente no tempo.
- Para os valores de $\lambda_j \in \mathbb{R} : \lambda_j < 0$, a resposta do sistema é uma exponencial decrescente no tempo.
- Para cada valor de $\lambda_j \in \mathbb{C} : imag(\lambda_j) \neq 0, real(\lambda_j) > 0$, deve existir um outro valor $\lambda_i = conj(\lambda_j)$ na resposta (para que o valor de $\Delta y(t) \in \mathbb{R}$). Nesse caso, esse par de autovalores complexos conjugados representa uma oscilação senoidal crescente no tempo.
- Para cada valor de $\lambda_j \in \mathbb{C} : imag(\lambda_j) \neq 0, real(\lambda_j) < 0$, também deve existir um outro valor $\lambda_i = conj(\lambda_j)$ na resposta. Nesse caso, esse par de autovalores complexos conjugados representa uma oscilação senoidal decrescente no tempo.
- Para cada valor de $\lambda_j \in \mathbb{C} : imag(\lambda_j) \neq 0, real(\lambda_j) = 0$, o par de autovalores complexos conjugados representa uma oscilação senoidal de amplitude constante no tempo.

Essas relações são ilustradas na figura 2.4 [29] que relaciona a posição dos polos no plano complexo com as repostas no tempo associadas.

A partir dessas relações, pode ser observado que, no caso de polos complexos conjugados $\lambda = \sigma \pm j\omega$, a **frequência de oscilação** vale ω e pode-se definir um **fator de amortecimento** como sendo:

$$\zeta \triangleq \frac{-\sigma}{\sqrt{\sigma^2 + \omega^2}} \quad (2.45)$$

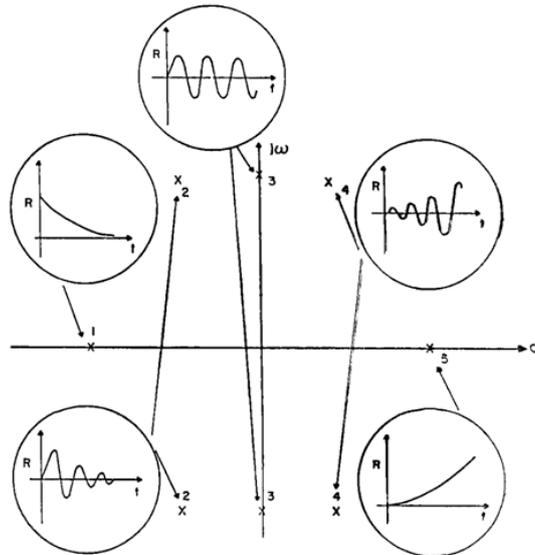


Figura 2.4: Respostas no tempo associadas aos polos no plano complexo

Esse fator de amortecimento determina “a taxa de decaimento da amplitude da oscilação. A constante de tempo do decaimento na amplitude é $1/|\sigma|$. Em outras palavras, a amplitude decai a $1/e$ ou 37% da amplitude inicial em $1/|\sigma|$ segundos ou em $1/(2\pi\zeta)$ ciclos de oscilação” [29, p. 712]. Para oscilações eletromecânicas, normalmente um valor de ζ entre 0% e 5% é considerado fracamente amortecido; entre 5% e 10% é considerado razoavelmente amortecido e acima de 10%, bem amortecido. Um valor negativo do fator de amortecimento para pelo menos um polo leva o sistema à instabilidade.

Representando o polo no plano complexo, o fator de amortecimento pode ser visto como o cosseno do ângulo entre a parte real e o módulo do polo, como ilustra a figura 2.5.

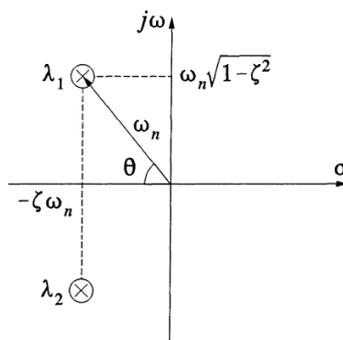


Figura 2.5: Representação do polo no plano complexo

Dependendo dos valores de σ , ω e ζ , os polos podem representar diferentes **modos** do sistema.

Em análise de sistemas de potência, o termo *modo* normalmente se refere a um conjunto mais amplo de propriedades do que apenas o amortecimento e a frequência de oscilação a fim de caracterizar mais completamente o comportamento físico dos modos naturais da resposta do sistema no *domínio do tempo*. Outras caracterizações modais incluem, por exemplo, se um modo é eletromecânico, um modo de controlador etc. No caso de modos eletromecânicos nós nos referimos a sub-classificações como modos inter-área, modos locais etc. Juntamente com o conhecimento detalhado do engenheiro sobre a estrutura do sistema, a decomposição do sistema em autovalores, autovetores e fatores de participação é uma ferramenta empregada para caracterizar os modos do sistema. [30, p. 76].

Exemplo 2.3: *Considere o sistema do exemplo 2.1. Nesse caso, a matriz A já foi determinada como sendo:*

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \omega_s \\ -\frac{E V_3}{X_{eq}} \cos(\delta) & -\frac{K_D}{2H} \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

E os polos do sistema já foram calculados:

$$\lambda = s = -\frac{K_D}{4H} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{K_D^2}{4H} - \frac{2\omega_s}{H} \left(\frac{E V_3}{X_{eq}} \cos(\delta) \right)} \quad (2.47)$$

Substituindo os valores dados no apêndice, os autovalores eram:

$$\lambda = -0.0417 \pm j 9.4595 \quad (2.48)$$

Isso significa que esses polos têm $\sigma = -0.0417$ e $\omega = 9.4595$. Assim, a frequência de oscilação desse polo é de 9.4595 radianos por segundo, ou $9.4595/(2\pi) = 1.5055$ Hz.

O fator de amortecimento para esse polo vale:

$$\zeta = \frac{-0.0417}{\sqrt{0.0417^2 + 9.4595^2}} = 0.44\% \quad (2.49)$$

2.3.2 Método de potência

Manualmente, em casos pequenos, os autovalores de uma matriz A podem ser obtidos calculando a equação característica e encontrando suas raízes. Computacionalmente,

contudo, isso não é possível, especialmente para sistemas de médio e grande porte. Nesses casos, outros métodos precisam ser utilizados para obter os autovalores da matriz.

Suponha que uma matriz $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, seja multiplicada por um vetor \underline{u}_0 qualquer um número k de vezes. Na primeira iteração, $\underline{u}_1 = A \underline{u}_0$, na segunda iteração $\underline{u}_2 = A \underline{u}_1$ e assim sucessivamente até que na iteração k ,

$$\underline{u}_k = A \underline{u}_{k-1} = A^k \underline{u}_0 \quad (2.50)$$

Agora note que sempre é possível escrever um vetor qualquer como uma combinação linear dos autovetores de A [35]. Fazendo isso com $\underline{u}_0 = c_1 \underline{v}_1 + \dots + c_n \underline{v}_n$, cada produto $A^k c_i \underline{v}_i = c_i A^k \underline{v}_i = c_i \lambda_i^k \underline{v}_i$, pela definição de autovetores. Isso significa que:

$$\underline{u}_k = c_1 \lambda_1^k \underline{v}_1 + \dots + c_n \lambda_n^k \underline{v}_n \quad (2.51)$$

Se a matriz A tiver um autovalor cuja magnitude seja maior que todos os outros (um $\lambda_1 > \lambda_j, \forall j > 1$), ao longo das iterações, a parcela referente a esse autovalor vai gradualmente dominar todas as outras, isto é, $|c_1 \lambda_1^k \underline{v}_1| \gg |c_j \lambda_j^k \underline{v}_j|$ já que $|\lambda_1|^k \gg |\lambda_j|^k, \forall j > 1, k \gg 0$. Nesse caso,

$$\underline{u}_k \approx c_1 \lambda_1^k \underline{v}_1 \quad (2.52)$$

Isto é, o vetor resultante na iteração k se aproxima de um múltiplo do autovetor dominante. Esse processo é ilustrado na figura 2.6³ e sugere um método para calcular o autovalor e autovetor dominantes de uma matriz chamado de método de potência (*power method*) [40] que consiste na multiplicação sucessiva de uma matriz por um vetor qualquer.

Variantes do método de potência para encontrar outros autovalores incluem o método de potência invertido (*inverse power method*), baseado na multiplicação sucessiva pela matriz inversa A^{-1} com autovalores $\lambda_1^{-1}, \dots, \lambda_n^{-1}$ e o método de potência invertido transladado (*shifted inverse power method*), baseado em $(A - \mu \mathbb{I})^{-1}$ com autovalores $(\lambda_i - \mu)^{-1}$ [sendo $\mu \in \mathbb{C}$ um “chute” inicial para o autovalor]. O método de potência apenas

³Disponível em <http://setosa.io/ev/eigenvectors-and-eigenvalues>, acesso em Junho de 2018. Nessa figura, a_1 e a_2 são as duas colunas de uma matriz A , s_1 e s_2 são os dois autovetores, λ_1 e λ_2 são os dois autovalores e v é um vetor qualquer que está sendo sucessivamente multiplicado pela matriz A .

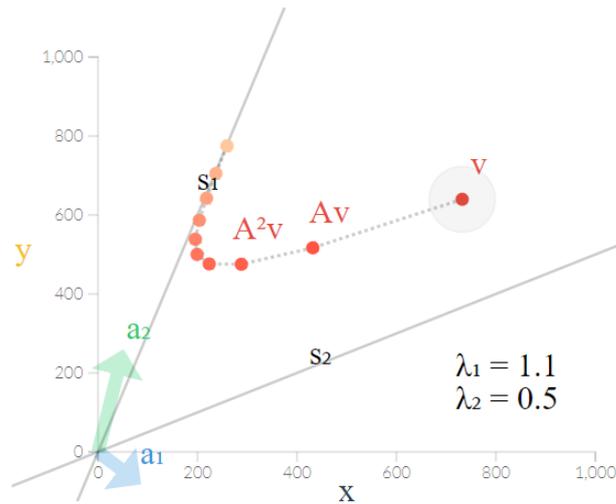


Figura 2.6: Autovetor dominante

produz o autovalor dominante (maior em amplitude) da matriz A . O método de potência invertido pode ser usado para encontrar o menor autovalor. Outros autovalores podem ser encontrados usando o método de potência invertido transladado ou com deflação [40, p. 19].

2.3.3 Cálculo de todos os polos

O método de potência apresentado na seção anterior encontra um autovalor por vez. Para calcular todos os autovalores de uma matriz, outros métodos são necessários. A ideia central dos métodos para calcular todos os autovalores é que, no caso de uma matriz triangular, os autovalores se encontram na diagonal principal.

O método mais utilizado para obter todos os autovalores é o método QR [41]. Esse método começa realizando uma fatoração QR da matriz $A = A_1 = Q_1 R_1$, onde Q_k são matrizes ortogonais (em que $a_i a_j = 1, \forall i, j$, onde a_i, a_j são duas colunas ou duas linhas de A) e R_k são matrizes de resíduos positivas e triangulares superiores $\forall k$ [35]. A seguir, o método QR multiplica os fatores na ordem errada: $A_2 = R_1 Q_1$. Depois A_2 é novamente fatorada em $A_2 = Q_2 R_2$ e o processo é repetido até que A_k seja uma matriz triangular em uma dada iteração k .

O segredo é que o método QR é, de fato, uma adaptação disfarçada do mais primitivo método de potência. Se nós fôssemos usar o método de potência para obter todos os autovetores e autovalores de A , um primeiro pensamento poderia ser tentar fazer isso simultaneamente sobre a completa base $v_1^{(0)}, \dots, v_n^{(0)}$ de \mathbb{R}^n em vez de operar em apenas um vetor individualmente. O problema com isso é que, para quase todos os

vetores, as iterações do método de potência $v_j^{(k)} = A^k v_j^{(0)}$ todas tendem a um múltiplo do autovetor dominante u_1 . Normalizar os vetores a cada passo não ajuda, já que, nesse caso, eles meramente convergem para um dos autovetores unitários dominantes $\pm u_1$. Contudo, se, inspirados pela forma da base de autovetores, nós ortonormalizarmos os vetores a cada passo, então nós efetivamente prevenimos a situação de todos acumularem no mesmo autovetor unitário dominante e, assim, com alguma sorte, os vetores resultantes convergem para o sistema completo de autovetores. Como a ortonormalização de uma base via processo de Gram-Schmidt é equivalente a uma fatoração QR, a mecânica do algoritmo não é tão surpreendente [40, p. 22].

Assim, o método QR obtém todos os polos do sistema. Contudo, note que ele não pode ser aplicado sobre as matrizes do sistema descritor. Nesse caso, para aplicá-lo, é preciso montar a matriz A o que pode requerer grande esforço computacional para sistemas de grande porte.

2.3.4 Cálculo de polos de interesse

Para calcular os polos de sistemas de grande porte, o método QR pode requerer um grande esforço computacional já que ele não opera sobre o sistema descritor. Contudo, na análise de sistemas de controle, muitas vezes nem todos os autovalores (polos) são de interesse, mas apenas um subconjunto deles.

Métodos eficientes existem para calcular apenas um subconjunto de polos com base no sistema descritor [42]. Uma classe desses métodos, como o método MAM (*modified Arnoldi method*) [43], [44], pode obter os autovalores que estão relacionados a um *shift* inicial especificado. Outra classe de métodos de solução parcial de autovalores, os métodos baseados no algoritmo de polos dominantes (DPA, *dominant pole algorithm*) [45]–[47], calculam autovalores que não são necessariamente os mais críticos, mas cuja seletividade é obtida pela definição das funções de transferência. Ambas as classes de métodos (MAM e DPA) são baseados nas matrizes do sistema descritor 2.30. No caso dos métodos DPA, o conceito de polos dominantes só é introduzido para permitir a seletividade da análise. A próxima seção descreve o algoritmo DPA original, que é a base para os demais métodos dessa classe.

2.3.4.1 Algoritmo de polos dominantes (DPA)

Um sistema SISO, com condições iniciais nulas, pode ser representado pelo seguinte sistema de equações (derivado de 2.30, aplicando a transformada de Laplace e com as mesmas considerações de 2.41):

$$\begin{cases} sT \underline{X}(s) = J \underline{X}(s) + \underline{b} u(s) \\ y(s) = \underline{c}^t \underline{X}(s) + d u(s) \end{cases} \quad (2.53)$$

Rearranjando a primeira equação, esse sistema pode ser escrito em forma matricial:

$$\begin{bmatrix} (sT - J) & -\underline{b} \\ \underline{c}^t & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{X}(s) \\ u(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ y(s) \end{bmatrix} \quad (2.54)$$

Agora note que, como o sistema é SISO, a função de transferência $G(s) = y(s)/u(s)$ é um escalar, o que significa que ela é igual a sua transposta. Em outras palavras,

$$G(s) = \underline{c}^t (sT - J)^{-1} \underline{b} + d = \underline{b}^t (sT - J)^{-t} \underline{c} + d \quad (2.55)$$

Exceto que, no caso da matriz transposta J^t , as variáveis de estado precisam ser modificadas de acordo, isto é, em vez de se considerar $\underline{X}(s)$ seria necessário considerar $\underline{V}(s)$. Assim:

$$\begin{bmatrix} (sT - J) & -\underline{b} \\ \underline{c}^t & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{X}(s) \\ u(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (sT - J)^t & -\underline{c} \\ \underline{b}^t & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{V}(s) \\ u(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ y(s) \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

Em todo caso, um polo de uma função de transferência pode ser definido como $\lambda \in \mathbb{C}$ tal que $G(\lambda) \rightarrow \infty$. Então, à medida que s se aproxima de λ , o valor da entrada $u(s)$ tende a zero para qualquer valor finito de $y(s)$, e os vetores $X(s)$ e $V(s)$ na equação 2.56 convergem para os autovetores à direita e à esquerda de J , respectivamente [45].

Esse raciocínio levou ao desenvolvimento do método para cálculo dos **polos dominantes de uma função de transferência**. Esse método consiste em arbitrar um *shift* inicial, s_0 , uma saída unitária ($y(s) = 1$) e, a cada iteração k resolver dois sistemas de equações:

$$\begin{bmatrix} (s_k T - J) & -\underline{b} \\ \underline{c}^t & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{X}(s_k) \\ u(s_k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} (s_k T - J)^t & -\underline{c} \\ \underline{b}^t & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{V}(s_k) \\ u(s_k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

Ao fim de cada iteração, a estimativa de s é atualizada para:

$$\begin{aligned}\Delta s_{k+1} &= \frac{u(s_k)}{V^t(s_k) \cdot T \cdot X(s_k)} \\ s_{k+1} &= s_k + \Delta s_{k+1}\end{aligned}\tag{2.58}$$

Cada iteração pode ser resolvido de forma muito eficiente porque as equações estão aplicadas ao sistema descritor em vez da matriz A . Se o método usado para resolver os sistemas de equações for um método de fatoração triangular, como LU ou LDU, os mesmos fatores da solução de um dos sistemas podem ser aplicados na solução do outro, apenas considerando-os transpostos. Esse método é a base para os métodos de solução de polos dominantes de funções de transferência, como o método DPSE (*dominant pole spectrum eigensolver*) [46] e SDPA (*sequential dominant pole algorithm*) [47].

2.3.4.2 Algoritmo de polos dominantes sequencial (SDPA) aplicado ao problema eletromecânico

No caso do método SDPA, a formulação original encontrada em [47] considera um sistema genérico em função de s . Para aplicar esse método ao problema eletromecânico apresentado nas seções anteriores, é preciso simplificar as equações originais considerando o sistema linear $(sT - J)$ das equações anteriores no lugar do sistema genérico apresentado naquela referência. Com isso, a derivada desse sistema linear em relação a s é simplesmente T .

Sob essas hipóteses, dado um conjunto de funções de transferência de interesse (isto é, valores fixos para \underline{b} , \underline{c} e d) e uma estimativa inicial s_0 , o algoritmo de polos dominantes sequencial detalhado em [47] se torna idêntico ao algoritmo de polos dominantes apresentado na seção anterior, exceto que, na equação 2.58 o valor da atualização Δs_{k+1} é calculado de modo a eliminar a influência dos polos já calculados para as demais funções de transferência. A cada iteração k , esse efeito pode ser calculado como:

$$g(s_k) = \sum_j \frac{R_j}{s_k - \lambda_j}\tag{2.59}$$

Onde o somatório é calculado para todos os polos λ_j dominantes nas funções de transferência já consideradas na iteração k e R_j é o resíduo de cada um desses polos, cuja equação será mostrada a seguir.

A derivada 2.59 em função de s é dada por:

$$\frac{dg(s_k)}{ds_k} = - \sum_j \frac{R_j}{(s_k - \lambda_j)^2} \quad (2.60)$$

Com isso, a atualização de s_k a cada iteração eliminando o efeito das funções de transferência já calculadas naquela iteração é dado por:

$$\Delta s_{k+1} = \frac{u(s_k) - g(s_k) \cdot u(s_k)^2}{V^t(s_k) \cdot T \cdot X(s_k) - \frac{dg(s_k)}{ds_k} \cdot u(s_k)^2} \quad (2.61)$$

Para a primeira função de transferência a ser calculada na iteração k , $g(s_k) = \frac{dg(s_k)}{ds_k} = 0$ e, portanto, a atualização Δs_{k+1} é idêntica àquela do método DPA. A partir da segunda função de transferência selecionada, seu resíduo pode ser calculado pela equação 2.62:

$$R_{k+1} = \frac{g(s_k) \cdot u(s_k) - 1}{V^t(s_k) \cdot T \cdot X(s_k) - \frac{dg(s_k)}{ds_k} \cdot u(s_k)^2} \quad (2.62)$$

Capítulo 3

Conceitos básicos de confiabilidade

Neste capítulo é feita uma revisão da teoria de confiabilidade. Diferente de outras referências [48]–[50], optou-se aqui por fazer essa apresentação a partir da teoria da medida [51]. A apresentação tradicional da confiabilidade, como nas referências citadas, normalmente parte dos conceitos intuitivos de probabilidade e da teoria dos conjuntos e, utilizando um ferramental estatístico, desenvolve a metodologia de análise para o cálculo dos índices de confiabilidade utilizando “funções teste” para cada índice. A apresentação feita no presente trabalho utiliza o ferramental da teoria da medida e define os índices a partir de variáveis aleatórias, sobre um espaço de probabilidade. O fato de que a apresentação alternativa feita aqui, partindo de outros pressupostos matemáticos, chega ao mesmo resultado e ao mesmo método de simulação Monte Carlo não sequencial que a apresentação tradicional serve para demonstrar a solidez da teoria da confiabilidade, sob diversos pontos de vista matemáticos.

3.1 Definições básicas

3.1.1 Eventos e espaço amostral

Para o presente estudo, um **sistema** pode ser definido como um complexo de condições \mathfrak{S} que permite qualquer número de repetições [51]. Isto é, um sistema pode ser realizado (ou observado, ou simulado) várias vezes. Em um estudo probabilístico, cada realização do sistema é chamada de um **experimento aleatório** se seu resultado não puder ser predito com certeza antes da sua realização [52]. Cada possível resultado de um experimento aleatório, ou seja, cada uma das possíveis realizações de um sistema é chamada de um **evento elementar**, que será denotada aqui por ξ ; e o conjunto de todos os possíveis eventos elementares é chamado **espaço amostral**

que será denotado por Ξ . Em muitos casos, os eventos elementares são também chamados de **estados** do sistema¹.

Exemplo 3.1: *O estudo do tempo que uma linha de transmissão leva até falhar pode ser modelado considerando que o sistema é a linha de transmissão dentro de sua vida útil. O experimento aleatório, nesse caso, seria a verificação se a linha de transmissão falhou em dado instante de tempo. Cada evento elementar é ξ_t que representa o estado da linha de transmissão a cada t unidades de tempo e o espaço amostral é $\Xi = \{\xi_t\}$, $t \in \mathbb{R}_+$. Note que, nesse caso, o número de eventos elementares tem a mesma cardinalidade que o conjunto dos números reais ($|\mathbb{R}|$), isto é, Ξ é infinito e incontável (contínuo).*

Exemplo 3.2: *O estudo de um corredor formado por duas linhas de transmissão paralelas em um dado instante de tempo pode ser modelado considerando que o sistema é o par de linhas de transmissão em um dado instante de tempo fixo \hat{t} . Assumindo que cada linha de transmissão está modelada conforme o exemplo anterior, se a linha tiver falhado em algum instante de tempo $t < \hat{t}$, diz-se que no instante de tempo \hat{t} ela está em um estado de falha, D (down). Caso contrário, no instante de tempo \hat{t} ela está em um estado de operação, U (up). Assim, para o estudo em um instante de tempo fixo, o sistema pode ser encontrado em qualquer um dos seguintes estados: $\Xi = \{UU, UD, DU, DD\}$ onde UU representa o estado em que ambas as linhas de transmissão estão operando (up), UD representa o estado em que a linha de transmissão $L1$ está operando e a linha $L2$ está falhada (down) e assim sucessivamente. Nesse caso, o número de eventos é finito.*

Exemplo 3.3: *A potência gerada por uma turbina eólica em operação pode assumir qualquer valor entre um valor mínimo P_{min} e um valor máximo P_{max} dependendo das características construtivas da turbina e do valor da velocidade do vento naquele instante de tempo t . Nesse caso, o sistema é a turbina eólica e o que é fixo não é o instante de tempo, mas o fato de que a turbina eólica está em operação. Cada evento elementar é um possível valor de potência gerada pela turbina $\{\xi \in \mathbb{R} : P_{min} < P < P_{max}\}$ e o espaço amostral é $\Xi = (P_{min}, P_{max})$ ². Novamente temos um espaço amostral contínuo (incontável).*

Pelos exemplos anteriores, pode-se perceber que, dependendo do estudo a ser realizado,

¹Neste capítulo a palavra “estado” está sendo empregada em um sentido diferente do capítulo anterior. Além disso, para evitar confusão com as equações do capítulo anterior, as letras ξ e Ξ estão sendo utilizadas para representar os eventos elementares e o espaço amostral, respectivamente, em vez das letras ω e Ω , como é comum na literatura.

²Neste trabalho serão utilizados parênteses para denotar um intervalo aberto (isto é, que não inclui suas extremidades). Assim, um conjunto incontável qualquer (a, b) inclui todos os elementos que estão entre os valores a e b , mas exclui os próprios elementos a e b . Para incluir uma das extremidades, serão usados colchetes.

algumas das condições que caracterizam o sistema \mathfrak{S} podem ser fixas e outras variáveis e essas condições determinam o espaço amostral a ser considerado. Assim, no espaço amostral estão incluídos todos os eventos elementares do sistema que são julgados possíveis *a priori*.

O espaço amostral pode ser de dois tipos:

Espaço amostral contável: é um espaço amostral que, ou contém um número finito de eventos elementares, ou contém um número infinito de eventos elementares, mas eles são contáveis, isto é, cada evento elementar pode ser pareado com um número natural³.

Espaço amostral contínuo: é um espaço amostral que contém um número infinito e incontável de elementos⁴.

Seja como for, dado um espaço amostral Ξ é possível criar uma coleção⁵ 2^Ξ contendo todos os subconjuntos de Ξ , incluindo o conjunto vazio \emptyset . Essa coleção é chamada de **conjunto das partes** de Ξ ⁶.

Exemplo 3.4: No caso do exemplo 3.2, o conjunto das partes de Ξ é:

$$2^\Xi = \{\emptyset, \{UU\}, \{UU, UD\}, \{UU, UD, DU\}, \dots, \{UU, UD, DU, DD\}\} \quad (3.1)$$

Cada elemento do conjunto das partes de Ξ (isto é, cada subconjunto de Ξ) é chamado de um **evento aleatório**. No caso do exemplo anterior, um evento aleatório poderia ser $A = \{UD, DU, DD\}$. Note que os eventos elementares $\xi \in \Xi$ enquanto que os eventos aleatórios $A \subset \Xi$. Em outras palavras, os eventos aleatórios são conjuntos de eventos elementares. Assim, se algum $\xi \in A$, isto é, se o estado do sistema que foi realizado pertence a determinado subconjunto que representa um evento aleatório, diz-se que o evento aleatório A **ocorreu**. No caso do exemplo 3.4, poderia ser definido um evento A como sendo “a ocorrência de pelo menos uma falha”. Nesse caso, $A = \{UD, DU, DD\}$.

³Em outras palavras, um conjunto contável é um conjunto que pode ser enumerado, mesmo que seja infinito. Os conjuntos de números naturais, inteiros e racionais são todos contáveis.

⁴Um conjunto incontável é um conjunto infinito que não pode ser enumerado. O conjunto dos números reais, por exemplo, é incontável porque entre quaisquer 2 números reais existem infinitos outros números reais. Rigorosamente, em um espaço amostral contínuo pode acontecer de nem todos os elementos serem mensuráveis e, por isso, nem todos eles podem ser chamados de eventos elementares.

⁵O termo “coleção” se refere a um conjunto tal que cada um de seus elementos é, ele próprio, um conjunto.

⁶Note que 2^Ξ é apenas uma notação. Isso não se refere ao número 2 realmente elevado à potência Ξ .

Essa definição de eventos pode ser comparada com a intuição dos conceitos de probabilidade a partir da teoria dos conjuntos da seguinte forma [51]: se A e B são dois eventos, então,

- Se $X = A \cap B$ (interseção), diz-se que o evento X é definido como a ocorrência simultânea dos eventos A e B .
- Se $X = A \cup B$ (união), diz-se que o evento X é definido como a ocorrência de pelo menos um dos eventos A ou B .
- Se $X = A - B$, diz-se que o evento X é definido como a ocorrência do evento A sem a ocorrência de B .
- Se $A = \emptyset$, diz-se que o evento A é impossível.
- Se $A = \Xi$, diz-se que o evento A é certo (isto é, ele sempre ocorre)
- Se $A \cap B = \emptyset$, diz-se que os eventos A e B são incompatíveis ou mutuamente exclusivos.
- O conjunto complementar $\bar{A} = \Xi - A$ é chamado de evento oposto de A e consiste na não ocorrência de A (isto é, na ocorrência de qualquer evento que não seja A).
- Se $B \subset A$, isto é, se B é um subconjunto de A , diz-se que dada a ocorrência do evento B se segue inevitavelmente que A ocorreu.

A fim de aplicar os resultados da teoria da medida a esses conceitos de probabilidade e confiabilidade, é preciso tomar um conjunto $\mathcal{A} \subseteq 2^\Xi$ que satisfaz a certas propriedades:

1. $\emptyset \in \mathcal{A}$ e $\Xi \in \mathcal{A}$.
2. Se $A \in \mathcal{A}$, então $\bar{A} \in \mathcal{A}$.
3. \mathcal{A} é fechado sob uniões e interseções finitas, isto é, se A_1, A_2, \dots, A_n todos pertencem a \mathcal{A} , então $\bigcup_{i=1}^n A_i \in \mathcal{A}$ e, conseqüentemente, $\bigcap_{i=1}^n A_i \in \mathcal{A}$.

Quando um conjunto \mathcal{A} satisfaz essas propriedades, ele é chamado de uma **Álgebra** [52]. Se substituirmos $n = \infty$ na propriedade 3 (isto é, se o conjunto for fechado sob uniões e interseções contáveis), então \mathcal{A} será chamado de uma **σ -Álgebra**. Além disso, diz-se que uma σ -Álgebra é **gerada** a partir de um conjunto $\mathcal{C} \subset 2^\Xi$, se ela é a menor σ -Álgebra que contém \mathcal{C} e é denotada por $\sigma(\mathcal{C})$.

Alguns exemplos de σ -Álgebras incluem [52]:

- A σ -Álgebra trivial: $\mathcal{A} = \{\emptyset, \Xi\}$.

- Se $A \subset \Xi$, então $\mathcal{A} = \{\emptyset, A, \bar{A}, \Xi\}$ é uma σ -Álgebra.
- Se Ξ é contável, o conjunto das partes $\mathcal{A} = 2^\Xi$ é uma σ -Álgebra.

No caso de $\Xi \in \mathbb{R}$, é preciso usar a σ -Álgebra de Borel, \mathcal{B} , que é uma σ -Álgebra gerada por intervalos na reta real. Formalmente, $\mathcal{B} = \sigma(\mathcal{C})$, onde $\mathcal{C} = \{(a, b) : -\infty \leq a \leq b \leq \infty\}$, isto é, a σ -Álgebra de Borel é a menor σ -Álgebra que contém todos os intervalos abertos de números reais.

Pode ser demonstrado que é impossível definir probabilidades a todos os subconjuntos [dos números reais] de modo a satisfazer os axiomas [de uma σ -Álgebra]. Para construir um espaço de probabilidade sobre a reta real, nós precisamos considerar como eventos todos os intervalos $x_1 \leq x \leq x_2$ e suas uniões e interseções contáveis. Esses eventos formam uma Álgebra que pode ser especificada da seguinte forma:

É a menor álgebra de Borel que inclui todas as semirretas $x \leq x_i$, onde x_i é um número qualquer.

Essa álgebra contém todos os intervalos abertos e fechados, todos os pontos e, de fato, todos os conjuntos de pontos sobre a reta real que são de interesse para as aplicações. [...] é possível mostrar que existem conjuntos de pontos sobre a reta real que não são uniões ou interseções contáveis de intervalos. Esses conjuntos, contudo, não são de interesse para a maior parte das aplicações [53, p. 25].

A definição de uma σ -Álgebra é importante para o estudo de probabilidade. Na prática, para os propósitos deste trabalho, as seguintes σ -Álgebras são suficientes:

- Para Ξ contável, será usada $\mathcal{A} = 2^\Xi$ (o conjunto das partes de Ξ).
- Para Ξ contínuo (como nos exemplos 3.1 e 3.3), será usada a σ -Álgebra de Borel.

3.1.2 Espaço de probabilidade

Dado um sistema \mathfrak{S} , um par formado por espaço amostral Ξ e uma σ -Álgebra \mathcal{A} é chamado de um **espaço mensurável** [54]. Sobre um espaço mensurável é possível definir funções mensuráveis e funções medidas.

Uma **função mensurável** é uma função que leva de um espaço mensurável de origem para um outro espaço mensurável de destino sendo que todos os pontos no espaço mensurável de destino são mapeamentos de algum ponto no espaço mensurável

original. Formalmente, dado um conjunto Γ com σ -Álgebra \mathcal{G} e um conjunto Υ com σ -Álgebra \mathcal{Y} , uma função mensurável é uma função $f : (\Gamma, \mathcal{G}) \mapsto (\Upsilon, \mathcal{Y})$ tal que:

$$f^{-1}(v) = \{\gamma \in \Gamma : f(\gamma) \in v\}, \forall v \in \mathcal{Y} \quad (3.2)$$

Uma **função medida**, ou simplesmente, uma medida, é uma função mensurável real que sempre assume valores positivos, que pode ser aplicada a todos os eventos e que, se aplicada a uma união de eventos disjuntos assume o valor da soma das medidas aplicadas a cada evento. Formalmente, uma medida é uma função $\mu : \mathcal{A} \mapsto [0, \infty)$ ⁷ tal que:

$$\begin{aligned} \mu(A) &\geq \mu(\emptyset) = 0, & \forall A \in \mathcal{A} \\ \mu(\bigcup_i A_i) &= \sum_i \mu(A_i) \end{aligned} \quad (3.3)$$

Onde $A_i \in \mathcal{A}$ é uma sequência contável de conjuntos disjuntos.

A medida mais importante para este trabalho é obtida se, para cada conjunto $A \in \mathcal{A}$, for associado um número real não-negativo $P(A)$, chamado de **probabilidade do evento** A e que, no mundo real, está associado a certas propriedades práticas [51, p. 4]:

- (a) É praticamente certo que se o complexo de condições \mathfrak{S} for repetido um grande número de vezes, n , então se m for o número de ocorrências do evento A , a razão m/n vai diferir muito pouco de $P(A)$
- (b) Se $P(A)$ é muito pequeno, é praticamente certo que quando as condições \mathfrak{S} se realizarem apenas uma vez, o evento A não vai acontecer.

Matematicamente, uma **medida de probabilidade** é definida sobre uma σ -Álgebra \mathcal{A} de Ξ como uma função que satisfaz todas as condições necessárias para ser uma medida (3.3) e, além delas, também satisfaz as seguintes condições⁸:

$$\begin{aligned} P : \mathcal{A} &\mapsto [0, 1] \\ P(\Xi) &= 1 \end{aligned} \quad (3.4)$$

⁷Isto é, uma medida é uma função tal que, dado um conjunto $A \in \mathcal{A}$, ela retorna um valor $\mu(A) \in \mathbb{R}$, sendo $\mu(A)$ um valor maior ou igual que zero.

⁸Sendo rigorosos, “medida de probabilidade” se refere à função P e “probabilidade” se refere ao número $P(A) \in [0, 1]$.

Onde a primeira condição estabelece que a medida de probabilidade está limitada aos números reais entre 0 e 1 e a segunda condição estabelece que a probabilidade de todo o espaço amostral é de 100 %.

A partir dessa definição de medida de probabilidade, outras definições úteis podem ser feitas[52, p. 16–17]:

- Se $A, B \in \mathcal{A}$ e se $P(B) \neq 0$, então a **probabilidade condicional de A dado B**, que representa a fração de B que também está contida em A ou a probabilidade de que A ocorra dado que B ocorreu, é definida como:

$$P(A|B) \triangleq \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad (3.5)$$

- Se $A, B \in \mathcal{A}$ e se $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ diz-se que os eventos A e B são **eventos independentes**.
- Se $A_1, A_2, \dots, A_n \in \mathcal{A}$, diz-se que esses eventos são **mutuamente independentes** se $P(\cap_{i=1}^n A_i) = \prod_{i=1}^n P(A_i)$
- Se $A_1, A_2, \dots, A_n, B \in \mathcal{A}$, diz-se que esses eventos são **condicionalmente independentes** dado B , se $P(\cap_{i=1}^n A_i|B) = \prod_{i=1}^n P(A_i|B)$

Pelo fato da função P ser uma medida, ela tem as seguintes propriedades, dados $A, B \in \mathcal{A}^9$:

- Se $A = \emptyset$, então $P(A) = 0$. O contrário não é verdade: Se $P(A) = 0$, isso não significa que $A = \emptyset$.
- Se $A_1, A_2, \dots \in \mathcal{A}$, então $P(\cup_{i=1}^n A_i) = \sum_{i=1}^n P(A_i)$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$
- Se $A, B \in \mathcal{A}$, então $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- (monotonicidade) Se $A \subset B \in \mathcal{A}$, então $P(A) \leq P(B)$.
- (subaditividade) Se $A_1, A_2, \dots \in \mathcal{A}$, então $P(\cup_{i=1}^{\infty} A_i) \leq \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$
- (continuidade por baixo) Se $A_1 \subset A_2 \subset A_3 \dots \in \mathcal{A}$, então

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \lim_{i \rightarrow \infty} P(A_i) \quad (3.6)$$

- (continuidade por cima) Se $A_1 \supset A_2 \supset A_3 \dots \in \mathcal{A}$, então

⁹Para uma prova dessas e das propriedades seguintes veja [52, p. 9, 17–18] e [55, p. 30–31]

$$P\left(\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \lim_{i \rightarrow \infty} P(A_i) \quad (3.7)$$

E, pelas restrições adicionais à definição da medida de probabilidade (condições 3.4), as seguintes propriedades adicionais são conhecidas, dados $A, B \in \mathcal{A}$:

- $P(A) = 1 - P(\bar{A})$
- (regra de Bayes) Se $A, B \in \mathcal{A}$, e $P(A) > 0$ e $P(B) > 0$, então

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)} \quad (3.8)$$

- (regra da cadeia) Se $A_1, A_2, \dots, A_n \in \mathcal{A}$ e $P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{n-1}) > 0$, então

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2|A_1) \cdot P(A_3|A_1 \cap A_2) \dots \cdot P(A_n|A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{n-1}) \quad (3.9)$$

- (regra da partição) Se $A_1, A_2, \dots, A_n \in \mathcal{A}$ tais que $\cup_{i=1}^n A_i = \Xi$ e $A_i \cap A_j = \emptyset$ se $i \neq j$, então

$$P(\Xi) = \sum_{i=1}^n P(A_i) \quad (3.10)$$

Aqui fica aparente o motivo por que é necessário definir uma σ -Álgebra. Note que a medida de probabilidade P precisa poder ser aplicada não apenas a cada evento aleatório individual A , mas também ao conjunto vazio \emptyset , ao complemento de A , \bar{A} , e à união entre dois ou mais eventos aleatórios. Por isso, o que quer que fosse considerado como a origem de P precisava conter não apenas cada evento aleatório, mas também precisava conter o conjunto vazio, o evento complementar a cada evento e todas as possíveis uniões entre eventos. Essas são precisamente as propriedades que foram consideradas anteriormente para a σ -Álgebra.

Com a definição de medida de probabilidade, fica completo um trio (Ξ, \mathcal{A}, P) , que é chamado de **espaço de probabilidade**. Em outras palavras, um espaço de probabilidade é um trio formado por um espaço amostral Ξ de onde podem vir os eventos elementares, uma σ -Álgebra \mathcal{A} de onde podem vir os eventos aleatórios e uma função P que faz um mapeamento de um evento aleatório em um número real contido entre 0 e 1. A forma do espaço de probabilidade depende da forma

do espaço amostral. Quando o espaço amostral é contável, tem-se um **espaço de probabilidade discreto**. Quando o espaço amostral é contínuo, tem-se um **espaço de probabilidade contínuo**.

Note que a forma como a medida de probabilidade é definida depende inteiramente do estudo a ser realizado, isto é, das condições estabelecidas *a priori* para o sistema \mathfrak{S} . No caso do estudo da confiabilidade de sistemas de potência, por exemplo, cada evento elementar pode ser definido como um estado do sistema (isto é, uma combinação do estado de cada componente do sistema). Então, a probabilidade de um evento elementar (um estado do sistema) pode ser definida como sendo o produto das probabilidades dos estados de cada componente do sistema.

Exemplo 3.5: *No caso do exemplo 3.2, suponha que a probabilidade de que cada linha de transmissão não esteja operando (down) seja 0.5 %. Como as linhas estão modeladas a apenas dois estados, isso significa que a probabilidade de que cada linha de transmissão esteja operando (up) é 99.5 %. Então é possível calcular o valor da medida de probabilidade de cada um dos eventos elementares¹⁰:*

- $P(DD) = 0.005 \cdot 0.005 = 0.0025 \%$
- $P(DU) = 0.005 \cdot (1 - 0.005) = 0.4975 \%$
- $P(UD) = (1 - 0.005) \cdot 0.005 = 0.4975 \%$
- $P(UU) = (1 - 0.005) \cdot (1 - 0.005) = 99.0025 \%$

Como requerido pela definição temos que, para eventos disjuntos quaisquer, $P(\cup_{i=1}^{\infty} A_i) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$. Além disso,

$$\begin{aligned}
 P(\Xi) &= P(\{UU, UD, DU, DD\}) \\
 &= P(UU) + P(UD) + P(DU) + P(DD) \\
 &= 1
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

¹⁰Sendo rigorosos, a notação dessa lista deveria ser $P(\{DD\}), P(\{DU\})$ etc., já que a origem da medida de probabilidade é \mathcal{A} e não Ξ . Daqui para frente, porém, será usada essa notação simplificada.

3.2 Variáveis aleatórias

3.2.1 Tipos de variáveis aleatórias

O trio (Ξ, \mathcal{A}, P) define um modelo para estudos de probabilidade. No entanto, uma análise de confiabilidade consiste em mais do que apenas calcular as probabilidades de eventos. Na análise de confiabilidade de sistemas existe ainda o interesse em **índices** que permitam comparar diversas alternativas para o planejamento ou para a operação dos sistemas. O conceito matemático utilizado para calcular esses índices é o das variáveis aleatórias. Uma variável aleatória é uma função cujos valores dependem do experimento aleatório.

A função X sobre o espaço de medida Ξ é chamada de uma variável aleatória apenas se questões de probabilidade a respeito dos valores de X possam ser respondidas. Um exemplo desse tipo de questão é “qual é a probabilidade de que [o valor de] X esteja entre α e β ?” Na linguagem da teoria da medida: “qual é a medida do conjunto dos pontos x para o qual a desigualdade $\alpha \leq X(x) \leq \beta$ é satisfeita?” [56, p. 188]¹¹.

Formalmente, uma **variável aleatória** é uma função $X : \Xi \mapsto \mathbb{R}$ tal que¹²:

$$\{X \leq x\} \triangleq \{\xi \in \Xi : X(\xi) \leq x\} \in \mathcal{A} \quad (3.12)$$

Pode ser provado que, se Ξ é contável, qualquer função $X : \Xi \mapsto \mathbb{R}$ é uma variável aleatória [54, p. 9].

Agora note algumas diferenças entre essa definição de variável aleatória e a definição da função de probabilidade P nas condições 3.4:

1. Enquanto a origem da função de probabilidade é toda a σ -Álgebra, basta que a origem da variável aleatória seja Ξ . Em outras palavras, não é necessário poder aplicar a função X a todos os subconjuntos do espaço amostral (eventos aleatórios), mas apenas aos elementos desse espaço (eventos elementares).
2. Além disso, enquanto a imagem da função de probabilidade está limitada a valores entre 0 e 1, a imagem de uma variável aleatória pode estar em todo o conjunto real. Isso não significa, contudo, que a variável aleatória possa assumir todos os valores reais. De fato, se Ξ for contável, X assumirá apenas

¹¹Foi feita a tradução com a correspondência entre as notações.

¹²Isto é, a variável aleatória é tal que, dado um evento $\xi \in \Xi$, ela retorna um valor $X(\xi) \in \mathbb{R}$ que satisfaz essa condição. Qualquer função que satisfaz essa condição é chamada de **função mensurável**.

um conjunto contável de valores reais (a imagem de cada elemento de Ξ). Uma variável aleatória com essa propriedade é chamada de uma **variável aleatória discreta**. Se, por outro lado, Ξ for contínuo, a variável aleatória é chamada de uma **variável aleatória contínua**.

Em outras palavras, uma variável aleatória é uma função mensurável, mas não precisa necessariamente ser uma medida, nem uma medida de probabilidade. Juntas, as duas observações anteriores adicionam a flexibilidade necessária ao modelo para o cálculo, não apenas da probabilidade de certos eventos ocorrerem, mas ainda de diversos outros valores de interesse que atuam como índices para a análise de confiabilidade.

Exemplo 3.6: *No caso do exemplo 3.5, suponha que esse par de linhas de transmissão é o único corredor que supre uma carga de 1000MW e que esse é também o valor da base de potência para o sistema. Suponha ainda que as duas linhas de transmissão são idênticas e que cada uma delas pode carregar 500MW. Nesse caso, poderia ser definida uma variável aleatória L como sendo a medida do valor da “potência não suprida” por esse sistema à carga. Assim, é possível calcular o valor que essa variável aleatória assume para cada um dos eventos elementares considerados para esse sistema:*

- $L(UU) = 0$ [p.u.]
- $L(UD) = 0.5$ [p.u.]
- $L(DU) = 0.5$ [p.u.]
- $L(DD) = 1$ [p.u.]

Uma utilidade imediata da definição de variáveis aleatórias é que essas funções podem ser usadas como indicadores para a definição de eventos aleatórios que podem ser de interesse.

Exemplo 3.7: *Continuando o exemplo anterior, a partir da variável aleatória L , poderia ser definido o evento aleatório Λ como sendo “o evento em que ocorre perda de carga”. Formalmente,*

$$\Lambda = \{\xi \in \Xi : L(\xi) > 0\} \quad (3.13)$$

Nesse caso, $\Lambda = \{UD, DU, DD\}$. Note que $\Lambda \in \mathcal{A}$. Além disso, como todos os eventos elementares são, por definição, mutuamente exclusivos, pode ser calculado um valor de “probabilidade de perda de carga”, como sendo:

$$\begin{aligned}
P(\Lambda) &= P(UD) + P(DU) + P(DD) \\
&= 0.004975 + 0.004975 + 0.000025 \\
&= 0.9975\%
\end{aligned} \tag{3.14}$$

Em outras palavras, a probabilidade de perda de carga (ou loss of load probability, LOLP) para esse sistema é de $LOLP = 0.9975\%$.

O que está sendo indicado aqui é que os índices que são tradicionalmente definidos para a confiabilidade podem ser calculados a partir dessa definição de variáveis aleatórias e com base na teoria da medida. Tanto a definição dos índices com base em variáveis aleatórias e funções medidas apresentada aqui, como a definição tradicional, feita através de “funções teste” [48], chegam aos mesmos valores no fim das contas. Este capítulo apenas apresenta uma forma alternativa de formular os índices de confiabilidade por um outro ponto de vista.

3.2.2 Distribuições de probabilidade

A fim de estudar as variáveis aleatórias, é útil definir uma **função distribuição acumulada** (ou *cumulative distribution function, CDF*) como sendo $F : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ tal que:

1. F é não decrescente, isto é, se $x \leq y$, então $F(x) \leq F(y)$.
2. F é contínua pela direita, isto é, $\lim_{x \rightarrow a^+} F(x) = F(a)$.
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} F(x) = 1$.
4. $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0$.

Se F estiver associada a uma variável aleatória qualquer X , então, $F(x)$ pode ser interpretado como a probabilidade de essa variável aleatória ter valor menor que x , isto é¹³,

$$F(x) = P(X < x) \tag{3.15}$$

Se a variável aleatória X é discreta, pode ser definida uma **função massa de probabilidade** (ou *probability mass function, PMF*) como a função $f : \mathbb{R} \mapsto [0, 1]$ tal que

¹³A notação $P(X < x)$ significa realmente $P(\xi)$, tal que $\{\xi \in \Xi : X(\xi) < x\}$. O mesmo é válido para as notações $P(X = x)$, ou $P(a \leq X \leq b)$.

$$f(x) = P(X = x) \tag{3.16}$$

Se, por outro lado, a variável aleatória X é contínua, pode ser definida uma **função densidade de probabilidade** (ou *probability density function, PDF*) como uma função $f : \mathbb{R} \mapsto [0, \infty]$ tal que

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(u) du, \forall x \in R \tag{3.17}$$

Se essa integral existe. Nesse caso,

$$\int_a^b f(x) dx = P(a \leq X \leq b) \tag{3.18}$$

As figuras 3.1 e 3.2 ilustram algumas distribuições de probabilidade comuns [57].

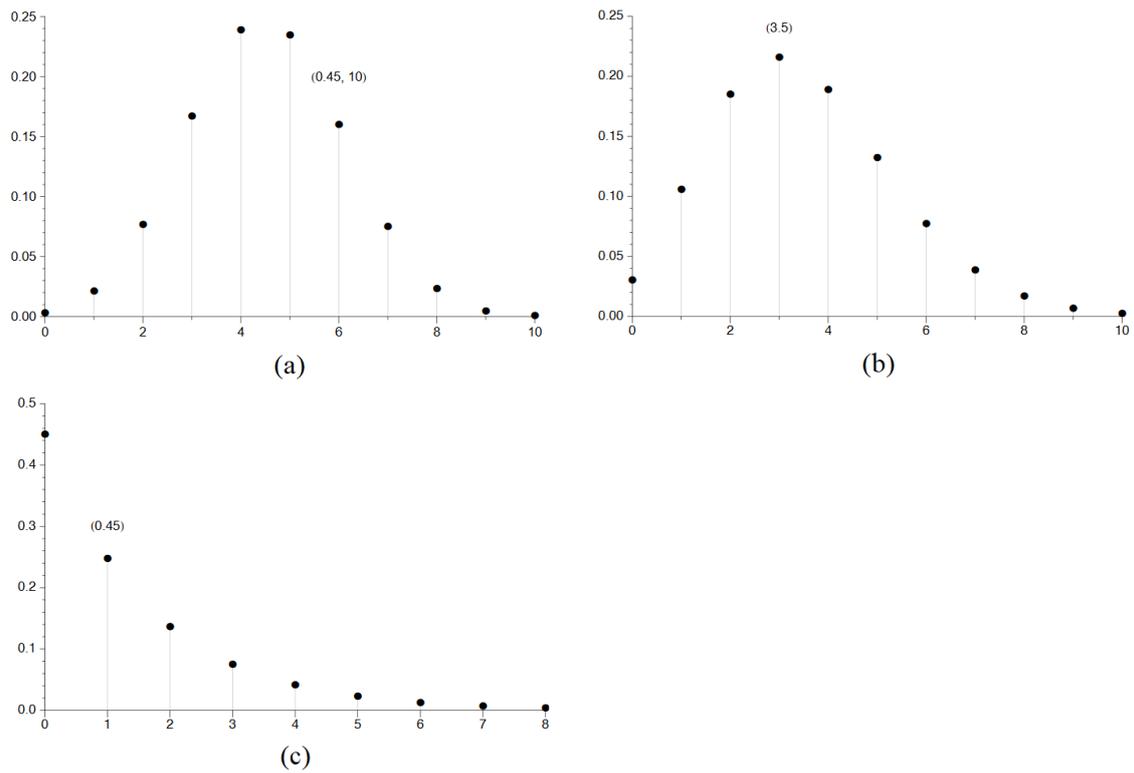


Figura 3.1: Distribuições de probabilidade discretas

Binomial (p, n): ilustrada na figura 3.1 (a), é uma distribuição discreta usada para modelar o número de sucessos com probabilidade p em um dado número de experimentos aleatórios binários idênticos (n), como o número de “caras” ao jogar uma moeda cinco vezes:

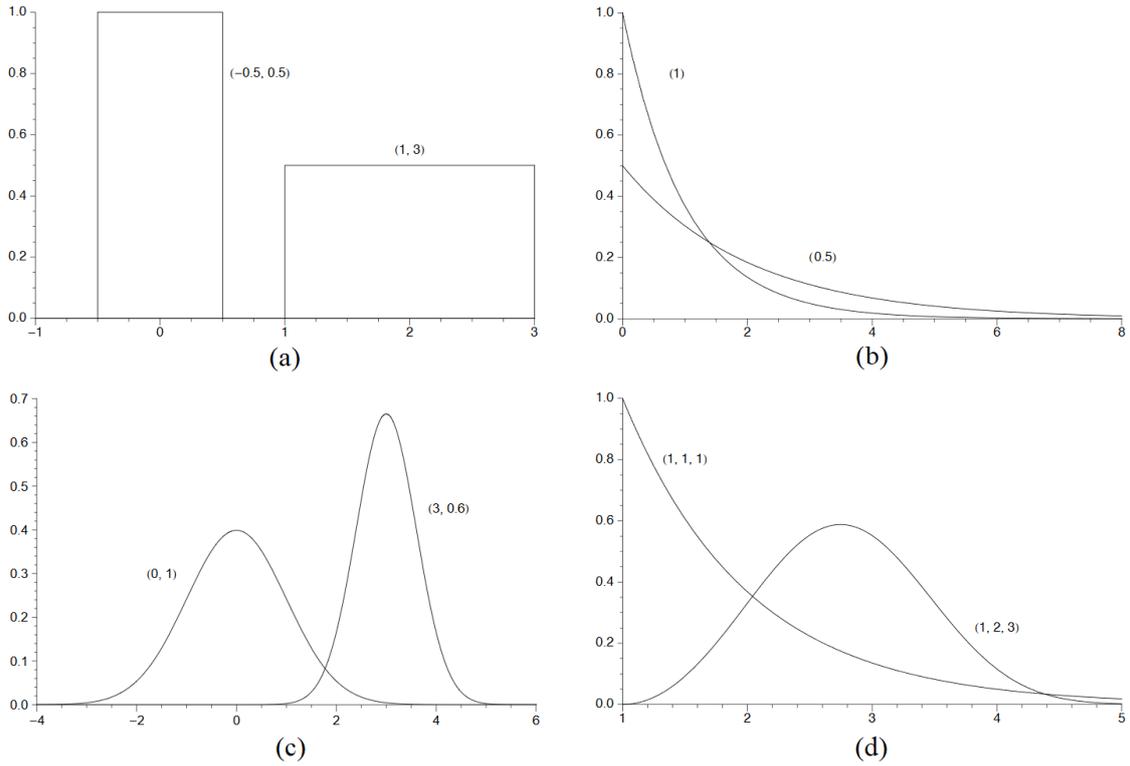


Figura 3.2: Distribuições de probabilidade contínuas

$$f(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} \quad (3.19)$$

Poisson (λ): ilustrada na figura 3.1 (b), é uma distribuição discreta que conta o número de eventos que ocorrem em um intervalo de tempo fixo, dado que esses eventos ocorrem a uma taxa média λ :

$$f(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{\lambda!} \quad (3.20)$$

Geométrica (p): ilustrada na figura 3.1 (c), é uma distribuição discreta que conta o número de tentativas necessárias até observar um sucesso, onde cada tentativa é independente e tem probabilidade de sucesso p :

$$f(x) = p(1-p)^x \quad (3.21)$$

Uniforme (a, b): ilustrada na figura 3.2 (a), é uma distribuição contínua tal que intervalos de igual comprimento na origem têm igual probabilidade:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{se } x \in [a, b] \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.22)$$

Exponencial (λ): ilustrada na figura 3.2 (b), é uma distribuição contínua muito usada em confiabilidade para modelar o tempo de operação de um equipamento:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{se } x \geq 0 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.23)$$

Normal (μ, σ): ilustrada na figura 3.2 (c), é uma distribuição contínua usada para modelar variáveis aleatórias que se assume sejam causadas por uma composição de muitos pequenos efeitos (como erros de medição, por exemplo):

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (3.24)$$

Weibull (α, λ, k): ilustrada na figura 3.2 (d), é uma distribuição contínua usada em confiabilidade para modelar o comportamento da velocidade do vento [58]:

$$f(x) = \frac{k}{\lambda} \left(\frac{x - \alpha}{\lambda} \right)^{k-1} e^{-\left(\frac{x-\alpha}{\lambda}\right)^k} \quad (3.25)$$

Além da CDF e da PMF/PDF, outra função que caracteriza uma distribuição de probabilidade e que é muito utilizada nos estudos de confiabilidade de sistemas é a função risco. Formalmente, a **função risco** ou **taxa de risco** de uma variável aleatória $X(\xi)$ em relação a um valor x é definida como $h : \mathbb{R} \mapsto [0, \infty]$ tal que [50]:

$$H(x) = \frac{f(x)}{1 - F(x)} \quad (3.26)$$

Exemplo 3.8: Considere uma PDF exponencial. Neste caso, para $x \geq 0$, temos

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \quad (3.27)$$

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda x} \quad (3.28)$$

$$\implies H(x) = \frac{f(x)}{1 - F(x)} = \frac{\lambda e^{-\lambda x}}{e^{-\lambda x}} = \lambda \quad (3.29)$$

Isto é, em uma distribuição de probabilidade exponencial, a taxa de risco é constante.

3.2.3 Média, variância e momentos

Anteriormente, o valor da probabilidade de perda de carga para o sistema no exemplo 3.7 foi calculado. Contudo, geralmente existe interesse também no valor esperado dessas variáveis. Formalmente, o **valor esperado** de uma variável aleatória X é a expectativa matemática dessa variável. Considerando $\mathcal{X} = \{X(\xi)\}$, $\forall \xi \in \Xi$ como sendo a **imagem da variável aleatória** X , isto é, como sendo todos os valores que ela pode tomar e considerando que a PMF dessa variável aleatória é f , a expectativa matemática de X é definida como:

$$E(X) = \sum_{x \in \mathcal{X}} xf(x) \quad (3.30)$$

No caso de uma variável aleatória contínua X que pode assumir valores $x \in \mathcal{X}$ com PDF f , a expectativa matemática de X é definida como

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x) dx \quad (3.31)$$

Exemplo 3.9: *Voltando ao caso do exemplo 3.7, já foi definida uma variável aleatória L como uma medida da “potência não suprida”. E já foi verificado que L pode assumir os valores $\mathcal{L} = \{0, 0.5, 1\}$. Pode ser definida a função massa de probabilidade, PMF de L como sendo $f(x) = P(L = x)$:*

- $L = 0$ quando o estado do sistema é UU , portanto, $f(0) = P(UU) = 99.0025$ %.
- $L = 0.5$ quando o estado do sistema é UD ou DU , portanto, $f(0.5) = P(UD) + P(DU) = 2 \cdot 0.4975 = 0.995$ %.
- $L = 1$ quando o estado do sistema é DD , portanto, $f(1) = P(DD) = 0.0025$ %.

Agora pode ser calculado o valor esperado de L como sendo:

$$\begin{aligned}
E(L) &= \sum_{x \in \mathcal{L}} x \cdot f(x) \\
&= 0 \cdot f(0) + 0.5 \cdot f(0.5) + 1 \cdot f(1) \\
&= 0 \cdot 0.990025 + 0.5 \cdot 0.00995 + 1 \cdot 0.000025 \\
&= 0.005 \text{ p.u.}
\end{aligned} \tag{3.32}$$

O valor $E[L]$ é o valor da *expectância matemática* da variável aleatória L , que é definido como a *potência não suprida*. Em outras palavras, o valor esperado da *potência não suprida* (expected power not supplied, EPNS) nesse sistema é de $EPNS = 0.005$ p.u.

A partir da definição de valor esperado nas equações 3.30 e 3.31, podem ser definidos dois outros importantes conceitos. O **momento inicial** de ordem k pode ser definido como $m^k(X) = E(X^k)$ e o **momento central** de ordem k como sendo $M^k(X) = E[(X - E(X))^k]$. Alguns desses momentos têm um significado especial e, por isso, tem nomes especiais.

Média: o momento inicial de ordem 1 é chamado de **média** e é igual ao valor esperado da variável. A média indica a tendência central e fornece um valor em torno do qual a variável aleatória está distribuída. Entretanto, “*duas ou mais variáveis aleatórias podem ter o mesmo valor médio mas os desvios desse valor podem ter formas diferentes*” [50, p. 14] por causa da diferença da distribuição dessas variáveis.

Variância: o momento central de ordem 2 é chamado de **variância**. A variância fornece uma informação a respeito do “*espalhamento*” dos valores em torno da média. Isso fica muito claro quando a distribuição da variável aleatória é normal, mas é válido para variáveis aleatórias de qualquer distribuição.

Coefficiente de obliquidade: note que, se a PDF (ou PMF) de X for simétrica em torno da média, isto é, se ela apresentar o mesmo valor para pontos equidistantes do ponto médio, então os momentos centrais de ordem ímpar são nulos. Isso sugere que $M^3(X)$, por exemplo, possa ser usado para determinar o quão “*torta*” é a PDF (ou PMF) de X . De fato, a quantidade adimensional $\frac{M^3(X)}{\sigma(X)}$ é chamada de **coeficiente de obliquidade** da variável aleatória X .

Exemplo 3.10: No caso do sistema do exemplo 3.9, a média da variável aleatória L já foi calculada e vale $E(L) = 0.005$ p.u. Agora pode ser calculada a variância desse valor:

$$\begin{aligned}
\sigma^2(L) &= \sum_{x \in \mathcal{L}} (x - E(L))^2 \cdot f(x) \\
&= (0 - 0.005)^2 \cdot f(0) \\
&\quad + (0.5 - 0.005)^2 \cdot f(0.5) \\
&\quad + (1 - 0.005)^2 \cdot f(1) \\
&= 0.002377 \text{ p.u.}^2
\end{aligned} \tag{3.33}$$

Isto é, o valor da variância da potência não suprida nesse sistema é de 0.002377 p.u.². Essa unidade para a variância (p.u.²), embora correta, pode ser incômoda. Por isso, muitas vezes em vez de trabalhar diretamente com a variância, se trabalha com um outro valor similar, chamado de **desvio padrão** e definido como a raiz quadrada da variância. Nesse caso,

$$\sigma(L) = \sqrt{\sigma^2(L)} = 0.0487 \text{ p.u.} \tag{3.34}$$

Exemplo 3.11: Para uma variável aleatória qualquer X com PDF exponencial, a média pode ser calculada da seguinte forma:

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx = \int_0^{\infty} x \lambda e^{-\lambda x} dx \tag{3.35}$$

Uma vez que $f(x)$ é 0 fora desse intervalo. Substituindo a variável $y = \lambda x$,

$$E(X) = \int_0^{\infty} y e^{-y} \left(\frac{dy}{\lambda} \right) = \frac{1}{\lambda} \int_0^{\infty} y e^{-y} dy \tag{3.36}$$

$$E(X) = \frac{1}{\lambda} \left[-e^{-y} + e^{-y} \right]_0^{\infty} = \frac{1}{\lambda} \tag{3.37}$$

3.3 Múltiplas variáveis aleatórias

Até agora este capítulo tem trabalhado com variáveis aleatórias reais, isto é, dado um espaço de probabilidade (Ξ, \mathcal{A}, P) , $X : \Xi \mapsto \mathbb{R}$. Contudo, em muitas aplicações, inclusive na análise de confiabilidade de sistemas, é interessante considerar não apenas uma variável aleatória real, mas considerar variáveis aleatórias complexas e até mesmo múltiplas variáveis interagindo entre si. Este é o objeto dessa seção.

3.3.1 Vetores aleatórios

Para trabalhar com várias variáveis aleatórias, pode ser definido um **vetor aleatório** como $\underline{X} : \Xi \mapsto \mathbb{R}^n$ para algum valor de $n \in \{1, 2, \dots\}$ [54]. A imagem desse vetor aleatório é, então, $\mathcal{X} = \{\underline{X}(\xi)\}, \forall \xi \in \Xi$. O caso em que $n = 1$ é o das mesmas variáveis aleatórias definidas anteriormente. Nos demais casos, o estudo dos vetores aleatórios pode ser feito definindo uma **função distribuição de probabilidade acumulada conjunta** (*joint (cumulative) distribution function*), CDF conjunta, como sendo $F : \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}$ tal que:

$$F(\underline{x}) \triangleq P(\{\xi \in \Xi : X_1(\xi) \leq x_1, X_2(\xi) \leq x_2, \dots, X_K(\xi) \leq x_K\}), \forall \underline{x} \in \mathbb{R}^n \quad (3.38)$$

Ou seja, $F(x, y)$ pode ser interpretado como a probabilidade de que cada componente desse vetor aleatório tenha valor menor que a componente correspondente de \underline{x} , isto é, $F(x, y) = P((\underline{X}_1 < x) \cap P(\underline{X}_2 < y >))$.

Note que as propriedades de F são similares às do caso anterior:

1. F é não decrescente, isto é, se $\underline{x} \leq \underline{y}$, então $F(\underline{x}) \leq F(\underline{y})$.
2. F é contínua pela direita, isto é, $\lim_{\underline{x} \rightarrow \underline{a}^+} F(\underline{x}) = F(\underline{a})$.
3. $\lim_{\underline{x} \rightarrow \infty} F(\underline{x}) = 1$.
4. $\lim_{\underline{x} \rightarrow -\infty} F(\underline{x}) = 0$.

Nesse caso, $\underline{x} \rightarrow \infty$ significa que cada coordenada \underline{x}_i vai para ∞ e assim sucessivamente.

Para simplificar a apresentação das equações, daqui para frente a apresentação será feita para $n = 2$ e as componentes de $\underline{X} \in \mathbb{R}^2$ serão denominadas $x = \underline{x}_1, y = \underline{x}_2$. Assim, $F(\underline{x}) = F(x, y)$. É fácil estender essas equações para o caso em que n é arbitrário.

Exemplo 3.12: A figura 3.3¹⁴ ilustra uma variável aleatória $\underline{X} \in \mathbb{R}^2$. Os pontos representam alguns pares (x_i, y_i) que pertencem à imagem de \underline{X} . Nesse caso, $F(x, y)$ é a probabilidade de que o vetor aleatório \underline{X} pertença à região sombreada (por exemplo).

Note que a CDF conjunta de um vetor aleatório contém toda a informação necessária

¹⁴Disponível em https://www.probabilitycourse.com/chapter5/5_1_2_joint_cdf.php, acesso em Maio de 2018.

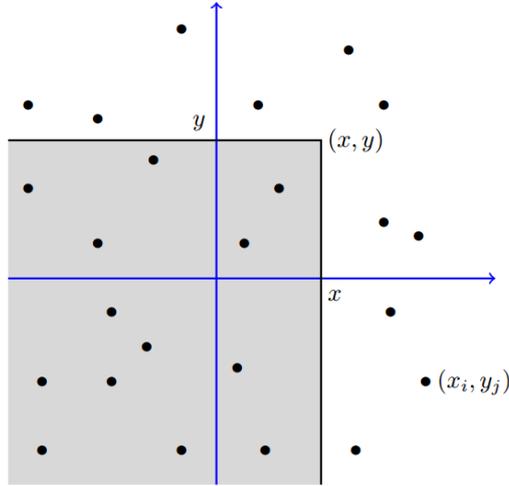


Figura 3.3: Função distribuição de probabilidade acumulada conjunta

para estudar o vetor aleatório \underline{X} . Isso significa, em particular, que se pode obter a CDF de qualquer uma das componentes de \underline{X} . Nesse caso, essa CDF é chamada de **função distribuição de probabilidade marginal** (*marginal (cumulative) distribution function*), CDF marginal, e é definida como:

$$\begin{aligned} F_x(x, y) &= \lim_{y \rightarrow \infty} F(x, y) \\ F_y(x, y) &= \lim_{x \rightarrow \infty} F(x, y) \end{aligned} \quad (3.39)$$

Se o vetor aleatório \underline{X} é discreto, pode ser definida uma **função massa de probabilidade conjunta** (ou *joint probability mass function*), PMF conjunta, como a função $f : \mathbb{R}^2 \mapsto [0, 1]$ tal que

$$f(x, y) = \sum_{(x, y) \in \mathcal{X}} P((\underline{X}_1 = x) \cap P(\underline{X}_2 = y)), \forall x, y \in R \quad (3.40)$$

Nesse caso, a PMF marginal seria

$$f_x(x, y) = \sum_{y \in \mathcal{X}_y} P((\underline{X}_1 = x) \cap P(\underline{X}_2 = y)), \forall x \in R \quad (3.41)$$

Se, por outro lado, o vetor aleatória \underline{X} é contínuo, pode ser definida uma **função densidade de probabilidade** (ou *probability density function*), PDF conjunta, como uma função $f : \mathbb{R}^2 \mapsto [0, \infty]$ tal que

$$F(x, y) = \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^y f(u, v) dv du, \forall x, y \in R \quad (3.42)$$

Se essa integral existe. Nesse caso,

$$\int_{a_1}^{b_1} \int_{a_2}^{b_2} f(x, y) dy dx = P(a_1 \leq x \leq b_1, a_2 \leq y \leq b_2) \quad (3.43)$$

E a PDF marginal seria

$$f_x(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dy, \forall x \in R \quad (3.44)$$

Com isso, no caso de uma variável aleatória discreta \underline{X} que pode assumir valores $x, y \in \mathcal{X}$ com PMF f , a expectativa matemática de \underline{X} para a dimensão x é definida como

$$E(x) = \sum_{y \in \mathcal{X}_y} x f(x, y) \quad (3.45)$$

No caso de uma variável aleatória contínua \underline{X} que pode assumir valores $x, y \in \mathcal{X}$ com PDF f , a expectativa matemática de \underline{X} para o índice i é definida como

$$E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x, y) dy \quad (3.46)$$

Em todo caso [52],

- O **vetor médio** é definido como

$$\underline{\mu} \triangleq [E(x), E(y)] \quad (3.47)$$

- A **variância** na dimensão x é definida como

$$\sigma_x^2 \triangleq E[(x - E(x))^2] = E(x^2) - E(x)^2 \quad (3.48)$$

- O **desvio padrão** na dimensão x é definida como

$$\sigma_x = \sqrt{\sigma_x^2} \quad (3.49)$$

- A **covariância** entre as dimensões x e y é definida como

$$\sigma_{xy}^2 \triangleq E[(x - E(x)) \cdot (y - E(y))] = E(xy) - E(x)E(y) \quad (3.50)$$

- O **coeficiente de correlação** (de Pearson) entre as dimensões x e y é definido como

$$\rho_{xy} \triangleq \frac{\sigma_{xy}^2}{\sigma_x \cdot \sigma_y} \quad (3.51)$$

Note que $\sigma_{xx}^2 = \sigma_x^2$, isto é, a covariância de uma variável com ela mesma é a variância dessa variável (ou nessa dimensão) e que $\rho_{xx} = 1$, isto é, o coeficiente de correlação de uma variável com ela mesma é 1.

3.3.2 Variáveis aleatórias complexas

No caso específico da confiabilidade do ponto de vista de pequenos sinais, um certo conjunto de variáveis aleatórias é de particular interesse: o caso das variáveis aleatórias complexas. Uma **variável aleatória complexa** pode ser definida como sendo uma função $Z : \Xi \mapsto \mathbb{C}$ tal que $Z \triangleq X + jY$, onde X e Y são variáveis aleatórias (reais) como definido anteriormente [59].

Nesse caso, pode ser definida a **função distribuição de probabilidade acumulada**, CDF, de uma variável aleatória complexa como sendo:

$$F(z) = P(Z \leq z) \triangleq F(x, y), \forall z = x + jy \in \mathbb{C} \quad (3.52)$$

Isto é, a CDF de uma variável aleatória complexa é a CDF conjunta do vetor aleatório formado por seus componentes reais. Analogamente, a **função massa de probabilidade** no caso de uma variável aleatória complexa discreta e a **função densidade de probabilidade** no caso de uma variável aleatória complexa contínua são definidas $f(z) \triangleq f(x, y)$, onde $f(x, y)$ é, respectivamente, a PMF ou a PDF conjunta do vetor aleatório $[x, y]$.

A expectância da variável aleatória complexa é definida como $E(z) \triangleq E(x) + jE(y)$ e existe sempre que $E(x)$ e $E(y)$ existem.

3.3.3 Sequências de variáveis aleatórias

Esta seção trata de sequências de variáveis aleatórias e processos estocásticos. Para simplificar as equações, será assumido que as variáveis aleatórias são reais, embora a

extensão para o caso de vetores aleatórios e variáveis aleatórias complexas possa ser feita de forma análoga à que foi feita anteriormente.

Suponha um experimento aleatório repetido n vezes, sob as mesmas condições e sendo cada vez independente das demais. E suponha que, a cada execução i do experimento aleatório, seja realizada uma medida, codificada na variável aleatória X . Nesse caso, n “cópias” de X serão obtidas. Elas podem ser denotadas por:

$$[X_i]_{1 \leq i \leq n} \triangleq [X_1, X_2, \dots, X_n] \quad (3.53)$$

Onde cada um dos X_i fornece uma medição aleatória de algum evento $\xi \in \Xi$ (o estado observado em cada experimento). Qualquer coleção ordenada de variáveis aleatórias é chamada de **sequência de variáveis aleatórias**. E, dadas as condições mencionadas anteriormente para a realização do experimento que gerou essas variáveis aleatórias, essa é uma sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas.

Formalmente, uma **sequência de variáveis aleatórias independentes** é uma sequência de variáveis aleatórias $[X_i]_{1 \leq i \leq n}$ em que a seguinte condição é satisfeita:

$$f(X_1, \dots, X_n) = \prod_{i=1}^n f_{X_i}(X_1, \dots, X_n) \quad (3.54)$$

Isto é, uma sequência de variáveis aleatórias é independente se a PMF/PDF conjunta dessas variáveis aleatórias é igual ao produto das PMF/PDF marginais de cada uma dessas variáveis. As sequências de variáveis aleatórias independentes têm as seguintes propriedades [52]:

- Dados dois eventos $A, B \in \mathcal{A}$ quaisquer, $P(X_i \in A, X_j \in B) = P(X_i \in A) \cap P(X_j \in B) = P(X_i \in A) \cdot P(X_j \in B)$
- Dadas duas medidas g, h , $g(X_i)$ e $h(X_j)$ são independentes
- Dadas duas funções mensuráveis g, h tais que $g(x) \geq 0, \forall x$ e $h(x) \geq 0, \forall x$, então $E(g(X_i) \cdot h(X_j)) = E(g(X_i)) \cdot E(h(x_j))$
- Dadas duas funções mensuráveis g, h tais que $g(x) \leq \infty, \forall x$ e $h(x) \leq \infty, \forall x$, então $E(g(X_i) \cdot h(X_j)) = E(g(X_i)) \cdot E(h(x_j))$

Por outro lado, uma **sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas** (abreviada por “i.i.d”), é uma sequência de variáveis aleatórias $(X_i)_{1 \leq i \leq n}$ que são independentes (segundo a definição anterior) e que

adicionalmente satisfazem a seguinte condição:

$$f_{X_i}(X_1, \dots, X_n) = f_{X_j}(X_1, \dots, X_n), \forall i, j \quad (3.55)$$

Ou seja, em uma sequência de variáveis aleatórias i.i.d., todas as variáveis aleatórias têm a mesma PMF/PDF marginal [54]. Esse é geralmente o caso quando as variáveis aleatórias representam a mesma medida tomada quando o mesmo experimento aleatório é repetido n vezes de forma independente e sob as mesmas condições. Nesse caso, como todas as variáveis aleatórias nessa sequência têm a mesma distribuição, a média e a variância são idênticas para todas elas.

Dada uma sequência de variáveis aleatórias $[X_i]_{1 \leq i \leq n}$ i.i.d, com média μ e variância $\sigma^2 < \infty$, então os seguintes resultados são conhecidos[54]:

Lei (forte) dos Grandes Números (LGN):

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i(\xi) \right) \xrightarrow{q.c.} \mu, \forall \xi \in \Xi \quad (3.56)$$

Em que “q.c.” se refere à **convergência quase certa** e significa que $P(\xi) = 1$ onde $\{\xi \in \Xi : \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i(\xi) = \mu\}$ ¹⁵.

A LGN garante, antes de ser iniciada qualquer sequência de experimentos, que não importa como essa sequência vai se desenvolver, isto é, não importa quais eventos elementares serão observados, pode-se ter certeza, com probabilidade de 100%, de que a média dos valores dessas variáveis aleatórias vai convergir para μ à medida que o número de realizações do experimento aumenta.

Teorema do Limite Central (TLC):

$$\sqrt{\frac{n}{\sigma^2}} \left[\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i(\xi) \right) - \mu \right] \xrightarrow{D} Normal(0, 1), \forall \xi \in \Xi \quad (3.57)$$

Em que “D” se refere à **convergência em distribuição** e, nesse caso, significa que, para cada n , a CDF da variável aleatória $\sqrt{\frac{n}{\sigma^2}} \left[\frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n X_i(\xi) \right) - \mu \right]$ converge para uma CDF Normal com média 0 e variância 1 à medida que n aumenta, para todo ξ .

Novamente, o TLC garante, antes de iniciar qualquer sequência de experimentos, que não importa como essa sequência vai se desenvolver, isto é, não

¹⁵Outra forma de notar isso é $P \left(\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i(\xi) = \mu \right) = 1$.

importa quais eventos elementares serão observados, pode-se ter certeza, com probabilidade de 100%, de que a distribuição amostral da média dessas variáveis aleatórias se aproxima de uma distribuição normal com média μ e desvio padrão $\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$ à medida que o número de realizações do experimento aumenta. Note que, ao garantir que o desvio padrão tende a $\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$, o TLC de fato está garantindo que o desvio padrão da média tende a zero à medida que n tende a infinito.

Esses são dois dos mais importantes resultados da teoria de probabilidade e fornecem as ferramentas matemáticas necessárias para a formulação de simulações de confiabilidade. Nos dois casos, o termo $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i(\xi)$ é chamado de **média empírica** da variável aleatória X_i sobre um conjunto de n experimentos.

3.3.4 Cadeias de Markov

Nesta seção, a atenção é voltada para um tipo específico de **processo estocástico**. Formalmente, um processo estocástico é uma coleção de variáveis aleatórias definidas sobre um espaço de probabilidade comum (Ξ, \mathcal{A}, P) e indexadas pelos elementos de um conjunto de parâmetros T [60]. No caso de interesse neste trabalho, o tipo particular de processos estocásticos de interesse é chamado de cadeias de Markov.

Considere um conjunto de n experimentos realizados sobre um espaço de probabilidade (Ξ, \mathcal{A}, P) e, além disso, considere dois outros conjuntos, I e T . No estudo das cadeias de Markov, normalmente considera-se que existe uma relação biunívoca entre os elementos de Ξ e I . Por isso os elementos do conjunto I são também chamados de “estados” do sistema. Já o conjunto T é o conjunto de parâmetros do processo estocástico.

Dependendo da forma dos conjuntos I e T , as cadeias de Markov podem ser de vários tipos. Por exemplo, I pode ser um conjunto infinito. Nesse caso seria necessário restringir a análise a um subespaço finito de I ¹⁶. Na análise de confiabilidade isso não é normalmente necessário porque, mesmo quando Ξ é incontável, ele é aproximado por um conjunto contável [50]. Note que, nesse caso, as variáveis aleatórias são discretas (como aquelas ilustradas por qualquer uma das distribuições da figura 3.1) e, portanto, o número de valores que elas podem assumir é contável, de tamanho m . Sendo assim, pode-se considerar I como um conjunto finito, isto é, $I = \{1, 2, \dots, m\}$.

Mesmo assim, dependendo dos possíveis valores de T ainda podem haver vários tipos de cadeias de Markov. O caso de T contável é o da cadeia de Markov a parâmetro discreto. O caso incontável é o da cadeia de Markov a parâmetro contínuo. Abaixo, a apresentação da teoria é feita majoritariamente para o caso em que T é incontável

¹⁶Veja [61] para maiores informações sobre isso.

e positivo, isto é, $T = \{t \in \mathbb{R} : 0 \leq t \leq \infty\}$. As observações a respeito das diferenças no caso de um conjunto contável serão feitas quando apropriado.

Nesse espaço de probabilidade e com esses dois conjuntos I e T , as cadeias de Markov são estudadas para uma sequência de variáveis aleatórias do seguinte tipo: $X(t) : \Xi \mapsto I$. Isto é, para cada valor do parâmetro $t \in T$ temos uma variável aleatória diferente que mapeia um evento $\xi \in \Xi$ em um estado $i \in I$. De fato, $X(t)$ é $X(\xi, t)$, mas a dependência de ξ normalmente é deixada implícita.

Exemplo 3.13: *Suponha um componente modelado no tempo que ou está operando ou está falhado. Suponha ainda que a duração do tempo em qualquer um desses estados é dada por uma PDF exponencial.*

Nesse caso, o espaço amostral é discreto de tamanho $m = 2$: $\Xi = \{U, D\}$, em que U representa o estado em que o componente está operando e D representa o estado em que o componente está falhado. A σ -Álgebra é o conjunto das partes de Ξ , $\mathcal{A} = \{\emptyset, \{U\}, \{D\}, \{U, D\}\}$. O conjunto $T = \{t \in \mathbb{R} : 0 \leq t \leq \infty\}$ representa os instantes de tempo e, arbitrando que $I = \{0, 1\}$, as variáveis aleatórias são:

$$X(t) = X(\xi, t) = \begin{cases} 0 & \text{se } \xi = U \\ 1 & \text{se } \xi = D \end{cases} \quad (3.58)$$

A duração de cada visita ao estado U , isto é, a duração do estado de operação antes que uma falha aconteça, é dada por outras variáveis aleatórias com PDF exponencial de parâmetro λ ,

$$X_{UD}(\xi, t) : f_{X_U}(\xi, t) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda t} & \text{se } \xi = U, t \geq 0 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.59)$$

Analogamente, a duração de cada visita ao estado D , isto é, a duração do estado de falha antes que um reparo aconteça, é dada por um terceiro conjunto de variáveis aleatórias, com PDF exponencial de parâmetro μ ,

$$X_{DU}(\xi, t) : f_{X_D}(\xi, t) = \begin{cases} \mu e^{-\mu t} & \text{se } \xi = D, t \geq 0 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.60)$$

*Para o caso da PDF exponencial, pelo exemplo 3.11, é sabido que o **tempo médio até falhar** (MTTF, mean time to failure) para esse componente vale $E(X_{UD}) = \frac{1}{\lambda}$ e que o **tempo médio até o reparo** (MTTR, mean time to*

repair) vale $E(X_{DU}) = \frac{1}{\mu}$. Além disso, o exemplo 3.8 já mostrou que a taxa de risco é constante e igual ao parâmetro da distribuição. Sendo assim, pode-se calcular:

$$\begin{aligned} H_{X_{UD}}(t) &= \lambda \\ H_{X_{DU}}(t) &= \mu \end{aligned} \tag{3.61}$$

Um processo estocástico que “se move” através de um conjunto contável I de estados e que a cada instante de tempo t (ou a cada estágio r no caso de T ser discreto), “decide” para onde ir a seguir por um mecanismo aleatório que depende apenas do estado atual e não do histórico prévio é chamado de uma **cadeia de Markov** [62]. Formalmente, essa definição pode ser escrita como:

$$P(X(t+h) = k | X(0) = a, X(h) = b, \dots, X(t) = j) = P(X(t+h) = k | X(t) = j) \tag{3.62}$$

$\forall a, b, j, k \in I$, onde h é o intervalo de tempo entre os experimentos (no caso de T discreto, $h = 1$). Assim, em uma cadeia de Markov, a probabilidade de que o próximo valor da variável aleatória seja um dado valor k depende apenas do valor atual dela, j , como requerido pela definição. Essa condição é chamada de **propriedade de Markov**. Note que, como I é finito, se o experimento for repetido um número $n > m$ de vezes, é certo que alguns estados vão se repetir.

Quando a variável aleatória $X(t)$ assume um valor j em uma realização do experimento e a variável $X(t+h)$ assume um valor k no experimento imediatamente seguinte, diz-se que a cadeia de Markov (isto é, o valor das variáveis aleatórias) **transitou** do estado j para o estado k .

Casos ainda mais particulares de processos de Markov, mas que são de interesse no estudo da confiabilidade de sistemas, são obtidos quando três outras características são consideradas:

- (homogeneidade) $P(X(t_1+h) = k | X(t_1) = j) = P(X(t_2+h) = k | X(t_2) = j) = p_{jk}(h)$, $\forall t_1, t_2 \in T$. Nesses casos, esse valor $p_{jk}(h)$ é particularmente importante porque representa a probabilidade de que a cadeia de Markov transite do estado j para o estado k . Ele é chamado de **probabilidade de transição** de j para k e depende apenas do intervalo de tempo h e não do instante de tempo t .

Uma propriedade importante desse tipo de processo é que $\sum_{k=1}^m p_{jk}(h) = 1$, $\forall h$, visto que, dado que o sistema está no estado j , ou ele deve permanecer nesse

mesmo estado, ou deve transitar para algum outro estado k dentre os m possíveis.

- (aperiodicidade) $MDC\{r \geq 1 : P(X(t + r h) = j | X(t) = j) > 0\} = 1^{17}, \forall n$. Isto é, partindo do estado j , o número de estados que precisam ser percorridos pela cadeia de Markov antes de voltar ao estado j não segue nenhum padrão (período) específico.
- (irredutibilidade) $p_{jk}(h) \neq 0 \implies p_{kj}(h) \neq 0, \forall j, k$. Nesse caso, sempre que existe um caminho para transição do estado j para o estado k , deve também existir um caminho para transição do estado k para o estado j .

Quando uma cadeia de Markov é homogênea, as probabilidades de transição em função do intervalo de tempo h podem ser arranjadas em uma **matriz de probabilidades de transição** da seguinte forma:

$$M(h) = \begin{bmatrix} p_{11}(h) & p_{12}(h) & \cdots & p_{1m}(h) \\ p_{21}(h) & p_{22}(h) & \cdots & p_{2m}(h) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{m1}(h) & p_{m2}(h) & \cdots & p_{mm}(h) \end{bmatrix} \quad (3.63)$$

Onde o valor $p_{11}(h)$ representa a probabilidade de a cadeia permanecer no estado 1, $p_{12}(h)$ representa a probabilidade de a cadeia transitar do estado 1 para o estado 2 e assim por diante. Como $\sum_{k=1}^m p_{jk}(h) = 1, \forall h$, as linhas dessa matriz somam 1. Note que se o processo for irredutível essa matriz é estruturalmente simétrica (isto é, os valores nulos da matriz estão em posições simétricas em torno da diagonal principal).

Agora, se for definido um vetor $\pi(t) = [p_1(t), p_2(t), \dots, p_m(t)]$ e esse vetor for multiplicado pela matriz de probabilidades de transição, os elementos do vetor resultante de $\pi(t) M(h)$ serão:

$$\pi(t) M(h) = \begin{bmatrix} p_1(t) p_{11}(h) + p_2(t) p_{21}(h) \cdots + p_m(t) p_{m1}(h) \\ p_1(t) p_{12}(h) + p_2(t) p_{22}(h) \cdots + p_m(t) p_{m2}(h) \\ \vdots \\ p_1(t) p_{1m}(h) + p_2(t) p_{2m}(h) \cdots + p_m(t) p_{mm}(h) \end{bmatrix}^t \quad (3.64)$$

Ou seja, se o valor do primeiro elemento de $\pi(t)$ representava a probabilidade de o processo ser encontrado no estado 1 no instante de tempo t , o valor do primeiro elemento do produto $\pi(t) M(h)$ representa a probabilidade de o processo transitar

¹⁷MDC é o maior divisor comum de um conjunto de números inteiros.

para o estado 1 dado que está no estado 1, $(p_1(t) p_{11}(h))$, ou de transitar para o estado 1 vindo do estado 2, $(p_2(t) p_{21}(h))$, e assim sucessivamente. Em outras palavras, esse valor representa a probabilidade de o processo ser encontrado no estado 1 vindo de qualquer um dos estados. Por isso, esse vetor $\pi(t)$ é chamado de **vetor de distribuição de probabilidades** no instante de tempo t . Além disso, o produto $\pi(t) M(h)$ realmente está definindo o valor de $\pi(t+h)$. Note que, como as linhas da matriz $M(h)$ somam 1, se os elementos do vetor $\pi(t)$ inicial somavam 1, os elementos de $\pi(t+h)$ vão continuar somando 1.

Agora, pode acontecer que, após um longo prazo, o vetor de distribuição de probabilidades se estabilize em determinado valor. Isto é, pode ser que exista algum \hat{t} , tal que $\pi(\hat{t}) = \pi(\hat{t}) M(h)$. Se existir um valor assim, o vetor $\pi(\hat{t})$ é chamado de **vetor de distribuição de probabilidades estacionárias**. Pode ser demonstrado que esse vetor sempre existe se a cadeia de Markov for homogênea, irredutível e aperiódica¹⁸. Esse vetor representa a distribuição de probabilidades entre os estados dessa cadeia de Markov depois que muito tempo já se passou.

Note que, no caso de existir, a definição desse vetor é exatamente igual à definição para o autovetor à esquerda da matriz de probabilidades de transição. Ele pode ser calculado observando que $\pi(\hat{t}) = \pi(\hat{t}) M(h) \implies \pi(\hat{t})(\mathbb{I} - M(h)) = 0$, onde \mathbb{I} é a matriz identidade apropriada.

Um caso particularmente interessante dessa equação se dá quando é considerado o limite de mínimo intervalo de tempo entre os experimentos. Nesse caso, pode-se definir:

$$A = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} (\mathbb{I} - M(h)) \quad (3.65)$$

E pode-se obter o vetor de distribuição de probabilidades estacionárias resolvendo a equação:

$$\pi A = 0 \quad (3.66)$$

Onde os elementos de A são:

$$\begin{aligned} q_{jk} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{p_{jk}(h)}{h}, \quad \forall j \neq k \\ q_{jj} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1-p_{jj}(h)}{h} \end{aligned} \quad (3.67)$$

¹⁸Para uma prova disso, veja [63, p. 232–234].

Esses elementos q_{jk} são chamados de **intensidades de transição** e a matriz A é chamada de **matriz de transição**. Note que, como as linhas de $M(h)$ somam 1, as linhas de A somam 0 e, portanto, o sistema $\pi A = 0$ não tem solução única (as equações são linearmente dependentes). Para obter uma solução única, a restrição adicional de que $\sum_{j=1}^m p_j(t) = 1$ deve ser considerada.

Como os valores $p_{jk}(h)$ representam a probabilidade de que o sistema transite para o estado k vindo do estado j dentro do intervalo de tempo h , o valor q_{jk} representa a taxa com que essa transição acontece. Pode ser demonstrado que, se $X_{jk}(t)$ representa a duração de cada visita ao estado j antes de uma transição para o estado k e se essa variável tem PDF exponencial, então q_{jk} é exatamente igual à função risco, $H_{X_{jk}}(t)$ ¹⁹. Isso sugere uma interpretação de q_{jk} como o risco de o processo transitar do estado j para o estado k .

Exemplo 3.14: Voltando ao exemplo 3.13, as intensidades de transição podem ser calculadas como:

$$\begin{aligned} q_{01} &= H_{X_{DU}}(t) = \lambda \\ q_{10} &= H_{X_{DU}}(t) = \mu \end{aligned} \quad (3.68)$$

Como cada linha da matriz A deve somar 0, a matriz de transição é:

$$A = \begin{bmatrix} q_{00} & q_{01} \\ q_{10} & q_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -q_{01} & q_{01} \\ q_{10} & -q_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\lambda & \lambda \\ \mu & -\mu \end{bmatrix} \quad (3.69)$$

Com isso, é obtido o modelo markoviano para esse componente, que está ilustrado na figura 3.4. E podem ser calculadas as probabilidades estacionárias resolvendo a equação:

$$\begin{bmatrix} p_0 & p_1 \end{bmatrix} A = 0 \quad (3.70)$$

Como já foi visto, as duas equações serão linearmente dependentes e é preciso adicionar a condição $\sum_{j=1}^m p_j(t) = 1$. Logo, o sistema fica:

$$\begin{cases} -p_0 \lambda + p_1 \mu = 0 \\ p_0 + p_1 = 1 \end{cases} \quad (3.71)$$

¹⁹A prova para isso requer o tratamento de processos estocásticos a estado contínuo (já que $T_{jk}(t)$ representa uma duração de tempo), o que não é feito aqui. Ela pode ser encontrada em [50, p. 51–52].

Cujo resultado é:

$$\begin{aligned} p_0 &= \frac{\mu}{\lambda + \mu} \\ p_1 &= \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \end{aligned} \quad (3.72)$$

Assim, pode-se dizer que, no caso desse componente, depois de um longo período de tempo, a probabilidade de ele ser encontrado operando vale $p_0 = \frac{\mu}{\lambda + \mu}$ e a probabilidade de ele ser encontrado falhado vale $p_1 = \frac{\lambda}{\lambda + \mu}$. Esse último valor é também chamado de **taxa de saída forçada** (FOR, forced outage rate) para um componente modelado a dois estados com PDF exponencial: $FOR = \frac{\lambda}{\lambda + \mu}$.



Figura 3.4: Cadeia de Markov para componente modelado a 2 estados

3.4 Simulação de sistemas

Os exemplos 3.13 e 3.14 calcularam o risco e a probabilidade de operação para um componente modelado por uma cadeia de Markov de 2 estados com distribuição de probabilidade exponencial no tempo. Nesses casos, o sistema sendo considerado, \mathfrak{S} , como definido no início deste capítulo, era o componente que poderia representar uma linha de transmissão em um sistema de potência, por exemplo.

Quando o estudo é ampliado e é considerado não apenas uma linha de transmissão, mas todo o sistema de potência, contendo diversos geradores e linhas de transmissão, o estado do sistema assim considerado consiste na agregação dos estados de cada um de seus componentes, como ilustrado nos exemplos 3.2 e 3.4.

A escolha de quais elementos levar em consideração determina aquilo que é tradicionalmente chamado de **nível hierárquico** do estudo: o nível hierárquico I (NH1) consistindo na consideração dos estados dos equipamentos de geração, o nível hierárquico II (NH2) consistindo na consideração dos estados dos equipamentos de geração e transmissão (também chamado de **confiabilidade composta**) e o nível hierárquico III (NH3) que acrescenta ainda a consideração dos estados dos equipamentos de distribuição [48].

Seja qual for o tipo de estudo, assumindo que o estado de cada componente é independente dos demais, o espaço amostral Ξ do sistema será dado por todas

as combinações possíveis de todos os estados de cada um dos componentes. E, considerando que todos os componentes estão modelados por cadeias de Markov a um número finito de estados, a σ -Álgebra poderia ser o próprio conjunto das partes do espaço amostral, isto é, $\mathcal{A} = 2^{\Xi}$. Essas considerações sugerem um método de simulação do sistema, que é chamado de **enumeração de estados** [50] e é descrito no Algoritmo 3.1:

Algoritmo 3.1: Enumeração de estados

1. Enumere todo o espaço amostral do sistema.
2. Para cada evento elementar contido nesse espaço amostral faça o seguinte:
 - a. Calcule a probabilidade desse evento acontecer como o produto da probabilidade do estado de cada componente representado.
 - b. Calcule o valor de cada variável aleatória escolhida para a análise, avaliadas para esse evento elementar. Armazene esse valor.
3. Calcule os valores da probabilidade dos eventos indicados pelas variáveis aleatórias de interesse e os valores esperados dessas variáveis.

O passo 1 desse algoritmo foi ilustrado pelo exemplo 3.2, o passo 2 foi ilustrado pelo exemplo 3.6 e o passo 3 foi ilustrado pelos exemplos 3.7 e 3.9.

Como cada componente está modelado a um número finito de estados, o espaço amostral do sistema é também finito. Isso implica em que a terminação desse algoritmo é garantida após um número finito de iterações (que é igual ao número de estados do sistema). Na prática, contudo, para sistemas de grande porte, a enumeração de todos os estados do sistema pode ser inviável por dois motivos. Primeiro, para um sistema de k componentes modelados a m estados, a dimensão do espaço amostral será $|\Xi| = m^k$, que pode ser um número muito grande. Além disso, note que o passo 2.b desse algoritmo envolve a análise do sistema a fim de determinar o valor de cada variável de interesse. Tipicamente, em sistemas de potência, essa análise implica em um estudo de fluxo de potência e fluxo de potência ótimo (para a **avaliação da confiabilidade do ponto de vista da adequação**) ou estabilidade eletromecânica (para a **avaliação da confiabilidade do ponto de vista da segurança**). Ambos os estudos consomem muito tempo computacional, o que torna proibitiva a enumeração de todos os estados para sistemas de grande porte. Por isso, na prática, é comum enumerar apenas os estados do sistema que são mais prováveis e calcular os índices no passo 3 considerando apenas essa fatia do espaço amostral.

Como a enumeração de todos os estados de um sistema de grande porte é inviável, outras formas de simulação são necessárias. E a Lei dos Grandes Números fornece a ferramenta necessária para elaborá-las. Esse teorema nos garante que a média empírica de n variáveis aleatórias i.i.d converge para a média da distribuição dessas variáveis à medida que n tende ao infinito. Em outras palavras, para n grande o suficiente, a diferença $\varepsilon_n = |\mu - E(X)|$ tende a zero, onde $E(X)$ é o valor esperado das variáveis aleatórias de interesse até a iteração n e μ é o valor médio da distribuição de probabilidade dessas variáveis. Isso significa que, nesse caso, sempre existe um valor de η tal que $\varepsilon_n < \eta$ para um valor finito de n [51].

Contudo isso ainda não é suficiente para construir um algoritmo de simulação para esse sistema. O motivo para isso é que, mesmo que seja arbitrado *a priori* um valor de η , não é possível calcular o valor de ε_n a cada iteração visto que o valor de μ é normalmente desconhecido. Mas aqui o Teorema do Limite Central fornece a ferramenta necessária. Esse teorema garante que o valor médio das variáveis aleatórias que serão observados ao longo da simulação sempre terá uma distribuição normal em torno da média real (não importa qual seja a distribuição de probabilidade original das variáveis em si) com uma variância que tende à zero à medida que n aumenta. Isso significa que, a cada iteração, mesmo sem conhecer a média real μ , é possível estimar o quão longe ela está calculando o desvio padrão da média das variáveis aleatórias. Em muitas implementações da simulação Monte-Carlo, é usual ponderar o desvio padrão da média pela própria média, como uma forma de tolerar maiores desvios para variáveis mais distantes da origem. Dessa forma, na prática, é medido o nível de acurácia de uma simulação pela estimativa de um valor β , que converge para o erro relativo de $E(X)$ e é definido como [64]:

$$\beta = \frac{\sigma(E(X))}{E(X)} \quad (3.73)$$

Onde $E(X)$ é a média da variável aleatória X e $\sigma(E(X))$ é o desvio padrão da média da variável X , até a iteração n ²⁰.

Todas essas considerações levam ao seguinte algoritmo para simulação de sistemas de grande porte:

Algoritmo 3.2: Simulação Monte-Carlo Não Sequencial

²⁰Outros autores definem β a partir do desvio padrão da própria variável aleatória (em vez da média): $\beta = \frac{\sigma(X)}{E(X)}$ [65]. Note, contudo, que o Teorema do Limite Central garante que a distribuição da média da variável aleatória tende a uma normal, mas não diz nada sobre a distribuição da variável aleatória em si, que pode ser multimodal e assimétrica. Isso significa que a medida do desvio padrão da variável aleatória em si não necessariamente tende a zero à medida que a simulação avança e, portanto, esse cálculo de β não garante a convergência do algoritmo.

1. Arbitre um valor β_{ref} para cada variável aleatória de interesse.
2. Repita o seguinte processo:
 - a. Sorteie o estado no qual se encontra cada componente do sistema e construa o evento elementar dado pela combinação do estado sorteado de cada um de seus componentes.
 - b. Calcule a probabilidade desse evento acontecer como o produto da probabilidade do estado de cada componente representado.
 - c. Calcule o valor de cada variável aleatória escolhida para a análise, avaliadas para esse evento elementar. Armazene esse valor.
 - d. Calcule a média aritmética e a variância de cada variável aleatória até esta iteração.
 - e. Calcule o valor de β_n para essa iteração segundo a equação 3.73 e compare com o valor arbitrado no passo 1. Se $\beta_n < \beta_{ref}$ para todas as variáveis aleatórias, vá para o passo 3. Caso contrário, retorne ao passo 2.a.
3. Calcule os valores da probabilidade dos eventos indicados pelas variáveis aleatórias de interesse e os valores esperados dessas variáveis (de fato, o último valor calculado no passo 2.e já é o valor esperado de cada variável).

Como já foi comentado, a Lei dos Grandes Números e o Teorema do Limite Central garantem que esse algoritmo termina após um número finito de iterações.

Capítulo 4

Confiabilidade a pequenos sinais

A proposta desse trabalho é uma metodologia para a avaliação da confiabilidade de sistemas de potência considerando a estabilidade a pequenas perturbações. Essa proposta pode ser didaticamente classificada como uma extensão da avaliação de confiabilidade no domínio da adequação, embora seja comum na literatura classificar a análise de pequenos sinais online como uma avaliação de segurança [25]. Assim, a metodologia apresentada aqui é desenvolvida tomando por base os conceitos da avaliação de confiabilidade no domínio da adequação. Então primeiro é feita uma revisão desses conceitos e depois eles são estendidos para a avaliação de confiabilidade a pequenos sinais.

4.1 Visão geral da metodologia

4.1.1 Metodologia no domínio da adequação

A adequação do sistema é definida como a habilidade do sistema em suprir sua carga levando em consideração restrições e desligamentos programados e não-programados dos recursos de geração e transmissão [32]. Portanto, a avaliação da adequação do sistema é uma análise em regime permanente após a ocorrência de distúrbios e a principal informação do sistema sendo monitorada é a perda de carga.

Em uma avaliação de confiabilidade no domínio da adequação, o que se deseja é avaliar o risco de que determinado estado operativo do sistema (caso base) deixe de suprir a carga, seja por razões estruturais (déficit de geração ou ilhamento) ou por razões operativas (violações de limites de tensão, de geração de potência reativa ou de fluxos em linhas de transmissão e transformadores). A fim de medir esse risco, são selecionados outros estados operativos prováveis que possam ser atingidos a partir do caso base e cada um desses estados operativos é analisado no que diz respeito ao

atendimento dos critérios de desempenho.

Esse tipo de estudo começa com um estabelecimento prévio do modelo matemático a ser utilizado. Esse modelo deve incluir tanto o modelo probabilístico do sistema, (Ω, \mathcal{A}, P) , como a definição de quais variáveis aleatórias serão calculadas ao longo do processo, escolhidas com base em quais índices de confiabilidade são desejados. Uma vez estabelecido esse modelo, um **caso base** de confiabilidade é preparado combinando os dados da rede elétrica com os dados probabilísticos específicos do estudo.

Feitas essas etapas prévias, a análise de confiabilidade propriamente dita tem início. É selecionado um estado do sistema dentro do espaço amostral. Esse estado pode ser, por exemplo, um estado em que o sistema está em contingência. Nesse caso, uma avaliação completa do sistema em regime permanente é realizada. Essa avaliação normalmente consiste em:

1. Executar um estudo de fluxo de potência sobre o estado sorteado a fim de determinar o ponto de equilíbrio em regime permanente para as variáveis da rede elétrica.
2. Verificar se o sistema atende aos critérios de desempenho. Esses critérios podem ser, por exemplo, limites de tensões em algumas ou todas as barras da rede elétrica, limites de fluxo de potência em determinados circuitos etc.
3. Se o sistema não atender aos critérios de desempenho, executar medidas corretivas visando trazer o sistema a um estado operativo aceitável. Essas medidas corretivas podem incluir, por exemplo, a execução de estudos de fluxo de potência ótimo com restrições operativas.

Ao fim dessa avaliação, caso o sistema ainda não atenda aos critérios operativos determinados anteriormente (por exemplo, caso haja corte de carga), diz-se que um dos eventos de interesse ocorreu e, nesse caso, as variáveis aleatórias de interesse (que representarão as estatísticas dos índices de confiabilidade) são atualizadas.

Esse processo continua até que todos os estados de interesse do sistema tenham sido analisados. No caso da simulação Monte Carlo não sequencial isso significa que o processo continua até que determinada tolerância tenha sido atingida. No caso da enumeração de estados, o processo continua até que a porção selecionada do espaço amostral tenha sido completamente percorrida. Ao final, os índices de confiabilidade são calculados com base nas estatísticas das variáveis aleatórias acumuladas durante o processo. Todo esse processo é ilustrado pelo fluxograma da figura 4.1.

Nesse tipo de análise, os índices de confiabilidade usualmente calculados são os

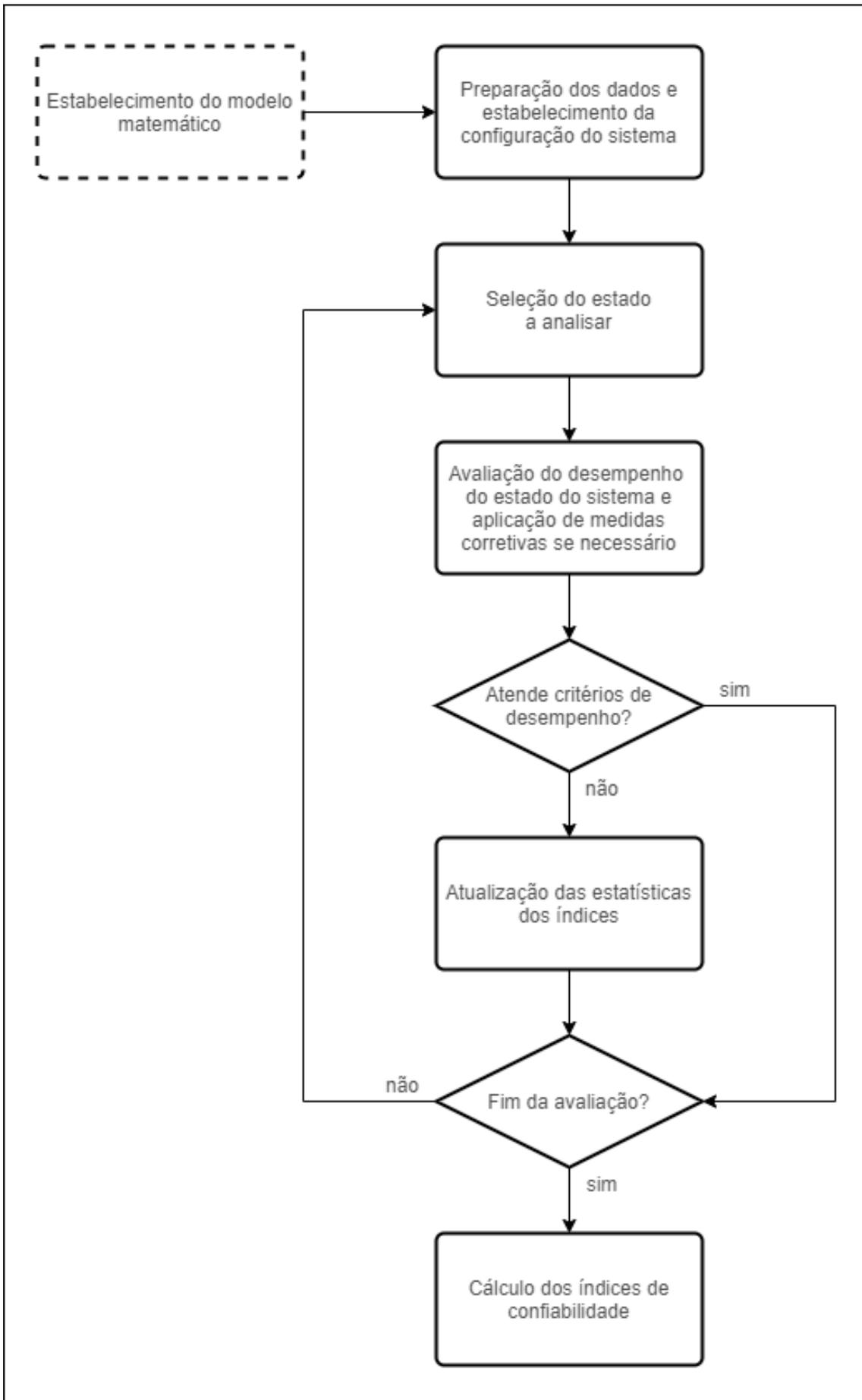


Figura 4.1: Fluxograma para um estudo de confiabilidade convencional

seguintes [48], [66]:

- LOLP: Probabilidade de perda de carga: definida como a probabilidade de a carga exceder a geração disponível. Medida em porcentagem.
- LOLE: Número esperado de horas de déficit de potência: indica o número médio de horas do ano em que há corte de carga. Medida, normalmente, em horas por ano.
- EPNS: Valor esperado de potência não suprida: reflete o valor médio da potência ativa interrompida no ano. Medida, normalmente, em MW/ano.
- EENS: Valor esperado de energia não suprida: reflete a energia média anual interrompida. Medida, normalmente, em MWh/ano.
- LOLF: Frequência de perda de carga: quantifica o número médio de vezes no ano em que o sistema transita de um comportamento adequado (sem corte de carga) para um estado inadequado (com corte de carga). Medida, normalmente, em ocorrências por ano.
- LOLD: Duração média da perda de carga: reflete a duração média do corte de carga no ano. Medida, normalmente, em horas.

Note que todos esses índices são medidas diferentes do mesmo evento: a perda de carga. A LOLP e a LOLE medem a probabilidade de esse evento ocorrer, a EPNS e a EENS quantificam o tamanho da perda de carga e a LOLF e LOLD dão informação sobre o quão frequente esse evento é. Então há um único evento de interesse e três variáveis aleatórias calculadas a partir dele: a ocorrência ou não de perda de carga (para determinar a LOLP e a LOLE), o tamanho da perda de carga (para determinar a EPNS e a EENS) e a probabilidade de transição para um estado sem perda de carga (para determinar a LOLF e a LOLD).

4.1.2 Metodologia no domínio de pequenos sinais

Os sistemas de potência devem ser planejados e operados de modo, não apenas a fornecer uma capacidade de geração e transmissão adequada à carga, mas também a serem capazes de manter a estabilidade eletromecânica após curtos-circuitos, chaveamentos e outras perturbações transitórias [48]. Assim, os critérios dinâmicos (de segurança) precisam ser incluídos em uma avaliação da confiabilidade desses sistemas.

Enquanto a adequação do sistema de potência é definida em termos do suprimento à carga, a **segurança do sistema do ponto de vista de pequenas perturbações**,

pode ser definida como a habilidade do sistema de potência em manter o sincronismo quando sujeito a pequenas perturbações em torno de um ponto de operação levando em conta desligamentos programados e não-programados dos recursos de geração e transmissão [25]. Então a avaliação da segurança do sistema do ponto de vista de pequenas perturbações é também uma análise em regime permanente após a ocorrência de distúrbios, assim como a avaliação de adequação. Na avaliação de segurança a pequenas perturbações a dinâmica do sistema é considerada pela monitoração de sua capacidade em amortecer essas pequenas perturbações.

Em uma avaliação de confiabilidade no domínio da segurança, do ponto de vista de pequenas perturbações, deseja-se avaliar o risco de que determinado estado operativo do sistema (caso base) apresente oscilações pouco amortecidas. Esse risco é medido selecionando outros estados operativos prováveis que representam os desligamentos programados e não-programados e que possam ser atingidos a partir do caso base. Assumindo que o sistema seja capaz de chegar a um regime permanente diante desses outros estados operativos, esses novos pontos de operação são então analisados no que diz respeito ao amortecimento de modos de oscilação resultantes de pequenas perturbações no sistema. **A pergunta que se deseja responder com esse estudo é qual o risco de determinado modo do sistema ter um efeito de deterioração da estabilidade diante de uma contingência.**

Por causa dessa semelhança com a avaliação de confiabilidade por adequação, na confiabilidade a pequenos sinais pode ser usado um fluxograma semelhante, como ilustra a figura 4.2. Aqui o estudo também começa estabelecendo o modelo probabilístico a ser utilizado e escolhendo quais variáveis aleatórias serão calculadas ao longo do processo, dependendo dos índices que se deseja calcular. O processo de seleção de estados também pode ser semelhante, desde que um modelo probabilístico semelhante seja adotado.

Note, contudo, algumas diferenças importantes entre os dois fluxogramas. Na preparação dos dados, além de estabelecer a configuração do sistema, no caso da avaliação da confiabilidade a pequenos sinais também pode ser necessário escolher quais polos do sistema serão avaliados. Além disso, a avaliação do desempenho do sistema, expandida nessa figura, inclui não apenas a execução de um fluxo de potência e de medidas corretivas para calcular o novo ponto operativo, mas também um algoritmo de repartição da geração e o cálculo de polos do sistema. E os índices que se deseja medir precisam ser definidos levando em conta que, nesse caso, a principal informação do sistema que está sendo monitorada é a habilidade de o sistema amortecer oscilações resultantes de pequenas perturbações. Cada uma dessas diferenças é detalhada nas seções a seguir.

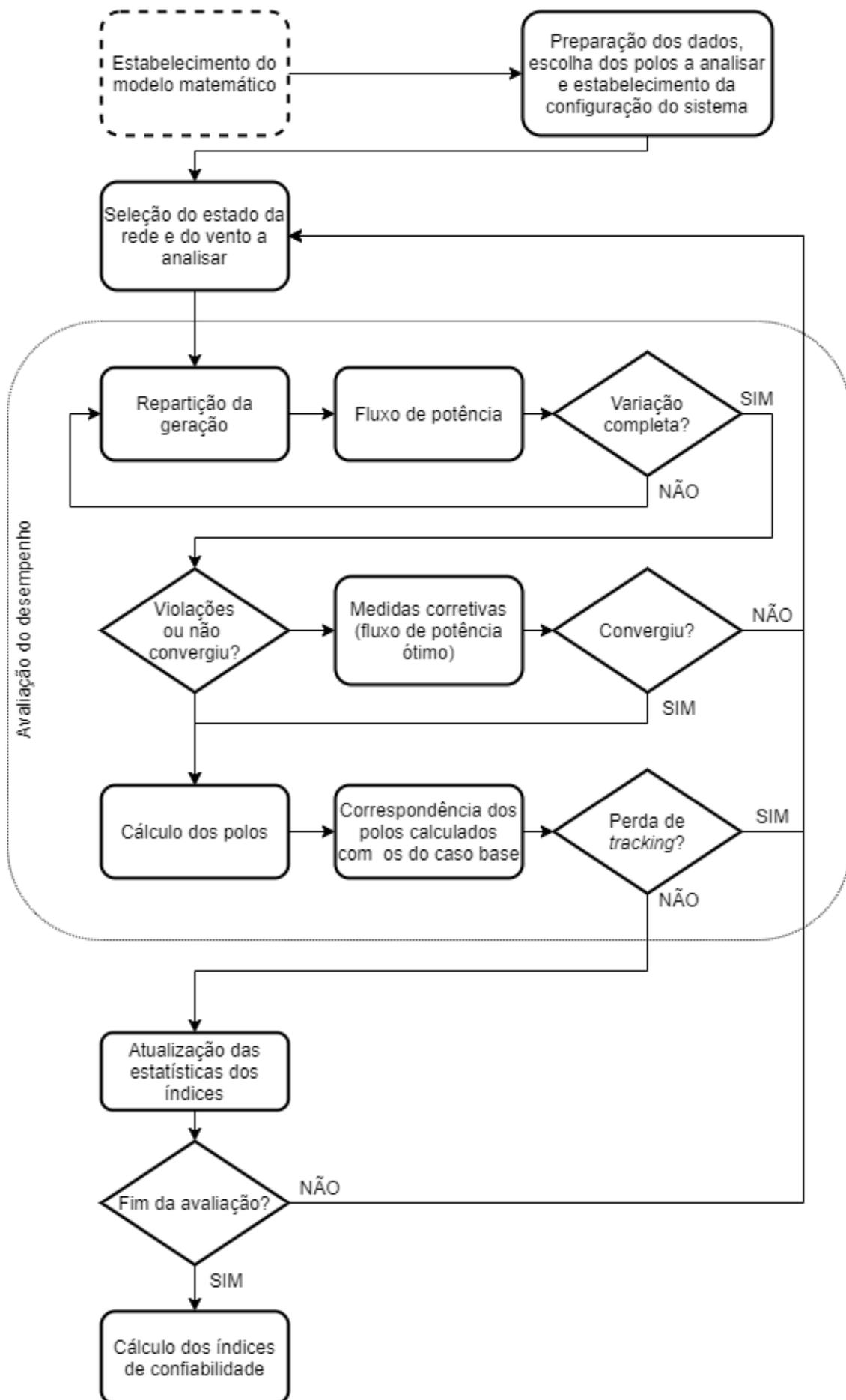


Figura 4.2: Fluxograma para um estudo de confiabilidade a pequenos sinais

4.2 Modelo probabilístico

Em uma avaliação de confiabilidade composta, assumindo que o estado operativo de cada componente é independente dos demais, o modelo probabilístico do sistema é a agregação de todas as combinações possíveis dos modelos probabilísticos de cada um de seus componentes. No caso da avaliação de confiabilidade composta a pequenos sinais, isso precisa incluir, pelo menos, os modelos probabilísticos dos circuitos da rede elétrica (linhas de transmissão e transformadores) e dos geradores convencionais (máquinas síncronas). Além desses modelos, neste trabalho também foi incluída a representação da variação do vento e de possíveis falhas em turbinas eólicas. Outros componentes poderiam ter sido incluídos, como a carga, mas, por simplicidade, isso não foi considerado aqui.

4.2.1 Modelo dos circuitos

Assim como na avaliação de confiabilidade por adequação, os circuitos da rede elétrica podem ser representados por modelos markovianos a dois estados: operação (U) e falha (D). Nesse caso, é preciso fornecer as taxas de transição entre esses dois estados, isto é, a **taxa de falha** (λ , taxa de transição $U \rightarrow D$) e a **taxa de reparo** (μ , taxa de transição $D \rightarrow U$). Ambas as taxas devem ser dadas em ocorrências por unidade de tempo (por exemplo, ocorrências por ano). Em vez da taxa de reparo em ocorrências por ano é usual fornecer o **tempo médio de reparo** em horas (TMR), a partir do qual a taxa de reparo pode ser facilmente obtida ($\mu = \frac{8760}{TMR}$, em que 8760 é o número de horas por ano). Então, em um sistema, dentre os C circuitos existentes, o conjunto de possíveis estados operativos para o circuito c modelado a dois estados é $\Xi_c = \{U, D\}$.

Exemplo 4.1: *Considere uma linha de transmissão de 67 km, com uma taxa de falha de 0.0232 ocorrências por quilômetro por ano e um tempo médio de reparo de 1.0114 horas. E considere um modelo markoviano a dois estados, com distribuição exponencial. Nos exemplos 3.13 e 3.14 já foram obtidas as equações para calcular a probabilidade de essa linha de transmissão estar operando, faltando apenas substituir os valores desse caso. Primeiro, a taxa de falha pode ser calculada como $\lambda = 0.0232 \cdot 67 = 1.5544$ ocorrências por ano e a taxa de reparo $\mu = 8760/1.0114 = 8661.26$ ocorrências por ano. Agora esses valores podem ser substituídos na equação encontrada no exemplo 3.14, obtendo:*

$$p_0 = \frac{\mu}{\lambda + \mu} = \frac{8661.26}{1.5544 + 8661.26} = 99.982\% \quad (4.1)$$

Inversamente, a taxa de saída forçada (probabilidade de a linha estar falhada)

vale:

$$FOR = 1 - p_0 = 0.018\% \quad (4.2)$$

4.2.2 Modelo das usinas

Os geradores convencionais também podem ser representados por modelos markovianos. Assim como no caso dos circuitos, cada máquina pode ser representada a dois estados: operação e falha. Nos estudos de fluxo de potência, cada barra de geração representa uma usina com um conjunto de máquinas idênticas. Para obter o número de máquinas operando em uma usina em dado instante, é preciso considerar as combinações de operação e falha de cada máquina da usina. Isso pode ser feito por uma distribuição binomial. Assim, dentre as G barras de geração existentes, o conjunto de possíveis estados operativos na barra g com M máquinas modeladas a dois estados é dado por $\Xi_g = \{U_1U_2 \dots U_M, D_1U_2 \dots U_M, \dots, D_1D_2 \dots D_M\}$.

Exemplo 4.2: *Considere uma usina contendo 6 geradores idênticos com taxa de falha de 10.150 ocorrências por ano e tempo médio de reparo de 25.0018 horas. Nesse caso, a taxa de reparo de cada máquina vale $\mu = 8760/25.0018 = 350.3748$ ocorrências por ano e a probabilidade de cada máquina estar operando vale:*

$$p_0 = \frac{\mu}{\lambda + \mu} = \frac{350.3748}{10.150 + 350.3748} = 97.18\% \quad (4.3)$$

A probabilidade de uma máquina nessa usina estar fora de operação (isto é, de 5 estarem operando) é dada por uma Binomial(0.9718, 6):

$$p_{Binomial(0.9718,6)}(5) = \binom{6}{5} (0.9718)^5 (1 - 0.9718)^1 = 14.6651\% \quad (4.4)$$

4.2.3 Modelo das fazendas eólicas

A inclusão da representação da variação do vento pode ser feita através de modelos markovianos agregados [58]. Uma importante consideração, nesse caso, é que o modelo de uma fazenda eólica deve incluir não apenas o modelo probabilístico da turbina como o modelo probabilístico da velocidade do vento. Enquanto uma máquina convencional pode ser representada por um modelo markoviano a dois ou três estados, no caso de turbinas eólicas, para cada possível estado do vento, cada máquina pode estar operando ou falhada. A figura 4.3 [68] ilustra esse conceito. Ali,

os círculos representam diferentes estados de velocidade do vento e os retângulos representam diferentes estados de operação da turbina. Para cada turbina em uma mesma fazenda, os estados de velocidade do vento são idênticos, mas os estados de operação podem ser diferentes. Além disso, as taxas de transição entre os estados de operação e falha podem ser diferentes para diferentes estados do vento. Em especial, estudos mostram que a consideração de condições extremas de vento é importante porque tais condições aumentam muito a probabilidade de a turbina falhar [69].

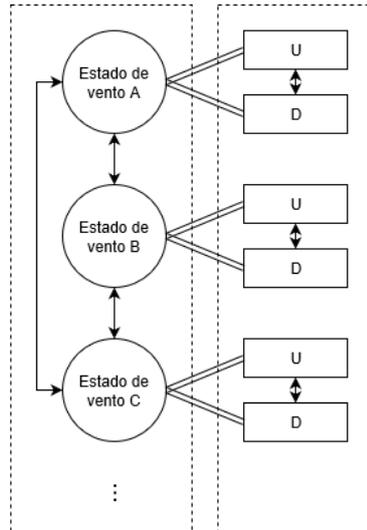


Figura 4.3: Espaço de estados de uma turbina eólica

Os modelos markovianos agregados de velocidade do vento podem ser obtidos a partir da curva histórica de medições horárias de velocidades do vento, agrupando estados semelhantes. Diversos métodos têm sido propostos para realizar esse tipo de agrupamento produzindo modelos markovianos para a velocidade do vento [68]. Fugiria ao escopo deste trabalho discutir esses métodos, mas a figura 4.4 ilustra a aplicação de um deles [58].

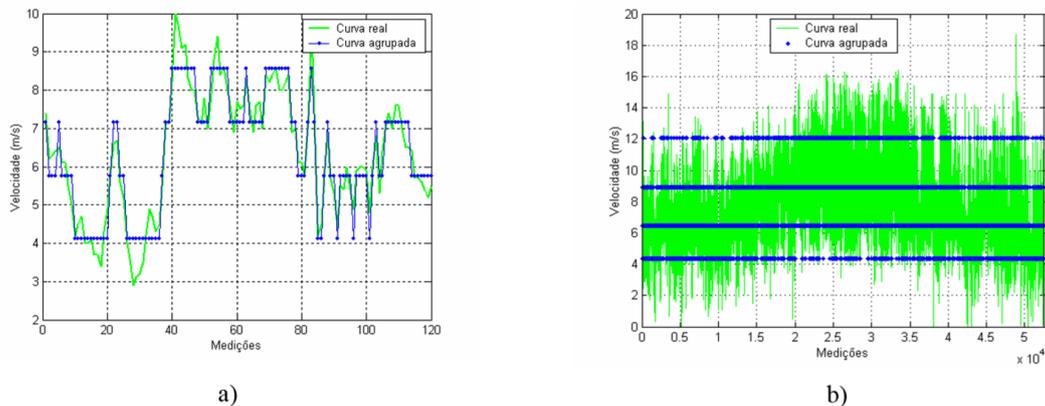


Figura 4.4: Séries temporais real e agrupada em quatro estados de velocidade de vento: (a) trecho de 120 medições e (b) série completa

Dentre as F barras em que estão conectadas as fazendas eólicas, o conjunto de possíveis estados do vento da fazenda f é Ξ_w , obtido pelo agrupamento das séries históricas. E, considerando que nessa fazenda existem T turbinas, modeladas a dois estados, o conjunto de todos os possíveis estados operativos para a fazenda f é $\Xi_f = \{U_1U_2 \dots U_T, D_1U_2 \dots U_T, \dots, D_1D_2 \dots D_T\} \times \Xi_w$ ¹.

Nesse caso, é preciso fornecer tanto as taxas de falha e reparo das turbinas, como a lista dos possíveis estados do vento, juntamente com a probabilidade da ocorrência de cada estado e com a potência gerada por cada turbina naquele estado (que depende de fatores construtivos das turbinas).

Exemplo 4.3: *Considere uma fazenda eólica contendo 68 turbinas cujos dados operativos são mostrados na tabela a seguir:*

Tabela 4.1: Dados operativos para a turbina do exemplo 4.3

Velocidade inicial (cut in) [m/s]	6
Velocidade nominal [m/s]	11
Velocidade de corte (cut out) [m/s]	19
Potência nominal [MW]	5
Diâmetro do rotor [m]	80

Considere que a curva agregada relacionando estados do vento, probabilidade e potência gerada por cada uma dessas turbinas é aquela mostrada na tabela a seguir e na figura 4.5.

¹O símbolo \times denota o produto cartesiano, isto é, o conjunto obtido por todos os pares de elementos de dois outros conjuntos. Formalmente, $A \times B \triangleq \{(a, b) | a \in A \text{ e } b \in B\}$.

Tabela 4.2: Estados agregados de velocidade do vento do exemplo 4.3

Estado	Velocidade		Prob.	
	[m/s]	Potência [p.u.]	Probabilidade	acumulada
A	0-4	0	0.1507	0.1507
B	4-5	0	0.0772	0.2279
C	5-6	0	0.091	0.3189
D	6-7	0.086	0.1069	0.4258
E	7-8	0.266	0.109	0.5348
F	8-9	0.46	0.1019	0.6367
G	9-10	0.666	0.0861	0.7228
H	10-11	0.886	0.0714	0.7942
I	11-12	1	0.0539	0.8481
J	12-13	1	0.041	0.8891
K	13-14	1	0.029	0.9181
L	14-15	1	0.0215	0.9396
M	15-16	1	0.0178	0.9574
N	16-17	1	0.013	0.9704
O	17-18	1	0.01	0.9804
P	18-19	1	0.0073	0.9877
Q	19-20	0	0.004	0.9917
R	20-21	0	0.0029	0.9946
S	21-34	0	0.0053	0.9999

Considere ainda que a taxa de falha das turbinas é de $\lambda = 6$ ocorrências por ano e a taxa de reparo é de $\mu = 130$ ocorrências por ano se a turbina estiver operando em velocidade normal e $\lambda_{extrema} = 36$ ocorrências por ano e $\mu_{extrema} = 36$ ocorrências por ano se a turbina estiver operando em velocidade extrema (maior que 19 m/s). Nesse caso, a probabilidade de uma turbina estar operando vale:

$$p_0 = \frac{\mu}{\lambda + \mu} = \frac{130}{6 + 130} = 95.85\% \quad (4.5)$$

Se ela estiver em velocidade normal. No caso de estar em velocidade extrema, a probabilidade de ela estar operando vale:

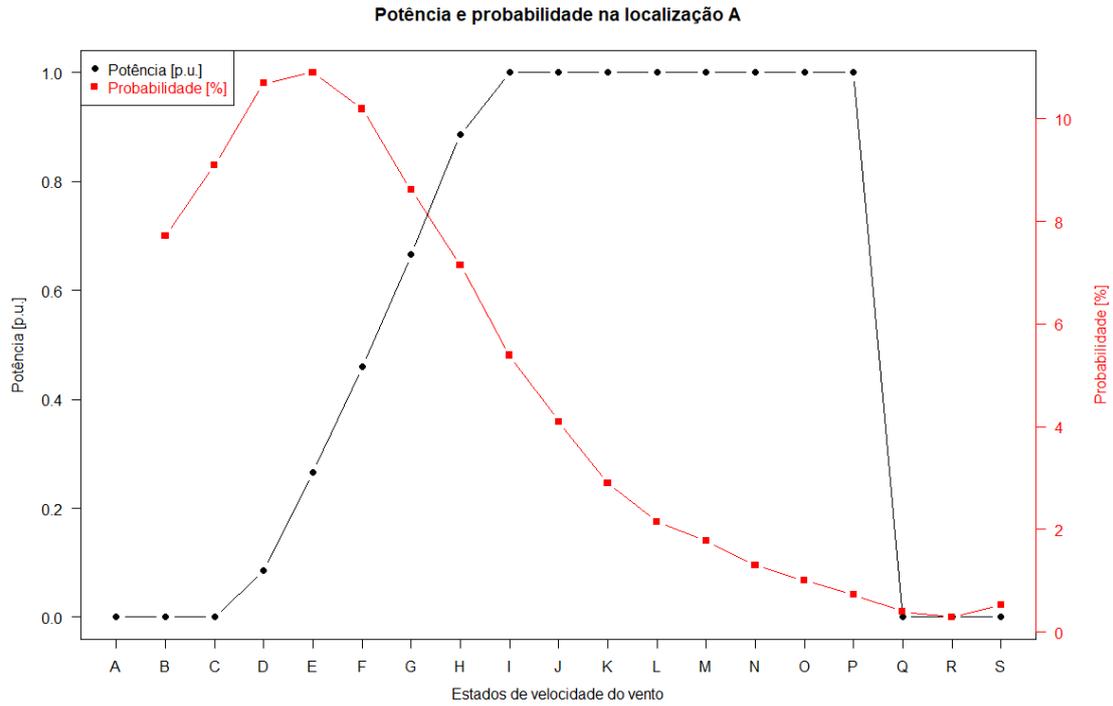


Figura 4.5: Curvas de probabilidade e potência gerada para os estados do vento do exemplo 4.3

$$p_{0_{extrema}} = \frac{\mu_{extrema}}{\lambda_{extrema} + \mu_{extrema}} = \frac{36}{36 + 36} = 50.0\% \quad (4.6)$$

A probabilidade de essa fazenda ter exatamente uma turbina falhada em vento normal (67 em operação) pode ser encontrada de modo semelhante ao utilizado no exemplo 4.2, usando uma distribuição binomial:

$$p_{Binomial(0.9585,68)}(67) = \binom{68}{67} (0.9585)^{67} (1 - 0.9585)^1 = 16.49\% \quad (4.7)$$

Em vento extremo, essa probabilidade vale:

$$p_{Binomial(0.5,68)}(67) = 2.3 \text{ e-}17\% \quad (4.8)$$

Por fim, a probabilidade de essa fazenda ter exatamente uma turbina em operação com um vento no estado I vale:

$$p_{\text{Binomial}(0.9585,68)}(67) \cdot p_I = 0.1649 \cdot 0.0539 = 0.88\% \quad (4.9)$$

E, para um vento no estado Q, essa probabilidade vale:

$$p_{\text{Binomial}(0.5,68)}(67) \cdot p_Q = 2.3 \text{e-}19 \cdot 0.004 = 9.2 \text{e-}20\% \quad (4.10)$$

Convém observar que uma representação detalhada do vento em várias regiões diferentes segundo esse modelo exige a consideração das correlações das ocorrências dos estados agregados do vento nessas regiões. Existem métodos propostos para isso [71], [72]. Por simplicidade, a implementação da representação do vento no presente trabalho utilizou uma única região de vento, com vento uniforme. Mas a metodologia apresentada aqui não está restrita a essa observação.

4.2.4 Modelo do sistema

Com todos os modelos probabilísticos de cada circuito, máquina síncrona e turbina eólica, pode-se compor o modelo do sistema. O conjunto de todos os possíveis estados do sistema é obtido por todas as combinações possíveis dos estados de todos os seus componentes: $\Xi = \Xi_{c_1} \times \Xi_{c_2} \times \dots \times \Xi_{c_C} \times \Xi_{g_1} \times \dots \times \Xi_{g_G} \times \Xi_{f_1} \times \dots \times \Xi_{f_F}$.

Como todos os conjuntos que compõem Ξ são contáveis (e finitos), Ξ é também contável e finito e a σ -Álgebra do modelo pode ser simplesmente o conjunto das partes de Ξ , $\mathcal{A} = 2^\Xi$. Além disso, como cada componente está representado por um modelo de Markov, é possível obter a probabilidade de cada um deles estar em determinado estado em dado instante de tempo. Logo, a probabilidade de um estado do sistema $\xi = \xi_{c_1} \xi_{c_2} \dots \xi_{f_T} \in \Xi$ é a probabilidade de cada um daqueles componentes estar naquele dado estado, isto é, $P(\xi) = P(\xi_{c_1}) P(\xi_{c_2}) \dots P(\xi_{f_T})$. Com isso, temos um trio (Ξ, \mathcal{A}, P) que é o **modelo probabilístico do sistema**.

Esse modelo do sistema poderia ser estendido de forma semelhante ao que foi realizado para incluir a consideração de modelos probabilísticos de outras fontes energéticas (como a fotovoltaica) e até mesmo da carga. Isso não foi feito na implementação apresentada aqui. No caso da carga, especificamente, outra forma de estudar sua variação é a análise de múltiplos cenários, isto é, a execução da análise de confiabilidade para casos diferentes (cenários de carga pesada, média e leve, por exemplo).

4.3 Preparação dos dados

A partir do modelo probabilístico do sistema, o próximo passo da metodologia é a preparação dos dados que serão utilizados. Essa preparação dos dados em parte é semelhante àquela que é usualmente considerada na avaliação da confiabilidade por adequação. Se todos os polos do sistema forem considerados, essa é a única preparação necessária.

Outro conjunto de dados necessário é o que é utilizado em um estudo de estabilidade a pequenos sinais, ou seja, o fluxo de potência convergido do caso base, com os dados da rede elétrica e o ponto de operação, e os dados dinâmicos dos equipamentos e sistema de controle. No caso do sistema de controle pode ser adotada representação padrão, utilizando modelos disponíveis internamente no programa, ou os controladores definidos pelo usuário (CDU), que podem ser entrados na forma de diagrama de blocos.

Uma importante diferença no caso atual acontece quando apenas alguns polos de interesse são desejados. Essa é uma etapa crucial para uma análise realística e prática de um sistema de potência de grande porte. Na proposta atual, ferramentas de análise modal convencional (fatores de participação, *mode-shapes*, fatores de observabilidade e controlabilidade) [29] são empregadas para selecionar os polos de interesse e definir uma função de transferência para o algoritmo.

Os fatores de participação podem ser usados para identificar os polos eletromecânicos. Aqueles cujo fator de participação máximo são ângulo δ e velocidade ω são eletromecânicos. A região de oscilação é indicada de modo geral pela máquina com maior fator de participação. *Mode-shapes* de velocidade dos geradores podem ser usados para caracterizar as oscilações como locais ou inter-áreas e para caracterizar quais usinas estão envolvidas. Portanto, o analista pode selecionar um subconjunto dos polos de interesse com base em qualquer critério de interesse, como região geográfica, interconexões ou usinas.

Depois da seleção de polos de interesse, o próximo passo é encontrar as funções de transferência para as quais os polos selecionados são dominantes. Os fatores de observabilidade podem ser usados para obter a lista das variáveis de saída mais adequadas para observar cada polo e os fatores de controlabilidade, para obter a lista das variáveis de entrada mais adequadas para excitar cada polo. Então, o conjunto de funções de transferência é criado selecionando o topo dessas listas para cada polo ou uma combinação deles, ponderados pelos fatores de observabilidade e controlabilidade para ter uma aproximação da variável modal [29].

Todas as observações dos parágrafos anteriores se aplicam ao caso de cálculo de polos

utilizando algum método de polos dominantes (como DPSE ou SDPA). No caso de cálculo de polos utilizando o método QR, como foi observado, nenhuma preparação é necessária. No caso da utilização de outros métodos, outras preparações podem ser necessárias. Por exemplo, no caso da utilização do MAM, em vez de selecionar as funções de transferência segundo a metodologia acima, é necessário selecionar um conjunto de *shifts* que estejam próximos dos valores esperados para os polos desejados. Nesse caso é importante notar que, se 2 ou mais polos têm a chance de cair em torno da mesma região do plano complexo, o método MAM funciona melhor se for escolhido um único *shift* com multiplicidade 2 para esses dois polos, em vez de 2 *shifts* muito próximos. Fugiria ao escopo desse trabalho detalhar a explicação para essa questão, que pode ser encontrada em [44].

4.4 Seleção de estados

Com o modelo do sistema e os dados preparados, pode-se selecionar sequencialmente os estados operativos do sistema para a simulação, da mesma forma como é usualmente feito em uma avaliação de confiabilidade no domínio da adequação. Existem vários métodos para essa seleção de estados. Este trabalho considerou apenas a simulação Monte Carlo não sequencial (algoritmo 3.2).

Em uma simulação Monte Carlo não sequencial, os estados são sorteados aleatoriamente como se fossem “fotografias” do estado operativo do sistema em diferentes instantes de tempo. A diferença entre um estado operativo e outro pode ser uma contingência de transmissão, uma contingência de geração ou uma grande variação na velocidade do vento. Ou pode ser qualquer combinação dessas variações.

Note que essa combinação de variações na rede elétrica pode não ser exatamente uma pequena perturbação para o sistema. De fato, a saída de uma máquina síncrona ou de um importante tronco de transmissão é uma grande perturbação que não pode ser estudada por uma análise a pequenas perturbações. O motivo para isso é que no estudo de estabilidade a pequenas perturbações são utilizadas equações linearizadas para representar o sistema. Essas equações linearizadas são boas aproximações dos modelos não lineares do sistema de potência, mas válido apenas para pequenos desvios em torno do ponto de operação em regime permanente (ponto a partir do qual as linearizações foram feitas). Para que grandes perturbações sejam analisadas seria preciso aplicar métodos de análise não-linear de transitórios eletromecânicos.

O que torna a avaliação de confiabilidade composta a pequenos sinais possível é que, aqui, o interesse não é estudar o momento de transição entre um estado e outro. Quando a variação selecionada é aplicada ao sistema (isto é, quando ocorre uma

contingência de circuito, por exemplo), haverá um regime transitório que levará do ponto de operação inicial (caso base) a um outro ponto de operação pós-distúrbio. Na avaliação de confiabilidade a pequenos sinais esse transitório não é considerado. Em vez disso, é assumido que o sistema respondeu adequadamente àquele regime transitório e foi conduzido a um outro ponto de regime permanente pós-distúrbio. Então, esse ponto pós-distúrbio é analisado do ponto de vista da estabilidade a pequenas perturbações. Dessa forma, nesse tipo de avaliação de confiabilidade, o interesse é avaliar se, naquela “fotografia”, o sistema seria estável e amortecido a pequenas variações em torno daquele estado operativo.

Exemplo 4.4: *Considere as características potência-ângulo de uma linha de transmissão de impedância X em p.u. Nesse caso, a função não linear que relaciona potência e ângulo é dada por:*

$$P = \frac{V_s V_r}{X} \sin(\delta) = P_{max} \sin(\delta) \quad (4.11)$$

Onde P é a potência transmitida pela linha, V_s e V_r são as amplitudes das tensões nos terminais da linha, δ é a diferença entre os ângulos dessas tensões terminais e, para conveniência definimos $P_{max} = \frac{V_s V_r}{X}$.

Dado um ponto de operação inicial P_0, δ_0 , essa função pode ser linearizada como mostrado anteriormente:

$$\Delta P = P_{max} \cos(\delta_0) \Delta \delta \quad (4.12)$$

A figura 4.6 [30] mostra essa relação para $P_{max} = 1000 \text{ MW} = 1 \text{ p.u.}$ Ali também estão mostradas duas regiões de operação linear sobre a característica não-linear. Para essas regiões, as condições de operação em regime permanente são, respectivamente, $P_0 = 500 \text{ MW}$, $\delta_0 = 30^\circ$ e $P_0 = 940 \text{ MW}$ e $\delta_0 = 70^\circ$. O critério empregado para estabelecer o tamanho da região linear foi que o máximo desvio na potência entre as características linear e não-linear fosse menor que 8.5 MW.

Baseado nesses critérios, para uma variação angular oscilatória contínua de 20° (pico a pico) em torno do ângulo de regime de 30° , a variação de potência de 300 MW (pico a pico) está “linearmente relacionada” à variação angular. Semelhantemente, para o ângulo de regime de 70° , a variação máxima de potência está restrita a 90 MW (pico a pico) e está “linearmente relacionada” a uma variação

angular menor de 15° (pico a pico). Claramente, sob condições mais estressadas, a variação das perturbações sobre as quais o desempenho do sistema pode ser considerado mais ou menos linear é muito menor. Portanto, dependendo da aplicação e do tipo de perturbação, é requerido julgamento de engenharia (e análise) para estabelecer “o quão pequeno é pequeno” [30, p. 18].

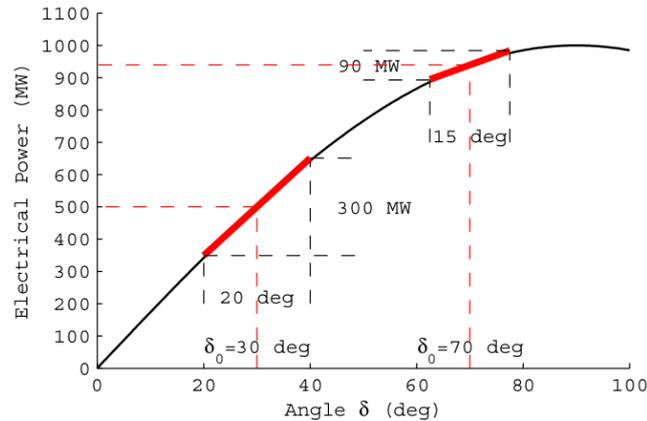


Figura 4.6: Relação potência-ângulo para o sistema do exemplo 2.4

Note que a figura 4.6 mostra duas regiões de linearização. Essas duas regiões são fruto de duas condições operativas de regime permanente diferentes. Essas duas condições poderiam representar, por exemplo, a condição anterior e a condição posterior a uma contingência, ou seja, duas “fotografias” diferentes do sistema. A linearização de uma região não é válida para o estudo do sistema na outra região. No entanto, em torno de cada uma dessas condições a linearização é válida para pequenas perturbações.

Em outras palavras, é verdade que “a resposta de um sistema de potência a uma grande perturbação, como uma falta trifásica e as ações de proteção relacionadas para eliminar a falta removendo o elemento da rede, não pode ser representada e analisada como a resposta de um sistema linear.” [36, p. 3.19]. Mas as ferramentas de análise linear ainda podem ser aplicadas para analisar a natureza de oscilações eletromecânicas pouco amortecidas nos dois sistemas antes e depois da falta separadamente.

Portanto, ainda que a contingência não seja uma pequena perturbação para o sistema, assim como em outras análises de estabilidade a pequenos sinais, aqui também não é considerado o momento de transição em que a contingência aconteceu, que precisaria ser estudado por métodos de transitórios eletromecânicos. Em vez disso, é calculado o amortecimento das oscilações naturais do sistema antes e depois da contingência. Antes da contingência (caso base), se quer saber se há oscilações naturais a pequenos distúrbios. Depois da contingência, se quer saber se, nessa condição após a contingência, aquelas oscilações naturais a pequenos distúrbios

continuam bem amortecidas.

4.5 Estabelecimento do ponto de operação

Uma vez que um estado operativo do sistema tenha sido selecionado, ele precisa ser avaliado. No caso da Simulação Monte Carlo, é possível que o caso sorteado seja idêntico ao caso base. Nesse caso, os polos para esse caso já foram obtidos e, portanto, esse estado não precisa ser reavaliado.

Se o estado sorteado precisar ser avaliado (por ser diferente do caso base), será necessário executar um algoritmo de fluxo de potência e, possivelmente, de fluxo de potência ótimo a fim de estabelecer um ponto de operação convergido antes da análise a pequenos sinais. No presente trabalho foram considerados um algoritmo de fluxo de potência não-linear (Newton-Raphson) e um algoritmo de fluxo de potência ótimo também não-linear (Pontos Interiores). Por causa dessa não-linearidade dos algoritmos para estabelecimento do ponto de operação, em muitos estados com grandes contingências, é necessário um algoritmo de repartição da geração.

Quando existem grandes contingências, em especial quando existe a perda de grandes unidades geradoras, não é recomendado provocar toda essa variação de uma vez no fluxo de potência, sob pena de o mesmo não convergir. Isso é especialmente relevante para casos de grande porte. Em vez disso, na metodologia proposta, a perda da unidade geradora é simulada aos poucos e o valor de potência que ela estava entregando à rede é repartido entre as máquinas disponíveis para evitar a sobrecarga das máquinas na barra *swing*. Além de calcular a repartição da potência gerada, esse algoritmo também ajusta o número de máquinas que estão ligadas em cada barra (dentro do número de máquinas disponíveis) a fim de variar minimamente o número de máquinas originalmente ligadas no caso base, para evitar problemas de inicialização dos controladores das máquinas.

Quando existe a perda de uma ou mais unidades geradoras em determinada usina (devido a contingências de geração ou ilhamento em contingências de transmissão) ou quando a potência ativa gerada pelas fazendas eólicas é diferente daquela estabelecida no caso base, pode existir uma variação de potência em relação ao caso base. A variação de potência para cada usina pode ser calculada como a diferença entre a potência ativa gerada por essa usina no caso base e a máxima potência ativa que pode ser gerada ali considerando o número de unidades disponíveis.

A soma dos valores de déficit de potência para todas as usinas em determinado sorteio é um valor ΔP_0 , que será positivo quando o somatório da potência disponível em todas as usinas e fazendas eólicas for menor que o somatório no caso base e será

negativo quando esse somatório for maior que no caso base (o que pode acontecer se o valor da velocidade do vento sorteado fizer com que a potência gerada pelas fazendas eólicas seja maior que no caso base).

Cada uma das demais usinas pode aceitar uma certa proporção do valor ΔP_0 . A proporção aceita por cada usina, $share_i$, é um parâmetro de entrada do programa. Se não for fornecida, é calculada como sendo a proporção de potência ativa gerada por esse gerador em relação ao total de potência ativa gerada no sistema.

A partir desses valores, e arbitrando um valor de tolerância de potência tol_p , o algoritmo de ajuste de potência para cada usina consiste no cálculo do número de unidades $units_i$ a ser considerado para a usina i e da potência ativa desejada para cada usina. Esse cálculo pode ser realizado segundo o algoritmo 4.1, abaixo:

Algoritmo 4.1: Ajuste de potência para cada usina i

1. Se o valor máximo de geração ativa for nulo (isto é, se a usina estiver atuando como um compensador síncrono), passe para a próxima usina e retorne.
2. Se o número de unidades disponíveis na usina é menor que o número de unidades mínimo daquela usina, desligue a usina inteira.
3. Calcule o novo valor da potência ativa que a ser aceito pela usina i :

$$P_i = P_i + \Delta P \cdot share_i$$
4. Calcule o número de unidades u_0 como o menor valor entre o número de unidades atual ($units_i$) e o número de unidades disponíveis.
5. Se $P_i < u_0 * P_i^{min} + tol_p$:
 - a. $units_i = \text{floor}(P_i / P_i^{min})$
 - b. Se $P_i > units_i * P_i^{max} - tol_p$:
 - i. $units_i = u_0$
 - ii. $P_i = units_i * P_i^{min}$
6. Se $P_i > u_0 * P_i^{max} - tol_p$:
 - a. $units_i = \text{ceil}(P_i / P_i^{max})$
 - b. Se $P_i < units_i * P_i^{min} + tol_p$:
 - i. $units_i = u_0$

- ii. $P_i = units_i * P_i^{max}$
7. Verifica o número de unidades calculado:
- a. Se $units_i == 0$: desliga toda a usina
 - b. Se $units_i < units_i^{min}$:
 - i. $units_i = units_i^{min}$
 - ii. $P_i = units_i * P_i^{min}$
 - iii. $share_i = 0$
 - c. Se $units_i > units_i^{max}$:
 - i. $units_i = units_i^{max}$
 - ii. $P_i = units_i * P_i^{max}$
 - iii. $share_i = 0$

Note que, no caso do número de unidades calculado para a usina estar fora dos limites de número de unidades, ele é recolocado dentro dos limites e essa usina fica fora da lista das usinas que podem compartilhar a variação de potência.

Note ainda que, por causa desses ajustes no número de unidades que são realizados durante o algoritmo, pode acontecer de o valor de ΔP inicial não ter sido todo aceito pelo conjunto de usinas. Por isso, esse algoritmo precisa ser repetido por um certo número de vezes, até que o valor de ΔP . Ao final de cada execução, nós recalculamos o valor de ΔP que ainda falta até que todo o valor ΔP_0 seja assumido. Isso é feito no algoritmo 4.2, abaixo.

Algoritmo 4.2: Ajuste do valor de ΔP total

1. Calcule $sumshare_0$ como a soma de todos os valores de $share_i$
2. Para cada usina i , execute o algoritmo 4.1
3. Calcule $sumshare$ como a soma de todos os valores de $share_i$ (que podem ter sido modificados pelo algoritmo 4.1)
4. Faça $\Delta P = -\Delta P_0$
5. Para cada usina i , faça:
 - a. $share_i = share_i * sumshare_0 / sumshare$
 - b. $\Delta P = \Delta P + (P_i - P_i^{inicial})$

6. Se $\Delta P \geq tol_p$, retorne ao passo 1.

A partir do algoritmo 4.2, a repartição da potência ativa pelas usinas está pronta. No entanto, ainda falta repartir a potência reativa. Para tanto, é necessário um algoritmo que repetidamente calcule a potência reativa a ser gerada em cada usina através do fluxo de potência. Assim, o algoritmo de repartição de potência se torna aquele mostrado no algoritmo 4.3, abaixo.

Algoritmo 4.3: Repartição de potência

1. Execute o algoritmo 4.2
2. Com os novos valores de P_i para as usinas, execute um fluxo de potência para calcular Q_i
3. Para cada usina i , faça:
 - a. Se $Q_i^{min} > 0$:
 - i. Se $Q_i < 0$, desligue toda a usina
 - ii. Caso contrário, $units_i = \text{floor}(Q_i/Q_i^{min})$
 - b. Se $Q_i < Q_i^{min} * units_i$:
 - i. $units_i = \text{ceil}(Q_i/Q_i^{min})$
 - c. Se $Q_i > Q_i^{max} * units_i$:
 - i. $units_i = \text{ceil}(Q_i/Q_i^{max})$
 - d. Se $units_i < units_i^{min}$:
 - i. $units_i = units_i^{min}$
 - e. Se $units_i > units_i^{max}$:
 - i. $units_i = units_i^{max}$
4. Se alguma alteração do número de unidades foi feita no passo 3, retorne ao passo 1.

Note que, a partir da segunda vez que o passo 1 desse algoritmo for executado, o valor de ΔP será próximo de zero. Contudo, o número de unidades em cada usina será diferente do número de unidades anterior e, por isso, as checagens dos passos 5, 6 e 7 do algoritmo 4.1 serão alteradas.

Convém notar que o algoritmo 4.3 foi simplificado aqui para mostrar as partes principais dos cálculos. Na prática, especialmente em casos grandes, outras considerações podem ser necessárias, dentre elas:

- no passo 4, antes de retornar ao passo 1, é útil incluir no valor de ΔP a variação de potência ativa das barras *swing*, a fim de evitar que elas fiquem sobrecarregadas.
- antes do passo 2, podem ser necessários alguns ajustes decorrentes do fato de que o número de unidades geradores disponíveis em cada usina pode ter sido alterado, como ajustes nos limites de geração ativa e reativa (dados que normalmente são fornecidos por unidade geradora) e ajustes nos valores das reatâncias dos transformadores das usinas, entre outros.

Ao final do processo de repartição da geração, o caso está ajustado e o fluxo de potência está convergido. O próximo passo para preparar o ponto de operação é realizar a monitoração de violações nos limites de tensão e de capacidade das linhas de transmissão.

No caso de haverem violações ou de o fluxo de potência no algoritmo 4.3 não convergir, um algoritmo de fluxo de potência ótimo não-linear, pelo método dos pontos interiores, é executado visando remover essas violações com a menor variação possível nos controles do caso base. Quando temos um caso com fluxo de potência convergido e sem violações operativas, dizemos que temos um ponto de operação válido para o sistema.

Se o fluxo de potência ótimo não convergir, o caso é retirado da estatística e o próximo estado do sistema é selecionado. O número de casos retirados da estatística pode ser monitorado para quantificar o seu possível impacto nos resultados finais da confiabilidade a pequenos sinais. Nos casos normais, como os simulados na tese, haverá baixa probabilidade de ocorrência e, por consequência, esses casos não influenciariam os resultados da confiabilidade. Por outro lado, no caso de um grande número de casos retirados da estatística, deve-se procurar identificar as suas causas, pois pode haver problemas no fluxo de potência que precisariam ser corrigidos para evitar a grande quantidade de casos com problemas de convergência.

4.6 Avaliação dos estados

4.6.1 Métodos de cálculo de polos

Com um ponto de operação determinado, é possível avaliar o desempenho do sistema do ponto de vista de pequenas perturbações. O que se deseja medir aqui é a

habilidade do sistema de potência em manter o sincronismo quando sujeito a pequenas perturbações em torno de um ponto de operação, isto é, sua capacidade em amortecer essas pequenas perturbações. Foi visto no capítulo 2 que essa capacidade está associada aos polos do sistema (autovalores da matriz de estados). Isso define como deve ser feita a avaliação de cada um dos estados do sistema.

Uma vez que o estado operativo que foi selecionado anteriormente seja aplicado ao sistema (por exemplo, um circuito seja desligado para simular uma contingência de transmissão), é preciso executar um estudo de fluxo de potência sobre esse estado a fim de determinar o ponto de equilíbrio em regime permanente para as diversas variáveis da rede elétrica.

A seguir, é feita a linearização das equações do sistema em torno desse ponto de operação. Para tanto, o sistema pode ser representado em espaço de estados ou por sistema descritor dependendo do método que será utilizado para o cálculo dos polos:

- Para o cálculo de todos os polos do sistema pelo método QR, é necessário utilizar a representação em espaço de estados porque é necessário formar explicitamente a matriz A (da equação 2.7).
- Outra possibilidade é arbitrar um conjunto de *shifts* iniciais e utilizar um método que opere sobre o sistema descritor, como o MAM, para calcular os polos mais próximos a esses *shifts*.
- Ainda outra possibilidade é arbitrar, além dos *shifts*, um conjunto de funções de transferência de interesse e calcular apenas os polos dominantes para essas funções de transferência por um método de polos dominantes, como o DPSE ou SDPA. Essa opção tem um desempenho computacional muito melhor porque calcula apenas um conjunto de polos do sistema; porque usa a representação por sistema descritor, que preserva a esparsidade do sistema e porque na prática apresenta melhor convergência e menor perda de tracking.

4.6.2 Correspondência com os polos do caso base

Uma consideração importante, que é frequentemente observada na prática quando estudos semelhantes são realizados, é a respeito da dificuldade de fazer a correspondência entre os polos calculados durante a avaliação do estado operativo selecionado e os polos do caso base, normalmente referida como “perda de *tracking*” [27]. Isso acontece tanto no caso do cálculo de todos os polos, como no cálculo de um conjunto selecionado de polos.

No caso do cálculo de todos os polos, durante a avaliação do estado operativo

selecionado, o método QR pode calcular os polos em uma ordem diferente daquela obtida pela aplicação do mesmo método ao caso base. Nesse caso é necessário determinar qual desses polos calculados corresponde a determinado polo do caso base. Uma forma de fazer essa correspondência é pelo cálculo da distância quadrática [27]: são calculadas as distâncias entre todos os polos calculados e todos os polos do caso base. Então é feita a correspondência entre o polo calculado de maior distância quadrática e o polo do caso base mais próximo a ele e assim por diante, até que se tenham percorrido todos os polos. Deve-se observar que este algoritmo baseado em distâncias pode falhar quando o novo ponto de operação amostrado e reconvergido difere significativamente do caso base.

No caso do cálculo de um conjunto de polos selecionados, pode acontecer de os métodos MAM, DPSE ou SDPA convergir para um polo que não seja equivalente ao polo selecionado para o caso base. Nesse caso, é preciso arbitrar uma região em torno do polo do caso base dentro da qual será considerado que o polo calculado durante a simulação é equivalente ao polo do caso base. Caso o polo calculado caia fora dessa faixa, não se pode considerar esse caso para o cálculo dos índices de confiabilidade e, portanto, esse caso é retirado da estatística.

Note que o problema da perda de *tracking* não é exclusivo ao uso da simulação Monte Carlo não sequencial, proposta nesse trabalho. Outras possibilidades de simulação seriam uma simulação Monte Carlo sequencial [48], pseudo-sequencial [73], pseudo-cronológica [74] ou um passo a frente [75]. Em todos esses casos, o problema de perda de *tracking* ainda estaria presente porque a diferença entre os polos calculados para um ponto de operação e os polos calculados para o ponto de operação seguinte ainda podem ser grandes demais, mesmo que os dois pontos de operação tenham uma relação mais próxima, como a proximidade temporal da simulação sequencial. Exemplo disso é o que acontece na monitoração de oscilações do sistema em tempo real, onde o problema da perda de *tracking* precisa ser considerado [26].

Note ainda que esse problema também não é exclusivo de um ou outro método de cálculo de polos, já que ele ocorre quer calculando todos os polos via QR, quer calculando apenas uma parte dos polos, via MAM, DPSE ou SDPA. Mesmo se fosse feita a opção por trabalhar apenas com sistemas de pequeno porte para poder calcular todos os polos, o problema da perda de *tracking* ainda precisaria ser considerado.

De fato, dependendo da contingência na rede sendo considerada, alguns modos de oscilação podem desaparecer ou mudar de forma tão significativa que a correspondência com os polos do caso base seja bastante dificultada. Como as redes de grande porte tendem a ser bastante malhadas, os modos mais importantes do sistema, como os modos inter-área, devem ser pouco afetados pelas contingências, tornando esse

desaparecimento de modos de oscilação um evento raro. Contudo, a fim de detectar quando isso ocorre, nesse trabalho, recomenda-se considerar uma certa tolerância (por exemplo $2rad./s$) em torno dos polos do caso base. Se o polo calculado em dada amostra da Simulação Monte Carlo estiver fora dessa tolerância, essa amostra deve ser removida da estatística. Assim, um indicativo importante sobre os casos em que ocorre a perda de *tracking* é exatamente o número de casos retirados da estatística. Um alto número de casos retirados da estatística no caso do cálculo de polos via MAM pode indicar valores inadequados dos *shifts*. No caso do uso de métodos de polos dominantes, pode indicar, além disso, uma escolha ruim da função de transferência utilizada.

4.6.3 Coerência do sistema

Outra consideração importante na avaliação dos estados do sistema diz respeito à hipótese de coerência do sistema. Na avaliação de confiabilidade por adequação, especialmente quando se utiliza o método da simulação Monte Carlo não sequencial, é comum assumir que, se um componente que estava operando falhar o desempenho do sistema deve piorar e se um componente que estava falhado voltar à operação, o desempenho do sistema deve melhorar. Essa hipótese permite uma aproximação para o cálculo dos índices de frequência e duração (LOLF e LOLD) de forma rápida, mesmo em uma simulação não sequencial [66].

No caso da confiabilidade do ponto de vista de adequação, a hipótese de coerência muitas vezes é razoável. No caso da confiabilidade a pequenos sinais essa hipótese simplesmente não pode ser aplicada. A falha de certos equipamentos pode, de fato, melhorar o amortecimento de alguns (ou de todos) os polos do sistema. Isso ocorre, por exemplo, porque um PSS (*power system stabilizer*) que foi ajustado para certo ponto de operação pode prejudicar o amortecimento de certos polos do sistema em um ponto de operação diferente (mesmo que esse ponto de operação diferente seja resultado do reparo de algum componente). Mas mesmo sem PSS isso pode ocorrer, como é ilustrado no exemplo a seguir.

Exemplo 4.5: *Considere novamente o sistema do exemplo 2.1, exceto que, agora, considere que uma das linhas de transmissão ligadas à barra infinita está em contingência. Nesse caso, a matriz A já foi determinada como sendo:*

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \omega_s \\ -\frac{EV_3}{X_{eq}} \cos(\delta) & -\frac{K_D}{2H} \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Como a contingência não alterou a conexão entre os geradores do sistema (a

máquina modelada com modelo clássico e a barra infinita), apenas o ponto de operação (valor de E) e a reatância equivalente (X_{eq}) foram alterados. Isso significa que a equação para λ permanece a mesma, exceto que com valores diferentes nesses parâmetros.

Com essas considerações, substituindo os valores do apêndice (exceto que a linha foi desligada), pode-se calcular:

$$\lambda = -0.0417 \pm j 7.5471 \quad (4.14)$$

Isso significa que esses polos têm $\sigma = -0.0417$ e $\omega = 7.5471$. Assim, a frequência de oscilação desse polo é de 7.5471 radianos por segundo, ou $7.5471/(2\pi) = 1.2012$ Hz.

O fator de amortecimento para esse polo vale:

$$\zeta = \frac{-0.0417}{\sqrt{0.0417^2 + 7.5471^2}} = 0.55\% \quad (4.15)$$

Comparando com os resultados obtidos no exemplo 2.2, pode-se perceber que a perda da linha de fato melhorou o amortecimento do sistema, que passou de 0.44 % para 0.55 %.

Todas essas considerações implicam em uma conclusão importante. Na confiabilidade por adequação, o planejador do sistema pode assumir a hipótese de coerência e, do ponto de vista da confiabilidade, a decisão, por exemplo, de adicionar uma nova linha de transmissão no local A ou no local B pode ser tomada comparando os índices de confiabilidade com o custo das linhas nos dois locais. Nesse caso, o uso do estudo de confiabilidade é uma ferramenta que precisa ser comparada com a análise econômica. Por outro lado, na confiabilidade a pequenos sinais, o planejador não pode nem assumir que adicionar uma linha de transmissão em geral vá melhorar o amortecimento do sistema. Nesse caso, o estudo de confiabilidade é ainda mais importante para avaliar a própria consideração de inserir uma nova linha de transmissão, independente das condições econômicas.

4.7 Definição de índices

Em um estudo probabilístico a pequenos sinais [2]–[21], são calculados os polos do sistema e, para cada um deles, é calculada a função distribuição de probabilidade associada. Um estudo de confiabilidade, contudo, precisa ir além. Para a confiabi-

lidade são necessários índices que permitam comparar sistemas semelhantes a fim de avaliar alternativas de planejamento e operação desses sistemas. Portanto um elemento chave desse estudo é a definição de quais índices serão calculados e do que eles representam. E essa definição de índices necessariamente precisa partir da definição dos eventos de interesse da análise.

No caso da avaliação por adequação, o principal evento de interesse é a perda de carga, para o qual três variáveis aleatórias são comumente medidas, como apresentado anteriormente. Além disso, essas variáveis aleatórias são usadas tanto para calcular índices de confiabilidade para cada barra com carga, como índices globais do sistema [76].

No caso da estabilidade a pequenos sinais, o estudo probabilístico já estabeleceu a importância de reconhecer a distribuição de probabilidade da localização de cada polo de interesse do sistema. Essa distribuição é importante porque polos próximos ao semi-plano da direita do plano complexo (isto é, com parte real positiva ou pouco negativa) são fontes de instabilidade no sistema. Essa instabilidade é comumente medida pelo fator de amortecimento de cada um desses polos. Então, o evento de interesse é aquele em que algum desses polos tem seu amortecimento diminuído ou, até mesmo, passa para o semi-plano direito do plano complexo. Esses eventos indicam a introdução de oscilações pouco amortecidas no sistema e a probabilidade de sua ocorrência mede o risco associado.

Se o evento de interesse é a diminuição do fator de amortecimento dos polos, a variável aleatória que precisa ser medida na avaliação de confiabilidade a pequenos sinais é a própria localização dos polos. Assim, cada polo está associado a uma variável aleatória complexa. Outra variável aleatória derivada dessa é o fator de amortecimento, que é uma variável aleatória real. Formalmente, essas variáveis aleatórias podem ser definidas como sendo:

$$\begin{aligned} R_i(\xi) &= \sigma_i(\xi) + j \omega_i(\xi) \\ Z_i(\xi) &= \frac{-\sigma_i(\xi)}{\sqrt{\sigma_i^2(\xi) + \omega_i^2(\xi)}} \end{aligned} \quad (4.16)$$

Isto é, para cada evento elementar ξ e para cada polo de interesse i , calcula-se o valor da variável aleatória R que representa o polo do sistema e é formada por uma parte real σ e uma parte imaginária ω . Além disso, o valor da variável aleatória Z que representa o fator de amortecimento é calculada da forma usual.

A partir dessas variáveis aleatórias, podem ser definidos os eventos de interesse para cada polo como sendo:

$$\Gamma_{x_i} = \{\xi \in \Xi : Z_i(\xi) < x\} \quad (4.17)$$

E os eventos de interesse para o sistema seriam:

$$\Gamma_x = \{\xi \in \Xi : Z_i(\xi) < x, \text{ para qualquer } i\} \quad (4.18)$$

Isto é, dado um valor de amortecimento de interesse x (que pode ser, por exemplo, 5%, 10% etc.), para cada polo i pode ser definido o evento aleatório Γ_{x_i} como sendo o conjunto de todos os eventos elementares para os quais o fator de amortecimento é menor que x . Além disso, para o sistema, é definido o evento aleatório Γ_x como sendo o conjunto de todos os eventos elementares para os quais algum dos polos de interesse apresenta fator de amortecimento menor que x .

Então, com base nesses eventos, podem ser definidos um conjunto de índices de interesse por polo:

- LDP_{x_i} (*low damping probability*): probabilidade de o polo de interesse i ser encontrado com *damping* menor que x %. Por exemplo, LDP_{5_1} é a probabilidade de o primeiro polo de interesse ser encontrado com *damping* menor que 5%. Formalmente, $LDP_{x_i} = P(\Gamma_{x_i})$.

E pode-se definir os índices globais como sendo²:

- $LOSP$ (*loss of stability probability*): probabilidade de perda de estabilidade, mede a probabilidade de algum dos polos selecionados passar para o semi-plano da direita no plano complexo. Formalmente, $LOSP = P(\Gamma_0)$.
- LDP_x (*low damping probability*): probabilidade de algum polo selecionado ser encontrado com *damping* menor que x %. Por exemplo, LDP_5 é a probabilidade de algum polo selecionado ser encontrado com *damping* menor que 5%. Note que $LOSP = LDP_0$. Além disso, $LDP_5 \leq LDP_{10} \leq LDP_{15} \dots$. Formalmente, $LDP_x = P(\Gamma_x)$.

Note que esses índices e especialmente a $LOSP$ medem a perda de estabilidade condicionada aos polos que foram selecionados. Dizer que o valor da $LOSP$ é igual a zero para determinado sistema **não** significa que não exista a probabilidade de o sistema ser instável. Apenas significa que a probabilidade de o sistema perder a estabilidade é zero **considerando os polos selecionados**.

²O índice $LOSP$ é semelhante ao índice de Probabilidade de Ocorrência da Instabilidade (POI), e o índice LDP_x é semelhante ao índice de Probabilidade de Ocorrência do Fator de Amortecimento menor que x (PAM), ambos definidos em [23].

4.8 Implementação computacional

A metodologia proposta foi implementada no programa PacDyn, desenvolvido pelo Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (CEPEL), que integra metodologias para análise de estabilidade a pequenos sinais e vem sendo desenvolvido desde 1979 [36].

O primeiro passo para a implementação computacional foi o desenvolvimento da ferramenta de “root-locus” com variação de parâmetros de rede, que foi implementada e integrada ao PacDyn. Para essa implementação, o PacDyn passou a poder chamar rotinas de fluxo de potência via uma DLL (*dynamic-link library*) que integra rotinas do Anarede e do FLUPOT, ambos programas desenvolvidos pelo CEPEL.

Em um “root-locus” com variação de parâmetros de rede um laço de execução é iniciado em que, para cada pequena variação dos parâmetros, um fluxo de potência é executado (para convergir o ponto de operação) e, a seguir, o cálculo dos polos pode ser realizado usando as rotinas convencionais do PacDyn. Essa estrutura foi aproveitada para a implementação da análise de confiabilidade: para o programa, é como se ele estivesse executando um “root-locus” com variação de parâmetros de rede, mas as rotinas de seleção da próxima variação na rede e de finalização do algoritmo foram substituídas pelas rotinas de seleção de estados e atualização dos índices de confiabilidade. Além disso, o estabelecimento do ponto de operação que, no caso do “root-locus” com parâmetro de rede se restringe apenas à execução do fluxo de potência, precisou ser revista: na análise de confiabilidade, além do fluxo de potência também é executada a repartição da geração e, possivelmente, o fluxo de potência ótimo, como discutido anteriormente.

Com isso, a implementação da metodologia proposta ficou completamente integrada ao PacDyn, devendo o usuário apenas fornecer um arquivo adicional com dados de confiabilidade. Essa funcionalidade está disponível no menu de ferramentas do PacDyn e, para o cálculo de polos, conta com as mesmas funcionalidades de cálculo de polos que já estavam disponíveis para o “root-locus”.

Em relação aos métodos de cálculo de polos, vale destacar que, embora os métodos DPSE e SDPA já estivessem implementados no programa (o método SDPA apenas sendo particularizado para o problema eletromecânico), durante o desenvolvimento desse trabalho foi incluída também a implementação do método MAM. Esse método passou a estar disponível no PacDyn, não apenas para estudos de confiabilidade, mas também para os demais estudos.

Capítulo 5

Estudos de caso

Utilizando a implementação computacional da metodologia apresentada nos capítulos anteriores, este capítulo apresenta três sistemas teste. Cada um desses sistemas é utilizado para ilustrar uma parte da metodologia e os resultados são comentados para dirigir o entendimento. O primeiro sistema teste é uma rede simples, utilizada como exemplo introdutório tanto para validar a implementação, como para manter o foco no efeito da penetração de geração eólica e para comparar os resultados da metodologia proposta com outra metodologia comum da análise de estabilidade a pequenos sinais, a saber, o diagrama de lugar das raízes. O segundo sistema é mais explorado. Por ser um sistema um pouco maior, ele permite o teste de diferentes métodos de cálculo de polos e é utilizado para ilustrar os pontos fortes e fracos de cada um deles. Além disso, a partir desse sistema são feitos exemplos de aplicação da metodologia proposta, com dois projetos de PSS. O terceiro sistema é usado para confirmar que a metodologia proposta pode ser aplicada em sistemas de grande porte, como é o caso do sistema interligado nacional, com 6631 barras.

Em todos os sistemas estudados, foram considerados ou dados típicos ou dados reais da operação dos sistemas elétricos (no caso do SIN). Embora a metodologia proposta nesse trabalho se aplique igualmente a casos com qualquer número de regimes de vento, fugiria ao escopo desse trabalho considerar a modelagem dos regimes de vento, o agrupamento desses dados e a correlação entre eles. Por isso, nos estudos de caso apresentados aqui o vento foi considerado uniforme em toda a região em que havia a instalação de turbinas eólicas. Além disso, a carga das barras foi considerada constante em toda a Simulação Monte Carlo, como também é usual em estudos do planejamento da operação e expansão do SIN.

5.1 Sistema 1: rede simples

5.1.1 Análise do caso base

Como um exemplo introdutório, considere a rede elétrica simples apresentada em [77], cujos dados são reproduzidos no apêndice e que é ilustrada na figura 5.1.

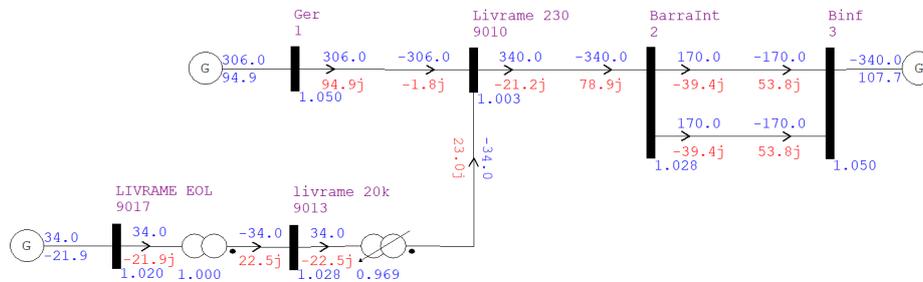


Figura 5.1: Sistema exemplo eólica

Na referência [77] esse sistema foi testado para várias representações diferentes das equações dinâmicas das turbinas eólicas e um modelo simplificado da turbina eólica como fonte de corrente controlada foi verificado adequado. Por isso, no presente estudo foi adotado esse modelo, que também é reproduzido no apêndice.

O método QR pode ser utilizado para obter todos os polos desse sistema, como mostra a tabela a seguir¹:

Tabela 5.1: Polos do caso base para o sistema 1 com 10% de penetração de energia eólica

Polo	Módulo	Damp. (%)	Fator de participação
(-0.2095, 8.3479)	8.3506	2.5087	WW Ger # 1
(-0.2095, -8.3479)	8.3506	2.5087	
(-8.084, 7.4864)	11.018	73.37	EQ' Ger # 1
(-8.084, -7.4864)	11.018	73.37	
(-341.8, 0)	341.8	100	x 0012 CDU-GSE # 1
(-100.32, 0)	100.32	100	x 0004 PSS # 12
(-19.137, 0)	19.137	100	EQ' Ger # 1

¹Nessa tabela e em tabelas semelhantes a seguir, a coluna “Polo” apresenta o valor complexo do polo: (parte real, parte imaginária). Além disso, a coluna “Fator de participação” fornece uma identificação no formato PacDyn do estado com maior fator de participação para cada polo. O formato dessas informações é <variável><nome>#<número>, onde *variável* é, por exemplo, WW, representando a velocidade da máquina, DELTA representando a posição angular do rotor etc. As variáveis x ... são variáveis internas dos modelos usados.

Polo	Módulo	Damp. (%)	Fator de participação
(-10.119, 0)	10.119	100	ED" Ger # 1
(-9.8104, 0)	9.8104	100	x 0054 CDU-GSE # 1
(-0.3386, 0)	0.3386	100	x 0003 PSS # 12

Para esse caso, em que a fazenda eólica está suprindo 10% da carga, pode-se observar um fator de amortecimento baixo para o polo eletromecânico da máquina síncrona na barra 1. O par de polos referente a essa máquina tem amortecimento de cerca de 2.5%, muito próximos da instabilidade.

A análise desse caso pode ser aplicada realizando variações na penetração de energia eólica, ou seja, na quantidade de potência gerada pela fazenda eólica em comparação com a carga total. Para manter o balanço de potência sem sobrecarregar a barra 3, que é do tipo $V\theta$ (barra *swing*), para qualquer variação dessas, em todos os casos apresentados aqui, as máquinas da barra 1 absorvem a diferença de potência entre a geração de energia eólica e a geração do caso base.

Se for aumentada a penetração de energia eólica até 100%, os polos se alteram para aqueles mostrados na tabela a seguir. Observa-se uma melhora significativa no fator de amortecimento do polo eletromecânico nesse caso, passando de 2.5% para 12.627%. Isso é esperado uma vez que a máquina síncrona está muito menos carregada.

Tabela 5.2: Polos do caso base para o sistema 1 com 100% de penetração de energia eólica

Polo	Módulo	Damp. (%)	Fator de participação
(-0.9216, 7.24)	7.2984	12.627	WW Ger # 1
(-0.9216, -7.24)	7.2984	12.627	
(-7.5613, 8.9962)	11.752	64.342	EQ' Ger # 1
(-7.5613, -8.9962)	11.752	64.342	
(-269.45, 0)	269.45	100	x 0012 CDU-GSE # 1
(-100.03, 0)	100.03	100	x 0004 PSS # 12
(-19.102, 0)	19.102	100	EQ' Ger # 1
(-10.123, 0)	10.123	100	x 0054 CDU-GSE # 1
(-9.3456, 0)	9.3456	100	ED" Ger # 1
(-0.3337, 0)	0.3337	100	x 0003 PSS # 12

De modo geral, o lugar das raízes para esse caso, variando a geração eólica em passos de 10% entre 0% e 100%, é mostrado na figura 5.2². Pode-se notar que o caso sem geração eólica, de fato, é o pior caso, do ponto de vista do fator de amortecimento do polo eletromecânico (representado pelo quadrado). Para esse caso, o polo eletromecânico é quase instável, com um fator de amortecimento de apenas 0.3%.

Os demais polos estão mostrados na tabela a seguir:

²Neste gráfico, cada polo é representado por um símbolo diferente. Além disso, as retas vermelha, azul, roxa e cinza marcam os pontos com fator de amortecimento constante e igual a 5%, 10%, 15% e 20%, respectivamente.

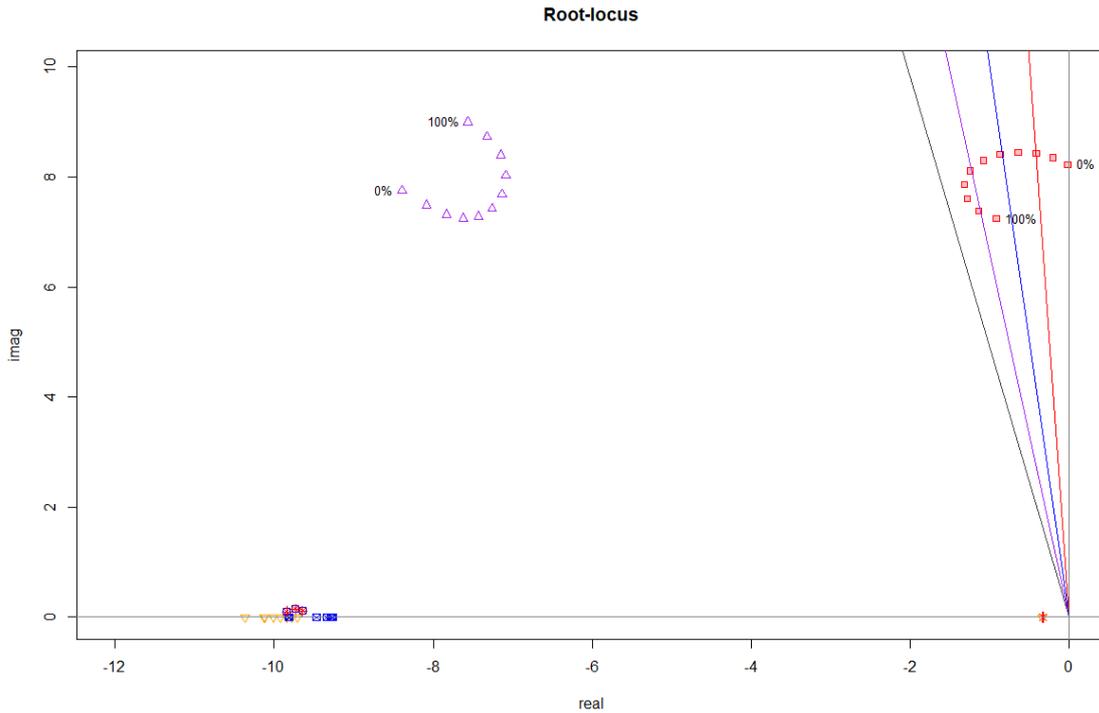


Figura 5.2: Lugar das raízes para o sistema 1 com variação da penetração de geração eólica entre 0% e 100%

Tabela 5.3: Polos do caso base para o sistema 1 com 0% de penetração de energia eólica

Polo	Módulo	Damp. (%)	Fator de participação
(-0.02511, 8.2231)	8.2231	0.3053	WW Ger # 1
(-0.02511, -8.2231)	8.2231	0.3053	
(-8.3922, 7.7523)	11.425	73.456	EQ' Ger # 1
(-8.3922, -7.7523)	11.425	73.456	
(-340.96, 0)	340.96	100	x 0012 CDU-GSE # 1
(-100.33, 0)	100.33	100	x 0004 PSS # 12
(-19.13, 0)	19.13	100	EQ' Ger # 1
(-10.363, 0)	10.363	100	ED" Ger # 1
(-9.8177, 0)	9.8177	100	x 0054 CDU-GSE # 1
(-0.3385, 0)	0.3385	100	x 0003 PSS # 12

5.1.2 Avaliação de confiabilidade calculando todos os polos

Para estudar esse caso do ponto de vista da confiabilidade composta a pequenos sinais, são consideradas a variação probabilística do vento na fazenda eólica e a possível falha de cada um dos circuitos ligados entre as barras 2 e 3. Os dados probabilísticos do vento são aqueles mostrados no exemplo 4.3 e na figura 4.5 que são provenientes do *Western Wind Resources, National Renewal Energy Laboratory* [78], fruto de medições reais em uma das fazendas eólicas no Texas, EUA, mostrada na figura 5.3. Esses dados, já agregados, juntamente com os dados da turbina estão disponíveis na referência [70]. Os dados probabilísticos de taxa de falha e tempo médio de reparo para os circuitos são aqueles mostrados no exemplo 4.1 e foram obtidos considerando circuitos de 230 kV e utilizando dados típicos de confiabilidade [79]. Todos esses dados estão disponíveis no apêndice.

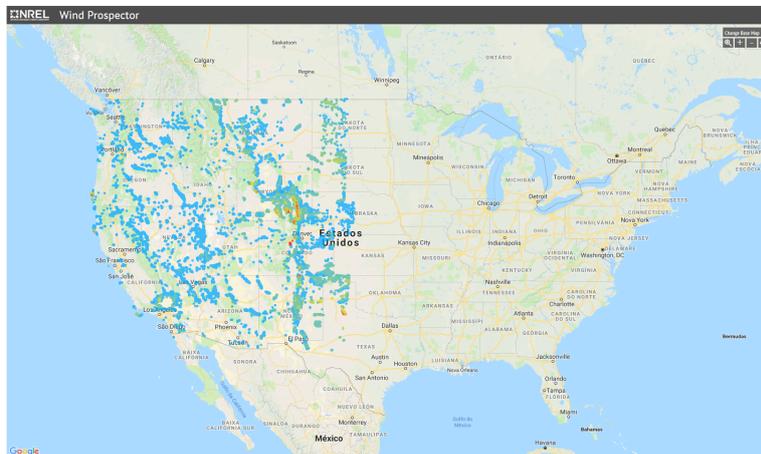


Figura 5.3: Localização geográfica dos pontos de medição da *Western Wind Resources, National Renewal Energy Laboratory*

Realizando uma avaliação de confiabilidade com esses dados utilizando o cálculo de polos via QR, considerando $\beta_{ref} = 0.03$, a avaliação converge em 13000 iterações após 5 min. 4.2 seg. Nesse caso, os índices obtidos para o sistema são: $LOSP = 0$, $LDP_5 = 43.74\%$, $LDP_{10} = 54.68\%$, $LDP_{15} = 84.25\%$ e $LDP_{20} = 100\%$. O valor de cada um dos polos é mostrados na figura 5.4 e os índices para cada polo são mostrados nas tabelas a seguir.

Tabela 5.4: Valores médios dos polos calculados para o sistema 1 com método QR

Polo (original)	Damp. (original)	Polo (médio)	Damp. (médio)
(-341.802, 0)	1	(-321.623, 0)	1
(-100.315, 0)	1	(-100.231, 0)	1

Polo (original)	Damp. (original)	Polo (médico)	Damp. (médico)
(-19.1374, 0)	1	(-19.1241, 0)	1
(-8.084, 7.48645)	0,733703	(-7.81099, 7.91816)	0,701532
(-8.084, -7.48645)	0,733703	(-7.81099, -7.91816)	0,701532
(-10.119, 0)	1	(-10.0732, -0.0197248)	0,999987
(-9.8104, 0)	1	(-9.61253, 0.0197248)	0,999987
(-0.209495, 8.34794)	0,0250875	(-0.578792, 8.02166)	0,0737251
(-0.209495, -8.34794)	0,0250875	(-0.578792, -8.02166)	0,0737251
(-0.338635, 0)	1	(-0.337303, 0)	1

Tabela 5.5: Índices de confiabilidade por polo calculados para o sistema 1 com método QR

Polo (original)	LOSP	LDP (5%)	LDP (10%)	LDP(15%)
(-341.802, 0)	0	0	0	0
(-100.315, 0)	0	0	0	0
(-19.1374, 0)	0	0	0	0
(-8.084, 7.48645)	0	0	0	0
(-8.084, -7.48645)	0	0	0	0
(-10.119, 0)	0	0	0	0
(-9.8104, 0)	0	0	0	0
(-0.209495, 8.34794)	0	43,7418	54,6811	84,2526
(-0.209495, -8.34794)	0	43,7418	54,6811	84,2526
(-0.338635, 0)	0	0	0	0

A figura 5.5 mostra a evolução da média e da variância da média para o polo eletromecânico, atestando a convergência da simulação e ilustrando a Lei dos Grandes Números e o Teorema do Limite Central. Além disso, a figura 5.6 faz uma análise

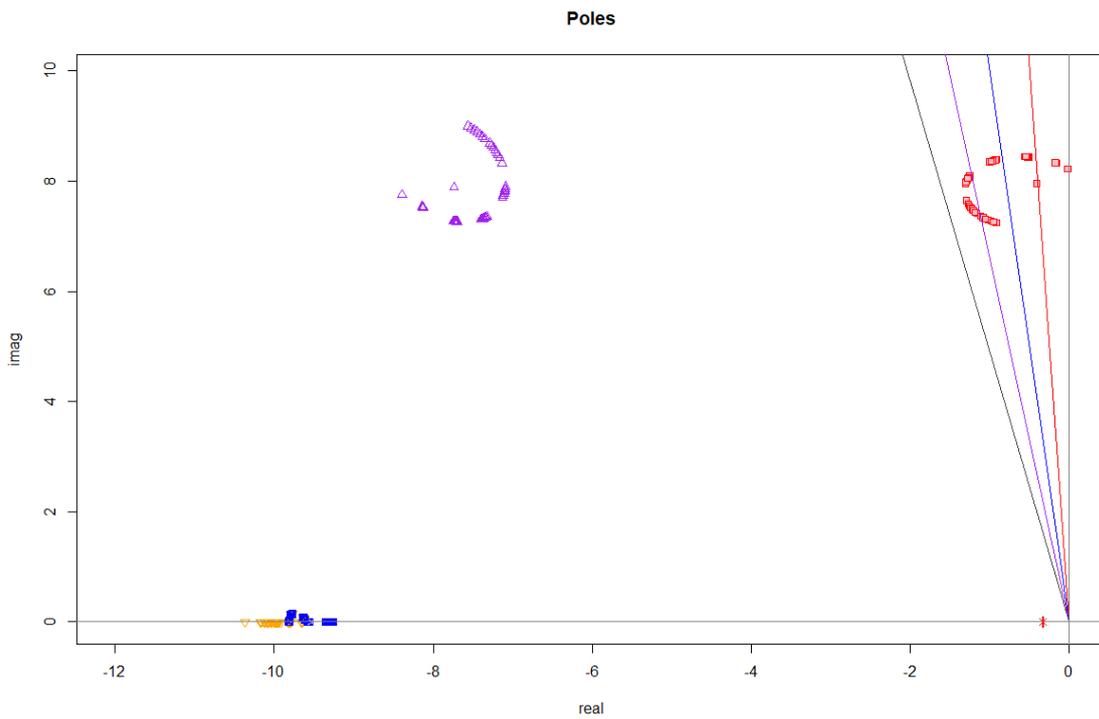


Figura 5.4: Polos calculados para o sistema 1 com método QR

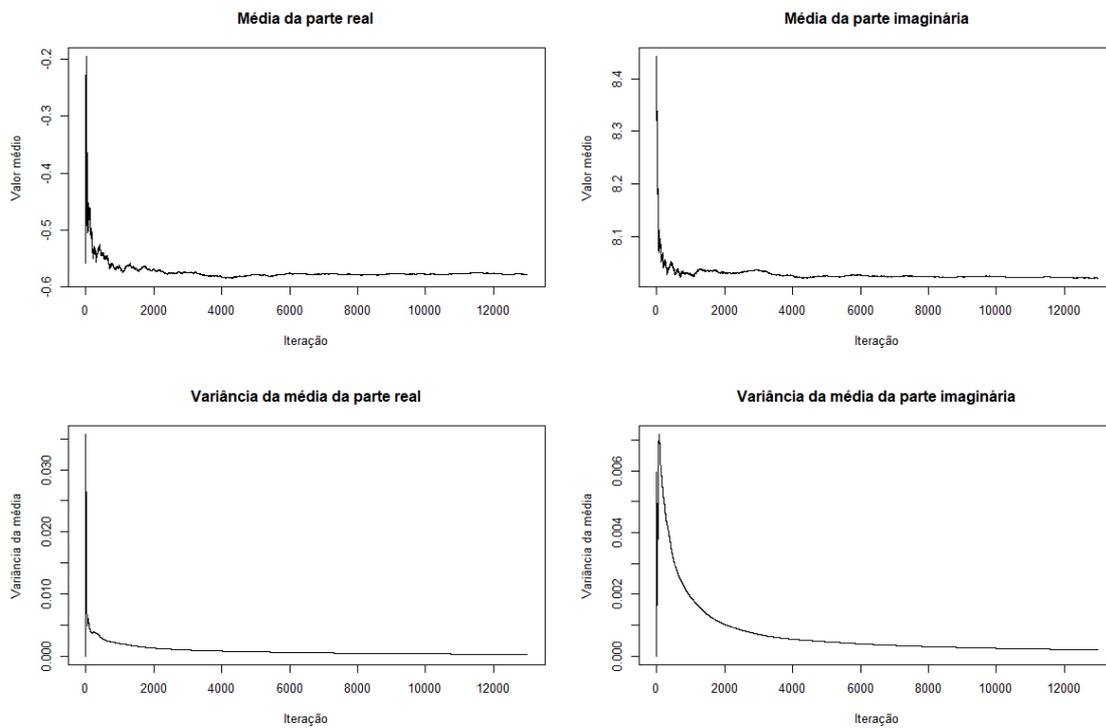


Figura 5.5: Evolução da média do polo eletromecânico para o sistema 1 com método QR

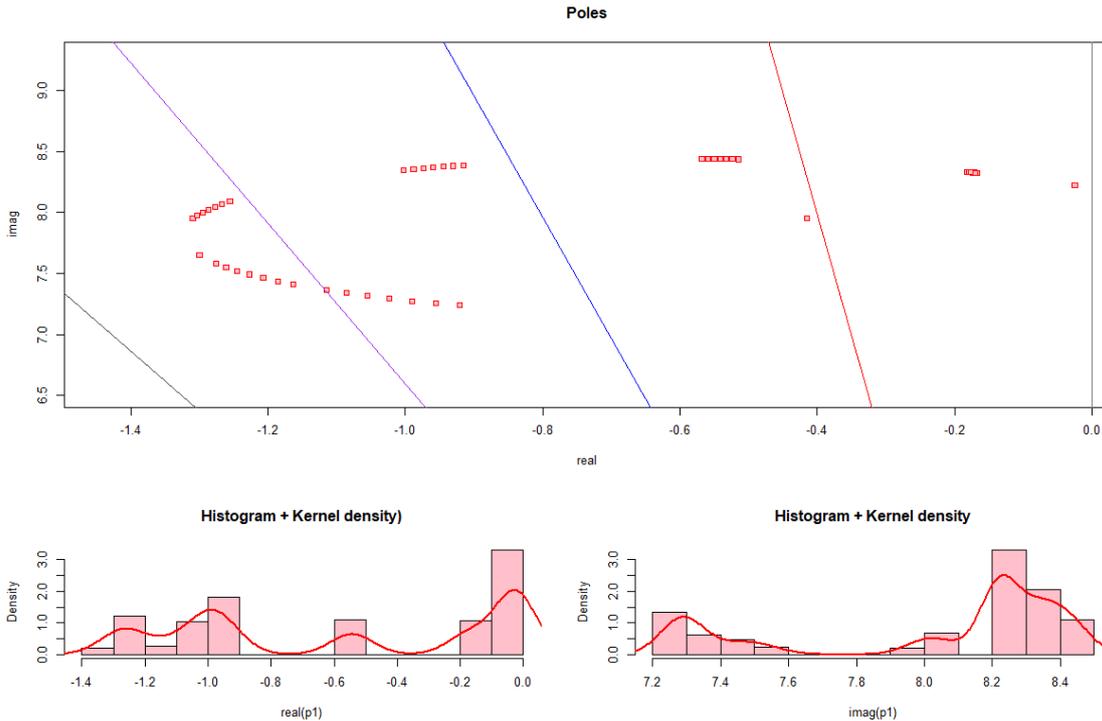


Figura 5.6: Polos calculados para o sistema 1 com método QR

mais aprofundada do polo eletromecânico, mostrando o posicionamento dos polos ao longo da simulação e a distribuição de probabilidade das partes real e imaginária desse polo.

Comparando a figura 5.4 com a figura 5.2 observa-se a semelhança esperada. No caso dos polos calculados durante a avaliação de confiabilidade, observa-se uma posição para o polo eletromecânico que não aparecia antes (com amortecimento de cerca de 5%) que se refere aos sorteios dos estados de falha em cada uma das linhas de transmissão. Observa-se ainda que esse caso base que já era mal amortecido não apresenta grande risco de instabilidade se forem levadas em conta as contingências ($LOSP = 0$). Contudo, a probabilidade de o amortecimento cair abaixo de 5% é bem alta: $LDP_5 = 43.74\%$.

Observando a figura 5.6 nota-se uma distribuição aproximadamente bimodal do lugar do polo eletromecânico, especialmente no eixo imaginário. Esse tipo de distribuição não é incomum em avaliações de confiabilidade por adequação, com e sem a representação de geração eólica [71].

5.1.3 Avaliação de confiabilidade com cálculo parcial de polos

Pode-se também considerar os mesmos dados e estudar esse caso usando um método de cálculo por polos dominantes. Para isso, é preciso determinar uma função de

transferência para ser utilizada no método de cálculo de polos dominantes. Como nesse caso há apenas um polo eletromecânico (do gerador da barra 1), a função de transferência mais natural é aquela que considera como entrada a tensão de referência desse gerador e como saída a velocidade angular do mesmo.

Com essa função de transferência e os mesmos dados anteriores, a confiabilidade desse caso a pequenos sinais pode ser avaliada calculando os polos via DPSE. Considerando $\beta_{ref} = 0.03$, a avaliação converge em 12900 iterações após 1 min. 2.3 seg., 80% mais rápido que a avaliação usando o cálculo de todos os polos via QR. Nesse caso, os índices obtidos para o polo eletromecânico ficam em $LOSP = 0$, $LDP_5 = 43.78\%$, $LDP_{10} = 54.73\%$, $LDP_{15} = 84.27\%$ e $LDP_{20} = 100\%$, muito próximos aos valores calculados via QR. Além disso, o valor médio desse polo vale $-0.578345 \pm j 8.0216$. O posicionamento dos polos para toda a simulação é mostrado na figura 5.7, que também apresenta a distribuição de probabilidade das partes real e imaginária do polo. Essa figura é idêntica à figura 5.6 já que a mesma semente do gerador de números aleatórios foi utilizada.

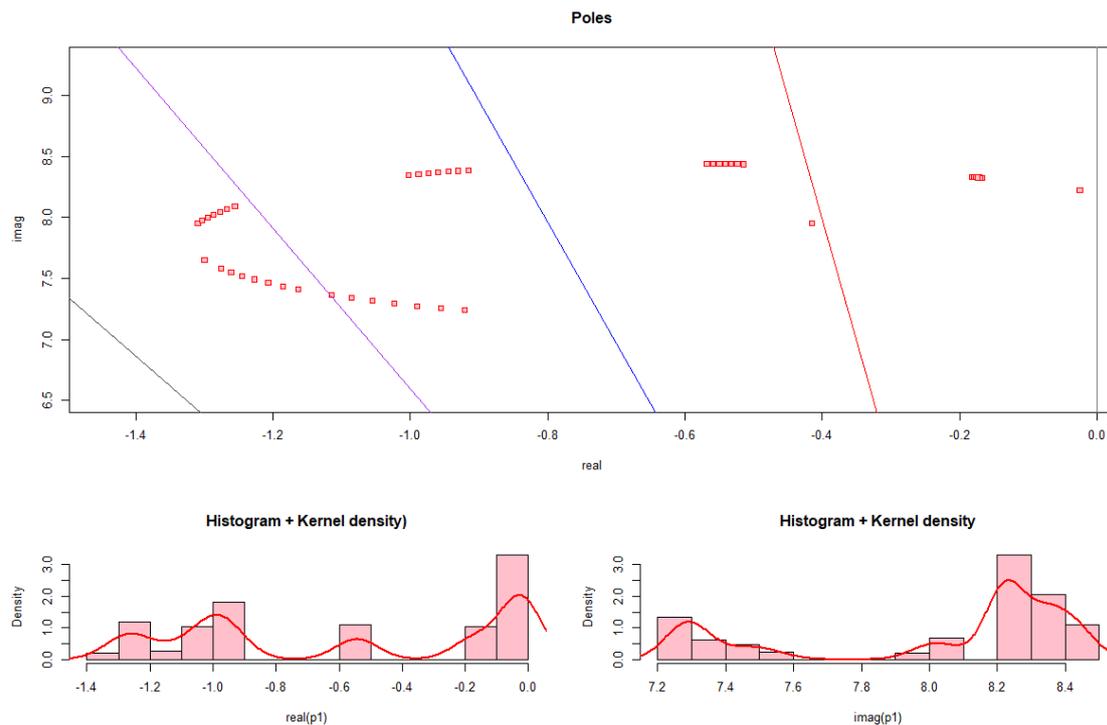


Figura 5.7: Polos calculados para o sistema 1 com método DPSE

Note a diferença do tempo computacional entre essa simulação e a anterior. Enquanto a simulação anterior, calculando todos os polos do sistema, convergiu em 5 min. 4.2 seg., a simulação calculando polos dominantes convergiu em 1 min. 2.3 seg. Isso representa uma redução de quase 80 %, nesse caso simples com apenas três barras de geração. Em um caso mais complexo, onde o cálculo de todos os polos envolva

milhares de valores, essa redução deve ser ainda mais pronunciada.

5.1.4 Avaliação de confiabilidade sem falhas na linha

Outro teste interessante para o método é a consideração apenas da variação da energia eólica sem contingências no circuito de transmissão. Utilizando a avaliação com cálculo de polos via DPSE e considerando $\beta_{ref} = 0.03$, essa avaliação converge em 2000 iterações após 10.6 seg. Nesse caso, os índices obtidos para o polo eletromecânico ficam em $LOSP = 0$, $LDP_5 = 45.17\%$, $LDP_{10} = 55.32\%$, $LDP_{15} = 84.14\%$ e $LDP_{20} = 100\%$. Além disso, o valor médio desse polo vale $-0.570084 \pm j 8.02805$. O posicionamento dos polos para toda a simulação é mostrado na figura 5.8, que também apresenta a distribuição de probabilidade das partes real e imaginária do polo.

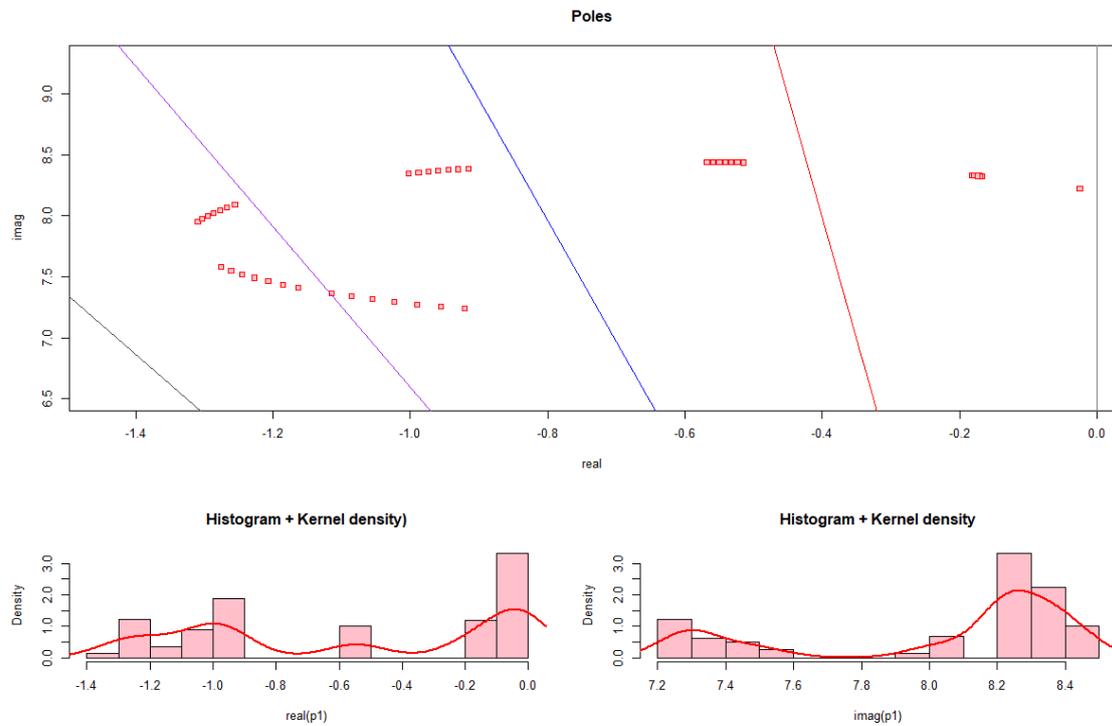


Figura 5.8: Polos calculados para o sistema 1 com método DPSE e sem falhas na linha

A semelhança entre esses resultados e aqueles obtidos considerando falhas na linha de transmissão mostra que, para esse sistema, a grande responsável pelos índices de confiabilidade é a variação da energia eólica e não as falhas no sistema. Isso é esperado dado que temos apenas duas linhas de transmissão com modelos probabilísticos e a probabilidade de operação de cada uma delas é de 99.982%.

Esse caso ainda é útil para outra comparação. A distribuição bimodal da probabilidade do polo eletromecânico aponta um problema no estudo probabilístico

tradicional de pequenos sinais [2], [3] que assume variações com distribuição normal nos pequenos sinais e obtém distribuições normais para a localização dos polos. No caso de variações na energia eólica como aquelas consideradas aqui, essa hipótese não é válida.

5.1.5 Projeto de um novo PSS

Os altos valores dos índices de risco de baixo amortecimento encontrados nos casos anteriores confirmam a observação feita em relação ao caso base de que esse caso já estava mal ajustado. Isso é útil para ilustrar uma aplicação da avaliação de confiabilidade comparando o ponto de operação desse caso base com o ponto de operação de outro caso, com um PSS mais bem ajustado.

Um novo PSS foi projetado para as máquinas da barra 1 a fim de obter 15% de amortecimento no polo eletromecânico para 0% de penetração de energia eólica (que era o pior caso nos exemplos anteriores). Esse novo PSS também é mostrado no apêndice. A figura 5.9 mostra o diagrama de Nyquist com amortecimento de 15% que foi utilizado para o projeto do novo PSS para esse sistema [80], considerando 0% de penetração de energia eólica sem PSS nas máquinas da barra 1 (curva vermelha) e com o novo PSS (curva azul).

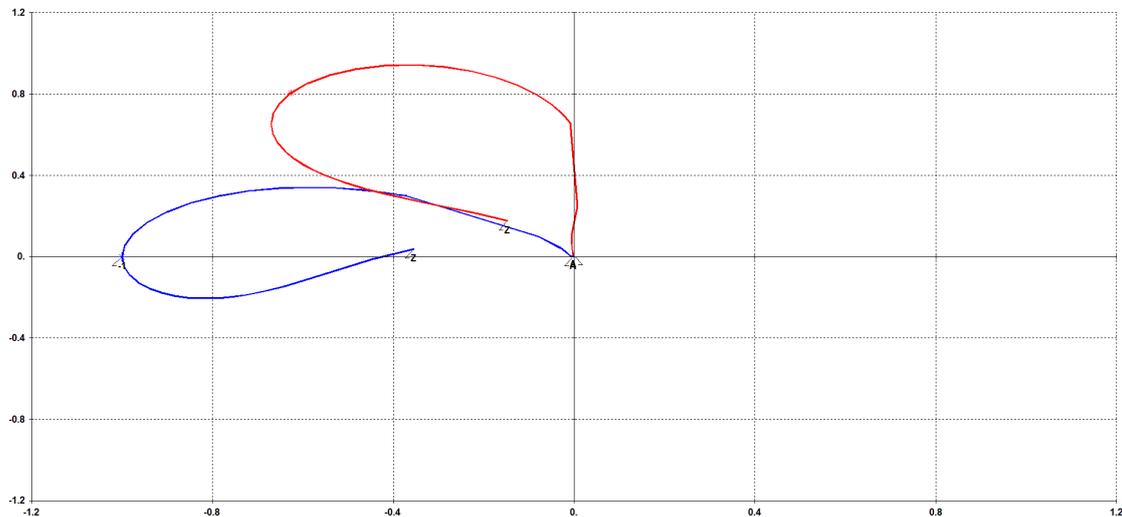


Figura 5.9: Diagrama de Nyquist para o Sistema 1 com 0% de penetração de energia eólica com e sem o novo PSS

Avaliando a confiabilidade desse caso com cálculo de polos via DPSE e considerando $\beta_{ref} = 0.03$, essa avaliação converge em 1000 iterações após 5.3 seg. Nesse caso, os índices obtidos para o polo eletromecânico ficam em $LOSP = 0$, $LDP_5 = 0\%$, $LDP_{10} = 0\%$, $LDP_{15} = 43.54\%$ e $LDP_{20} = 64.75\%$. Além disso, o valor médio desse polo vale $-1.64917 \pm j 7.5709$. O posicionamento dos polos para toda a simulação é

mostrado na figura 5.10, que também apresenta a distribuição de probabilidade das partes real e imaginária do polo.

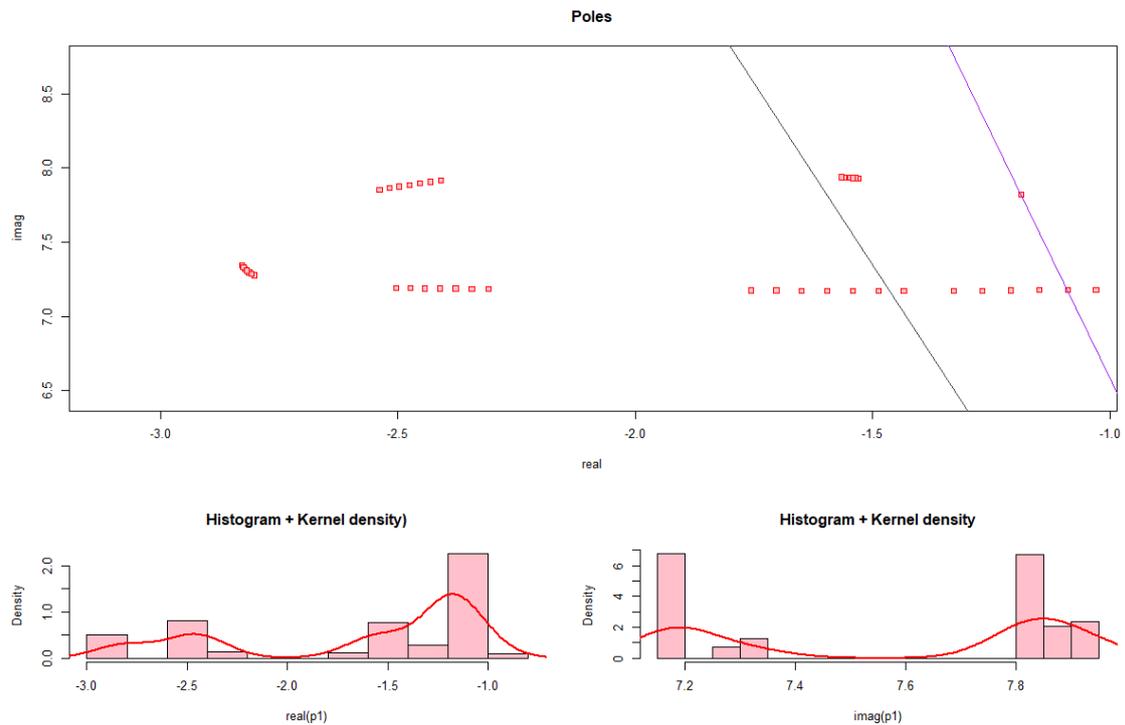


Figura 5.10: Polos calculados para o sistema 1 com método DPSE e novo PSS

A melhora significativa do desempenho desse sistema em relação ao caso original é esperada, uma vez que o novo PSS tem um ajuste melhor. A avaliação de confiabilidade, nesse caso, confirma o resultado esperado pelo projeto tradicional. Uma informação adicionada pela confiabilidade é que, embora o polo eletromecânico tenha um fator de amortecimento de 15% no caso com 0% de penetração de eólica, a probabilidade desse fator cair abaixo de 15% é alta, 43.54%, mas a probabilidade de reduzir abaixo de 10% é nula, conforme LDP_{10} .

5.2 Sistema 2: caso duas áreas modificado

5.2.1 Análise do caso base

O estudo de caso anterior demonstrou que a avaliação de confiabilidade do ponto de vista de pequenos sinais mostra resultados coerentes com a análise tradicionalmente feita. No entanto, para perceber mais vantagens da avaliação de confiabilidade é preciso considerar sistemas mais complexos.

O próximo estudo de caso, mostrado na figura 5.11, é o sistema duas áreas apresentado em [29]. Excitatrizes de corrente contínua auto-excitadas foram usadas para as máquinas das quatro usinas nas barras de 1 a 4, sem estabilizadores e com os mesmos parâmetros de [29].

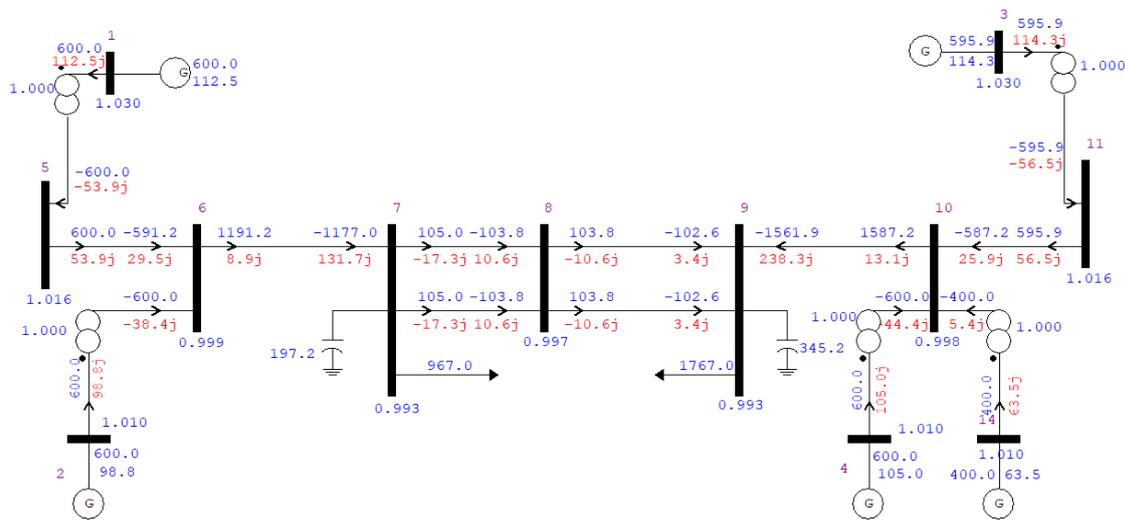


Figura 5.11: Sistema 2 áreas modificado

A fim de ilustrar o desligamento forçado das máquinas, em vez de uma única máquina equivalente de 900 MVA em cada usina, o exemplo foi modificado para considerar um máximo de 6 unidades de 150 MVA com os mesmos parâmetros de [29]. No caso base, 5 unidades estão em operação em cada uma das usinas nas barras 1, 2 e 4; a barra 3 tem 6 unidades em operação. Dependendo da geração das usinas, as unidades disponíveis podem ser postas em operação durante a avaliação de confiabilidade.

Além disso, o sistema foi modificado para adicionar uma nova barra 14 com geração representando uma fazenda eólica com 80 unidades de turbinas de 5 MW. Para cada uma das turbinas, um modelo dinâmico de fonte de corrente foi utilizado, assim como no exemplo anterior.

Para o caso base, esse caso tem 40 polos, mostrados na tabela abaixo. Os três polos eletromecânicos são $-0.5925 + j7.0946$, $-0.6159 + j7.1847$ e $-0.0427 + j3.7461$ com

valores de amortecimento de 8.32 %, 8.54 % and 1.14 %, respectivamente. Com os dados dinâmicos originais de [29] esse caso já era mal amortecido.

Tabela 5.6: Polos do caso base para o sistema 2

Polo	Módulo	Freq. (Hz)	Damp. (%)	Fator de participação
(-0.0427, 3.7461)	3.7463	0.5962	1.139	WW Barra3 # 3 10
(-0.0427, -3.7461)	3.7463	-0.5962	1.139	
(-0.5925, 7.0946)	7.1192	-1.1291	8.322	
(-0.5925, -7.0946)	7.1192	1.1291	8.322	WW Barra2 # 2 10
(-0.6159, 7.1847)	7.211	1.1434	8.54	DELTA Barra4 # 4 10
(-0.6159, -7.1847)	7.211	-1.1434	8.54	
(-0.2949, 0.3690)	0.4724	-0.0587	62.43	
(-0.2949, -0.3690)	0.4724	0.0587	62.43	EQ' Barra2 # 2 10
(-0.3069, 0.3732)	0.4831	-0.0594	63.507	
(-0.3069, -0.3732)	0.4831	0.0594	63.507	EQ' Barra4 # 4 10
(-1.5040, 1.4357)	2.0792	0.2285	72.334	EQ' Barra1 # 1 10
(-1.5040, -1.4357)	2.0792	-0.2285	72.334	
(-0.7504, 0.6069)	0.9651	-0.0966	77.75	
(-0.7504, -0.6069)	0.9651	0.0966	77.75	EQ' Barra3 # 3 10
(-5.4929, 1.3577)	5.6582	0.216	97.078	x 0009 AVRMAQ2 # 2

Polo	Módulo	Freq. (Hz)	Damp. (%)	Fator de participação
(-5.4929, -1.3577)	5.6582	-0.216	97.078	
(-5.4201, 1.3055)	5.5751	0.2077	97.219	x 0009 AVRMAQ4 # 4
(-5.4201, -1.3055)	5.5751	-0.2077	97.219	
(-3.9225, 0.9145)	4.0276	0.1455	97.388	x 0009 AVRMAQ3 # 3
(-3.9225, -0.9145)	4.0276	-0.1455	97.388	
(-16.873, 0.9845)	16.901	0.1566	99.83	x 0007 AVRMAQ1 # 1
(-16.873, -0.9845)	16.901	-0.1566	99.83	
(-0.6557, 0)	0.655657167	0	1	x 0016 AVRMAQ2 # 2
(-4.6556, 0)	4.655601955	0	1	x 0009 AVRMAQ3 # 3
(-35.2842, 0)	35.28424503	0	1	EQ" Barra3 # 3 10
(-36.1111, 0)	36.11107968	0	1	ED" Barra4 # 4 10
(-29.9705, 0)	29.97048882	0	1	ED" Barra1 # 1 10
(-34.3383, 0)	34.33828546	0	1	EQ" Barra1 # 1 10
(-37.4081, 0)	37.40813638	0	1	EQ" Barra2 # 2 10
(-66.6667, 0)	66.66666667	0	1	x 0004 AVRMAQ3 # 3

Polo	Módulo	Freq. (Hz)	Damp. (%)	Fator de participação
(-36.6845, 0)	36.68454554	0	1	ED" Barra2 # 2 10
(-37.2589, 0)	37.25893051	0	1	EQ" Barra4 # 4 10
(-13.0659, 0)	13.06586016	0	1	x 0007 AVRMAQ3 # 3
(-13.6766, 0)	13.67663282	0	1	x 0007 AVRMAQ2 # 2
(-290.296, 0)	290.2958708	0	1	x 0012 EOLICA4 # 12
(-10.3636, 0)	10.36363519	0	1	x 0054 EOLICA4 # 12
(-19.3294, 0)	19.32940824	0	1	x 0004 AVRMAQ2 # 2
(-28.6406, 0)	28.64056515	0	1	ED" Barra3 # 3 10
(-14.7827, 0)	14.78269917	0	1	x 0007 AVRMAQ4 # 4
(-18.7074, 0)	18.70736247	0	1	x 0004 AVRMAQ4 # 4

5.2.2 Avaliação de confiabilidade calculando todos os polos

A fim de estudar a confiabilidade desse caso, foram acrescentados aos dados dinâmicos mostrados anteriormente, os dados de confiabilidade necessários. Para as taxas de falha e tempo médio de reparo dos geradores convencionais e das linhas de transmissão, foram utilizados dados típicos do SIN [79]. Para todas as turbinas foram considerados: taxa de falha de $\lambda = 6$ ocorrências por ano e a taxa de reparo é de $\mu = 67.38462$ ocorrências por ano se a turbina estiver operando em velocidade

normal e $\lambda_{extrema} = 36$ ocorrências por ano e $\mu_{extrema} = 243.3333$ ocorrências por ano se a turbina estiver operando em velocidade extrema (maior que 19 m/s).

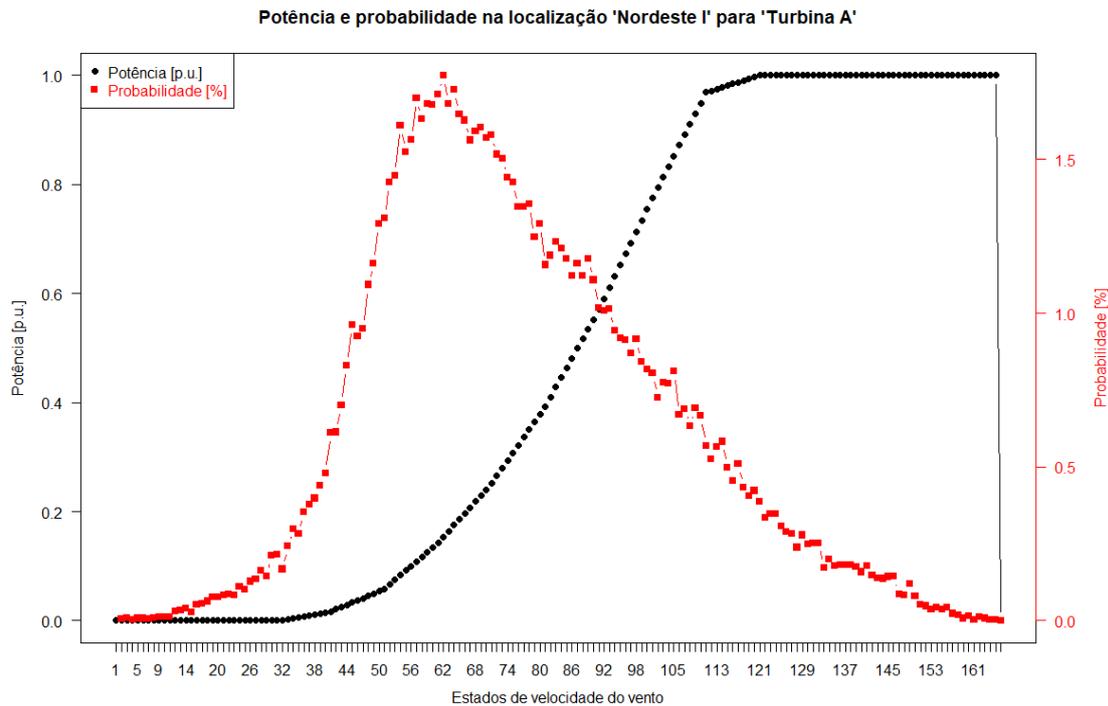


Figura 5.12: Curvas de probabilidade e potência gerada para os estados do vento de [58]

Os estados de velocidade do vento e o modelo da turbina considerados são aqueles encontrados na referência [58], provenientes de medições reais realizadas em fazendas eólicas da região Nordeste do Brasil. Na referência, as medições reais foram agregadas em 165 estados de vento e o conjunto de dados foi denominado “Nordeste I”. Para os valores de potência das turbinas, foram utilizados os dados da turbina identificada como “Turbina A”, na mesma referência. A figura 5.12 mostra esses dados, cujos valores podem ser encontrados na referência.

Considerando variação do vento e indisponibilidade de equipamentos, a avaliação de confiabilidade calculando todos os polos desse caso converge com um $\beta_{ref} = 0.02$ em 596 iterações, após 5 min. 13 seg. Os índices obtidos para esse sistema são de $LOSP = 0.67\%$, $LDP_1 = 70.25\%$, $LDP_8 = 100.00\%$. Os índices de confiabilidade calculados para todos os polos são mostrados na tabela a seguir.

Tabela 5.7: Índices de confiabilidade por polo calculados para o sistema 2 com método QR

Polo	Média	Variância	LOSP	LDP (1%)	LDP (8%)	LDP (15%)
(-0.0427, 3.7461)	(-0.0263, 3.4767)	(0.000166, 0.02582)	0.6722	70.25	100	100
(-0.0427, -3.7461)	(-0.0263, -3.4767)	(0.000166, 0.025822)	0.6722	70.25	100	100
(-0.5925, 7.0946)	(-0.5587, 7.1104)	(2.54e-4, 1.32e-4)	0	0	76.64	100
(-0.5925, -7.0946)	(-0.5587, -7.1104)	(2.54e-4, 1.32e-4)	0	0	76.64	100
(-0.6159, 7.1847)	(-0.5586, 7.2212)	(7.11e-4, 3.12e-4)	0	0	76.97	100
(-0.6159, -7.1847)	(-0.5586, -7.2212)	(7.11e-4, 3.12e-4)	0	0	76.97	100
(-0.2949, 0.3690)	(-0.3199, 0.3665)	(1.90e-4, 8e-06)	0	0	0	0
(-0.2949, -0.3690)	(-0.3199, -0.3665)	(1.90e-4, 8e-06)	0	0	0	0
(-0.3069, 0.3732)	(-0.3101, 0.3738)	(1.74e-05, 1e-06)	0	0	0	0
(-0.3069, -0.3732)	(-0.3101, -0.3738)	(1.74e-05, 1e-06)	0	0	0	0
(-1.5040, 1.4357)	(-1.7054, 1.2854)	(0.0128, 0.00496)	0	0	0	0
(-1.5040, -1.4357)	(-1.7054, -1.2854)	(0.0128, 0.00496)	0	0	0	0
(-0.7504, 0.6069)	(-0.8025, 0.6001)	(0.00105, 2.64e-05)	0	0	0	0
(-0.7504, -0.6069)	(-0.8025, -0.6001)	(0.00105, 2.64-05)	0	0	0	0
(-5.4929, 1.3577)	(-5.6296, 1.3816)	(0.00669, 5.58e-4)	0	0	0	0
(-5.4929, -1.3577)	(-5.6296, -1.3816)	(0.00669, 5.58e-4)	0	0	0	0
(-5.4201, 1.3055)	(-5.5702, 1.3221)	(0.00586, 1.97e-4)	0	0	0	0

Polo	Média	Variância	LOSP	LDP (1%)	LDP (8%)	LDP (15%)
(-5.4201, -1.3055)	(-5.5702, -1.3221)	(0.00586, 1.97e-4)	0	0	0	0
(-3.9225, 0.9145)	(-3.9993, 0.91695)	(0.00231, 0.00227)	0	0	0	0
(-3.9225, -0.9145)	(-3.9993, -0.91695)	(0.00231, 0.00227)	0	0	0	0
(-16.873, 0.9845)	(-16.8641, 1.0560)	(2.24e-05, 0.00272)	0	0	0	0
(-16.873, -0.9845)	(-16.8641, -1.0560)	(2.24e-05, 0.00272)	0	0	0	0
(-0.6557, 0)	(-0.6806, 0)	(9.33e-05, 0)	0	0	0	0
(-4.6556, 0)	(-4.7217, 0)	(0.00125, 0)	0	0	0	0
(-35.2842, 0)	(-35.1878, 0)	(0.00295, 0)	0	0	0	0
(-36.1111, 0)	(-36.1899, 0)	(0.00124, 0)	0	0	0	0
(-29.9705, 0)	(-29.9811, 1.8823)	(0.00164, 5.74e-4)	0	0	0	0
(-34.3383, 0)	(-34.2423, 0)	(0.00274, 0)	0	0	0	0
(-37.4081, 0)	(-37.3834, 6.89e-4)	(1.72e-4, 1.41e-4)	0	0	0	0
(-66.6667, 0)	(-66.6667, 0)	(0, 0)	0	0	0	0
(-36.6845, 0)	(-36.6576, 0)	(0.00181, 0)	0	0	0	0
(-37.2589, 0)	(-37.2233, -6.89e-4)	(4.63e-4, 1.41e-4)	0	0	0	0
(-13.0659, 0)	(-13.0205, 0)	(7.15e-4, 0)	0	0	0	0
(-13.6766, 0)	(-13.6532, 0)	(0.00102, 0)	0	0	0	0
(-290.296, 0)	(-315.239, 0)	(110.547, 0)	0	0	0	0

Polo	Média	Variância	LOSP	LDP (1%)	LDP (8%)	LDP (15%)
(-10.3636, 0)	(-10.2539, 0)	(0.00157, 0)	0	0	0	0
(-19.3294, 0)	(-19.3089, 0)	(1.89e-4, 0)	0	0	0	0
(-28.6406, 0)	(-29.2191, -0.0018)	(0.0811, 5.74e-4)	0	0	0	0
(-14.7827, 0)	(-14.7361, 0)	(5.28e-4, 0)	0	0	0	0
(-18.7074, 0)	(-18.7113, 0)	(3.94e-4, 0)	0	0	0	0

A localização de cada um dos polos no plano complexo ao longo da simulação é mostrada na figura 5.13. Nessa figura e em figuras subsequentes, os símbolos em preto se referem aos polos do caso base, cores diferentes representam polos diferentes e as retas de fator de amortecimento constante foram alteradas para os valores de 1%, 8% e 15%. Esses valores foram escolhidos porque 1% e 8% estão próximos aos fatores de amortecimento dos polos de interesse e 15% é o fator de amortecimento desejado.

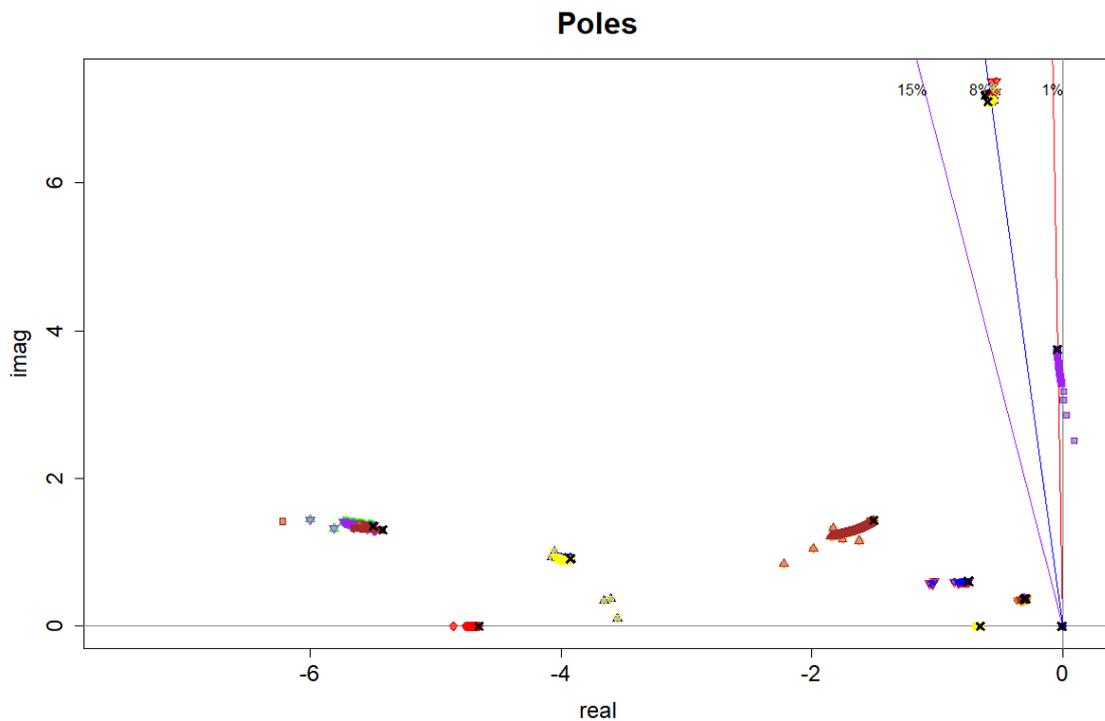


Figura 5.13: Polos calculados para o sistema 2 áreas via QR

A figura 5.14 mostra apenas os polos eletromecânicos e a figura 5.15 mostra o histograma dos valores assumidos por esses polos ao longo das iterações da simulação.

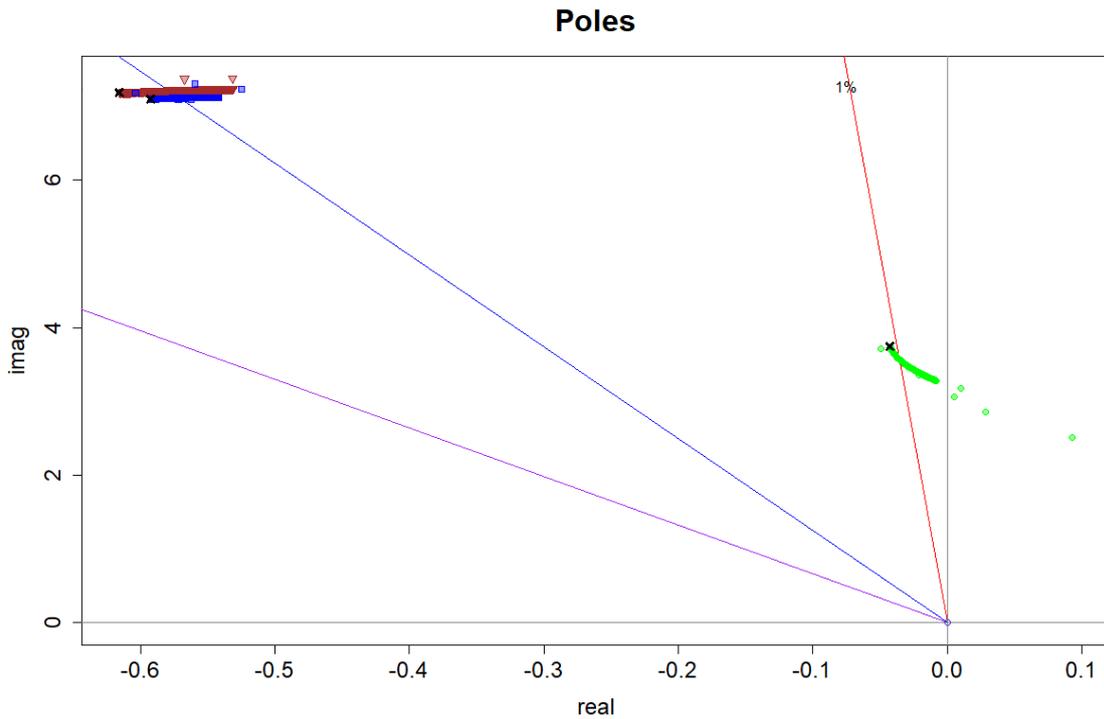


Figura 5.14: Polos eletromecânicos calculados para o sistema 2 áreas via QR

Observando os índices de confiabilidade de cada polo, nota-se que nesse caso os polos eletromecânicos são aqueles que precisam realmente ser monitorados, já que todos os demais polos apresentam índices de confiabilidade nulos. Dentre os demais polos, vários deles tiveram uma variância zero ou muito próxima de zero durante a simulação, indicando que não havia a necessidade de eles estarem sendo monitorados.

A figura 5.14 mostra a variação dos polos eletromecânicos e, novamente, lembra muito um diagrama de lugar das raízes (*root-locus*). Contudo, quando se observa a distribuição de probabilidade dos polos eletromecânicos, fica claro que os valores assumidos por esses polos não foram uniformes ao longo das simulações. Assim como no exemplo anterior, aqui também se observa o comportamento aproximadamente bimodal dessas distribuições de probabilidade.

Se os equipamentos forem considerados 100% confiáveis, ainda é possível realizar a simulação Monte Carlo desse caso apenas com a variação do vento, como foi feito no caso anterior. Esse tipo de avaliação é interessante porque está mais próximo do estudo de “pequenos sinais probabilístico” encontrado na literatura [2]–[14], [14]–[20], [20]–[23].

Considerando apenas a variação do vento, a avaliação de confiabilidade calculando

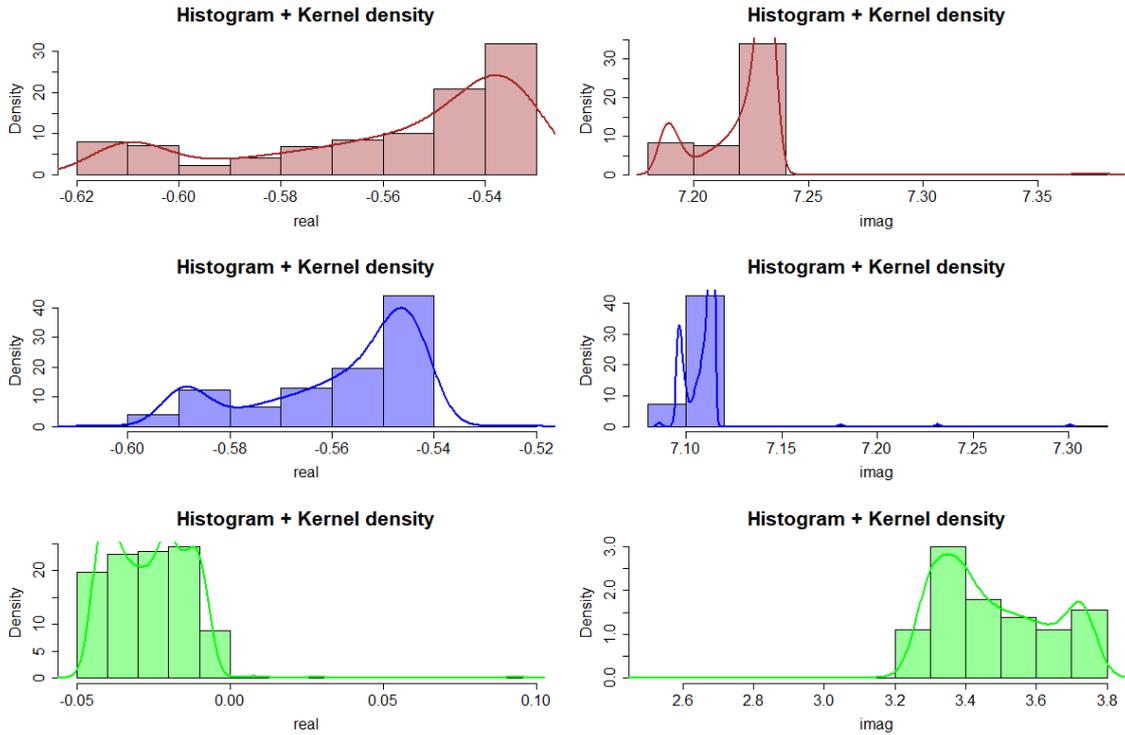


Figura 5.15: Histograma para os polos eletromecânicos calculados para o sistema 2 áreas via QR

todos os polos desse caso converge com um $\beta_{ref} = 0.02$ em 441 iterações, após 3 min. 6 seg. Os índices obtidos para esse sistema são de $LOSP = 0\%$, $LDP_1 = 72.11\%$, $LDP_8 = 100.00\%$. Os índices de confiabilidade calculados para todos os polos são mostrados na tabela a seguir.

Tabela 5.8: Índices de confiabilidade por polo calculados para o sistema 2 com método QR sem falhas na rede

Polo	Média	Variância	LOSP	LDP (1%)	LDP (8%)	LDP (15%)
(-0.0427, 3.7461)	(-0.0257, 3.4682)	(1.37e-4, 0.02326)	0	72.11	100	100
(-0.0427, -3.7461)	(-0.0257, -3.4682)	(1.37e-4, 0.02326)	0	72.11	100	100
(-0.5925, 7.0946)	(-0.5575, 7.1102)	(2.5e-4, 3.66e-5)	0	0	79.37	100
(-0.5925, -7.0946)	(-0.5575, -7.1102)	(2.5e-4, 3.66e-5)	0	0	79.37	100
(-0.6159, 7.1847)	(-0.5568, 7.2217)	(7.14e-4, 2.34e-4)	0	0	79.37	100

Polo	Média	Variância	LOSP	LDP (1%)	LDP (8%)	LDP (15%)
(-0.6159, -7.1847)	(-0.5568, -7.2217)	(7.13e-4, 2.34e-4)	0	0	79.37	100
(-0.2949, 0.3690)	(-0.321, 0.3664)	(1.86e-4, 6e-6)	0	0	0	0
(-0.2949, -0.3690)	(-0.321, -0.3664)	(1.86e-4, 6e-6)	0	0	0	0
(-0.3069, 0.3732)	(-0.3104, 0.3738)	(1.75e-5, 8e-7)	0	0	0	0
(-0.3069, -0.3732)	(-0.3104, -0.3738)	(1.75e-5, 8e-7)	0	0	0	0
(-1.5040, 1.4357)	(-1.7128, 1.2822)	(0.0123, 0.004577)	0	0	0	0
(-1.5040, -1.4357)	(-1.7128, -1.2822)	(0.0123, 0.004577)	0	0	0	0
(-0.7504, 0.6069)	(-0.8033, 0.5997)	(7.55e-4, 2.39e-5)	0	0	0	0
(-0.7504, -0.6069)	(-0.8033, -0.5997)	(7.55e-4, 2.39e-5)	0	0	0	0
(-5.4929, 1.3577)	(-5.6341, 1.3826)	(0.00656, 5.82e-4)	0	0	0	0
(-5.4929, -1.3577)	(-5.6341, -1.3826)	(0.00656, 5.82e-4)	0	0	0	0
(-5.4201, 1.3055)	(-5.5752, 1.3229)	(0.00507, 1.88e-4)	0	0	0	0
(-5.4201, -1.3055)	(-5.5752, -1.3229)	(0.00507, 1.88e-4)	0	0	0	0
(-3.9225, 0.9145)	(-4.0039, 0.92092)	(0.001506, 9.26e-5)	0	0	0	0
(-3.9225, -0.9145)	(-4.0039, -0.92092)	(0.001506, 9.26e-5)	0	0	0	0
(-16.873, 0.9845)	(-16.8639, 1.0598)	(1.74e-5, 0.00252)	0	0	0	0
(-16.873, -0.9845)	(-16.8639, -1.0598)	(1.74e-5, 0.00252)	0	0	0	0
(-0.6557, 0)	(-0.6811, 0)	(9.39e-5, 0)	0	0	0	0

Polo	Média	Variância	LOSP	LDP (1%)	LDP (8%)	LDP (15%)
(-4.6556, 0)	(-4.7241, 0)	(0.00118, 0)	0	0	0	0
(-35.2842, 0)	(-35.1848, 0)	(0.00267, 0)	0	0	0	0
(-36.1111, 0)	(-36.1923, 0)	(0.00123, 0)	0	0	0	0
(-29.9705, 0)	(-29.9829, 0)	(0.000287, 0)	0	0	0	0
(-34.3383, 0)	(-34.2382, 0)	(0.00269, 0)	0	0	0	0
(-37.4081, 0)	(-37.3826, 0)	(1.66e-4, 0)	0	0	0	0
(-66.6667, 0)	(-66.6667, 0)	(0, 0)	0	0	0	0
(-36.6845, 0)	(-36.6537, 0)	(3.18e-4, 0)	0	0	0	0
(-37.2589, 0)	(-37.2212, 0)	(3.64e-4, 0)	0	0	0	0
(-13.0659, 0)	(-13.0182, 0)	(5.56e-4, 0)	0	0	0	0
(-13.6766, 0)	(-13.654, 0)	(1.23e-4, 0)	0	0	0	0
(-290.296, 0)	(-315.863, 0)	(110.857, 0)	0	0	0	0
(-10.3636, 0)	(-10.253, 0)	(0.00168, 0)	0	0	0	0
(-19.3294, 0)	(-19.3076, 0)	(1.61e-4, 0)	0	0	0	0
(-28.6406, 0)	(-29.2373, 0)	(0.080477, 0)	0	0	0	0
(-14.7827, 0)	(-14.7361, 0)	(4.53e-4, 0)	0	0	0	0
(-18.7074, 0)	(-18.7102, 0)	(3.48e-4, 0)	0	0	0	0

A localização de cada um dos polos no plano complexo ao longo da simulação é

mostrada na figura 5.16, a figura 5.17 mostra apenas os polos eletromecânicos e a figura 5.18 mostra o histograma dos valores assumidos por esses polos ao longo das iterações da simulação.

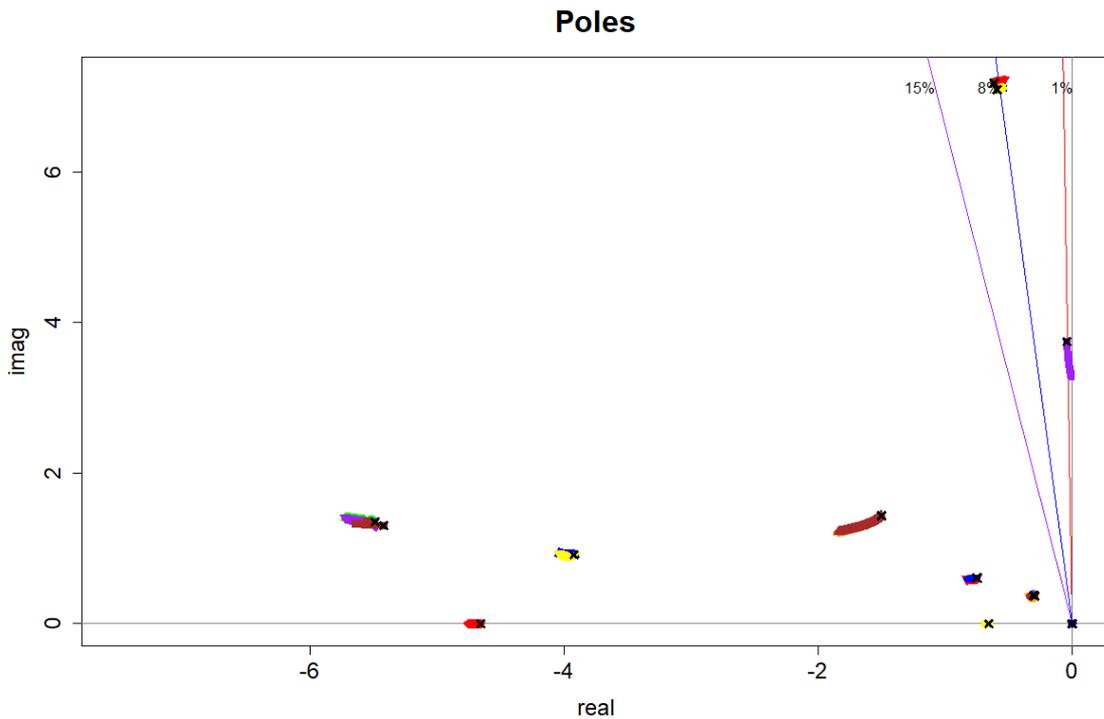


Figura 5.16: Polos calculados para o sistema 2 áreas via QR sem falhas na rede

Comparando os índices de confiabilidade para esse caso com aqueles obtidos para o mesmo caso considerando falhas na rede, nota-se que casos que tornam o sistema instável não foram considerados apenas considerando a variação do vento. Isso ilustra a importância de serem consideradas falhas na rede. O uso dos métodos tradicionais de estudos probabilísticos de pequenos sinais estariam cegos para esses casos importantes, que provocam instabilidade na rede, porque consideram os equipamentos 100% confiáveis.

A comparação da figura 5.17 com a figura 5.14 mostra um gráfico mais suave no caso sem falhas na rede, como era esperado. De fato, a figura 5.16 fica ainda mais parecida com um diagrama do lugar das raízes. Na figura 5.18, contudo, nota-se que, diferente do diagrama do lugar das raízes, ao considerar as probabilidades dos eventos, a distribuição dos pontos ao longo da curva não é uniforme. Novamente pode ser observado esse comportamento aproximadamente bimodal da distribuição de probabilidade da localização dos polos.

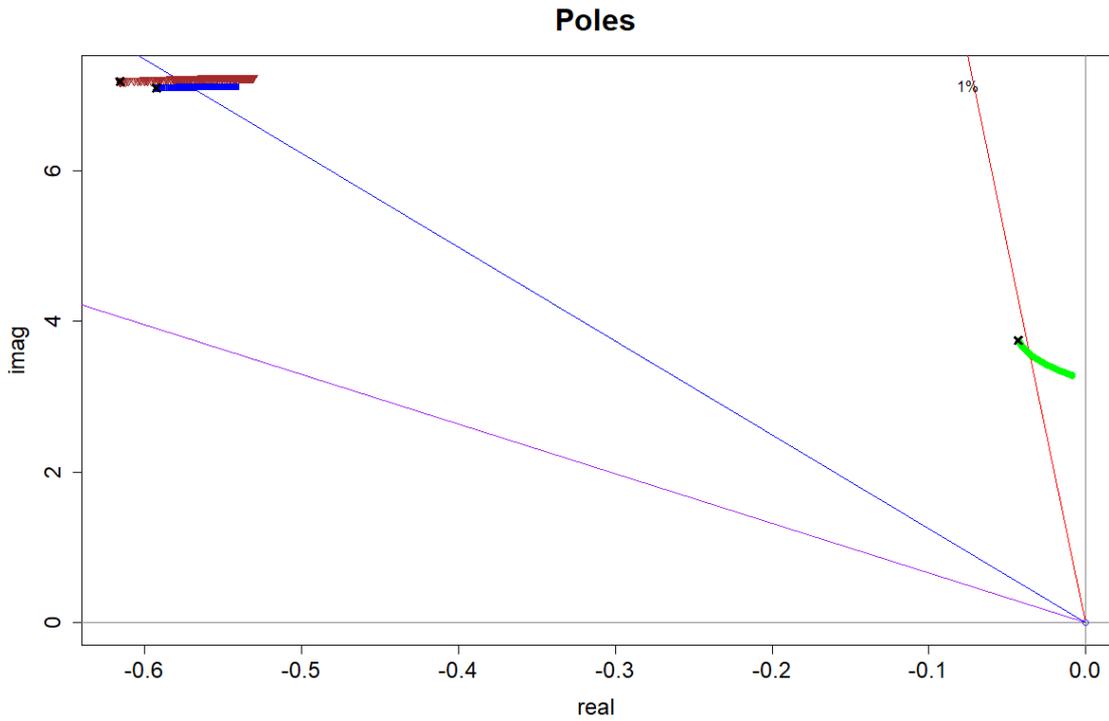


Figura 5.17: Polos eletromecânicos calculados para o sistema 2 áreas via QR sem falhas na rede

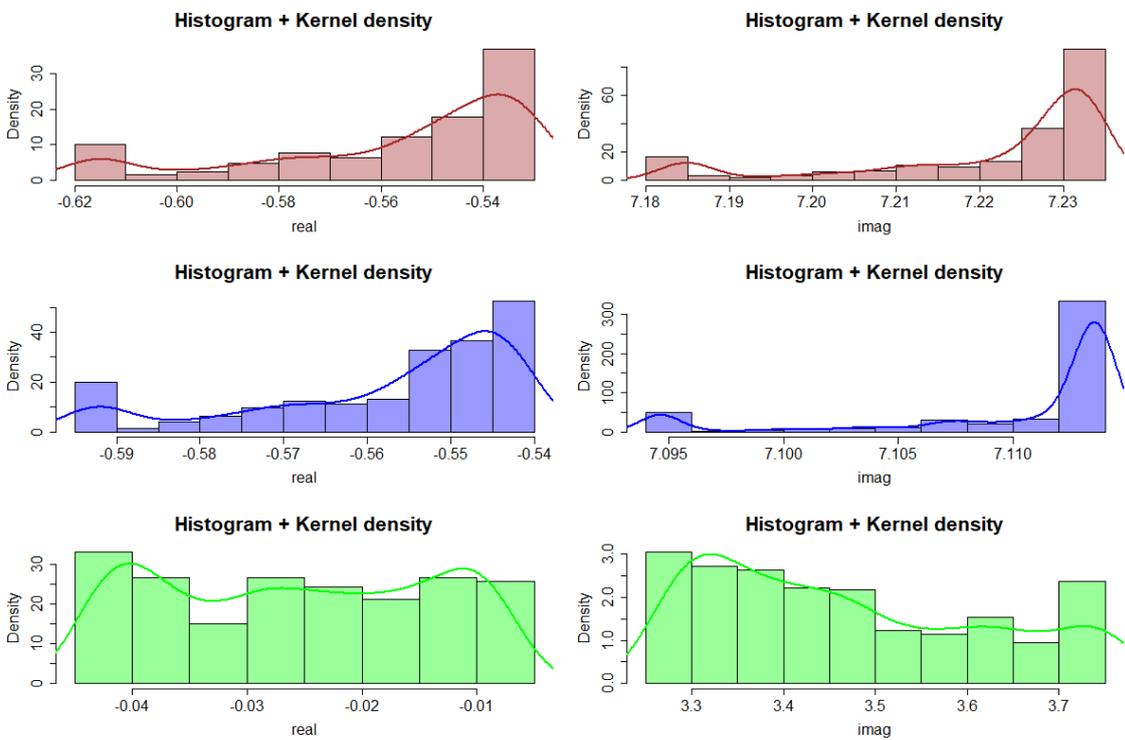


Figura 5.18: Histograma para os polos eletromecânicos calculados para o sistema 2 áreas via QR sem falhas na rede

5.2.3 Avaliação de confiabilidade com cálculo parcial de polos

A seção anterior evidenciou que na simulação Monte Carlo para esse caso não é necessário considerar todos os polos. Em vez de calcular todos os polos via QR, podem ser utilizados outros métodos de cálculo parcial de polos na simulação.

Nesse caso existem três polos eletromecânicos. A figura 5.19 mostra os gráficos de *mode-shape* de velocidade para esses três polos. Nessa figura, as séries em vermelho estão associadas às máquinas das barras 1 e 2 (área 1), enquanto que as séries em azul estão associadas às máquinas das barras 3 e 4 (área 2). Para máquinas próximas uma à outra (na mesma área), a ligação elétrica entre elas é relativamente forte. As oscilações entre essas máquinas tendem a ter frequências relativamente mais altas, como se observam nos polos de frequência 7.0946 rad./s, associado ao modo local da área 1, de 7.1847 rad./s, associado ao modo local da área 2. Por outro lado, máquinas da área 1 oscilam contra as máquinas da área 2. Como as áreas estão conectadas por meio de linhas de transmissão mais longas, a ligação elétrica entre elas é relativamente mais fraca. Por isso, a frequência de oscilação inter-área é de 3.7461 rad./s nesse caso, mais baixa que a frequência dos modos locais.

A figura 5.20 mostra, à esquerda, os fatores de controlabilidade em tensão de referência para os polos eletromecânicos desse caso e, à direita, os fatores de observabilidade em velocidade. Nessas figuras, o eixo horizontal se refere às barras 1, 2, 3 e 4. Observe como, para o polo de frequência 7.0946 rad./s, a barra 2 é a que tem maiores fatores de controlabilidade e observabilidade. E para os demais polos eletromecânicos, as barras 3 e 4 têm fatores de controlabilidade e observabilidade aproximadamente próximos. Assim, foram escolhidas duas funções de transferência para esse caso. Para o polo de frequência 7.0946 rad./s, foi escolhida a função de transferência de variável de entrada sendo a tensão de referência para as máquinas da barra 2 e saída a velocidade angular para as mesmas máquinas ($WW2/VREF2$). E para os dois outros polos, foi utilizada a função de transferência de variável de entrada sendo a tensão de referência para as máquinas da barra 4 e saída a velocidade angular para as mesmas máquinas ($WW4/VREF4$).

De posse das funções de transferência, pôde ser aplicado o método SDPA para cálculo de polos dominantes a esse caso. Considerando falhas na rede, a avaliação de confiabilidade a pequenos sinais com cálculo de polos via SDPA converge com um $\beta_{ref} = 0.02$ em 595 iterações, após 3 min. 20 seg. Os índices obtidos para esse sistema são de $LOSP = 0.67\%$, $LDP_1 = 70.25\%$, $LDP_8 = 100.00\%$. Os índices de confiabilidade calculados para todos os polos são mostrados na tabela a seguir.

Os índices de confiabilidade calculados utilizando a simulação Monte Carlo podem

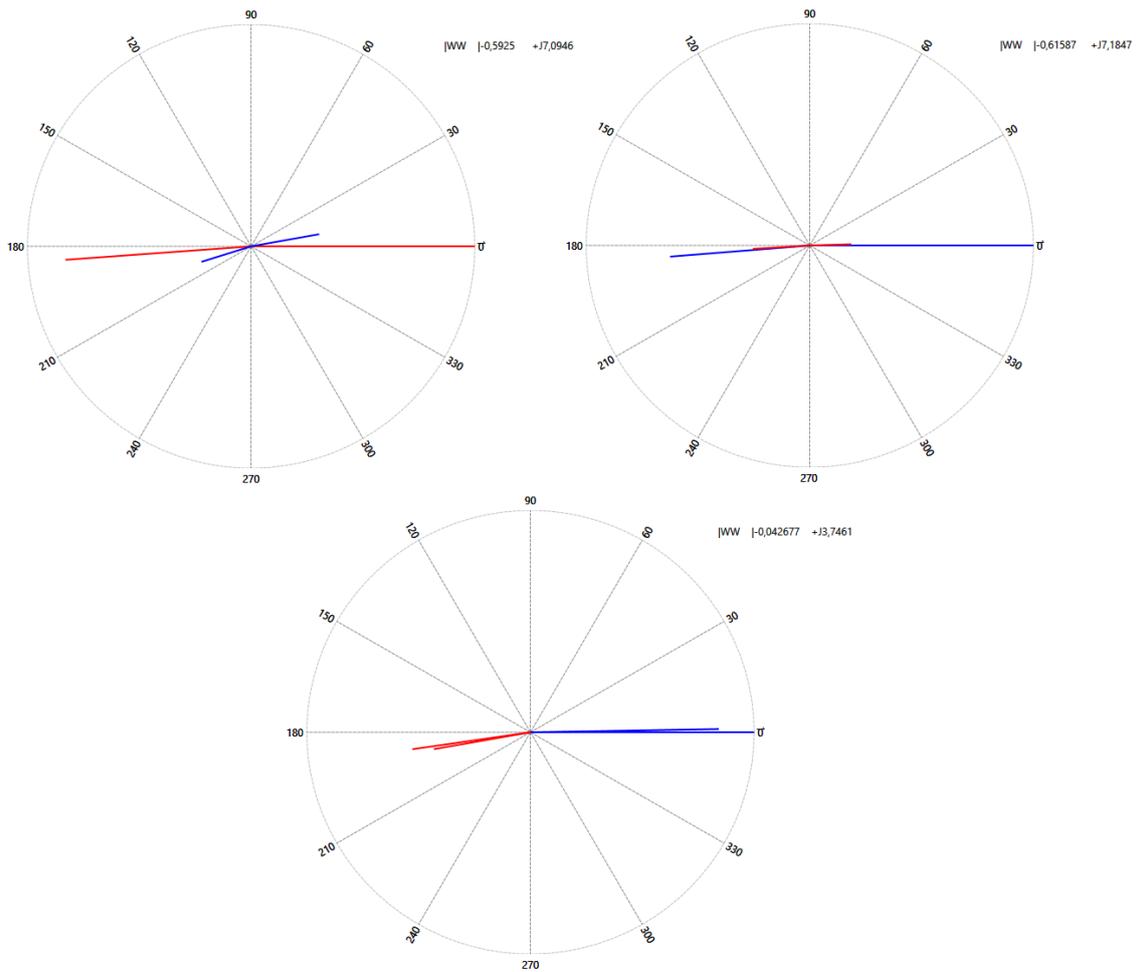


Figura 5.19: Mode-shapes de velocidade para os polos eletromecânicos do caso 2 áreas

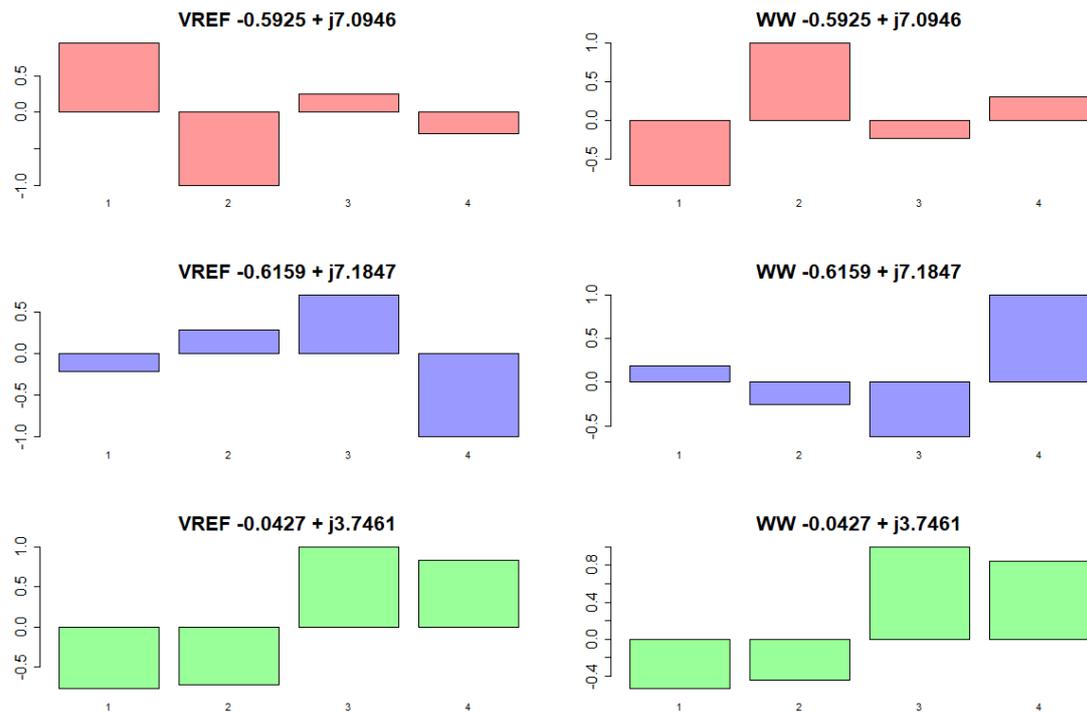


Figura 5.20: Fatores de controlabilidade e observabilidade para os polos eletromecânicos do caso 2 áreas

ser verificados usando um número maior de amostras. Para 2000 iterações, o valor de β_{ref} chega a 0.0026% e o índice $LOSP$ é calculado como 0.65%. Essa pequena diferença entre a $LOSP$ para 595 iterações (0.67%) e para 2000 iterações (0.65%) indica a boa precisão dos índices de confiabilidade calculados e o bom desempenho do critério de convergência para a simulação Monte Carlo.

Note que o número de iterações de Monte Carlo é igual ao número de casos simulados. Para esse caso, 13.09% dos casos apresentaram indisponibilidade ou de linhas de transmissão ou de geradores convencionais, enquanto que 84.56% dos casos apresentaram variação no vento e indisponibilidade das turbinas eólicas e 2.34% dos casos apresentaram apenas variação no vento. A figura 5.21 mostra a localização dos polos nesse caso e a figura 5.22 mostra o histograma dos valores assumidos por esses polos ao longo das iterações da simulação.

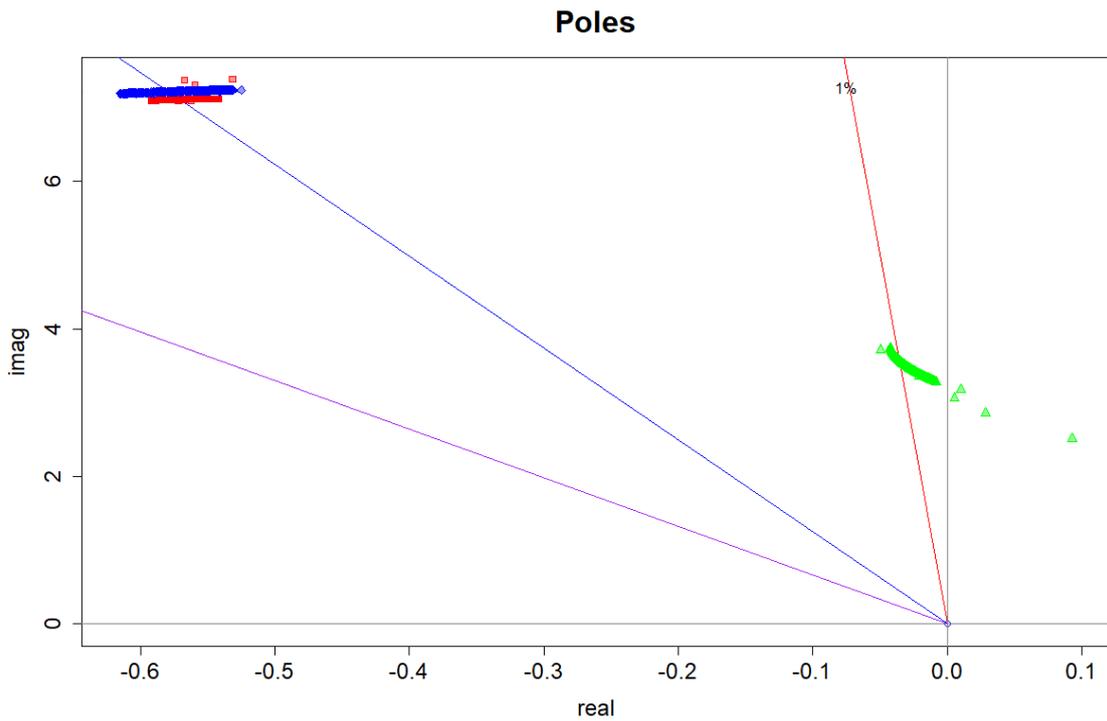


Figura 5.21: Polos eletromecânicos calculados para o sistema 2 áreas via SDPA com falhas na rede

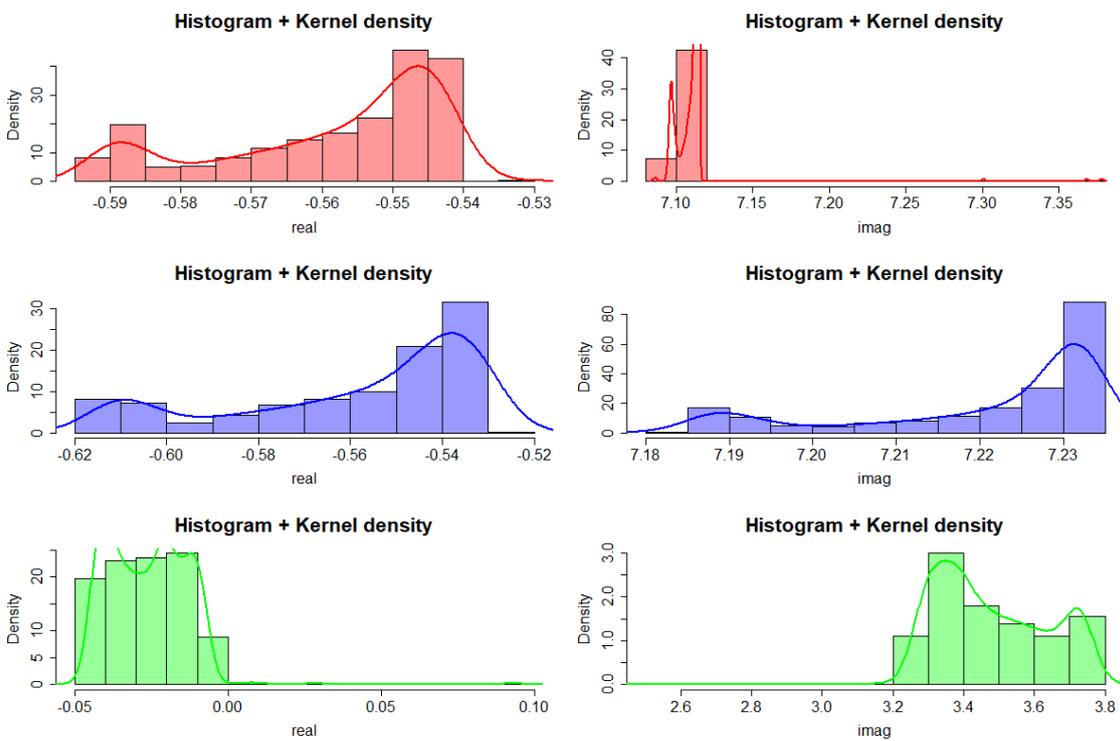


Figura 5.22: Histograma para os polos eletromecânicos calculados para o sistema 2 áreas via SDPA com falhas na rede

Tabela 5.9: Índices de confiabilidade por polo calculados para o sistema 2 com método SDPA com falhas na rede

Polo	Média	Variância	LOSP	LDP (1%)	LDP (8%)	LDP (15%)
(-0.0427, 3.7461)	(-0.0263, 3.4767)	(1.65e-4, 0.0258)	0.6722	70.25	100	100
(-0.5925, 7.0946)	(-0.5587, 7.111)	(2.5e-4, 3.3e-4)	0	0	76.81	100
(-0.6159, 7.1847)	(-0.5586, 7.2206)	(7.15e-4, 2.37e-4)	0	0	76.81	100
Sistema			0.6722	70.25	100	100

Sem falhas na rede, considerando apenas a variação na energia eólica, a avaliação de confiabilidade a pequenos sinais com cálculo de polos via SDPA converge com um $\beta_{ref} = 0.02$ em 441 iterações, após 2 min. 41 seg. Os índices obtidos para esse sistema são de $LOSP = 0\%$, $LDP_1 = 72.11\%$, $LDP_8 = 100.00\%$. Os índices de confiabilidade calculados para todos os polos são mostrados na tabela a seguir. A figura 5.23 mostra a localização dos polos nesse caso e a figura 5.24 mostra o histograma dos valores assumidos por esses polos ao longo das iterações da simulação.

Tabela 5.10: Índices de confiabilidade por polo calculados para o sistema 2 com método SDPA sem falhas na rede

Polo	Média	Variância	LOSP	LDP (1%)	LDP (8%)	LDP (15%)
(-0.0427, 3.7461)	(-0.0257, 3.4682)	(1.37e-4, 0.0233)	0	72.11	100	100
(-0.5925, 7.0946)	(-0.5575, 7.1102)	(2.49e-4, 3.66e-05)	0	0	79.37	100
(-0.6159, 7.1847)	(-0.5568, 7.2217)	(7.13e-4, 2.34e-4)	0	0	79.37	100
Sistema			0	72.11	100	100

Observando os índices com e sem falhas na rede, o índice para valores de amortecimento menores que 1% (LDP_1) é dominado pelo índice relacionado ao polo na frequência de 3.7461 rad./s. Isso também pode ser observado nas figuras 5.21 e 5.23, onde apenas esse polo está localizado entre o eixo imaginário e a reta de

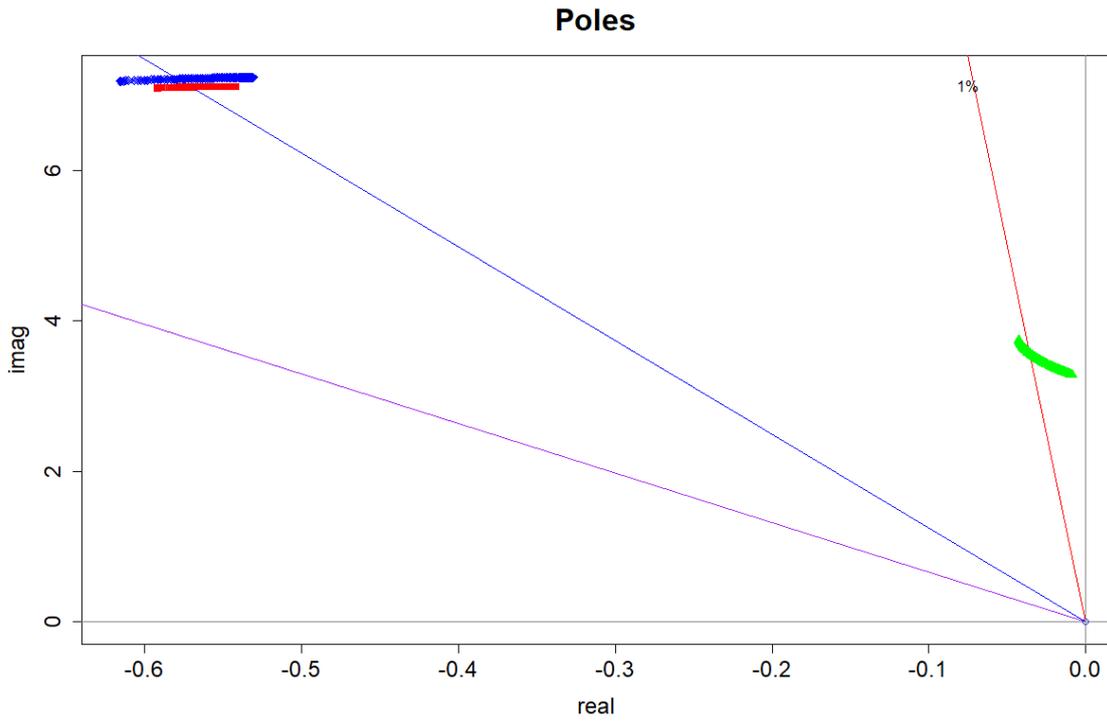


Figura 5.23: Polos eletromecânicos calculados para o sistema 2 áreas via SDPA sem falhas na rede

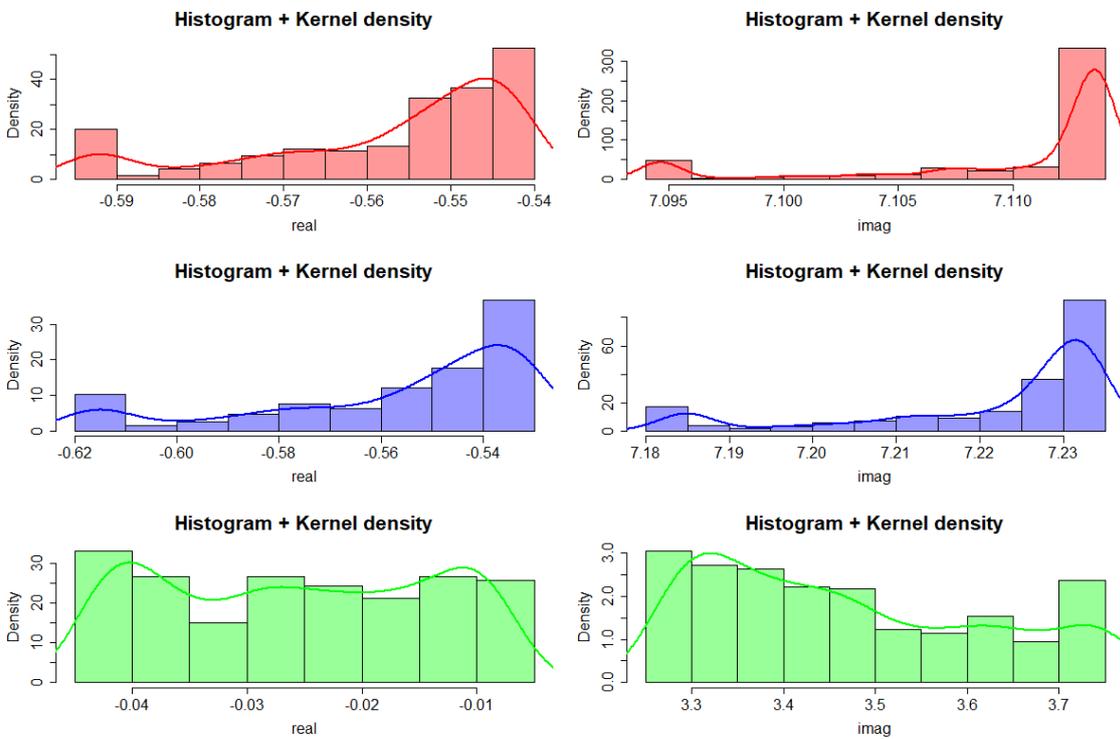


Figura 5.24: Histograma para os polos eletromecânicos calculados para o sistema 2 áreas via SDPA sem falhas na rede

amortecimento constante de 1%. Nesse caso, quando as falhas da rede são incluídas, os índices LDP_5 e LDP_8 para os modos locais ficam menores que no caso sem falhas na rede. Isso ilustra a natureza não-coerente desse estudo, indicando que existem contingências prováveis que podem de fato aumentar a taxa de amortecimento e realçando a importância de serem consideradas falhas na rede para esse sistema.

A observação dos resultados nos gráficos de dispersão dos polos (5.21 e 5.23) é útil para observar a localização dos polos em cada caso simulado. Mas essa apresentação dos resultados pode esconder a quantidade de casos simulados que tiveram cálculo próximo dos polos, porque os pontos podem ficar sobrepostos. Por isso, tanto na análise probabilística de pequenos sinais tradicional, como na metodologia proposta aqui, é útil observar os gráficos de histograma dos polos, apresentados nas figuras 5.22 e 5.24. Note como, para esse caso, o gráfico de histograma com falhas na rede fica parecido com o gráfico sem falhas na rede. Para o polo de frequência 7.1847 rad./s, esses gráficos são praticamente idênticos, mostrando que a quantidade de casos simulados que fizeram esse polo variar não se altera com ou sem falhas na rede. No entanto, para os outros polos e, especialmente para o polo de frequência de 3.7461 rad./s, o histograma com falhas na rede é parecido com o histograma sem falhas na rede, exceto que “achatado” à esquerda (no caso do histograma da parte real) e à direita (no caso do histograma da parte imaginária). Isso mostra que a distribuição de probabilidade desse polo ao longo das simulações foi alterada, mas que isso aconteceu por causa de um número pequeno de casos. Essa conclusão também não poderia ser tirada apenas olhando para os valores numéricos dos índices (já que um valor numérico pequeno relacionado a um número pequeno de casos de alta probabilidade é igual ao valor relacionado a um número grande de casos de baixa probabilidade).

Quando as falhas na rede são consideradas, a probabilidade de instabilidade a pequenos sinais ($LOSP$) aumenta de 0% para 0.67%. Observando os índices de confiabilidade por polo, nota-se que esse aumento está relacionado ao polo de frequência de 3.7461 rad./s, que já estava mal amortecido no caso base. Isso pode ser observado nas figuras 5.21, pela presença de pontos no semi-plano da direita, e 5.22, pela cauda do histograma da parte real do polo se alongando para valores positivos. Esse aumento foi devido a quatro amostras de estados instáveis durante a simulação. Três dessas amostras incluíram múltiplas falhas em turbinas eólicas junto com falhas de circuito e a outra incluiu múltiplas falhas em turbinas eólicas junto com falha de uma das máquinas convencionais. Mesmo esse pequeno aumento é relevante do ponto de vista de pequenos-sinais.

Se um planejador de sistemas de potência fosse analisar esse caso base apenas utili-

zando a análise probabilística de pequenos sinais convencional, que não considera falhas na rede, o sistema seria considerado mal amortecido, mas ainda seria considerado estável em toda a análise. Contudo, quando falhas na rede são incluídas, como se propõe nesse trabalho, casos em que o sistema é instável aparecem. Como pode ser visto, é importante incluir falhas na rede na estimação de índices de confiabilidade a pequenos sinais. De outra forma, casos instáveis poderiam ter sido ignorados, mesmo considerando variação no vento. Além disso, o próprio valor do índice de confiabilidade a pequenos sinais é relevante para comparar e analisar diferentes casos e diferentes opções de planejamento (por exemplo, um valor de LOSP de 0.67% é muito maior que 0.1%, mas muito menor que 5%).

As subseções seguintes apresentam aspectos específicos da metodologia proposta: (1) o problema da perda de *tracking* e (2) um exemplo de aplicação da metodologia proposta no projeto de um PSS, assim como foi feito no caso anterior, para melhorar o desempenho geral do sistema a pequenos-sinais e obter índices de confiabilidade melhores.

5.2.4 Problema da perda de *tracking*

A fim de demonstrar a necessidade de um método robusto para cálculo parcial dos autovalores, nessa seção são comparados os resultados obtidos na seção anterior com resultados obtidos utilizando outro método de solução parcial, o método MAM [43], [44].

A avaliação de confiabilidade foi realizada para o mesmo caso, tanto com o método SDPA, como com o MAM. A figura 5.25 mostra os polos calculados sem falhas na rede. Os polos calculados usando o método SDPA estão marcados com cruces em três cores diferentes e os polos calculados utilizando o MAM estão marcados com círculos, nas mesmas cores. A figura 5.26 mostra o mesmo gráfico, com mais detalhes nos polos em torno da frequência de 7 rad./s.

Essas figuras mostram 21 amostras da simulação, nas quais os polos para as frequências em torno de 7 rad./s convergidos pelo MAM não coincidiram com aqueles convergidos pelo método SDPA. O polo inter área foi sempre coincidente. Note que existem alguns círculos vermelhos sendo cobertos por círculos azuis. As figuras 5.27 e 5.28 mostram apenas os pontos em que foram encontradas diferenças. Analisando os fatores de participação de algumas dessas amostras individualmente, foi confirmado que elas realmente estão relacionadas aos polos calculados pelo método SDPA.

Esse problema da perda de *tracking* com o método MAM é potencialmente problemático porque pode impactar os índices de confiabilidade calculados, já que valores para

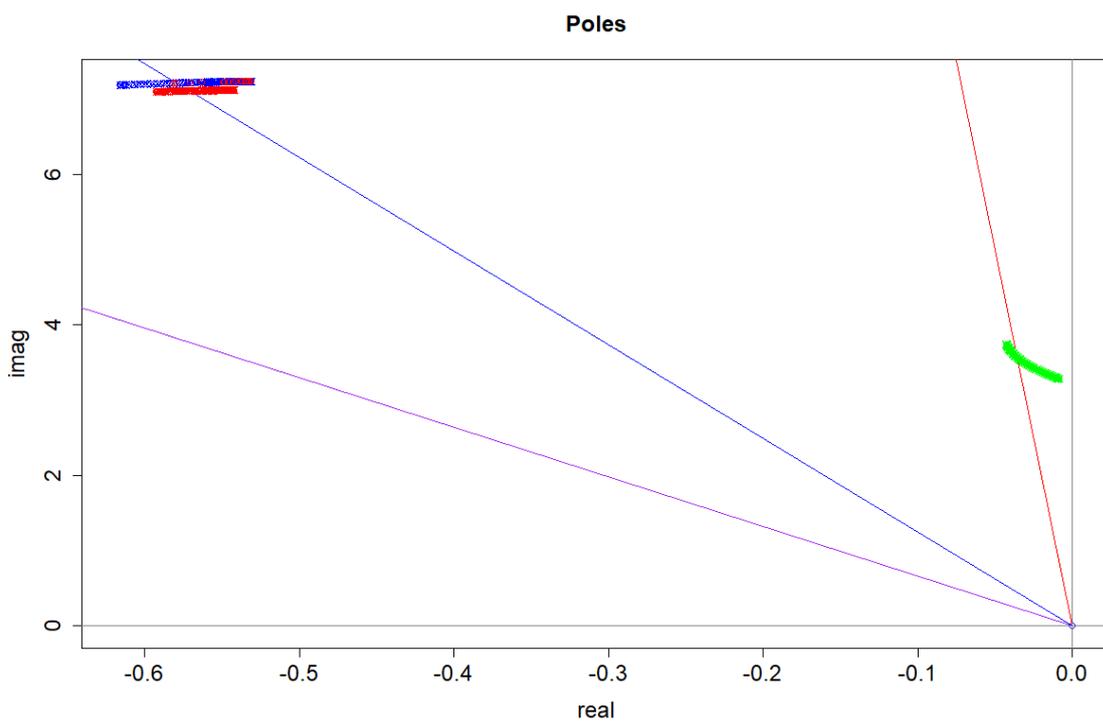


Figura 5.25: Polos eletromecânicos calculados para o sistema 2 áreas via SDPA e MAM sem falhas na rede

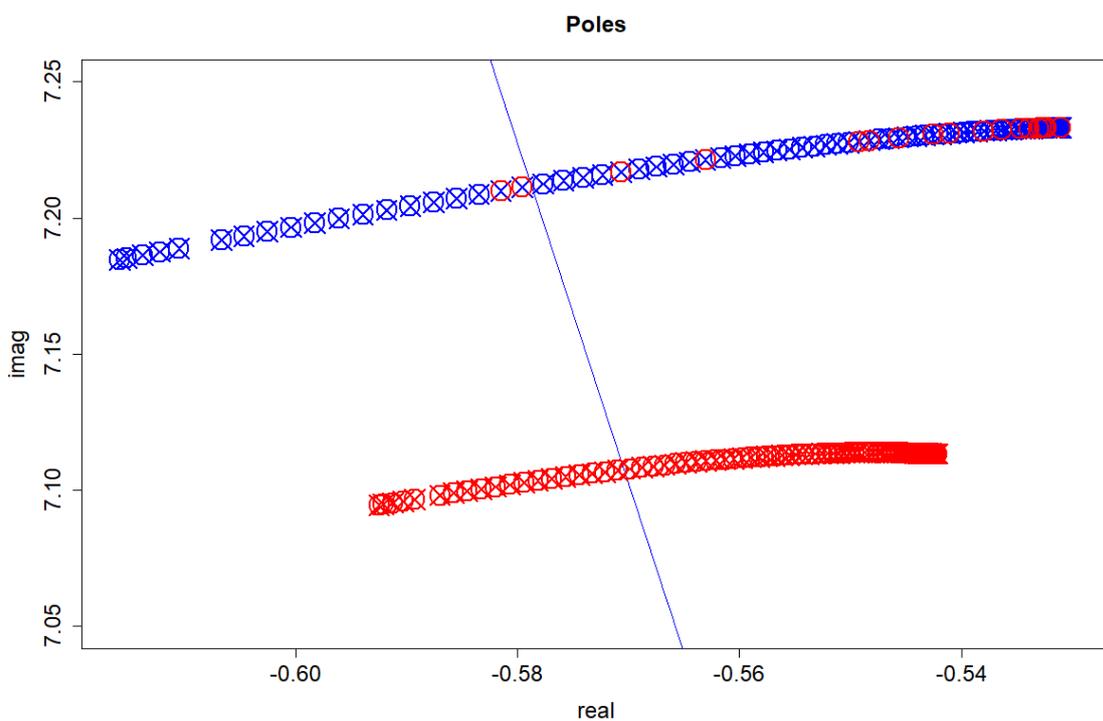


Figura 5.26: Detalhe da figura 5.25 mostrando os polos em torno de 7 rad./s

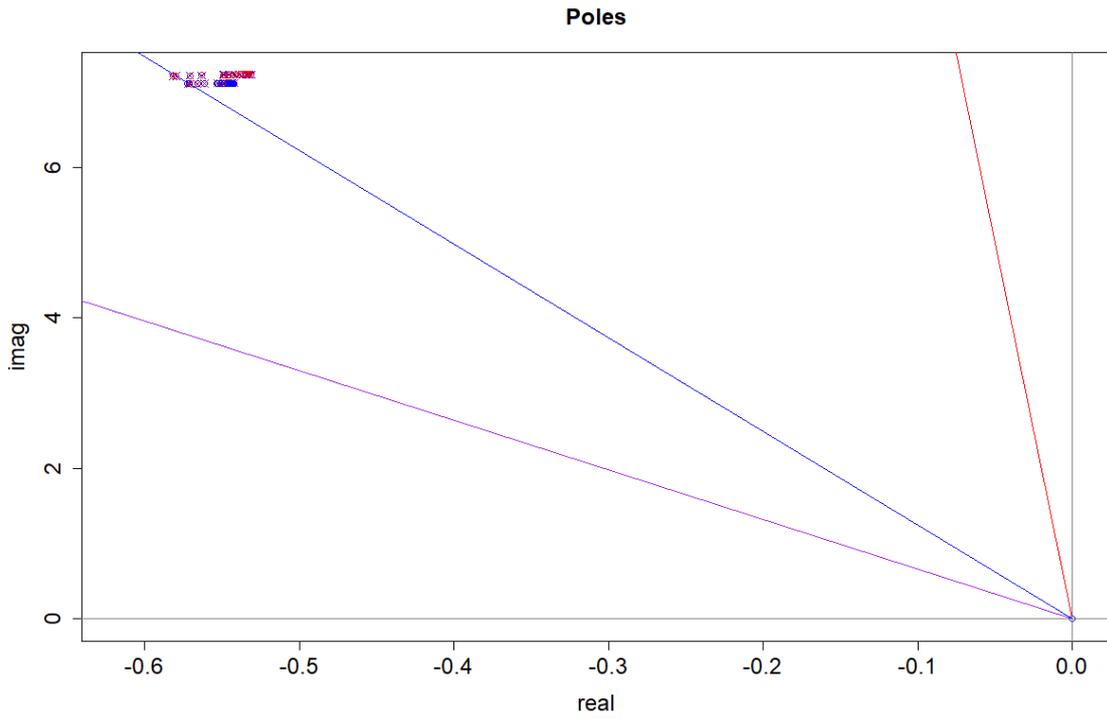


Figura 5.27: Destaque dos polos não coincidentes calculados via SDPA e MAM sem falhas na rede

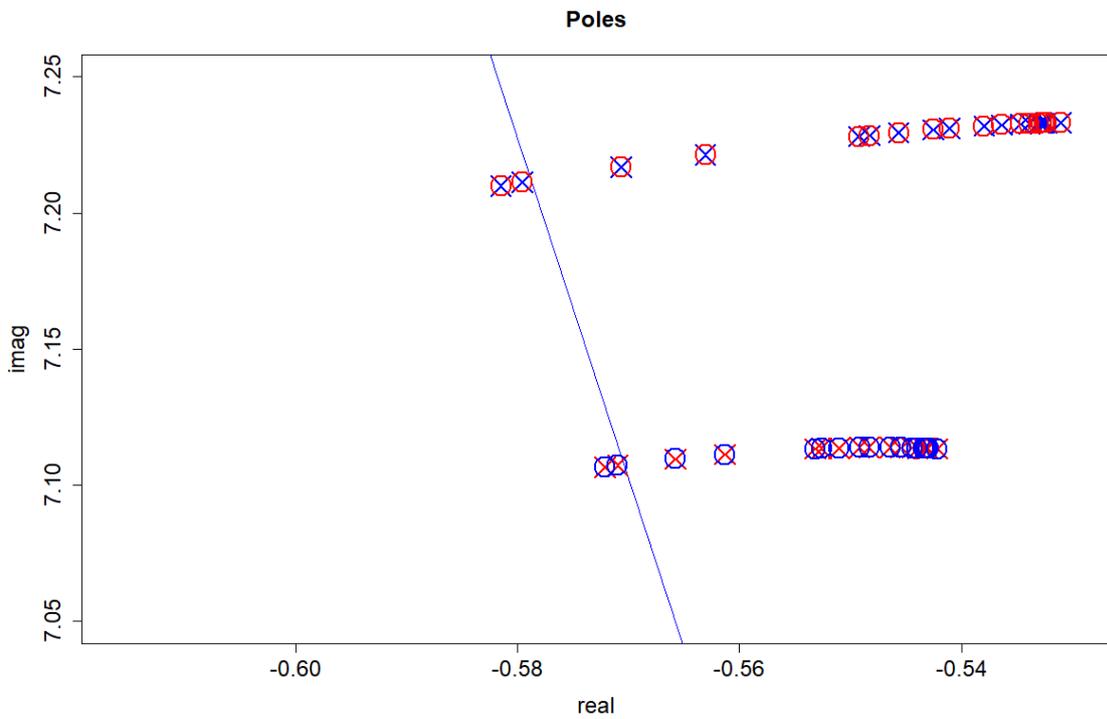


Figura 5.28: Detalhe da figura 5.27 mostrando os polos em torno de 7 rad./s

polos diferentes seriam acumulados em um índice ao qual eles não correspondem. Com isso, ou o índice convergiria para um valor errado ou o número de amostras necessários para convergência pode crescer a fim de que o índice convirja para o valor correto.

Nesse caso pequeno, essa perda de *tracking* poderia ser corrigida *a posteriori*, com base em uma análise visual de todos os polos eletromecânicos calculados. Contudo, em um caso real, com nuvens de autovalores, essa análise *a posteriori* pode não ser factível e fica evidenciada a importância de um método robusto de solução de autovalores, como o SDPA.

5.2.5 Projeto de um novo PSS

Com os dados originais, esse caso já é mal amortecido e teria sido selecionado como um caso que necessita de um projeto de PSSs diferentes. Contudo, os casos críticos contra os quais esse projeto seria verificado seriam selecionados com base na experiência do analista com o sistema, ou com base em uma lista de contingências determinística, sem levar em conta a probabilidade desses casos.

Na metodologia proposta nesse trabalho, a aplicação proposta da avaliação de confiabilidade a pequenos sinais é projetar o PSS para o caso base e verificar esse projeto com as amostras prováveis sorteadas pela simulação Monte Carlo com falhas na rede. A fim de ilustrar essa aplicação, dois possíveis projetos de PSS foram considerados. Em um deles, o projeto foi feito para o caso base. No outro, o projeto foi feito para o caso crítico. Ambos os PSSs foram projetados com base no maior fator de participação para o polo com amortecimento mais baixo, localizado na barra 3.

Uma estrutura simples de PSS foi utilizada para o projeto, com a função de transferência mostrada na equação 5.1, para uma entrada de velocidade angular do rotor. A fim de melhorar a estabilidade do sistema, esse PSS foi projetado para levar o amortecimento do modo inter-área para 15% para o caso base utilizando o método do diagrama de Nyquist com amortecimento, detalhado na seção anterior [80].

$$PSS(s) = K \frac{sT_w}{1 + sT_w} \left(\frac{1 + sT_n}{1 + sT_d} \right)^n \quad (5.1)$$

Para o caso base, a compensação utilizou três blocos ($n = 3$) em cascata para levar a frequência desejada para -1 com constantes de tempo no denominador de $T_d = 0.02s$ e $T_w = 3s$. Para o cálculo da localização exata do polo, o ganho é de $K = 22.59196pu/pu$ e a constante de tempo do numerador é $T_n = 0.2671094s$.

Outra alternativa para o projeto do PSS é projetar para o pior caso encontrado. Isso não é recomendado, como vai ser mostrado, já que o ajuste de desempenho vai ser feito para um ponto de operação que é muito menos provável do que o caso base em operação normal. Nesse caso, os mesmos critérios foram utilizados para alocação dos polos, com três blocos de compensação e constante de tempo no denominador de $T_d = 0.02s$. Para o cálculo da localização exata do polo, o ganho foi de $K = 9.279268pu/pu$ e a constante de tempo no numerador foi de $0.2508662s$. A tabela a seguir mostra uma comparação dos polos para os três casos: sem PSS, com PSS projetado para o caso base e com PSS projetado para o caso crítico. O PSS projetado para o caso base é recomendado já que fornece um bom desempenho para o caso base, em operação normal, e um desempenho satisfatório sob contingências.

Tabela 5.11: Comparação dos polos para os três casos: sem PSS, com PSS projetado para o caso base e com PSS projetado para o caso crítico

Caso	Polos no caso base	Amortecimento no caso base	Polos no caso crítico	Amortecimento no caso crítico
Sem PSS	(-0.5925, 7.0946)	8.32%	(-0.5624, 7.0856)	7.91%
	(-0.6159, 7.1847)	8.54%	(-0.5415, 7.2029)	7.50%
	(-0.0427, 3.7461)	1.14%	(0.0930, 2.5139)	-3.70%
PSS projetado para o caso base	(-0.5973, 7.1017)	8.38%	(-0.5621, 7.0844)	7.91%
	(-1.2413, 6.9038)	17.70%	(-1.2072, 6.9198)	17.19%
	(-0.5689, 3.7500)	15%	(-0.0813, 1.2569)	6.45%
PSS projetado para o caso crítico	(-0.5978, 7.0998)	8.39%	(-0.5618, 7.0847)	7.90%
	(-0.8441, 7.1746)	11.68%	(-0.7920, 7.1975)	10.94%
	(-0.2269, 3.7845)	5.99%	(-0.3808, 2.5100)	15%

Deve ser notado que para esse caso pequeno, o caso crítico encontrado durante a simulação Monte Carlo é bem próximo do pior caso teórico, já que o número de parâmetros sendo variados na simulação Monte Carlo é relativamente pequeno. Assim, a análise determinística do pior caso é possível. Para sistemas de potência de grande escala, os casos críticos não estão disponíveis. Além disso, um analista pode considerar uma lista de contingências que foram previamente analisadas como sendo críticas, mas essa lista nunca vai cobrir todas as possibilidades, o que não é factível para um número muito grande de possíveis combinações. Essa dificuldade é ampliada porque a análise de pequenos sinais é inerentemente não-coerente, isto é, o pior caso não é obtido simplesmente pela degradação da topologia do sistema ou pelo aumento da carga, como já foi observado. A estabilidade a pequenos sinais pode melhorar ou piorar com reforços do sistema, diferentemente do que acontece com a estabilidade transitória ou de tensão.

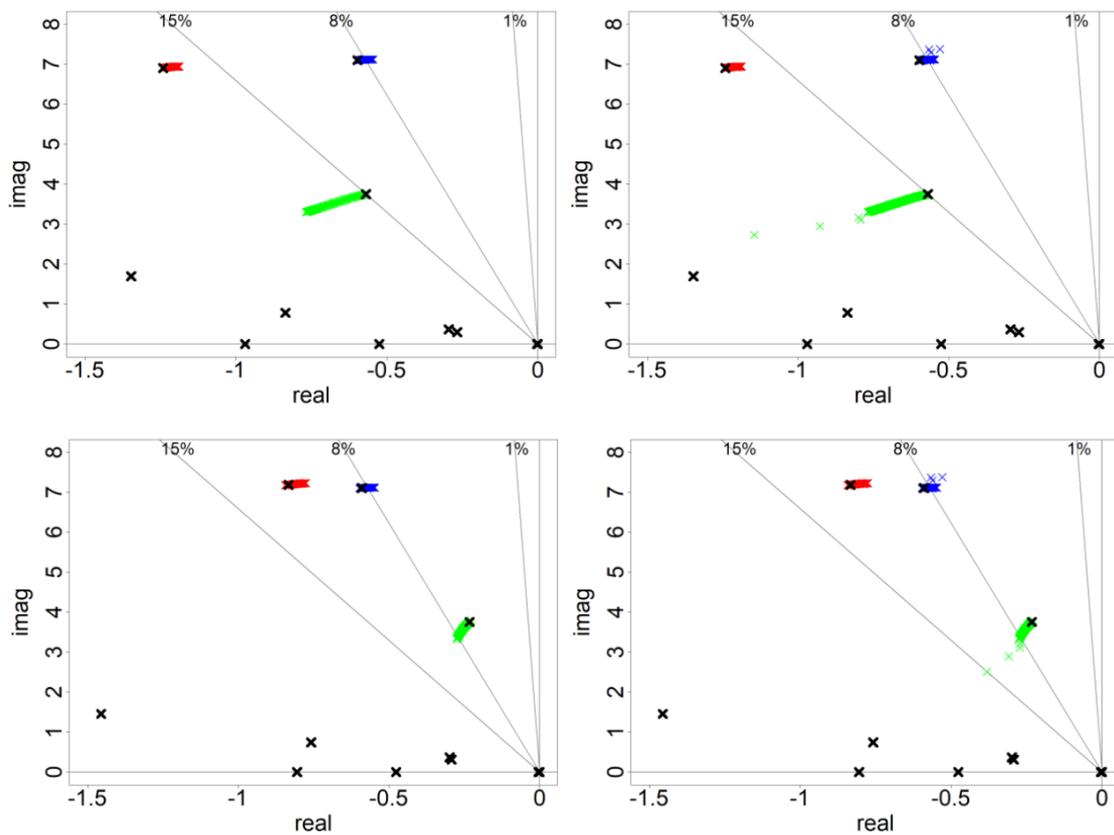


Figura 5.29: Polos eletromecânicos com os novos PSS

Os índices de confiabilidade com um $\beta_{ref} = 0.02$ com e sem falhas na rede, para ambos os projetos de PSS e calculados com o método SDPA são mostrados na tabela a seguir. Os polos eletromecânicos estão mostrados na figura 5.29. Nessa figura, os gráficos do topo se referem ao PSS projetado para o caso base e os gráficos de baixo se referem ao PSS projetado para o caso crítico. Além disso, os gráficos da esquerda são de uma simulação sem falhas na rede, enquanto que os gráficos da direita de

uma simulação com falhas na rede.

Tabela 5.12: Índices de confiabilidade para os 2 projetos de PSS para o sistema 2

Polo	Índice	PSS	PSS	PSS	PSS
		projetado para o caso base (sem falhas na rede)	projetado para o caso base (com falhas na rede)	projetado para o caso crítico (sem falhas na rede)	projetado para o caso crítico (com falhas na rede)
(-0.5925, 7.0946)	LDP (1%)	0	0	0	0
	LDP (8%)	74.83%	72.61%	73.24%	71.43%
	LDP (15%)	100%	100%	100%	100%
(-0.6159, 7.1847)	LDP (1%)	0	0	0	0
	LDP (8%)	0	0	0	0
	LDP (15%)	0	0	100%	100%
(-0.0427, 3.7461)	LDP (1%)	0	0	0	0
	LDP (8%)	0	0	71.88%	76.64%
	LDP (15%)	0	0	100%	100%
Sistema	LDP (1%)	0	0	0	0
	LDP (8%)	74.83%	72.61%	100%	99.66%
	LDP (15%)	100%	100%	100%	100%

O projeto de PSS a partir do caso base tem um melhor desempenho em todos os estados amostrados. O índice LDP_8 para o sistema é de 74.83% sem falhas na rede e 72.61% com falhas na rede, enquanto que para o PSS baseado no caso crítico esse índice é de 100% nos dois casos, o que significa que todos os polos de interesse sempre ficam abaixo de 8%. Como esse índice tanto para o polo de 7.0946 rad./s como para o polo de 3.7461 rad./s estão abaixo dos 100% nesse caso, o motivo de o índice do sistema ser 100% é que esses polos cruzam a reta de fator de amortecimento constante de 8% em direções opostas. Isso também pode ser visualizado na figura 5.29.

Esses resultados mostram que mesmo considerando a variação do vento e as falhas de rede, ambos os projetos de PSS mantêm o sistema estável em todos os estados prováveis. Além disso, a localização dos polos nos estados amostrados se movendo para a esquerda confirma que o PSS projetado para o caso base teve um desempenho superior para esses estados.

5.3 Sistema 3: caso brasileiro

5.3.1 Análise do caso base

O próximo caso em estudo é um grande sistema de potência baseado em dados do SIN de 2018. Esse sistema tem 6631 barras, 6247 linhas de transmissão, 3348 transformadores e 765 máquinas equivalentes com dados dinâmicos³. A matriz Jacobiana tem 59066 linhas e colunas, com 173409 elementos não nulos e 6899 estados. Foram utilizados todos os modelos dinâmicos e controles atualmente em uso pelo ONS, tanto para as máquinas convencionais como para as turbinas eólicas. Todos os dados do sistema estão disponíveis em [81] e os dados adicionais necessários para análise no PacDyn e para execução da confiabilidade se encontram no apêndice.

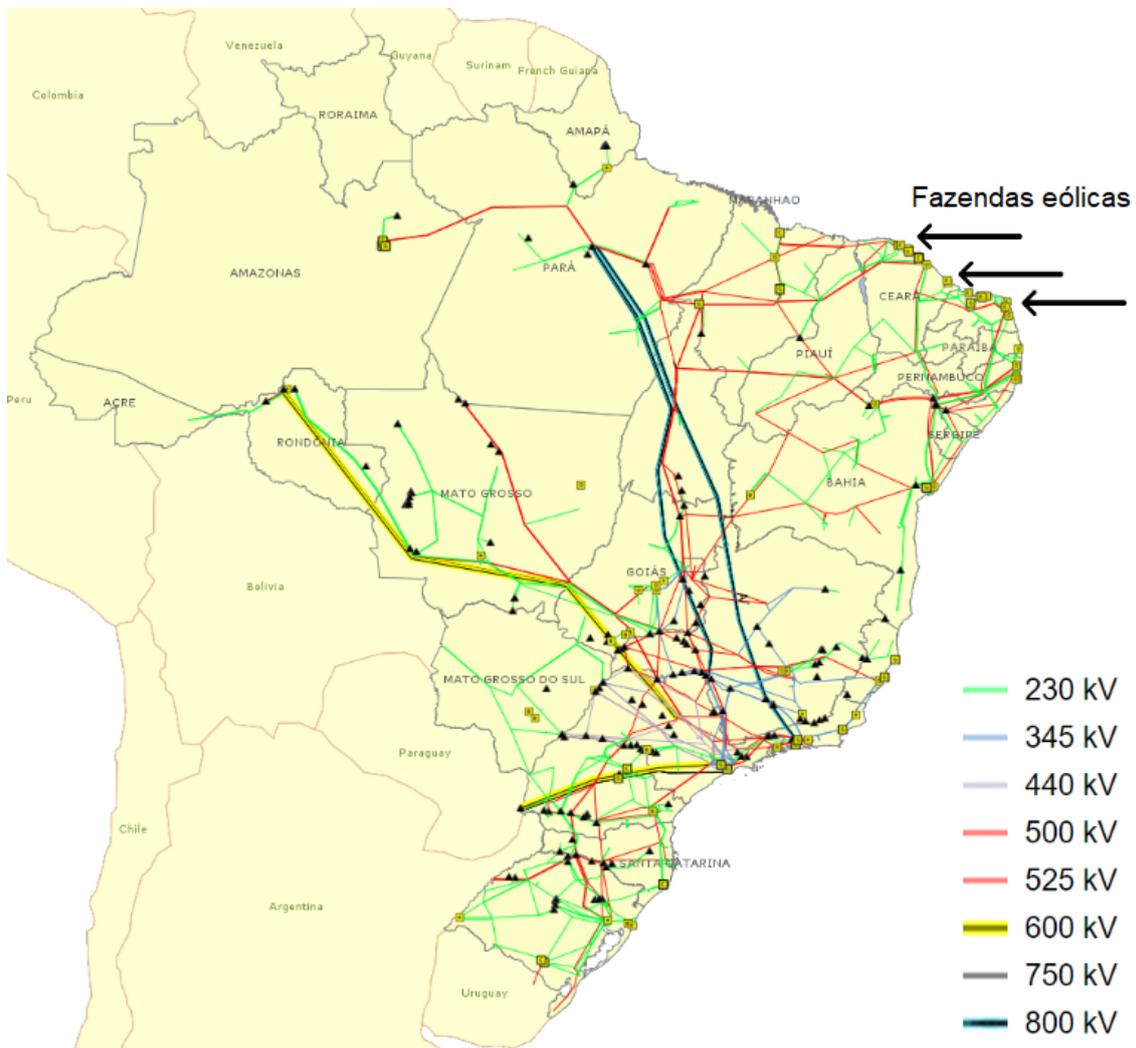


Figura 5.30: Sistema Interligado Nacional [82]

Os dados de confiabilidade e de vento foram os mesmos que do caso anterior [58],

³Cada grupo de múltiplas máquinas iguais em uma usina é representado no banco de dados dinâmicos do SIN por uma única máquina equivalente.

[79]. Todas as máquinas, transformadores e linhas de transmissão da rede básica receberam dados de taxa de falha e tempo médio de reparo. Além das 765 máquinas já presentes nos dados originais, 76 barras da região Nordeste onde existem fazendas eólicas, receberam dados de vento e falha na turbina. Por simplicidade, o vento foi considerado uniforme em toda a região. A figura 5.30 ilustra o sistema considerado, destacando a região em que as fazendas eólicas foram consideradas.

Apenas para o caso base, uma aplicação do método QR para obter todos os 6858 polos do sistema levou 1 hora e 11 minutos. Esse tempo alto torna inviável a avaliação da confiabilidade utilizando esse método, como é proposto em trabalhos anteriores de análise probabilística de pequenos sinais. Em vez disso, cinco funções de transferência foram escolhidas para aplicação do método SDPA. Os polos eletromecânicos para essas cinco funções de transferência no caso base são mostrados na tabela a seguir⁴.

Tabela 5.13: Polos eletromecânicos para 5 funções de transferência do SIN

Número	Polo	Amortecimento (%)	Identificação
1	(-0.9283, 8.0245)	11.49	Xingó x Paulo Afonso
2	(-0.2336, 2.9147)	7.99	Norte-Nordeste x Sul-Sudeste
3	(-1.1732, 6.0702)	18.98	Minas Gerais x São Paulo
4	(-1.2796, 8.9450)	14.16	Paulo Afonso - Tucuruí
5	(-1.0403, 7.2947)	14.12	Sudeste

Esses cinco polos em particular foram escolhidos por serem mais relevantes ou representativos de determinadas regiões ou usinas importantes, como determinado pelos seus fatores de participação. O polo $-0.9283 + j8.0245$ tem altos fatores de participação das máquinas de Xingó. O polo $-0.2336 + j2.9147$ tem fatores de participação divididos entre as máquinas do Norte-Nordeste e máquinas do Sul-Sudeste. O mode-shape para esse polo mostra claramente as máquinas dessas duas regiões oscilando umas contra as outras, como mostrado na figura 5.31. O polo $-1.1732 + j6.0702$ está associado a máquinas de Minas Gerais e São Paulo. Para o

⁴Devido a um erro de edição do manuscrito, na referência [28] os valores reportados para esses polos estão ligeiramente diferentes. Essa diferença contudo não altera os resultados apresentados ali.

polo $-1.2796 + j8.9450$, os maiores fatores de participação são máquinas do complexo de Paulo Afonso e de Tucuruí. Por fim, para o polo $-1.0403 + j7.2947$ o maior fator de participação é a máquina de Cachoeira Dourada.

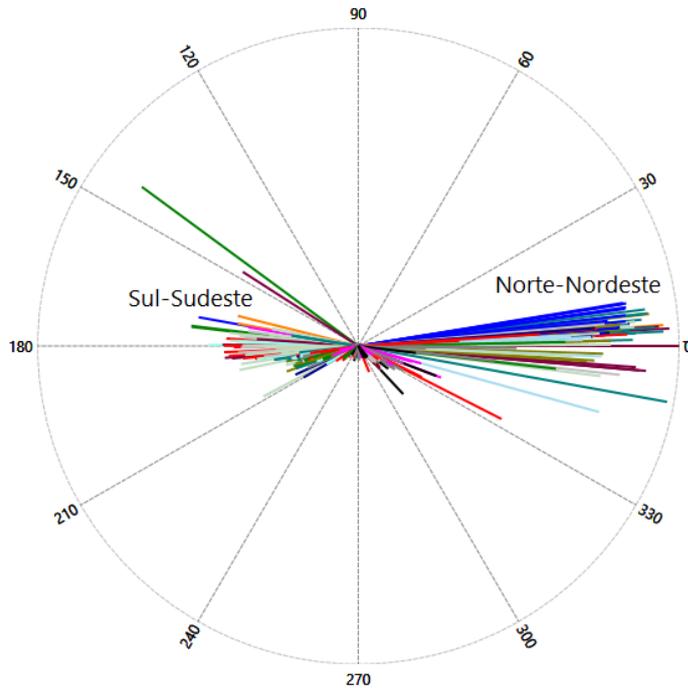


Figura 5.31: Mode-shape de velocidade para o polo 2

5.3.2 Avaliação de confiabilidade com cálculo parcial de polos

A avaliação de confiabilidade calculando os 5 polos selecionados do sistema via SDPA converge para um valor de $\beta_{ref} = 0.05$ em 621 iterações, após 2 horas e 5 minutos quando são consideradas tanto falhas na rede como variação na energia eólica. Os resultados para todos os índices de confiabilidade desse caso são mostrados na tabela abaixo. A figura 5.32 mostra a localização dos polos nesse caso: 1 (vermelho), 2 (azul), 3 (verde), 4 (marrom) e 5 (rosa).

Tabela 5.14: Índices de confiabilidade para as 5 funções de transferência do SIN calculados via SDPA com falhas na rede

Polo	Média	Variância	LOSP	LDP (5%)	LDP (10%)	LDP (15%)
$(-0.9283,$ $8.0245)$	$(-0.9409,$ $8.0789)$	$(0.00165,$ $0.0038)$	0	0	0	100

Polo	Média	Variância	LOSP	LDP (5%)	LDP (10%)	LDP (15%)
(-0.2336, 2.9147)	(-0.3759, 2.9193)	(1.0922, 0.0339)	0	0.62	92.53	97.09
(-1.1732, 6.0702)	(-1.1930, 6.0771)	(0.0031, 0.0037)	0	0	0	0
(-1.2796, 8.9450)	(-1.2748, 9.0982)	(0.0051, 0.0275)	0	0	0	93.84
(-1.0403, 7.2947)	(-0.9869, 7.3199)	(0.0031, 0.0102)	0	0	0.37	97.76
Sistema			0	0.62	92.53	100

Se for considerada apenas a variação na energia eólica (sem falhas na rede), a avaliação converge em 287 iterações, após 1 hora e 21 minutos. Os resultados para todos os índices de confiabilidade desse caso são mostrados na tabela abaixo. A figura 5.33 mostra a localização dos polos usando a mesma convenção de cores que no caso anterior.

Tabela 5.15: Índices de confiabilidade para as 5 funções de transferência do SIN calculados via SDPA sem falhas na rede

Polo	Média	Variância	LOSP	LDP (5%)	LDP (10%)	LDP (15%)
(-0.9283, 8.0245)	(-0.9370, 8.0840)	(8.8e-4, 0.0028)	0	0	0	100
(-0.2336, 2.9147)	(-0.3960, 2.9119)	(0.1687, 0.0274)	0	0	77.06	88.89
(-1.1733, 6.0702)	(-1.1199, 6.1086)	(4.38e-4, 1.22e-4)	0	0	0	0
(-1.2796, 8.9450)	(-1.2665, 9.2390)	(0.01384, 0.0456)	0	0	0	79.44
(-1.0403, 7.2946)	(-0.9543, 7.2846)	(0.00319, 0.0241)	0	0	0	96.86
Sistema			0	0	77.06	100

Para esse sistema, a análise convencional de pequenos-sinais com uma lista de contingências determinística precisaria de um conjunto grande de contingências. Se

um critério N-1 fosse utilizado [25], seriam necessárias $6247 + 3348 + 765 + 76 = 10436$ contingências, sem considerar a variação do vento. A metodologia proposta nesse trabalho selecionou apenas os casos mais prováveis pela simulação Monte Carlo e convergiu após 621 iterações, incluindo tanto contingências como variação no vento, sendo 16 vezes mais rápida (10436 dividido por 621) do que a análise determinística sobre todo o conjunto de N-1 casos.

Por outro lado, a convergência do caso sem falhas na rede em apenas 287 iterações indica que apenas a variação do vento não leva a grandes variações nos polos para esse sistema. Assim, a análise probabilística de pequenos sinais considerando apenas a variação no vento para esse caso não adicionaria muita informação significativa à análise a pequenos sinais do caso base. Contudo, como as tabelas acima mostram, quando as falhas na rede são incluídas, a probabilidade de um polo desse sistema cruzar a reta de fator de amortecimento constante de 5% é de 0.62%. Isso indica que existem contingências prováveis que poderiam reduzir o amortecimento e realça a importância de serem consideradas falhas na rede para esse sistema.

Ainda de acordo com as tabelas acima, a probabilidade de ter um polo abaixo da reta de fator de amortecimento constante de 10% sobre de 77.22% para 92.53% quando as falhas na rede são adicionadas. Além disso, a figura 5.32 mostra que, com falhas na rede, existem mais pontos próximos à reta de 5% do que sem falhas na rede. Isso mostra casos em que o analista pode ter de intervir. Se uma análise probabilística de pequenos sinais fosse realizada, sem falhas na rede, esses pontos de risco teriam sido ignorados. Se uma análise de contingências fosse realizada usando o critério N-1, esses pontos apareceriam, ao custo de um tempo de simulação muito maior e da perda da informação de probabilidade.

Outra observação importante é que se os mesmos 621 casos da análise de confiabilidade completa fossem utilizados com o método convencional QR de cálculo de todos os polos, levando em média os 71 minutos citados por caso, a simulação levaria 742 horas de tempo computacional, ou seja, aproximadamente 1 mês. Portanto a proposta da tese de uso de um método de solução parcial eficiente e robusto trouxe uma redução de tempo de aproximadamente 350 vezes ($\frac{742h \times 60}{125min}$) e viabilizou a aplicação em sistemas de grande porte.

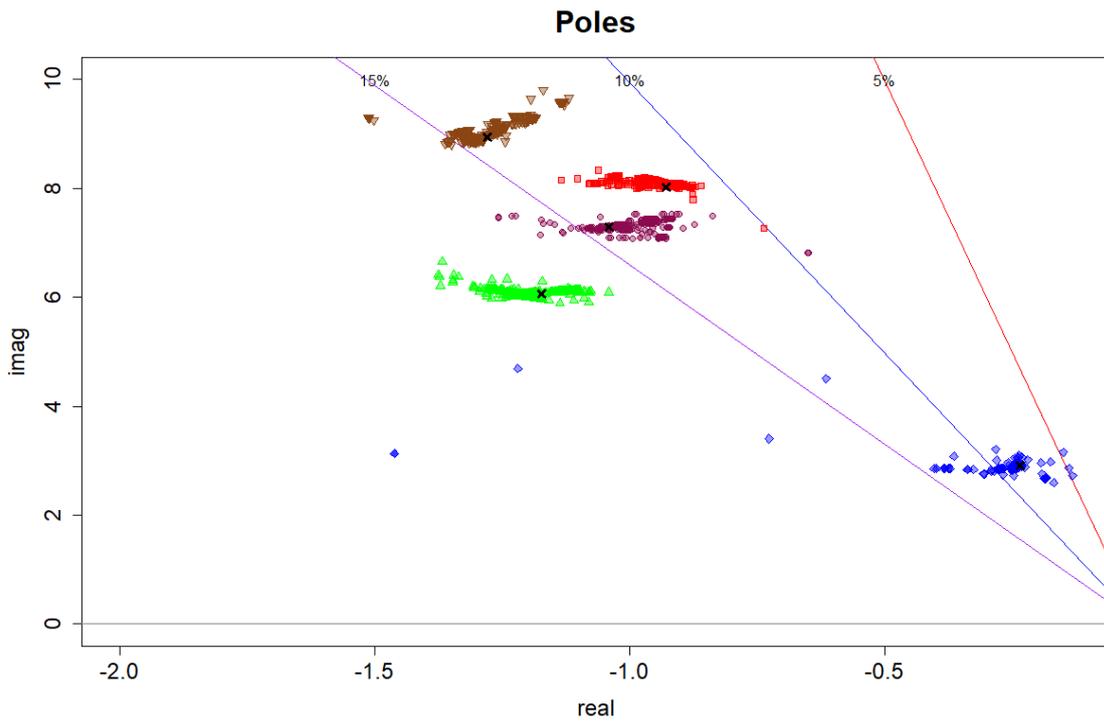


Figura 5.32: Polos eletromecânicos calculados para o SIN via SDPA com falhas na rede

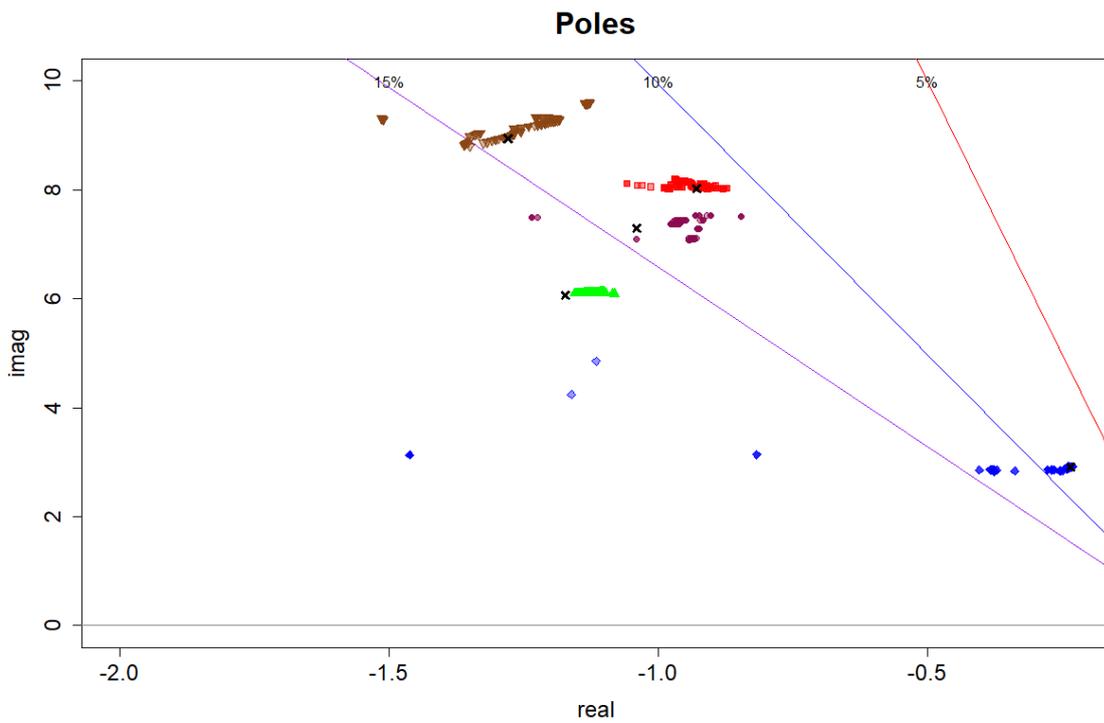


Figura 5.33: Polos eletromecânicos calculados para o SIN via SDPA sem falhas na rede

Capítulo 6

Conclusão

Este trabalho apresentou um método computacionalmente eficiente para a avaliação da confiabilidade composta de sistemas de potência de grande porte do ponto de vista da estabilidade a pequenos sinais considerando a penetração de geração eólica. Foram mostrados resultados em três sistemas teste que confirmaram tanto a importância das informações probabilísticas e de serem consideradas falhas na rede nesse tipo de análise, como o bom desempenho computacional obtido pelo método.

Em relação ao estudo convencional a pequenos sinais, que considera uma lista de contingências determinística, a adição da informação probabilística das contingências e de variações no vento representa uma nova dimensão ao problema que o engenheiro de planejamento e operação do sistema deve levar em conta na análise. Sob essa nova dimensão, modos de oscilação que pareceriam bem amortecidos no caso base, podem apresentar oscilações pouco ou não amortecidas em casos de contingências prováveis e a probabilidade das variações passam a ser quantificadas. Além disso, a análise tradicional muitas vezes envolve a análise do caso base e de diversos cenários a fim de determinar, por exemplo, o melhor ajuste de um PSS para determinada barra. A escolha desses cenários normalmente se baseia na experiência do analista e envolve a comparação de diversos diagramas de Nyquist para todos os cenários que ele considera mais importantes. A avaliação de confiabilidade permite realizar e avaliar esse projeto baseado nas informações dos casos mais prováveis. A comparação dos resultados obtidos com o método proposto com aqueles obtidos por uma análise por lista de contingências seguindo o critério N-1 mostrou que a adição da informação da probabilidade permite obter informação sobre o sistema utilizando apenas um subconjunto das contingências possíveis.

Outra contribuição importante do método proposto em relação à avaliação probabilística a pequenos sinais é a consideração de desligamentos programados e não

programados na rede elétrica e nas máquinas síncronas, o que não havia sido realizado em estudos anteriores. A consideração de falhas na rede foi justificada e a comparação dos resultados obtidos aqui com aqueles tipicamente obtidos pela análise probabilística de pequenos sinais convencional mostrou a importância dessa consideração. Caso contrário, casos de risco para o sistema podem ser ignorados. Os resultados apresentados mostram ainda que a hipótese normalmente utilizada no estudo probabilístico a pequenos sinais, de que os polos seguem determinada distribuição de probabilidade, não se verifica quando são consideradas contingências na rede elétrica.

Por fim, a eficiência computacional do método proposto é obtida pelo uso de métodos de cálculo parcial dos polos de interesse, em vez de calcular todos os polos do sistema. Os resultados mostraram que o uso de um método eficiente de cálculo parcial de polos torna possível a análise de várias contingências em um sistema de grande porte em um tempo computacional da mesma ordem de grandeza do tempo gasto com o cálculo de todos os polos apenas para o caso base. A comparação entre diferentes métodos de cálculo parcial de polos (DPSE, SDPA e MAM), apontaram dificuldades no uso do MAM no que diz respeito ao *tracking* dos polos de interesse. Os resultados dos testes com o sistema brasileiro também mostraram a viabilidade da análise para estudos em sistemas de potência reais e de grande porte.

6.1 Trabalhos futuros

Alguns tópicos não abordados neste trabalho poderiam ser estendidos em trabalhos futuros, tanto para obter uma melhor representação do vento, como para utilizar outras formas de simulação Monte Carlo.

Um possível trabalho futuro seria a consideração da correlação entre várias curvas de vento para o sorteio do estado do vento para as fazendas eólicas. Neste trabalho, por simplicidade, o vento foi considerado uniforme em toda a região de estudo. Uma representação mais realista deveria sortear estados de vento diferentes em cada região e deveria considerar a correlação entre os estados sorteados para uma região e os estados sorteados para outra. Uma metodologia como aquela apresentada em [72] poderia ser adotada, através da geração prévia de cenários de vento pela Transformada de Nataf. Outra alternativa seria a utilização de modelos estocásticos não-paramétricos e estruturas de redes Bayesianas, como em [83]. Nessa mesma linha, outros trabalhos futuros poderiam incluir representações mais detalhadas da carga e de outras formas de energia, como a fotovoltaica.

Outros possíveis trabalhos futuros poderiam considerar diferentes formas de amostra-

gem de estados. Este trabalho considerou a simulação Monte Carlo não sequencial. A simulação Monte Carlo sequencial [48] poderia permitir uma consideração ainda mais realista das curvas de vento e até mesmo das cargas do sistema. A fim de mitigar o custo computacional e aumentar a eficiência computacional da simulação, técnicas de amostragem por importância (IS) e entropia cruzada (CE) [84] podem ser utilizadas, assim como técnicas de amostragem por hipercubo latino (LHS) [85] ou métodos populacionais com buscas inteligentes (PIS) [86]. Outra forma de manter a eficiência computacional, seria a utilização de processamento paralelo. Um trabalho futuro poderia estudar formas de distribuir a linearização e análise de cada ponto de operação amostrado em várias *threads* ou processos diferentes.

Referências bibliográficas

- [1] *2012 Summer Reliability Assessment*. North American Electric Reliability Corporation, 2012.
- [2] R. C. Burchett e G. T. Heydt, “Probabilistic Methods For Power System Dynamic Stability Studies”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-97, n^o 3, p. 695–702, maio 1978.
- [3] R. C. Burchett e G. T. Heydt, “A generalized method for stochastic analysis of the dynamic stability of electric power system”, *IEEE PES SM Paper*, n^o A78528, 1978.
- [4] H. Yi, Y. Hou, S. Cheng, H. Zhou, e G. Chen, “Power system probabilistic small signal stability analysis using two point estimation method”, in *2007 42nd International Universities Power Engineering Conference*, 2007, p. 402–407.
- [5] C. K. Pans, Z. Y. Dong, P. Zhang, e X. Yin, “Probabilistic analysis of power system small signal stability region”, in *2005 International Conference on Control and Automation*, 2005, vol. 1, p. 503–509 Vol. 1.
- [6] W. Kewen, C. T. Tse, e K. M. Tsang, “Algorithm for power system dynamic stability studies taking account the variation of load power”, in *1997 Fourth International Conference on Advances in Power System Control, Operation and Management, APSCOM-97. (Conf. Publ. No. 450)*, 1997, vol. 2, p. 445–450 vol.2.
- [7] C. Y. Chung, K. W. Wang, C. T. Tse, X. Y. Bian, e A. K. David, “Probabilistic eigenvalue sensitivity analysis and PSS design in multimachine systems”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 18, n^o 4, p. 1439–1445, nov. 2003.

- [8] X. Y. Bian, C. T. Tse, K. W. Wang, e C. Y. Chung, “Probabilistic design of facts device for power system small signal stability enhancement”, in *CIREN 2005 - 18th International Conference and Exhibition on Electricity Distribution*, 2005, p. 1–4.
- [9] P. Zhang e S. T. Lee, “Probabilistic load flow computation using the method of combined cumulants and Gram-Charlier expansion”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 19, n° 1, p. 676–682, fev. 2004.
- [10] Y. Y. Hong e Y. F. Luo, “Optimal VAR Control Considering Wind Farms Using Probabilistic Load-Flow and Gray-Based Genetic Algorithms”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 24, n° 3, p. 1441–1449, 2009.
- [11] A. Schellenberg, W. Rosehart, e J. Aguado, “Cumulant-based probabilistic optimal power flow (P-OPF) with Gaussian and gamma distributions”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 20, n° 2, p. 773–781, maio 2005.
- [12] A. Schellenberg, W. Rosehart, e J. Aguado, “Cumulant based stochastic optimal power flow (S-OPF) for variance optimization”, in *IEEE Power Engineering Society General Meeting, 2005*, 2005, p. 473–478 Vol. 1.
- [13] K. W. Wang, C. Y. Chung, C. T. Tse, e K. M. Tsang, “Improved probabilistic method for power system dynamic stability studies”, *IEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution*, vol. 147, n° 1, p. 37–43, jan. 2000.
- [14] S. Q. Bu, W. Du, H. F. Wang, Z. Chen, L. Y. Xiao, e H. F. Li, “Probabilistic Analysis of Small-Signal Stability of Large-Scale Power Systems as Affected by Penetration of Wind Generation”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 27, n° 2, p. 762–770, maio 2012.
- [15] Y. Zhou, Y. Li, W. Liu, D. Yu, Z. Li, e J. Liu, “The Stochastic Response Surface Method for Small-Signal Stability Study of Power System With Probabilistic Uncertainties in Correlated Photovoltaic and Loads”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 32, n° 6, p. 4551–4559, nov. 2017.
- [16] H. Kobayashi, R. Yokoyama, e S. Ninagawa, “Dynamic Stability Limit Under Random Disturbances”, *Transactions of IEEE of Japan*, vol. 93–B, n° 9, p. 407–411, set. 1973.

- [17] Z. Xu, Z. Y. Dong, e P. Zhang, “Probabilistic small signal analysis using Monte Carlo simulation”, in *IEEE Power Engineering Society General Meeting, 2005*, 2005, p. 1658–1664 Vol. 2.
- [18] J. W. Taylor, “Short-term electricity demand forecasting using double seasonal exponential smoothing”, *Journal of the Operational Research Society*, vol. 54, n^o 8, p. 799–805, ago. 2003.
- [19] R. Arrieta, M. A. Rios, e A. Torres, “Contingency Analysis and Risk Assessment of Small Signal Instability”, in *2007 IEEE Lausanne Power Tech*, 2007, p. 1741–1746.
- [20] C. A. Juárez, J. L. Rueda, I. Erlich, e D. G. Colomé, “Probabilistic approach-based wide-area damping controller for small-signal stability enhancement of wind-thermal power systems”, in *2011 IEEE Power and Energy Society General Meeting*, 2011, p. 1–4.
- [21] N. Abdel-Karim, D. Calderon, T. Coleman, e J. Moura, “A hybrid probabilistic assessment using different renewable penetration scenarios in the North American bulk power system”, in *2016 International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems (PMAPS)*, 2016, p. 1–5.
- [22] K. N. Hasan, R. Preece, e J. V. Milanović, “The Influence of Load on Risk-Based Small-Disturbance Security Profile of a Power System”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 33, n^o 1, p. 557–566, jan. 2018.
- [23] A. Y. Takahata, “Segurança de sistemas de potência sob pequenas perturbações considerando incertezas”, *Tese de doutorado*, COPPE/UFRJ, Brasil, 2008.
- [24] S. Gomes Jr., N. Martins, e T. J. M. A. Parreiras, “Computing the closest small-signal security boundary in the control parameter space for large scale power systems”, *Electric Power Systems Research*, vol. 149, p. 10–18, 2017.
- [25] Lei Wang, F. Howell, P. Kundur, C. Y. Chung, e Wilsun Xu, “A tool for small-signal security assessment of power systems”, in *PICA 2001. Innovative Computing for Power - Electric Energy Meets the Market. 22nd IEEE Power Engineering Society. International Conference on Power Industry Computer Applications (Cat. No.01CH37195)*, 2001, p. 246–252.

- [26] T. J. M. A. Parreiras, S. Gomes Jr., G. N. Taranto, e K. Uhlen, “Closest security boundary for improving oscillation damping through generation redispatch using eigenvalue sensitivities”, *Electric Power Systems Research*, vol. 160, p. 119–127, 2018.
- [27] T. J. M. A. Parreiras, “Small-signal security assessment considering minimum redispatch”, *Tese de doutorado*, COPPE/UFRJ, Brasil, 2017.
- [28] T. S. Amaral, S. Gomes, e C. L. T. Borges, “Reliability evaluation of bulk power systems with wind generation using small signal stability analysis”, *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 129, p. 106840, 2021.
- [29] P. Kundur, N. J. Balu, e M. G. Lauby, *Power system stability and control*. McGraw-Hill, 1994.
- [30] M. J. Gibbard, P. Pourbeik, e D. J. Vowles, *Small-signal stability, control and dynamic performance of power systems*: University of Adelaide Press, 2015.
- [31] R. Billinton e S. Aboreshaid, “Security evaluation of composite power systems”, *IEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution*, vol. 142, n^o 5, p. 511–516, set. 1995.
- [32] R. Billinton e P. R. S. Kuruganty, “Probabilistic Assessment of Transient Stability in a Practical Multimachine System”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-100, n^o 7, p. 3634–3641, 1981.
- [33] B. Stott, “Power system dynamic response calculations”, *Proceedings of the IEEE*, vol. 67, n^o 2, p. 219–241, fev. 1979.
- [34] C. T. Chen, *Linear System Theory and Design*. Oxford University Press, 1999.
- [35] G. Strang, *Linear Algebra and Its Applications*. Thomson, Brooks/Cole, 2006.
- [36] *PacDyn User’s Manual*. Cepel - Centro de Pesquisas de Energia Elétrica, 2018.
- [37] N. Martins e R. Baitelli, “Analysis of Low Damped Electromechanical Oscillations in Large Power Systems”, in *Proceedings of Cigré - General Meeting*, 1982, vol. SC-31.

- [38] D. G. Luenberger, “Dynamic Equations in Descriptor Form”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 22, n^o 3, p. 312–321, 1977.
- [39] N. Martins, “Efficient Eigenvalue and Frequency Response Methods Applied to Power System Small-Signal Stability Studies”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 1, n^o 1, p. 217–226, 1986.
- [40] P. J. Olver, “Orthogonal Bases and the QR Algorithm”. 2010.
- [41] G. H. Golub e C. F. Van Loan, *Matrix Computations*. Johns Hopkins University Press, 1983.
- [42] P. Kundur, G. J. Rogers, D. Y. Wong, L. Wang, e M. G. Lauby, “A comprehensive computer program package for small signal stability analysis of power systems”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 5, n^o 4, p. 1076–1083, 1990.
- [43] L. Wang e A. Semlyen, “Application of Sparse Eigenvalue Techniques to the Small-Signal Stability Analysis of Large Power Systems”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 6, n^o 6, p. 635–642, maio 1990.
- [44] R. B. Lehoucq, D. C. Sorensen, e C. Yang, “ARPACK Users’ Guide: Solution of Large Scale Eigenvalue Problems with Implicitly Restarted Arnoldi Methods”. 1997.
- [45] N. Martins, L. T. G. Lima, e H. J. C. P. Pinto, “Computing Dominant Poles of Power System Transfer Functions”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 11, n^o 1, p. 162–170, 1996.
- [46] N. Martins, “The Dominant Pole Spectrum Eigensolver”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 12, n^o 1, p. 245–254, 1997.
- [47] S. Gomes Jr., N. Martins, e C. Portela, “Sequential Computation of Transfer Function Dominant Poles of s-domain System Models”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 24, p. 776–784, 2009.
- [48] R. Allan e R. Billinton, “Probabilistic assessment of power systems”, *Proceedings of the IEEE*, vol. 88, n^o 2, p. 140–162, fev. 2000.
- [49] R. Billinton e W. Li, *Reliability Assessment of Electric Power Systems Using Monte Carlo Methods*. Springer US, 1994.

- [50] C. Singh e R. Billinton, *System reliability, modelling and evaluation*. Hutchinson, 1977.
- [51] A. N. Kolmogorov, *Foundations of the theory of probability*. Chelsea Pub. Co., 1950.
- [52] J. Jacod e P. Protter, *Probability Essentials*. Springer Berlin Heidelberg, 2012.
- [53] A. Papoulis, *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes, Third Edition*. McGraw-Hill, 1991.
- [54] R. Durrett, *Probability: Theory and Examples*. Cambridge University Press, 2010.
- [55] S. Resnick, *A Probability Path*. Birkhäuser Boston, 2003.
- [56] P. R. Halmos, *Measure Theory*. Springer New York, 2013.
- [57] M. P. McLaughlin, “Compendium of Common Probability Distributions”. 2016.
- [58] A. P. Leite, “Modelagem de fazendas eólicas para estudos de confiabilidade”, *Dissertação de mestrado*, COPPE/UFRJ, Brasil, 2005.
- [59] J. Eriksson, E. Ollila, e V. Koivunen, “Statistics for complex random variables revisited”, in *2009 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 2009, p. 3565–3568.
- [60] J. Lamperti, *Stochastic Processes: A Survey of the Mathematical Theory*. Springer New York, 2012.
- [61] D. Freedman, *Approximating Countable Markov Chains*. Springer New York, 2012.
- [62] D. Freedman, *Markov Chains*. Springer New York, 2012.
- [63] G. Grimmett e D. Stirzaker, *Probability and Random Processes*. OUP Oxford, 2001.
- [64] R. Y. Rubinstein e D. P. Kroese, *Simulation and the Monte Carlo Method*. Wiley, 2011.

- [65] W. Li, *Risk Assessment Of Power Systems: Models, Methods, and Applications*. Wiley, 2005.
- [66] A. C. G. Melo, M. V. F. Pereira, e A. M. Leite da Silva, “Frequency and Duration Calculation in Composite Generation and Transmission Reliability Evaluation”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 7, n^o 2, p. 469–476, maio 1992.
- [67] C. Singh e Y. Kim, “An efficient technique for reliability analysis of power systems including time dependent sources”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 3, n^o 3, p. 1090–1096, ago. 1988.
- [68] H. Kim, C. Singh, e A. Sprintson, “Simulation and Estimation of Reliability in a Wind Farm Considering the Wake Effect”, *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, vol. 3, n^o 2, p. 274–282, 2012.
- [69] F. C. Sayas e R. N. Allan, “Generation availability assessment of wind farms”, *IEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution*, vol. 143, n^o 5, p. 507–518, set. 1996.
- [70] H. Kim e C. Singh, “Reliability simulation in wind farm with different wind turbines”, in *National Power Systems Conference (NPSC) 2012, At India*, 2012.
- [71] J. A. da Silva Dias, “Modelo para representação de séries temporais correlacionadas com aplicação na avaliação da confiabilidade por simulação monte carlo não-sequencial”, *Tese de doutorado*, COPPE/UFRJ, Brasil, 2014.
- [72] J. F. M. Pessanha, A. C. G. de Melo, R. J. G. S. B. Bessa, e V. A. Almeida, “Uma metodologia para geração de cenários de produção eólica compatíveis com as correlações espaciais entre os regimes de ventos”, in *XXV SNPTEE - Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica*, 2019, p. GPL/31.
- [73] J. C. O. Mello, M. V. F. Pereira, e A. M. Leite da Silva, “Evaluation of reliability worth in composite systems based on pseudo-sequential Monte Carlo simulation”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 9, n^o 3, p. 1318–1326, 1994.

- [74] A. M. Leite da Silva, L. A. Da Fonseca Manso, J. C. De Oliveira Mello, e R. Billinton, “Pseudo-chronological simulation for composite reliability analysis with time varying loads”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 15, n^o 1, p. 73–80, 2000.
- [75] A. M. L. da Silva, L. C. de Resende, L. A. da Fonseca Manso, e R. Billinton, “Well-being analysis for composite generation and transmission systems”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 19, n^o 4, p. 1763–1770, 2004.
- [76] T. F. on Bulk Power System Reliability, “Bulk power system reliability concepts and applications”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 3, n^o 1, p. 109–117, fev. 1988.
- [77] F. L. Lirio, S. Gomes Jr., L. P. Almeida, L. R. Silva, e N. A. R. L. Netto, “Avaliação de modelos de aerogeradores quanto a eficiência, precisão e robustez na simulação de estabilidade eletromecânica”, in *XXIV Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica*, 2017.
- [78] N. R. E. L. (NREL), “Western wind resource dataset”. 2010.
- [79] E. L. Silva, M. L. Loureiro, M. Th. Schilling (ed.), e D. C. Lima, “Indicadores de Desempenho Probabilístico de Componentes de Geração e Transmissão do SIN”, in *Sistema BDConf*, 2006, vol. I.
- [80] S. Gomes Jr., C. H. C. Guimarães, N. Martins, e G. N. Taranto, “Damped Nyquist Plot for a Pole Placement Design of Power System Stabilizers”, *Electric Power System Research*, vol. 158, p. 158–169, 2018.
- [81] “Banco de Dados para Análise da Estabilidade Eletromecânica do Sistema Interligado Nacional”, 2018. [Online]. Disponível em: <https://sintegre.ons.org.br/sites/8/32/87/Produtos/211/BDadosDezembro2018.zip>. [Acessado: 13-abr-2020].
- [82] “Mapa do Sistema Interligado Nacional”, 2020. [Online]. Disponível em: <http://sindat.ons.org.br/SINDAT/Home/ControleSistema>. [Acessado: 13-abr-2020].
- [83] C. L. T. Borges e J. A. S. Dias, “A Model to Represent Correlated Time Series in Reliability Evaluation by Non-Sequential Monte Carlo Simulation”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 32, n^o 2, p. 1511–1519, 2017.

- [84] T. Homem-de-Mello e R. Y. Rubinstein, “Estimation of rare event probabilities using cross-entropy”, in *Winter Simulation Conference Proceedings*, 2003, vol. 1, p. 310–319 vol.1.
- [85] Z. Shu, P. Jirutitijaroen, A. M. Leite da Silva, e C. Singh, “Accelerated State Evaluation and Latin Hypercube Sequential Sampling for Composite System Reliability Assessment”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 29, n^o 4, p. 1692–1700, 2014.
- [86] L. Wang e C. Singh, “Population-Based Intelligent Search in Reliability Evaluation of Generation Systems With Wind Power Penetration”, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 23, n^o 3, p. 1336–1345, 2008.

Apêndice A

Dados dos casos utilizados

A.1 Sistema máquina-barra infinita

O sistema máquina-barra infinita mostrado no exemplo 2.1 tem os seguintes dados elétricos (em formato Anarede):

```
(=====
( TITULO DO CASO
(=====
TITU
Maquina x Barra infinita com transformador e duas linhas em paralelo
(
(=====
( DADOS DE CONSTANTES DE CONTROLE EXECUCAO
(=====
DCTE
(Mn) ( Val) (Mn) ( Val)
TEPA 1E-4 TEPR 1E-4 BASE 1000.
99999
(
(=====
( DADOS DE BARRA CA
(=====
DBAR
(No )OETGb( nome )G1( V)( A)( Pg)( Qg)( Qn)( Qm)(Bc )( P1)( Q1)( Sh)Are(Vf)
  1 1 Maq1000MW 1000 800. -999999999 001
  2 0 Barra Int 1000 0. 001
  3 2 Barra Inf 1000 0. -999999999 001
99999
(
(=====
( DADOS DE CIRCUITOS CA
(=====
DLIN
(De )d 0 d(Pa )NcEP ( R% )( X% )(Mvar)(Tap)(Tmn)(Tmx)(Phs)(Bc )(Cn)(Ce)Ns
  1 2 1 10. 1.0
  2 3 1 50.
  2 3 2 50.
99999
```

(
FIM

Os dados adicionais para estabilidade são dados a seguir (em formato Anatem). A máquina é representada por um modelo clássico (simplificado) e foi incluído um valor de D diferente de zero que poderia estar representando um amortecimento que existiria em um modelo mais realista e que modelos mais completos da máquina apresentariam.

```
(=====
( TITULO DO CASO
(=====
TITU
** Caso para ilustrar criterio das areas iguais **
(
(=====
( ASSOCIACAO DE UNIDADES LOGICAS
(=====
(
( ---- arquivo Historico do fluxo de potencia ----
ULOG
2
critarea.sav
(
( ---- arquivo de saida ----
ULOG
4
critarea.out
(
( ---- arquivo de plotagem ----
ULOG
8
critarea.plt
(
( ---- arquivo de log de eventos ----
ULOG
9
critarea.log
(
(=====
( DADOS DE PADRAO PARA OPCOES DE EXECUCAO
(=====
DOPC IMPR CONT FILE
(Op) E (Op) E'
IMPR L FILE L
999999
(
(=====
( RESTABELECIMENTO DE CASO DE FLUXO DE POTENCIA
(=====
ARQV REST
2
(
(=====
( MODELOS DE GERADOR CLASSICO
(=====
DMDG MD01
```

```

(No) (L'd)(Ra )( H )( D )(MVA)Fr C
(Modelo Classico
  11 30. 3.0 0.5 200.60
(Barra infinita
  22 60
999999
(
(
(=====
( ASSOCIACAO DE MAQUINAS COM MODELOS
(=====
DMAQ
( Nb) Gr (P) (Q) Und ( Mg ) ( Mt )u( Mv )u( Me )u(Xvd)(Nbc)
  1 10 5 11
  3 10 22
999999
(
(=====
( EVENTOS
(=====
DEVT
(
( Aplicacao e remocao de curto franco na barra 1
(Tp) ( Tempo)( El )( Pa)Nc( Ex) ( % ) (ABS ) Gr Und (Bl)P ( Rc ) ( Xc ) ( Bc ) (Defas)
(APCL 1.000 2 3 1 2 50
(ABCI 1.2599 2 3 1
(MDSH 1.0 1 -10.
(
999999
(
(=====
( VARIAVEIS DE SAIDA
(=====
DPLT
(Tipo)M( El ) ( Pa) Nc Gp ( Br) Gr ( Ex) (Bl) P
DELT * 1 10
FMAQ * 1 10
PELE * 1 10
QELE * 1 10
VOLT * 1
999999
(
(=====
( DADOS DE SIMULACAO
(=====
DSIM
( Tmax ) (Stp) ( P ) ( I )
  5.0 .0001 1
(
(=====
( EXECUCAO DO CASO
(=====
EXSI
(
FIM

```

A.2 Sistema 1: rede simples

A.2.1 Rede elétrica

Os dados elétricos para a rede simples da figura 5.1 são os seguintes:

```

TITU
EOLICO 10%
DCTE
(Mn) ( Val) (Mn) ( Val)
BASE 100. DASE 100. TEPA 1. EXST 4. TETP 5. TBPA 5.
TLPP 1. TEPR 1. QLST 4. TLPR .1 TLPQ 2. TSBZ .01
TSBA 5. ASTP .05 VSTP 5. TLVC .1 TLTC .01 TSFR .1E-7
ZMAX 500. TLPV .5 VDVM 200. VDVN 40. TUDC .001 TADC .01
PGER 30. TPST 2. VFLD 70. ZMIN .001 HIST 470 LFIT 10
ACIT 90 LFCV 1 DCIT 10 VSIT 10 LPIT 50 LFLP 10
PDIT 10 LCRT 25 LPRT 60 CSTP 5. ASDC 1.
ICIT 30 DMAX 5 FDIV 2. ICMN .05 VART 5. TSTP 32
ICMV .5 APAS 90. CPAR 70. VAVT 2. VAVF 5. VMVF 15.
VPVT 2. VPVF 5. VPMF 10. VSVF 20. VINP 1. VSUP 1.
TLSI 0. NDIR 20. STTR 5. TRPT 100. STIR 1. BFPO 1.
LFPO .1 TLMT .5 TLMF .5 TLMG .5
99999
DBAR
(Num)OETGb( nome )G1( V)( A)( Pg)( Qg)( Qn)( Qm)(Bc ) ( P1)( Q1)( Sh)Are(Vf)M(1)(2)(3)(4)(5)(6)(7)(8)(9)(10
1 L1 Ger 105030.9 306.94.87-999999999 11000
2 L BarraInt 10284.52 11000
3 L2 Binf 1050 0.-340.107.7-999999999 11000
9010 L Livrame 230 1000 14. 11000
9013 L livrame 20k 102814.6 11000
9017 L1 LIVRAME EOL 102015.3 34.-21.9-62.4 62.4 11000
99999
DLIN
(De )d 0 d(Pa )NcEP ( R% )( X% )(Mvar)(Tap)(Tmn)(Tmx)(Phs)(Bc ) (Cn)(Ce)Ns(Cq)(1)(2)(3)(4)(5)(6)(7)(8)(9)(10
1 9010 1 10.
2 3 1 5.
2 3 2 5.
9010 2 1 5.
9010 9013 1 3.125 .9693 .9 1.1 9010200.264.32200.
9013 9017 1 3.6225 1. 164.196. 164.
99999
FIM

```

A.2.2 Dados dinâmicos

Os dados adicionais para estabilidade são:

```

(=====
( TITULO DO CASO
TITU
Curto-circuito na barra terminal do gerador (atraves de reator)
(
( s= -7.995 Cp= 0.32 lambda= 6.762 vento= 11.72 Beta= 6.0
(numero de geradores = 42, 98% despacho potencia nominal P= 35.0 Part 03
(
(
(=====

```

```

( ASSOCIACAO DE ARQUIVO PARA SAIDA DE RELATORIOS ( opcao FILE )
(=====
ULOG
4
GSEcdusist.out
(
(=====
( ASSOCIACAO DE ARQUIVO COM FLUXO DE POTENCIA ( ANAREDE )
(=====
ULOG
2
EOLIC.sav
(
(=====
( ASSOCIACAO DE ARQUIVO COM DADOS PARA PLOTAGEM
(=====
ULOG
8
GSEcdusist.plt
ULOG
9
GSEcdusist.log
(
(=====
( DADOS DE OPCOES DEFAULT DE EXECUCAO
(=====
DOPC IMPR CONT
(0p) E (0p) E
IMPR L FILE L CONT L 80CO L
999999
(
(=====
( TOLERANCIA DE CONVERGENCIA DESEJADA PARA O FLUXO DE POTENCIA
(=====
DCTE
(Ct) (Val )
(TEPQ .1
(TETE 1.E-4
(TEMD 1.E-4
(TABS 1.E-7 ( tolerancia absoluta )
999999
(
(=====
( RESTABELECIMENTO DO CASO DE FLUXO DE POTENCIA
(=====
ARQV REST
1
(
(=====
( ASSOCIACAO DE ARQUIVO DE MODELOS
(=====
(
ULOG
1
GSEcdudat
(
(=====
( MODELOS DE GERADOR TIPO BARRA INFINITA
(=====

```

```

DMDG MD01
(No) 0 (L'd)(Ra )( H )( D )(MVA)Fr
0001                                     60
999999
(
(
(=====
( MODELOS DE GERADOR COM POLOS SALIENTES
(=====
DMDG MD02
(No) 0 (CS) (Ld )(Lq )(L'd)      (L"d)(Ll )(T'd)      (T"d)(T"q)
(No)   (Ra )( H )( D )(MVA)Fr
0002  0001 113.8 68.1  35.      28.8 15.8  5.6      0.08 0.15
0002      4.938      184.
999999
(
(=====
( CURVAS DE SATURACAO
(=====
DCST
(..... Curvas de Saturacao de Geradores
(No) 0 T ( Y1 ) ( Y2 ) ( X1 )
(..... Curva 1
0001  2 0.013      7.920      0.8
999999
(
(
(=====
( CONTROLADORES DEFINIDOS PELO USUARIO
(=====
DCDU IMPR
(
( Regulador de Tensao de 1a. ordem
(ncdu) ( nome cdu )
0011 AVR
(nb) (tipo) (stip)s(vent) (vsai) ( p1 )( p2 )( p3 )( p4 ) (vmin) (vmax)
01 ENTRAD          Vref
02 IMPORT VOLT      Vt
03 IMPORT VSAD      Vsad
04 SOMA            Vref  X3
                   -Vt   X3
                   Vsad  X3
05 LEDLAG          X3   Efd   100.0  0.0  1.0  0.05
06 EXPORT EFD      Efd
FIMCDU
(
(-----
(ncdu) ( nome cdu )
0012 PSS
(-----
(
(-----
(EFPAR (npar) (   valpar   )
(-----
DEFPAR #L1          -0.3
DEFPAR #L2          0.3
DEFPAR #K           10.
DEFPAR #Tw          3.0
DEFPAR #T1          0.08

```

```

DEFPAR #T2          0.01
(
-----
(nb) (tipo) (stip)s(vent) (vsai) ( p1 )( p2 )( p3 )( p4 ) (vmin) (vmax)
-----
0001 IMPORT WMAQ          WMAQ
0002 GANHO          WMAQ X2   #K
0003 WSHOUT          X2   X3   #Tw   1.0#Tw
0004 LEDLAG          X3   X4       1.0#T1   1.0#T2
0005 LIMITA          X4   VSAD          L1   L2
0006 EXPORT VSAD   VSAD
(
-----
(DEFVA (stip) (vdef) ( d1 )
-----
DEFVAL          L1   #L1
DEFVAL          L2   #L2
(
FIMCDU
(
999999
(
=====
( DADOS DE MAQUINAS E ASSOCIACAO DAS MAQUINAS AOS CONTROLES
=====
DMAQ
( Barra infinita
(Nb)  Gr (P) (Q) Und ( Mg ) ( Mt )u( Mv )u( Me )u(Xvd)(Nbc)
   1  10          1   2   11u       12u
   3  10          1   1
999999
(
DCDU
(ncdu) ( nome cdu )
   10 medida
(nb)i(tipo)o(stip)s(vent) (vsai) ( p1 )( p2 )( p3 )( p4 ) (vmin) (vmax)
   1 IMPORT FLXA          P   1
   2 IMPORT FLXR          Q   1
   3 IMPORT VOLT          V   2
   4 DIVSAO          P   IA
          V   IA
   5 DIVSAO          Q   IR
          V   IR
   6 DIVSAO          IA  G
          V   G
   7 DIVSAO          IR  B
          V   B
   8 SAIDA          G
   9 SAIDA          B
FIMCDU
999999
(
DCNE
(Nc)  ( Mc )u
   1          10u
999999
(
=====
( LOCAIS DE MEDICAO

```

```

(=====
DLOC
(Lc) (Tipo) ( El ) ( Pa)Nc( Ex)Gr(Bl)
  1  CIRCAC  9013 9017 1 9017
  2  BARRAC  9017
999999
(
(
(=====
( DADOS DAS VARIAVEIS DE SAIDA
(=====
DPLT IERR
(Tipo)M( El ) ( Pa) Nc Gp ( Br) Gr ( Ex) (Bl) P
FMAQ      1          10
delt      1          10
VOLT      1
VOLT      2
VOLT      9017
VOLT      9010
cdu       10                    1
cdu       10                    2
cdu       10                    4
cdu       10                    5
cdu       10                    6
cdu       10                    7
FLXA      9013  9017  1          9017
FLXR      9013  9017  1          9017
FLXA      9010  9013  1          9010
FLXR      9010  9013  1          9010
CDU       1                    1
CDU       1                    8
CDU       1                    4
CDU       1                    21
CDU       1                    22
999999
(
(
(=====
( DADOS DE EVENTOS
(=====
(
DEVT
( Curto-circuito na barra terminal do gerador de inducao (atraves de reator)
(Tp) ( Tempo) ( El ) ( Pa)Nc( Ex) ( % ) (ABS ) Gr Und      (Bl)P ( Rc ) ( Xc ) ( Bc ) (Defas)
(APCC      1.0      2          0.61
(RMCB      1.15     2
(MDSH      1.0      2          -2500.
(MDSH      1.15     2          2500.
(ABCI      1.15     2      3 1
(
999999
(
(=====
( DADOS DE SIMULACAO
(=====
DSIM
( Tmax ) (Stp) ( P ) ( I )
  10.00 .001  1
(

```

```

(=====
( INICIALIZACAO DE VARIAVEIS SEM SIMULACAO
(=====
EXSI
FIM

```

E o modelo de gerador eólico como fonte controlada de corrente utilizado em todos os estudos (arquivo GSEcdu.dat) de caso é:

```

( =====
(          MODELO GENÉRICO DE GERADOR EÓLICO
(          COMO FONTE CONTROLADA DE CORRENTE
( =====
DCDU
(ncdu) ( nome cdu )
-----
(N°CDU NOME_CDU
00001  CDU-GSE
(
(EFPAR (nome) (   valor   )
DEFPAR #KP          10.
DEFPAR #KI          400.
DEFPAR #QMIN        -0.3
DEFPAR #QMAX         0.16
(DEFPAR #QMIN        -1.42
(DEFPAR #QMAX         1.42
DEFPAR #IDMIN       -9999.
DEFPAR #IDMAX        9999.
(DEFPAR #Tp          0.001
(
(
(  CONTROLE DE POTÊNCIA ATIVA
(
(nb)i(tipo) (stip)s(vent) (vsai) ( p1 )( p2 )( p3 )( p4 ) (vmin) (vmax)
0001 ENTRAD          PORD
0002 IMPORT VOLT     V
(0061 LEDLAG        VFILT  VDELAY  1.0          1.0  #Tp
(0062 FUNCAO X**2    VDELAY V2
(0063 DIVSAO        PORD  G
(          V2  G
(0064 MULTPL        G    ID
(          VFILT ID
0003 DIVSAO        PORD  IDx
          V    IDx
0071 LIMITA        IDx  IDLIM          IDMIN  IDMAX
0081 ENTRAD          VLIM
0082 ENTRAD          ILIMD
0083 COMPAR .LT.    V    TRIGV
          VLIM  TRIGV
0084 SELET2        IDLIM ID
          ILIMD ID
          TRIGV ID
(
(  CONTROLE DE TENSÃO
(
(nb)i(tipo) (stip)s(vent) (vsai) ( p1 )( p2 )( p3 )( p4 ) (vmin) (vmax)
(0004 ENTRAD          VREF
0054 LEDLAG          V    VFILT  1.0          1.0  0.100
(0005 SOMA          VREF  ERRO

```

```

(
      -VFILT  ERRO
(0006 GANH0      ERRO  QORDP  #KP
(0007 PROINT    ERRO  QORDI  #KI  0  1.0      QMIN  QMAX
(0008 SOMA      QORDP  QORD
(
      QORDI  QORD
0053 ENTRAD      QORD
0009 LIMITA      QORD  QORDL      QMIN  QMAX
0010 DIVSAO      QORDL  IQx
      VFILT  IQx
0085 SELET2      IQx  IQ
      ILIMQ  IQ
      TRIGV  IQ
0086 ENTRAD      ILIMQ
(
(
(  CALCULO DAS CORRENTES REAL-IMAGINARIA
(
(nb)i(tipo) (stip)s(vent) (vsai) ( p1 )( p2 )( p3 )( p4 ) (vmin) (vmax)
0011 IMPORT ANGL      AVS
0012 LEDLAG      AVS  TETA  1.0      1.0  0.003
0013 FUNCAO SIN      TETA  SINDEL
0014 FUNCAO COS      TETA  COSDEL
0015 MULTPL      ID  X15
      COSDEL X15
0016 MULTPL      ID  X16
      SINDEL X16
0017 MULTPL      IQ  X17
      SINDEL X17
0018 MULTPL      IQ  X18
      COSDEL X18
0019 SOMA      X15  IR
      X17  IR
0020 SOMA      X16  II
      -X18  II
(0051 ENTRAD      IR
(0052 ENTRAD      II
0021 EXPORT IIRFNT IR
0022 EXPORT IIIFNT II
(
0041 IMPORT PTFNT      PGEN
0042 IMPORT QTFNT      QGEN
0043 SAIDA      PGEN
0044 SAIDA      QGEN
((
(EFVAL (stip) (vdef) ( d1 ) ( d2 )
(DEFVAL      IR  1.2079
(DEFVAL      II  0.6613
DEFVAL      QMIN  #QMIN
DEFVAL      QMAX  #QMAX
DEFVAL      IDMIN  #IDMIN
DEFVAL      IDMAX  #IDMAX
DEFVAL  VAR  PORD  PGEN
DEFVAL  VAR  QORD  QGEN
DEFVAL      ILIMD  2.1
DEFVAL      ILIMQ  0
DEFVAL      VLIM  0.67
(
FIMCDU
999999
(

```

```

DFNT
( Nb)  Gr T (FP%) (FQ%) Und ( Mc )u (R ou G) (X ou B) (Sbas)
9017  10 I 100. 100. 1      1u
999999
(
Fim

```

O novo PSS projetado para aumentar o amortecimento do polo eletromecânico a 15% com 0% de energia eólica é o seguinte:

```

DCDU
(
(****CDU Plot for Windows ****)
( nc ) ( nome cdu )
      2 PSS-000
(EFPAR (nome) (      valor      )
DEFPAR #KP1          7.396671
DEFPAR #TN1          .293722
DEFPAR #TD1          .05438618
DEFPAR #TW1          3.
(nb)i(tipo) (stip)s(vent) (vsai) ( p1 )( p2 )( p3 )( p4 ) (vmin) (vmax)
  1 IMPORT WMAQ      X1
  2 GANHO      X1    X2    #KP1
  3 LEDLAG      X2    X3    1    #TN1  1    #TD1
  4 WSHOUT      X3    X4    #TW1  1    #TW1
  5 EXPORT VSAD  X4
FIMCDU
999999
FIM

```

A.2.3 Dados probabilísticos

Tabela A.1: Taxas de falha e reparo em ocorrências por ano

	Taxa de falha	Taxa de reparo
Turbina eólica em operação normal	6	130
Turbina eólica em operação extrema	36	36
Linhas de transmissão	1.567568	8661.26

Tabela A.2: Dados operativos para a turbina do exemplo 4.3

Velocidade inicial (cut in) [m/s]	6
Velocidade nominal [m/s]	11
Velocidade de corte (cut out) [m/s]	19
Potência nominal [MW]	5

Velocidade inicial (cut in) [m/s]	6
Diâmetro do rotor [m]	80

Tabela A.3: Estados agregados de velocidade do vento do exemplo 4.3

Estado	Velocidade [m/s]	Potência [p.u.]	Probabilidade	Prob. acumulada
A	0-4	0	0.1507	0.1507
B	4-5	0	0.0772	0.2279
C	5-6	0	0.091	0.3189
D	6-7	0.086	0.1069	0.4258
E	7-8	0.266	0.109	0.5348
F	8-9	0.46	0.1019	0.6367
G	9-10	0.666	0.0861	0.7228
H	10-11	0.886	0.0714	0.7942
I	11-12	1	0.0539	0.8481
J	12-13	1	0.041	0.8891
K	13-14	1	0.029	0.9181
L	14-15	1	0.0215	0.9396
M	15-16	1	0.0178	0.9574
N	16-17	1	0.013	0.9704
O	17-18	1	0.01	0.9804
P	18-19	1	0.0073	0.9877
Q	19-20	0	0.004	0.9917
R	20-21	0	0.0029	0.9946
S	21-34	0	0.0053	0.9999

A.3 Sistema 2: caso duas áreas modificado

A.3.1 Rede elétrica

```

TITU
Two Area Test System
DCTE
(Mn) ( Val) (Mn) ( Val)
BASE 100. DASE 1000. TEPA .1E-7 EXST 4. TETP 5. TBPA 5.
TLPP 1. TEPR .1E-7 QLST 4. TLPR 1. TLPQ 2. TSBZ .01
TSBA 5. ASTP .05 VSTP 5. TLVC .5 TLTC .01 TSFR .1E-7
ZMAX 500. TLPV .5 VDVM 200. VDVN 40. TUDC .001 TADC .01
PGER 30. TPST 2. VFLD 70. ZMIN .001 HIST 140 LFIT 10
ACIT 30 LFCV 1 DCIT 10 VSIT 10 LPIT 50 LFLP 10

```

```

PDIT      1 LCRT      30 LPRT      60 CSTP      500.
ICIT      30 DMAX      5 FDIV      2. ICMN      .05 VART      5. TSTP      32
ICMV      .5 APAS      90. CPAR      70. VAVT      2. VAVF      5. VMVF      15.
VPVT      2. VPFV      5. VPMF      10. VSVF      20. VINP      1. VSUP      1.

```

99999

DBAR

```

(Num)OETGb( nome )Gl( V)( A)( Pg)( Qg)( Qn)( Qm)(Bc ) ( Pl)( Ql)( Sh)Are(Vf)
  1 L1 Barra1      103020.3 600. 185.-999999999      11000
  2 L1 Barra2      101010.5 600.234.6-999999999      11000
  3 L2 Barra3      1030-6.8619.1 176.-999999999      21000
  4 L1 Barra4      1010-17. 600. 202.-999999999      21000
  5 L Barra5      100613.8      11000
  6 L Barra6      9783.72      11000
  7 L Barra7      961-4.7      967. 100. 200. 11000
  8 L Barra8      949-19.      11000
  9 L Barra9      971-32.      1767. 100. 350. 21000
 10 L Barra10     983-24.      21000
 11 L Barra11     1008-13.      21000
 14 L1 VBarra4    1010-6.1 400.66.26-999999999      21000

```

99999

DLIN

```

(De )d 0 d(Pa )NcEP ( R% )( X% )(Mvar)(Tap)(Tmn)(Tmx)(Phs)(Bc ) (Cn)(Ce)Ns
  1      5 1      1.6666      1.
  2      6 1      1.6666      1.
  3     11 1      1.6666      1.
  4     10 1      1.6666      1.
  5      6 1      .25  2.5 4.375
  6      7 1      .1  1. 1.75
  7      8 1      1.1 11. 19.25
  7      8 2      1.1 11. 19.25
  8      9 1      1.1 11. 19.25
  8      9 2      1.1 11. 19.25
  9     10 1      .1  1. 1.75
 10     11 1      .25 2.5 4.375
 14     10 1      4.2857      1.      99999999 9999

```

99999

DARE

```

(Ar (Xchg) ( Identificacao da area ) (Xmin) (Xmax)
  1      0. * AREA 1 *
  2      0. * AREA 2 *

```

99999

FIM

A.3.2 Dados dinâmicos

```

(
(=====
( TITULO DO CASO
(=====
TITU
** Caso 2 areas modificado **
(
(
(=====
( ASSOCIACAO DE ARQUIVOS
(=====
DARQ
(..... Arquivos de Saída .....

```

```

(Tipo) (C) ( Nome do Arquivo
  OUT   .\
  LOG   .\
  PLT   .\
(..... Arquivo Histórico .....
  SAV   1 2areas.sav
(..... Arquivos CDU e Modelos Built in .....
(Tipo) (C) ( Nome do Arquivo
  BLT   2areas.blc
  CDU   2areas.cdu
(.....
999999
(
(=====
( DADOS DE PADRAO PARA OPCOES DE EXECUCAO
(=====
DOPC IMPR CONT FILE
(Op) E (Op) E')
IMPR   FILE
999999
(
(
(=====
( ALTERACAO DE CONSTANTES DO PROGRAMA
(=====
DCTE
(Ct) (Val )
TEPQ   .01 ( tolerancia de convergencia exigida p/ fluxo de potencia )
TEMD   1.E-7
TETE   1.E-7
TABS   1.E-7 ( tolerancia absoluta )
999999
(
(=====
( ASSOCIACAO DE MAQUINAS COM MODELOS
(=====
DMAQ
( Nb)  Gr (P) (Q) Und ( Mg ) ( Mt )u( Mv )u( Me )u(Xvd)(Nbc)
   1   10          1   1   1u
   2   10          1   2   2u
   3   10          1   3   3u
   4   10          1   4   4u
999999
(
(=====
( EVENTOS
(=====
DEVT IMPR
(Tp) ( Tempo)( El )( Pa)Nc( Ex) ( % ) (ABS ) Gr Und          (Bl)P ( Rc ) ( Xc ) ( Bc ) (Defas)
(
( Degrau na referencia do regulador de tensao
TCDU   1.0   1           .005           2
TCDU   1.0   3          -.005           2
999999
(
(
(=====
( VARIAVEIS DE SAIDA
(=====

```

```

DPLT IMPR
(Tipo)M( El ) ( Pa) Nc Gp ( Br) Gr ( Ex) (Bl) P
VOLT * 1
VOLT * 2
VOLT * 3
VOLT * 4
PELE * 1 10
PELE * 2 10
PELE * 3 10
PELE * 4 10
FMAQ * 1 10
FMAQ * 2 10
FMAQ * 3 10
FMAQ * 4 10
DELT * 1 10 0
DELT * 2 10 0
DELT * 3 10 0
DELT * 4 10 0
999999
(
(=====
( DADOS DE SIMULACAO
(=====
DSIM
( Tmax ) (Stp) ( P ) ( I )
10.0 .001 5 1 1
(
(=====
( EXECUCAO DO CASO
(=====
EXSI
(
FIM

```

Onde o arquivo 2areas.bl1 é o seguinte:

```

(
(=====
( MODELOS DE GERADOR ROTOR LISO
(=====
(
DMDG MD03
(No) (CS) (Ld ) (Lq ) (L'd) (L'q) (L" d) (Ll ) (T'd) (T'q) (T" d) (T"q)
(No) (Ra ) ( H ) ( D ) (MVA) Fr C
0001 0001 180 170 030 055 025 020 8.0 0.4 0.03 0.05
0001 .25 6.5 0.0 150
(
(No) (CS) (Ld ) (Lq ) (L'd) (L'q) (L" d) (Ll ) (T'd) (T'q) (T" d) (T"q)
(No) (Ra ) ( H ) ( D ) (MVA) Fr C
0002 0001 180 170 030 055 025 020 8.0 0.4 0.03 0.05
0002 .25 6.5 0.0 150
(
(No) (CS) (Ld ) (Lq ) (L'd) (L'q) (L" d) (Ll ) (T'd) (T'q) (T" d) (T"q)
(No) (Ra ) ( H ) ( D ) (MVA) Fr C
0003 0001 180 170 030 055 025 020 8.0 0.4 0.03 0.05
0003 .25 6.175 0.0 150
(
(No) (CS) (Ld ) (Lq ) (L'd) (L'q) (L" d) (Ll ) (T'd) (T'q) (T" d) (T"q)
(No) (Ra ) ( H ) ( D ) (MVA) Fr C

```

```

0004 0001 180 170 030 055 025 020 8.0 0.4 0.03 0.05
0004 .25 6.175 0.0 150
(
999999
(
(=====
( CURVAS DE SATURACAO
(=====
DCST
(..... Curvas de Saturacao de Geradores
(No) O T ( Y1 ) ( Y2 ) ( X1 )
(..... Curva 1
0001 2 0.015 9.6 0.9
(
999999
(
(
FIM

```

E o arquivo 2areas.cdu é:

```

(=====
( CONTROLADORES DEFINIDOS PELO USUARIO
(=====
DTDU IMPR
(
(
( Excitatriz Auto-Excitada
(
(ncdu) ( nome cdu )
0001 AVRMAQ
(
(EFPAR (npar) ( valpar )
DEFPAR #Ka 20.0
DEFPAR #Ta 0.055
DEFPAR #Te 0.36
DEFPAR #Kf 0.125
DEFPAR #Tf 1.8
DEFPAR #Aex 0.0056
DEFPAR #Bex 1.075
DEFPAR #Tr 0.05
(
(nb) (tipo) (stip)s(vent) (vsai) ( p1 )( p2 )( p3 )( p4 ) (vmin) (vmax)
1 IMPORT VOLT ET
2 ENTRAD VREF
3 IMPORT VSAD VPSS
4 LEDLAG ET VC 1.0 1.0 #Tr
5 SOMA VPSS X5
-VF X5
VREF X5
6 SOMA X5 X6
-VF X6
7 LEDLAG X6 VR #Ka 1.0 #Ta
8 SOMA VR X8
-VFE X8
9 PROINT X8 EFD 1.0 #Te
10 EXPORT EFD EFD
11 ENTRAD KE
12 MULTPL EFD X12

```

```

          KE      X12
13 FUNCAO EXP  EFD  X13  #Aex #Bex
14 MULTPL      X13  VX
          EFD  VX
15 SOMA        X12  VFE
          VX  VFE
16 WSHOUT      EFD  VF   #Kf  1.0  #Tf
(
(DEFVA (stip) (vdef) ( d1 )
DEFVAL      VFE  0.0
(
FIMCDU
999999
(
ACDU
(ncdu) (ntop) ( nome cdu )
  1      1 AVRMAQ1
FIMCDU
(ncdu) (ntop) ( nome cdu )
  2      1 AVRMAQ2
FIMCDU
(ncdu) (ntop) ( nome cdu )
  3      1 AVRMAQ3
(EFPAR (nome) ( valor )
DEFPAR #Tr      0.015
FIMCDU
(ncdu) (ntop) ( nome cdu )
  4      1 AVRMAQ4
FIMCDU
999999
(
(
FIM

```

O novo PSS projetado para as máquinas da barra 3, a partir do caso base é:

```

DCDU
(
(*****CDU Plot for Windows *****)
( nc ) ( nome cdu )
  5 CTRL5
(EFPAR (nome) ( valor )
DEFPAR #TW1      3.
DEFPAR #TN1      .2671094
DEFPAR #TD1      .02
DEFPAR #KP1      22.59196
DEFPAR #LMIN     -0.1
DEFPAR #LMAX     0.1
(nb)i(tipo) (stip)s(vent) (vsai) ( p1 )( p2 )( p3 )( p4 ) (vmin) (vmax)
  1 IMPORT WMAQ      X1
  2 WSHOUT      X1  X2  #TW1  1  #TW1
  3 LEDLAG      X2  X3  1  #TN1  1  #TD1
  4 LEDLAG      X3  X4  1  #TN1  1  #TD1
  5 LEDLAG      X4  X5  1  #TN1  1  #TD1
  6 GANHO      X5  X6  #KP1
  7 LIMITA      X6  X7
  8 EXPORT VSAD  X7
          LMIN  LMAX
(EFVAL (stip) (vdef) ( d1 )
DEFVAL      LMIN  #LMIN

```

```

DEFVAL      LMAX  #LMAX
FIMCDU
999999
FIM

```

E o PSS projetado para as máquinas da barra 3 a partir do caso crítico é:

```

DCDU
(
(****CDU Plot for Windows ****)
(nc) (nome cdu)
5 CTRL5
(EFPAR (nome) ( valor )
DEFPAR #TW1      3.
DEFPAR #TN1     .2508662
DEFPAR #TD1     .02
DEFPAR #KP1     9.279268
DEFPAR #LMIN    -0.1
DEFPAR #LMAX    0.1
(nb)i(tipo) (stip)s(vent) (vsai) ( p1 )( p2 )( p3 )( p4 ) (vmin) (vmax)
1 IMPORT WMAQ      X1
2 WSHOUT      X1   X2   #TW1 1   #TW1
3 LEDLAG      X2   X3   1   #TN1 1   #TD1
4 LEDLAG      X3   X4   1   #TN1 1   #TD1
5 LEDLAG      X4   X5   1   #TN1 1   #TD1
6 GANHO      X5   X6   #KP1
7 LIMITA      X6   X7
8 EXPORT VSAD  X7
(EFVAL (stip) (vdef) ( d1 )
DEFVAL      LMIN  #LMIN
DEFVAL      LMAX  #LMAX
FIMCDU
999999
FIM

```

O modelo de gerador eólico (arquivo GSECDU.dat) é o mesmo do sistema 1.

A.3.3 Dados probabilísticos

Tabela A.4: Taxas de falha e reparo para os circuitos do sistema 2

De	Para	Circuito	Taxa de falha [oc./ano]	Tempo médio de reparo [h]
1	5	1	0,7207	12,5366
2	6	1	0,7207	12,5366
3	11	1	0,7207	12,5366
4	10	1	0,7207	12,5366
5	6	1	0,783783784	1,0114
6	7	1	0,313513514	1,0114
7	8	1	3,448648649	1,0114
7	8	2	3,448648649	1,0114

De	Para	Circuito	Taxa de falha [oc./ano]	Tempo médio de reparo [h]
8	9	1	3,448648649	1,0114
8	9	2	3,448648649	1,0114
9	10	1	0,313513514	1,0114
10	11	1	0,783783784	1,0114

Tabela A.5: Dados operativos para a turbina do sistema 2

Velocidade inicial (cut in) [m/s]	6
Velocidade nominal [m/s]	11
Velocidade de corte (cut out) [m/s]	19
Potência nominal [MW]	2.5
Diâmetro do rotor [m]	80

Tabela A.6: Estados agregados de velocidade do vento do sistema 2

Estado	Velocidade [m/s]	Potência [p.u.]	Probabilidade	Prob. acumulada
A	0-4	0	0.12482	0.12482
B	4-5	0	0.08621	0.21103
C	5-6	0	0.1066	0.31763
D	6-7	0.086104	0.11303	0.43066
E	7-8	0.267576	0.1186	0.54926
F	8-9	0.4614	0.1167	0.66596
G	9-10	0.667576	0.0975	0.76346
H	10-11	0.886104	0.07369	0.83715
I	11-12	1	0.05877	0.89592
J	12-13	1	0.03859	0.93451
K	13-14	1	0.02488	0.95939
L	14-15	1	0.01378	0.97317
M	15-16	1	0.00842	0.98159
N	16-17	1	0.0066	0.98819
O	17-18	1	0.0052	0.99339
P	18-19	1	0.00309	0.99648
Q	19-20	0	0.00127	0.99775
R	20-21	0	0.00072	0.99847

Estado	Velocidade [m/s]	Potência [p.u.]	Probabilidade	Prob. acumulada
S	21-34	0	0.00143	0.9999

A.4 Sistema 3: caso brasileiro

Os dados de rede e eletromecânicos utilizados para o caso do SIN mostrado no sistema 3 são os mesmos dados disponibilizados pelo ONS em [80], caso “ONS - MENSAL - DEZEMBRO 2018 - MÉDIA”.

Em adição àqueles dados, para executar as funcionalidades do PacDyn, foram definidas as funções de transferência mostradas na tabela abaixo.

Tabela A.7: Funções de transferência utilizadas para o caso do SIN

Polo	Entrada	Saída
(-0.9283, 8.0245)	VREF 5061 10	WW 5061 10
(-0.2336, 2.9147)	VREF 6729 10 + VREF 6129 20 + VREF 6729 30 + VREF 1107 10	WW 6729 10 + WW 6129 20 + WW 6729 30 + WW 1107 10
(-1.1732, 6.0702)	VREF 304 10	WW 304 10
(-1.2796, 8.9450)	VREF 5051 10	WW 5051 10
(-1.0403, 7.2947)	VREF 753 10	WW 753 10

Os dados de vento são aqueles encontrados na referência [58] para o sítio “Nordeste I”, reproduzidos na tabela a seguir.

Tabela A.8: Dados agrupados de estados de vento para o sítio Nordeste I

Probabilidade	Prob.	
	Acumulada	Potência (p.u.)
0.094743	0.094743	1.0
0.0054071	0.10015	0.994666667
0.0050248	0.10518	0.982333333
0.0054435	0.11062	0.968266667
0.0063902	0.11701	0.9528
0.0066086	0.12362	0.936

Probabilidade	Prob.	
	Acumulada	Potência (p.u.)
0.0060443	0.12966	0.918133333
0.0065904	0.13625	0.8994
0.0064084	0.14266	0.879866667
0.0077556	0.15042	0.8598
0.0073733	0.15779	0.8392
0.0074097	0.1652	0.818266667
0.0069363	0.17214	0.797066667
0.0077009	0.17984	0.775733333
0.0078102	0.18765	0.754333333
0.0080468	0.19569	0.732933333
0.0087568	0.20445	0.711666667
0.0083199	0.21277	0.690466667
0.0087386	0.22151	0.669466667
0.0087933	0.2303	0.648686667
0.0090299	0.23933	0.628173333
0.0097035	0.24904	0.60796
0.0096307	0.25867	0.58806
0.0097217	0.26839	0.5685
0.010595	0.27898	0.549293333
0.011251	0.29023	0.530453333
0.010741	0.30097	0.511986667
0.011105	0.31208	0.493893333
0.010723	0.3228	0.476186667
0.011251	0.33405	0.458853333
0.011578	0.34563	0.4419
0.011779	0.35741	0.42532
0.01136	0.36877	0.4091
0.011068	0.37984	0.39324
0.012343	0.39218	0.377726667
0.011924	0.40411	0.36256
0.012962	0.41707	0.347726667
0.012871	0.42994	0.33322
0.012871	0.44281	0.319026667
0.013617	0.45643	0.30514
0.013781	0.47021	0.29156
0.014383	0.48459	0.278273333
0.014512	0.4991	0.265266667

Probabilidade	Prob.	
	Acumulada	Potência (p.u.)
0.015113	0.51422	0.252546667
0.015023	0.52924	0.240106667
0.015352	0.54459	0.227946667
0.015225	0.55982	0.216053333
0.014954	0.57477	0.204433333
0.015574	0.59034	0.193093333
0.015757	0.6061	0.182026667
0.016542	0.62264	0.171233333
0.016087	0.63873	0.160733333
0.016981	0.65571	0.150513333
0.0164	0.67211	0.140593333
0.016073	0.68818	0.130973333
0.016093	0.70428	0.12166
0.01562	0.7199	0.112673333
0.016278	0.73617	0.104006667
0.014985	0.75116	0.09568
0.014603	0.76576	0.087706667
0.015425	0.78119	0.080086667
0.013858	0.79504	0.072833333
0.013659	0.8087	0.065956
0.012549	0.82125	0.059462667
0.012367	0.83362	0.053359333
0.011146	0.84476	0.047652667
0.010472	0.85524	0.042345333
0.0091046	0.86434	0.037438667
0.0088868	0.87323	0.032933333
0.0092155	0.88244	0.028823333
0.0079561	0.8904	0.025103333
0.0067157	0.89712	0.021762
0.005876	0.90299	0.018784
0.0058579	0.90885	0.01615
0.0045987	0.91345	0.013835333
0.0042155	0.91766	0.011809333
0.0038138	0.92148	0.010036
0.0036313	0.92511	0.008472
0.0033941	0.9285	0.007066667
0.0027006	0.9312	0.005762067

Probabilidade	Prob.	
	Acumulada	Potência (p.u.)
0.0028648	0.93407	0.004491267
0.0023174	0.93639	0.003178533
0.0016057	0.93799	0.0017384
0.062009	1.0	0.0

Os dados de confiabilidade para os circuitos e máquinas são os dados típicos encontrados na referência [77], nas tabelas para os anos de 1999-2003, reproduzidos nas tabelas a seguir.

Tabela A.9: Dados de confiabilidade típicos para linhas de transmissão do SIN

Classe de Tensão (kV)	Taxa de falha (oc./km.ano)	Tempo médio de reparo (h)
138	0.0399	1.0144
230	0.0232	1.0144
345	0.0228	0.9107
440	0.0144	3.3770
500	0.0183	2.3547
750	0.0102	1.6525

Tabela A.10: Dados de confiabilidade típicos para transformadores do SIN

Classe de Tensão de Alta (kV)	Taxa de falha (oc./ano)	Tempo médio de reparo (h)
138	0.6142	8.4360
230	0.7207	12.5366
345	0.7368	16.1616
440	0.5000	12.7187
500	0.5945	53.6546
750	0.3712	100.3958

Tabela A.11: Dados de confiabilidade típicos para unidades geradoras do SIN

Tipo de Geração	Faixa de potência	Tx. falha (oc./unid.ano)	T. méd. reparo (h)
Hidrelétrica	1 - 29 MW	1.6240	2.2343
Hidrelétrica	30 - 59 MW	1.7599	26.8038
Hidrelétrica	60 - 199 MW	1.8692	35.5347
Hidrelétrica	200 - 499 MW	1.3286	17.3235
Termelétrica	10 - 59 MW	1.5806	43.4498
Termelétrica	60 - 89 MW	6.7605	20.1920
Termelétrica	90 - 129 MW	5.5811	47.7132
Termelétrica	130 - 199 MW	27.2429	44.2066
Termelétrica	200 - 389 MW	0.4765	23.1450
Compensador Síncrono	até 500 MVar	0.8154	91.5997
Compensador Estático	até 500 MVar	5.1204	7.7193