



FILTROS *NOTCH* IIR ADAPTATIVOS: ADAPTAÇÃO DE LARGURA DE
BANDA E RASTREAMENTO DE SINAIS QUASI-HARMÔNICOS

Alexandre Leizor Szczupak

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Orientador: Luiz Wagner Pereira Biscainho

Rio de Janeiro
Dezembro de 2014

FILTROS *NOTCH* IIR ADAPTATIVOS: ADAPTAÇÃO DE LARGURA DE
BANDA E RASTREAMENTO DE SINAIS QUASI-HARMÔNICOS

Alexandre Leizor Szczupak

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ
COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE)
DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR
EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

Examinada por:

Prof. Luiz Wagner Pereira Biscainho, D.Sc.

Prof. José Antonio Apolinário Jr, D.Sc.

Prof. Marcello Luiz Rodrigues de Campos, Ph.D.

Prof. Marcio Nogueira de Souza, D.Sc.

Prof. Diego Barreto Haddad, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL
DEZEMBRO DE 2014

Szczupak, Alexandre Leizor

Filtros *Notch* IIR Adaptativos: Adaptação de Largura de Banda e Rastreamento de Sinais Quasi-harmônicos/Alexandre Leizor Szczupak. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2014.

XIV, 92 p.: il.; 29, 7cm.

Orientador: Luiz Wagner Pereira Biscainho

Tese (doutorado) – UFRJ/COPPE/Programa de Engenharia Elétrica, 2014.

Referências Bibliográficas: p. 77 – 84.

1. Modelagem Física. 2. Filtros *Notch* Adaptativos.
3. Rastreamento de Parciais. 4. Largura Adaptativa de Banda. I. Biscainho, Luiz Wagner Pereira. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Elétrica. III. Título.

Agradecimentos

Gostaria de agradecer a Danielle Eveline de Quadros, Luiz Wagner Pereira Biscainho, Flávio Rainho Ávila, Markus Vinicius Santos Lima, Tadeu Nagashima Ferreira, Michel Pompeu Tcheou, Michelle Nogueira, Amanda Loiola, Daniele Cristina Oliveira da Silva, Solange Coelho de Oliveira, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), Lisandro Lovisolo, Fábio Pacheco Freeland, José Fernando Leite de Oliveira, Gabriel Mendes Gouvêa, Isabela Apolinário, Rafael George Amado, Alex Libório Caranha, Leonardo de Oliveira Nunes, Gabriel Matos Araujo, Alan Freihof Tygel, Gabriella Trigueiro, Vanuza dos Santos, Fernanda Duarte Vilela Reis de Oliveira, Camila Maria Gabriel Gussen, Wallace Alves Martins, Rodrigo Tosta Peres, Rafael Cauduro Paiva, Renan Mariano Almeida, Rodrigo Coura Torres, Rafael Almeida de Jesus, Maurício V. M. Costa, Amaro Azevedo de Lima, João Terêncio Dias, Alessandro James Salvaterra Dutra, Thiago de Moura Prego, Andreas Ellmauthaler, Marcos José Sant'Anna Magalhães, Anderson Vinicius Correa de Oliveira, Claus de Castro Aranha, Fabiano Tondello Castoldi, Denilson da Cruz da Silva, Natanael Nunes de Moura, Lucas Lago Monteiro e Axel Guimaraes Hollanda¹.

¹O posicionamento dos nomes nesta lista foi realizado, a partir de certo ponto, com ordem aleatória.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

FILTROS *NOTCH* IIR ADAPTATIVOS: ADAPTAÇÃO DE LARGURA DE BANDA E RASTREAMENTO DE SINAIS QUASI-HARMÔNICOS

Alexandre Leizor Szczupak

Dezembro/2014

Orientador: Luiz Wagner Pereira Biscainho

Programa: Engenharia Elétrica

Filtros *notch* adaptativos são frequentemente utilizados para rastrear componentes senoidais de sinais. O rastreamento é obtido pela minimização do sinal de saída através de ajustes da frequência de *notch* de forma que esta rastreie a componente alvo ao longo do tempo. Neste texto, apresentam-se algoritmos para a adaptação da largura de banda de filtros *notch* tipo treliça de acordo com a distância entre a frequência da componente alvo e a frequência de *notch* do filtro. Também apresentam-se projetos de filtros *notch* adaptativos voltados para o rastreamento de sinais quasi-harmônicos. Os algoritmos para adaptação da largura de banda se baseiam no uso de filtros passa-faixa dos quais se obtêm sinais auxiliares ao processo de adaptação. Estes filtros são construídos em torno de um núcleo passa-tudo compartilhado com os filtros *notch*. Os filtros *notch* adaptativos voltados para o rastreamento de sinais quasi-harmônicos, compostos por seções IIR em cascata, têm seus coeficientes modelados através de parâmetros adaptativos comuns a todas as seções. Propõem-se duas formas de realizar essa modelagem: através dos parâmetros de um único polinômio de ordem arbitrária, ou através de parâmetros usados na modelagem dos modos de vibração de um instrumentos de corda, a frequência fundamental nominal e o coeficiente de inarmonicidade.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

ADAPTIVE IIR NOTCH FILTERS: ADAPTIVE BANDWIDTH AND TRACKING OF QUASI-HARMONIC SIGNALS

Alexandre Leizor Szczupak

December/2014

Advisor: Luiz Wagner Pereira Biscainho

Department: Electrical Engineering

Adaptive notch filters are frequently used to track the sinusoidal components of signals. Tracking is achieved by minimizing the output through adjustments of the notch frequency so that it follows the target component over time. In this text, algorithms for adaptation of lattice notch filters' bandwidth are presented. These algorithms' behaviour is in accordance with the distance between the target component frequency and the filter's notch frequency. Adaptive notch filter design for tracking of quasi-harmonic signals are also presented. The algorithms for bandwidth adaptation are based on the use of auxiliary signals, obtained from bandpass filters, to aid the adaptive process. These filters are constructed around an allpass core shared with the notch filters. The adaptive notch filters developed for the tracking of quasi-harmonic signals, composed by cascaded IIR sections, have their coefficients modeled through adaptive parameters that are common to all sections. Two methods are proposed to implement this modeling: through parameters obtained from a single polynomial with arbitrary order, or through the parameters used to model the vibrational modes of a stringed instrument, the nominal fundamental frequency and the inharmonicity coefficient.

Sumário

Lista de Figuras	x
Lista de Abreviaturas	xiv
1 Introdução	1
1.1 Algoritmos para a Adaptação da Largura de Banda	1
1.2 Projetos de Filtros Adaptativos para o Rastreamento de Sinais Quasi-harmônicos	2
1.3 Objetivos	3
1.4 Organização	3
2 Filtros <i>Notch</i> Adaptativos	5
2.1 Filtro <i>Notch</i> Adaptativo de Nehorai	6
2.2 Filtros <i>Notch</i> Adaptativos de Regalia	7
2.2.1 Filtro com Coeficientes Reais	8
2.2.2 Filtro com Coeficientes Complexos	10
3 Algoritmos para a Adaptação da Largura de Banda de Filtros <i>Notch</i> em Treliça	12
3.1 Filtro com Coeficientes Reais	13
3.1.1 Algoritmo para a Adaptação da Frequência de <i>Notch</i>	14
3.1.2 Algoritmo para a Adaptação da Largura de Banda	16
3.1.3 Testes de Rastreamento	19
3.2 Filtro com Coeficientes Complexos	23
3.2.1 Algoritmo para a Adaptação da Frequência de <i>Notch</i>	23
3.2.2 Algoritmo para a Adaptação da Largura de Banda	24
3.2.3 Testes de Rastreamento	28
4 Inarmonicidade em Instrumentos de Corda	31
4.1 A Inarmonicidade em Pianos	33

5	Filtros <i>Notch</i> Adaptativos com Coeficientes Modelados por um Polinômio	36
5.1	Modelagem	36
5.2	Algoritmo para a Adaptação do Modelo	37
5.2.1	Adaptação do Raio dos Polos	41
5.2.2	Adaptação dos Fatores de Esquecimento	41
5.3	Detalhes de Implementação	42
5.3.1	Fatores de Qualidade Máximo e Mínimo	42
5.3.2	Inicialização	43
5.4	Testes de Rastreamento do Modelo Polinomial	45
6	Filtros <i>Notch</i> Adaptativos com Coeficientes Definidos por um Modelo de Inarmonicidade	55
6.1	Algoritmo para Filtragem Adaptativa Usando O Modelo de Inarmonicidade	57
6.1.1	Implementação Detalhada	61
6.1.2	Controle da Atividade das Seções ALNF	64
6.2	Estimação do Coeficiente de Inarmonicidade	65
6.2.1	Testes Sobre Sinais Reais	66
6.2.2	Testes Sobre Sinais Sintéticos	72
7	Conclusões e Trabalhos Futuros	75
7.1	Conclusões	75
7.2	Trabalhos Futuros	76
	Referências Bibliográficas	77
A	Relação entre os coeficientes das seções dos filtros de Nehorai/Ng e as frequências de <i>notch</i>	85
B	Algoritmo Simplificado	86
C	Algoritmo Simplificado + Algoritmo de Adaptação da Largura de Banda	87
D	Algoritmo de Regalia para adaptação do ALNF de Coeficientes Complexos	88
E	Algoritmo de Regalia para adaptação do ALNF de Coeficientes Complexos + Algoritmo de Adaptação da Largura de Banda	89
F	Inicialização dos Passos de Rastreamento de Parciais Quasi-Harmônicas	90

Lista de Figuras

2.1	Polos e zeros de um ANF de Nehorai com ordem 4, $\rho = 0,95$ e frequências de <i>notch</i> iguais a 1,0 e 2,7 rad/amostra, respectivamente.	6
2.2	Resposta em magnitude de um ANF de Nehorai com ordem 4, $\rho=0,95$ e frequências de <i>notch</i> iguais a 1,0 e 2,7 rad/amostra, respectivamente.	7
2.3	Filtro <i>notch</i> em treliça com coeficientes reais.	8
2.4	Polos e zeros de um ALNF de Regalia com coeficientes reais, $\rho=0,7$ e frequência de <i>notch</i> igual a $\pi/4$ rad/amostra.	9
2.5	Resposta em magnitude de um ALNF de Regalia com coeficientes reais, $\rho=0,7$ e frequência de <i>notch</i> igual a $\pi/4$ rad/amostra.	9
2.6	Filtro <i>notch</i> em treliça com coeficientes complexos.	10
2.7	Polos e zeros de um ALNF de Regalia com coeficientes complexos, $\alpha=0,7$ e frequência de <i>notch</i> igual a $\pi/4$ rad/amostra.	11
2.8	Resposta em magnitude de um ALNF de Regalia com coeficientes complexos, $\alpha=0,7$ e frequência de <i>notch</i> igual a $\pi/4$ rad/amostra. . .	11
3.1	Respostas em magnitude de ANFs de Nehorai com <i>notch</i> em $\pi/4$. Implementações com $\rho=0,85$ e com $\rho=0,95$	14
3.2	Respostas em magnitude de ALNFs de Regalia com <i>notch</i> em $\pi/4$. Implementações com $\rho=0,85$ e com $\rho=0,95$	14
3.3	Filtro <i>notch</i> em treliça com coeficientes reais destacando o estado $x[n]$.	15
3.4	Valor esperado $E\{\xi(n)\}$ em função da frequência de <i>notch</i> dada uma entrada senoidal com frequência $\omega_0 = \pi/2$ para um ALNF com $\rho = 0,95$.	16
3.5	Estrutura em treliça única com saídas <i>notch</i> $e[n]$ e passa-faixa $e_a[n]$.	17
3.6	Comparação de $ E\{\xi[n]\} $ e $E\{\xi_a[n]\}$ para um sinal senoidal com frequência $\omega_0 = \pi/2$ em função de ω_n para um ALNF de coeficientes reais.	18
3.7	(a) Observações das trajetórias de rastreamento de um sinal senoidal sem e com a adaptação da largura de banda. (b) Evolução temporal das larguras de banda correspondentes. (c) MSE das estimativas frequenciais obtido com um experimento de Monte Carlo.	21
3.8	Realização 1	22

3.9	Realização 2	22
3.10	Realização 3	22
3.11	Realização 4	22
3.12	Realização 5	22
3.13	Realização 6	22
3.14	Realização 7	22
3.15	Realização 8	22
3.16	ALNF com coeficientes complexos destacando o estado $x[n]$	23
3.17	Valor esperado $E\{\xi[n]\}$ em função da frequência de <i>notch</i> dada uma entrada senoidal complexa com frequência $\omega_0 = \pi/2$ para um ALNF com $\rho = 0,8$	25
3.18	Estrutura em treliça única com saídas <i>notch</i> $e[n]$ e passa-faixa $e_a[n]$.	26
3.19	Comparação de $ E\{\xi[n]\} $ e $E\{\xi_a[n]\}$ para uma senoide complexa com frequência $\omega_0 = \pi/2$ em função de ω_n para um ALNF de coeficientes complexos.	26
3.20	(a) Observações das trajetórias de rastreamento de uma senoide complexa sem e com a adaptação da largura de banda. (b) Evolução temporal das larguras de banda correspondentes. (c) MSE das estimativas frequenciais obtido com um experimento de Monte Carlo. . .	29
3.21	Realização 1	30
3.22	Realização 2	30
3.23	Realização 3	30
3.24	Realização 4	30
3.25	Realização 5	30
3.26	Realização 6	30
3.27	Realização 7	30
3.28	Realização 8	30
4.1	Filtro pente invertido.	32
4.2	Filtro pente invertido com atraso fracionário.	33
4.3	Curva de coeficientes de inarmonicidade obtida através de modelagem. .	34
5.1	Valores dos coeficientes a_m correspondentes a <i>notches</i> centralizados sobre uma série harmônica e aproximações obtidas utilizando o modelo polinomial com ordem 3.	38
5.2	Seções ANF arranjadas em cascata. Cada seção é utilizada para rastrear uma componente senoidal.	38

5.3	Rastreamento de parciais quasi-harmônicas em <i>chirp</i> com $f_0[0] = 800$ Hz. As trajetórias das frequências alvo são mostradas em linhas tracejadas e as frequências rastreadas são mostradas em linhas contínuas.	46
5.4	Rastreamento de parciais quasi-harmônicas em <i>chirp</i> com $f_0[0] = 800$ Hz usando reversão temporal do sinal de entrada.	47
5.5	Realização 1, $f_0[0] = 500$ Hz.	48
5.6	Realização 2, $f_0[0] = 500$ Hz.	48
5.7	Realização 3, $f_0[0] = 500$ Hz.	48
5.8	Realização 4, $f_0[0] = 500$ Hz.	48
5.9	Realização 5, $f_0[0] = 500$ Hz.	48
5.10	Realização 6, $f_0[0] = 500$ Hz.	48
5.11	Realização 7, $f_0[0] = 500$ Hz.	48
5.12	Realização 8, $f_0[0] = 500$ Hz.	48
5.13	Realização 1, $f_0[0] = 1$ kHz.	49
5.14	Realização 2, $f_0[0] = 1$ kHz.	49
5.15	Realização 3, $f_0[0] = 1$ kHz.	49
5.16	Realização 4, $f_0[0] = 1$ kHz.	49
5.17	Realização 5, $f_0[0] = 1$ kHz.	49
5.18	Realização 6, $f_0[0] = 1$ kHz.	49
5.19	Realização 7, $f_0[0] = 1$ kHz.	49
5.20	Realização 8, $f_0[0] = 1$ kHz.	49
5.21	Realização 1, $f_0[0] = 350$ Hz.	50
5.22	Realização 2, $f_0[0] = 350$ Hz.	50
5.23	Realização 3, $f_0[0] = 350$ Hz.	50
5.24	Realização 4, $f_0[0] = 350$ Hz.	50
5.25	Realização 5, $f_0[0] = 350$ Hz.	50
5.26	Realização 6, $f_0[0] = 350$ Hz.	50
5.27	Realização 7, $f_0[0] = 350$ Hz.	50
5.28	Realização 8, $f_0[0] = 350$ Hz.	50
5.29	Realização 1, $f_0[0] = 1,5$ kHz.	51
5.30	Realização 2, $f_0[0] = 1,5$ kHz.	51
5.31	Realização 3, $f_0[0] = 1,5$ kHz.	51
5.32	Realização 4, $f_0[0] = 1,5$ kHz.	51
5.33	Realização 5, $f_0[0] = 1,5$ kHz.	52
5.34	Realização 6, $f_0[0] = 1,5$ kHz.	52
5.35	Realização 7, $f_0[0] = 1,5$ kHz.	52
5.36	Realização 8, $f_0[0] = 1,5$ kHz.	52
5.37	Realização 1, $L = 4$, $f_0[0] = 1,5$ kHz.	53

5.38	Realização 2, $L = 4$, $f_0[0] = 1,5$ kHz.	53
5.39	Realização 3, $L = 4$, $f_0[0] = 1,5$ kHz.	53
5.40	Realização 4, $L = 4$, $f_0[0] = 1,5$ kHz.	53
5.41	Realização 5, $L = 4$, $f_0[0] = 1,5$ kHz.	54
5.42	Realização 6, $L = 4$, $f_0[0] = 1,5$ kHz.	54
5.43	Realização 7, $L = 4$, $f_0[0] = 1,5$ kHz.	54
5.44	Realização 8, $L = 4$, $f_0[0] = 1,5$ kHz.	54
6.1	Seções ALNF arranjadas em cascata.	56
6.2	Seção m do filtro adaptativo	56
6.3	Estrutura para o cálculo de $\frac{\partial (\varepsilon[m, n])}{\partial \beta}$	60
6.4	Estimativas dos coeficientes de inarmonicidade do piano 011PFNO e a curva de coeficientes $B_b[\ell]$ resultante.	69
6.5	Estimativas dos coeficientes de inarmonicidade do piano 012PFNO e a curva de coeficientes $B_b[\ell]$ resultante.	69
6.6	Estimativas dos coeficientes de inarmonicidade do piano 013PFNO e a curva de coeficientes $B_b[\ell]$ resultante.	70
6.7	Espectrograma de gravação da nota E7 tocada com dinâmica <i>piano</i>	71
6.8	Estimativas dos coeficientes de inarmonicidade de sinais sintéticos de piano sobrepostos aos valores reais.	73

Lista de Abreviaturas

ALNF	<i>Adaptive Lattice Notch Filter</i> , p. 1
ANF	<i>Adaptive Notch Filter</i> , p. 1
CG	<i>Conjugate Gradient</i> , p. 71
EE	<i>Equation Error</i> , p. 39
FFT	<i>Fast Fourier Transform</i> , p. 65
FIR	<i>Finite Impulse Response</i> , p. 5
ICF	<i>Inharmonic Comb Filtering</i> , p. 71
ICF	<i>Inverse Comb Filter</i> , p. 32
IIR	<i>Infinite Impulse Response</i> , p. 1
LMS	<i>Least Mean Squares</i> , p. 57
MAT	<i>Median-Adjustive Trajectories</i> , p. 71
MIDI	<i>Musical Instrument Digital Interface</i> , p. 34
MSE	<i>Mean Squared Error</i> , p. 19
NMF	<i>Non-negative Matrix Factorization</i> , p. 71
RMSE	<i>Root Mean Square Error</i> , p. 72
SNR	<i>Signal-to-Noise Ratio</i> , p. 20
STFT	<i>Short-time Fourier Transform</i> , p. 65

Capítulo 1

Introdução

Neste trabalho, desenvolvem-se ferramentas voltadas para rastreamento frequencial de sinais não-estacionários utilizando filtros *notch* adaptativos (ANFs, do inglês *Adaptive Notch Filters*). As ferramentas desenvolvidas podem ser divididas em dois grupos: algoritmos para a adaptação da largura de banda de filtros *notch* tipo treliça (ALNFs, do inglês *Adaptive Lattice Notch Filters*) e projetos de filtros *notch* adaptativos voltados para o rastreamento de componentes senoidais em sinais quasi-harmônicos.

Os filtros utilizados neste trabalho são formados por seções de 2ª ordem com resposta ao impulso infinita (IIR, do inglês *Infinite Impulse Response*). O rastreamento é obtido através da adaptação da frequência de *notch* buscando minimizar a contribuição da componente alvo à energia do sinal de saída de filtro.

Os algoritmos para a adaptação de largura de banda foram desenvolvidos para uso com 2 projetos de ALNFs criados por Regalia [1, 2], um com coeficientes reais e outro com coeficientes complexos. Os projetos de filtros *notch* para rastreamento de sinais quasi-harmônicos foram desenvolvidos a partir do ANF de Nehorai [3] e do ALNF de coeficientes reais de Regalia [1]. Estes projetos permitem o estabelecimento de relações simples entre seus coeficientes e os parâmetros adaptativos dos modelos utilizados no trabalho.

1.1 Algoritmos para a Adaptação da Largura de Banda

O desempenho de um ANF no rastreamento de uma componente não-estacionária pode ser aperfeiçoado se a largura de banda do *notch* também for ajustada ao longo do tempo. Durante o processo de rastreamento, a distância entre a frequência de *notch* e a componente alvo varia em função da dinâmica de adaptação da frequência de *notch* e da trajetória frequencial da componente alvo (que pode incluir desde

sweeps suaves até saltos bruscos). Se essa distância se tornar muito grande, pode ser necessário aumentar a largura do *notch* para manter (ou retomar) o rastreamento. Por outro lado, quando essa distância atingir pequenos valores, faz-se necessário reduzir a largura do *notch* para que a atenuação da energia do sinal seja restringida a uma pequena vizinhança em torno da frequência alvo.

Os algoritmos propostos para adaptação da largura de banda se baseiam no uso de filtros passa-faixa construídos em torno de um núcleo passa-tudo compartilhado com os filtros *notch*. O resultado da comparação de um sinal auxiliar, obtido a partir do filtro passa-faixa, e do termo de atualização, calculado para adaptação da frequência de *notch*, guia o processo de adaptação da largura de banda.

1.2 Projetos de Filtros Adaptativos para o Rastreamento de Sinais Quasi-harmônicos

Sinais quasi-harmônicos podem ser modelados como um somatório de componentes senoidais, com frequências distribuídas seguindo pequenos desvios em relação a uma série harmônica, inseridas em ruído aleatório. Considerando sinais não-estacionários, esta modelagem também deve utilizar componentes não-estacionárias.

A regra de formação dos pequenos desvios frequenciais depende do processo físico gerador do sinal. Para sinais gerados por instrumentos de cordas, foco de aplicação desta tese, a inarmonicidade é caracterizada por desvios positivos nas frequências de seus modos de vibração em relação a uma série harmônica com razão igual à frequência do modo fundamental.

As frequências das componentes senoidais podem ser rastreadas ao longo do tempo usando uma cascata de filtros *notch*, em que cada seção é utilizada para rastrear a frequência de uma única componente. Os filtros propostos neste trabalho têm seus coeficientes modelados através de um número reduzido de parâmetros adaptativos, comuns a todas as seções. Propõem-se duas formas de realizar esta modelagem: através dos parâmetros de um único polinômio de ordem arbitrária ou, no caso do rastreamento de sinais de instrumentos de cordas, através de parâmetros usados na modelagem de seus modos de vibração: a frequência fundamental nominal e o coeficiente de inarmonicidade. Com estas modelagens, os filtros resultantes podem ser criados com menos parâmetros adaptativos para determinação das frequências de *notches* do que o número de seções cascadeadas.

1.3 Objetivos

O objetivo desta tese é a criação de ferramentas para o rastreamento frequencial de sinais não-estacionários através de filtros *notch* adaptativos. Este objetivo foi dividido em duas tarefas: 1) o desenvolvimento de uma ferramenta voltada para a melhora do desempenho de rastreamento frequencial dos ALNFs de Regalia e 2) o projeto de filtros voltados especificamente para o rastreamento frequencial de sinais quasi-harmônicos. Estes objetivos são detalhados abaixo.

1. Desenvolvimento de um algoritmo para a adaptação da largura do *notch* nos projetos de ALNFs de Regalia de acordo com a distância entre a frequência da componente alvo (desconhecida) e a frequência do *notch*. A adaptação da largura de banda deve melhorar o desempenho de rastreamento frequencial do filtro em comparação ao desempenho de rastreamento sem a adaptação da largura de banda.
2. Desenvolvimento de filtros para rastreamento de componentes senoidais em sinais quasi-harmônicos utilizando um número reduzido de parâmetros adaptativos. Propõem-se duas formas de modelar os coeficientes dos filtros:
 - Através dos parâmetros de um único polinômio de ordem arbitrária. Este filtro deve ser capaz de rastrear múltiplas componentes de sinais quasi-harmônicos utilizando menos parâmetros adaptativos do que o número de seções do filtro.
 - Através de parâmetros tipicamente usados em modelos físicos de instrumentos de cordas: a frequência fundamental e o coeficiente de inarmonicidade. A aplicação destes filtros no rastreamento de sinais de instrumentos de corda deve possibilitar a estimação dos parâmetros visando à modelagem física do instrumento.

1.4 Organização

Esta tese esta organizada da seguinte forma: o Capítulo 2 contém as descrições dos filtros de Nehorai e Regalia usados como base para o desenvolvimento deste trabalho. O Capítulo 3 mostra o desenvolvimento do algoritmo proposto para a adaptação da largura de banda dos ALNFs de Regalia em conjunto com testes de rastreamento. O Capítulo 4, que serve como suporte aos capítulos seguintes, descreve como o fenômeno de inarmonicidade em instrumentos de corda é usualmente modelado. O Capítulo 5 mostra o desenvolvimento dos filtros para o rastreamento frequencial utilizando polinômios de ordem arbitrária em conjunto com testes de rastreamento. O

Capítulo 6 mostra o desenvolvimento dos filtros utilizando os parâmetros frequência fundamental e coeficiente de inarmonicidade em conjunto com testes de identificação do coeficiente de inarmonicidade em sinais de piano. O Capítulo 7 apresenta as conclusões deste trabalho e desenvolvimentos previstos para o futuro.

Capítulo 2

Filtros *Notch* Adaptativos

Filtros *notch* adaptativos são frequentemente usados em aplicações que envolvem rastreamento frequencial [4–6] como, por exemplo, a supressão de microfonia [7, 8] e a atenuação de interferências de banda estreita em sistemas de comunicação [9, 10].

Diversos projetos de ANFs IIR, e algoritmos de adaptação compatíveis, foram propostos com esse objetivo [1–3, 11–14]. A preferência por projetos IIR ocorre, principalmente, porque estes permitem criar *notches* estreitos usando filtros de ordem baixa, o que não seria possível usando filtros FIR. Além disto, alguns projetos permitem estabelecer relações simples entre os coeficientes dos filtros e as frequências de *notch* [1–3, 11, 14–16]

Dentre esses, o ANF de Nehorai [3] tem sido usado com sucesso no rastreamento de múltiplas componentes senoidais em sinais não-estacionários [5, 13, 17–19]. Para rastrear M componentes utiliza-se um ANF com ordem $2M$, distribuindo M *notches* entre as frequências positivas (além de M *notches* entre as frequências negativas). Pode-se, alternativamente, rastrear M componentes senoidais através de M filtros de 2ª ordem conectados em cascata.

Muitos ANFs são construídos em torno de estruturas passa-tudo [1, 2, 14, 15, 20, 21]. Dentre estes, os ANFs em treliça de Regalia [1, 2] possuem algoritmos adaptativos de baixo custo computacional e proporcionam estimativas frequenciais sem polarização em relação à variância do ruído.

A versão de coeficientes reais [1, 22], um ALNF de 2ª ordem, possui um *notch* entre 0 e π e um *notch*, simétrico, entre $-\pi$ e 0. Do mesmo modo que o ANF de Nehorai quando implementado com ordem 2, podem-se cascatear M seções deste filtro para rastrear M componentes senoidais.

A versão de coeficientes complexos [2], um ALNF de 1ª ordem, possui um *notch* entre $-\pi$ e π , o que o faz apropriado para rastrear sinais analíticos. Novamente, podem-se cascatear M seções deste filtro para rastrear M componentes senoidais.

2.1 Filtro *Notch* Adaptativo de Nehorai

A função de transferência do ANF de Nehorai é dada por

$$H(z) = \frac{B(z)}{B(\rho^{-1}z)} = \frac{1 + b_1 z^{-1} + \dots + b_M z^{-M} + \dots + b_1 z^{-2M+1} + z^{-2M}}{1 + \rho b_1 z^{-1} + \dots + \rho^M b_M z^{-M} + \dots + \rho^{2M-1} b_1 z^{-2M+1} + \rho^{2M} z^{-2M}}, \quad (2.1)$$

onde $B(z) = 1 + b_1 z^{-1} + \dots + b_M z^{-M} + \dots + b_1 z^{-2M+1} + z^{-2M}$ é um polinômio com coeficientes em simetria e ρ é o raio dos polos no plano z .

A Figura 2.1 mostra o posicionamento de polos e zeros no plano z de um ANF com ordem $2M = 4$, $\rho = 0,95$ e frequências de *notch* iguais a 1,0 e 2,7 rad/amostra, respectivamente. A Figura 2.2 mostra a resposta em magnitude do mesmo filtro.

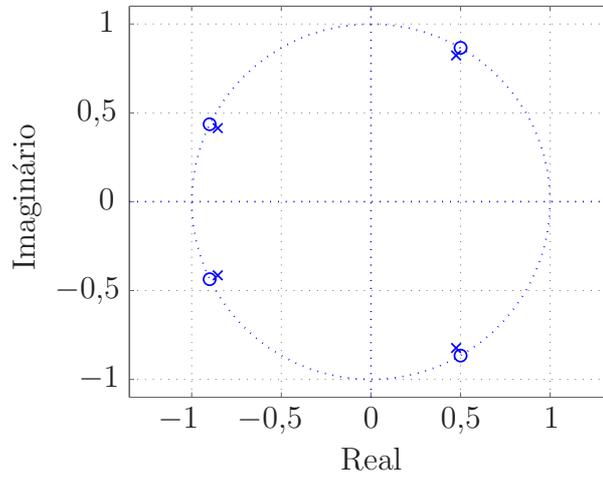


Figura 2.1: Polos e zeros de um ANF de Nehorai com ordem 4, $\rho = 0,95$ e frequências de *notch* iguais a 1,0 e 2,7 rad/amostra, respectivamente.

Para cada frequência de *notch* observam-se, entre 0 e π , um zero posicionado sobre a circunferência unitária e um polo posicionado na linha radial entre este zero e a origem do plano. Observam-se também, entre $-\pi$ e 0, um zero e um polo posicionados simetricamente em relação ao eixo real. Quanto maior for o valor de ρ , menores serão as larguras dos *notches*.

A função de transferência em (2.1) também pode ser obtida através de uma cascata de M seções $H_m(z)$ de 2ª ordem. Um projeto com as mesmas características do projeto de Nehorai, porém apresentado na configuração de seções de 2ª ordem em cascata, foi desenvolvido independentemente por Ng [23] e publicado pouco depois.

Na configuração em cascata, cada seção tem uma função de transferência dada por

$$H_m(z) = \frac{1 + a_m z^{-1} + z^{-2}}{1 + \rho_m a_m z^{-1} + \rho_m^2 z^{-2}}, \quad (2.2)$$

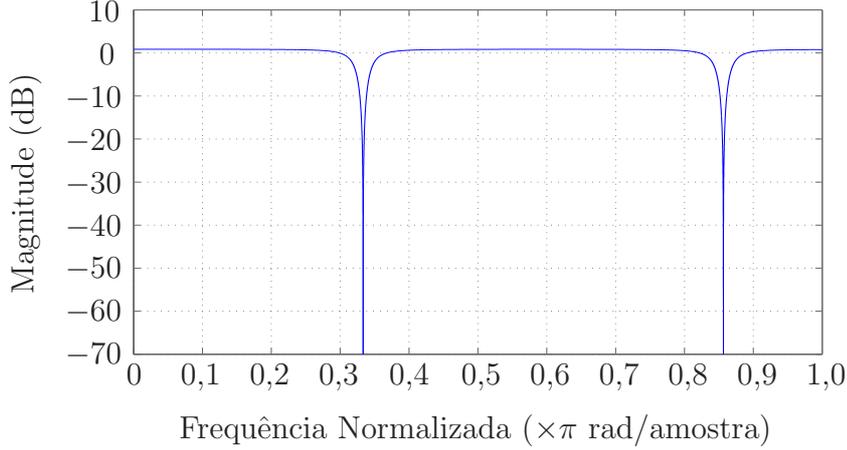


Figura 2.2: Resposta em magnitude de um ANF de Nehorai com ordem 4, $\rho=0,95$ e frequências de *notch* iguais a 1,0 e 2,7 rad/amostra, respectivamente.

sendo m o índice que identifica as seções. A função de transferência completa é dada por

$$H(z) = \prod_{m=1}^M H_m(z) = \prod_{m=1}^M \frac{1 + a_m z^{-1} + z^{-2}}{1 + \rho_m a_m z^{-1} + \rho_m^2 z^{-2}}, \quad (2.3)$$

onde M é o número total de seções.

Cada seção possui dois parâmetros livres, o coeficiente a_m e o raio do polo ρ_m , sendo $-2 \leq a_m \leq 2$ e $0 < \rho_m < 1$. O coeficiente a_m está relacionado com a frequência central de atenuação ω_m através da Fórmula (2.4), demonstrada no Apêndice A.

$$a_m = -2 \cos \omega_m. \quad (2.4)$$

A configuração em cascata se tornou comum na literatura por permitir, assumindo que as larguras dos *notches* sejam suficientemente pequenas, o desenvolvimento de algoritmos para a adaptação independente de cada seção através de seus sinais de saída [15, 17, 18, 21]. O uso desta configuração também evita o cálculo das raízes do polinômio $B(z)$ em (2.1), possivelmente de ordem elevada, para determinar quais são as frequências de *notch*.

Outra vantagem da configuração em cascata é a possibilidade de individualizar os valores de ρ_m e, conseqüentemente, individualizar a largura de cada *notch*.

2.2 Filtros *Notch* Adaptativos de Regalia

Os ALNFs de Regalia são construídos em torno de filtros passa-tudo com estruturas em treliça e coeficientes normalizados [1, 2, 20, 24].

2.2.1 Filtro com Coeficientes Reais

A função de transferência do filtro passa-tudo que serve como núcleo do ALNF com coeficientes reais é dada por [1]

$$A(z) = \frac{P(z)}{U(z)} = \frac{\text{sen } \tau + \text{sen } \theta(1 + \text{sen } \tau)z^{-1} + z^{-2}}{1 + \text{sen } \theta(1 + \text{sen } \tau)z^{-1} + (\text{sen } \tau)z^{-2}}. \quad (2.5)$$

A função de transferência do filtro *notch* correspondente é dada por

$$H(z) = \frac{E(z)}{U(z)} = \frac{1}{2} [1 + A(z)] = \frac{1 + \text{sen } \tau}{2} \frac{1 + 2 \text{sen } \theta z^{-1} + z^{-2}}{1 + \text{sen } \theta(1 + \text{sen } \tau)z^{-1} + (\text{sen } \tau)z^{-2}}. \quad (2.6)$$

Esta função pode ser implementada através da estrutura em treliça mostrada na Figura 2.3.

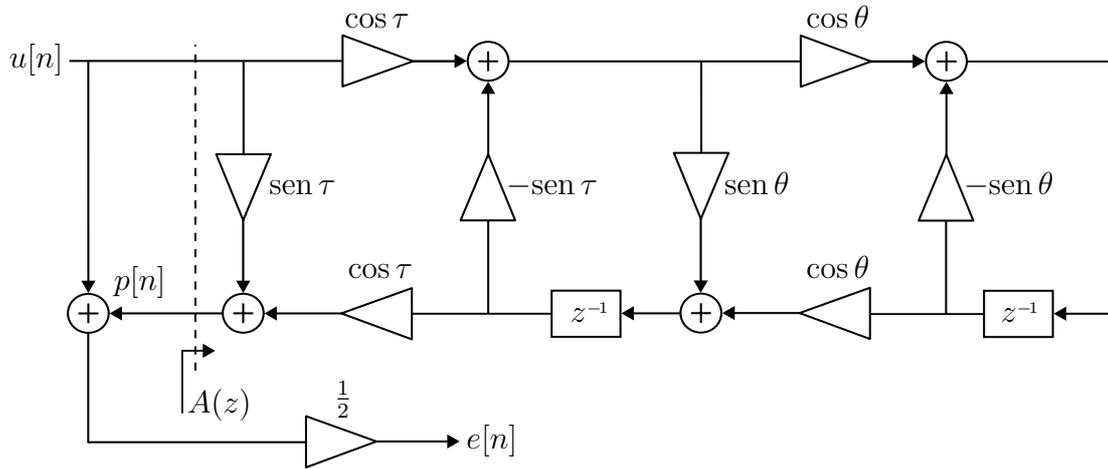


Figura 2.3: Filtro *notch* em treliça com coeficientes reais.

Este filtro estabelece um *notch* entre 0 e π com frequência ω_n dada por

$$\omega_n = \theta + \frac{\pi}{2}, \quad (2.7)$$

e raio ρ do polo dado por

$$\rho = \sqrt{\text{sen } \tau}, \quad 0 < \tau < \frac{\pi}{2}. \quad (2.8)$$

A relação entre ρ e a largura de banda BW do *notch* é dada por

$$\text{BW} = 2 \arctg \left(\frac{1 - \rho^2}{1 + \rho^2} \right). \quad (2.9)$$

A Figura 2.4 mostra o posicionamento de polos e zeros no plano z de um ALNF

com coeficientes reais, $\rho = 0,7$ e frequência de *notch* igual a $\pi/4$ rad/amostra. A Figura 2.5 mostra a resposta em magnitude do mesmo filtro.

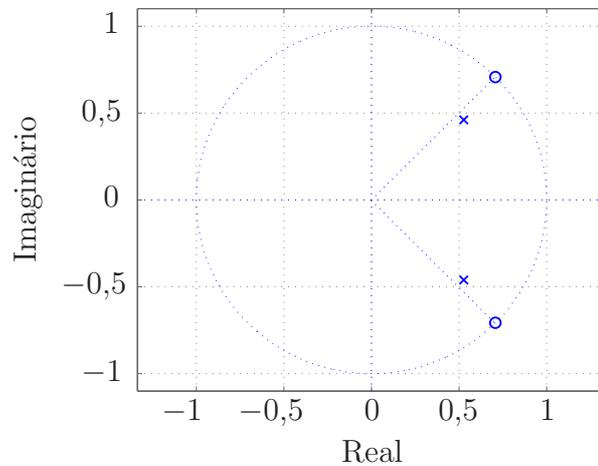


Figura 2.4: Polos e zeros de um ALNF de Regalia com coeficientes reais, $\rho = 0,7$ e frequência de *notch* igual a $\pi/4$ rad/amostra.

Observam-se, entre 0 e π , um zero posicionado sobre a circunferência unitária referente à frequência de *notch* e um polo posicionado próximo à linha radial entre o zero e a origem do plano. Observam-se também, entre $-\pi$ e 0 , um zero e um polo posicionados simetricamente em relação ao eixo real. Quanto maior for o valor de ρ , menor será a largura do *notch*.

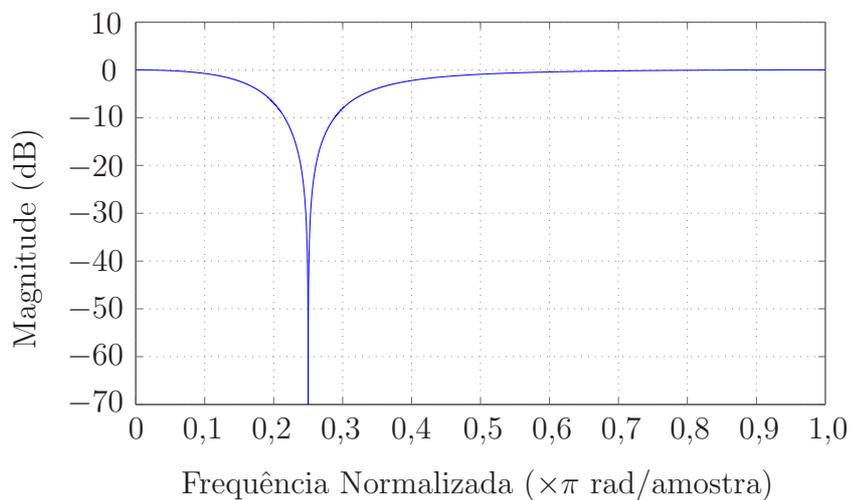


Figura 2.5: Resposta em magnitude de um ALNF de Regalia com coeficientes reais, $\rho = 0,7$ e frequência de *notch* igual a $\pi/4$ rad/amostra.

2.2.2 Filtro com Coeficientes Complexos

A função de transferência do filtro passa-tudo que serve como núcleo do ALNF com coeficientes complexos é dada por [2]

$$C(z) = \frac{Q(z)}{U(z)} = \frac{e^{j\omega_n} z^{-1} - \alpha}{1 - \alpha e^{j\omega_n} z^{-1}}. \quad (2.10)$$

A função de transferência do filtro *notch* correspondente é dada por

$$H(z) = \frac{E(z)}{U(z)} = \frac{1}{2} [1 - C(z)] = \frac{1 + \alpha}{2} \frac{1 - e^{j\omega_n} z^{-1}}{1 - \alpha e^{j\omega_n} z^{-1}}, \quad (2.11)$$

sendo ω_n a frequência de *notch* e α o raio do polo. Esta função pode ser implementada através da estrutura em treliça da Figura 2.6.

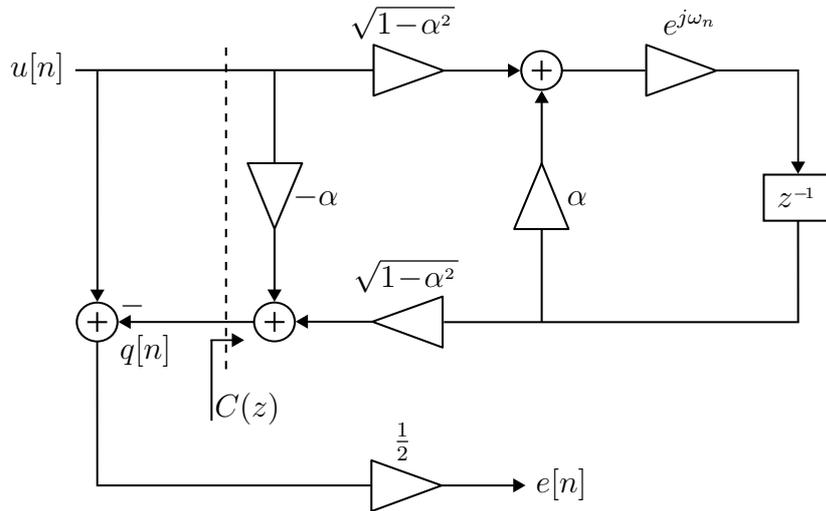


Figura 2.6: Filtro *notch* em treliça com coeficientes complexos.

A relação entre α e a largura de banda BW do *notch* é dada por

$$BW = \pi - 4 \arctg \alpha. \quad (2.12)$$

A Figura 2.7 mostra o posicionamento do único polo e do único zero no plano z estabelecidos por um ALNF com coeficientes complexos, $\alpha = 0,7$ e frequência de *notch* igual a $\pi/4$ rad/amostra. A Figura 2.8 mostra a resposta em magnitude do mesmo filtro.

Observa-se apenas um zero posicionado sobre a circunferência unitária referente à frequência de *notch* e um polo posicionado radialmente entre o zero e a origem do plano. Quanto maior for o valor de α , menor será a largura do *notch*.

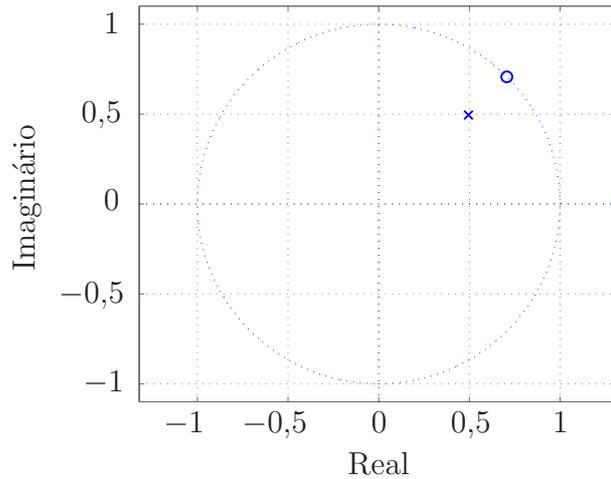


Figura 2.7: Polos e zeros de um ALNF de Regalia com coeficientes complexos, $\alpha=0,7$ e frequência de *notch* igual a $\pi/4$ rad/amostra.

Durante a adaptação do filtro, a frequência de *notch* ω_n pode livremente cruzar da faixa de frequências positivas para a faixa de frequências negativas, e vice-versa, através de 0 ou de π .

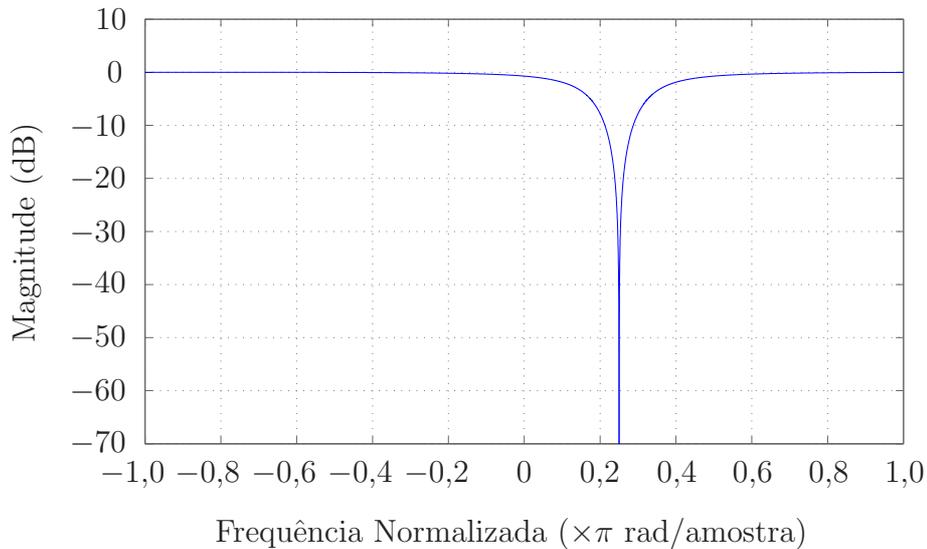


Figura 2.8: Resposta em magnitude de um ALNF de Regalia com coeficientes complexos, $\alpha=0,7$ e frequência de *notch* igual a $\pi/4$ rad/amostra.

Capítulo 3

Algoritmos para a Adaptação da Largura de Banda de Filtros *Notch* em Treliça

Nas aplicações de rastreamento frequencial através de filtros *notch*, além de adaptar a frequência central de atenuação (a frequência de *notch*), é útil ajustar a largura do *notch* ao longo do tempo. Por exemplo, no rastreamento de componentes estacionárias pode-se iniciar a adaptação usando um *notch* com largura extensa, que é então gradualmente reduzida de acordo com alguma regra determinística. Deste modo a componente alvo é afetada pelo *notch* no início da adaptação mesmo se a frequência desta componente estiver distante da frequência inicial do *notch*. Ao final da adaptação, se a componente alvo for corretamente rastreada, a redução da largura de banda assegura que o sinal de entrada será atenuado apenas sobre uma pequena faixa em torno da frequência da componente [3].

No rastreamento de componentes não-estacionárias, a distância entre a frequência de *notch* e a componente alvo varia em função da trajetória da frequência de *notch* e da trajetória frequencial da componente alvo. Se essa distância se tornar muito grande pode ser necessário aumentar a largura do *notch* para manter o rastreamento. Por outro lado, quando essa distância for pequena, a largura do *notch* deve ser reduzida para que a atenuação do sinal de entrada seja limitada a uma pequena vizinhança em torno da frequência alvo [17].

Neste capítulo, apresenta-se um método para a adaptação das larguras de banda dos ALNFs de Regalia [1, 22]. Este método se baseia no uso de um filtro passa-faixa, construído em torno do núcleo passa-tudo do ALNF, através do qual pode-se obter um sinal auxiliar para guiar a adaptação da largura de banda. Este sinal auxiliar pode ser comparado ao termo de atualização usado na adaptação da frequência de *notch* para inferir se a largura de banda deve ser aumentada ou reduzida. Propõem-

se, com base nesta inferência, algoritmos adaptativos para as larguras de banda.

3.1 Filtro com Coeficientes Reais

Dragošević e Stanković [17, 25, 26] desenvolveram um algoritmo para a adaptação da largura de banda do ANF de Nehorai através do ajuste de ρ , no qual usam a energia do sinal de saída como função custo a ser minimizada. Porém, como será mostrado a seguir, esta abordagem não pode ser utilizada na adaptação da largura de banda do ALNF de Regalia.

Pode-se observar nas Figuras 3.1 e 3.2 que a magnitude das respostas em frequência do ANF de Nehorai e do ALNF de Regalia assume valor máximo nos extremos frequenciais 0 e π . No projeto de Nehorai, a magnitude nesses extremos é maior que a unidade e depende do valor de ρ . Quanto menor for o valor de ρ , maior será a transmissão nessas regiões. No projeto de Regalia, a magnitude da resposta em frequência em 0 e π é igual à unidade, independentemente do valor de ρ .

O filtro de Nehorai atenua o sinal na vizinhança da frequência de *notch* porém o amplifica em regiões suficientemente afastadas. Por outro lado, o filtro de Regalia atenua o sinal, com maior ou menor intensidade, em toda sua extensão frequencial (exceto em 0 e π).

No algoritmo para a adaptação da largura de banda do ANF de Nehorai proposto por Dragošević e Stanković, a minimização da energia do sinal de saída promove o ajuste de ρ através de um compromisso entre atenuar a componente alvo e não reforçar a energia do sinal nas regiões afastadas da frequência de *notch*. Este compromisso impede que a largura do *notch* seja aumentada continuamente. Este algoritmo é mostrado na Seção 5.2.1.

Nas aplicações de rastreamento frequencial utilizando o ALNF de Regalia, qualquer aumento na largura de banda *notch* implica a redução da energia do sinal de saída. Por isto, adaptar ρ visando à minimização da energia do sinal de saída levaria apenas a aumentar a largura de banda continuamente. Neste capítulo, desenvolve-se uma alternativa para o controle da largura de banda que não envolve a minimização da energia do sinal.

Para desenvolver os algoritmos para a adaptação da largura de banda, tanto para o ALNF de coeficientes reais quanto para o ALNF de coeficientes complexos, é necessário primeiramente obter propriedades relevantes dos algoritmos para a adaptação da frequência de *notch*. Na seção seguinte, discute-se o algoritmo proposto para a adaptação da frequência de *notch* do ALNF de coeficientes reais.

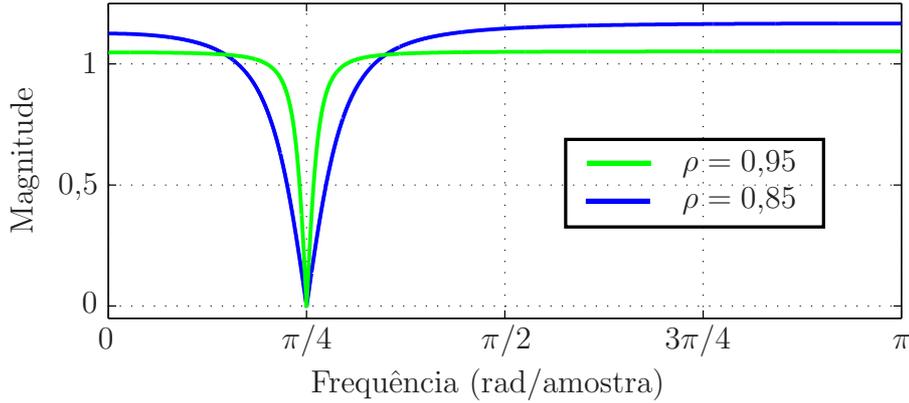


Figura 3.1: Respostas em magnitude de ANFs de Nehorai com *notch* em $\pi/4$. Implementações com $\rho=0,85$ e com $\rho=0,95$.

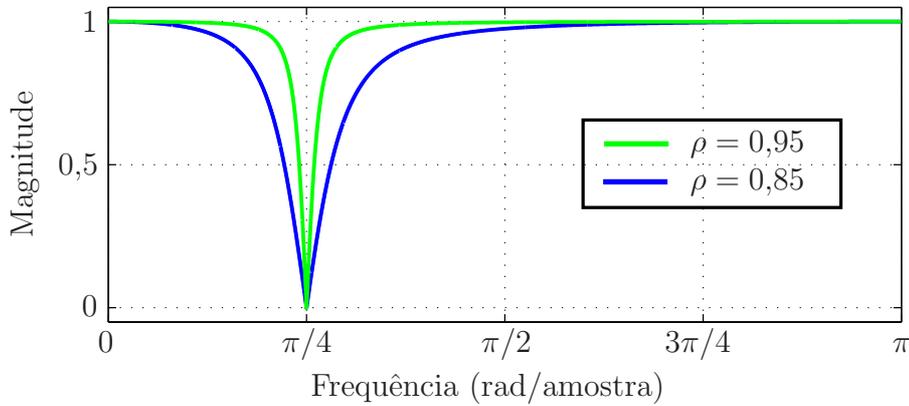


Figura 3.2: Respostas em magnitude de ALNFs de Regalia com *notch* em $\pi/4$. Implementações com $\rho=0,85$ e com $\rho=0,95$.

3.1.1 Algoritmo para a Adaptação da Frequência de *Notch*

O algoritmo adaptativo para a frequência de *notch* mostrado nesta subseção foi apresentado pela primeira vez em [1] e analisado com maior profundidade em [22], onde foi chamado de Algoritmo Simplificado. O algoritmo recebe este nome porque não requer o cálculo de gradientes para gerar seu termo de atualização. Em vez disto, este utiliza diretamente o estado interno da treliça $x[n]$, mostrado na Figura 3.3, para formar o termo de atualização $\xi[n] = e[n]x[n]$, resultando na fórmula

$$\theta[n+1] = \theta[n] - \mu[n]e[n]x[n], \quad (3.1)$$

onde $\mu[n]$ é o passo de adaptação.

O algoritmo completo [22, Ch. 10] pode ser visto no Apêndice B.

A análise do valor esperado do termo de atualização $\xi[n]$ tem um papel importante no desenvolvimento do método de adaptação da largura de banda. Sendo

e o valor esperado do termo de atualização é dado por

$$E\{\xi[n]\} = E\{e[n]x[n]\} = \frac{a^2}{2}(1 + \text{sen } \tau) \frac{\cos \tau \cos \theta (\cos \omega_0 + \text{sen } \theta)}{|D(e^{j\omega_0})|^2}. \quad (3.8)$$

Usando a Equação (2.7), pode-se escrever

$$E\{\xi[n]\} = \frac{a^2}{2}(1 + \text{sen } \tau) \frac{\cos \tau \text{sen } \omega_n (\cos \omega_0 - \cos \omega_n)}{|D(e^{j\omega_0})|^2}. \quad (3.9)$$

A Equação (3.9) estabelece a força e o sentido esperados para o termo $\xi[n]$ como uma função da frequência de *notch* ω_n e da frequência ω_0 da componente senoidal de entrada. A Figura 3.4 mostra os valores esperados do termo de atualização em função da frequência de *notch* ω_n quando o sinal de entrada do filtro é, como um exemplo, uma senoide com frequência $\omega_0 = \pi/2$.

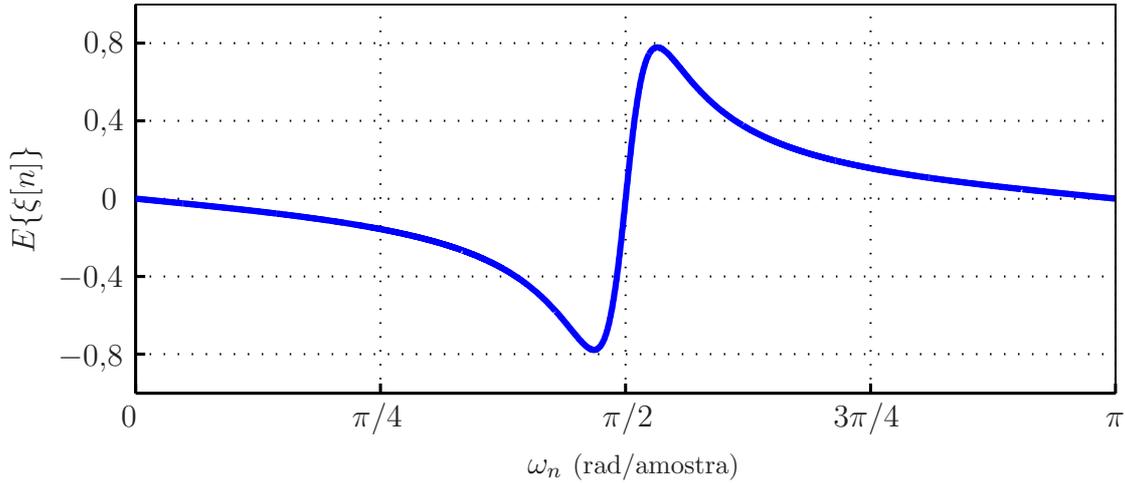


Figura 3.4: Valor esperado $E\{\xi(n)\}$ em função da frequência de *notch* dada uma entrada senoidal com frequência $\omega_0 = \pi/2$ para um ALNF com $\rho = 0,95$.

Observa-se um valor esperado $E\{\xi[n]\}$ negativo se a frequência de *notch* ω_n for menor que a frequência (desconhecida) do sinal de entrada ω_0 , um $E\{\xi[n]\}$ igual a zero se ω_n e ω_0 coincidirem e um $E\{\xi[n]\}$ positivo se ω_n for maior que ω_0 . A fórmula de atualização dada na Equação (3.1) se baseia nestas propriedades e na aproximação, a cada iteração, $E\{\xi[n]\} \approx \xi[n]$.

3.1.2 Algoritmo para a Adaptação da Largura de Banda

Pode-se obter um filtro passa-faixa complementar ao filtro *notch* através da estrutura passa-tudo que serve como núcleo do ALNF [20]. A Figura 3.5 mostra sua implementação em treliça em conjunto com a implementação do filtro *notch* mostrada na

Seção 3.1.1.

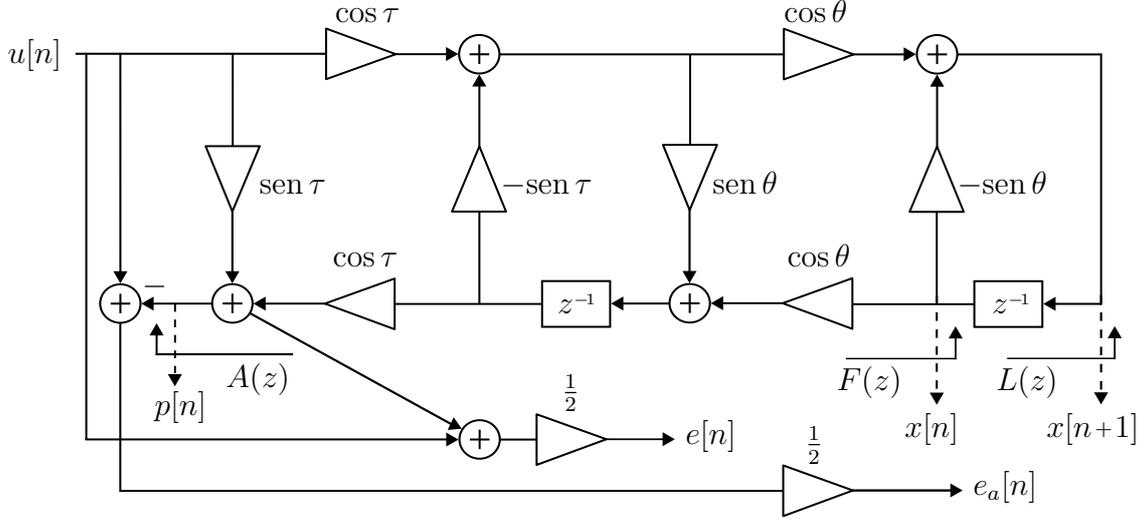


Figura 3.5: Estrutura em treliça única com saídas *notch* $e[n]$ e passa-faixa $e_a[n]$

A função de transferência do filtro passa-faixa é dada por

$$B(z) = \frac{E_a(z)}{U(z)} = \frac{1}{2} [1 - A(z)] = \frac{1 - \text{sen } \tau}{2} \frac{1 - z^{-2}}{D(z)}. \quad (3.10)$$

A partir da estrutura em treliça, pode-se criar uma função auxiliar

$$\xi_a[n] = e_a[n]x[n+1], \quad (3.11)$$

com valor esperado dado por

$$E\{\xi_a[n]\} = E\{e_a[n]x[n+1]\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} S_u(\omega) B(e^{j\omega}) L^*(e^{j\omega}) d\omega, \quad (3.12)$$

onde $B(e^{j\omega})$ é a resposta em frequência associada à função de transferência em (3.10) e $L(e^{j\omega})$ é a resposta em frequência associada à função de transferência

$$L(z) = \frac{X(z)z}{U(z)} = \frac{\cos \tau \cos \theta}{D(z)}. \quad (3.13)$$

Considerando o sinal de entrada $u[n]$ definido em (3.6), o valor esperado de $\xi_a[n]$ resultante é dado por

$$E\{\xi_a[n]\} = (1 - \text{sen } \tau) \cos \tau \cos \theta \left(\frac{a^2 (1 - \cos(2\omega_0))}{2|D(e^{j\omega_0})|^2} + \frac{\sigma^2}{|D(e^{j\omega})|^2} \right). \quad (3.14)$$

Usando a Equação (2.7), pode-se escrever

$$E\{\xi_a[n]\} = (1 - \text{sen } \tau) \cos \tau \text{sen } \omega_n \left(\frac{a^2 (1 - \cos(2\omega_0))}{2|D(e^{j\omega_0})|^2} + \frac{\sigma^2}{|D(e^{j\omega})|^2} \right). \quad (3.15)$$

A Figura 3.6 mostra $E\{\xi_a[n]\}$ sobreposto ao valor absoluto de $E\{\xi[n]\}$ em função da frequência de *notch* ω_n quando o sinal de entrada do filtro é uma senoide com frequência $\omega_0 = \pi/2$.

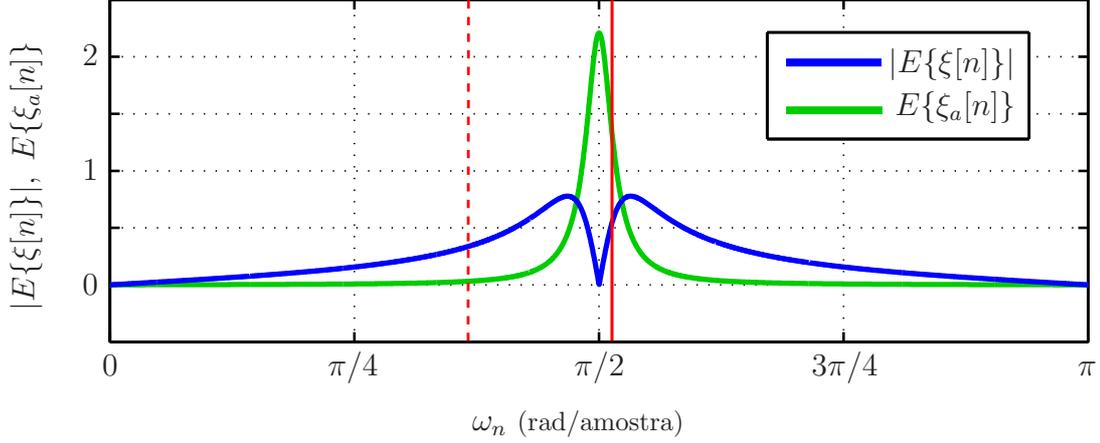


Figura 3.6: Comparação de $|E\{\xi[n]\}|$ e $E\{\xi_a[n]\}$ para um sinal senoidal com frequência $\omega_0 = \pi/2$ em função de ω_n para um ALNF de coeficientes reais.

Pode-se observar que, se a frequência de *notch* ω_n estiver distante da frequência-alvo ω_0 , $|E\{\xi[n]\}|$ será maior que $E\{\xi_a[n]\}$. Esta situação corresponde à linha tracejada em vermelho. Por outro lado, se ω_n estiver próxima da frequência-alvo, $E\{\xi_a[n]\}$ será maior que $|E\{\xi[n]\}|$. Esta situação corresponde à linha sólida em vermelho.

Estas observações fundamentam a criação de um método de controle da largura de banda através da comparação das funções $|\xi[n]|$ e $\xi_a[n]$. Utilizando, a cada iteração, as aproximações $E\{\xi[n]\} \approx \xi[n]$ e $E\{\xi_a[n]\} \approx \xi_a[n]$, separam-se duas situações:

1. A situação $|\xi[n]| > \xi_a[n]$ indica que a frequência de *notch* se encontra distante da frequência-alvo ω_0 , sendo necessário aumentar a largura de banda do *notch*.
2. A situação $|\xi[n]| < \xi_a[n]$ indica que a frequência de *notch* se encontra na vizinhança da frequência-alvo ω_0 e que a largura de banda do *notch* pode ser reduzida.

Através da identificação dessas situações, propõe-se o Algoritmo 1, onde a largura de banda do *notch* é controlada através do ajuste do raio do polo ρ .

Algoritmo 1Adaptação da Largura de Banda do ALNF de Regalia com Coeficientes Reais

1. $\hat{\xi}[n] = |e[n]x[n]|$, $\xi_a[n] = e_a[n]x[n+1]$
 2. $\kappa = \text{sign}(\hat{\xi}[n] - \xi_a[n])$
 3. **if** $\kappa = 1$ **then**
 4. $\rho[n+1] = \rho[n] - \nu_1[n] \hat{\xi}[n]$,
 5. **else**
 6. $\rho[n+1] = \rho[n] + \nu_2[n] \xi_a[n]$,
 7. **end if**
 8. $\rho[n+1] = \min(\rho[n+1], \rho_{\max})$, $\rho[n+1] = \max(\rho_{\min}, \rho[n+1])$,
 9. $\text{sen}(\tau[n+1]) = \rho^2[n+1]$, $\text{cos}(\tau[n+1]) = \sqrt{1 - \text{sen}^2(\tau[n+1])}$.
-

Neste algoritmo, $\nu_1[n]$ e $\nu_2[n]$ são pequenos valores reais positivos, os passos de adaptação do raio do polo ρ , e sign é a função sinal. As constantes ρ_{\min} e ρ_{\max} são, respectivamente, os limites mínimo e máximo de ρ . Estes limites podem ser escolhidos livremente de acordo com a aplicação, desde que se observe que seus valores devem estar contidos entre zero e um.

As funções $\hat{\xi}[n]$ e $\xi_a[n]$ são usadas tanto para decidir pelo aumento ou pela redução da largura de banda quanto para ponderar a adaptação de ρ . Se $\hat{\xi}[n] > \xi_a[n]$, a largura de banda é aumentada através do decréscimo de ρ . Por outro lado, se $\hat{\xi}[n] < \xi_a[n]$, a largura de banda é reduzida através do aumento de ρ . Opta-se sempre por ponderar a adaptação usando a função que apresentar o maior valor instantâneo, $\hat{\xi}[n]$ no caso de aumento da largura de banda e $\xi_a[n]$ no caso de diminuição.

A combinação deste algoritmo com o Algoritmo Simplificado de Regalia para a adaptação da frequência de *notch* pode ser vista no Apêndice C.

3.1.3 Testes de Rastreamento

Os testes desta seção são baseados em experimentos de rastreamento frequencial apresentados em [1, 2] e [22, Ch. 10] com um sinal amostra cuja frequência muda bruscamente a cada 1000 iterações. O objetivo da inserção de mudanças abruptas na frequência do sinal de entrada é forçar perdas de rastreamento. Assim pode-se avaliar a rapidez com que o filtro retoma o rastreamento. Apresenta-se também um experimento de Monte Carlo, com 100 realizações, usado para avaliar o erro quadrático médio (MSE, do inglês *Mean Squared Error*) das estimativas frequenciais.

Os testes foram realizados com e sem adaptação da largura de banda, usando

respectivamente os algoritmos mostrados nos Apêndices C e B. Nos testes sem adaptação da largura de banda, o raio do polo foi mantido como 0,92, o mesmo valor utilizado nos experimentos com *notches* de banda estreita em [1]. Este valor também foi utilizado nos testes com adaptação de largura de banda como valor inicial de ρ e como o valor de ρ_{\max} . Os sinais de entrada foram implementados de acordo com a Equação (3.6) com $a = 1$, utilizando uma razão sinal-ruído (SNR, do inglês *Signal-to-Noise Ratio*) de 0 dB.

A adaptação da frequência de *notch* foi implementada como um algoritmo *Least Squares* através do uso de um passo de adaptação variável no tempo atualizado como [1]

$$\mu[n] = 1 / \sum_{i=0}^n \lambda^{n-i} x^2[n], \quad 0 \ll \lambda < 1. \quad (3.16)$$

O tamanho do passo de adaptação da frequência de *notch* $\mu[n]$ em (3.16) foi calculado usando um fator de esquecimento $\lambda = 0,97$ [1]. Os passos de adaptação de ρ foram implementados como $\nu_1[n] = \mu[n]$ e $\nu_2[n] = 2\mu[n]$. Buscou-se assim reduzir a largura de banda rapidamente sempre que o rastreamento tiver sido retomado. A redução da largura de banda numa taxa mais elevada do que a que seria usada para seu aumento não deve provocar a perda de um rastreamento já estabelecido.

Na Figura 3.7 mostram-se as trajetórias de rastreamento observadas nesse teste. A trajetória da frequência-alvo é representada em linhas tracejadas. Esta trajetória é igual à trajetória utilizada nos testes realizados em [1]. Mostra-se também a evolução das larguras de banda BW correspondentes a essas observações. Além das trajetórias de rastreamento e da evolução das larguras de banda, mostra-se o MSE das estimativas frequenciais em função do tempo, obtido com um experimento de Monte Carlo utilizando 100 realizações do sinal de entrada.

Nas Figuras 3.8 a 3.15 mostram-se as trajetórias de rastreamento de 8 realizações do sinal de entrada, em conjunto com as evoluções das larguras de banda correspondentes. As legendas foram suprimidas para evitar superposições com os traçados das medições. Assim como na Figura 3.7, os traçados em vermelho correspondem ao processamento com adaptação da largura de banda e os traçados em azul correspondem ao processamento sem a adaptação da largura de banda.

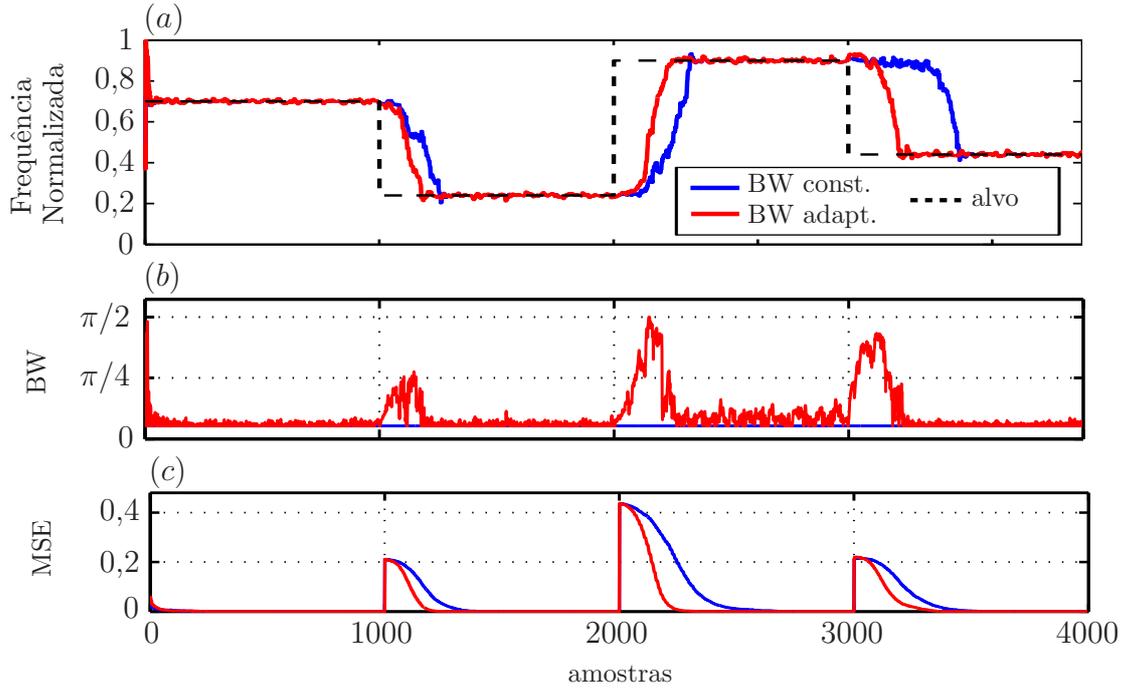


Figura 3.7: (a) Observações das trajetórias de rastreamento de um sinal senoidal sem e com a adaptação da largura de banda. (b) Evolução temporal das larguras de banda correspondentes. (c) MSE das estimativas frequenciais obtido com um experimento de Monte Carlo.

Pode-se observar na Figura 3.7 e nas Figuras 3.8 a 3.15 que, quando o algoritmo proposto é utilizado, a largura de banda aumenta conjuntamente com as mudanças na frequência do sinal de entrada. A utilização do algoritmo também leva à diminuição da largura de banda quando o rastreamento é recuperado. Além disto pode-se observar através da evolução do MSE, mostrada na Figura 3.7(c), que o rastreamento é reestabelecido mais rapidamente quando se utiliza o algoritmo proposto.

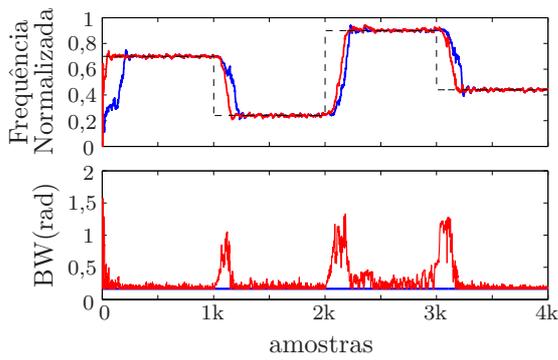


Figura 3.8: Realização 1

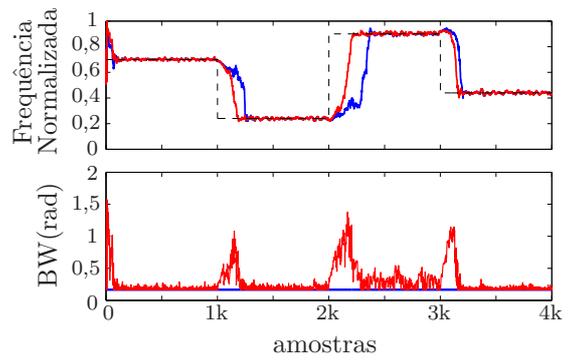


Figura 3.9: Realização 2

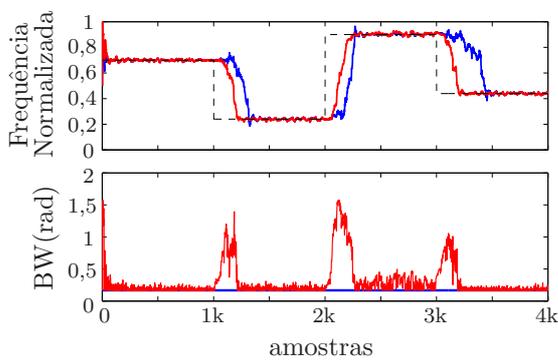


Figura 3.10: Realização 3

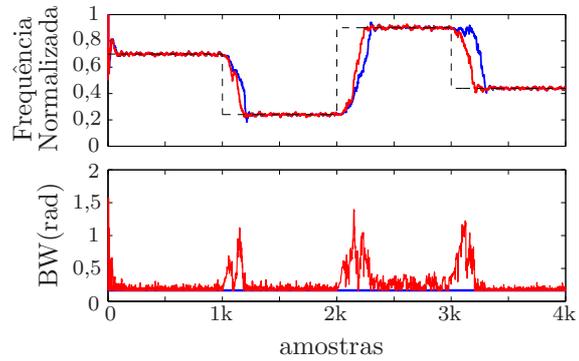


Figura 3.11: Realização 4

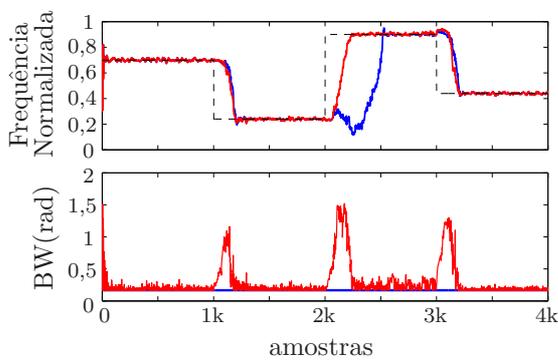


Figura 3.12: Realização 5

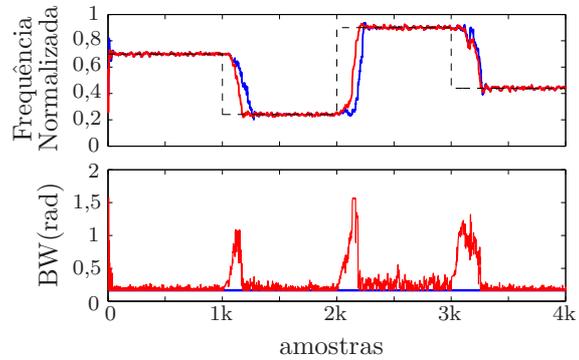


Figura 3.13: Realização 6

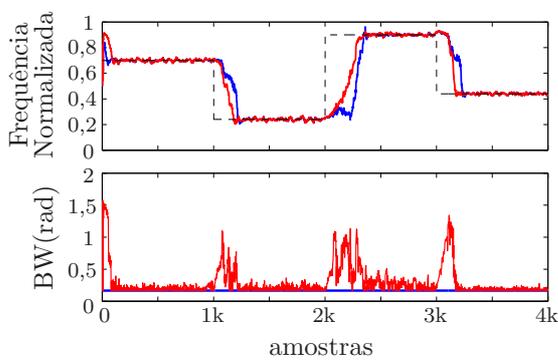


Figura 3.14: Realização 7

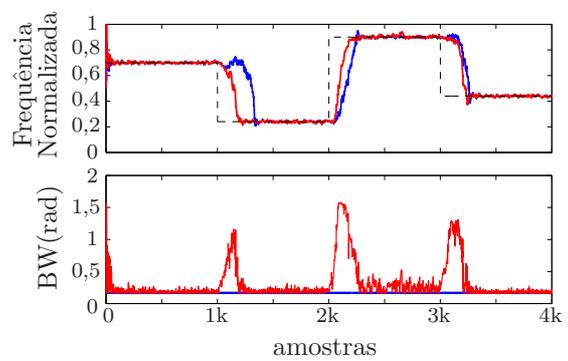


Figura 3.15: Realização 8

3.2 Filtro com Coeficientes Complexos

Para desenvolver o algoritmo de adaptação da largura de banda do ALNF de coeficientes complexos de Regalia, assim como no desenvolvimento do Algoritmo 1, é necessário primeiramente analisar o algoritmo para a adaptação de sua frequência de *notch*.

3.2.1 Algoritmo para a Adaptação da Frequência de *Notch*

O algoritmo adaptativo desenvolvido por Regalia para seu ALNF de coeficientes complexos [2] utiliza, assim como o Algoritmo Simplificado para o ALNF de coeficientes reais, um estado interno da treliça para compor seu termo de atualização. A Figura 3.16 mostra a estrutura do filtro e o estado interno $x[n]$, usado para formar o termo de atualização $\xi[n] = \text{Im}(e[n]x^*[n])$ na fórmula

$$\omega_n[n+1] = \omega_n[n] + \mu[n] \text{Im}(e[n]x^*[n]). \quad (3.17)$$

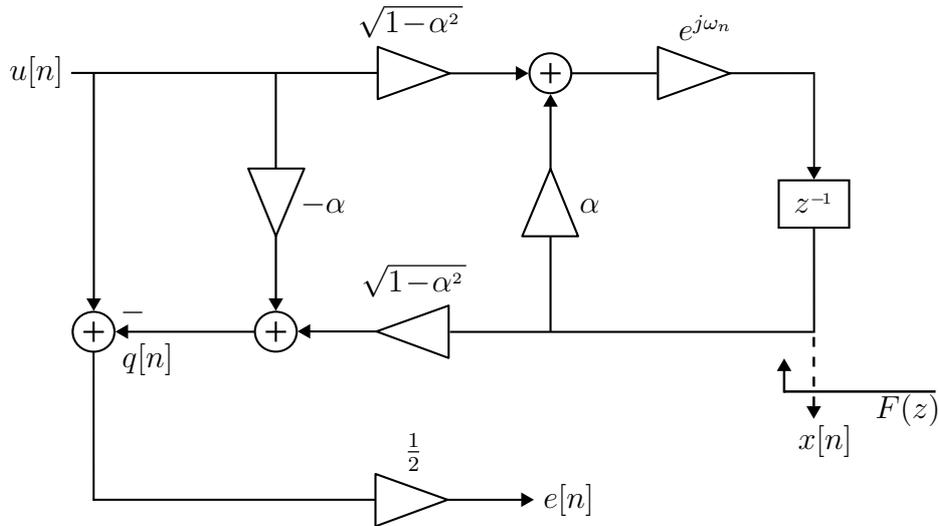


Figura 3.16: ALNF com coeficientes complexos destacando o estado $x[n]$.

O algoritmo completo pode ser visto no Apêndice D.

Sendo $S_u(\omega)$ a densidade espectral de potência do sinal de entrada $u[n]$, $H(e^{j\omega})$ a resposta em frequência associada à função de transferência em (2.11) e $F(e^{j\omega})$ a resposta em frequência associada à função de transferência

$$F(z) = \frac{X(z)}{U(z)} = \sqrt{1 - \alpha^2} \frac{e^{j\omega_n} z^{-1}}{1 - \alpha e^{j\omega_n} z^{-1}}, \quad (3.18)$$

o valor esperado de $\xi[n]$ pode ser obtido através de [2]

$$E\{e[n]x^*[n]\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} S_u(\omega) H(e^{j\omega}) F^*(e^{j\omega}) d\omega. \quad (3.19)$$

Considerando um sinal de entrada $u[n]$ composto por uma senoide complexa com amplitude a , frequência ω_0 e fase ϕ , uniformemente distribuída, inserida em ruído branco gaussiano complexo $b[n]$ com variância σ^2 ,

$$u[n] = ae^{j(\omega_0 + \phi)} + b[n], \quad (3.20)$$

a densidade espectral de potência $S_u(\omega)$ é dada por

$$S_u(\omega) = 2\pi a^2 \delta(\omega - \omega_0) + \sigma^2 \quad (3.21)$$

e o valor esperado de $E\{e[n]x^*[n]\}$ é dado por

$$E\{e[n]x^*[n]\} = \frac{(1+\alpha)\sqrt{1-\alpha^2}}{2} \left(\frac{a^2 (e^{j(\omega_0 - \omega_n)} - 1)}{|1 - \alpha e^{j(\omega_0 - \omega_n)}|^2} + \frac{\sigma^2}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{e^{j(\omega - \omega_n)}}{|1 - \alpha e^{j(\omega - \omega_n)}|^2} d\omega \right). \quad (3.22)$$

Pode-se então obter o valor esperado do termo de atualização

$$E\{\xi[n]\} = E\{\text{Im}(e[n]x^*[n])\} = \frac{a^2 (1 + \alpha) \sqrt{1 - \alpha^2}}{2|1 - \alpha e^{j(\omega_0 - \omega_n)}|^2} \text{sen}(\omega_0 - \omega_n). \quad (3.23)$$

A Equação (3.23) estabelece a força e o sentido esperados para o termo $\xi[n]$ como uma função da frequência de *notch* ω_n e da frequência ω_0 da componente senoidal complexa de entrada. A Figura 3.17 mostra os valores esperados do termo de atualização em função da frequência de *notch* ω_n quando o sinal de entrada do filtro é, como um exemplo, uma senoide complexa com frequência $\omega_0 = \pi/2$.

Observa-se um valor esperado $E\{\xi[n]\}$ positivo para $\omega_0 - \pi < \omega_n < \omega_0$, negativo para $\omega_0 < \omega_n < \omega_0 + \pi$ e zero para $\omega_n = \omega_0$ e $\omega_n = \omega_0 \pm \pi$. A fórmula de atualização dada na Equação (3.17) se baseia nestas propriedades e na aproximação, a cada iteração, $\xi[n] = E\{\xi[n]\}$.

3.2.2 Algoritmo para a Adaptação da Largura de Banda

Assim como no desenvolvimento do algoritmo para a adaptação da largura de banda do ALNF de coeficientes reais, pode-se obter um filtro passa-faixa complementar ao ALNF de coeficientes complexos através da estrutura passa-tudo que lhe serve como núcleo. A Figura 3.18 mostra a implementação em treliça deste filtro em conjunto com a implementação do ALNF mostrada na Seção 3.2.1.

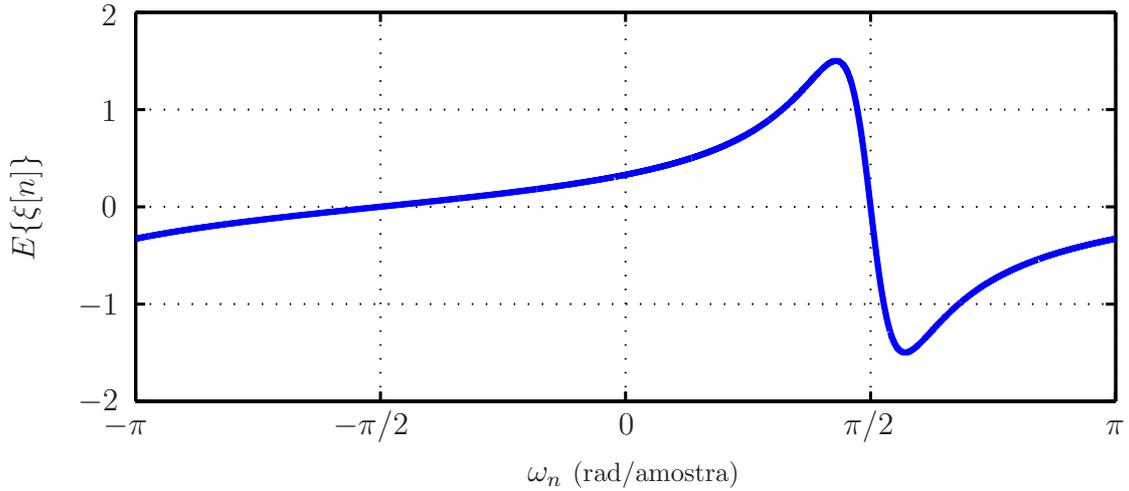


Figura 3.17: Valor esperado $E\{\xi[n]\}$ em função da frequência de *notch* dada uma entrada senoidal complexa com frequência $\omega_0 = \pi/2$ para um ALNF com $\rho = 0,8$.

A função de transferência do filtro passa-faixa é dada por

$$B(z) = \frac{E_a(z)}{U(z)} = \frac{1}{2} [1 + C(z)] = \frac{1-\alpha}{2} \frac{1 + e^{j\omega_n} z^{-1}}{1 - \alpha e^{j\omega_n} z^{-1}}. \quad (3.24)$$

A partir da estrutura em treliça, pode-se criar a função auxiliar

$$\xi_a[n] = \text{Re}(e_a[n]x^*[n]), \quad (3.25)$$

O valor esperado de $\xi_a[n]$ pode ser obtido através de

$$E\{e_a[n]x^*[n]\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} S_u(\omega) B(e^{j\omega}) F^*(e^{j\omega}) d\omega, \quad (3.26)$$

onde $B(e^{j\omega})$ é a resposta em frequência associada à função de transferência em (3.24) e $F(e^{j\omega})$ é a resposta em frequência associada à função de transferência

$$F(z) = \frac{X(z)}{U(z)} = \sqrt{1-\alpha^2} \frac{e^{j\omega_n} z^{-1}}{1 - \alpha e^{j\omega_n} z^{-1}}. \quad (3.27)$$

Considerando o sinal de entrada $u[n]$ definido em (3.20), o valor esperado de $\xi_a[n]$ resultante é dado por

$$E\{\xi_a[n]\} = E\{\text{Re}(e_a[n]x^*[n])\} = \frac{\sqrt{1-\alpha^2}(1-\alpha)}{2} \left(\frac{\alpha^2(\cos(\omega_0 - \omega_n) + 1)}{|1 - \alpha e^{j(\omega_0 - \omega_n)}|^2} + \frac{\sigma^2}{|1 - \alpha e^{j(\omega_0 - \omega_n)}|^2} \right). \quad (3.28)$$

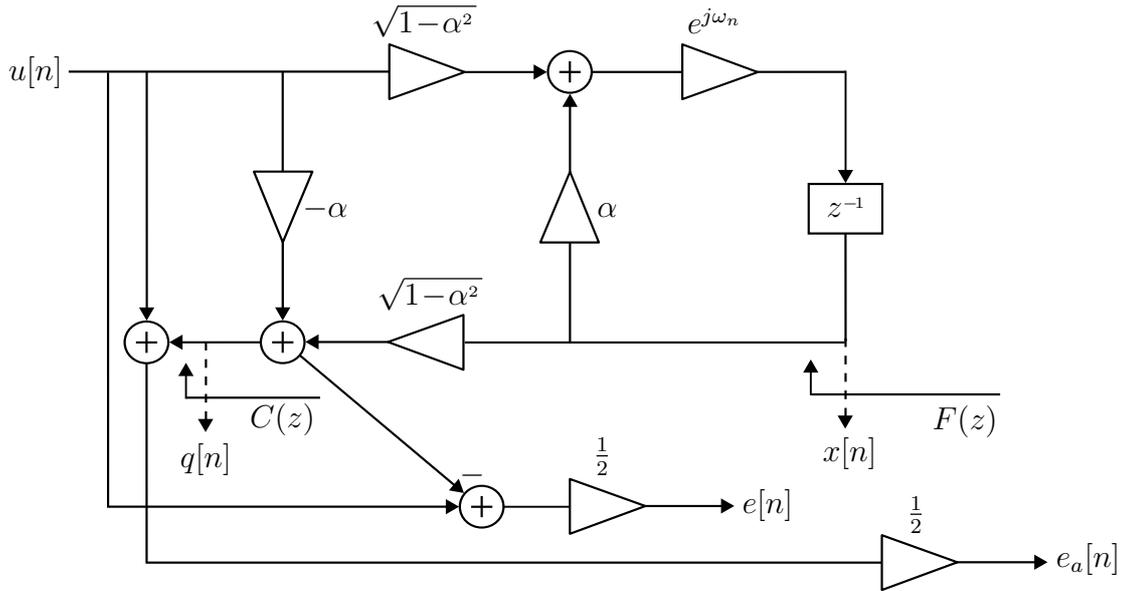


Figura 3.18: Estrutura em treliça única com saídas *notch* $e[n]$ e passa-faixa $e_a[n]$

A Figura 3.19 mostra $E\{\xi_a[n]\}$ sobreposto ao valor absoluto de $E\{\xi[n]\}$ em função da frequência de *notch* ω_n quando o sinal de entrada do filtro é uma senoide complexa com frequência $\omega_0 = \pi/2$.

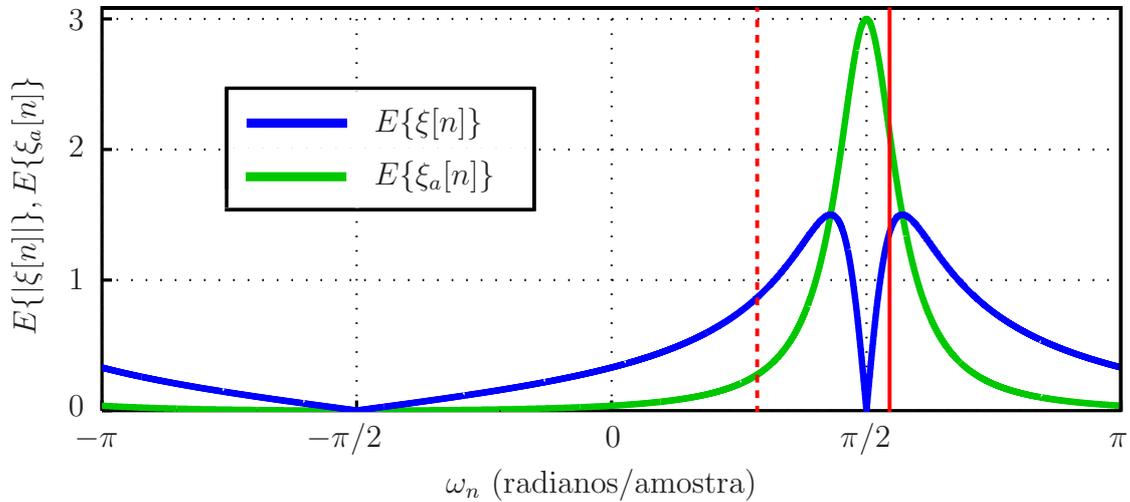


Figura 3.19: Comparação de $|E\{\xi[n]\}|$ e $E\{\xi_a[n]\}$ para uma senoide complexa com frequência $\omega_0 = \pi/2$ em função de ω_n para um ALNF de coeficientes complexos.

Pode-se observar que, se a frequência de *notch* ω_n estiver distante da frequência-alvo ω_0 , $|E\{\xi[n]\}|$ será maior que $E\{\xi_a[n]\}$. Um exemplo desta configuração está assinalado pela linha tracejada em vermelho. Por outro lado, se ω_n estiver próxima de ω_0 , $E\{\xi_a[n]\}$ será maior que $|E\{\xi[n]\}|$. Um exemplo desta configuração está assinalado pela linha sólida em vermelho.

Estas observações fundamentam a criação de um método de controle da largura de banda através da comparação das funções $|\xi[n]|$ e $\xi_a[n]$. Utilizando, a cada iteração, as aproximações $E\{\xi[n]\} \approx \xi[n]$ e $E\{\xi_a[n]\} \approx \xi_a[n]$, separam-se duas situações:

1. A situação $|\xi[n]| > \xi_a[n]$ indica que a frequência de *notch* se encontra distante da frequência-alvo ω_0 , sendo necessário aumentar a largura de banda do *notch*.
2. A situação $|\xi[n]| < \xi_a[n]$ indica que a frequência de *notch* se encontra na vizinhança da frequência-alvo ω_0 e que, portanto, a largura de banda do *notch* pode ser reduzida.

Propõe-se assim o Algoritmo 2, onde a largura de banda do *notch* é controlada através do ajuste do raio do polo α .

Algoritmo 2

Adaptação da Largura de Banda do ALNF de Regalia com Coeficientes Complexos

1. $\hat{\xi}[n] = |\text{Im}(e[n]x^*[n])|$, $\xi_a[n] = \text{Re}(e_a[n]x^*[n])$
 2. $\kappa = \text{sign}(\hat{\xi}[n] - \xi_a[n])$
 3. **if** $\kappa = 1$ **then**
 4. $\alpha[n+1] = \alpha[n] - \nu_1[n] \hat{\xi}[n]$,
 5. **else**
 6. $\alpha[n+1] = \alpha[n] + \nu_2[n] \xi_a[n]$,
 7. **end if**
 8. $\alpha[n+1] = \min(\alpha[n+1], \alpha_{\max})$, $\alpha[n+1] = \max(\alpha_{\min}, \alpha[n+1])$.
-

Assim como no Algoritmo 1, $\nu_1[n]$ e $\nu_2[n]$ são os passos de adaptação do raio do polo, neste caso α . As constantes α_{\min} e α_{\max} são, respectivamente, os limites mínimo e máximo de α , que podem ser escolhidos livremente de acordo a aplicação, desde que seus valores estejam contidos entre zero e um.

As funções $\hat{\xi}[n]$ e $\xi_a[n]$ são usadas para decidir pelo aumento ou pela redução da largura de banda e para ponderar a adaptação de α . Se $\hat{\xi}[n] > \xi_a[n]$, a largura de banda é aumentada através do decréscimo de α . Por outro lado, se $\hat{\xi}[n] < \xi_a[n]$, a largura de banda é reduzida através do aumento de α . Opta-se sempre por ponderar a adaptação usando a função que apresentar o maior valor instantâneo, $\hat{\xi}[n]$ no caso de aumento da largura de banda e $\xi_a[n]$ no caso de diminuição.

A combinação deste algoritmo com o Algoritmo de Regalia para a adaptação da frequência de *notch* do ALNF de coeficientes complexos pode ser vista no Apêndice E.

3.2.3 Testes de Rastreamento

Os testes desta seção são baseados em experimentos de rastreamento frequencial apresentados em [2] com um sinal de entrada senoidal complexo cuja frequência muda bruscamente a cada 1000 iterações. Apresenta-se também um experimento de Monte Carlo, com 100 realizações, para avaliar o erro quadrático médio das estimativas frequenciais.

Os testes foram realizados com e sem adaptação da largura de banda, usando respectivamente os algoritmos mostrados nos Apêndices E e D. Nos testes sem adaptação da largura de banda, o raio do polo foi mantido como 0,92. Este valor também foi utilizado nos testes com adaptação de largura de banda como valor inicial de α e como o valor de α_{\max} . Os sinais de entrada foram implementados de acordo com a Equação (3.20), com $a = 1$, utilizando razão sinal-ruído SNR = 0 dB.

O passo de adaptação da frequência de *notch* foi implementado, analogamente à forma utilizada na Equação (3.16), como

$$\mu[n] = 1/\sum_{i=0}^n \lambda^{n-i} x[n]x^*[n], \quad 0 \ll \lambda < 1. \quad (3.29)$$

Usou-se novamente um fator de esquecimento $\lambda = 0,97$, além de $\nu_1[n] = \mu[n]$ e $\nu_2[n] = 2\mu[n]$ buscando reduzir a largura de banda rapidamente sempre que o rastreamento tiver sido restabelecido.

Na Figura 3.20 mostram-se as trajetórias de rastreamento observadas nesse teste. A trajetória da frequência-alvo é representada em linhas tracejadas. Esta trajetória é igual à trajetória utilizada nos testes realizados em [2]. Podem-se observar transições das trajetórias de rastreamento através dos limites inferior e superior da escala de frequência. Isto ocorre porque o *notch* é capaz de cruzar da faixa de frequências positivas para a faixa de frequências negativas, e vice-versa, através de 0 e π (ou, considerando a normalização, 0 e 1).

Mostra-se também a evolução das larguras de banda BW correspondentes a essas observações. Mostra-se também o MSE das estimativas frequenciais em função do tempo, obtido com um experimento de Monte Carlo utilizando 100 realizações do sinal de entrada.

Nas Figuras 3.21 a 3.28 mostram-se as trajetórias de rastreamento de 8 realizações do sinal de entrada, em conjunto com as evoluções das larguras de banda correspondentes. Novamente, as legendas foram suprimidas para evitar superposições com o traçado das medições. Os traçados em vermelho correspondem ao processamento utilizando adaptação da largura de banda e os traçados em azul correspondem ao processamento sem adaptação da largura de banda.

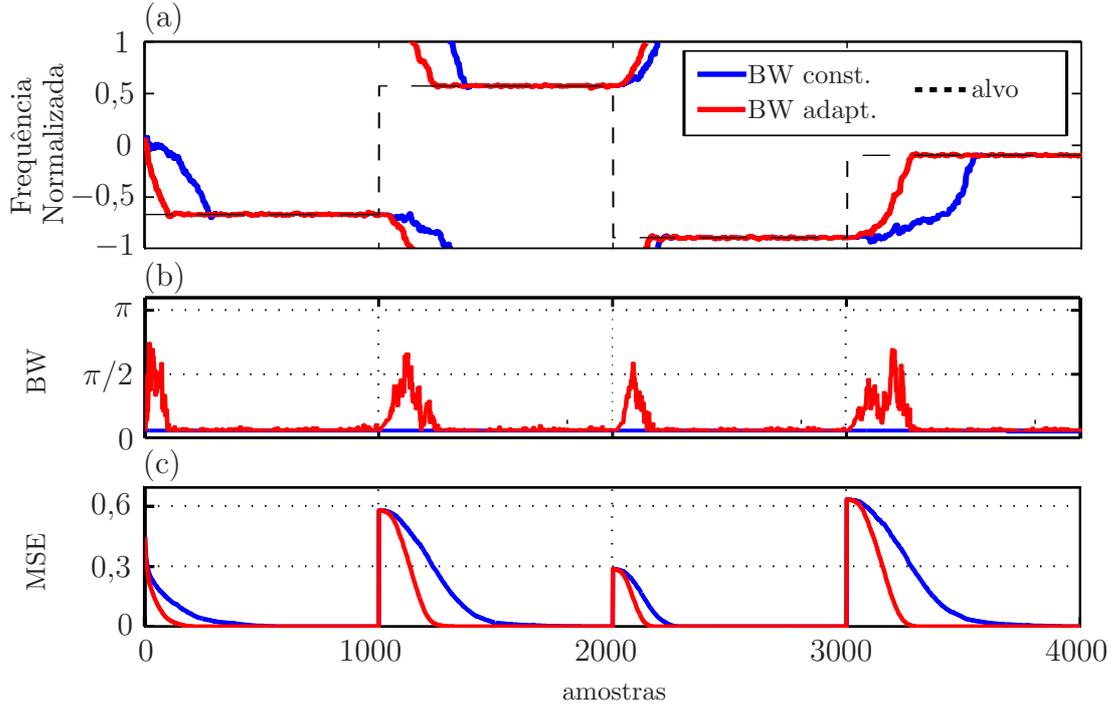


Figura 3.20: (a) Observações das trajetórias de rastreamento de uma senoide complexa sem e com a adaptação da largura de banda. (b) Evolução temporal das larguras de banda correspondentes. (c) MSE das estimativas frequenciais obtido com um experimento de Monte Carlo.

Pode-se observar na Figura 3.20 e nas Figuras 3.21 a 3.28 que, quando se usa o algoritmo proposto, a largura de banda aumenta conjuntamente com as mudanças na frequência do sinal de entrada. Também observa-se que a largura de banda diminui quando o rastreamento é recuperado. O algoritmo funciona inclusive para componentes senoidais complexas com frequência negativa. Pode-se observar também, através da evolução do MSE mostrada na Figura 3.20(c), que o rastreamento é reestabelecido mais rapidamente quando se utiliza o algoritmo proposto.

A continuação do desenvolvimento de algoritmos para a adaptação da largura de banda de ALNFs envolverá futuramente testes mais extensos. Deve-se analisar principalmente como o algoritmo precisa ser ajustado para o uso em situações onde o sinal de entrada não é composto apenas por ruído e pela componente senoidal que deve ser rastreada.

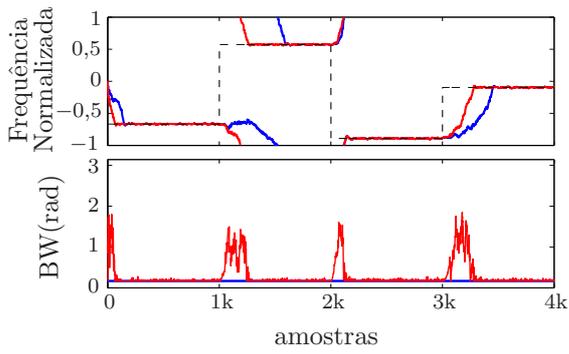


Figura 3.21: Realização 1

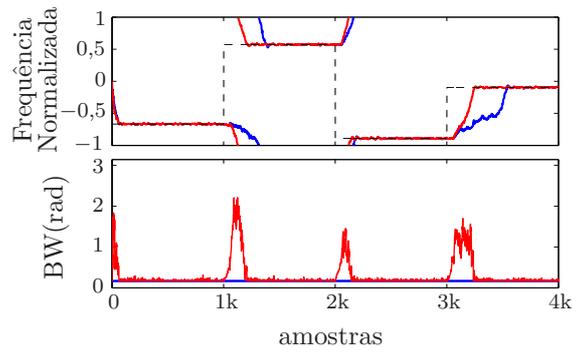


Figura 3.22: Realização 2

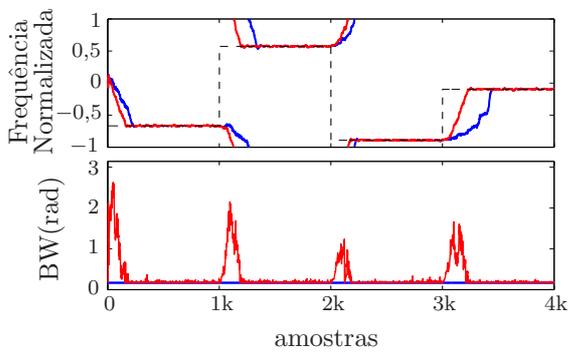


Figura 3.23: Realização 3

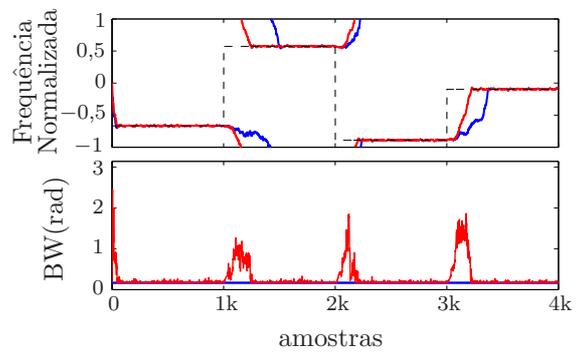


Figura 3.24: Realização 4

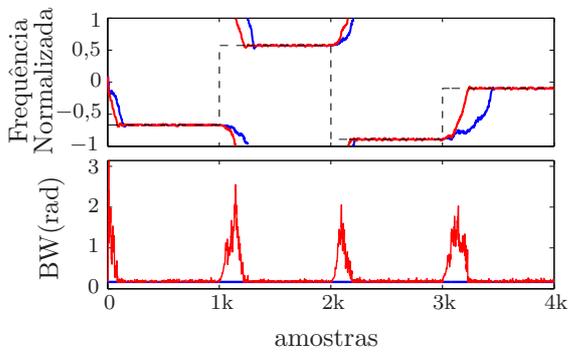


Figura 3.25: Realização 5

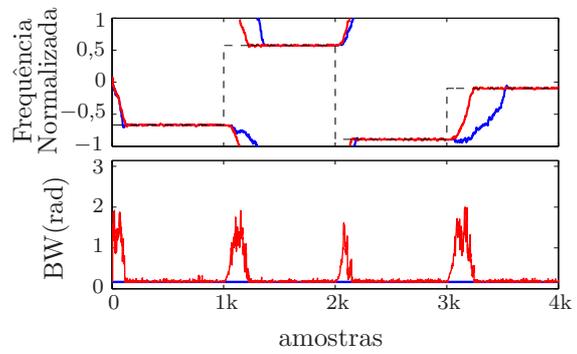


Figura 3.26: Realização 6

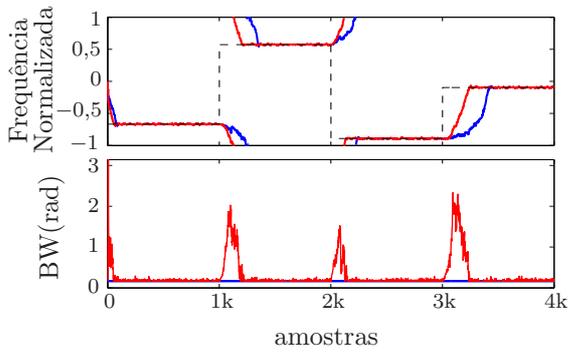


Figura 3.27: Realização 7

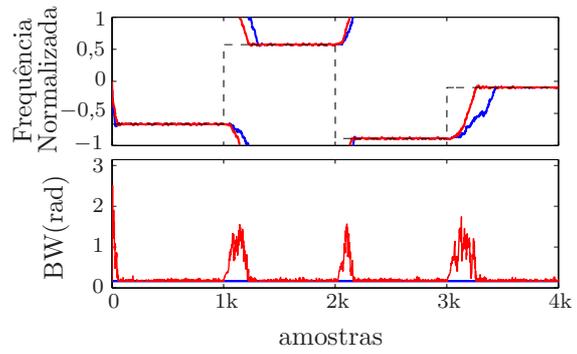


Figura 3.28: Realização 8

Capítulo 4

Inarmonicidade em Instrumentos de Corda

O modelo mais utilizado para descrever a relação entre as frequências f_n dos modos de vibração de uma corda de instrumento musical é dado por [27–31]:

$$f_n = n f_0 \sqrt{1 + B n^2}, \quad n = \{1, 2, 3, \dots\}, \quad (4.1)$$

onde n é o número da parcial, f_0 é a frequência fundamental nominal e B é o coeficiente de inarmonicidade.

A frequência fundamental nominal f_0 é definida como a frequência fundamental de vibração que a corda teria se fosse perfeitamente elástica. Seu valor é ligeiramente menor que o da frequência fundamental f_1 .

Os parâmetros f_0 e B são relacionados ao comprimento da corda l_{st} e à tensão a que está submetida

$$B = \frac{\pi^3 E_y d^4}{64 l_{st}^2 T}, \quad (4.2)$$

onde as propriedades da corda são:

B = coeficiente de inarmonicidade,

E_y = módulo de Young,

d = diâmetro,

l_{st} = comprimento e

T = tensão da corda.

O coeficiente de inarmonicidade B assume apenas valores positivos. Para cordas de piano com f_1 abaixo de 1 kHz, os valores de B são tipicamente localizados na faixa (10^{-4} , 10^{-3}). Para cordas com f_1 acima de 1 kHz, os valores são tipicamente localizados na faixa (10^{-3} , 10^{-2}) [32]. Os valores podem se estender também um pouco acima ou abaixo dessas faixas, dependendo das características das cordas.

A Equação (4.1) reflete o fenômeno de inarmonicidade observado em cordas de instrumentos musicais. A inarmonicidade é caracterizada por pequenos desvios positivos nas frequências dos modos de vibração em relação a uma série harmônica com razão igual à frequência do modo fundamental. Estes desvios, que se devem à rigidez elástica do material, aumentam não-linearmente com o crescimento do modo observado. Deste modo, os instrumentos de corda geram sinais que podem ser classificados como quasi-harmônicos.

Particularmente, cada nota de piano é gerada pela vibração simultânea de uma, duas ou três cordas. Os valores de E_y das cordas associadas a uma determinada nota podem variar não só de modelo para modelo do instrumento como entre as próprias cordas.

A Equação (4.1) é considerada um bom modelo se o deslocamento transversal da corda estiver restrito a uma pequena região em torno da posição de equilíbrio. Um modelo completo precisaria levar em conta que a tensão sobre a corda varia não-linearmente com seu deslocamento transversal, e que seus modos de vibração também dependem da rigidez dos suportes em suas extremidades [33].

O conhecimento do coeficiente de inarmonicidade B e da frequência fundamental nominal f_0 pode ser utilizado na síntese de instrumentos musicais por modelos físicos [30, 34–38] e em projetos de filtros pente invertido (ICFs, do inglês *Inverse Comb Filters*) com atraso fracionário para a análise de sinais musicais, como mostrado por Lehtonen [39].

A configuração básica de um ICF, mostrada na Figura 4.1, produz *notches* com frequências centrais de atenuação posicionadas sobre múltiplos inteiros de f_s/L , sendo f_s a frequência de amostragem e L o comprimento da linha de atraso z^{-L} . A configuração com atraso fracionário, mostrada na Figura 4.2, produz *notches* com espaçamento inarmônico através da substituição da linha de atraso por um filtro $H(z)$ com resposta de fase não-linear. Este filtro pode ser projetado usando estimativas de f_1 e B visando à análise de sons de instrumentos de corda [39–41].

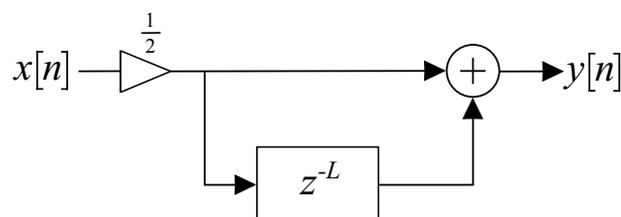


Figura 4.1: Filtro pente invertido.

A análise de sinais quasi-harmônicos de instrumentos de corda através de filtros com múltiplas bandas de passagem foi abordada por Thornburg e Leistikow [42] e por Galembo e Askenfelt [43], sendo o projeto de Galembo e Askenfelt voltado para a

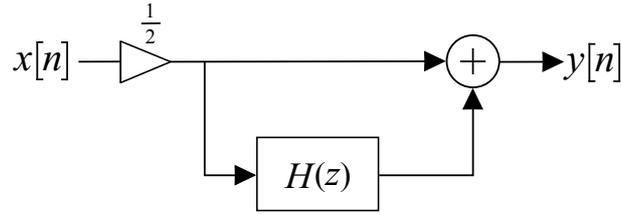


Figura 4.2: Filtro pente invertido com atraso fracionário.

análise de sinais de piano, incluindo a estimação dos parâmetros B e f_0 . Thornburg e Leistikow ajustam os filtros iterativamente enquanto Galembo e Askenfelt usam vários filtros realizados através de uma varredura de parâmetros.

4.1 A Inarmonicidade em Pianos

Um piano comum tem extensão de 88 notas, de Lá 0 a Dó 8, sendo cada uma produzida usando uma, duas ou três cordas, dependendo da nota tocada. O principal motivo para o uso de um número diferente de cordas por nota é equalizar o volume do instrumento ao longo de sua extensão. As notas mais graves são produzidas usando apenas uma corda por nota. Numa faixa de notas intermediária são usadas duas cordas por nota (o ponto de transição de uma para duas cordas e a quantidade de notas produzidas usando duas cordas varia entre pianos). As notas restantes, a maioria das notas do instrumento, são produzidas usando três cordas.

Assume-se comumente que se pode associar um único coeficiente de inarmonicidade a cada nota, mesmo àquelas geradas usando duas ou três cordas. Deste modo, existiriam 88 diferentes coeficientes de inarmonicidade para estimar a partir de um piano comum. Sabe-se porém que afinadores de piano podem estabelecer afinações ligeiramente diferentes para as cordas associadas a uma mesma nota. Este procedimento serve para ajustar a envoltória temporal da nota [44]. As pequenas diferenças estabelecidas entre as cordas não são relevantes o suficiente para provocar a sensação de desafinação, porém podem causar dificuldades para a determinação de um coeficiente de inarmonicidade único por nota. Isto ocorre porque os coeficientes dependem das tensões sobre as cordas (4.2).

Os valores dos coeficientes de inarmonicidade ao longo das notas de um piano podem ser modelados numa escala logarítmica como a soma de duas assíntotas lineares [31, 45]. Cada assíntota pode ser associada a um dos cavaletes do instrumento.¹

¹Os cavaletes são estruturas que repousam sobre a tábua harmônica e estabelecem para cada corda um de seus nós de vibração. Os pianos têm dois cavaletes: o cavalete de graves (*bass bridge*) e o cavalete de médios e agudos (*treble bridge*).

A curva de coeficientes $B_b(\ell)$ resultante deste modelo é dada por

$$B_b(\ell) = e^{b_B(\ell)} + e^{b_T(\ell)}, \quad (4.3)$$

$$b_B(\ell) = s_B \ell + y_B, \quad (4.4)$$

$$b_T(\ell) = s_T \ell + y_T, \quad (4.5)$$

sendo ℓ o índice MIDI da nota, $\{s_B, y_B\}$ os parâmetros que pesam predominantemente no comportamento da curva $B_b[\ell]$ para as notas graves e $\{s_T, y_T\}$ os parâmetros que pesam predominantemente o comportamento da curva $B_b[\ell]$ para as notas médias e agudas. No protocolo MIDI (*Musical Instrument Digital Interface*) [46, p. 87], os índices MIDI das notas identificam 128 notas musicais em escala cromática. As 88 notas de um piano comum são identificadas por números de 21 a 108. Deste modo, $m \in \{21, \dots, 108\}$.

A Figura 4.3 mostra uma curva típica obtida através deste modelo usando os parâmetros $\{s_B, y_B\} = \{-0,09, -6,87\}$ e $\{s_T, y_T\} = \{0,09, -13,70\}$ [47].

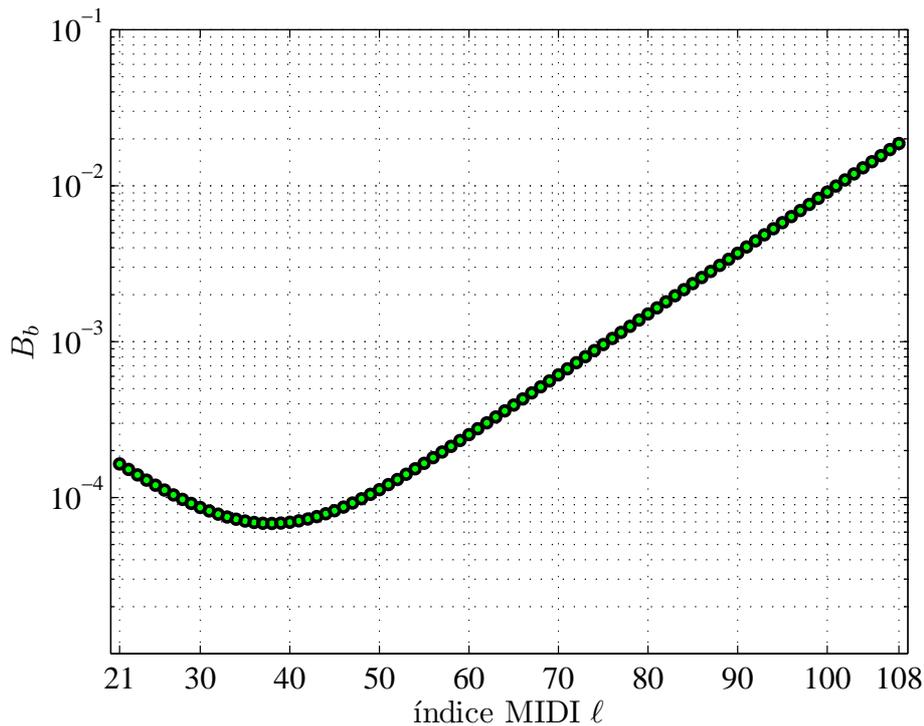


Figura 4.3: Curva de coeficientes de inarmonicidade obtida através de modelagem.

Apesar das mudanças físicas na montagem de cordas ao longo da extensão do teclado (como a mudança entre cavaletes, o uso de diferentes números de cordas e o uso de cordas envoltas para as notas mais graves²), os fabricantes de pianos buscam

²Uma corda pode ser fabricada envolta por um enrolamento metálico para abaixar seu *pitch* sem aumentar excessivamente seu diâmetro ou comprimento.

produzir transições suaves de timbre entre notas contíguas no instrumento [45]. Isto produz também transições suaves entre os coeficientes de inarmonicidade de notas contíguas. Particularmente, pode-se esperar que os valores de coeficientes associadas a notas vizinhas sejam próximos.

Capítulo 5

Filtros *Notch* Adaptativos com Coeficientes Modelados por um Polinômio

Na implementação em cascata do ANF de Nehorai, cada seção do filtro produz um *notch* entre 0 e π com frequência ω_m determinada pelo coeficiente a_m . A função de transferência deste filtro, definida em (2.3), e a relação entre a_m e ω_m , definida em (2.4), são repetidas em (5.1) e (5.2):

$$H(z) = \prod_{m=1}^M H_m(z) = \prod_{m=1}^M \frac{1 + a_m z^{-1} + z^{-2}}{1 + \rho_m a_m z^{-1} + \rho_m^2 z^{-2}}, \quad (5.1)$$

$$a_m = -2 \cos \omega_m. \quad (5.2)$$

Propõe-se modelar os coeficientes a_m da Equação (5.1) através de um polinômio definido em função da variável m [48]. Esta abordagem permite que o número de parâmetros utilizados para controlar as posições dos *notches* seja menor que o número de seções cascadeadas. Além disto, o filtro resultante mantém uma relação construtiva entre seus coeficientes que favorece o rastreamento de parciais quasi-harmônicas.

5.1 Modelagem

O modelo proposto é dado pelo polinômio em m

$$a_m = \sum_{l=0}^L \varphi_l m^l. \quad (5.3)$$

Considerando que o limite inferior de a_m é -2 , pode-se fazer $\varphi_0 = -2$. Deste modo, a_m será igual a -2 quando, para $l \geq 1$, φ_l for igual a 0. O modelo resultante é dado por

$$a_m = \sum_{l=1}^L \varphi_l m^l - 2. \quad (5.4)$$

Utilizando este modelo, cada frequência de *notch* fica atrelada ao modelo polinomial através das Equações (5.4) e (5.2). A adaptação do ANF pode então ser feita através dos L parâmetros do polinômio, em vez dos M coeficientes da Equação (5.1).

Um procedimento simples para a inicialização dos parâmetros φ_l consiste em resolver um sistema de equações lineares (determinado ou sobredeterminado), formado pela combinação das Equações (5.4) e (5.2), resultando em

$$\varphi_L m^L + \varphi_{L-1} m^{L-1} + \dots + \varphi_1 m - 2 = -2 \cos \omega_m. \quad (5.5)$$

A Figura 5.1 mostra os valores do coeficiente a_m correspondentes à série harmônica de 1 kHz para uma taxa de amostragem $f_s = 44,1$ kHz ($\omega_m = m \times 0,125$ rad/amostra), obtidos usando a Equação (5.2). Mostram-se também os valores de a_m obtidos através do modelo polinomial com ordem $L = 3$. Os parâmetros φ_l foram obtidos de um sistema de Equações (5.5) resolvido para $m = \{1, 8, 16\}$. Esta escolha mostra que, com um polinômio de ordem 3, pode-se obter uma boa aproximação dos coeficientes referentes a essa série harmônica em quase todo o espectro.

A próxima seção mostra o desenvolvimento de um algoritmo adaptativo para os parâmetros φ_l do modelo polinomial proposto. O objetivo é rastrear M componentes senoidais em sinais quasi-harmônicos através da adaptação de L parâmetros de um polinômio, sendo $L < M$.

5.2 Algoritmo para a Adaptação do Modelo

O desenvolvimento deste algoritmo segue a abordagem recursiva utilizada por Nehorai [3] para adaptar seu projeto ANF. No entanto, deve-se adaptar os parâmetros φ_l da Equação (5.4) em vez dos coeficientes b_m da Equação (2.1). Diferentemente de Nehorai, utiliza-se a estrutura em cascata mostrada na Figura 5.2.

O desenvolvimento de algoritmos adaptativos para ANFs através deste tipo estrutura busca a minimização da energia do sinal de saída de cada seção. Esta abordagem parte do pressuposto que, se os *notches* forem suficientemente estreitos, cada seção pode ser adaptada independentemente [15, 17, 18, 21].

Sendo $A_m(q) = 1 + a_m q^{-1} + q^{-2}$, onde q^{-1} é o operador atraso unitário, a saída

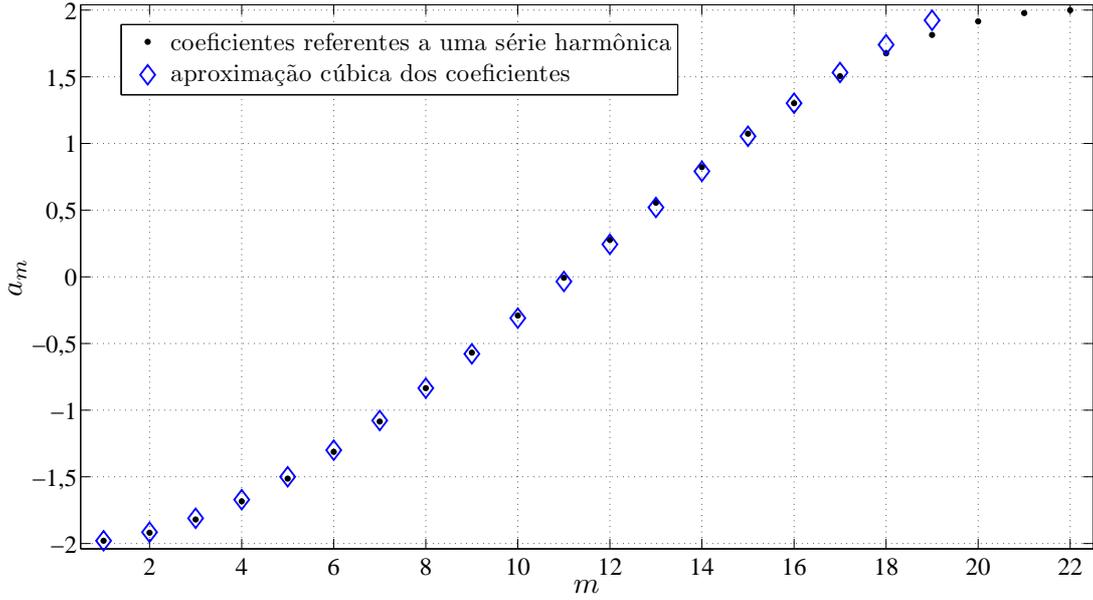


Figura 5.1: Valores dos coeficientes a_m correspondentes a *notches* centralizados sobre uma série harmônica e aproximações obtidas utilizando o modelo polinomial com ordem 3.

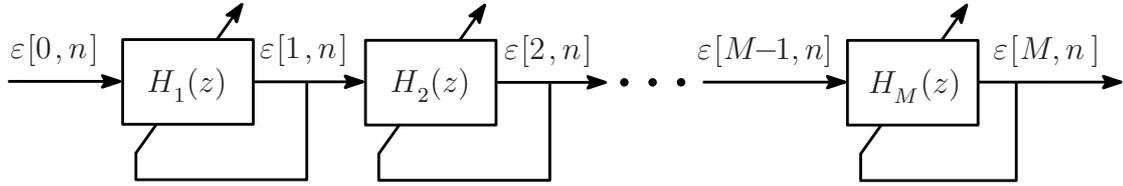


Figura 5.2: Seções ANF arranjadas em cascata. Cada seção é utilizada para rastrear uma componente senoidal.

da m -ésima seção pode ser escrita como

$$\varepsilon[m, n] = \varepsilon[m-1, n] \frac{A_m(q)}{A_m(\rho_m q)}. \quad (5.6)$$

onde n é o índice amostral e $\varepsilon[0, n]$ se refere ao sinal de entrada.

Rearranjando a Equação (5.6) e tomando sua derivada em relação ao parâmetro φ_l , obtém-se

$$\frac{\partial(A_m(\rho_m q)\varepsilon[m, n])}{\partial\varphi_l} = \frac{\partial(A_m(q)\varepsilon[m-1, n])}{\partial\varphi_l}. \quad (5.7)$$

Pela regra do produto, segue

$$\frac{\partial A_m(\rho_m q)}{\partial \varphi_l} \varepsilon[m, n] + \frac{\partial \varepsilon[m, n]}{\partial \varphi_l} A_m(\rho_m q) = \frac{\partial A_m(q)}{\partial \varphi_l} \varepsilon[m-1, n] + \frac{\partial \varepsilon[m-1, n]}{\partial \varphi_l} A_m(q). \quad (5.8)$$

Definindo a derivada $\psi_l[m, n] = -\frac{\partial \varepsilon[m, n]}{\partial \varphi_l}$, pode-se, através da Equação (5.4), reescrever (5.8) como

$$\begin{aligned} & \frac{\partial (1 + \rho_m(\varphi_N m^N + \dots + \varphi_1 m - 2)q^{-1} + \rho_m^2 q^{-2})}{\partial \varphi_l} \varepsilon[m, n] - \psi_l[m, n] A_m(\rho_m q^{-1}) = \\ & \frac{\partial (1 + (\varphi_N m^N + \dots + \varphi_1 m - 2)q^{-1} + q^{-2})}{\partial \varphi_l} \varepsilon[m-1, n] - \psi_l[m-1, n] A_m(q^{-1}), \end{aligned} \quad (5.9)$$

resultando em

$$\rho_m m^n \varepsilon[m, n-1] - \psi_l[m, n] A_m(\rho_m q) = m^n \varepsilon[m-1, n-1] - \psi_l[m-1, n] A_m(q). \quad (5.10)$$

A Equação (5.10) pode ser resolvida para $\psi_l[m, n]$:

$$\psi_l[m, n] = \frac{m^n (-\varepsilon[m-1, n-1] + \rho_m \varepsilon[m, n-1]) + \psi_l[m-1, n] A_m(q)}{A_m(\rho_m q)}. \quad (5.11)$$

A atualização dos parâmetros φ_l pode ser obtida através de um algoritmo de Erro de Equação (EE, do inglês *Equation Error*) [49, Cap. 9]. Para isto, deve-se primeiramente obter uma expressão recursiva para a derivada $\psi_l[m, n]$.

Definindo $\beta[m, n] = -\varepsilon[m-1, n-1] + \rho_m \varepsilon[m, n-1]$, pode-se reescrever (5.11) como

$$\psi_l[m, n] = \frac{m^n \beta[m, n] + \psi_l[m-1, n] A_m(q)}{A_m(\rho_m q)}. \quad (5.12)$$

Pode-se notar que $\psi_l[0, n] = -\frac{\partial \varepsilon[0, n]}{\partial \varphi_l} = 0$. Desse modo, para $m = 1$,

$$\psi_l[1, n] = \frac{\beta[1, n]}{A_1(\rho_m q)}. \quad (5.13)$$

Substituindo $A_m(q) = 1 + a_m q^{-1} + q^{-2}$ na Equação (5.13), obtém-se

$$\psi_l[m, n] = \frac{m^n \beta[m, n] + \psi_l[m-1, n] (1 + a_m q^{-1} + q^{-2})}{1 + \rho_m a_m q^{-1} + \rho_m^2 q^{-2}}. \quad (5.14)$$

Pode-se então, aplicando os operadores de atraso, obter $\psi_l[m, n]$ em formato recur-

sivo,

$$\begin{aligned} \psi_l[m, n] = & m^n \beta[m, n] - \rho_m a_m \psi_l[m, n-1] - \rho_m^2 \psi_l[m, n-2] \\ & + \psi_l[m-1, n] + a_m \psi_l[m-1, n-1] + \psi_l[m-1, n-2]. \end{aligned} \quad (5.15)$$

Pode-se então construir o algoritmo adaptativo usando a Equação (5.15), onde cada parâmetro φ_i é adaptado em função das M saídas da cascata de seções ANF: Sendo

$$\boldsymbol{\varphi}[n] = [\varphi_1[n] \varphi_2[n] \cdots \varphi_N[n]]^T,$$

$$\boldsymbol{\psi}[m, n] = [\psi_1[m, n] \psi_2[m, n] \cdots \psi_L[m, n]]^T,$$

λ um fator de esquecimento ($0 < \lambda \leq 1$) e

$\mathbf{P}_{m,n}$ a estimativa da inversa da matriz Hessiana referente à m -ésima seção IIR do filtro [50]¹.

Algoritmo 3

Algoritmo para a adaptação do modelo polinomial

1. **for** $m = 1$ to M **do**
 2. $a_m = \sum_{l=1}^L \varphi_l[n] m^l - 2,$
 3. $\varepsilon[m, n] = \varepsilon[m-1, n] + a_m \varepsilon[m-1, n-1] + \varepsilon[m-1, n-2]$
 $\quad - \rho_m a_m \varepsilon[m, n-1] - \rho_m^2 \varepsilon[m, n-2],$
 4. $\beta[m, n] = -\varepsilon[m-1, n-1] + \rho_m \varepsilon[m, n-1],$
 5. **for** $l = 1$ to L **do**
 6. $\psi_l[m, n] = m^n \beta[m, n] - \rho_m a_m \psi_l[m, n-1] - \rho_m^2 \psi_l[m, n-2]$
 $\quad + \psi_l[m-1, n] + a_m \psi_l[m-1, n-1] + \psi_l[m-1, n-2],$
 7. **end for**
 8. $\mathbf{P}_{m,n} = \left(\mathbf{P}_{m,n-1} - \frac{\mathbf{P}_{m,n-1} \boldsymbol{\psi}[m, n] \boldsymbol{\psi}^T[m, n] \mathbf{P}_{m,n-1}}{\lambda + \boldsymbol{\psi}^T[m, n] \mathbf{P}_{m,n-1} \boldsymbol{\psi}[m, n]} \right) \frac{1}{\lambda},$
 9. **end for**
 10. $\boldsymbol{\varphi}[n] = \boldsymbol{\varphi}[n-1] + \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \mathbf{P}_{m,n} \boldsymbol{\psi}[m, n] \varepsilon[m, n].$
-

¹Nesse caso, como existem L parâmetros adaptativos, $\mathbf{P}_{m,n}$ tem tamanho $L \times L$.

5.2.1 Adaptação do Raio dos Polos

Na implementação original do ANF de Nehorai [3], o raio dos polos foi implementado como uma função do tempo de acordo com

$$\rho[n+1] = \rho^0 \rho[n] + (1 - \rho^0) \rho^\infty, \quad (5.16)$$

onde ρ^0 uma constante com valor entre 0 e 1 e ρ^∞ é o valor final desejado para o raio. Nesta abordagem, o valor inicial do raio $\rho[1]$ deve ser escolhido de forma que cada *notch* tenha, no início da adaptação, largura suficiente para afetar uma extensa faixa frequencial. Ao longo do tempo, se $\rho^\infty > \rho[1]$, os *notches* ficam mais estreitos, possibilitando um rastreamento mais preciso. Esta implementação, eficaz na identificação das componentes senoidais de sinais estacionários, não funciona bem com sinais não-estacionários, dado que não há dependência entre a dinâmica das frequências das componentes de entrada e a largura dos *notches*.

Dragošević e Stanković [17, 25, 26] demonstraram que, utilizando a representação em cascata do filtro, a individualização e implementação adaptativa dos valores de ρ favorece o rastreamento de sinais não-estacionários. Como discutido na Seção 3.1, diferentemente do ALNF de Regalia, a adaptação do raio dos polos do ANF de Nehorai pode ser guiada através da minimização da energia do sinal de saída. No algoritmo recursivo desenvolvido em [17], os regressores $\psi_\rho[m, n]$, calculados como

$$\psi_\rho[m, n] = \frac{(a_m q^{-1} + 2\rho_m[n]q^{-2})\varepsilon[m, n]}{1 + a_m \rho_m[n]q^{-1} + \rho_m^2[n]q^{-2}}, \quad (5.17)$$

são utilizados para adaptar cada ρ_m através de

$$\rho_m[n+1] = \rho_m[n] + (1 - \lambda_\rho) R[m, n]^{-1} \psi_\rho[m, n] \varepsilon[m, n], \quad (5.18)$$

sendo

$$R[m, n] = R[m, n-1] + (1 - \lambda_\rho)(\psi_\rho^2[m, n] - R[m, n-1]). \quad (5.19)$$

5.2.2 Adaptação dos Fatores de Esquecimento

Assim como os raios dos polos, os fatores de esquecimento λ e λ_ρ também podem ser variantes no tempo e diferentes para cada seção. Resultados em [17] mostram que se pode aprimorar o rastreamento frequencial se o fator de esquecimento λ , referente à etapa 8 do Algoritmo (3), for implementado como

$$\lambda[m, n+1] = (1 - \delta)\lambda[m, n] + \delta \rho_m[n+1], \quad 0 < \delta \ll 1. \quad (5.20)$$

onde $\lambda_\rho[m, n]$ deve ser maior do que $\lambda[m, n]$ para que $\rho_m[n]$ varie mais lentamente do que a_m . Esta propriedade é implementada neste trabalho através das equações

$$\lambda[m, n + 1] = \min \{ (1 - \delta)\lambda[m, n] + \delta\rho_m[n+1]\kappa, \lambda_{\max} \} \quad (5.21)$$

e

$$\lambda_\rho[m, n + 1] = \min \{ (1 - \delta)\lambda_\rho[m, n] + \delta\rho_m[n+1]\kappa_\rho, \lambda_{\max} \}, \quad (5.22)$$

sendo κ e κ_ρ , valores reais ligeiramente maiores que 1.

5.3 Detalhes de Implementação

No rastreamento frequencial de um sinal com múltiplas componentes se faz necessário estabelecer restrições à dinâmica das variáveis adaptativas $\varphi_l[n]$ e $\rho_m[n]$ motivadas pelas características do sinal. As seções seguintes descrevem procedimentos para a realização dessas restrições. Considera-se que os sinais de entrada podem ser modelados como múltiplas componentes senoidais (parciais), quasi-harmônicas e não-estacionárias, inseridas em ruído branco Gaussiano.

5.3.1 Fatores de Qualidade Máximo e Mínimo

Como o rastreamento de um sinal ruidoso pode ser prejudicado se a largura de banda de um *notch* for reduzida excessivamente, cria-se um limite superior para ρ_m . Define-se este limite através de um fator de qualidade máximo Q_{\max} . O fator de qualidade de uma seção m pode ser calculado através de sua largura de banda, dada por [3]

$$BW[m, n] = \pi(1 - \rho_m[n]). \quad (5.23)$$

Assim, obtém-se o fator de qualidade

$$Q[m, n] = \frac{\omega_m[n]}{\pi(1 - \rho_m[n])}. \quad (5.24)$$

Dado Q_{\max} , segue que

$$\rho_{\max}[m, n] = 1 - \frac{\omega_m[n]}{Q_{\max}\pi}. \quad (5.25)$$

Também se define um limite inferior para $\rho_m[n]$ em função de um fator de qualidade mínimo Q_{\min} . O limite inferior ajuda a prevenir que uma seção atenuie significativamente componentes que devem ser rastreadas por seções vizinhas. O limite inferior

$\rho_{\min}[m, n]$ é dado por

$$\rho_{\min}[m, n] = 1 - \frac{\omega_m[n]}{Q_{\min}\pi}. \quad (5.26)$$

5.3.2 Inicialização

O rastreamento de parciais através de ANFs é sensível à inicialização dos coeficientes do filtro. Pode-se reduzir este problema inicializando-os de forma que as frequências de *notch* correspondentes estejam na vizinhança das frequências-alvo. Porém, este procedimento requer conhecimento prévio sobre o sinal analisado, o qual muitas vezes não está disponível. Por esse motivo apresenta-se um método de inicialização, em 3 passos, que prescinde de informações prévias sobre o sinal analisado.

No 1º passo utiliza-se uma única seção do filtro para localizar uma das parciais presentes no sinal. No 2º passo utiliza-se uma segunda seção, cascadeada com a primeira, para localizar e rastrear uma segunda parcial. No 3º passo utiliza-se o modelo polinomial proposto para rastrear M parciais do sinal analisado. Estes passos são detalhados a seguir.

1º passo

Inicializa-se a seção $m = 1$ do filtro de forma que sua frequência de *notch* esteja em uma posição arbitrária ω_1 . Devido à implementação adaptativa de ρ_1 , seu valor tende a aumentar quando a frequência de *notch* se aproximar da frequência de uma parcial qualquer. Este aumento é acompanhado pelo aumento do fator de qualidade $Q[1, n]$, através de (5.24). Desse modo, $Q[1, n]$ pode ser utilizado para indicar se uma parcial foi localizada. Como a evolução de $Q[1, n]$ pode ser ruidosa, utiliza-se como indicador uma versão suavizada dada por

$$\bar{Q}[m, n] = (1 - \delta_Q)\bar{Q}[m, n - 1] + \delta_Q Q[m, n], \quad 0 < \delta_Q \ll 1, \quad (5.27)$$

calculada para $m = 1$. O 2º passo se inicia quando $\bar{Q}[1, n]$ ultrapassar um limiar Q_T . Nesse ponto se conhece a frequência de uma das parciais do sinal mas não se sabe qual é sua posição na série de componentes quasi-harmônicas.

2º passo

Inicializa-se uma nova seção ANF de forma que sua frequência de *notch* ω_2 seja ligeiramente mais elevada que ω_1 . Como a parcial rastreada pela 1ª seção é atenuada em sua saída, a 2ª seção do filtro tende a rastrear outra parcial. A inicialização de ω_2 é realizada com uma frequência mais elevada porque ω_1 pode estar rastreando a frequência fundamental. Neste caso, a inicialização com uma frequência mais baixa poderia levar o *notch* a se dirigir para a frequência zero. Assim como no 1º passo, utiliza-se uma versão suavizada do fator de

qualidade da 2ª seção do filtro, calculada usando a Equação (5.27) com $m=2$, para indicar se outra parcial foi localizada.

Simultaneamente, para cada nova amostra n , calcula-se a razão entre as frequências de *notch* $\omega_1[n]$ e $\omega_2[n]$ na forma

$$r[n] = \frac{\min\{\omega_1[n], \omega_2[n]\}}{\max\{\omega_1[n], \omega_2[n]\}}, \quad (5.28)$$

e gera-se a versão suavizada $\bar{r}[n] = (1 - \delta_r)\bar{r}[n - 1] + \delta_r r[n]$, $0 < \delta_r \ll 1$.

O 3º passo se inicia quando $\bar{Q}[2, n]$ ultrapassar o limiar Q_T .

3º passo

No início do 3º passo, compara-se $\bar{r}[n]$ com os elementos de um conjunto r_h formado por razões entre pequenos números inteiros η e γ , onde $\eta < \gamma$, como $\{1/2, 1/3, 1/4, 2/3, 2/5, 3/4, 3/5, 4/5, 4/7, 5/6, 5/7, 6/7\}$. O valor de r_h mais próximo de $\bar{r}[n]$ é provavelmente igual à razão entre as posições das parciais rastreadas na série quasi-harmônica. O numerador correspondente η indica qual é a posição da parcial com frequência $\min\{\omega_1[n], \omega_2[n]\}$. Deste modo, pode-se inicializar os parâmetros φ_i do modelo polinomial através da resolução de um sistema composto pela Equação (5.5), resolvido para L valores arbitrários de m , sendo $\omega_m = (m/\eta) \min\{\omega_1[n], \omega_2[n]\}$. As razões no conjunto r_h foram escolhidas assumindo que nenhuma parcial, ou somente uma parcial, estaria localizada entre as frequências $\omega_1[n]$ e $\omega_2[n]$. Esta suposição é razoável desde que se inicialize $\omega_2[n]$ próxima a $\omega_1[n]$. Desse modo, é pouco provável que a segunda seção do filtro perca duas ou mais parciais subsequentes antes de conseguir iniciar um rastreamento.

Se $\omega_1[n]$ e $\omega_2[n]$ estiverem em relação de oitava, utiliza-se uma terceira seção do filtro para determinar se existe uma parcial com frequência intermediária. Inicializa-se esta seção com sua frequência de *notch* sobre o valor médio de $\omega_1[n]$ e $\omega_2[n]$. Ao longo do rastreamento, calcula-se a versão suavizada de seu fator de qualidade $Q[3, n]$ usando a Equação (5.27). Quando $\bar{Q}[3, n]$ ultrapassar o limiar Q_T , calcula-se

$$r_{\text{oct}} = \frac{\omega_3[n] - \min\{\omega_3[n], \omega_2[n]\}}{|\omega_2[n] - \omega_1[n]|}. \quad (5.29)$$

O subscrito ‘oct’ em r_{oct} se refere à palavra *octave*, dado que se busca desambiguar a ocorrência de parciais em relação de oitava. A localização de uma parcial entre $\omega_1[n]$ e $\omega_2[n]$ será indicada por $r_{\text{oct}} \cong 0,5$.

Pode-se, alternativamente à inicialização proposta, utilizar uma técnica híbrida que combine, por exemplo, uma análise espectral com a filtragem adaptativa.

Os valores utilizados na inicialização dos testes de rastreamento apresentados na Seção 5.4 são listados no Apêndice F. Estes valores foram escolhidos experimentalmente, buscando estabelecer uma inicialização que desse robustez ao rastreamento, independentemente das configurações dos testes realizados.

5.4 Testes de Rastreamento do Modelo Polinomial

Nesta seção mostram-se os resultados de testes de rastreamento realizados sobre sinais quasi-harmônicos. Os sinais de entrada $\varepsilon[0, n]$ são formados por parciais senoidais com evolução frequencial em *chirp* e distribuição dada pelo modelo (4.1).

$$\varepsilon[0, n] = \sum_{p=1}^P A_p \cos(\theta_p[n] + \phi_p) + b[n]. \quad (5.30)$$

Para uma dada parcial p , A_p é sua amplitude, ϕ_p é sua fase (aleatória) e $b[n]$ é ruído branco gaussiano. A frequência instantânea $\vartheta_p[n] = d(\theta_p[n])/dn$, alvo do rastreamento, é dada por

$$\vartheta_p[n] = p \vartheta_0[n] \sqrt{1 + Bp^2}. \quad (5.31)$$

Os parâmetros usados no testes foram: $P = 8$, $A_p = 1$, $\text{SNR} = 20$ dB, frequência de amostragem $f_s = 44,1$ kHz e coeficiente de inarmonicidade $B = 0,003$.

Utilizou-se um ANF composto por 7 seções e modelo polinomial com ordem 3 para rastrear as 7 primeiras parciais do sinal de entrada. Foram criadas, para cada sequência de frequências alvo testada, 8 realizações do sinal de entrada. Cada realização dura 1 segundo e possui um conjunto diferente de fases iniciais ϕ_p , definido aleatoriamente.

Na Figura 5.3 mostra-se o resultado de um rastreamento realizado sobre um sinal com frequência fundamental inicial $f_0[0] = 800$ Hz (sendo $f_0[0] = \vartheta_0[0](f_s/2\pi)$).

Pode-se observar que todos os passos ocorrem corretamente, com a localização de uma das parciais no 1º passo, de outra no 2º passo, e do conjunto das M primeiras parciais no 3º passo. Pode-se observar também um problema no uso da inicialização em passos: não se obtém estimativas de todas as frequências alvo durante os passos 1 e 2. Para solucionar este problema, pode-se continuar o rastreamento sobre o mesmo sinal invertido no tempo, isto é: sendo N a amostra final do sinal de entrada, continua-se o rastreamento usando o sinal $\varepsilon[0, n]$ para $n = \{N, N-1, N-2, \dots, 1\}$. Dessa forma, pode-se rastrear as frequências correspondentes à duração dos passos 1 e 2.

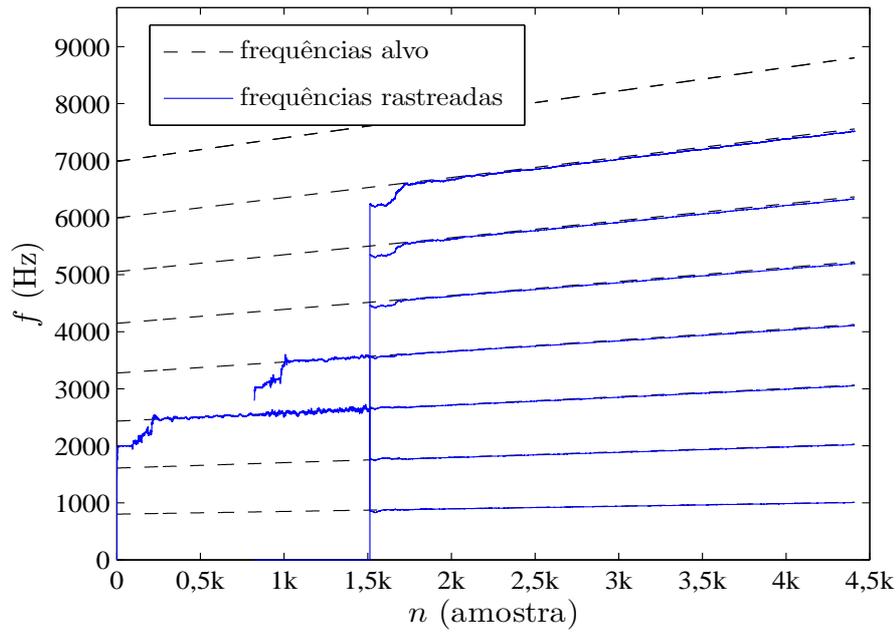


Figura 5.3: Rastreamento de parciais quasi-harmônicas em *chirp* com $f_0[0] = 800$ Hz. As trajetórias das frequências alvo são mostradas em linhas tracejadas e as frequências rastreadas são mostradas em linhas contínuas.

As Figuras 5.5 a 5.20 mostram os resultados dos testes realizados com $f_0[0] = 500$ Hz e $f_0[0] = 1$ kHz. Nelas, pode-se observar que as trajetórias rastreadas acompanham com proximidade as trajetórias das frequências alvo.

As Figuras 5.21 a 5.28 mostram os resultados dos testes realizados com frequência fundamental inicial igual a 350 Hz. Nota-se que a frequência mais baixa da série não pôde ser rastreada em todas as realizações. Esta perda reflete a dificuldade de rastrear parciais com frequências próximas de zero utilizando ANFs IIR em forma direta, como o ANF de Nehorai [51]. Regalia mostra em [1] que, para rastrear parciais com frequências próximas de zero ou da frequência de Nyquist, existe maior risco de instabilidade quando se utiliza ANFs IIR em forma direta do que quando se utiliza ANFs IIR em treliça (ALNFs). Apesar disso, as frequências de *notch* do filtro convergem para as outras frequências-alvo. Pode-se ressaltar que, neste caso, 350 Hz corresponde a apenas 1,6% da frequência de Nyquist.

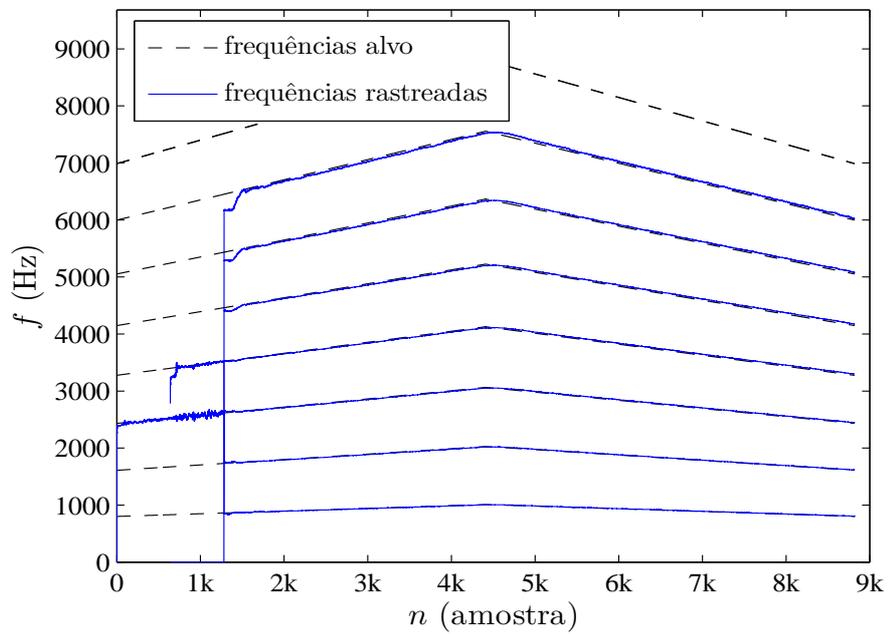


Figura 5.4: Rastreamento de parciais quasi-harmônicas em *chirp* com $f_0[0] = 800\text{Hz}$ usando reversão temporal do sinal de entrada.

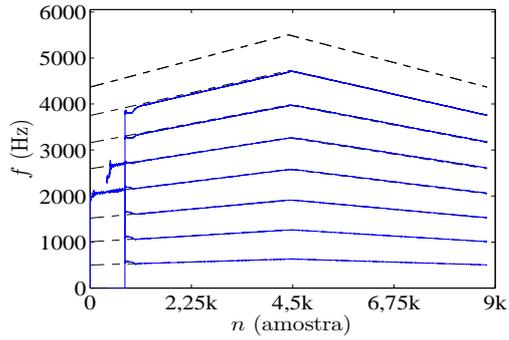


Figura 5.5: Realização 1, $f_0[0] = 500$ Hz.

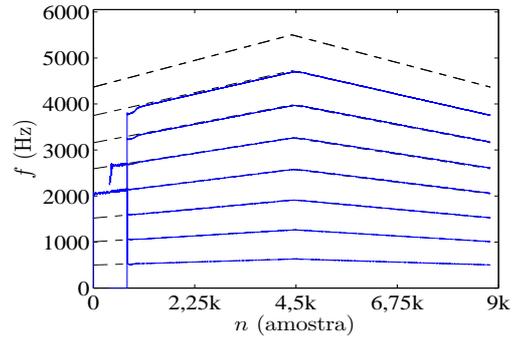


Figura 5.6: Realização 2, $f_0[0] = 500$ Hz.

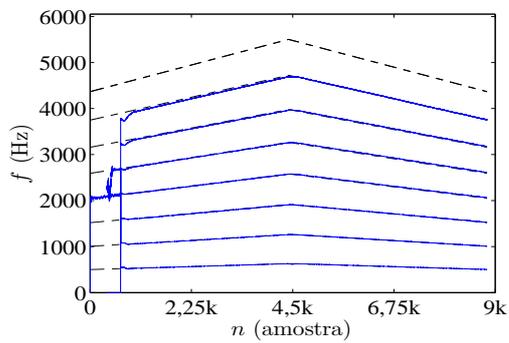


Figura 5.7: Realização 3, $f_0[0] = 500$ Hz.

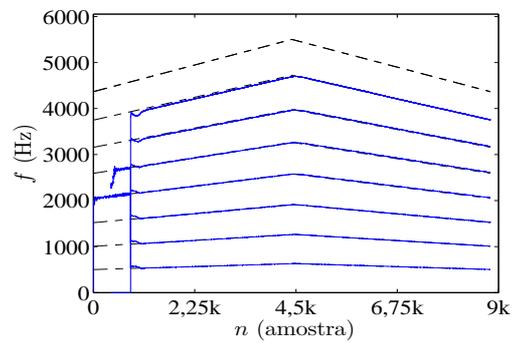


Figura 5.8: Realização 4, $f_0[0] = 500$ Hz.

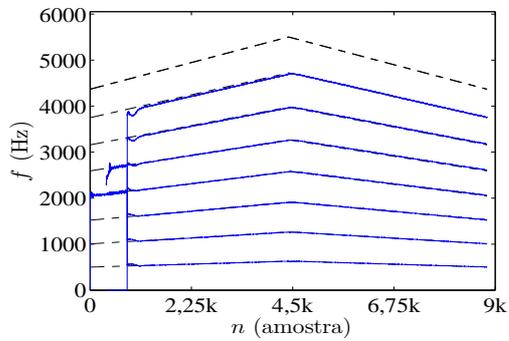


Figura 5.9: Realização 5, $f_0[0] = 500$ Hz.

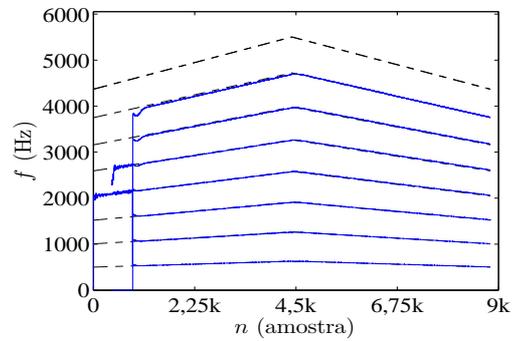


Figura 5.10: Realização 6, $f_0[0] = 500$ Hz.

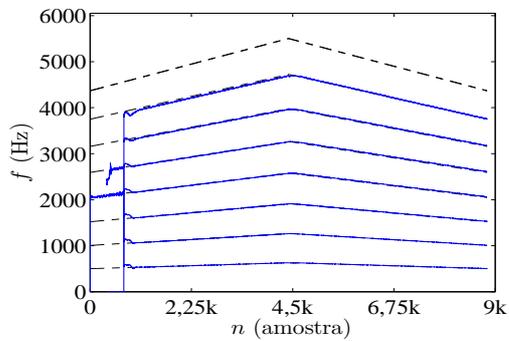


Figura 5.11: Realização 7, $f_0[0] = 500$ Hz.

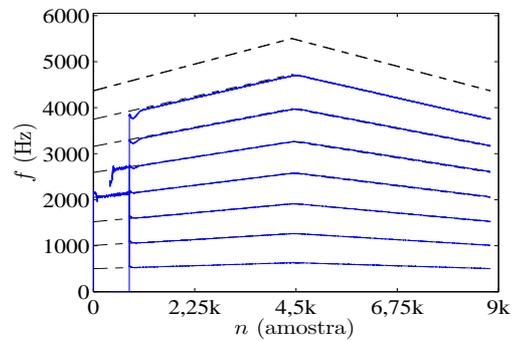


Figura 5.12: Realização 8, $f_0[0] = 500$ Hz.

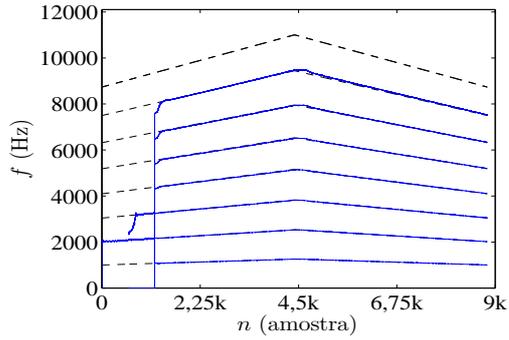


Figura 5.13: Realização 1, $f_0[0] = 1$ kHz.

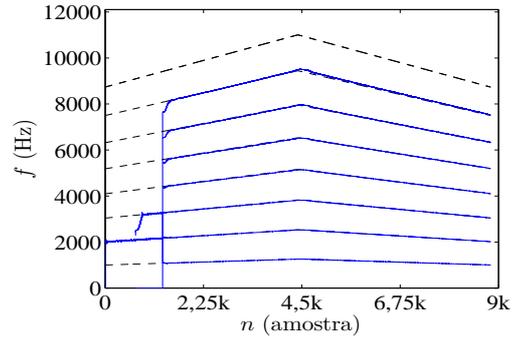


Figura 5.14: Realização 2, $f_0[0] = 1$ kHz.

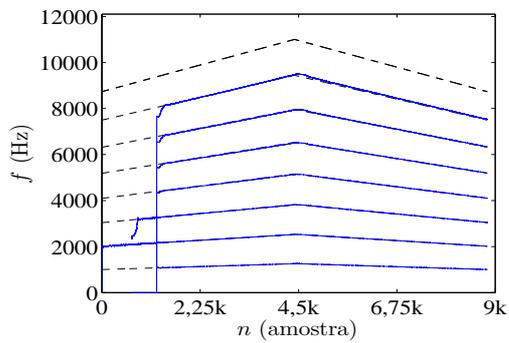


Figura 5.15: Realização 3, $f_0[0] = 1$ kHz.

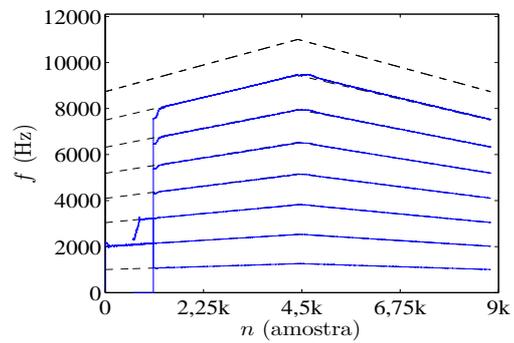


Figura 5.16: Realização 4, $f_0[0] = 1$ kHz.

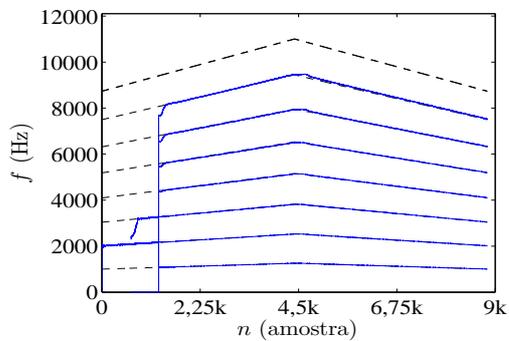


Figura 5.17: Realização 5, $f_0[0] = 1$ kHz.

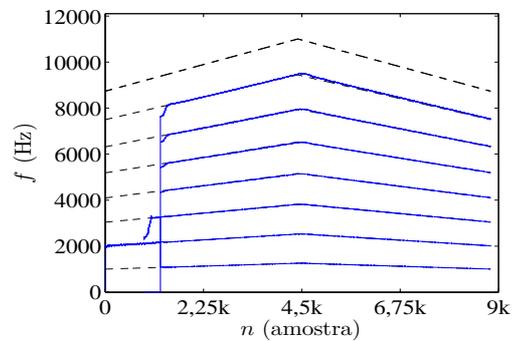


Figura 5.18: Realização 6, $f_0[0] = 1$ kHz.

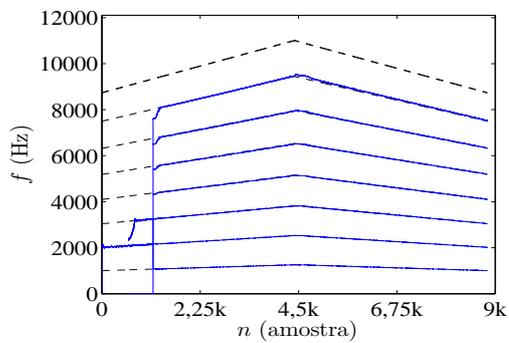


Figura 5.19: Realização 7, $f_0[0] = 1$ kHz.

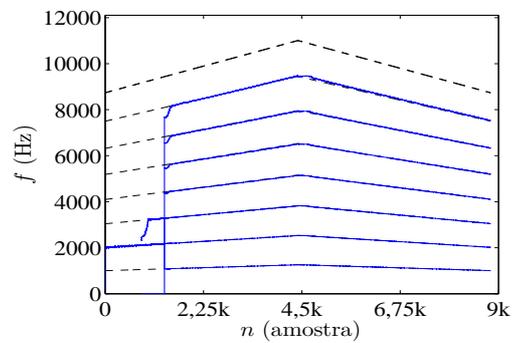


Figura 5.20: Realização 8, $f_0[0] = 1$ kHz.

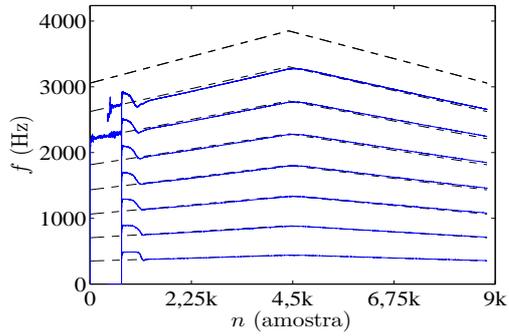


Figura 5.21: Realização 1, $f_0[0] = 350$ Hz.

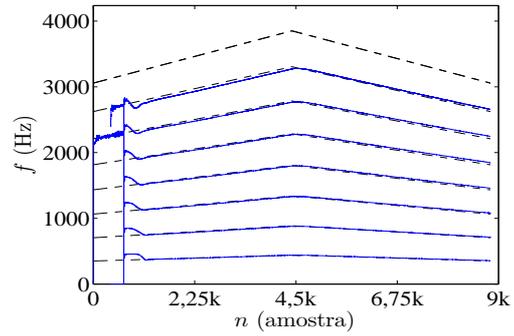


Figura 5.22: Realização 2, $f_0[0] = 350$ Hz.

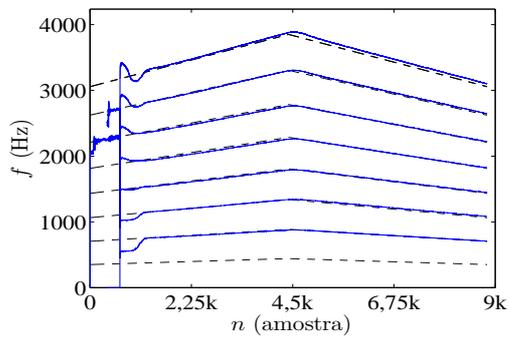


Figura 5.23: Realização 3, $f_0[0] = 350$ Hz.

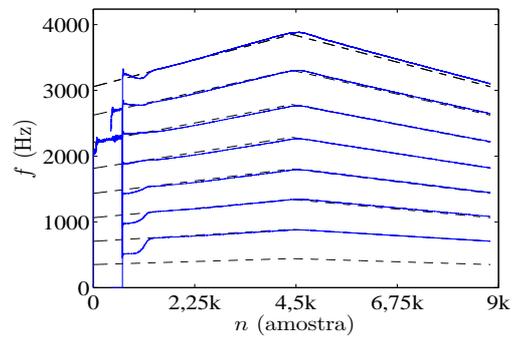


Figura 5.24: Realização 4, $f_0[0] = 350$ Hz.

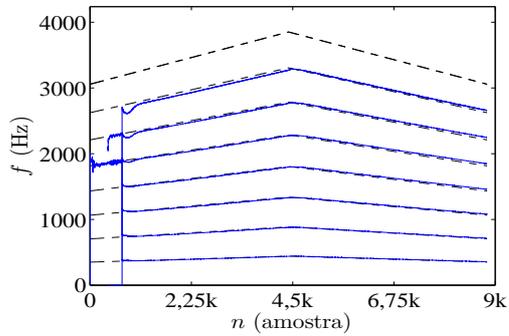


Figura 5.25: Realização 5, $f_0[0] = 350$ Hz.

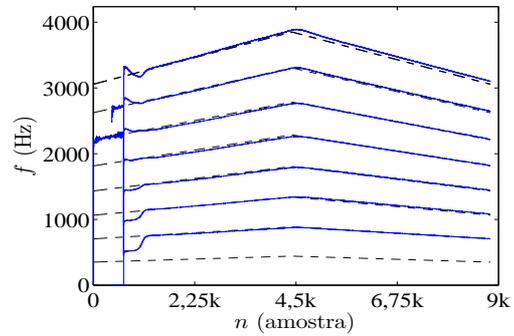


Figura 5.26: Realização 6, $f_0[0] = 350$ Hz.

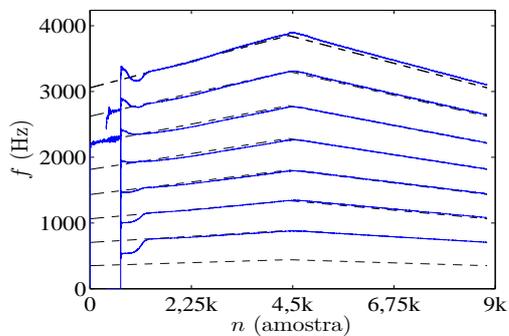


Figura 5.27: Realização 7, $f_0[0] = 350$ Hz.

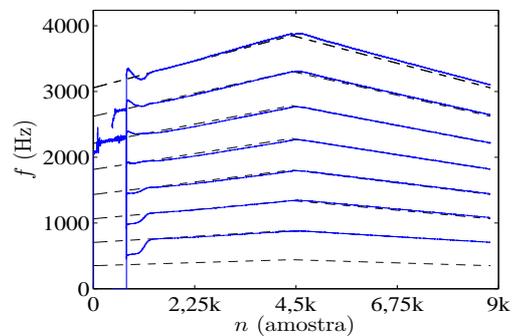


Figura 5.28: Realização 8, $f_0[0] = 350$ Hz.

A Figuras 5.29 a 5.36 mostram os resultados dos testes realizados com $f_0[0] = 1,5$ kHz. Pode-se observar que, com o crescimento da distância frequencial entre as parciais devido ao aumento da frequência fundamental e à inarmonicidade do sinal, o rastreamento da 7ª parcial pode sofrer um desvio em direção à trajetória frequencial da 8ª parcial. Isto ocorre porque a ordem escolhida para o modelo é pequena demais para possibilitar o rastreamento preciso das 7 primeiras parciais. Pode-se solucionar este problema aumentando a ordem do polinômio que modela os coeficientes a_m . As Figuras 5.37 a 5.44 mostram os resultados de testes realizados usando um polinômio de ordem 4. Nelas pode-se observar a correção dos desvios ocorridos no teste anterior. Por outro lado, o aumento da ordem do polinômio não pode ser usado para resolver o problema de rastreamento de baixas frequências. Este problema decorre da estrutura do filtro [1] e não reflete uma limitação do modelo polinomial no estabelecimento de coeficientes coerentes com uma série de parciais que contenha componentes com baixa frequência.

Buscou-se, com a utilização dos sinais sintéticos apresentados nesta seção, testar controladamente os limites do rastreamento através do modelo polinomial. Planeja-se futuramente estender os testes com a utilização de sinais reais.

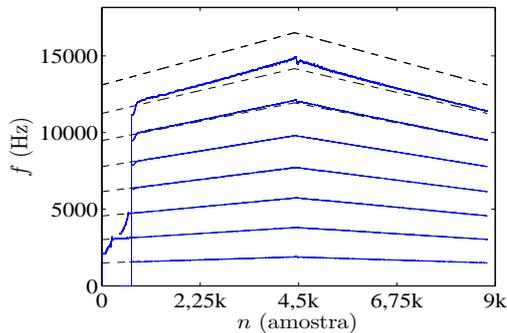


Figura 5.29: Realização 1, $f_0[0]=1,5$ kHz.

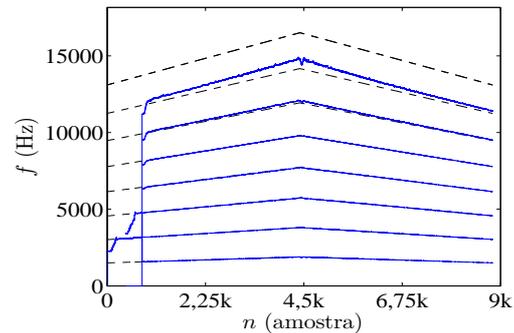


Figura 5.30: Realização 2, $f_0[0]=1,5$ kHz.

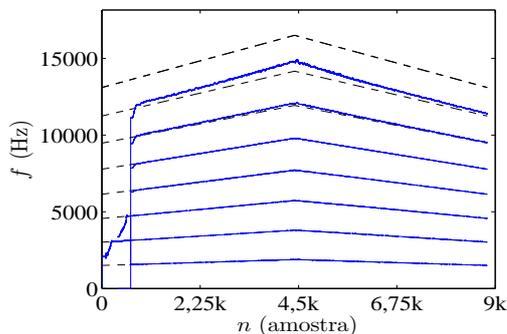


Figura 5.31: Realização 3, $f_0[0]=1,5$ kHz.

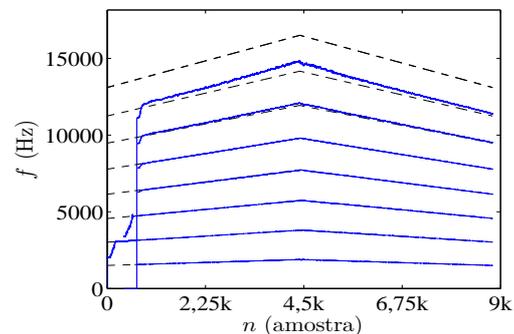


Figura 5.32: Realização 4, $f_0[0]=1,5$ kHz.

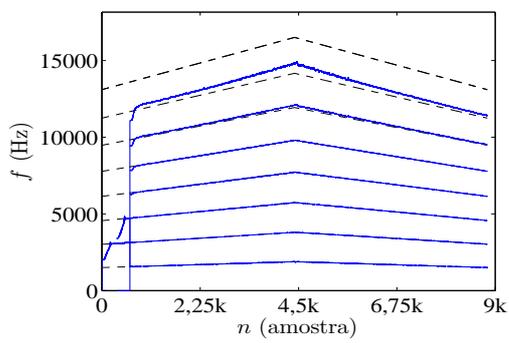


Figura 5.33: Realização 5, $f_0[0]=1,5\text{kHz}$.

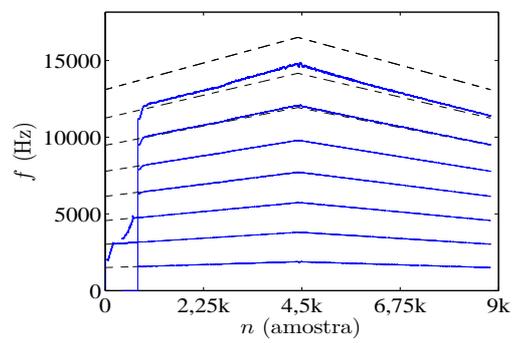


Figura 5.34: Realização 6, $f_0[0]=1,5\text{kHz}$.

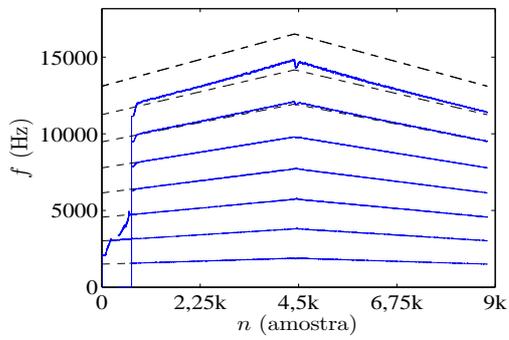


Figura 5.35: Realização 7, $f_0[0]=1,5\text{kHz}$.

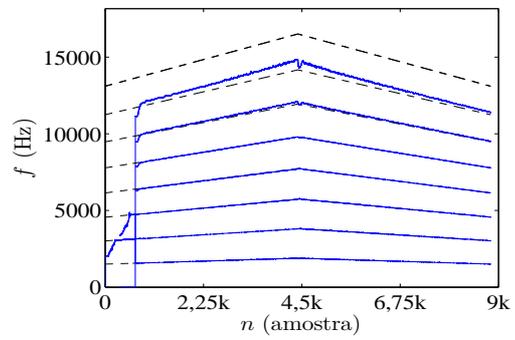


Figura 5.36: Realização 8, $f_0[0]=1,5\text{kHz}$.

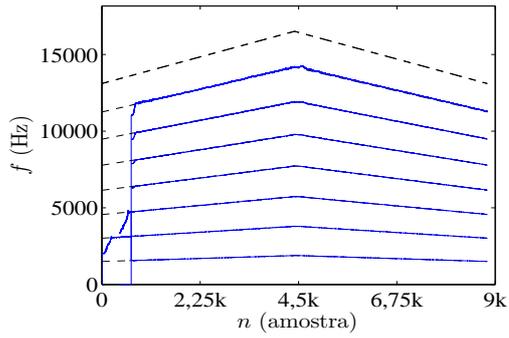


Figura 5.37:
Realização 1, $L = 4$, $f_0[0]=1,5$ kHz.

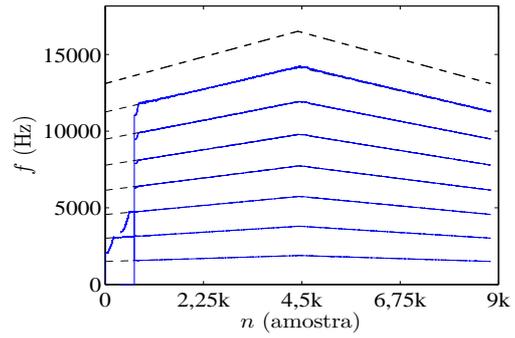


Figura 5.38:
Realização 2, $L = 4$, $f_0[0]=1,5$ kHz.

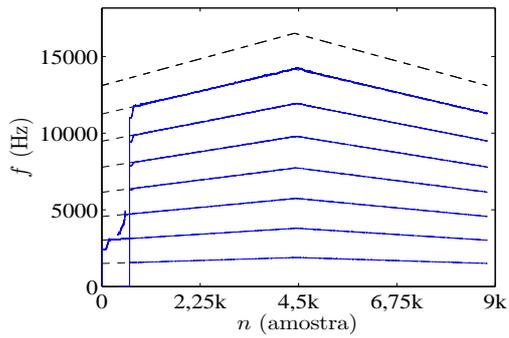


Figura 5.39:
Realização 3, $L = 4$, $f_0[0]=1,5$ kHz.

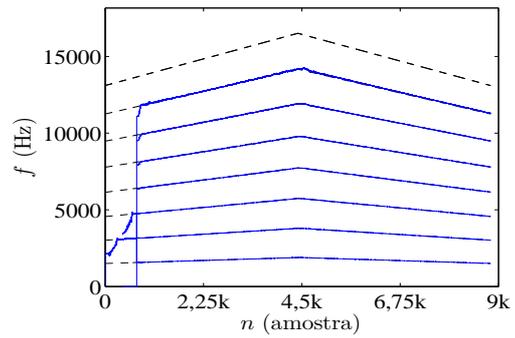


Figura 5.40:
Realização 4, $L = 4$, $f_0[0]=1,5$ kHz.

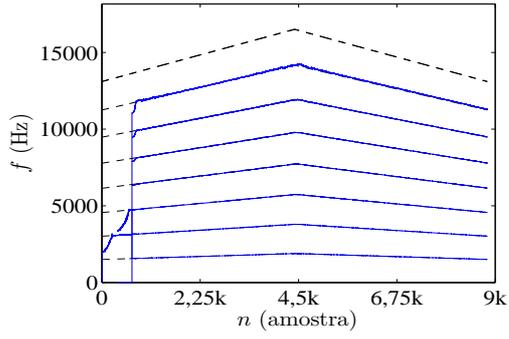


Figura 5.41:
Realização 5, $L = 4$, $f_0[0]=1,5$ kHz.

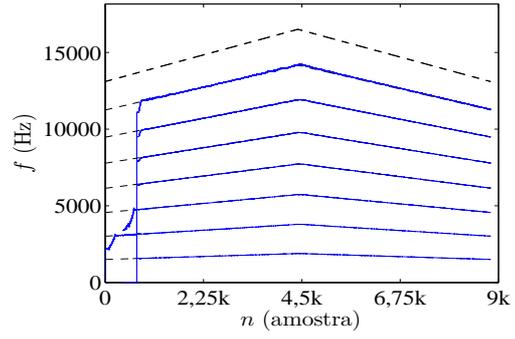


Figura 5.42:
Realização 6, $L = 4$, $f_0[0]=1,5$ kHz.

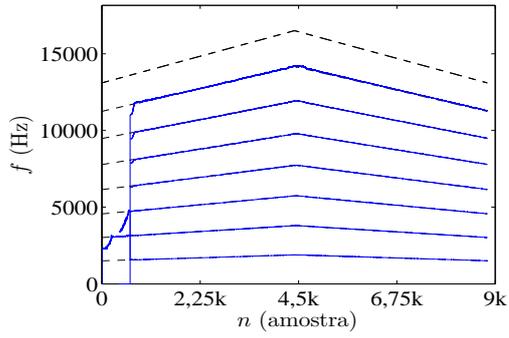


Figura 5.43:
Realização 7, $L = 4$, $f_0[0]=1,5$ kHz.

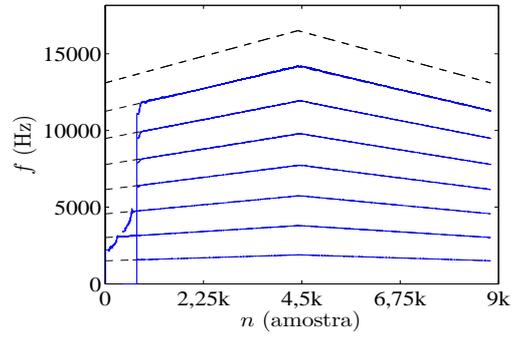


Figura 5.44:
Realização 8, $L = 4$, $f_0[0]=1,5$ kHz.

Capítulo 6

Filtros *Notch* Adaptativos com Coeficientes Definidos por um Modelo de Inarmonicidade

Dado que existem relações simples entre os coeficientes de ANFs de 2ª ordem e suas frequências de *notch*, como nas Equações (2.4) e (2.7), alguns algoritmos de rastreamento usam essas frequências diretamente como seus parâmetros adaptativos [52–55]. Esta abordagem também é usada em projetos de ANFs que conjugam modelos harmônicos com a adaptação direta de apenas um parâmetro frequencial. Neste caso, o parâmetro adaptativo é a frequência de *notch* associada à frequência fundamental do sinal, e as frequências dos outros *notches* são definidas pela série harmônica correspondente [4, 56]. Propõe-se neste capítulo uma abordagem similar, porém voltada para o processamento de sinais quasi-harmônicos gerados por instrumentos de corda.

Em vez de se utilizar apenas a frequência fundamental como parâmetro adaptativo, utilizam-se os parâmetros do modelo de inarmonicidade para cordas [27]: a frequência fundamental nominal e o coeficiente de inarmonicidade, discutidos no Capítulo 4. Deste modo, a adaptação das M seções do filtro passa a ser realizada através do ajuste de apenas 2 parâmetros.

Considerando que alguns instrumentos de corda podem gerar tons muito graves e que, para frequências muito baixas, o ANF de Nehorai apresenta problemas de rastreamento e de risco de instabilização [1, 51], opta-se por realizar o filtro usando o ALNF de coeficientes reais de Regalia.

A Figura 6.1 mostra a implementação em cascata deste filtro (similar à implementação em cascata do ANF de Nehorai), sendo $H_m(z)$ a função de transferência associada à seção m .

Pode-se então usar a Equação (4.1) para restringir as frequências de *notch* ao

6.1 Algoritmo para Filtragem Adaptativa Usando O Modelo de Inarmonicidade

Nesta seção desenvolve-se um algoritmo para a adaptação dos parâmetros $\hat{\omega}_0[n]$ e $\hat{B}[n]$. Assim como na Seção 5.2, este desenvolvimento visa à minimização da energia do sinal de saída de cada seção do filtro partindo do pressuposto que, se os *notches* forem suficientemente estreitos, cada seção pode ser adaptada independentemente.

Pode-se derivar um algoritmo do tipo LMS não-linear [57] para a adaptação de $\hat{\omega}_0[n]$ e $\hat{B}[n]$ a partir da fórmula de atualização por gradiente descendente. Considerando um parâmetro genérico β , sua atualização é dada por

$$\beta[n+1] = \beta[n] - \frac{1}{2}\mu \frac{\partial J[n]}{\partial \beta}, \quad (6.3)$$

onde $J[n]$ é uma função de custo. Nas aplicações de rastreamento frequencial através de filtros *notch* em cascata, define-se o erro do processo para uma seção como $e[m, n] = d[m, n] - \varepsilon[m, n]$, sendo o sinal desejado $d[m, n] = 0$. Deste modo, o erro quadrático se torna $e^2[m, n] = \varepsilon^2[m, n]$. Sendo $J[n]$ o erro quadrático médio, segue que

$$\frac{\partial J[n]}{\partial \beta} = \frac{\partial E \{ \varepsilon^2[m, n] \}}{\partial \beta} = 2E \left\{ \varepsilon[m, n] \frac{\partial \varepsilon[m, n]}{\partial \beta} \right\}. \quad (6.4)$$

Substituindo o valor esperado $E \left\{ \varepsilon[m, n] \frac{\partial \varepsilon[m, n]}{\partial \beta} \right\}$, desconhecido, pelo valor instantâneo $\varepsilon[m, n] \frac{\partial \varepsilon[m, n]}{\partial \beta}$ obtém-se a fórmula de atualização

$$\beta[n+1] = \beta[n] - \mu \varepsilon[m, n] \frac{\partial \varepsilon[m, n]}{\partial \beta}. \quad (6.5)$$

Deve-se agora calcular a derivada $\frac{\partial \varepsilon[m, n]}{\partial \beta}$ para $\beta[n] = \hat{\omega}_0[n]$ e $\beta[n] = \hat{B}[n]$.

O sinal de saída da m -ésima seção $\varepsilon[m, n]$ pode ser expresso, usando o operador atraso unitário q^{-1} , como

$$\varepsilon[m, n] = \varepsilon[m-1, n] H_m(q), \quad (6.6)$$

sendo

$$H_m(q) = \frac{1}{2} (1 + A_m(q)) \quad (6.7)$$

e

$$A_m(q) = \frac{\text{sen } \tau + \text{sen } \theta_m (1 + \text{sen } \tau) q^{-1} + q^{-2}}{1 + \text{sen } \theta_m (1 + \text{sen } \tau) q^{-1} + (\text{sen } \tau) q^{-2}}. \quad (6.8)$$

A partir da Equação (6.6), pode-se escrever

$$\frac{\partial (\varepsilon[m, n])}{\partial \beta} = \frac{\partial (\varepsilon[m-1, n] H_m(q))}{\partial \beta}. \quad (6.9)$$

Desse modo,

$$\frac{\partial (\varepsilon[m, n])}{\partial \beta} = \frac{\partial (\varepsilon[m-1, n])}{\partial \beta} H_m(q) + \varepsilon[m-1, n] \frac{\partial (H_m(q))}{\partial \beta}. \quad (6.10)$$

A Equação (6.10) pode ser reescrita como

$$\frac{\partial (\varepsilon[m, n])}{\partial \beta} = \frac{\partial (\varepsilon[m-1, n])}{\partial \beta} H_m(q) + \varepsilon[m-1, n] \frac{\partial (A_m(q))}{\partial \beta}. \quad (6.11)$$

O primeiro termo à direita da Equação (6.11) caracteriza uma recursão entre seções subsequentes. Deve-se portanto calcular as derivadas na mesma sequência de conexão dos filtros. Observa-se que, dado que o sinal de entrada $\varepsilon[0, n]$ independe dos parâmetros adaptativos,

$$\frac{\partial (\varepsilon[0, n])}{\partial \beta} H_m(q) = 0. \quad (6.12)$$

Fazendo as substituições $\theta_m[n] = \omega_m[n] - \pi/2$ e $\omega_m[n] = m \hat{\omega}_0[n] \sqrt{1 + \hat{B}[n] m^2}$, obtém-se para $\beta = \hat{\omega}_0$

$$\frac{\partial (A_m(q))}{\partial \hat{\omega}_0} = m \sqrt{1 + \hat{B}[n] m^2} \left(\frac{\text{sen } \omega_m[n] (1 + \text{sen } \tau) (-1 + \text{sen } \tau) (1 - q^{-2}) q^{-1}}{(1 - \cos \omega_m[n] (1 + \text{sen } \tau) q^{-1} + (\text{sen } \tau) q^{-2})^2} \right), \quad (6.13)$$

e para $\beta = \hat{B}[n]$

$$\frac{\partial (A_m(q))}{\partial \hat{B}} = \frac{m^3 \hat{\omega}_0[n]}{2 \sqrt{1 + \hat{B}[n] m^2}} \left(\frac{\text{sen } \omega_m[n] (1 + \text{sen } \tau) (-1 + \text{sen } \tau) (1 - q^{-2}) q^{-1}}{(1 - \cos \omega_m[n] (1 + \text{sen } \tau) q^{-1} + (\text{sen } \tau) q^{-2})^2} \right). \quad (6.14)$$

As Equações (6.13) e (6.14) são dadas em função de um mesmo termo

$$M(q) = \left(\frac{\text{sen } \omega_m[n] (1 + \text{sen } \tau) (-1 + \text{sen } \tau) (1 - q^{-2}) q^{-1}}{(1 - \cos \omega_m[n] (1 + \text{sen } \tau) q^{-1} + (\text{sen } \tau) q^{-2})^2} \right). \quad (6.15)$$

Regalia apresentou em [22, p. 575] um algoritmo adaptativo que visa à adaptação de θ , em função do termo $M(q)$. Para isto utilizou uma treliça adicional. Na sua implementação, porém, não aparece a recursão estabelecida na Equação (6.11).

Definindo as funções

$$g_{\omega_0}[m, n] = \varepsilon[m-1, n] \frac{\partial (A_m(q))}{\partial \hat{\omega}_0} \quad (6.16)$$

e

$$g_B[m, n] = \varepsilon[m-1, n] \frac{\partial (Am(q))}{\partial \hat{B}}, \quad (6.17)$$

pode-se montar a estrutura, mostrada na Figura 6.3 em função do parâmetro genérico β , para o cálculo de $\frac{\partial (\varepsilon[m, n])}{\partial \hat{\omega}_0}$ e $\frac{\partial (\varepsilon[m, n])}{\partial \hat{B}}$.

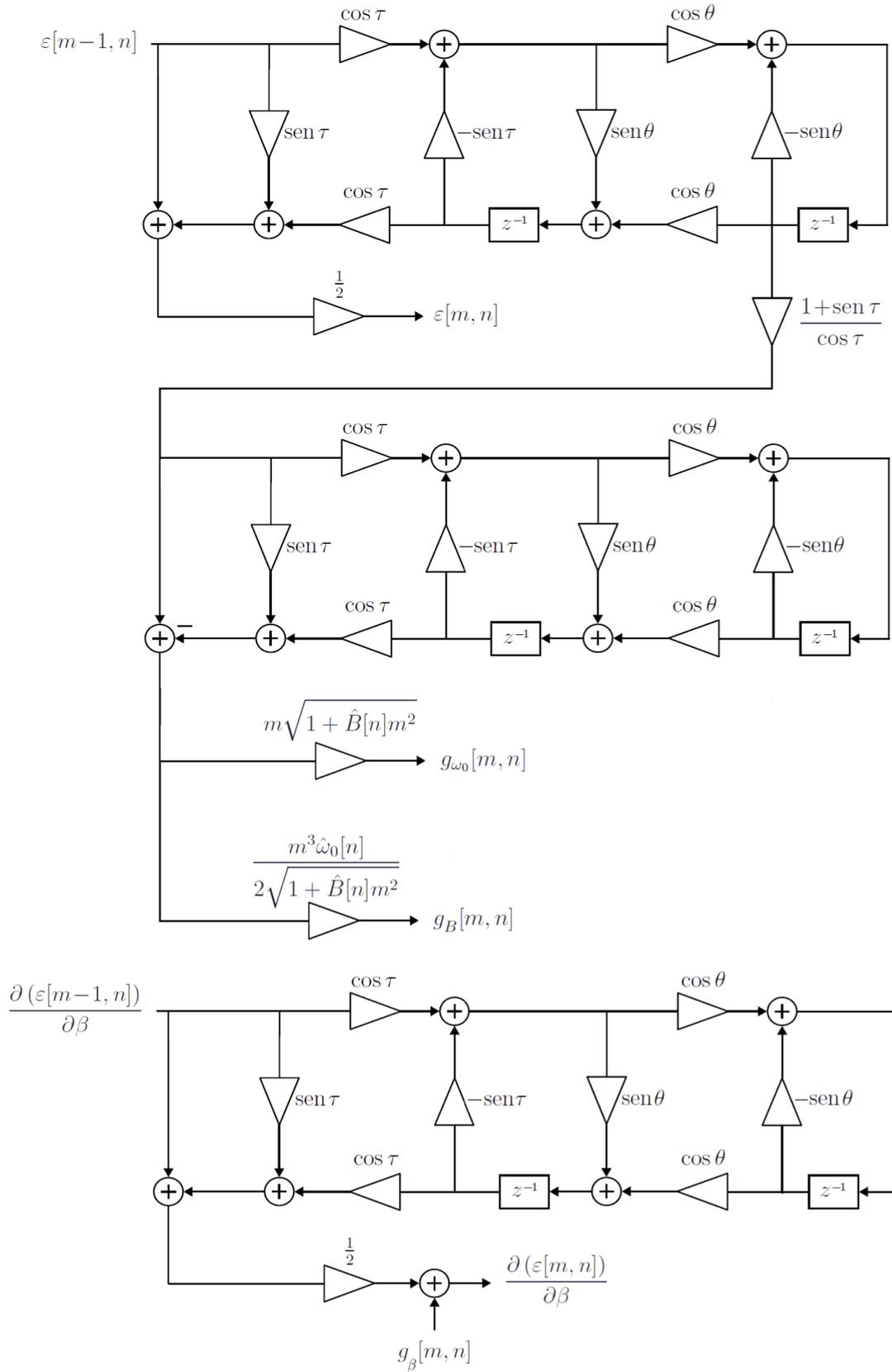


Figura 6.3: Estrutura para o cálculo de $\frac{\partial(\epsilon[m, n])}{\partial \beta}$

6.1.1 Implementação Detalhada

Nesta seção detalha-se o procedimento de implementação do algoritmo para filtragem adaptativa usando o modelo de inarmonicidade. No Apêndice G encontram-se os valores de inicialização do algoritmo utilizados na estimação de coeficientes de inarmonicidade descrita na Seção 6.2.

Procedimento

Para cada nova amostra n , atualize o passo μ como $\mu = a\mu + (1 - a)\mu_{\max}$, sendo a uma constante com valor entre 0 e 1 e μ_{\max} o valor limite de μ . O objetivo é aumentar gradualmente os passos de adaptação, evitando assim ajustes muito rápidos durante o período de ataque da nota. Nesse período a distribuição de energia no espectro frequencial é usualmente mais complexa do que as distribuições observadas nos períodos de decaimento e sustentação. A adaptação mais lenta ajuda a evitar que os *notches* se encaminhem para frequências de componentes transitórias.

Realize a filtragem usando, para $m = 1$ até M , os 10 passos a seguir:

1: Para a 1ª treliça, calcule

$$\begin{bmatrix} g_1[m, n] \\ p_1[m, n] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \tau & -\text{sen } \tau \\ \text{sen } \tau & \cos \tau \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon[m-1, n] \\ y_1[m, n] \end{bmatrix},$$

$$\varepsilon[m, n] = \frac{1}{2} (\varepsilon[m-1, n] + p_1[m, n]),$$

$$\varepsilon_a[m, n] = \frac{1}{2} (\varepsilon[m-1, n] - p_1[m, n]),$$

$$f_1[m, n] = x_1[m, n] \left(\frac{1 + \text{sen } \tau}{\cos \tau} \right).$$

2: Para a 2ª treliça, calcule

$$\begin{bmatrix} g_2[m, n] \\ p_2[m, n] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \tau & -\text{sen } \tau \\ \text{sen } \tau & \cos \tau \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1[m, n] \\ y_2[m, n] \end{bmatrix},$$

$$g_{\omega_0}[m, n] = (f_1[m, n] - p_2[m, n]) m \sqrt{1 + \hat{B}[n]m^2},$$

$$g_B[m, n] = (f_1[m, n] - p_2[m, n]) \frac{m^3 \hat{\omega}_0[n]}{2\sqrt{1 + \hat{B}[n]m^2}}.$$

3: Para a treliça que recebe $\frac{\partial(\varepsilon[m-1, n])}{\partial \hat{\omega}_0}$, calcule

$$\begin{bmatrix} g_3[m, n] \\ p_3[m, n] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \tau & -\text{sen } \tau \\ \text{sen } \tau & \cos \tau \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial(\varepsilon[m-1, n])}{\partial \hat{\omega}_0} \\ y_3[m, n] \end{bmatrix},$$

$$\frac{\partial(\varepsilon[m, n])}{\partial \hat{\omega}_0} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial(\varepsilon[m-1, n])}{\partial \hat{\omega}_0} + p_3[m, n] \right) + g_{\omega_0}[m, n].$$

4: Normalize o passo $\hat{\mu}_{\omega_0}[m]$ referente à adaptação do parâmetro $\hat{\omega}_0[n]$.

$$P_{\omega_0}[m] = P_{\omega_0}[m]a + \left(\frac{\partial(\varepsilon[m, n])}{\partial \hat{\omega}_0} \right)^2 (1 - a),$$

$$\hat{\mu}_{\omega_0}[m] = \frac{\mu}{P_{\omega_0}[m] + \delta},$$

$$\hat{\mu}_{\omega_0}[m] = \max(\hat{\mu}_{\omega_0}[m], \mu_{\min}).$$

5: Para a treliça que recebe $\frac{\partial(\varepsilon[m-1, n])}{\partial \hat{B}}$, calcule

$$\begin{bmatrix} g_4[m, n] \\ p_4[m, n] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \tau & -\text{sen } \tau \\ \text{sen } \tau & \cos \tau \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial(\varepsilon[m-1, n])}{\partial \hat{B}} \\ y_4[m, n] \end{bmatrix},$$

$$\frac{\partial(\varepsilon[m, n])}{\partial \hat{B}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial(\varepsilon[m-1, n])}{\partial \hat{B}} + p_4[m, n] \right) + g_B[m, n].$$

6: Normalize o passo $\hat{\mu}_B[m]$ referente à adaptação do parâmetro $\hat{B}[n]$.

$$P_B[m] = P_B[m]a + \left(\frac{\partial(\varepsilon[m, n])}{\partial \hat{B}} \right)^2 (1 - a).$$

$$\hat{\mu}_B[m] = \frac{\mu}{P_B[m] + \delta},$$

$$\hat{\mu}_B[m] = \max(\hat{\mu}_B[m], \mu_{\min}).$$

7: Atualize a estimativa da frequência da m -ésima parcial e calcule θ para completar os cálculos das treliças.

$$\hat{\omega}_m[n] = m \hat{\omega}_0[n] \sqrt{1 + \hat{B}[n]m^2},$$

$$\theta = \hat{\omega}_m[n] - \frac{\pi}{2}.$$

8: Se $\hat{\omega}_m[n]$ se aproximar π , desative a seção.

if $\hat{\omega}_m[n] > 0,98\pi$ **then**

$$M = M - 1,$$

endif

9: Calcule as contribuições da seção m às adaptações dos parâmetros $\hat{\omega}_0[n]$ e $\hat{B}[n]$.

$$\text{temp}_{\hat{\omega}_0}[m] = -\hat{\mu}_{\omega_0}[m]\varepsilon[m+1, n] \frac{\partial(\varepsilon[m, n])}{\partial \hat{\omega}_0},$$

$$\text{temp}_{\hat{B}}[m] = -\hat{\mu}_B[m]\varepsilon[m+1, n] \frac{\partial(\varepsilon[m, n])}{\partial \hat{B}}.$$

10: Complete os cálculos das treliças.

$$\begin{bmatrix} x_1[m, n+1] \\ y_1[m, n+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\text{sen } \theta \\ \text{sen } \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_1[m, n] \\ x_1[m, n] \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} x_2[m, n+1] \\ y_2[m, n+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\text{sen } \theta \\ \text{sen } \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_2[m, n] \\ x_2[m, n] \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} x_3[m, n+1] \\ y_3[m, n+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\text{sen } \theta \\ \text{sen } \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_3[m, n] \\ x_3[m, n] \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} x_4[m, n+1] \\ y_4[m, n+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\text{sen } \theta \\ \text{sen } \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_4[m, n] \\ x_4[m, n] \end{bmatrix}.$$

A adaptação dos parâmetros é realizada usando as medianas das contribuições das M seções do filtro:

$$\hat{\omega}_0[n] = \hat{\omega}_0[n-1] + \text{mediana}(\text{temp}_{\hat{\omega}_0}[1, \dots, M]); \quad (6.18)$$

$$\hat{B}[n] = \hat{B}[n-1] + \text{mediana}(\text{temp}_{\hat{B}}[1, \dots, M]). \quad (6.19)$$

Quando for o caso, o conhecimento prévio de qual nota está sendo analisada pode ser utilizado para restringir a adaptação de $\hat{\omega}_0[n]$ a uma faixa de valores pré-estabelecida. No método de estimação do coeficiente de inarmonicidade mostrado

na Seção 6.2, utilizam-se limites de 1/4 de tom para cima e para baixo do valor que a frequência fundamental teria caso seguisse a série harmônica $f_0(\ell) = 27,5 \times 2^{(\ell-21)/12}$ Hz, sendo ℓ o índice MIDI das notas.

Na Seção 6.2, utilizam-se também restrições aos valores de $\hat{B}[n]$. O mínimo valor permitido durante a adaptação é zero, e o máximo é 0,05 (valor maior que o máximo coeficiente de inarmonicidade esperado para um piano).

Antes de incrementar o índice amostral n verifica-se, de acordo com os valores de $\hat{\omega}_0[n]$ e $\hat{B}[n]$, qual é o valor de $\hat{\omega}_m$ para $m = M + 1$. Se esta frequência for menor que $0,98\pi$, faz-se $M = M + 1$ e inicializa-se um novo *notch* sobre essa frequência, guardando assim uma margem de segurança de, pelo menos, $0,02\pi$ até o limite π .

6.1.2 Controle da Atividade das Seções ALNF

Durante o processo de rastreamento, parte das M seções ALNF pode estar filtrando apenas ruído. Isto ocorre principalmente por causa de quedas na energia de parciais ou pela perda de rastreamento de parciais ativas. Os gradientes calculados a partir dessas seções não são confiáveis para guiar a adaptação das estimativas da frequência fundamental e do coeficiente de inarmonicidade.

Pode-se resolver este problema através da observação dos sinais $\varepsilon_a[m, n]$, que são as saídas das configurações passa-faixa complementares aos filtros *notch*.

$$\varepsilon_a[m, n] = \frac{1}{2} (\varepsilon[m-1, n] - p_1[m, n]).$$

Se uma seção m estiver rastreando com sucesso uma parcial, o espectro de $\varepsilon_a[m, n]$ apresentará baixa planura. Se o rastreamento dessa parcial for perdido, o espectro de $\varepsilon_a[m, n]$ apresentará aumento da planura. Esta propriedade pode ser utilizada para decidir se os valores dos gradientes

$$\frac{\partial(\varepsilon[m, n])}{\partial\hat{\omega}_0} \quad \text{e} \quad \frac{\partial(\varepsilon[m, n])}{\partial\hat{B}},$$

referentes a essa seção, devem ser utilizados ou descartados.

Utiliza-se a medida de planura espectral F proposta por Madhu [58] que, diferentemente da medida usual realizada como a razão entre a média geométrica e a média aritmética do espectro de magnitude [59, Cap. 6], apresenta resultados consistentes mesmo se o espectro analisado apresentar raias com valor zero. A medida F retorna valores contidos entre 0 e 1, onde valores próximos a 1 indicam espectros com forte planura e valores próximos a 0 indicam espectros com baixa planura.

Calcula-se F usando a magnitude da transformada de Fourier de tempo curto (STFT, do inglês *Short-time Fourier Transform*) sobre blocos de 25 ms de sinal com superposição de 75% entre blocos subsequentes. Para cada cálculo realizado, se um

limiar \mathcal{T} for ultrapassado, excluem-se os próximos gradientes da seção correspondente dos cálculos de atualização dos parâmetros $\hat{\omega}_0$ e \hat{B} . Esta situação é mantida enquanto a medida estiver acima do limiar.

Detalhamento

Durante o rastreamento calcula-se F para cada seção m a cada 25 ms aproximadamente. O número de amostras \mathcal{N} referente a esse período é calculado como

$$\mathcal{N} = \mathbf{round}(25 \text{ ms} \times f_s), \quad (6.20)$$

sendo **round** a função arredondamento e f_s a taxa de amostragem.

Pode-se descrever o sinal que compõe o q -ésimo bloco relativo à seção m , usando um índice amostral auxiliar $n \in \{0, \dots, \mathcal{N}-1\}$, como

$$\varepsilon_a^q[m, n] = \begin{cases} \varepsilon_a[m, n + qS], & \text{para } 0 \leq n \leq \mathcal{N}-1, \\ 0, & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (6.21)$$

sendo $S = \mathcal{N}/4$ o número de amostras do salto entre janelas subsequentes. Para realizar o cálculo de F não se aplicou uma janela de suavização à sequência $\varepsilon_a^q[m, n]$.

Calcula-se $\mathcal{E}_a^q[m, \kappa]$, a STFT de $\varepsilon_a^q[m, n]$, usando a Transformada Rápida de Fourier (FFT, do inglês *Fast Fourier Transform*). Preenche-se com zeros a sequência $\varepsilon_a^q[m, n]$ para obter um número total de amostras igual à primeira potência de 2 maior que \mathcal{N} [60, pp. 176–184].

Deve-se então normalizar o espectro de magnitude como

$$\tilde{\mathcal{E}}_a^q[m, \kappa] = \frac{|\mathcal{E}_a^q[m, \kappa]|}{\sum_{\kappa} |\mathcal{E}_a^q[m, \kappa]|}. \quad (6.22)$$

A medida de planura espectral $F(\tilde{\mathcal{E}}_a^q[m, \kappa])$, obtida em função de $\tilde{\mathcal{E}}_a^q[m, \kappa]$, é dada por

$$F(\tilde{\mathcal{E}}_a^q[m, \kappa]) = -1 + 2 \left(-\frac{1}{\log_2(\mathcal{K})} \sum_{\kappa=0}^{\mathcal{K}-1} \left(\tilde{\mathcal{E}}_a^q[m, \kappa] \log_2 \tilde{\mathcal{E}}_a^q[m, \kappa] \right) \right). \quad (6.23)$$

6.2 Estimação do Coeficiente de Inarmonicidade

A estimação dos coeficientes de inarmonicidade de instrumentos de cordas pode ser utilizada como técnica auxiliar à síntese digital [30, 38, 61, 62] ou à transcrição musical automática [63, 64]. Métodos de estimação de coeficientes de inarmonicidade são

usualmente testados usando gravações de piano. O motivo é, além da importância do instrumento, a grande variedade de comprimentos, larguras e tensões entre suas cordas. Isto implica uma grande extensão de coeficientes de inarmonicidade para um único instrumento. Cada piano possui um conjunto único de coeficientes de inarmonicidade dado em função das características de seu encordoamento.

Nesta seção, aplica-se a filtragem adaptativa usando o modelo de inarmonicidade para estimar os coeficientes referentes a notas reais e sintéticas de piano. A estimação é realizada a partir de gravações individuais de cada nota, usando o conhecimento de qual nota se está analisando [28, 31, 47, 65]. Os resultados da aplicação deste método a sinais reais da base RWC [66], cujos valores de referência não são conhecidos, são comparados aos resultados apresentados recentemente em [47]. Os resultados da aplicação do método a sinais sintéticos disponibilizados por Rauhala *et al.* [67], cujos valores de referência são conhecidos, são comparados aos resultados apresentados em [28].

6.2.1 Testes Sobre Sinais Reais

A avaliação do método sobre sinais reais de piano é realizada de acordo com a abordagem proposta em [47]. Esta abordagem trata o problema de avaliação dos resultados da estimação dos coeficientes de inarmonicidade de sinais dos quais não se conhece os valores de referência. Neste caso, avalia-se quão bem os resultados do método se ajustam ao modelo teórico para os coeficientes de inarmonicidade (4.3,4.4,4.5) proposto em [31]. O modelo é repetido a seguir:

$$B_b(\ell) = e^{b_B(\ell)} + e^{b_T(\ell)}, \quad (6.24)$$

sendo $\ell = \{21, \dots, 108\}$ (índices MIDI das notas) e

$$b_B(\ell) = s_B \ell + y_B, \quad (6.25)$$

$$b_T(\ell) = s_T \ell + y_T. \quad (6.26)$$

Os parâmetros do modelo são obtidos fazendo-se o ajuste da curva $B_b(\ell)$ aos coeficientes estimados $\hat{B}(\ell)$ através da minimização da Equação (6.27).

$$O_2 = \frac{1}{2} \sum_{\ell} |\ln(\hat{B}(\ell)) - \ln(B_b(\ell))|^2. \quad (6.27)$$

Utilizam-se os logaritmos de $\hat{B}(\ell)$ e $B_b(\ell)$ devido ao comportamento dos coeficientes em função de ℓ . De acordo com o modelo teórico de inarmonicidade os coeficientes podem ser representados numa escala logarítmica como a soma de duas assíntotas [31]. Os parâmetros do modelo são inicializados como $s_B = -0,09$,

$y_B = -6,87$, $s_T = 0,09$ e $y_T = -13,70$ [47]. A minimização de O_2 é realizada usando o algoritmo *Scaled Conjugate Gradient* [68], implementado nesta tese usando o *toolbox* Netlab [69][70, pp. 34–35], com os gradientes

$$\frac{\partial O_2}{\partial s_B} = - \sum_{\ell} \left(\ln(\hat{B}(\ell)) - \ln(B_b(\ell)) \right) \frac{\ell e^{(s_B \ell + y_B)}}{B_b(\ell)}, \quad (6.28)$$

$$\frac{\partial O_2}{\partial y_B} = - \sum_{\ell} \left(\ln(\hat{B}(\ell)) - \ln(B_b(\ell)) \right) \frac{e^{(s_B \ell + y_B)}}{B_b(\ell)}, \quad (6.29)$$

$$\frac{\partial O_2}{\partial s_T} = - \sum_{\ell} \left(\ln(\hat{B}(\ell)) - \ln(B_b(\ell)) \right) \frac{\ell e^{(s_T \ell + y_T)}}{B_b(\ell)}, \quad (6.30)$$

$$\frac{\partial O_2}{\partial y_T} = - \sum_{\ell} \left(\ln(\hat{B}(\ell)) - \ln(B_b(\ell)) \right) \frac{e^{(s_T \ell + y_T)}}{B_b(\ell)}. \quad (6.31)$$

Na estimação dos 88 coeficientes referentes a um piano, os métodos de estimação podem apresentar valores incompatíveis com uma curva modelada através das Equações (6.24–6.26), particularmente para as notas mais altas [47]. Por isto selecionam-se para o ajuste, para cada ℓ , apenas valores de $\hat{B}(\ell)$ entre $0.1B_{b_0}(\ell)$ e $10B_{b_0}(\ell)$, sendo $B_{b_0}(\ell)$ os valores de $B_b(\ell)$ obtidos na inicialização do ajuste.

A avaliação global da qualidade das estimativas para um piano é medida usando-se a variância amostral dos logaritmos dos coeficientes:

$$\sigma_B^2 = \frac{2O_2}{S}, \quad (6.32)$$

sendo S o número total de coeficientes estimados para um mesmo piano.

Um bom ajuste das estimativas ao modelo teórico dos coeficientes de inarmonicidade é indicado por um valor pequeno de σ_B^2 . Para esta medida utilizam-se todos os valores de $\hat{B}(\ell)$, mesmo aqueles que não estiverem entre os limites usados no ajuste de $B_b(\ell)$. Na ausência dos valores de referência, esta medida é usada para avaliar a acurácia global das estimativas para um piano [47].

Os testes foram realizados utilizando gravações da base de dados *RWC Music Database: Musical Instrument Sound Database* [66]. As gravações de piano desta base são compostas por registros monoaurais com resolução de 16 bits e taxa de amostragem de $f_s = 44100$ Hz. Foram utilizadas gravações com articulação normal dos 3 pianos acústicos presentes na base, identificados como 011PFNO, 012PFNO e 013PFNO. Para cada piano são disponibilizados 3 níveis diferentes de dinâmica (indicados pelas letras ‘P’ para piano, ‘M’ para mezzo e ‘F’ para forte). Assim, foram utilizadas as gravações nomeadas 011PFNOP, 011PFNOM, 011PFNOF, 012PFNOP, 012PFNOM, 012PFNOF, 013PFNOP, 013PFNOM e 013PFNOF. Cada gravação é composta por uma sequência das 88 notas individuais. Cada nota é precedida por

ruído ambiental e sucedida por uma sequência de zeros.

Procedimento de estimação

1. Como as gravações da base RWC são disponibilizadas como uma sequência de notas, é necessário segmentá-las em trechos que contêm, cada um, apenas uma nota a partir de seu *onset*. Encontram-se os *onsets* aplicando-se o algoritmo *Spectral Flux* como descrito em [71]. Os arquivos são segmentados em trechos que se iniciam no *onset* de cada nota e terminam após 1 segundo ou até se iniciar a sequência de zeros que sucede a nota, o que ocorrer primeiro.
2. Dado o índice MIDI ℓ , usa-se uma aproximação da frequência fundamental da nota dada por $f_1(\ell) = 27,5 \times 2^{(\ell-21)/12}$ Hz, série correspondente aos *pitches* de uma escala em temperamento igual.¹ Se f_1 for menor que 1 kHz o sinal é decimado por um fator R dado pelo arredondamento para um valor inteiro de $1 \text{ kHz}/f_0$. A decimação é realizada em K etapas pelos fatores primos $R_p(k)$ de R , sendo $k = \{1, \dots, K\}$. Antes de cada etapa o sinal é filtrado por um filtro passa-baixas Chebyshev do tipo I [72, pp. 177–178] com frequência de corte igual a $0,8f_s/(2R_p(k))$ e *ripple* na banda de passagem de 0,05 dB. O objetivo deste procedimento é trazer as componentes de baixa frequência destes sinais para uma faixa mais elevada do espectro, onde os ALNFs possuem melhor desempenho.
3. O rastreamento de parciais é realizado utilizando o algoritmo para adaptação dos parâmetros $\hat{\omega}_0$ e \hat{B} . O rastreamento é realizado uma vez no sentido normal da passagem do tempo e uma vez no sentido reverso.
4. Após o rastreamento, sendo N o total de amostras do trecho segmentado, existem $2N$ estimativas do coeficiente de inarmonicidade. A estimativa final do coeficiente de inarmonicidade referente ao índice ℓ é tomada como a mediana da trajetória do parâmetro $\hat{B}[n]$ para $n = \{N/2, \dots, 2N\}$.

Resultados

As Figuras 6.4, 6.5 e 6.6 contêm os resultados referentes aos pianos 011PFNO, 012PFNO e 013PFNO, respectivamente. Foram analisados, para cada uma das 88 notas de cada piano, 3 registros correspondentes às diferentes dinâmicas. Desse modo, o número total de coeficientes estimados por piano é $S = 264$. Os coeficientes estimados são mostrados em verde e as curvas $B_b[\ell]$, resultantes da aplicação do modelo de inarmonicidade, são mostrada em azul.

¹De acordo com a notação utilizada nesta tese, f_0 é a frequência fundamental nominal e f_1 é a frequência fundamental. Se $B = 0$, $f_1 = f_0$.

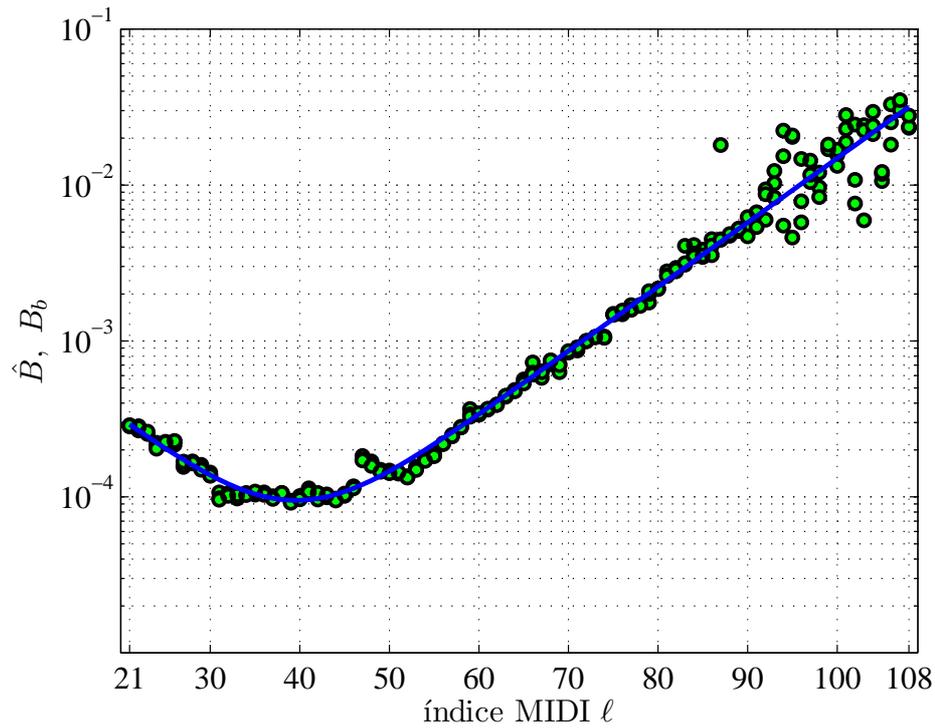


Figura 6.4: Estimativas dos coeficientes de inarmonicidade do piano 011PFNO e a curva de coeficientes $B_b[\ell]$ resultante.

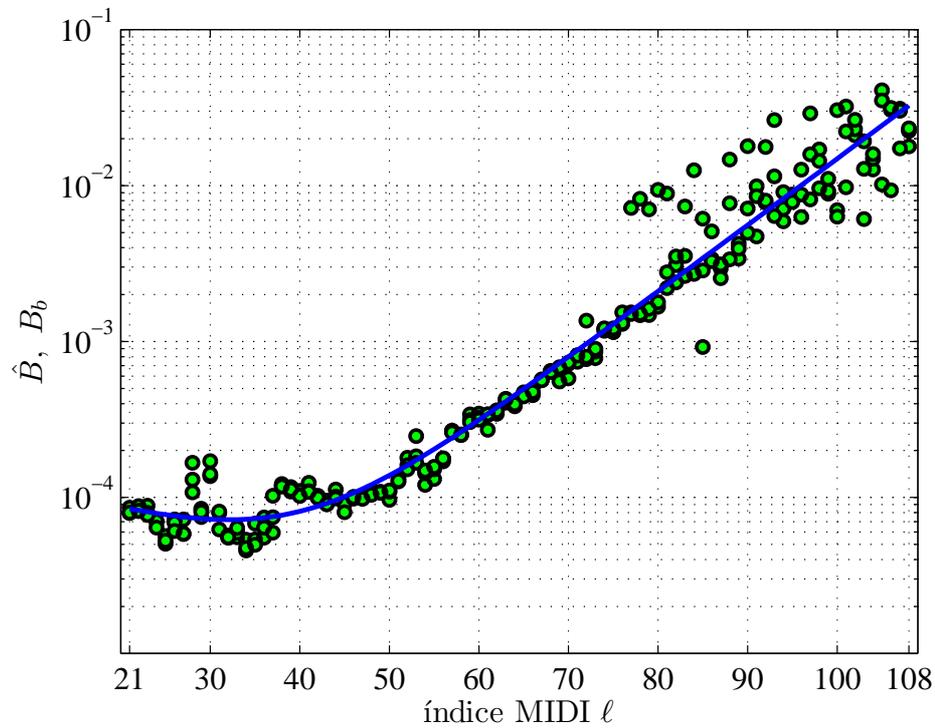


Figura 6.5: Estimativas dos coeficientes de inarmonicidade do piano 012PFNO e a curva de coeficientes $B_b[\ell]$ resultante.

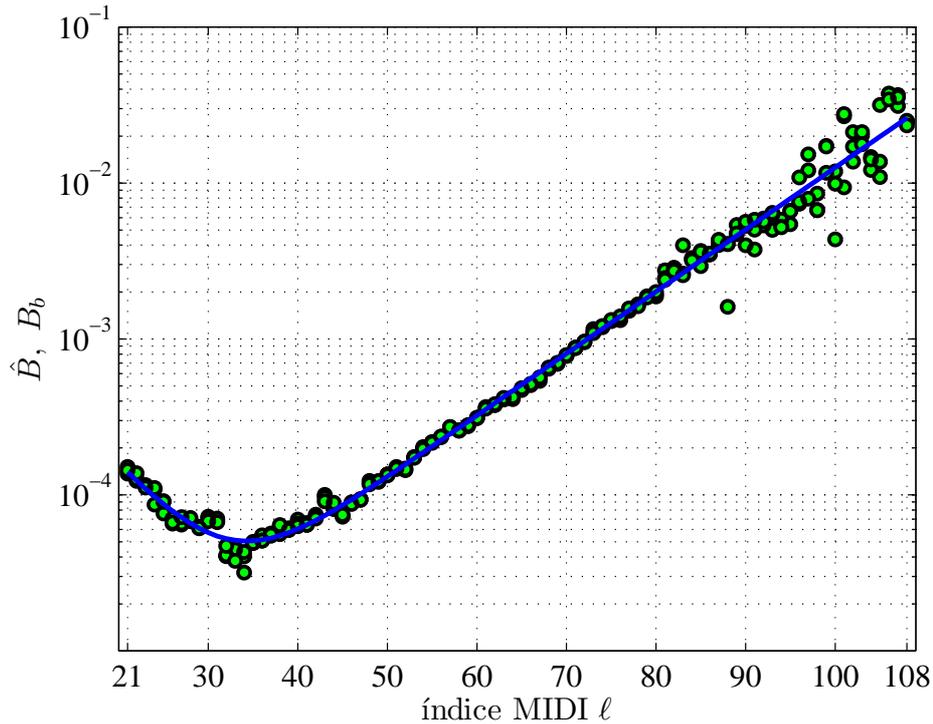


Figura 6.6: Estimativas dos coeficientes de inarmonicidade do piano 013PFNO e a curva de coeficientes $B_b[\ell]$ resultante.

Pode-se notar que os coeficientes $\hat{B}[\ell]$ obtidos para os 3 pianos são compatíveis com o modelo teórico. De acordo com o modelo, os coeficientes podem ser representados numa escala logarítmica como a soma de duas assíntotas, sendo uma associada majoritariamente às notas mais graves e outra associada majoritariamente às notas restantes [31].

Nota-se também que, para os 3 pianos, a incidência de pontos $\hat{B}[\ell]$ fora da curva $B_b[\ell]$ é maior para as notas mais agudas, principalmente nas estimativas referentes ao piano 012PFNO. O principal motivo é a dificuldade em rastrear muitas das componentes destes sinais. Das gravações analisadas, as notas mais agudas têm poucas componentes com energia suficiente para destacá-las do nível de ruído. Pode-se observar este efeito na Figura 6.7, que mostra o espectrograma do registro da nota E7 ($\ell = 100$) da gravação 012PFNOP. Este registro é de uma nota tocada com dinâmica *piano*, o que contribui para a dificuldade em destacar parte de suas componentes do nível de ruído. Dentre os pontos $\hat{B}[\ell]$ fora da curva $B_b[\ell]$, a maioria é resultante de estimativas realizadas sobre notas com dinâmica *piano*.

Pode-se observar na Figura 6.7 a trajetória da frequência fundamental, em torno de 2,67 kHz, ao longo de toda a duração do sinal. A trajetória de f_2 , em torno de 5,42 kHz, se confunde com o nível de ruído após aproximadamente 0,2 s. As trajetórias das demais componentes não podem ser observadas porque suas energias são muito baixas.

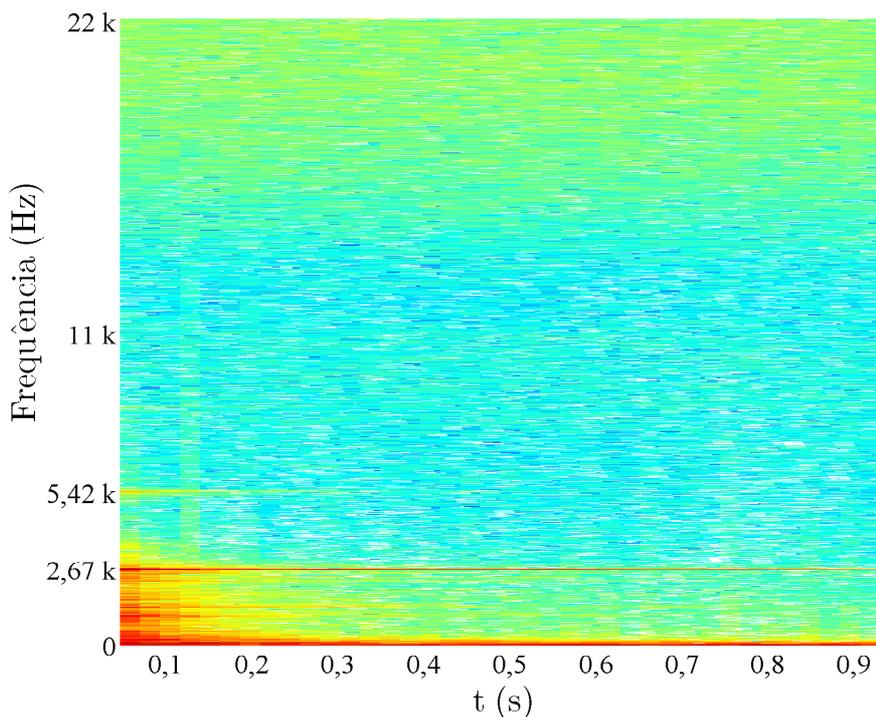


Figura 6.7: Espectrograma de gravação da nota E7 tocada com dinâmica *piano*.

A qualidade global do conjunto de estimativas para cada piano foi calculada através da medida (6.32). Os resultados para as estimativas dos coeficientes referentes aos pianos 011PFNO, 012PFNO e 013PFNO são apresentados na Tabela 6.1, referidos como ANF (remetendo à estimação de coeficientes através de ANFs). Estes resultados são apresentados em conjunto com resultados levantados recentemente em [47] de outros 4 métodos realizando a mesma tarefa. Os métodos apresentados são referidos como ICF (do inglês *Inharmonic Comb Filter*), MAT (do inglês *Median-Adjustive Trajectories*), NMF (do inglês *Non-negative Matrix Factorization*) e CG (*Conjugate Gradient*).

Tabela 6.1: Variância Amostral σ_B^2

	ICF	MAT	NMF	CG	ANF
011PFNO	24,793	1,190	0,133	0,077	0,055
012PFNO	31,440	1,569	1,265	1,539	0,161
013PFNO	28,757	1,718	0,748	0,037	0,037

O método ICF [43] utiliza filtros pente realizados no domínio da frequência com bandas de passagem espaçadas de acordo com séries que seguem o modelo de inarmonicidade para cordas em função de f_0 e B . Estes parâmetros são obtidos através de varreduras em pequenos incrementos dentro de faixas preestabelecidas, buscando o filtro que melhor se ajusta ao sinal analisado.

O método MAT [65] realiza estimativas das frequências das parciais através da

seleção de picos do espectro. As estimativas são realizadas em sequência a partir da frequência fundamental. Para cada nova frequência estimada, aprimoram-se também as estimativas dos parâmetros f_0 e B , que são então utilizadas para auxiliar a seleção do pico espectral correspondente à parcial subsequente.

O método NMF [73] utiliza fatoração de matrizes não-negativas realizada com um dicionário de padrões espectrais composto com restrições de inarmonicidade. Os resultados das fatorações também indicam os coeficientes das notas.

O método CG [47] utiliza otimização não linear para selecionar, conjuntamente, as frequências das parciais e os parâmetros frequência fundamental e coeficiente de inarmonicidade.

Pode-se observar que o método proposto apresentou menores valores de σ_B^2 que os outros para medidas referentes aos pianos 011PFNO e 012PFNO. Isto indica que o método teve desempenho superior aos demais na estimação de coeficientes compatíveis com o modelo teórico de inarmonicidade. O método também obteve melhor resultado do que os demais nas estimativas referentes aos pianos 013PFNO, exceto pelo método CG, que obteve a mesma precisão. Segue que o método proposto apresenta resultados tão bons ou melhores que os demais métodos na avaliação segundo a medida σ_B^2 . Deve-se destacar que o método ICF [43], que apresentou resultados inferiores aos demais, foi desenvolvido originalmente visando a estimar apenas coeficientes referentes a notas com $f_0 \leq 200$ Hz e $B \leq 10^{-3}$.

6.2.2 Testes Sobre Sinais Sintéticos

A avaliação sobre sinais sintéticos é realizada usando a base de dados disponibilizada por Rauhala *et al.* [67]. A base é composta por 35 notas de piano, referentes aos índices MIDI $\ell = \{21, \dots, 55\}$, criadas usando síntese aditiva [74, Sec. 10.4]. As notas foram criadas com frequência de amostragem $f_s = 44,1$ kHz, 16 bits e com ruído branco gaussiano aditivo (SNR = 40 dB). A avaliação do método é realizada através da raiz do erro quadrático médio (RMSE, do inglês *Root Mean Square Error*) das estimativas. A avaliação pode ser realizada deste modo porque os coeficientes de inarmonicidade da base de dados $B(\ell)$ são conhecidos [28, 67].

O cálculo da raiz do erro quadrático médio é realizado como

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{\sum_{\ell} \left(\hat{B}(\ell) - B(\ell) \right)^2}{S}} \quad (6.33)$$

sendo B os coeficientes reais conhecidos.

Procedimento de estimação

O procedimento de estimação é igual ao procedimento utilizado para a estimação de coeficientes de sinais reais, exceto pela ausência da etapa 1. Esta etapa não é necessária porque os sinais da base de dados [67] foram disponibilizados já segmentados.

Resultados

A Figura 6.8 contém os resultados das estimativas referentes aos sinais sintéticos. Os coeficientes estimados $\hat{B}[\ell]$ são mostrados em verde e os coeficientes reais $B[\ell]$ são mostrados, conectados, em azul.

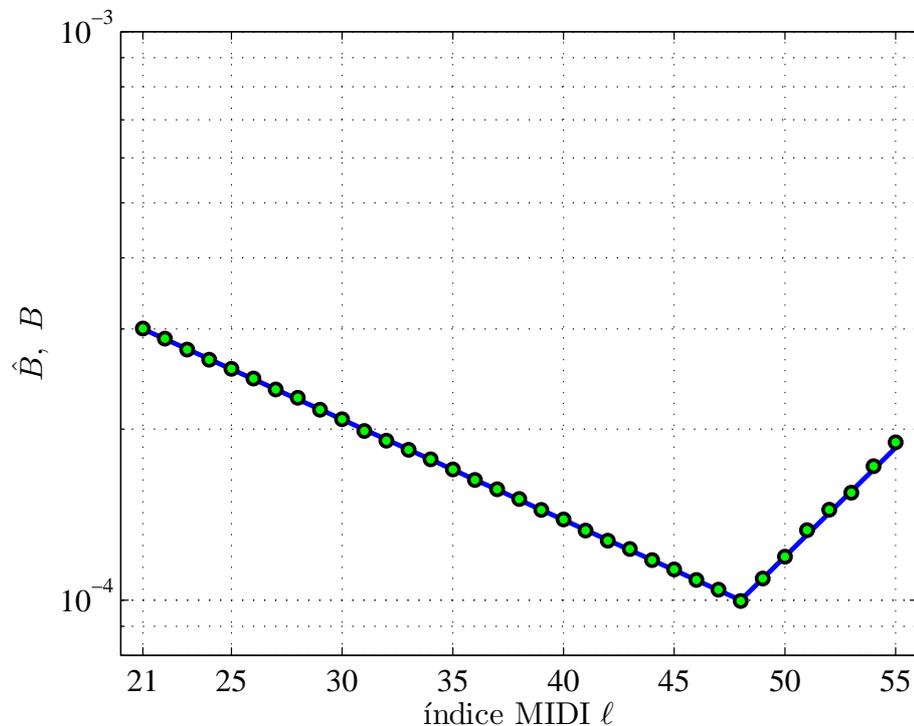


Figura 6.8: Estimativas dos coeficientes de inarmonicidade de sinais sintéticos de piano sobrepostos aos valores reais.

Os coeficientes $\hat{B}[\ell]$ obtidos são muito próximos dos valores reais. O valor do RMSE para este conjunto de estimativas é apresentado na Tabela 6.2, na coluna ANF. Este resultado é mostrado em conjunto com resultados levantados em [28] de outros 3 métodos realizando a mesma tarefa. Os métodos são o ICF, o ICF⁺ e o PFD (do inglês *Partial Frequencies Deviation*).

O método ICF⁺ é uma variação do método ICF com alterações na implementação dos filtros e no algoritmo de varredura de parâmetros [28].

O método PFD [28] estima o coeficiente de inarmonicidade iterativamente através da seleção de picos proeminentes no espectro. A atualização do coeficiente de inar-

monicidade é realizada em função das diferenças entre as frequências dos picos selecionados e as frequências previstas pelo modelo (4.1) de acordo com as estimativas correntes.

Tabela 6.2: Raiz do erro quadrático médio das estimativas

	ICF	ICF ⁺	PFD	ANF
RMSE	$1,19 \times 10^{-6}$	$1,16 \times 10^{-6}$	$1,19 \times 10^{-6}$	$1,07 \times 10^{-6}$

O método proposto apresentou erro menor que os métodos ICF, o ICF⁺ e PFD. Mostra-se assim que o método também foi eficaz na estimação dos coeficientes de inarmonicidade da base de sinais sintéticos de piano disponibilizada por Rauhala *et al.* [67].

Todos os testes realizados nesta seção envolvem notas de piano, porém muitos outros instrumentos musicais apresentam inarmonicidade. Por isso, esta análise deve ser estendida para instrumentos além do piano, como o violão e o violino.

Capítulo 7

Conclusões e Trabalhos Futuros

7.1 Conclusões

Neste trabalho, foram desenvolvidos algoritmos para a adaptação da largura de banda de filtros *notch* tipo treliça de acordo com a distância entre a frequência da componente alvo e a frequência de *notch* do filtro e projetos de filtros *notch* adaptativos voltados para o rastreamento e a identificação de parâmetros de sinais quasi-harmônicos.

Mostrou-se o desenvolvimento de dois algoritmos para a adaptação da largura de banda dos projetos ALNF de Regalia, com coeficientes reais ou complexos. Os algoritmos propostos promovem o controle compatível com a distância frequencial entre a componente senoidal de entrada e a frequência de *notch* do filtro. Ocorre aumento na largura de banda no caso de perda de rastreamento e diminuição quando o rastreamento é recuperado. Este comportamento é obtido mesmo com os sinais inseridos em ruído branco com $\text{SNR} = 0$ dB. Além disto pode-se observar, através da evolução do MSE em experimentos de Monte Carlo, que o rastreamento frequencial é reestabelecido mais rapidamente quando se utilizam os algoritmos propostos.

Mostrou-se o desenvolvimento de filtros *notch* adaptativos e algoritmos de adaptação voltados para o rastreamento de sinais quasi-harmônicos com coeficientes modelados através de parâmetros adaptativos comuns a todas as seções. Os parâmetros adaptativos podem ser obtidos através de um modelo polinomial [48] ou através de um modelo de inarmonicidade. Mostrou-se ser possível rastrear múltiplas componentes utilizando um conjunto de parâmetros com menos elementos do que o número de componentes rastreadas.

Testes de rastreamento do modelo polinomial mostraram que se pode rastrear 7 parciais em *chirp* quasi-harmônico usando apenas 3 parâmetros na modelagem dos coeficientes do filtro. Foi necessário utilizar um modelo polinomial de 4 parâmetros para rastrear sinais com parciais localizadas em regiões elevadas do espectro.

Os filtros projetados para o rastreamento de sinais quasi-harmônicos através do modelo de inarmonicidade foram utilizados na criação de uma método para a estimação de coeficientes de inarmonicidade. O método foi testado com sinais reais e sintéticos de piano. Observou-se que o método apresentou resultados iguais ou superiores aos resultados obtidos por outros métodos em uma avaliação que mede a compatibilidade das estimativas com um modelo teórico para os coeficientes de inarmonicidade.

Observou-se também que o método proposto foi eficaz na estimação dos coeficientes de inarmonicidade de sinais sintéticos de piano, apresentando resultado superior aos disponíveis na literatura para a base de dados analisada.

Mostrou-se ser possível usar um ANF para rastrear as parciais de sinais quasi-harmônicos através da adaptação de um número reduzido de parâmetros comuns. Estes parâmetros mantêm as diferentes seções atreladas a um único modelo que pode ser inspirado no processo físico gerador do sinal analisado.

7.2 Trabalhos Futuros

Os principais itens que devem ser abordados na continuação desta pesquisa estão listados a seguir.

1. O desenvolvimento de algoritmos para a adaptação da largura de banda de ALNFs, com coeficientes reais ou complexos, visará a aplicações mais desafiadoras. Deve-se pesquisar como o algoritmo deve ser modificado se o sinal de entrada não for composto unicamente por ruído e por uma componente senoidal. Deve-se também buscar como aplicar o método como técnica auxiliar ao rastreamento das diversas componentes de um sinal musical.
2. Deve-se construir, como alternativa à inicialização em 3 passos usada no rastreamento através do modelo polinomial, uma técnica de inicialização híbrida que combine uma análise espectral com a filtragem adaptativa. Pode-se também realizar uma análise tempo-frequência como suporte ao rastreamento através de filtragem adaptativa.
3. Deve-se aumentar o escopo dos testes de rastreamento aplicados aos dois modelos desenvolvidos, polinomial e de inarmonicidade. Os testes devem envolver instrumentos além do piano, como o violão e o violino. Os sinais de teste devem conter exemplos de técnicas de ornamento musical como glissando, vibrato e tremolo. Podem-se estender os testes também à análise de voz.
4. Deve-se analisar detalhadamente a convergência e a estabilidade dos algoritmos adaptativos propostos.

Referências Bibliográficas

- [1] REGALIA, P. A. “An Improved Lattice-Based Adaptive IIR Notch Filter”, *IEEE Transactions on Signal Processing*, v. 39, n. 9, pp. 2124–2128, September 1991.
- [2] A. REGALIA, P. “A Complex Adaptive Notch Filter”, *IEEE Signal Processing Letters*, v. 17, n. 11, pp. 937–940, November 2010.
- [3] NEHORAI, A. “A Minimal Parameter Adaptive Notch Filter with Constrained Poles and Zeros”, *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, v. 33, n. 4, pp. 983–996, August 1985.
- [4] TAN, L., JIANG, J. “Novel adaptive IIR filter for frequency estimation and tracking”, *IEEE Signal Processing Magazine*, v. 26, n. 6, pp. 186–189, November 2009.
- [5] TA, M., DEBRUNNER, V. “Adaptive Notch Filter with Time-Frequency Tracking of Continuously Changing Frequencies”. In: *Proceedings of the International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP)*, pp. 3557–3560, Las Vegas, USA, March/April 2008. IEEE.
- [6] SHIOGAI, K., SASAOKA, N., ITOH, Y., et al. “Fast Convergence Adaptive IIR Notch Filter Using Allpass Filter and Adaptive Line Enhancer”. In: *Proceedings of the International Symposium on Intelligent Signal Processing and Communications Systems (ISPACS)*, pp. 279–284, Naha, Japan, November 2013. IEEE.
- [7] GIL-CACHO, P., VAN WATERSCHOOT, T., MOONEN, M., et al. “Regularized adaptive notch filters for acoustic howling suppression”. In: *Proceedings of the 17th European Signal Processing Conference (EUSIPCO)*, pp. 2574–2578, Glasgow, Scotland, UK, August 2009.
- [8] PANDEY, A., MATHEWS, V. J. “Adaptive Gain Processing With Offending Frequency Suppression for Digital Hearing Aids”, *IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*, v. 20, n. 3, pp. 1043–1055, March 2012.

- [9] XIONG, H., ZHANG, W., DU, Z., et al. “Front-End Narrowband Interference Mitigation for DS-UWB Receiver”, *IEEE Transactions on Wireless Communications*, v. 12, n. 9, pp. 4328–4337, September 2013.
- [10] WOO KIM, S., CHEOL PARK, Y., SOO SEO, Y., et al. “A robust high-order lattice adaptive notch filter and its application to narrowband noise cancellation”, *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, v. 137, pp. 1–12, September 2014.
- [11] RAO, D. V. B., KUNG, S.-Y. “Adaptive Notch Filtering for the Retrieval of Sinusoids in Noise”, *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, v. 32, n. 4, pp. 791–802, August 1984.
- [12] CHAMBERS, J. A., CONSTANTINIDES, A. G. “Frequency tracking using constrained adaptive notch filters synthesised from allpass sections”, *IEE Proceedings F, Radar and Signal Processing*, v. 137, n. 6, pp. 475–481, December 1990.
- [13] LOETWASSANA, W., PUNCHALARD, R., KOSEYAPORN, J., et al. “Unbiased plain gradient algorithm for a second-order adaptive IIR notch filter with constrained poles and zeros”, *Signal Processing*, v. 90, n. 8, pp. 2513–2520, August 2010.
- [14] PEI, S.-C., TSENG, C.-C. “IIR Multiple Notch Filter Design Based on Allpass Filter”, *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Analog and Digital Signal Processing*, v. 44, n. 2, pp. 133–136, February 1997.
- [15] DEBRUNNER, V., TORRES, S. “Multiple Fully Adaptive Notch Filter Design Based on Allpass Sections”, *IEEE Transactions on Signal Processing*, v. 48, n. 2, pp. 550–552, February 2000.
- [16] WHEELER, P., CHAMBERS, J. “Complex adaptive notch filter structure for tracking multiple complex sinusoidal signals”, *IEEE Electronics Letters*, v. 49, n. 3, pp. 179–181, January 2013.
- [17] DRAGOŠEVIĆ, M. V., STANKOVIĆ, S. S. “An Adaptive Notch Filter with Improved Tracking Properties”, *IEEE Transactions on Signal Processing*, v. 43, n. 9, pp. 2068–2078, September 1995.
- [18] TA, M., THAI, H., DEBRUNNER, V. “Adaptive Tracking in the Time-frequency Plane and its Application in Causal Real-time Speech Analysis”. In: *Proceedings of the International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP)*, pp. 3233–3236, Taipei, Taiwan, April 2009. IEEE.

- [19] JOHANSSON, A. T., WHITE, P. R. “An adaptive filter-based method for robust, automatic detection and frequency estimation of whistles”, *Journal of the Acoustical Society of America*, v. 130, n. 2, pp. 893–903, August 2011.
- [20] REGALIA, P. A., MITRA, S. K., VAIDYANATHAN, P. P. “The Digital All-pass Filter: A Versatile Signal Processing Building Block”, *Proceedings of the IEEE*, v. 76, n. 1, pp. 19–37, January 1988.
- [21] COUSSEAU, J. E., WERNER, S., DOÑATE, P. D. “Factorized All-Pass Based IIR Adaptive Notch Filters”, *IEEE Transactions on Signal Processing*, v. 55, n. 11, pp. 5225–5236, November 2007.
- [22] A. REGALIA, P. *Adaptive IIR Filtering in Signal Processing and Control*. New York, USA, Marcel Dekker, 1995.
- [23] NG, T. S. “Some Aspects of an Adaptive Digital Notch Filter with Constrained Poles and Zeros”, *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, v. 35, n. 2, pp. 158–161, February 1987.
- [24] GRAY, JR., A. H., MARKEL, J. D. “A Normalized Digital Filter Structure”, *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, v. 23, n. 3, pp. 268–277, June 1975.
- [25] DRAGOŠEVIĆ, M. V., STANKOVIĆ, S. S. “Time-varying Frequency Tracker with Adaptive Pole Contraction”. In: *Proceedings of the International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP)*, v. 4, pp. 181–184, San Francisco, USA, March 1992. IEEE.
- [26] DRAGOŠEVIĆ, M. V., STANKOVIĆ, S. S. “Fully adaptive constrained notch filter for tracking multiple frequencies”, *IET Electronic Letters*, v. 31, n. 15, pp. 1215–1217, July 1995.
- [27] FLETCHER, N., BLACKHAM, E. D., STRATTON, R. “Quality of piano tones”, *Journal of the Acoustical Society of America*, v. 34, n. 6, pp. 749–761, June 1962.
- [28] RAUHALA, J., LEHTONEN, H.-M., VÄLIMÄKI, V. “Fast automatic inharmonicity estimation algorithm”, *JASA Express Letters*, v. 121, n. 5, pp. 184–189, April 2007.
- [29] JÄRVELÄINEN, H. “Applying perceptual knowledge to string instrument synthesis”. In: *Proceedings of the MOSART Workshop on Current Re-*

search Directions in Computer Music, pp. 187–195, Barcelona, Spain, November 2001.

- [30] BANK, B., AVANZINI, F., BORIN, G., et al. “Physically Informed Signal Processing Methods for Piano Sound Synthesis: A Research Overview”, *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, v. 10, pp. 941–952, September 2003.
- [31] RIGAUD, F., DAVID, B., DAUDET, L. “A Parametric Model of Piano Tuning”. In: *Proceedings of the 14th International Conference on Digital Audio Effects (DAFx)*, pp. 393–399, Paris, France, September 2011.
- [32] BEAUCHAMP, J. W. “Analysis and Synthesis of Musical Instrument Sounds”. In: Beauchamp, J. W. (Ed.), *Analysis, Synthesis, and Perception of Musical Sounds*, Springer, cap. 1, pp. 1–89, New York, USA, 2007.
- [33] LEGGE, K. A., FLETCHER, N. H. “Nonlinear generation of missing modes on a vibrating string”, *Journal of the Acoustical Society of America*, v. 76, n. 1, pp. 5–12, July 1984.
- [34] VÄLIMÄKI, V., PAKARINEN, J., ERKUT, C., et al. “Discrete-time modeling of musical instruments”, *Reports on Progress in Physics*, v. 69, n. 1, pp. 1–78, October 2006.
- [35] RAUHALA, J. *Physics-based Parametric Synthesis of Inharmonic Piano Tones*. D.Sc. in Technology thesis, Department of Electrical and Communications Engineering, Helsinki University of Technology, Finland, December 2007.
- [36] RAUHALA, J., VÄLIMÄKI, V. “Dispersion Modeling in Waveguide Piano Synthesis using Tunable Allpass Filters”. In: *Proceedings of the 9th International Conference on Digital Audio Effects (DAFx)*, pp. 71–76, Montreal, Canada, September 2006.
- [37] SMITH, J. O. *Physical Audio Signal Processing for Virtual Musical Instruments and Digital Audio Effects*. Lexington, USA, W3K Publishing, 2010.
- [38] ABEL, J. S., VÄLIMÄKI, V., SMITH, III, J. O. “Robust, Efficient Design of Allpass Filters for Dispersive String Sound Synthesis”, *IEEE Signal Processing Letters*, v. 17, n. 4, pp. 406–409, April 2010.
- [39] LEHTONEN, H.-M. “Analysis of Piano Tones Using an Inharmonic Inverse Comb Filter”. In: *Proceedings of the 11th International Conference on Digital Audio Effects (DAFx)*, pp. 333–340, Espoo, Finland, September 2008.

- [40] VÄLIMÄKI, V., LEHTONEN, H.-M., LAAKSO, T. I. “Musical Signal Analysis Using Fractional-Delay Inverse Comb Filters”. In: *Proceedings of the 10th International Conference on Digital Audio Effects (DAFx)*, pp. 261–268, Bordeaux, France, September 2007.
- [41] LEHTONEN, H.-M., VÄLIMÄKI, V., LAAKSO, T. I. “Cancelling and Selecting Partial from Musical Tones Using Fractional-Delay Filters”, *Computer Music Journal*, v. 32, n. 2, pp. 43–56, Summer 2008.
- [42] THORNBURG, H. D., LEISTIKOW, R. J. “Analysis and Resynthesis of Quasi-harmonic Sounds: An Iterative Filterbank Approach”. In: *Proceedings of the 6th International Conference on Digital Audio Effects (DAFx)*, London, UK, September 2003.
- [43] GALEMBO, A., ASKENFELT, A. “Signal Representation and Estimation of Spectral Parameters by Inharmonic Comb Filters with Application to the Piano”, *IEEE Transactions on Speech and Audio Processing*, v. 7, n. 2, pp. 197–203, March 1999.
- [44] CUENCA, J., CAUSSÉ, R. “Three-dimensional Interaction Between Strings, Bridge and Soundboard in Modern Piano’s Treble Range”. In: *Proceedings of the International Congress on Acoustics (ICA)*, pp. 1–6, Madrid, Spain, September 2007.
- [45] RIGAUD, F., DAVID, B., DAUDET, L. “A parametric model and estimation techniques for the inharmonicity and tuning of the piano”, *The Journal of the Acoustical Society of America*, v. 133, n. 5, pp. 3107–3118, 2013.
- [46] RUMSEY, F. *Desktop Audio Technology, digital audio and MIDI principles*. Oxford, England, Focal Press, 2004.
- [47] HAHN, H., RÖBEL, A. “Joint f_0 and inharmonicity estimation using second order optimization”. In: *Proceedings of the Sound and Music Computing Conference (SMC)*, pp. 695–700, Stockholm, Sweden, July 2013.
- [48] SZCZUPAK, A. L., BISCAINHO, L. W. P. “Adaptive IIR Notch Filters for Tracking of Quasi-Harmonic Signals”. In: *Proceedings of the 20th European Signal Processing Conference (EUSIPCO)*, pp. 2119–2123, Bucharest, Romania, August 2012. EURASIP.
- [49] DINIZ, P. S. R. *Adaptive Filtering*. 2nd. ed. Norwell, USA, Kluwer, 2002.
- [50] SHYNK, J. J. “Adaptive IIR Filtering”, *IEEE Acoustics, Speech and Signal Processing Magazine*, v. 6, n. 5, pp. 4–21, April 1989.

- [51] TA, M., DEBRUNNER, V. “Robust Notch Filtering by Combining Adaptation in both Time and Frequency”. In: *Proceedings of the 41th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers (ACSSC)*, pp. 1633–1637, Pacific Grove, USA, November 2007. IEEE.
- [52] LIU, Y., DINIZ, P., LAAKSO, T. “Cascaded-parallel Adaptive Notch Filter Based on Orthogonal Decomposition”. In: *Proceedings of the International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS)*, v. 4, pp. 428–431. IEEE, May 2003.
- [53] ZHOU, J., LI, G. “Plain gradient based direct frequency estimation using second-order constrained adaptive IIR notch filter”, *Electronics Letters*, v. 40, n. 5, pp. 351–352, March 2004.
- [54] PUNCHALARD, R., LORSAWATSIRI, A., LOETWASSANA, W., et al. “Unbiased Constrained Adaptive IIR Notch Filter Using Direct Frequency Estimation Algorithm”. In: *Asia-Pacific Conference on Communications (APCC)*, pp. 453–456, Bangkok, Thailand, October 2007.
- [55] JOHANSSON, A. T. *Parametric Modelling of Cetacean Calls*. Ph.D. thesis, Institute of Sound and Vibration Research, University of Southampton, England, September 2004.
- [56] PRUDAT, Y., ZAEN, J. V., VESIN, J.-M. “Harmonic Extension of an Adaptive Notch Filter for Frequency Tracking”. In: *16th European Signal Processing Conference (EUSIPCO)*, Lausanne, Switzerland, August 2008. EURASIP.
- [57] KALLURI, S., ARCE, G. R. “A General Class of Nonlinear Normalized Adaptive Filtering Algorithms”, *IEEE Transactions on Signal Processing*, v. 47, n. 8, pp. 2262–2272, August 1999.
- [58] MADHU, N. “Notes on Measures for Spectral Flatness”, *IEEE Electronic Letters*, v. 45, n. 23, pp. 1195–1196, November 2009.
- [59] HERRERA-BOYER, P., KLAPURI, A., DAVY, M. “Automatic Classification of Pitched Musical Instrument Sounds”. In: Klapuri, A., Davy, M. (Eds.), *Signal Processing Methods for Music Transcription*, Springer, New York, USA, 2006.
- [60] DINIZ, P. S. R., DA SILVA, E. A. B., NETTO, S. L. *Digital Signal Processing*. New York, USA, Cambridge University Press, 2010.

- [61] BANK, B., ZAMBON, S., FONTANA, F. “A Modal-Based Real-Time Piano Synthesizer”, *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, v. 18, n. 4, pp. 809–821, May 2010.
- [62] ROCCHESSE, D., SCALCON, F. “Bandwidth of Perceived Inharmonicity for Physical Modeling of Dispersive Strings”, *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, v. 7, n. 5, pp. 597–601, September 1999.
- [63] RIGAUD, F., FALAIZE, A., DAVID, B., et al. “Does inharmonicity improve an NMF-based piano transcription model?” In: *Proceedings of the International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP)*, pp. 11–15, Vancouver, Canada, May 2013. IEEE.
- [64] VINCENT, E., BERTIN, N., BADEAU, R. “Harmonic and inharmonic nonnegative matrix factorization for polyphonic pitch transcription”. In: *Proceedings of the International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP)*, pp. 109–112, Las Vegas, USA, March/April 2008. IEEE.
- [65] HODGKINSON, M., WANG, J., TIMONEY, J., et al. “Handling Inharmonic Series with Median-Adjustive Trajectories”. In: *Proceedings of the 12th International Conference on Digital Audio Effects (DAFX)*, pp. 1–7, Como, Italy, September 2009.
- [66] GOTO, M., NISHIMURA, T., HASHIGUCHI, H., et al. “RWC Music Database: Music Genre Database and Musical Instrument Sound Database”. In: *Proceedings of the 4th International Conference on Music Information Retrieval (ISMIR)*, pp. 229–230, Baltimore, USA, October 2003. ISMIR.
- [67] RAUHALA, J., LEHTONEN, H.-M., VÄLIMÄKI, V. “Test data for inharmonicity estimation”. 2007. Disponível em: <<http://www.acoustics.hut.fi/publications/papers/pfd/>>. Acesso em: 22/12/2014.
- [68] MØLLER, M. F. “A Scaled Conjugate Gradient Algorithm for Fast Supervised Learning”, *Neural Networks*, v. 6, n. 4, pp. 525–533, 1993.
- [69] NABNEY, I. T., BISHOP, C. M. “Netlab Toolbox”. 2004. Disponível em: <<http://www.aston.ac.uk/eas/research/groups/ncrg/resources/netlab/>>. Acesso em: 10/02/2015.
- [70] NABNEY, I. T. *Netlab: Algorithms for Pattern Recognition*. London, England, Springer-Verlag, 2002.

- [71] DIXON, S. “Onset Detection Revisited”. In: *Proceedings of the 9th International Conference on Digital Audio Effects (DAFx)*, pp. 133–137, Montreal, Canada, September 2006.
- [72] PARKS, T. W., BURRUS, C. S. *Digital Filter Design*. New York, USA, John Wiley & Sons, 2002.
- [73] RIGAUD, F., DAVID, B., DAUDET, L. “Piano sound analysis using Non-negative Matrix Factorization with inharmonicity constraint”. In: *Proceedings of the 20th European Signal Processing Conference (EUSIPCO)*, pp. 2462–2466, Bucharest, Romania, August 2012. EURASIP.
- [74] SMITH, J. O. *Spectral Audio Signal Processing*. Lexington, USA, W3K Publishing, 2011.

Apêndice A

Relação entre os coeficientes das seções dos filtros de Nehorai/Ng e as frequências de *notch*

Para observar que $a_m = -2 \cos \omega_m$ pode-se notar que se busca resposta de magnitude igual a zero para a frequência desejada ω_m . Assim, a resposta deve ser zero em $z = e^{j\omega_m}$.

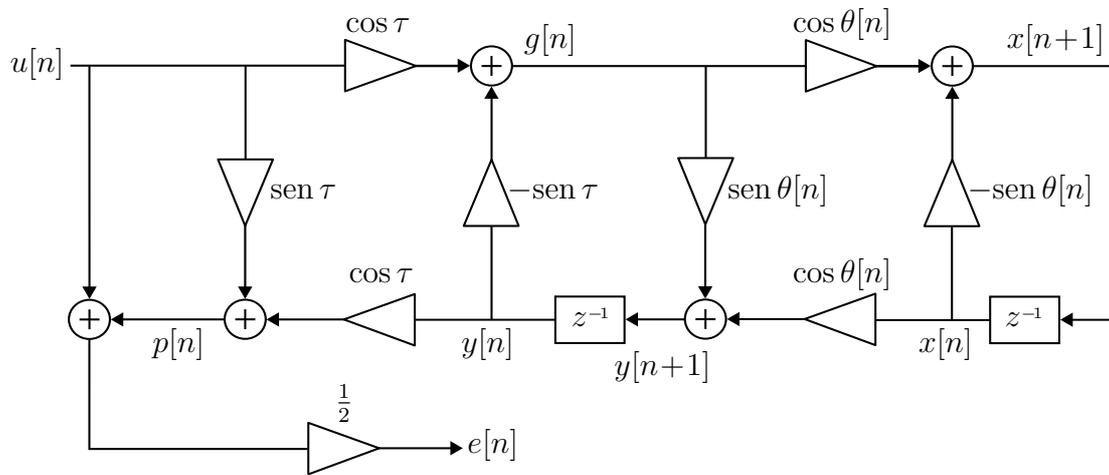
$$\begin{aligned}1 + a_m z^{-1} + z^{-2} &= 0, \\1 + a_m e^{-j\omega_m} + e^{-2j\omega_m} &= 0, \\a_m e^{-j\omega_m} &= -1 - e^{-2j\omega_m}, \\a_m &= \frac{-(1 + e^{-2j\omega_m})}{e^{-j\omega_m}}, \\a_m &= -(e^{j\omega_m} + e^{-j\omega_m}).\end{aligned}$$

Como, $\frac{e^{j\omega_m} + e^{-j\omega_m}}{2} = \cos \omega_m,$

$$a_m = -2 \cos \omega_m.$$

Apêndice B

Algoritmo Simplificado



A cada iteração deve-se calcular

$$\begin{bmatrix} g[n] \\ p[n] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \tau & -\text{sen } \tau \\ \text{sen } \tau & \cos \tau \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u[n] \\ y[n] \end{bmatrix},$$

$$e[n] = \frac{1}{2} (u[n] + p[n]),$$

$$\theta[n+1] = \theta[n] - \mu[n]e[n]x[n],$$

$$\omega_n[n] = \theta[n] + \frac{\pi}{2},$$

$$\begin{bmatrix} x[n+1] \\ y[n+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta[n] & -\text{sen } \theta[n] \\ \text{sen } \theta[n] & \cos \theta[n] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g[n] \\ x[n] \end{bmatrix}.$$

Apêndice C

Algoritmo Simplificado + Algoritmo de Adaptação da Largura de Banda

$$\begin{bmatrix} g[n] \\ p[n] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \tau[n] & -\text{sen } \tau[n] \\ \text{sen } \tau[n] & \cos \tau[n] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u[n] \\ y[n] \end{bmatrix},$$

$$e[n] = \frac{1}{2} (u[n] + p[n]),$$

$$\xi[n] = x[n]e[n],$$

$$e_a[n] = \frac{1}{2} (u[n] - p[n]),$$

$$\theta[n+1] = \theta[n] - \mu[n] \xi[n],$$

$$\omega_n[n] = \theta[n] + \frac{\pi}{2},$$

$$\begin{bmatrix} x[n+1] \\ y[n+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta[n] & -\text{sen } \theta[n] \\ \text{sen } \theta[n] & \cos \theta[n] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g[n] \\ x[n] \end{bmatrix},$$

$$\xi_a[n] = x[n+1]e_a[n],$$

$$\kappa = \text{sign} (|\xi[n]| - \xi_a[n]),$$

if $\kappa = 1$ **then**

$$\rho[n+1] = \rho[n] - \nu_1[n] \hat{\xi}[n],$$

else

$$\rho[n+1] = \rho[n] + \nu_2[n] \xi_a[n],$$

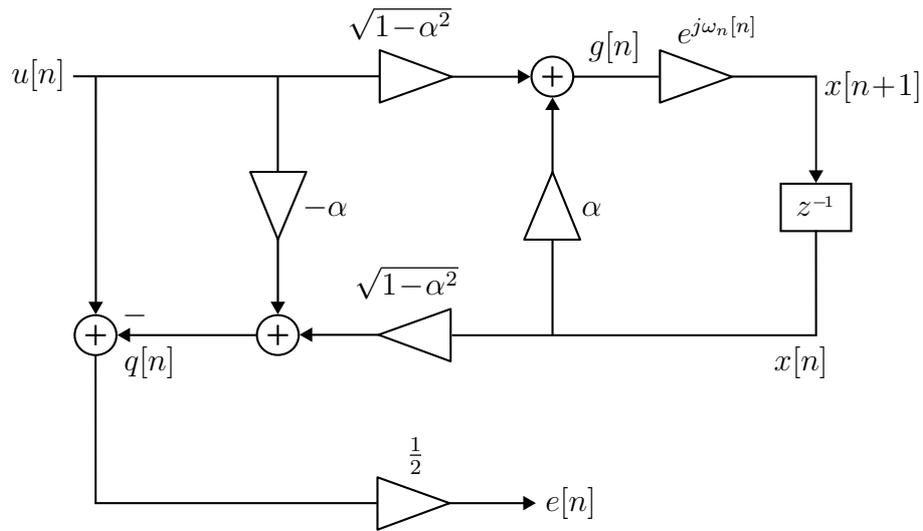
end if

$$\rho[n+1] = \min(\rho[n+1], \rho_{\max}), \quad \rho[n+1] = \max(\rho_{\min}, \rho[n+1]),$$

$$\text{sen}(\tau[n+1]) = \rho^2[n+1], \quad \cos(\tau[n+1]) = \sqrt{1 - \text{sen}^2(\tau[n+1])}.$$

Apêndice D

Algoritmo de Regalia para adaptação do ALNF de Coeficientes Complexos



Fazendo $\gamma = \sqrt{1-\alpha^2}$, a cada iteração deve-se calcular

$$\begin{bmatrix} g[n] \\ q[n] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma & \alpha \\ -\alpha & \gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u[n] \\ x[n] \end{bmatrix},$$

$$x[n+1] = g[n]e^{j\omega_n[n]},$$

$$e[n] = \frac{1}{2} (u[n] - q[n]),$$

$$\omega_n[n+1] = \omega_n[n] + \mu[n] \text{Im} (e[n]x^*[n]).$$

Apêndice E

Algoritmo de Regalia para adaptação do ALNF de Coeficientes Complexos + Algoritmo de Adaptação da Largura de Banda

A cada iteração deve-se calcular

$$\gamma[n] = \sqrt{1 - \alpha^2[n]},$$

$$\begin{bmatrix} g[n] \\ q[n] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma[n] & \alpha[n] \\ -\alpha[n] & \gamma[n] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u[n] \\ x[n] \end{bmatrix},$$

$$x[n+1] = g[n]e^{j\omega_n[n]},$$

$$e[n] = \frac{1}{2} (u[n] - q[n]),$$

$$e_a[n] = \frac{1}{2} (u[n] + q[n]),$$

$$\xi[n] = \text{Im} (e[n]x^*[n]),$$

$$\xi_a[n] = \text{Re} (e_a[n]x^*[n]),$$

$$\omega_n[n+1] = \omega_n[n] + \mu[n] \xi[n],$$

$$\kappa = \text{sign} (|\xi[n]| - \xi_a[n]),$$

if $\kappa = 1$ **then**

$$\alpha[n+1] = \alpha[n] - \nu_1[n] \hat{\xi}[n],$$

else

$$\alpha[n+1] = \alpha[n] + \nu_2[n] \xi_a[n],$$

end if

$$\alpha[n+1] = \min(\alpha[n+1], \alpha_{\max}), \quad \alpha[n+1] = \max(\alpha_{\min}, \alpha[n+1]),$$

Apêndice F

Inicialização dos Passos de Rastreamento de Parciais Quasi-Harmônicas

1º passo

$$\omega_1[1] = 2\pi 2000/f_s; \mathbf{P}_{1,1} = 1 \times 10^{-4}; R[1, 1] = 1;$$

$$Q_{min} = \bar{Q}[l, 1] = Q[1, 1] = 10; Q_T = 15;$$

$$\rho_1[1] = 1 - \omega_1[0]/(Q[1, 1]\pi); \delta = \delta_Q = 10^{-4};$$

$$\lambda[1, 1] = 0,99; \lambda_{max} = 0,99; \lambda_\rho[1, 0] = 0,999; \kappa = 1; \kappa_\rho = 1,002.$$

2º passo

$$\omega_2[n] = 1,1 \times \omega_1[n]; \mathbf{P}_{2,n} = 10^{-3}\omega_1;$$

$$Q_2 = \bar{Q}_l[2, n] = Q[2, n] = 20;$$

$$\rho[2, n] = 1 - \hat{\omega}_2[n]/(Q[2, n]\pi); R[2, n] = R[1, n];$$

$$\delta[2] = 0,005; \lambda[2, n] = 0,99; \lambda_{max} = 0,995; \lambda_\rho[2, n] = 0,9.$$

Resolução de Razão Harmônica

$$\omega_3[n] = 1,5 \min\{\hat{\omega}_1[n], \hat{\omega}_2[n]\};$$

$$\mathbf{P}[3, n] = 0,25 \times 10^{-4}; Q_3 = \bar{Q}_l[3, n] = Q[3, n] = 10;$$

$$\rho[3, n] = 1 - \hat{\omega}_3[n]/(Q[3, n]\pi); R[3, n] = R[1, n];$$

$$\lambda[3, n] = 0,99; \lambda_{max} = 0,99; \lambda_\rho[3, n] = 0,9.$$

3º passo Modelo Polinomial

$$\kappa = 1,015; \kappa_\rho = 1,02; \delta = 0,002; Q[m, n] = 40;$$

$$\omega_m[n] = (m/\eta) \min\{\omega_1[n-1], \omega_2[n-1]\}; Q_{min} = 30; Q_{max} = 200;$$

calcule φ_n para um sistema de L equações (5.5);

$$\mathbf{P}[m, n] = (0,25/\eta) \min\{\omega_1[n-1], \omega_2[n-1]\} \text{diag}\{(5m)^{-3}, (5m)^{-2}, (5m)^{-1}\},$$

$$R[m, n] = R[1, n-1]; \rho_m[n] = 1 - \omega_m[n]/(Q[m, n]\pi);$$

$$\lambda[m, n] = \lambda_\rho[m, n] = \rho_m[n].$$

Apêndice G

Inicialização do Algoritmo para Filtragem Adaptativa Usando o Modelo de Inarmonicidade

$$\begin{aligned}\mu &= 10^{-4}, \\ \mu_{\max} &= 10^{-2},\end{aligned}$$

Dados o índice MIDI ℓ e a frequência de amostragem f_s , $f_1(\ell) = 27,5 \times 2^{(\ell-21)/12}$ Hz,

$$a = e^{-(0,1f_1)/f_s}.$$

Para $m = \{1, \dots, M\}$,

$$\begin{aligned}g_1[m, 1] &= p_1[m, 1] = y_1[m, 1] = x_1[m, 1] = f_1[m, 1] = 0, \\ g_2[m, 1] &= p_2[m, 1] = y_2[m, 1] = x_2[m, 1] = f_2[m, 1] = 0, \\ g_3[m, 1] &= p_3[m, 1] = y_3[m, 1] = x_3[m, 1] = f_3[m, 1] = 0, \\ g_4[m, 1] &= p_4[m, 1] = y_4[m, 1] = x_4[m, 1] = f_4[m, 1] = 0,\end{aligned}$$

$$\hat{\omega}_0[0] = 2\pi f_0(\ell)/f_s,$$

$$\hat{B}[0] = 10^{-4},$$

$$BW = \hat{\omega}_0/16,$$

$$\alpha = \frac{1 - \text{tg}(BW/2)}{1 + \text{tg}(BW/2)},$$

$$\tau = \arcsen(\alpha),$$

$$P_{\omega_0}[m] = P_B[m] = 10,$$

$$\mathcal{T} = 0,9, \quad \delta = 10^{-6}, \quad \mu_{\min} = 10^{-8}.$$