



## CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO PARA CONTROLADORES APLICADOS A MANCAIS MAGNÉTICOS

José Dalvio Ghirello Garcia

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Orientador(es): Richard Magdalena Stephan  
Afonso Celso Del Nero Gomes

Rio de Janeiro  
Junho de 2014

CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO PARA CONTROLADORES  
APLICADOS A MANCAIS MAGNÉTICOS

José Dalvio Ghirello Garcia

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ  
COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE) DA  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS  
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM CIÊNCIAS EM  
ENGENHARIA ELÉTRICA.

Examinada por:

---

Prof. Richard Magdalena Stephan, Dr.-Ing

---

Prof. Afonso Celso Del Nero Gomes, D.Sc.

---

Prof. Luis Guilherme Barbosa Rolim, D.Sc.

---

Profa. Janaina Gonçalves de Oliveira, Ph.D.

---

Prof. Roberto Moura Sales, D.Sc.

---

Prof. João Carlos dos Santos Basilio, Ph.D.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

JUNHO DE 2014

Garcia, José Dalvio Ghirello

Critérios de Avaliação de Desempenho para Controladores Aplicados a Mancais Magnéticos / José Dalvio Ghirello Garcia. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2014.

XVI, 113 p.: il; 29,7 cm.

Orientadores: Richard Magdalena Stephan,

Afonso Celso Del Nero Gomes

Tese (doutorado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Elétrica, 2014.

Referências Bibliográficas: p. 109 - 113

1. Motores elétricos sem mancais mecânicos. 2. Mancais magnéticos. 3. Motor mancais magnéticos. 4. Avaliação de desempenho. 5. Critérios. I. Stephan, Richard Magdalena; *et al.* II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Elétrica. III. Título.

*Este trabalho é dedicado a meus netos Rafael e Olivia, e a todos quantos vierem, como incentivo a que se dediquem a buscar o seu melhor.*

## **Agradecimentos**

Agradeço a meus orientadores, por sua compreensão e apoio, e aos colegas do laboratório, pela ajuda e incentivo.

Agradeço a minha família, por ter me apoiado e motivado a chegar ao final.

Agradeço, finalmente, à FAPERJ e à CAPES, pela alocação de verbas que permitiram a realização deste trabalho.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

## CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO PARA CONTROLADORES APLICADOS A MANCAIS MAGNÉTICOS

José Dalvio Ghirello Garcia

Junho/2014

Orientadores: Richard Magdalena Stephan

Afonso Celso Del Nero Gomes

Programa: Engenharia Elétrica

Mancais Magnéticos Ativos têm sido empregados, de maneira cada vez mais intensiva, em aplicações industriais. Por serem baseados em campos magnéticos, apresentam um comportamento inerentemente instável, sendo necessária a utilização de controladores. Várias estruturas diferentes de controle têm sido propostas e testadas, conforme trabalhos publicados por vários autores, restando a dúvida sobre qual o melhor algoritmo de controle.

Este trabalho analisa o desempenho de controladores tomando-se dois diferentes critérios de avaliação, nomeadamente o critério de mínima variância e o critério de mínimo afastamento e análise de sensibilidade, proposto pela norma ISO 14839. Dados experimentais para controladores LQR e PID, empregados para a estabilização do motor mancal magnético existente no Laboratório de Aplicação de Supercondutores da UFRJ, são usados para avaliar seus desempenhos. Conclui-se pelo melhor desempenho do controlador LQR para este caso específico.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

PERFORMANCE ASSESSMENT CRITERIA FOR CONTROLLERS APPLIED  
TO MAGNETIC BEARINGS

José Dalvio Ghirello Garcia

June / 2014

Advisors: Richard Magdalena Stephan

Afonso Celso Del Nero Gomes

Department: Electrical Engineering

Active Magnetic Bearings have been used, nowadays more frequently, in industrial applications. The fact that they are based on magnetic fields results in their inherent instability, requiring the use of controllers to attain stability. Different control structures have been proposed and tested, as literature presents papers by many authors addressing this subject. The question that arises from this diversity is which control algorithm is the best.

This thesis analyzes controllers' performance, applying two different evaluation criteria, namely the minimum variance criteria and the minimum displacement criteria with sensitivity analysis, proposed by ISO14839 norm. Experimental data for LQR and PID controllers used to stabilize the existing bearingless motor, at UFRJ Applied Superconductor Laboratory, is employed to evaluate their performance. Conclusion is reached that, for this specific application, LQR controller displays the best performance.

# Sumário

<b>Capítulo 1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 <i>Mancais magnéticos</i>	2
1.1.1 Mancais magnéticos passivos	2
1.1.2 Mancais magnéticos ativos	3
1.1.3 Controle de Mancais Magnéticos Ativos	4
1.2 <i>Objetivo</i>	4
1.3 <i>Resumo do conteúdo</i>	5
<b>Capítulo 2 Motor Mancal Magnético</b>	<b>7</b>
2.1 <i>Mancal Magnético Supercondutor</i>	8
2.2 <i>Modelo Físico do Mancal Magnético</i>	12
2.2.1 Forças eletromagnéticas aplicadas	12
2.2.2 Dinâmica de rotação	18
2.3 <i>Modelo do Protótipo de Motor Mancal</i>	24
<b>Capítulo 3 Validação de Modelo</b>	<b>27</b>
3.1 <i>Técnicas de identificação de sistemas em malha fechada</i>	27
3.2 <i>Protótipo de Motor Mancal Magnético</i>	29
3.2.1 Modelagem utilizando métodos paramétricos	30
3.3 <i>Validação de modelo - conclusão</i>	41
<b>Capítulo 4 Estratégias de Controle</b>	<b>44</b>
4.1 <i>Controle PID</i>	45
4.2 <i>Controle LQR</i>	45
4.3 <i>Critérios de Projeto</i>	46
4.3.1 Estabilidade	46
4.3.2 Desempenho no transitório e no regime	47
4.3.3 Outros fatores	48
4.4 <i>Aplicação das estratégias de controle ao Protótipo de Motor Mancal</i>	49

4.4.1	Resultados experimentais	50
<b>Capitulo 5 Avaliação de desempenho</b>		<b>54</b>
5.1	<i>Avaliação estocástica de desempenho</i>	55
5.1.1	Dinâmica do sistema	55
5.1.2	Critério de projeto	56
5.1.3	Controles admissíveis	56
5.1.4	Controle de mínima variância	57
5.1.5	Procedimento para avaliação de desempenho estocástica de malha SISO	60
5.2	<i>Avaliação de desempenho por análise da sensibilidade</i>	62
5.2.1	Função de transferência de sensibilidade	62
5.2.2	Procedimento para avaliação de desempenho no domínio da frequência	63
5.3	<i>Avaliação de desempenho segundo a norma ISO 14839</i>	64
5.4	<i>Proposta de aplicação de diferentes critérios de avaliação para mancais magnéticos</i>	65
5.5	<i>Avaliação experimental de desempenho</i>	66
<b>Capitulo 6 Análise da avaliação de desempenho</b>		<b>68</b>
6.1	<i>Comparação de desempenho de controladores</i>	68
6.1.1	Dados experimentais para PID e LQR a 1200 rpm	68
6.1.2	Dados experimentais para PID e LQR a 1800 rpm	77
6.1.3	Considerações sobre o ensaio de sensibilidade	92
6.2	<i>Discussão dos critérios de avaliação de desempenho</i>	101
6.2.1	Ajuste experimental de controlador PID	102
<b>Capitulo 7 Conclusões</b>		<b>107</b>
<b>Referências</b>		<b>109</b>

# Lista de Figuras

Figura 1-1 Desenho de mancal de rolamento atribuído a Leonardo da Vinci [2].....	1
Figura 1-2 Mancal radial de dois anéis radialmente magnetizados [13] .....	3
Figura 1-3 Sistema de armazenamento cinético de energia (Flywheel) [13] .....	4
Figura 2-1 Comportamento diamagnético de supercondutor [26].....	8
Figura 2-2 Comportamento de M em função de H para tipo I e tipo II [26] .....	9
Figura 2-3 Rede de Abrisikov.....	9
Figura 2-4 Força lateral, segundo dados experimentais de Hull [15] .....	10
Figura 2-5 Resposta a degrau de deslocamento horizontal .....	11
Figura 2-6 (a) Rigidez; (b) Amortecimento [19] .....	12
Figura 2-7 Circuito Magnético .....	13
Figura 2-8 Diagrama de mancal magnético .....	14
Figura 2-9 Circuito elétrico para uma das fases do mancal motor [24] .....	16
Figura 2-10 Sistema de coordenadas do motor mancal magnético .....	18
Figura 2-11 Protótipo do MMM do LASUP .....	25
Figura 3-1 Estrutura para identificação de modelo do MMM .....	29
Figura 3-2 Entrada (amarela) e saída (verde), eixo X, 1200 rpm .....	32
Figura 3-3 Malha fechada, 1200 rpm. Modelo físico (verde), modelo experimental (azul) .....	34
Figura 3-4 Entrada (amarela) e saída (verde), eixo Y, 1800 rpm .....	36
Figura 3-5 Malha fechada, 1800 rpm. Modelo físico (verde), modelo experimental (azul) .....	38
Figura 3-6 Entrada (amarela) e saída (verde), eixo X, 2400 rpm .....	40
Figura 3-7 Malha fechada, 2400 rpm. Modelo físico (verde), modelo experimental (azul) .....	43
Figura 4-1 Margens de estabilidade .....	47
Figura 4-2 Resposta a degrau .....	48
Figura 4-3 Resposta a degrau do protótipo de motor mancal do LASUP.....	49
Figura 4-4 Deslocamento radial do mancal no eixo X, para controlador PID .....	51
Figura 4-5 Deslocamento radial do mancal no eixo X, para controlador LQR descentralizado.....	52
Figura 4-6 Deslocamentos radiais do mancal nos eixos X e Y, para controlador PID.....	52
Figura 4-7 Deslocamentos radiais do mancal nos eixos X e Y, para controlador LQR descentralizado ..	53
Figura 5-1 Modelo da planta .....	56
Figura 5-2 Sistema de controle de mínima variância (MVC) .....	57
Figura 5-3 Diagrama experimental.....	67
Figura 6-1 Série temporal (n,y) para amostragem do eixo X, controlador PID. Amarelo – n, Verde – y	69
Figura 6-2 Série temporal (n, p <sub>n</sub> ) para amostragem do eixo Y, controlador LQR. Amarelo – n, Verde – p <sub>n</sub> .....	69
Figura 6-3 Resposta a impulso, 1200 rpm, LQR, X1.....	71

Figura 6-4 Resposta a impulso, 1200 rpm, PID, Y1.....	72
Figura 6-5 Índice de desempenho $\xi_{MVC}$ para a velocidade de operação de 1200 rpm.....	74
Figura 6-6 Determinação de máximo afastamento para série temporal Y1, controlador LQR .....	75
Figura 6-7 Afastamento máximo do eixo do motor mancal de sua posição central ( $\mu\text{m}$ ) .....	77
Figura 6-8 Série temporal (n,y) para amostragem do eixo Y, controlador PID. Amarelo n, Verde – y ...	77
Figura 6-9 Série temporal (n, p <sub>n</sub> ) para amostragem do eixo X, controlador LQR. Amarelo n, Verde – p <sub>n</sub> .....	78
Figura 6-10 Resposta a impulso, 1800 rpm, LQR, X2.....	79
Figura 6-11 Resposta a impulso, 1800 rpm, PID, Y2.....	80
Figura 6-12 Índice de desempenho $\xi_{MVC}$ para a velocidade de operação de 1800 rpm.....	82
Figura 6-13 Determinação de máximo afastamento para série temporal Y1, controlador LQR .....	83
Figura 6-14 Série temporal (n,y) para amostragem do eixo X, controlador LQR. Amarelo n, Verde - y.	84
Figura 6-15 Série temporal (n, p <sub>n</sub> ) para amostragem do eixo Y, controlador PID. Amarelo n, Verde - p <sub>n</sub> .....	85
Figura 6-16 Resposta a impulso, 2400 rpm, LQR, X1.....	86
Figura 6-17 Resposta a impulso, 2400 rpm, PID, X2.....	87
Figura 6-18 Índice de desempenho $\xi_{MVC}$ para a velocidade de operação de 2400 rpm.....	90
Figura 6-19 Determinação de máximo afastamento para série temporal X1, controlador PID .....	91
Figura 6-20 Deslocamento do eixo do motor mancal de sua posição central .....	92
Figura 6-21 Diagrama de Bode da Sensibilidade para séries X1 (LQR e PID), 1200 rpm .....	93
Figura 6-22 Diagrama de Bode da Sensibilidade para séries X1 (LQR e PID), 1200 rpm - detalhe.....	94
Figura 6-23 Diagrama de Bode da Sensibilidade para séries Y1 (LQR e PID), 1200 rpm.....	95
Figura 6-24 Diagrama de Bode da Sensibilidade para séries X2 (LQR e PID), 1800 rpm .....	96
Figura 6-25 Diagrama de Bode da Sensibilidade para séries Y2 (LQR e PID), 1800 rpm.....	97
Figura 6-26 Diagrama de Bode da Sensibilidade para séries X1 (LQR e PID), 2400 rpm .....	98
Figura 6-27 Diagrama de Bode da Sensibilidade para séries Y2 (LQR e PID), 2400 rpm.....	99
Figura 6-28 Picos da função sensibilidade para dados experimentais obtidos para eixo Y.....	100
Figura 6-29 Picos da função sensibilidade para dados experimentais obtidos para eixo X .....	101
Figura 6-30 Dados amostrais para o eixo x, série OTM11 .....	102
Figura 6-31 Dados amostrais para o eixo y, série OTM11 .....	103
Figura 6-32 Distância do eixo do protótipo em relação à posição central, série OTM1.....	104
Figura 6-33 Distância do eixo do protótipo em relação à posição central x ganho proporcional .....	105

# Lista de Tabelas

Tabela 2-1 Parâmetro físicos do motor mancal	24
Tabela 2-2 Matriz A	25
Tabela 2-3 Matriz B	26
Tabela 2-4 Autovalores do sistema em malha aberta	26
Tabela 3-1 Matriz A do sistema realimentado – 1200 rpm	31
Tabela 3-2 Matriz B do sistema realimentado – 1200 rpm	31
Tabela 3-3 Matriz C do sistema realimentado – 1200 rpm	31
Tabela 3-4 Autovalores do sistema realimentado – 1200 rpm	32
Tabela 3-5 Matriz A do modelo experimental, série X1 – 1200 rpm	33
Tabela 3-6 Matriz B do modelo experimental, série X1 – 1200 rpm	33
Tabela 3-7 Matriz C do modelo experimental, série X1 – 1200 rpm	33
Tabela 3-8 Autovalores modelo experimental, série X1 – 1200 rpm	33
Tabela 3-9 Matriz A do sistema realimentado – 1800 rpm	35
Tabela 3-10 Matriz B do sistema realimentado – 1800 rpm	35
Tabela 3-11 Matriz C do sistema realimentado – 1800 rpm	35
Tabela 3-12 Autovalores do sistema realimentado – 1800 rpm	36
Tabela 3-13 Matriz A do modelo experimental, série Y1 – 1800 rpm	37
Tabela 3-14 Matriz B do modelo experimental, série Y1 – 1800 rpm	37
Tabela 3-15 Matriz C do modelo experimental, série Y1 – 1800 rpm	37
Tabela 3-16 Autovalores modelo experimental, série Y1 – 1800 rpm	37
Tabela 3-17 Matriz A do sistema realimentado – 2400 rpm	39
Tabela 3-18 Matriz B do sistema realimentado – 2400 rpm	39
Tabela 3-19 Matriz C do sistema realimentado – 2400 rpm	39
Tabela 3-20 Autovalores do sistema realimentado – 2400 rpm	40
Tabela 3-21 Matriz A do modelo experimental, série X1 – 2400 rpm	41
Tabela 3-22 Matriz B do modelo experimental, série X1 – 2400 rpm	41
Tabela 3-23 Matriz C do modelo experimental, série X1 – 2400 rpm	41
Tabela 3-24 Autovalores modelo experimental, série X1 – 2400 rpm	41
Tabela 4-1 Controlador LQR [24]	50
Tabela 5-1 Limites das Zonas de Deslocamento	65
Tabela 5-2 Limites das Zonas de Estabilidade	65
Tabela 6-1 Modelos ARMA com protótipo operando a 1200 rpm	70
Tabela 6-2 Índices de desempenho calculados para o protótipo operando a 1200 rpm	73
Tabela 6-3 Máxima distância de deslocamento	76
Tabela 6-4 Modelos ARMA com protótipo operando a 1800 rpm	81

<b>Tabela 6-5 Índices de desempenho calculados para o protótipo operando a 1800 rpm</b>	<b>81</b>
<b>Tabela 6-6 Máxima distância de deslocamento</b>	<b>84</b>
<b>Tabela 6-7 Modelos ARMA com protótipo operando a 2400 rpm</b>	<b>88</b>
<b>Tabela 6-8 Índices de desempenho calculados para o protótipo operando a 2400 rpm</b>	<b>89</b>
<b>Tabela 6-9 Máxima distância de deslocamento</b>	<b>91</b>
<b>Tabela 6-10 Ganho proporcional x máximo afastamento</b>	<b>104</b>

## Lista de Símbolos

$a_g$	Geometria do entreferro
$\sigma$	Escorregamento do motor
$\mu_0$	Permeabilidade do vácuo
$\mu_r$	Permeabilidade relativa do material
$A$	Geometria do Rotor
$A_a$	Área da secção reta do núcleo
$B$	Campo indução magnética
$B$	Geometria do Rotor
$B_a$	Campo indução magnética no entreferro
$C$	Geometria do Rotor
$C_h$	Coefficiente de amortecimento horizontal
$C_s$	Matriz dos coeficientes de amortecimento horizontal
$D$	Distância do entreferro
$d$	Geometria do Rotor
$E_a$	Energia armazenada no campo magnético
$f$	Vetor das forças e momentos no CM
$F$	Matriz de realimentação de controle LQR
$f_B$	Vetor das forças atuantes no plano do mancal motor
$f_{ha}$	Força horizontal de amortecimento
$f_{hr}$	Força horizontal de restauração
$f_m$	Força gerada pelo campo magnético
$f_x$	Força desenvolvida segundo eixo x
$f_y$	Força desenvolvida segundo eixo y
$G$	Matriz giroscópica

$g$	Geometria do Rotor
$H$	Campo magnético
$h$	Geometria do entreferro
$H_a$	Campo magnético no entreferro
$H_c$	Campo magnético crítico
$i$	Corrente elétrica na bobina
$I$	Corrente aplicada ao enrolamento do MMM
$I_0$	Corrente de polarização no motor
$I_{bx}$	Corrente aplicada ao enrolamento da fase no plano b na direção x
$I_{by}$	Corrente aplicada ao enrolamento da fase no plano b na direção y
$I_h$	Corrente de magnetização de fase
$I_{xx}$	Momento de Inércia
$I_{yy}$	Momento de Inércia
$I_{zz}$	Momento de Inércia
$K_d$	Ganho em posição, modelo linearizado
$K_h$	Coeficiente de rigidez horizontal
$K_i$	Ganho em corrente, modelo linearizado
$K_I(t)$	Matriz dos ganhos linearizados, corrente, da força magnética
$K_p$	Ganho proporcional do controlador PID
$K_z$	Matriz dos ganhos linearizados, deslocamento, da força magnética
$L_2$	Parâmetro elétrico
$l_{fe}$	Comprimento do percurso magnético no núcleo
$L_m$	Parâmetro elétrico
$M$	Matriz de inércia
$m$	Massa do Rotor
$n$	Número de espiras da bobina
$n_e$	Número efetivo de espiras do enrolamento
$P$	Número de polos no motor
$p_x$	Torque desenvolvido segundo eixo x

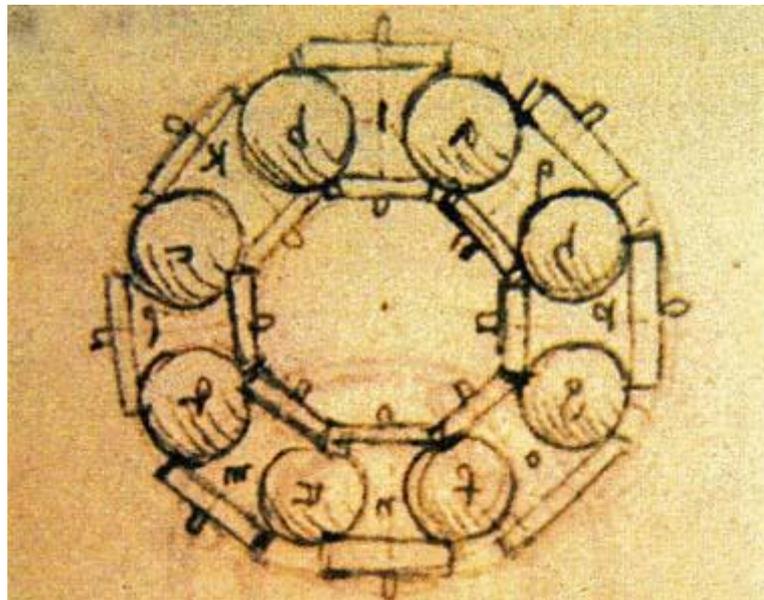
$p_y$	Torque desenvolvido segundo eixo y
R,Q	Matrizes de ponderação LQR
$R_2$	Parâmetro elétrico
$S(s)$	Função de transferência de sensibilidade
$S_s$	Matriz dos coeficientes de restauração horizontal
$T(s)$	Função de transferência de sensibilidade complementar
$T_c$	Temperatura crítica
$T_d$	Tempo derivativo do controlador PID
$T_i$	Tempo integral do controlador PID
$x_b$	Deslocamento associados à direção x
$y_b$	Deslocamento associados à direção y
$z$	Vetor dos deslocamentos e ângulos em relação ao CM
$z_B$	Vetor dos deslocamentos no plano do mancal motor
$z_S$	Vetor dos deslocamentos no plano dos sensores
$\xi$	Índice de desempenho de mínima variância
$\rho$	Módulo função de transferência bobina
$\sigma_{MV}^2$	Variância do obtida com controlador MVC
$\sigma_w^2$	Variância do ruído
$\sigma_y^2$	Variância do sinal
$T_2, T_m$	Constantes de tempo
$\Psi$	Fase função de transferência bobina
$\psi_i$	Pesos da resposta impulsiva
$\omega_m$	Velocidade angular em torno do eixo z

# Capítulo 1

## Introdução

Mancais são elementos de máquinas que apresentam um movimento relativo entre seus elementos constituintes. Alternativamente podem ser definidos como sendo todos os elementos nos quais o movimento de translação em qualquer direção deve ser minimizado, senão proibido, deixando livre a rotação somente em torno de um eixo.

Mancais têm sido empregados desde tempos imemoriais, havendo evidências históricas datadas de 40 a.C. [1], encontradas em naufrágio de navio romano no Lago Nemi, Itália, bem como desenhos de Leonardo da Vinci de um mancal de rolamentos, como apresentado na figura 1-1.



**Figura 1-1 Desenho de mancal de rolamento atribuído a Leonardo da Vinci [2]**

Mais comumente encontrados em aplicações quotidianas são os mancais de deslizamento, como exemplo o mancal do eixo de motores de combustão, e mancais

de rolamentos, amplamente empregados em motores elétricos e bombas. Necessidades associadas a equipamentos de alta rotação levaram ao desenvolvimento de mancais de filme fluido, sejam fluidostáticos, sejam fluidodinâmicos [3, 4], e, mais recentemente, mancais eletromagnéticos.

Devido à sua característica de evitar o contato entre as partes girantes, mancais magnéticos apresentam vantagens como [5]:

- Ausência de lubrificação;
- Altas velocidades de rotação;
- Menor custo de manutenção;
- Baixas perdas;
- Alta precisão.

Essas vantagens têm aumentado o número de aplicações de mancais magnéticos ativos, encontrando-se aplicações em áreas como: compressores [6], turbinas [7], ultra-centrífugas [8], bombas de vácuo turbo-moleculares [9], máquinas-ferramenta [10] e volantes para armazenamento de energia [11]. Entretanto, os mancais magnéticos têm a característica de serem intrinsecamente instáveis, necessitando, para sua operação, da implementação de controladores que tornem o sistema estável, razão pela qual são chamados de ativos.

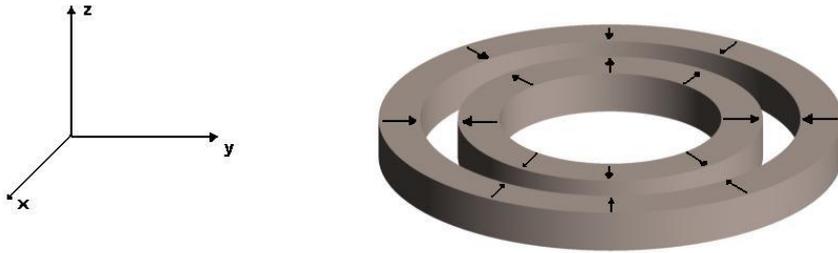
Diante desse requisito, diferentes controladores têm sido empregados para essa tarefa, ficando então o questionamento de qual controlador apresenta o melhor desempenho na tarefa de estabilizar o mancal magnético. Essa questão é o foco deste trabalho.

## **1.1 Mancais magnéticos**

Mancais magnéticos são baseados no princípio de levitação magnética, podendo ser classificados em passivos e ativos.

### **1.1.1 Mancais magnéticos passivos**

Os mancais magnéticos baseados na força de atração ou repulsão de dois ímãs permanentes têm sido objeto de estudo, particularmente por sua simplicidade e baixo custo. Entretanto, sendo instáveis, conforme demonstrado por Earnshaw [12], não podem ser usados para garantir o posicionamento em todos os eixos, sendo então usados como mancais auxiliares ou em conjunto com outros mecanismos de levitação magnética, como mancais magnéticos ativos [14].



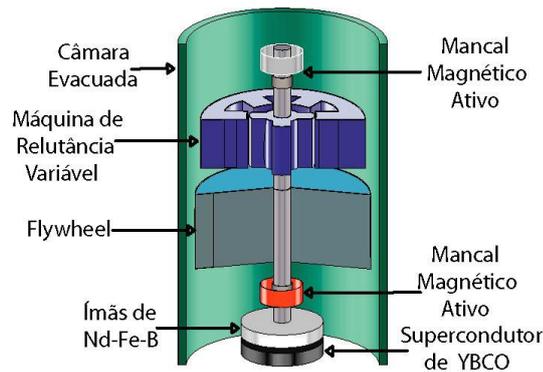
**Figura 1-2 Mancal radial de dois anéis radialmente magnetizados [13]**

Ainda dentro da família dos mancais magnéticos passivos, temos os mancais baseados em supercondutores. A interação entre ímãs permanentes e blocos supercondutores geram forças que permitem a levitação magnética estável.

Essas forças são consequência de duas propriedades dos supercondutores: o diamagnetismo, que faz surgir uma força de repulsão quando o supercondutor é submetido a um campo magnético de um ímã permanente; e o aprisionamento de fluxo magnético, quando o resfriamento é realizado sob o efeito de um campo magnético limitado (FC, Field Cooling), que gera força restauradora que traz de volta o ímã permanente à posição de equilíbrio em caso de deslocamento vertical ou horizontal [15]. A desvantagem dos mancais baseados em supercondutores é a necessidade do uso de sistemas de refrigeração a temperaturas criogênicas.

### **1.1.2 Mancais magnéticos ativos**

Nesse tipo de mancal, a força magnética é gerada por eletroímãs, e sua intensidade é regulada por um sistema de controle que recebe a informação da posição do eixo de sensores instalados em posições convenientes, e varia a corrente aplicada ao eletroímã de maneira a restaurar o eixo à sua posição de referência. Essa realimentação é projetada de maneira a garantir a estabilidade do mancal. A existência dessa malha de controle é motivo pelo qual esses mancais são conhecidos como mancais magnéticos ativos. Embora os sistemas de controle garantam a estabilidade da operação, torna-se necessária a instalação de mancais auxiliares de emergência para atuarem em caso de perda do acionamento do mancal. A figura 1-3 apresenta um mancal magnético ativo como mancal radial, enquanto o mancal axial é supercondutor.



**Figura 1-3 Sistema de armazenamento cinético de energia (Flywheel) [13]**

O desenvolvimento dos mancais magnéticos ativos levou a uma forma alternativa de implementação, conhecida como motores mancais magnéticos (MMM), em que o próprio enrolamento do motor age como atuador do posicionamento do eixo [13].

### 1.1.3 Controle de Mancais Magnéticos Ativos

Em função da inerente instabilidade dos mancais magnéticos baseados na força magnética gerada por eletroímãs, diferentes algoritmos de controle têm sido empregados para sua estabilização: PD (Proporcional Derivativo) [16], PID (Proporcional Integral Derivativo) [17, 18], LQR (Regulador Linear Quadrático) [19],  $H_{\infty}$  [20], Fuzzy [21], e outros. Dada essa variedade de diferentes esquemas de controle, também é colocada com frequência a questão de qual desses algoritmos é o mais adequado para estabilizar o mancal magnético ativo e qual apresenta o melhor desempenho [22,23].

### 1.2 Objetivo

O que se observa na literatura, no tocante à avaliação de desempenho de controladores, é serem usados comparativos que não condizem com o objetivo de estabelecer qual a melhor técnica, ou melhor aplicação, de um determinado controlador. Na mesma linha de raciocínio, não é considerada a aplicação dessas técnicas à continuidade de operação do sistema, apenas avaliando-se o controlador pontualmente. Para concretizar estas asserções, é comum, na literatura, que se usem trajetórias, no plano de fase, dos afastamentos no eixo X e no eixo Y, para comparar desempenho de controladores, como nas referências [20] e [22]. Essa comparação permite, apenas, uma avaliação qualitativa e subjetiva. Outra abordagem, encontrada na literatura, é considerar a resposta a degrau, técnica esta bastante usual para

estudo de sistemas de controle, como nas referências [13] e [18]. Embora a resposta a degrau seja um critério clássico, pode ser inadequado, no ambiente industrial, aplicar-se tal sinal de teste, ou pode ser que tal distúrbio seja não usual na aplicação de mancal magnético sendo considerada.

Dessa forma, o objetivo deste trabalho é estudar os critérios de avaliação de desempenho de controladores aplicados a mancais magnéticos, a partir de procedimentos e normas técnicas atuais. Os resultados serão testados em um protótipo de motor mancal magnético existente no Laboratório de Aplicações de Supercondutores (LASUP) da UFRJ, operando-o em vazio, com velocidade variando entre 1200 e 2400 rpm.

Precedendo a análise dos critérios de avaliação, será feita a validação experimental do modelo do protótipo, uma vez que apenas o modelo físico, desenvolvido com base nas equações teóricas para a dinâmica da planta, foi usado para o projeto dos controladores. Essa validação apresenta dificuldades por só poder ser feita com a planta operando em malha fechada, dada sua inerente instabilidade e ainda não foi feita em outros trabalhos que usaram como base a mesma planta.

Serão estudados critérios baseados tanto no domínio do tempo, quanto no domínio da frequência. A aplicação desses critérios será feita nos controladores PID e LQR do protótipo, visando, num primeiro momento, escolher qual o mais adequado para esta aplicação. Entretanto, estabelecido um critério de avaliação adequado para esta planta, pode-se averiguar se tais controladores podem ser aprimorados, bem como permitir uma comparação de tais controladores com outros que possam ser testado no controle de motores mancais magnéticos e, em particular que sejam aplicados ao protótipo do LASUP.

### **1.3 Resumo do conteúdo**

Para possibilitar uma visão geral do trabalho, abaixo é feita uma breve descrição de cada capítulo.

No capítulo 2 são discutidos os mancais magnéticos e desenvolvidas as equações dinâmicas de seu comportamento, bem como da dinâmica dos componentes mecânicos do protótipo de motor mancal magnético do LASUP.

No capítulo 3 é feito um apanhado das técnicas de identificação de sistema e são apresentados os resultados experimentais obtidos na identificação da dinâmica do

protótipo do MMM, comparando os resultados experimentais com o modelo físico desenvolvido no capítulo 2.

No capítulo 4 são apresentados, comentados e discutidos os diferentes algoritmos de controle aplicados ao protótipo do LASUP.

São apresentados e discutidos, no capítulo 5, diferentes critérios de avaliação de desempenho aplicáveis a sistemas de controle.

No capítulo 6 analisam-se os resultados experimentais obtidos com o objetivo de avaliar o desempenho dos controladores PID e LQR desenvolvidos nos trabalhos de Gomes [13] e Kauss [24] e implementados em DSP para estabilização do MMM do LASUP.

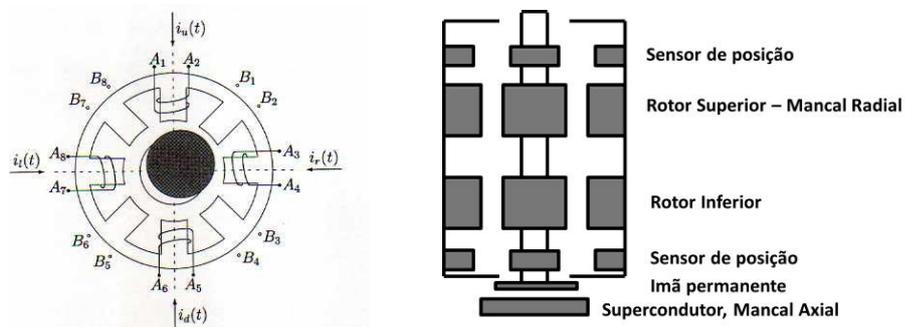
## Capítulo 2

### Motor Mancal Magnético

O protótipo original do LASUP, representado no diagrama da figura 2-1, é constituído por dois MMM, um superior e outro inferior, obtidos pela mudança nos enrolamentos de motores de indução bifásicos de quatro polos.

Originalmente, conforme discutido no trabalho de David [19], o protótipo foi construído para ter o mancal axial baseado em material supercondutor, e dois conjuntos de mancais magnéticos radiais, um superior e outro inferior. Nos trabalhos de Gomes [13] e Kauss [24], o protótipo foi operado com um mancal inferior a rolamento, fazendo as funções de mancal axial e radial, sendo o mancal radial superior constituído pelo MMM. Uma das fases do motor superior foi usada, primariamente, para gerar as forças magnéticas que posicionam o rotor na vertical, gerando também torque motor, enquanto a outra fase foi usada apenas para gerar torque motor.

Neste trabalho, o protótipo do LASUP foi analisado tendo como mancal axial um mancal magnético supercondutor e, como mancal radial, o MMM superior, como representado na figura 2-1.



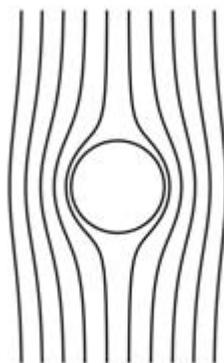
**Figura 2-1 Protótipo de Motor Mancal do LASUP (a) enrolamento; (b) geometria.**

## 2.1 Mancal Magnético Supercondutor

Ao estudar o efeito da temperatura na resistência de metais, Onnes [25] observou que o mercúrio, submetido a uma temperatura inferior a 4,2 K, apresentava resistência nula.

Estudos posteriores mostraram que diferentes materiais apresentavam tal comportamento supercondutor quando submetidos a temperaturas inferiores à sua temperatura crítica ( $T_c$ ). Também foi observado que materiais supercondutores resfriados abaixo de sua  $T_c$ , se submetidos a campos superiores a um campo magnético crítico,  $H_c$ , perdiam sua propriedade supercondutora. Analogamente, materiais supercondutores resfriados abaixo de sua temperatura crítica, perdiam também sua condição supercondutora se submetidos a uma densidade de corrente crítica,  $J_c$ .

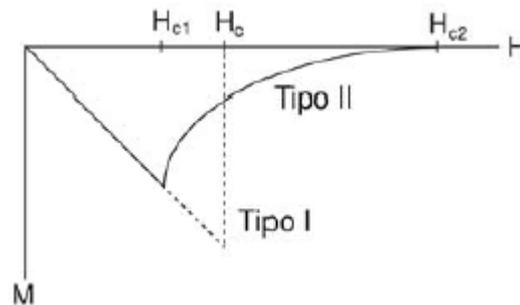
Também foi observado que tais supercondutores, quando submetidos a campos inferiores a  $H_c$ , se comportavam como diamagnetos perfeitos, expulsando qualquer fluxo magnético de seu interior, tendo sido resfriados em ausência de campo magnético (Zero Field Cooling – ZFC) ou na presença de campo magnético limitado (Field Cooling – FC), como mostra a figura 2-2. Esse comportamento é conhecido como efeito Meissner.



**Figura 2-2 Comportamento diamagnético de supercondutor [26]**

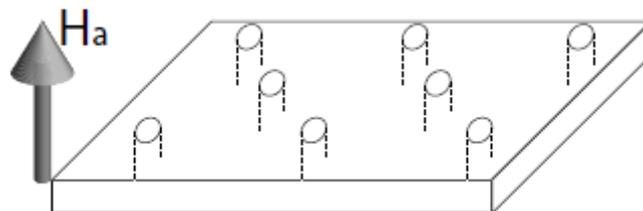
Esse comportamento de diamagnetismo leva a classificar os supercondutores em tipo I ou tipo II. Nos supercondutores tipo I observa-se o efeito Meissner completo quando há sujeição a campos magnéticos inferiores a  $H_c$ , e, saindo do estado supercondutor quando o material for submetido a campo superior a  $H_c$ , desaparece o diamagnetismo,. Os supercondutores tipo II apresentam efeito Meissner completo para

aplicação de campos menores que  $H_{c1}$  e um comportamento intermediário entre efeito Meissner e normal para campos entre  $H_{c1}$  e  $H_{c2}$ , sendo esse efeito intermediário chamado de estado misto [3, 26]. Nesse estado misto, o fluxo magnético penetra parcialmente no material, como apresentado na figura 2-3.



**Figura 2-3 Comportamento de M em função de H para tipo I e tipo II [26]**

As regiões normais, em tais supercondutores tipo II, são chamadas fluxoides e estão distribuídas homogeneamente em rede hexagonal, chamada rede de Abrikosov. Essas redes são representadas graficamente na figura 2-4 [3].



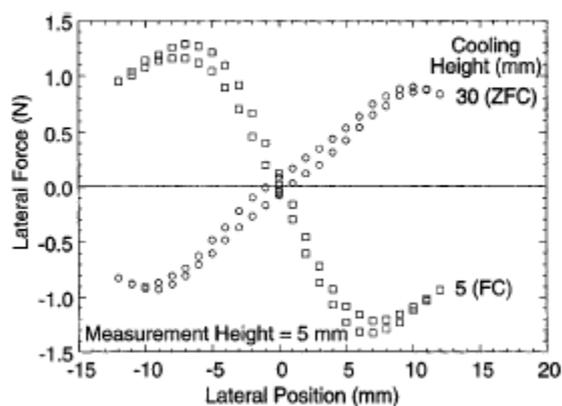
**Figura 2-4 Rede de Abrikosov**

Na década de 1980, foram descobertos materiais supercondutores de alta temperatura crítica (HTS, High Temperature Superconductors), e foi viabilizada a utilização de tais materiais em aplicações práticas, entre elas a de mancais supercondutores [3]. Em particular o YBCO (Y-Ba-Cu-O) tem  $T_c = 92$  K, podendo ser resfriado com nitrogênio líquido.

Segundo Hull [15], quando um ímã permanente é colocado sobre um supercondutor, desenvolve-se, no supercondutor, uma corrente de blindagem que exclui o fluxo magnético e faz com que o ímã permanente “veja” sua imagem espelhada, no caso ideal, gerando uma força repulsiva equivalente à força entre o ímã permanente e sua imagem especular. Essa levitação de um ímã sobre uma superfície supercondutora é estável e essa estabilidade é garantida teoricamente pela extensão feita por

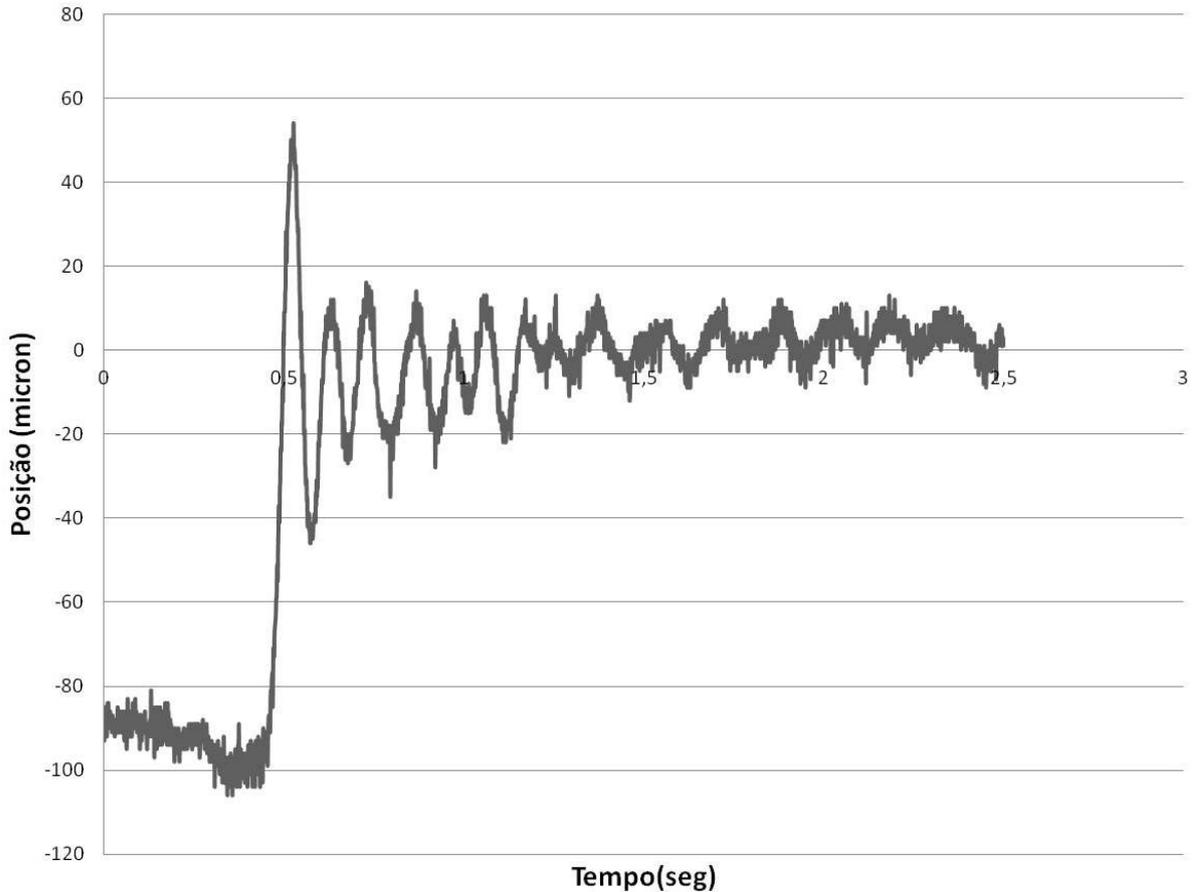
Braunbeck ao Teorema de Earnshaw, demonstrando que materiais diamagnéticos não são governados pela restrição deduzida por Earnshaw.

Quando o resfriamento do supercondutor tipo II é feito sob a ação de um campo magnético limitado, ocorre o aparecimento dos fluxoides aprisionados no supercondutor, já descritos acima. Com a presença desses fluxoides, se o ímã permanente se move paralelamente à superfície do HTS, linhas de fluxo são cisalhadas, resultando em uma força magnética lateral de restauração, de comportamento estável, como pode se depreender da figura 2-5. Nessa figura são apresentados dados do comportamento obtido no resfriamento sem qualquer campo magnético próximo (ZFC, com altura de 30 mm entre o supercondutor e o ímã), bem como no resfriamento do material sob um dado campo magnético (FC, com altura de resfriamento de 5 mm). Note-se que o comportamento para ZFC é completamente diferente do comportamento para FC, podendo-se observar, pela inclinação da curva de resfriamento sob efeito de campo magnético, a força de restauração, citada acima, que surge para o resfriamento sob campo magnético. O coeficiente de rigidez, nesse caso pode ser estimado como sendo metade do coeficiente de rigidez na direção vertical [15].



**Figura 2-5 Força lateral, segundo dados experimentais de Hull [15]**

Observa-se que, além da força de restauração gerada pelo supercondutor quando resfriado na presença de campo magnético, também aparecem forças de amortecimento, com comportamento semelhante ao amortecimento viscoso. Isso faz com que a resposta de um ímã, levitando sobre supercondutores, a um impulso ou degrau de deslocamento apresente-se como uma senoide amortecida, como apresentado na figura 2-6, obtida deslocando-se o ímã horizontalmente em relação ao supercondutor.



**Figura 2-6 Resposta a degrau de deslocamento horizontal**

Esse comportamento dos supercondutores permite escrever as seguintes equações para as forças de restauração e de amortecimento [19]:

$$f_{hr} = -K_h \cdot x$$

$$f_{ha} = -C_h \cdot \dot{x} \quad (2-1)$$

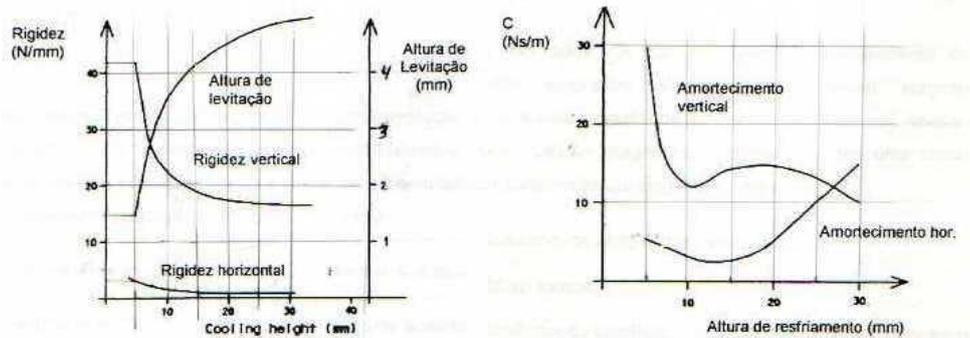
sendo  $f_{hr}$  a força horizontal de restauração,  $f_{ha}$  a força resistente que gera o amortecimento e  $x$  o deslocamento no plano horizontal.

Como já mencionado, o protótipo de motor mancal magnético do LASUP tem um mancal supercondutor como seu mancal axial, constituído por um ímã permanente de Nd-Fe-B, levitando sobre pastilhas de supercondutor YBCO resfriadas com nitrogênio líquido.

Para esse arranjo ímã permanente/supercondutor, foram levantadas as curvas de rigidez tanto horizontal quanto vertical [19], bem como os coeficientes de amortecimento, tendo sido obtidos experimentalmente os valores apresentados na

figura 2-7.a abaixo. Esses valores serão incorporados ao modelo físico do sistema, desenvolvido na seção 2.2.

No mesmo experimento no qual foi determinada a rigidez horizontal e vertical do mancal axial supercondutor, foi determinado o amortecimento que é apresentado na figura 2-7.b.



**Figura 2-7 (a) Rigidez; (b) Amortecimento [19]**

## 2.2 Modelo Físico do Mancal Magnético

O desenvolvimento do modelo matemático, baseado nas leis físicas, será elaborado explorando-se dois aspectos complementares: a análise das forças eletromagnéticas aplicadas, bem como a dinâmica de rotação do motor. Esses modelos serão combinados para se chegar ao modelo final do sistema.

### 2.2.1 Forças eletromagnéticas aplicadas

Considere-se o circuito magnético apresentado na figura 2-8 .

Para o circuito magnético apresentado, tem-se como expressão da energia no entreferro [5]:

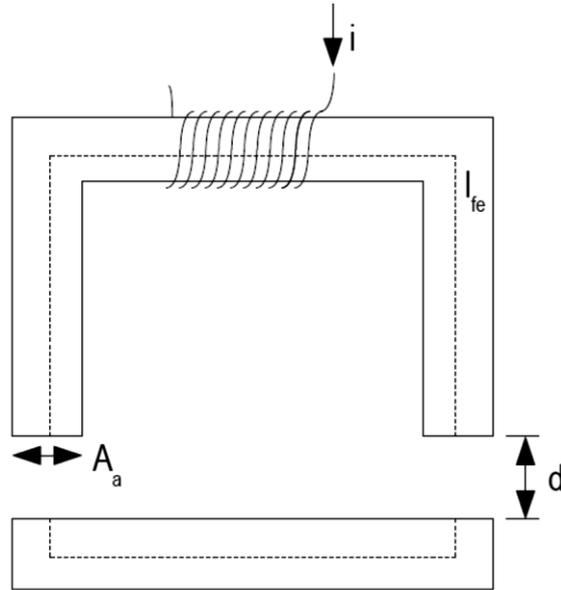
$$E_a = \frac{1}{2} \int B_a H_a dV \quad (2-2)$$

Supondo os campos constantes no entreferro, e sendo  $A_a$  a área da seção reta do núcleo e  $d$  a distância do entreferro, segue que

$$E_a = \frac{1}{2} B_a H_a A_a 2d \quad (2-3)$$

Para a geometria considerada, sendo  $n$  o número de espiras,  $i$  a corrente e  $l_{fe}$  o comprimento do percurso magnético no núcleo, pode-se escrever:

$$H_{fe} \cdot l_{fe} + 2d \cdot H_a = n \cdot i \quad (2-4)$$



**Figura 2-8 Circuito Magnético**

Sendo  $\mu_0$  a permeabilidade do vácuo e  $\mu_r$  a permeabilidade relativa do material, então

$$B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H \quad (2-5)$$

Considerando-se o vetor intensidade de fluxo igual no núcleo e no entreferro, segue que:

$$l_{fe} \cdot \frac{B_a}{\mu_0 \cdot \mu_r} + 2d \frac{B_a}{\mu_0} = n \cdot i \quad (2-6)$$

Conseqüentemente

$$B_a = \frac{\mu_0 \cdot n \cdot i}{\left(\frac{l_{fe}}{\mu_r} + 2d\right)} \quad (2-7)$$

Uma vez que o núcleo do eletroímã é de material ferromagnético, tem-se que  $\mu_r \gg 1$ . Pode-se, portanto, simplificar a equação (2-7):

$$B_a = \frac{\mu_0 \cdot n \cdot i}{2d} \quad (2-8)$$

Dessa forma a energia no entreferro pode ser expressa como:

$$E_a = \frac{1}{2} \cdot \frac{\mu_0 \cdot n \cdot i}{2 \cdot d} \cdot \frac{n \cdot i}{2 \cdot d} \cdot A_a \cdot 2d = \frac{\mu_0 \cdot n^2 \cdot i^2 \cdot A_a}{4d} \quad (2-9)$$

Então, pelo princípio do deslocamento virtual chega-se à seguinte expressão para a força de relutância:

$$f_m = \frac{\partial E_a}{\partial d} = - \frac{\mu_0 \cdot n^2 \cdot i^2 \cdot A_a}{4d^2} = - \frac{\mu_0 \cdot n^2 \cdot A_a}{4} \left(\frac{i}{d}\right)^2 \quad (2-10)$$

O resultado obtido reflete o fato de que a força de relutância tem uma dependência não linear da corrente aplicada e do entreferro. Supondo-se que a operação do sistema seja no entorno de um ponto de operação  $(i_0, d_0)$ , pode-se expandir a expressão em série de Taylor, linearizando-se a expressão da força de relutância. O resultado obtido é:

$$f_m = f_{m0} - K_i \cdot (i - i_0) + K_d \cdot (d - d_0) \quad (2-11)$$

sendo

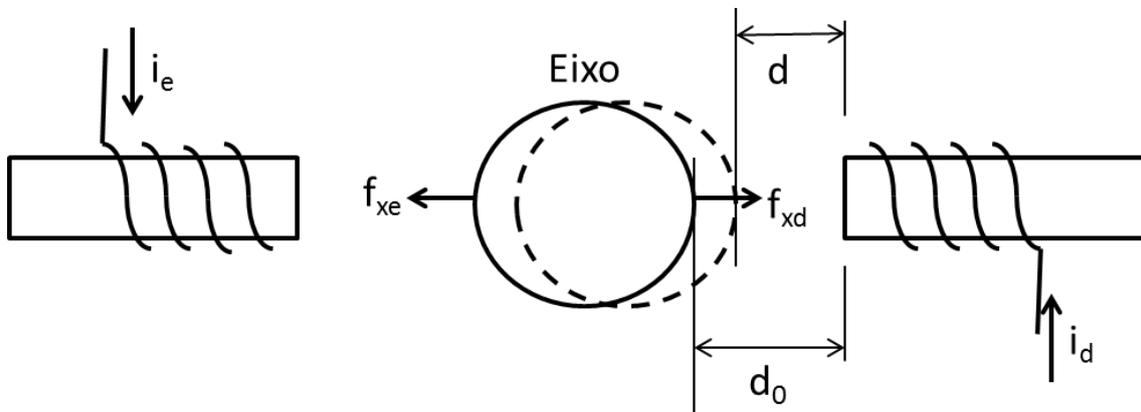
$$K_i = \frac{2 \cdot K_m \cdot i_0}{d_0^2}$$

$$K_d = \frac{2 \cdot K_m \cdot i_0^2}{d_0^3}$$

e

$$K_m = - \frac{\mu_0 \cdot n^2 \cdot A_a}{4}$$

Essa força de relutância é aplicada, em mancais magnéticos, para equilibrar os esforços que venham a tirar o eixo do motor de sua posição. Nesse caso são usados dois eletroímãs para atuar nos dois sentidos, como pode ser observado na figura 2-9.



**Figura 2-9 Diagrama de mancal magnético**

Considerem-se as correntes dos eletroímãs como sendo expressas sob forma diferencial conforme as equações abaixo:

$$i_e(t) = i_0 + i_x(t)$$

$$i_d(t) = i_0 - i_x(t)$$

Então pode-se usar a equação (2-11) para exprimir as forças operantes sobre o eixo como:

$$f_{xe} = f_{x0} - K_i \cdot (i_e - i_0) + K_d \cdot (d - d_0) = f_{x0} - K_i \cdot (i_x) + K_d \cdot (-x)$$

$$f_{xd} = f_{x0} - K_i \cdot (i_d - i_0) + K_d \cdot (d - d_0) = f_{x0} - K_i \cdot (-i_x) + K_d \cdot (x)$$

A força resultante é calculada em termos da diferença das duas componentes:

$$f_x = f_{xd} - f_{xe} = f_{x0} - K_i \cdot (-i_x) + K_d \cdot (x) - (f_{x0} - K_i \cdot (i_x) + K_d \cdot (-x)) = 2 K_i i_x + 2 K_d x \quad (2-12)$$

Evidentemente, são usadas, em um mancal magnético, duas estruturas como a apresentada na figura 2-9, sendo uma estrutura para manter o equilíbrio no eixo X e outra para manter o equilíbrio no eixo Y.

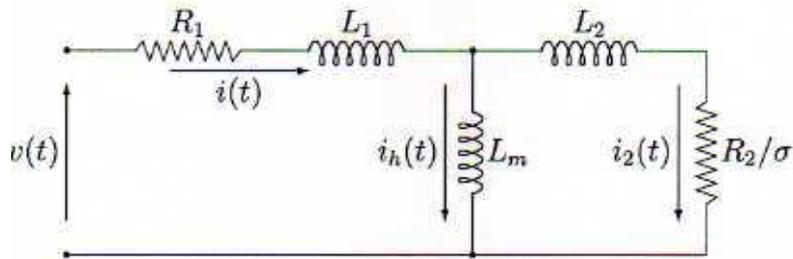
### **2.2.1.1 Forças Magnéticas Aplicadas no Motor Mancal Magnético**

O protótipo de MMM do LASUP foi desenvolvido com base em motores de indução. Sabe-se que motores de indução operam de maneira a terem aplicadas, aos enrolamentos de seu estator, uma corrente senoidal que gera, no entreferro, um campo magnético girante. Por sua vez, ao rotor não é aplicada uma corrente, porém esse tem, ou enrolamentos curto-circuitados, ou barras condutoras interconectadas em forma de “gaiola de esquilo”, que, excitados pelo campo girante, apresentam corrente de rotor induzida. Essa corrente de rotor induzida vem a gerar, também, um campo magnético, que interage com o campo produzido pelo estator. Dessa interação surge o torque que traciona o rotor. Evidentemente, a diferença de velocidades angulares do campo do estator e do campo do rotor é que induz a corrente de rotor e, portanto, sempre existirá uma diferença entre estas velocidades angulares. O conjugado produzido é função dessa diferença de velocidade, como se observa na curva de conjugado de um motor de indução. Esta diferença de velocidades é chamada de escorregamento  $\sigma$ .

Em motores de indução, a corrente aplicada ao enrolamento de estator pode ser decomposta em duas componentes: uma corrente de carga e uma corrente de magnetização. O circuito do rotor, seja ele bobinado, ou gaiola de esquilo, também apresentará uma impedância à corrente induzida pelo campo girante produzido pelo enrolamento de estator.

Assim, o diagrama elétrico apresentado na figura 2-10, representa o circuito equivalente do motor de indução. Observe-se ser este diagrama semelhante ao diagrama de um transformador, em que a impedância do enrolamento de rotor é

refletida para o circuito primário. Assim,  $i(t)$  é a corrente total do estator, que vem a dividir-se em corrente de magnetização,  $i_h(t)$  e corrente de enrolamento de rotor,  $i_2(t)$ .



**Figura 2-10 Circuito elétrico para uma das fases do mancal motor [24]**

As equações desenvolvidas para o mancal magnético ativo são, em geral, aplicáveis aos motores mancais, uma vez que nesses aproveita-se a força de relutância disponível no entreferro do motor para fins de posicionamento. Entretanto, faz-se necessário considerar que apenas parte da corrente aplicada ao enrolamento seja responsável pela magnetização, sendo necessário revisar as expressões para considerar esse efeito.

Em [19], mostra-se que a transformada de Laplace da corrente de magnetização de cada fase  $I_h(s)$  está relacionada à transformada de Laplace da corrente aplicada ao enrolamento  $I(s)$  pela expressão:

$$I_h(s) = H(s) I(s) = \frac{1 + \sigma \tau_2 s}{1 + \sigma(\tau_2 + \tau_m)s} I(s) \quad (2-13)$$

sendo  $\sigma$  o escorregamento,  $\tau_2$  e  $\tau_m$  as constantes de tempo do circuito apresentado na figura 2-10, expressas por:

$$\tau_2 = \frac{L_2}{R_2}$$

$$\tau_m = \frac{L_m}{R_2}$$

Assim, ao ser imposta uma corrente senoidal  $i(t) = I \text{ sen}(\omega t)$  ao circuito, a corrente de magnetização será dada por:

$$i_h(t) = I_H \text{ sen}(\omega t + \psi)$$

com

$$I_H = \rho(\omega) I$$

$$\psi = \psi(\omega)$$

$$\rho(\omega) = |H(j\omega)| = \sqrt{\frac{1+\tau_2^2(\sigma\omega)^2}{1+(\tau_2+\tau_m)^2(\sigma\omega)^2}} \quad (2-14)$$

$$\psi(\omega) = \angle H(j\omega) = \tan^{-1} \frac{-(\sigma\omega)\tau_m}{1+(\sigma\omega)^2\tau_2(\tau_2+\tau_m)} \quad (2-15)$$

Como se observa na figura 2-1, os enrolamentos de estator da fase A são independentes, podendo-se aplicar correntes autônomas em cada um deles. Sendo tais enrolamentos usados para que o motor funcione como motor mancãl, a estas bobinas são as aplicadas as seguintes correntes diferenciais:

$$i_{x+} = (i_0 + I_x)\text{sen}(\omega t) \quad (2-16a)$$

$$i_{x-} = (i_0 - I_x)\text{sen}(\omega t) \quad (2-16b)$$

$$i_{y+} = (i_0 + I_y)\text{sen}(\omega t) \quad (2-16c)$$

$$i_{y-} = (i_0 - I_y)\text{sen}(\omega t) \quad (2-16d)$$

Considerando que as equações (2-16) representam as correntes aplicadas a cada enrolamento da fase A do motor mancãl magnético, pode-se determinar as respectivas correntes de magnetização como sendo:

$$i_{x+h} = \rho(\omega)(i_0 + I_x)\text{sen}(\omega t + \psi) \quad (2-17a)$$

$$i_{x-h} = \rho(\omega)(i_0 - I_x)\text{sen}(\omega t + \psi) \quad (2-17b)$$

$$i_{y+h} = \rho(\omega)(i_0 + I_y)\text{sen}(\omega t + \psi) \quad (2-17c)$$

$$i_{y-h} = \rho(\omega)(i_0 - I_y)\text{sen}(\omega t + \psi) \quad (2-17d)$$

Aplicando-se estes valores à equação (2-12) e linearizando-se as equações obtidas, sendo agora a corrente  $i_x$  dada por:

$$i_x = \rho(\omega)I_x\text{sen}(\omega t + \psi)$$

E, portanto:

$$i_x^2 = \rho^2(\omega)i_x^2\text{sen}^2(\omega t + \psi) = \rho^2(\omega)i_x^2(1 - 2 \cos(\omega t + \psi))$$

chega-se a:

$$f_x = f_{x0} + K_d (1 - \cos 2(\omega t + \psi))x + K_i (1 - \cos 2(\omega t + \psi))I_x \quad (2-18a)$$

$$f_y = f_{y0} + K_d (1 - \cos 2(\omega t + \psi))y + K_i (1 - \cos 2(\omega t + \psi))I_y \quad (2-18b)$$

Considerando-se estar sendo usado um motor de indução para a produção do campo magnético do mancãl, os coeficientes de linearização passam, então, a considerar o

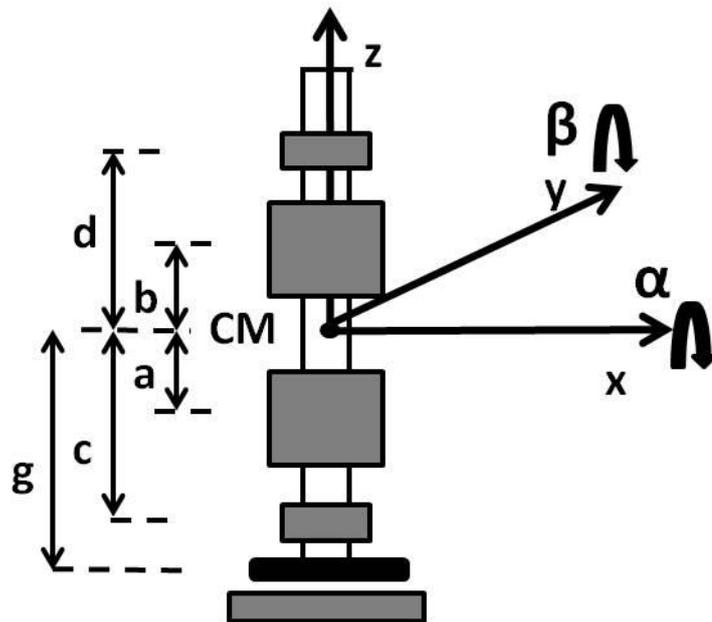
número efetivo de espiras  $n_e$ , em lugar do número de espiras  $n$ , usado na equação (2-10), resultando nas expressões:

$$K_d = \frac{\mu_0 A n_e^2 i_0^2 \rho^2}{d^3} \quad (2-19)$$

$$K_i = \frac{\mu_0 A n_e^2 i_0 \rho}{d^3} \quad (2-20)$$

### 2.2.2 Dinâmica de rotação

Considere-se a figura 2-11, que representa a geometria do protótipo em estudo.



**Figura 2-11 Sistema de coordenadas do motor mancal magnético**

Para desenvolver as equações da dinâmica do rotor segundo apresentado em [19], considere-se um sistema inercial de coordenadas colocado na posição ocupada pelo centro de massa (CM) do rotor, quando este está na posição vertical. Sejam as seguintes definições:

$$f = \begin{bmatrix} f_x \\ p_y \\ f_y \\ -p_x \end{bmatrix} \text{ vetor das forças e momentos no CM;}$$

$$f_B = \begin{bmatrix} f_{bx} \\ f_{by} \end{bmatrix} \text{ vetor das forças atuantes no plano do mancal motor;}$$

$$z = \begin{bmatrix} x \\ \beta \\ y \\ -\alpha \end{bmatrix} \text{ vetor dos deslocamentos e \u00e2ngulos em rela\u00e7\u00e3o ao CM};$$

$$z_B = \begin{bmatrix} x_b \\ y_b \end{bmatrix} \text{ vetor dos deslocamentos no plano do mancal motor};$$

$$z_S = \begin{bmatrix} x_c \\ x_d \\ y_c \\ y_d \end{bmatrix} \text{ vetor dos deslocamentos no plano dos sensores.}$$

Pode-se ent\u00e3o escrever para os esfor\u00e7os referidos ao CM pelas for\u00e7as geradas pelo mancal motor:

$$f_{1x} = f_{bx}$$

$$p_{1y} = b f_{bx}$$

$$f_{1y} = f_{by}$$

$$-p_{1x} = b f_{by}$$

Podem-se exprimir as equa\u00e7\u00f5es acima em forma matricial como

$$f_1 = T_B f_b \quad (2-21)$$

sendo

$$f_1 = \begin{bmatrix} f_{1x} \\ p_{1y} \\ f_{1y} \\ -p_{1x} \end{bmatrix} \text{ a redu\u00e7\u00e3o das for\u00e7as geradas pelo mancal motor ao CM e}$$

$$T_B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ b & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & b \end{bmatrix}$$

Por outro lado, os deslocamentos nos pontos de aplica\u00e7\u00e3o das for\u00e7as radiais do mancal magn\u00e9tico, bem como os medidos pelos sensores de posi\u00e7\u00e3o, podem ser referidos aos deslocamentos do centro de massa. Considerando-se pequenos deslocamentos, os \u00e2ngulos  $\alpha$  e  $\beta$  podem ser representados por suas tangentes, e ent\u00e3o:

$$x_b = x + b \beta$$

$$y_b = y + b(-\alpha)$$

$$x_c = x + c \beta$$

$$x_d = x + d \beta$$

$$y_c = y + c(-\alpha)$$

$$y_d = y + d(-\alpha)$$

ou, em forma matricial

$$z_B = \begin{bmatrix} 1 & b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & b \end{bmatrix} z = T_B^T z \quad (2-22)$$

e

$$z_S = \begin{bmatrix} 1 & c & 0 & 0 \\ 1 & d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 1 & d \end{bmatrix} z = T_D z \quad (2-23)$$

Aplicando-se as equações (2-18) à geometria apresentada na figura 2-11, chamando  $I_{bx}$  e  $I_{by}$  as correntes aplicadas aos enrolamentos das fases, e sendo  $x_b$  e  $y_b$  os deslocamentos associados às direções  $x$  e  $y$ , as seguintes equações podem ser escritas:

$$f_{bx} = 2K_d x_b + [1 - \cos 2(\omega t)]K_i I_{bx} \quad (2-24)$$

$$f_{by} = 2K_d y_b + [1 - \cos 2(\omega t)]K_i I_{by} \quad (2-25)$$

Definindo-se as matrizes:

$$K_z = 2 \begin{bmatrix} K_d & 0 \\ 0 & K_d \end{bmatrix}$$

$$K_I(t) = (1 - \cos 2(\omega t)) \begin{bmatrix} K_i & 0 \\ 0 & K_i \end{bmatrix}$$

e

$$u = \begin{bmatrix} I_{bx} \\ I_{by} \end{bmatrix}$$

vem

$$f_B = K_z z_B + K_I(t) u = K_z T_B^T z + K_I(t) u \quad (2-26)$$

A equação (2-26) pode, assim, ser escrita como:

$$f_1 = T_B K_z T_B^T z + T_B K_I(t) u \quad (2-27)$$

Por outro lado, considerando-se os deslocamentos horizontais no plano do mancal supercondutor, pode-se escrever que:

$$x_g = x + g \beta$$

$$y_g = y + g(-\alpha)$$

Ou equivalentemente em termos matriciais

$$\begin{bmatrix} x_g \\ y_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & g & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & g \end{bmatrix} z \quad (2-28)$$

Como apresentado na seção 2.1.1.1, o deslocamento transversal do ímã permanente sobre o supercondutor, gera uma força restauradora que apresenta coeficiente de rigidez  $K_h$  e coeficiente de amortecimento  $C_h$ . Dessa maneira, pode-se escrever para a componente restauradora:

$$\begin{aligned} f_{2x} &= -K_h x_g \\ f_{2y} &= -K_h y_g \\ p_{2y} &= -g f_{2x} = g K_h x_g \\ -p_{2x} &= -g f_{2y} = g K_h y_g \end{aligned}$$

Reescrevendo-se as equações, vem:

$$f_2 = \begin{bmatrix} -K_h & 0 \\ -gK_h & 0 \\ 0 & -K_h \\ 0 & -gK_h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_g \\ y_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -K_h & 0 \\ -gK_h & 0 \\ 0 & -K_h \\ 0 & -gK_h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & g & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & g \end{bmatrix} z = -S z \quad (2-29)$$

com S dado por:

$$S = \begin{bmatrix} K_h & K_h g & 0 & 0 \\ K_h g & K_h g^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_h & K_h g \\ 0 & 0 & K_h g & K_h g^2 \end{bmatrix}$$

Equivalentemente para o amortecimento pode-se escrever:

$$f_3 = \begin{bmatrix} -C_h & 0 \\ -gC_h & 0 \\ 0 & -C_h \\ 0 & -gC_h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_g \\ \dot{y}_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -C_h & 0 \\ -gC_h & 0 \\ 0 & -C_h \\ 0 & -gC_h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & g & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & g \end{bmatrix} \dot{z} = -C \dot{z} \quad (2-30)$$

com C dado por:

$$C = \begin{bmatrix} C_h & C_h g & 0 & 0 \\ C_h g & C_h g^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_h & C_h g \\ 0 & 0 & C_h g & C_h g^2 \end{bmatrix}$$

Sendo assim, pode-se escrever para a dinâmica do sistema:

$$M \ddot{z} + G \dot{z} = f \quad (2-31)$$

sendo  $M$  a matriz de inércia,  $G$  a matriz giroscópica e  $f$  a resultante das forças aplicadas:

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{yy} \end{bmatrix}$$

e

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{zz}\omega_m \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -I_{zz}\omega_m & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Em que  $m$  é a massa do rotor,  $I_{xx} = I_{yy}$  os momentos de inércia relativos ao CM,  $I_{zz}$  o momento de inércia polar e  $\omega_m$  a velocidade angular em torno do eixo  $z$ .

O vetor de forças  $f$  é constituído pela soma dos esforços  $f_1$ ,  $f_2$  e  $f_3$ , respectivamente do mancal magnético ativo e do mancal supercondutor:

$$f = f_1 + f_2 + f_3 \quad (2-32)$$

Então:

$$f = T_B(K_z T_B^T z + K_I(t) u) - S z - C \dot{z} = (T_B K_z T_B^T - S)z - C \dot{z} + T_B K_I(t) u$$

Portanto:

$$\begin{aligned} M \ddot{z} + G \dot{z} &= (T_B K_z T_B^T - S)z - C \dot{z} + T_B K_I(t) u \implies M \ddot{z} + (G + C)\dot{z} - (T_B K_z T_B^T - S)z \\ &= T_B K_I(t) u \end{aligned}$$

Referindo toda a dinâmica aos planos dos sensores, pode-se escrever:

$$M T_D^{-1} \ddot{z}_S + (G + C) T_D^{-1} \dot{z}_S + (S - T_B K_z T_B^T) T_D^{-1} z_S = T_B K_I(t) u \quad (2-33)$$

Multiplicando-se à esquerda por  $T_D$ , vem:

$$T_D M T_D^{-1} \ddot{z}_S + T_D (G + C) T_D^{-1} \dot{z}_S + T_D (S - T_B K_z T_B^T) T_D^{-1} z_S = T_D T_B K_I(t) u \quad (2-34)$$

Definindo-se

$$M_S = T_D M T_D^{-1}$$

$$G_S = T_D G T_D^{-1}$$

$$C_S = T_D C T_D^{-1}$$

$$K_{zS} = T_D T_B K_z T_B^T T_D^{-1}$$

$$S_S = T_D S T_D^{-1}$$

$$K_{IS}(t) = T_D T_B K_I(t)$$

pode-se reescrever (2-31) como

$$M_S \ddot{z}_S + (G_S + C_S) \dot{z}_S + (S_S - K_{zS}) z_S = K_{IS}(t) u \quad (2-35)$$

Finalmente, pré-multiplicando-se por  $M_S^{-1}$  resulta em:

$$\ddot{z}_S + M_S^{-1}(G_S + C_S) \dot{z}_S + M_S^{-1}(S_S - K_{zS}) z_S = M_S^{-1} K_{IS}(t) u \quad (2-36)$$

Com a mudança de variáveis dada por:

$$x = \begin{bmatrix} z_S \\ \dot{z}_S \end{bmatrix} = [x_C \quad x_D \quad y_C \quad y_D \quad \dot{x}_C \quad \dot{x}_D \quad \dot{y}_C \quad \dot{y}_D]^T$$

a equação (2-36) pode ser colocada na forma

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ B_2(t) \end{bmatrix} u(t) \quad (2-37)$$

sendo

$$A_{21} = M_S^{-1}(K_{zS} - S_S)$$

$$A_{22} = -M_S^{-1}(G_S + C_S)$$

e

$$B_2(t) = M_S^{-1} K_{IS}(t)$$

Conforme apresentado nas equações (2-36) e (2-37), a submatriz  $B_2(t)$  pode ser decomposta em

$$B_2(t) = B_2 - B_2 \cos(2\omega t)$$

com  $B_2$  definida como

$$B_2 = M_S^{-1} T_D T_B K_I$$

$$K_I = K_i I$$

Com isso, a equação (2-35) pode ser reescrita como:

$$\dot{x} = A x + B u - \cos(2\omega t) B u \quad (2-38)$$

O último termo da equação (2-38) é o que distingue um mancal magnético ativo e um motor mancal magnético, nos quais se aproveita a força de relutância disponível no entreferro do motor para fins de posicionamento. Para efeito do desenvolvimento do sistema de controle a ser projetado para a estabilização desse mancal, serão levados em conta apenas os termos com coeficientes fixos, sendo a parte variável no tempo tratada como ruído [19].

Como comentário final desta seção, note-se que as matrizes A e B do sistema não são fixas, mas variam com a frequência de operação, seja por conta dos termos associados à estrutura elétrica da planta, seja pelos componentes mecânicos, sendo exemplo disso o efeito giroscópico.

### 2.3 Modelo do Protótipo de Motor Mancal

O modelo desenvolvido anteriormente foi aplicado ao protótipo de motor mancal magnético existente no LASUP, apresentado na figura 2-12.

Para esse protótipo, os parâmetros são os apresentados na tabela 2-1 [19]. Com estes parâmetros e com as equações deduzidas nas seções anteriores, são obtidas as matrizes do sistema, mostradas nas tabelas 2-2 e 2-3

**Tabela 2-1 Parâmetro físicos do motor mancal**

Item	Símbolo	Valor (SI)	Referência
1	$a$	$-68,9 \times 10^{-3} \text{ m}$	Geometria do Rotor
2	$b$	$82,8 \times 10^{-3} \text{ m}$	Geometria do Rotor
3	$c$	$-148,0 \times 10^{-3} \text{ m}$	Geometria do Rotor
4	$d$	$163,0 \times 10^{-3} \text{ m}$	Geometria do Rotor
5	$g$	$-218,0 \times 10^{-3} \text{ m}$	Geometria do Rotor
6	$m$	4,91 kg	Massa do Rotor
7	$I_{xx}$	$50,3 \times 10^{-3} \text{ kgm}^2$	Momento de Inércia
8	$I_{yy}$	$50,3 \times 10^{-3} \text{ kgm}^2$	Momento de Inércia
9	$I_{zz}$	$2,26 \times 10^{-3} \text{ kgm}^2$	Momento de Inércia
10	$K_h$	1368 N/m	Mancal supercondutor
11	$C_h$	2,89 Ns/m	Mancal supercondutor
12	$n_e$	99	Número de espiras por enrolamento
13	$h$	$0,4 \times 10^{-3} \text{ m}$	Geometria do entreferro
14	$a_g$	$3,734 \times 10^{-3} \text{ m}^2$	Geometria do entreferro
15	$I_0$	1,17 A	Corrente de polarização no motor
16	$\mu_0$	$4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$	Permeabilidade elétrica
17	$L_2$	$34,24 \times 10^{-3} \text{ H}$	Parâmetro elétrico
18	$L_m$	$350,43 \times 10^{-3} \text{ H}$	Parâmetro elétrico
19	$R_2$	13,97 $\Omega$	Parâmetro elétrico
20	$P$	4	Número de pólos no motor
21	$\sigma$	0,05	Escorregamento do motor



**Figura 2-12 Protótipo do MMM do LASUP**

**Tabela 2-2 Matriz A**

0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	1
-11259	-28060	0	0	-3	0,5	-3,8	3,8
117097	334361	0	0	1,8	-0,3	4,2	-4,2
0	0	-11259	-28060	3,8	-3,8	-3	0,5
0	0	117097	334361	-4,2	4,2	1,8	-0,3

**Tabela 2-3 Matriz B**

0	0
0	0
0	0
0	0
-9,4	0
110,6	0
0	-9,4
0	110,6

Para esse modelo físico, foram calculados os autovalores da matriz A, apresentados na Tabela 2-4. Observa-se que esses valores caracterizam a dinâmica sem realimentação como uma dinâmica instável, requerendo um sistema de controle para garantir sua estabilidade como já comentado anteriormente.

**Tabela 2-4 Autovalores do sistema em malha aberta**

569,6+1,6 j
569,6-1,6 j
-569,6+1,6 j
-569,6-1,6 j
-1,5+36,0 j
-1,5-36,0 j
-1,7+40,9 j
-1,7-40,9 j

## Capítulo 3

### Validação de Modelo

Por ser o mancal magnético ativo instável, como visto na seção anterior, e conseqüentemente também o motor mancal magnético, faz-se necessário o uso de sistema de controle que o estabilize. Essa característica de instabilidade em malha aberta tem como consequência que, para projeto do sistema de controle, apenas se tenha disponível o modelo físico, desenvolvido a partir das equações teóricas.

Uma vez obtida a estabilização, pode-se questionar se os dados usados para esse projeto são representativos da dinâmica da planta, e, conseqüentemente, se o controlador pode ser reprojetoado para melhor atender os critérios de projeto propostos.

Para responder a esse questionamento é necessário fazer uma identificação experimental da dinâmica da planta, e essa identificação deve ser feita em malha fechada.

A identificação de sistemas em malha fechada tem sido discutida em profundidade por vários autores e, a seguir, serão feitas considerações sobre as dificuldades dessa empreitada, bem como as metodologias propostas.

#### **3.1 Técnicas de identificação de sistemas em malha fechada**

A identificação de sistemas em malha fechada tem sido objeto de interesse da comunidade científica, tendo sido discutida por muitos artigos e autores, como Gustavsson [27], Ng [28], Ljung [29], Lakshminarayanan [30] e Zhu [31].

Uma primeira consideração a ser feita é que não se pode assegurar que a identificação em malha fechada possa ser feita [27], e em decorrência desse fato

define-se o conceito de identificabilidade. Diferentes abordagens têm sido sugeridas para contornar as dificuldades existentes e permitir uma identificação consistente.

Gustavsson [27] chama atenção para o fato de que há 4 aspectos a serem considerados no processo de identificação em malha fechada:

- O sistema a ser identificado, cuja dinâmica pode apresentar maiores ou menores dificuldades para a identificação.
- A estrutura do modelo e/ou sua parametrização.
- O método de identificação a ser empregado.
- As condições experimentais.

Diferentes métodos de identificação podem ser usados em situações de malha fechada. Dentre eles, chama-se identificação direta a aplicação do método de identificação, em condição de malha fechada, aos dados de entrada e saída como se o sistema operasse em malha aberta. Em particular, Gustavsson chama atenção para o fato de que modelos baseados em análise de correlação ou análise espectral não apresentam bons resultados para identificação de sistemas realimentados. Essa observação é corroborada por Lakshminarayanan, que sugere que a identificação em malha fechada pode levar à identificação da dinâmica do controlador em lugar de identificar a dinâmica da planta, caso se considere o sinal aplicado à entrada da planta e o sinal de saída da planta, aplicando-se métodos de análise de correlação ou espectro, sem que seja enfatizada a dependência causal entrada/saída.

Caso o sistema sendo identificado tenha um controlador linear, invariante no tempo, não ruidoso, ou se houver uma alternância entre dois diferentes controladores, pode-se aplicar um método indireto de identificação, identificando-se a dinâmica da malha fechada por modelos paramétricos, para posteriormente obter a malha aberta a partir do conhecimento da malha fechada e da lei do controlador.

Seja de uma maneira ou de outra, diferentes métodos de identificação paramétrica têm sido sugeridos por diferentes autores, sendo em particular mais referenciados os métodos de predição de erro (PE) [27] e de subespaço (4SID) [30,31].

Quanto ao aspecto de condições experimentais, Lakshminarayanan [30] sugere que, para permitir uma boa identificação da planta em experimento com malha fechada, uma das seguintes condições experimentais seja usada:

- Introduzir mudanças de referência.
- Aplicar um sinal de perturbação de alta frequência.
- Chavear entre controladores.

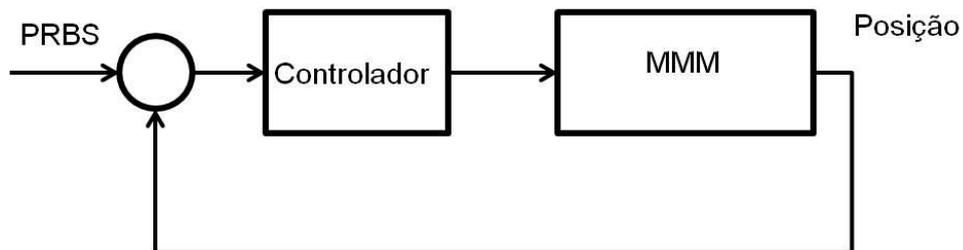
Ainda que a ênfase na literatura de identificação de sistemas seja para métodos que usam sinais não periódicos de excitação, também são encontrados, na literatura de mancais magnéticos ativos, exemplos práticos de obtenção de modelos experimentais em que se usa excitação com sinais senoidais, obtendo-se, assim, diretamente a resposta em frequência da planta. [32,33]

### 3.2 Protótipo de Motor Mancal Magnético

Com o MMM operando como mancal superior e com o mancal axial supercondutor foram feitos experimentos para validar o modelo físico descrito no capítulo 2.

Um sinal aleatório de excitação foi somado ao sinal de entrada do controlador, em consonância com recomendação de aplicar-se sinal de perturbação de alta frequência [30] para obter melhores resultados no processo de identificação, por estar sendo feita em malha fechada.

O sinal aplicado foi gerado no próprio processador usado para o controle do mancal magnético, um DSP 2812 da Texas. Para tanto foi implementada uma rotina de ruído binário pseudoaleatório (PRBS), com duração de 1024 intervalos. Esse sinal foi endereçado a uma saída digital do DSP para ser injetado na malha fechada, conforme apresentado na figura 3-1.



**Figura 3-1 Estrutura para identificação de modelo do MMM**

A amostragem dos sinais de entrada (PRBS) e saída (posição do afastamento do eixo em relação ao centro) foi feita em osciloscópio digital, permitindo obter séries de 2500 pontos para cada experimento feito. A frequência de amostragem foi de 10 kHz, atendendo a uma sugestão de René Larsonneur [34] segundo a qual, para mancais magnéticos, a frequência de amostragem deveria ser igual ou superior a 5 kHz.

Os experimentos de identificação foram feitos para o protótipo operando em três velocidades diferentes, a 1200, 1800 e 2400 rpm.

Optou-se por fazer a identificação por método indireto, medindo-se a dinâmica da malha fechada e comparando-a com o modelo físico em malha fechada, visto que o objetivo foi a validação do modelo, e não o desenvolvimento de um novo modelo.

Levando em consideração as não linearidades do sistema, bem como a variação de parâmetros com a velocidade, os modelos físicos foram recalculados para essas três diferentes velocidades de operação.

Os dados experimentais obtidos foram tratados no MATLAB, tendo-se usado tanto o algoritmo de predição de erro (PEM), sugerido por Gustavsson [27], quanto o algoritmo de subespaço (4SID), citado por Ljung [29] e Lakshminarayanan [30].

### **3.2.1 Modelagem utilizando métodos paramétricos**

Os dados experimentais foram obtidos para operação do protótipo em malha fechada, tendo sido utilizado o controlador LQR descentralizado implementado no DSP do protótipo [24]. Dois conjuntos de dados amostrais para o sinal de estímulo e para as posições  $x$  e  $y$  foram registrados para cada velocidade de operação, respectivamente 1200 rpm, 1800 rpm e 2400 rpm. As séries temporais, obtidas com o auxílio de um osciloscópio digital, foram posteriormente tratadas em planilhas Excel antes de os dados serem submetidos ao MATLAB.

As matrizes do sistema para cada experimento são apresentadas a seguir. Para os modelos obtidos foram plotados os diagramas de Bode para o modelo físico e para o modelo experimental.

#### ***3.2.1.1 Modelagem para operação a 1200 rpm***

O modelo físico apresentado na seção 2.2 foi recalculado para essa frequência de operação, considerando-se a realimentação com o controlador LQR descentralizado, e as matrizes da dinâmica do sistema obtidas são apresentadas abaixo, nas tabelas 3-1, 3-2 e 3-3. Observe-se que, nesta seção, está sendo considerada a matriz  $C$ , omitida no modelo apresentado no capítulo 2. Neste contexto, a matriz  $C$  enfatiza as saídas sendo consideradas, para o tratamento dos dados no MATLAB, e chama atenção para o fato de que, embora o controlador considere realimentação de posição e velocidade, apenas a posição é medida, sendo a velocidade calculada internamente no DSP como  $\Delta p/\Delta t_a$ , sendo  $\Delta p$  a diferença entre valores consecutivos de posição, e  $\Delta t_a$  o intervalo de tempo de amostragem.

Os autovalores da matriz  $A$  desse sistema são dados na tabela 3-4.

**Tabela 3-1 Matriz A do sistema realimentado – 1200 rpm**

0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	1
-19540	100600	0	0	-3	267	-1,3	1,3
214900	1185000	0	0	1,8	-3152	1,4	-1,4
0	0	-19540	100600	1,3	-1,3	-3	267
0	0	214900	1185000	-1,4	1,4	1,8	-3152

**Tabela 3-2 Matriz B do sistema realimentado – 1200 rpm**

0	0
0	0
0	0
0	0
-12,7	0
150	0
0	-12,7
0	150

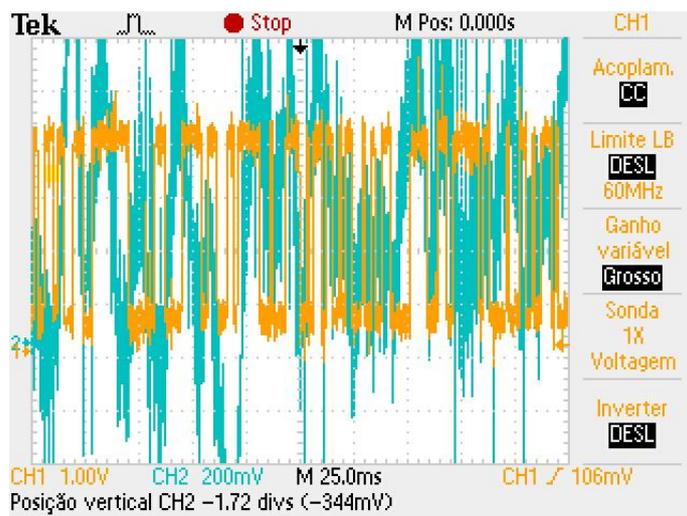
**Tabela 3-3 Matriz C do sistema realimentado – 1200 rpm**

0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0

**Tabela 3-4 Autovalores do sistema realimentado – 1200 rpm**

-2707+1,8 j
-2707-1,8 j
-444+0,032 j
-444-0,032 j
-1,5+36,0 j
-1,5-36,0 j
-1,4+35 j
-1,4-35 j

Os dados obtidos experimentalmente referem-se ao sinal de excitação aplicado ao sistema, bem como à saída de posição do mancal. Na figura 3-2, apresenta-se o gráfico para uma das amostragens feitas, em particular a primeira amostragem na velocidade de 1200 rpm, para medidas no eixo X.



**Figura 3-2 Entrada (amarela) e saída (verde), eixo X, 1200 rpm**

O modelo experimental obtido para essa série de dados é descrito pelas matrizes das tabelas 3-5, 3-6 e 3-7. Para o desenvolvimento desse modelo foi usado o algoritmo N4SID, tendo-se optado por trabalhar com ordem 3, por apresentar, entre os modelos calculados, o melhor índice FPE (Akaike's Final Prediction Error). Na tabela 3-8 são listados os autovalores do modelo experimental para uma das séries tratadas.

**Tabela 3-5 Matriz A do modelo experimental, série X1 – 1200 rpm**

-56	400	-789
-159	-178	2683
-66	-385	-3437

**Tabela 3-6 Matriz B do modelo experimental, série X1 – 1200 rpm**

-0,4
-1,3
0,4

**Tabela 3-7 Matriz C do modelo experimental, série X1 – 1200 rpm**

19	-2,4	4,9
----	------	-----

**Tabela 3-8 Autovalores modelo experimental, série X1 – 1200 rpm**

-271+244 j
-271-244 j
-3229

O diagrama de Bode, com a comparação das duas dinâmicas, é apresentado na figura 3-3, e mostra uma razoável aderência entre os modelos experimental e físico, validando, dessa forma, a utilização do modelo físico desenvolvido para projetar os controladores a estabilizar a planta.

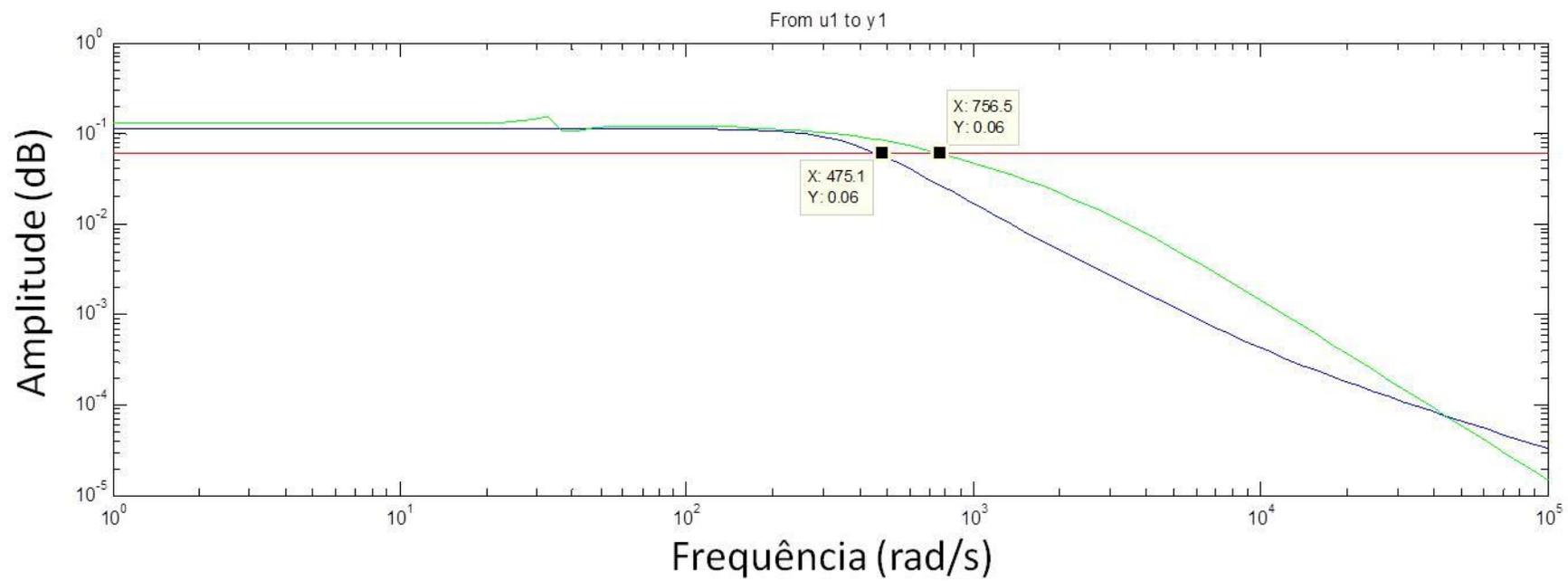


Figura 3-3 Malha fechada, 1200 rpm. Modelo físico (verde), modelo experimental (azul)

### 3.2.1.2 Modelagem para operação em 1800 rpm

Novamente recalculando o modelo físico apresentado na seção 2.2 para a velocidade de 1800 rpm, considerando-se a realimentação com o controlador LQR descentralizado, foram obtidas as matrizes da dinâmica do sistema apresentadas a seguir nas tabelas 3-9, 3-10 e 3-11.

**Tabela 3-9 Matriz A do sistema realimentado – 1800 rpm**

0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	1
-17420	97490	0	0	-3	251	-1,9	1,9
189900	-114900	0	0	1,8	-2962	2,1	-2,1
0	0	-17420	97490	1,9	-1,9	3	251
0	0	189900	-114900	-2,1	2,1	1,8	-2692

**Tabela 3-10 Matriz B do sistema realimentado – 1800 rpm**

0	0
0	0
0	0
0	0
-12	0
141	0
0	-12
0	141

**Tabela 3-11 Matriz C do sistema realimentado – 1800 rpm**

0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0

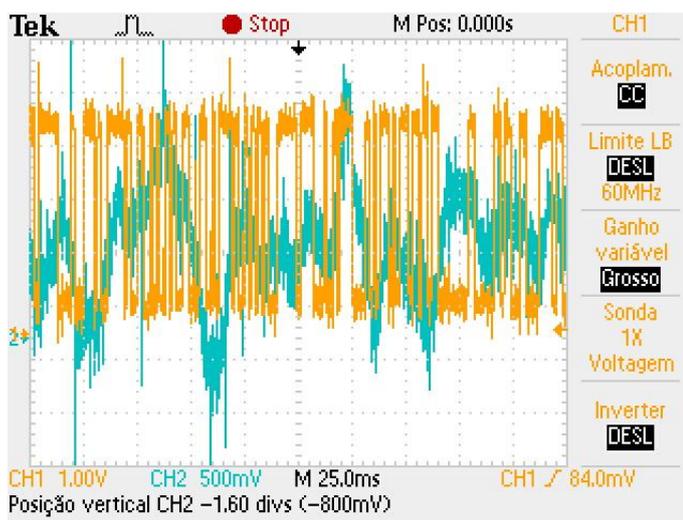
Para esse sistema, os autovalores da matriz A são dados na tabela 3-12.

**Tabela 3-12 Autovalores do sistema realimentado – 1800 rpm**

-2496+2,7 j
-2496-2,7 j
-467+150 j
-467-150 j
-1,5+37,0 j
-1,5-37,0 j
-1,4+35 j
-1,4-35 j

Da mesma forma como ocorre para a velocidade de operação 1200 rpm, os dados obtidos experimentalmente para 1800 rpm referem-se ao sinal de excitação aplicado ao sistema, bem como à saída de posição do mancal, já que se optou pelo método de identificação indireto. Na figura 3-4, verifica-se o gráfico para uma das amostragens feitas, em particular a primeira amostragem, para medidas no eixo Y.

O modelo experimental obtido para essa série de dados usando-se o algoritmo N4SID, feita a opção de se trabalhar com ordem 3 por apresentar, entre os modelos calculados, o melhor índice FPE (Akaike's Final Prediction Error), é descrito pelas matrizes listadas nas tabelas 3-13, 3-14 e 3-15. Na tabela 3-16 são mostrados os autovalores do modelo experimental para uma das séries tratadas.



**Figura 3-4 Entrada (amarela) e saída (verde), eixo Y, 1800 rpm**

**Tabela 3-13 Matriz A do modelo experimental, série Y1 – 1800 rpm**

-34	376	-769
-195	-432	4826
-61	-2635	-3938

**Tabela 3-14 Matriz B do modelo experimental, série Y1 – 1800 rpm**

0,2
-0,9
-1,9

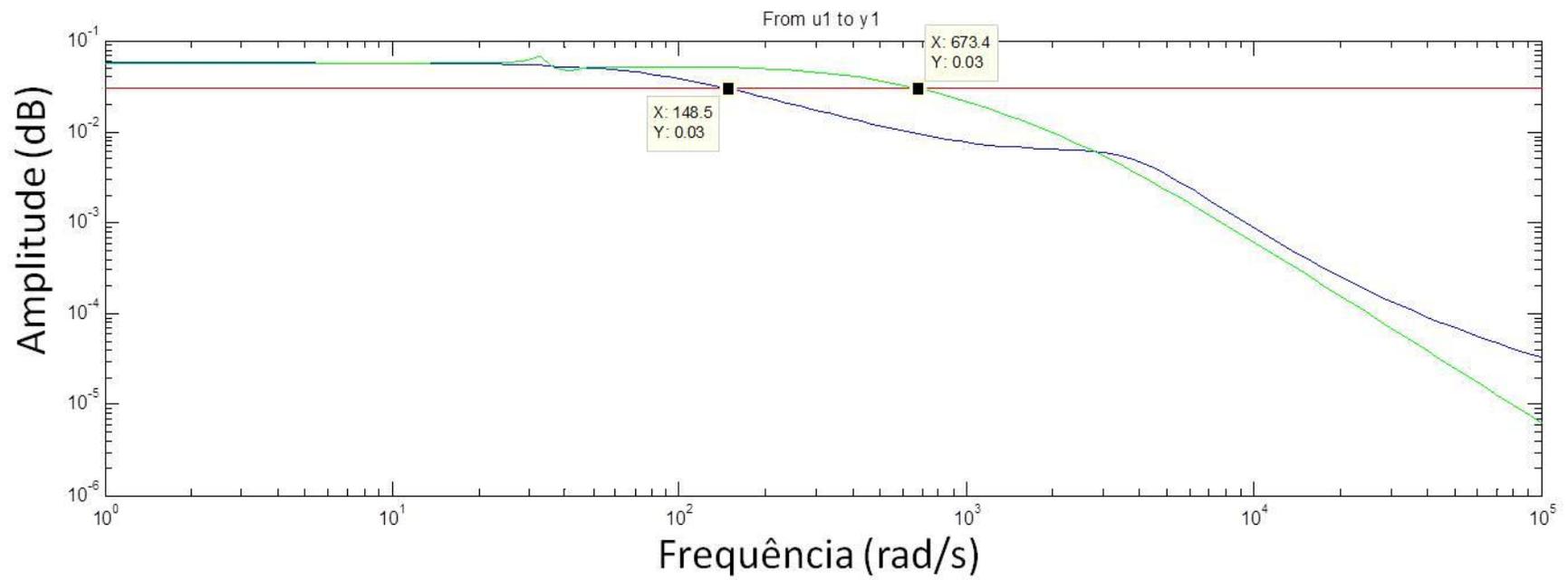
**Tabela 3-15 Matriz C do modelo experimental, série Y1 – 1800 rpm**

20	-2,9	4,9
----	------	-----

**Tabela 3-16 Autovalores modelo experimental, série Y1 – 1800 rpm**

-89
-2157+3,1 j
-2157- 3,1 j

O diagrama de Bode que compara as duas dinâmicas é apresentado na figura 3-5 e mostra um modelo experimental compatível com o modelo físico, que valida, assim, a utilização do modelo físico desenvolvido para projetar os controladores a estabilizar a planta, mesmo que haja uma maior diferença entre os autovalores mais próximos da origem para os modelos físico e experimental.



**Figura 3-5 Malha fechada, 1800 rpm. Modelo físico (verde), modelo experimental (azul)**

### 3.2.1.3 Modelagem para operação em 2400 rpm

Finalmente, recalculando o modelo físico apresentado na seção 2.2 para o ponto de operação de 2400 rpm, considerando-se a realimentação com o controlador LQR descentralizado, foram obtidas as matrizes da dinâmica do sistema apresentadas nas tabelas 3-17, 3-18 e 3-19.

**Tabela 3-17 Matriz A do sistema realimentado – 2400 rpm**

0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	1
-15180	93520	0	0	-3	233	-2,6	2,6
163400	-1102000	0	0	1,8	-2747	2,8	-2,8
0	0	-15180	93520	2,6	-2,6	-3	233
0	0	163400	1102000	-,8	2,8	1,8	-2747

**Tabela 3-18 Matriz B do sistema realimentado – 2400 rpm**

0	0
0	0
0	0
0	0
-11	0
131	0
0	-121
0	131

**Tabela 3-19 Matriz C do sistema realimentado – 2400 rpm**

0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0

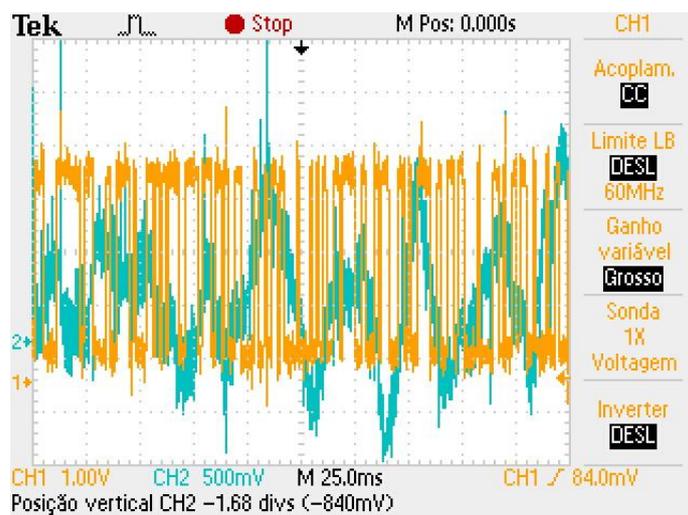
Para esse sistema, os autovalores da matriz A são verificados na tabela 3-20.

**Tabela 3-20 Autovalores do sistema realimentado – 2400 rpm**

-2251+3,8 j
-2251-3,8 j
-496+0,4 j
-496-0,4 j
-1,5+37,0 j
-1,5-37,0 j
-1,4+35 j
-1,4-35 j

Os dados obtidos experimentalmente, referentes ao sinal de excitação aplicado ao sistema e à saída de posição do mancal, para 2400 rpm, são apresentados no gráfico da figura 3-6 para uma das amostragens feitas, em particular a primeira amostragem, para medidas no eixo X.

Particularmente nesse caso, o modelo experimental calculado para essa série de dados foi obtido usando-se o algoritmo PEM, feita a opção por se trabalhar com ordem 4 por apresentar, entre os modelos calculados, o melhor índice FPE (Akaike's Final Prediction Error). As matrizes do sistema são apresentadas nas tabelas 3-21, 3-22 e 3-23. Na tabela 3-24 são mostrados os autovalores do modelo experimental para uma das séries tratadas.



**Figura 3-6 Entrada (amarela) e saída (verde), eixo X, 2400 rpm**

**Tabela 3-21 Matriz A do modelo experimental, série X1 – 2400 rpm**

1313	538	-78,4	1760
-595	607	17198	-8452
151	-17124	-216	11578
-1227	4363	-6276	2152

**Tabela 3-22 Matriz B do modelo experimental, série X1 – 2400 rpm**

-0,3
5
-0,7
-1,4

**Tabela 3-23 Matriz C do modelo experimental, série X1 – 2400 rpm**

26,5	-7,1	-1,8	-5
------	------	------	----

**Tabela 3-24 Autovalores modelo experimental, série X1 – 2400 rpm**

$132+209j$
$-132-209j$
$-92+20j$
$-92-20j$

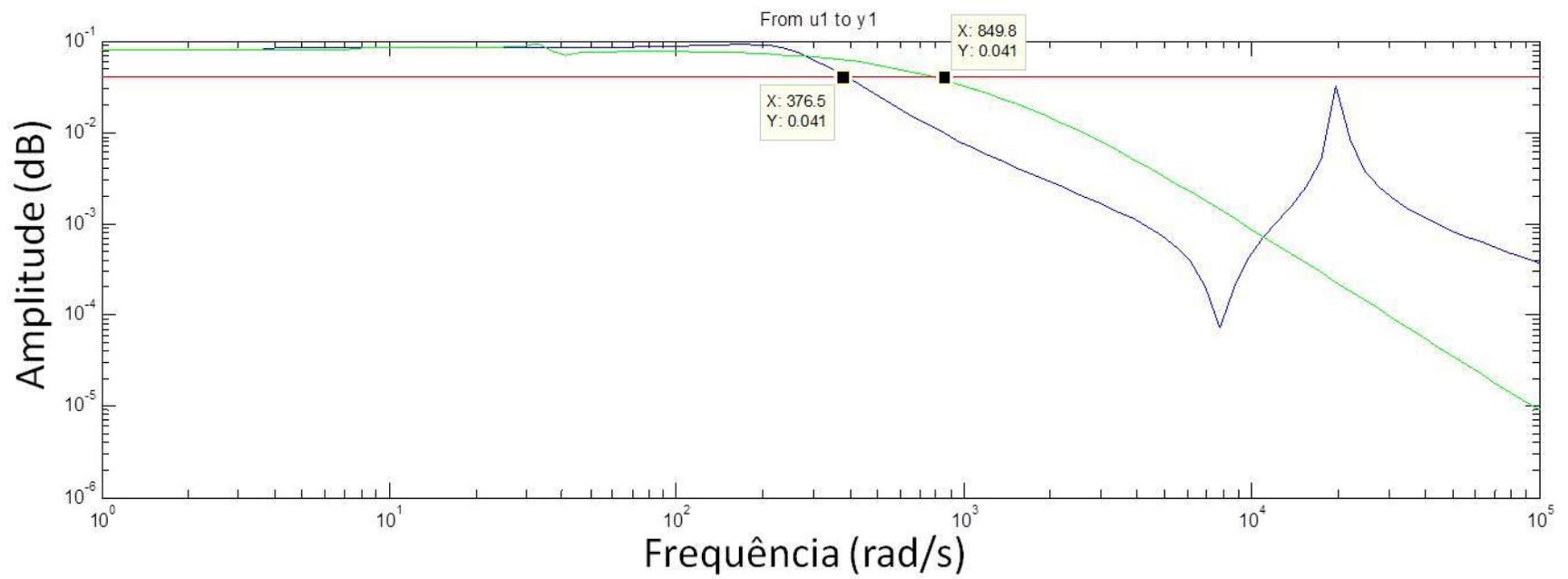
O diagrama de Bode que compara as duas dinâmicas é apresentado na figura 3-7 e mostra um modelo experimental compatível com o modelo físico, validando, dessa forma, a utilização do modelo físico desenvolvido para projetar os controladores a estabilizar a planta.

### **3.3 Validação de modelo - conclusão**

Da observação dos resultados da identificação de sistema em malha fechada para o motor mancal magnético, conclui-se que, para as três velocidades de trabalho, foram obtidos modelos que apresentam características próximas entre si, e que apresentam um comportamento semelhante ao do modelo físico desenvolvido, fato esse que valida esse modelo matemático desenvolvido com base nas leis físicas.

Certamente, há dinâmicas que não foram consideradas no desenvolvimento do modelo físico e que afetam o comportamento experimental do sistema. Todavia essas dinâmicas não consideradas não impedem a utilização do modelo, pelo menos para uma elaboração inicial do controlador. Por outro lado, esses comportamentos não considerados no modelo físico devem causar impactos no desempenho do controlador. Sugere-se, dessa maneira, que possa ser feita uma otimização dos parâmetros do controlador com base nos dados experimentais obtidos.

Finalmente, esta identificação experimental da dinâmica do protótipo não havia sido feita em trabalhos anteriores, e apresenta-se como uma contribuição para análises posteriores dessa planta. Um dos aspectos que pode ser aprofundado diz respeito à constatação de que há variação na dinâmica do sistema, podendo embasar abordagens fundamentadas no desenvolvimento de controles robustos que enderecem estas variações determinadas experimentalmente.



**Figura 3-7 Malha fechada, 2400 rpm. Modelo físico (verde), modelo experimental (azul)**

## Capítulo 4

### Estratégias de Controle

Muitos sistemas de controle, baseados em diferentes algoritmos, têm sido usados para estabilizar mancais magnéticos ativos e motores mancais e, na literatura, podem-se encontrar, entre outros:

- Alocação de polos [34].
- PID [13, 17, 34].
- Controle LQR [19, 24, 34].
- Controle  $H_\infty$  [34, 35, 36].
- Controle Bang-Bang [23].
- Controle de Modos Deslizantes [37].
- Controle Modal Fuzzy [38].

Evidentemente, os diferentes algoritmos de controle usados têm objetivos diferentes e podem, em algum sentido, otimizar um determinado funcional, ou buscar um comportamento robusto para fazer face às dinâmicas que mudam com o ponto de operação.

Embora o protótipo tenha sido construído para ter o mancal axial baseado em material supercondutor, e dois conjuntos de mancais radiais, um superior e outro inferior, como representado na figura 2-1, os trabalhos desenvolvidos por Gomes [13] e Kauss [24] foram implementados no protótipo com um rolamento mecânico substituindo o mancal axial e o mancal radial inferior. O mancal superior, por sua vez, manteve-se como magnético, sendo também dotado de um rolamento mecânico de segurança, para caso de falha do mancal magnético. No enrolamento de estator do motor mancal superior, uma das fases é usada primariamente para gerar as forças magnéticas que posicionam o rotor na vertical, apesar de também gerarem torque motor, enquanto a outra é usada apenas para gerar torque motor. Para essa estrutura simplificada foram

desenvolvidos esquemas de controle PID, PID adaptativo [13] e LQR [24]. Esses controladores foram aplicados com o uso de um microcontrolador, e foram usados na elaboração deste trabalho.

#### 4.1 Controle PID

Empregados de forma extensiva nos controles de processos industriais [39], são controladores de segunda ordem que têm como parâmetros os ganhos dos termos proporcional, derivativo e integral, podendo ser representados pela função de transferência

$$C(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{N} \right) \quad (4-1)$$

sendo  $K_p$  o ganho proporcional,  $T_i$  a constante integral,  $T_d$  a constante derivativa e  $N > 20$ . Mesmo sendo uma estratégia de controle simples, tem capacidade para lidar com aspectos relevantes na prática, como a saturação dos atuadores e o efeito de crescimento ilimitado (windup) do efeito integral. Segundo Astrom e Hagglund [39], o controlador PID é a primeira solução que deve ser tentada quando um problema de controle por realimentação se apresenta.

#### 4.2 Controle LQR

Esquemas de controle no espaço de estados têm sido propostos e utilizados em muitas aplicações em passado recente e, dentre as técnicas propostas, cita-se a de reguladores lineares quadráticos (Linear Quadratic Regulators, LQR). Essa abordagem propõe uma lei de controle por realimentação das variáveis de estado, sendo a saída do controlador calculada como uma combinação linear das variáveis de estado na qual os coeficientes minimizem uma função objetivo quadrática:

$$J = \int_0^{\infty} [x(t)^T Q x(t) + u(t)^T R u(t) dt] \quad (4-2)$$

Sendo R matriz simétrica positiva definida e Q matriz simétrica positiva e, no mínimo, semi-definida [40].

Então, sendo F a matriz obtida na solução desse problema, pode-se escrever:

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B u(t) = A x(t) + B F x(t) = (A + B F) x(t) \quad (4-3)$$

Kauss calcula em seu trabalho [24], tanto a solução para esse problema, quanto a solução descentralizada para o mesmo problema, tendo sido ambas as abordagens incluídas no microcontrolador que controla o posicionamento radial do motor mancal.

Como o DSP recebe apenas os sinais de posição dos sensores, um filtro é incluído no processador para permitir o cálculo da velocidade a partir desses dados.

### **4.3 Critérios de Projeto**

Diferentes aplicações requerem diferentes especificações: um compressor pode requerer operação em uma faixa de velocidades e não demandar muita precisão no posicionamento de seu eixo. Ao contrário, pode ser benéfico permitir que o rotor gire em torno de seu eixo de inércia, em lugar de girar segundo seu eixo geométrico. Da mesma forma, um fuso de uma máquina ferramenta exige a menor variação possível no posicionamento do eixo do fuso, pois a precisão da usinagem está associada a esse posicionamento.

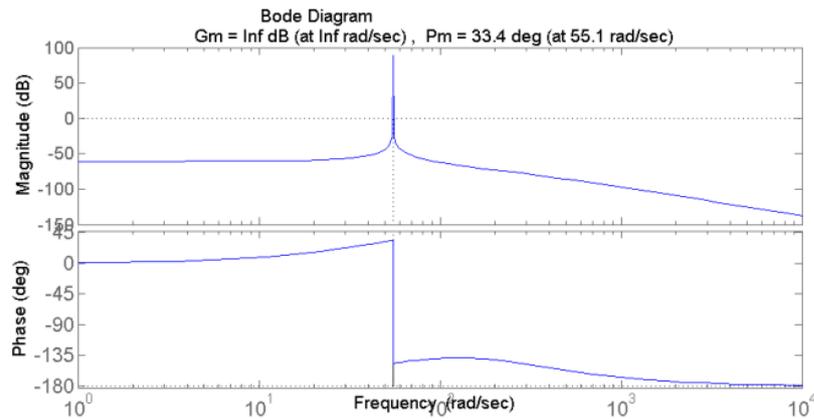
Classicamente, alguns critérios de projeto são aplicáveis para grande parte dos sistemas, e serão discutidos nos próximos parágrafos.

#### **4.3.1 Estabilidade**

A estabilidade dos sistemas pode ser analisada tanto no domínio do tempo quanto no domínio da frequência. Em termos do domínio do tempo, a estabilidade de um sistema linear invariante no tempo é estudada considerando-se os autovalores do modelo do sistema no domínio do tempo.

No domínio da frequência, a estabilidade pode ser analisada seja por diagramas de Bode, seja por diagramas de Nyquist. De qualquer maneira, tanto diagramas de Bode quanto diagramas de Nyquist podem fornecer a informação sobre a margem de ganho ou a margem de fase, que indicam quão distante está o sistema da instabilidade.

A estabilidade é, evidentemente, um requisito de projeto, sendo sua margem um parâmetro para avaliar o grau de estabilidade atingido. Na figura 4-1 pode-se observar, para um dado sistema, uma margem de ganho infinita, e uma margem de fase de 33,4 graus, valores esses obtidos a partir de um diagrama de Bode.



**Figura 4-1 Margens de estabilidade**

### 4.3.2 Desempenho no transitório e no regime

Classicamente, desempenhos no transitório e no regime têm sido usados para especificar precisão e velocidade de resposta de sistemas, tendo também sido empregados para medir o desempenho de sistemas.

Os testes de verificação de desempenho de transitório e regime usuais são:

- Resposta a impulso
- Resposta a degrau
- Resposta a rampa

As duas primeiras são consideradas tanto para reguladores quanto para servomecanismos, enquanto a última só faz sentido para servomecanismos.

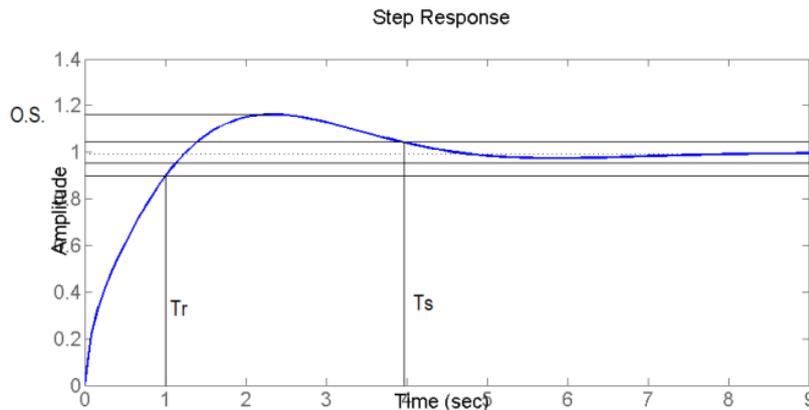
A resposta a impulso seria obtida com a aplicação de um impulso como sinal de entrada de um sistema dinâmico, o que é difícil de obter na prática. Por conta disso, é usual aplicar-se um pulso de curta duração para obter uma aproximação da resposta a impulso (curta duração quando comparada à constante de tempo dominante do sistema).

A resposta a degrau é mais frequentemente usada para avaliar o desempenho de sistemas por ser mais simples de se obter, e tem sido, com frequência, empregada tanto para especificar o desempenho requerido do sistema quanto para avaliar o desempenho do sistema.

Alguns parâmetros são considerados para avaliar essas respostas. Na figura 4-2 está apresentada uma resposta a degrau, em que se destacam as figuras de mérito usualmente consideradas, a saber:

- Tempo de subida ( $T_r$ );

- Sobressinal (O.S.);
- Tempo de estabilização ( $T_{s5\%}$ ).



**Figura 4-2 Resposta a degrau**

### 4.3.3 Outros fatores

Primeiramente considere-se que, na prática, atuadores têm saturação e, portanto, a saída do controlador não deve solicitar do atuador mais esforço do que o equipamento possa fornecer. De alguma forma, o regulador linear quadrático (LQR) considera esse aspecto, uma vez que a ponderação aplicada às saídas do controlador tem o objetivo de minimizar o esforço de controle aplicado.

Como segundo aspecto a ser considerado, distúrbios devem ser mencionados. Distúrbios são inevitáveis e os sistemas de controle têm como um de seus objetivos minimizarem o efeito desses sinais, que podem tanto estar relacionados com a carga a que está sujeito o motor mancal, quanto a ruídos associados às medições. Nesse sentido, vários índices são propostos para avaliar desempenho e, portanto, otimizar projetos de controladores. Entre eles, citam-se:

Índice IAE (valor absoluto do erro):  $J_{IAE} = \int_0^{\infty} |e(t)| dt$

Índice ISE (erro quadrático):  $J_{ISE} = \int_0^{\infty} e(t)^2 dt$

Índice ITAE (tempo x erro absoluto):  $J_{ITAE} = \int_0^{\infty} t|e(t)| dt$

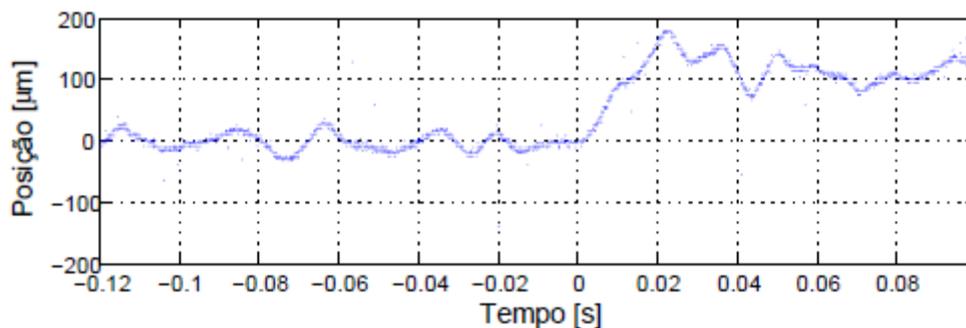
Finalmente, controladores são projetados com base em modelos da planta, e a dinâmica real pode não estar totalmente representada no modelo físico usado para o projeto do sistema de controle. Como exemplo, no caso de mancais magnéticos ativos, turbinas podem operar em diferentes velocidades angulares, e sabe-se que o efeito giroscópico varia com a velocidade angular, e, portanto, a dinâmica da planta

varia com a velocidade angular. Essa é a razão pela qual, para muitas aplicações de mancais magnéticos ativos, têm sido propostos controladores  $H_\infty$  [22], que permitem levar em consideração as variações das estruturas do modelo.

#### 4.4 Aplicação das estratégias de controle ao Protótipo de Motor Mancal

O protótipo de motor mancal do LASUP foi objeto de vários trabalhos, dos quais se citam, em particular as dissertações de mestrado de Gomes [13] e Kauss [24], que desenvolveram controladores respectivamente PID e LQR para o MMM com o mancal superior operacional, e com um mancal de rolamentos operando como mancal axial e mancal inferior.

No trabalho de Gomes, propôs-se um controlador implementando-se apenas os efeitos proporcional e derivativo, visto que esse controlador traria a estabilidade requerida para o motor mancal [13]. Seu desenvolvimento teve como base o critério de projeto de menor sobressinal, tendo-se obtido, através de simulações, os valores de ótimos para  $K_p$  e  $T_d$ . No mesmo trabalho, apresenta-se a resposta a degrau obtida para o motor mancal do LASUP [13], conforme reproduzido na figura 4-3.



**Figura 4-3 Resposta a degrau do protótipo de motor mancal do LASUP**

No trabalho de Kauss [24], o controlador LQR foi obtido tendo como base o modelo físico desenvolvido e tomando-se como matrizes de ponderação as matrizes apresentadas abaixo.

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Posteriormente, aplicou-se um algoritmo iterativo para obtenção de uma solução descentralizada para o controlador. Além disso, como apenas medidas de afastamento

foram empregadas, a implementação desse controlador requereu o cálculo aproximado da velocidade, com base na variação da medida de deslocamento do eixo nas direções x e y. As matrizes de realimentação obtidas para os controladores centralizado e descentralizado seguem abaixo.

**Tabela 4-1 Controlador LQR [24]**

Item	Velocidade (rpm)	LQR Centralizado				LQR Descentralizado			
1	285	-8776,8	-0,3	-78,2	0	-8776,8	0	-78,2	0
		0,3	-8776,8	0	-78,2	0	-8776,8	0	-78,2
2	1710	-8776,8	-2,1	-78,3	0	-8776,9	0	-78,3	0
		2,1	-8776,8	0	-78,3	0	-8776,9	0	-78,3
3	3420	-8776,8	-6,9	-78,9	0	-8777,4	0	-78,9	0
		6,9	-8776,8	0	-78,9	0	-8778,4	0	-78,9

Ambas as abordagens foram empregadas para a estabilização do motor mancal, obtendo-se sucesso em sua utilização. A seguir, apresentam-se os resultados experimentais obtidos.

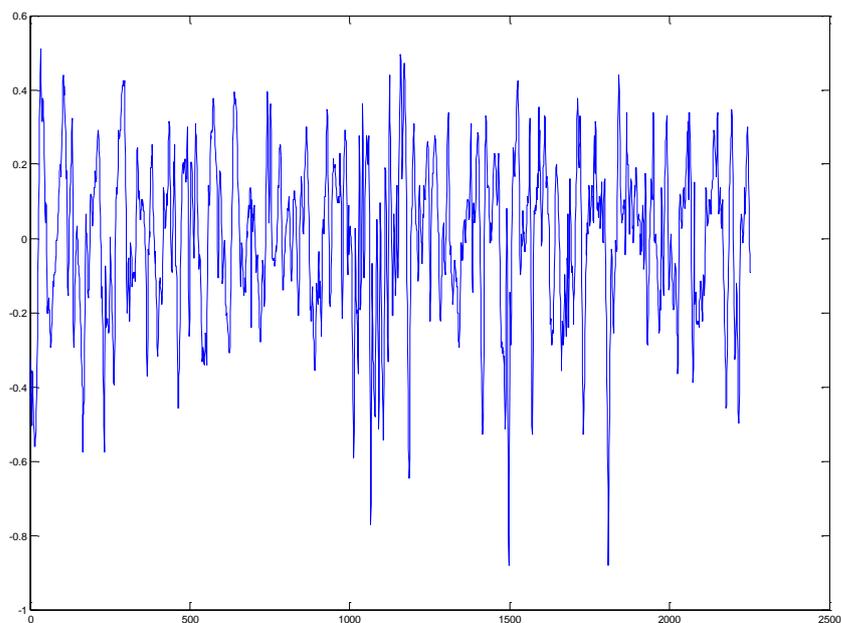
#### 4.4.1 Resultados experimentais

O MMM foi operado na velocidade de 1200 rpm, tanto com o controlador PID quanto com o controlador LQR descentralizado, e com mancal axial supercondutor. As curvas obtidas são apresentadas nas figuras 4-4 a 4-5.

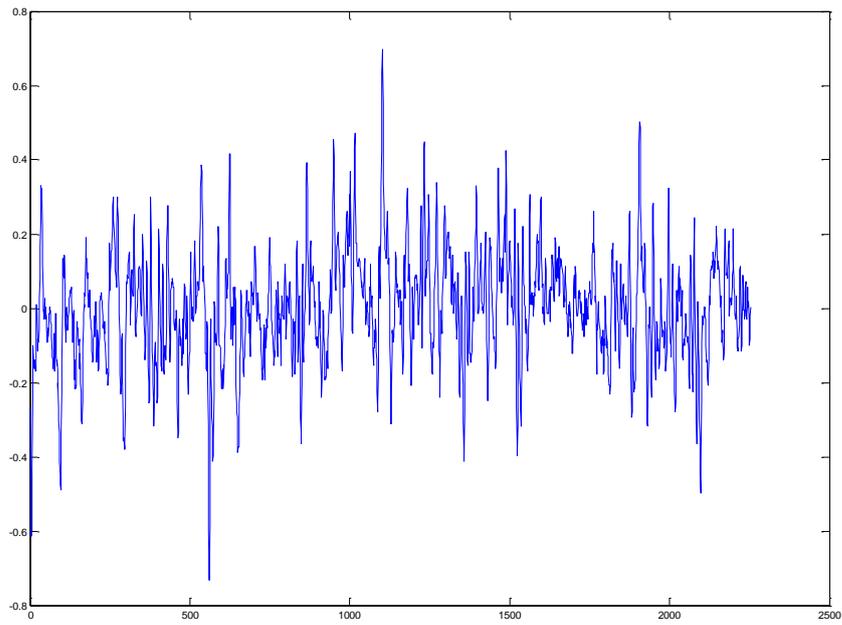
Pode-se observar que, para ambos os sistemas de controle, o mancal motor opera de forma estável, mantendo-se o eixo no entorno do centro de operação desejado. Evidentemente pode-se notar a existência de uma frequência de operação imposta, já que o esforço de centralização está baseado na variação da amplitude de uma corrente senoidal, conforme já comentado na seção 2.2.1.1.

Por outro lado, as figuras 4-6 e 4-7, que apresentam a trajetória no plano de fase, sugerem que o controlador LQR apresenta um desempenho ligeiramente melhor que o controlador PID. A apresentação dessas trajetórias no plano de fase permite apenas uma comparação qualitativa e subjetiva, além de não permitir que se use tal

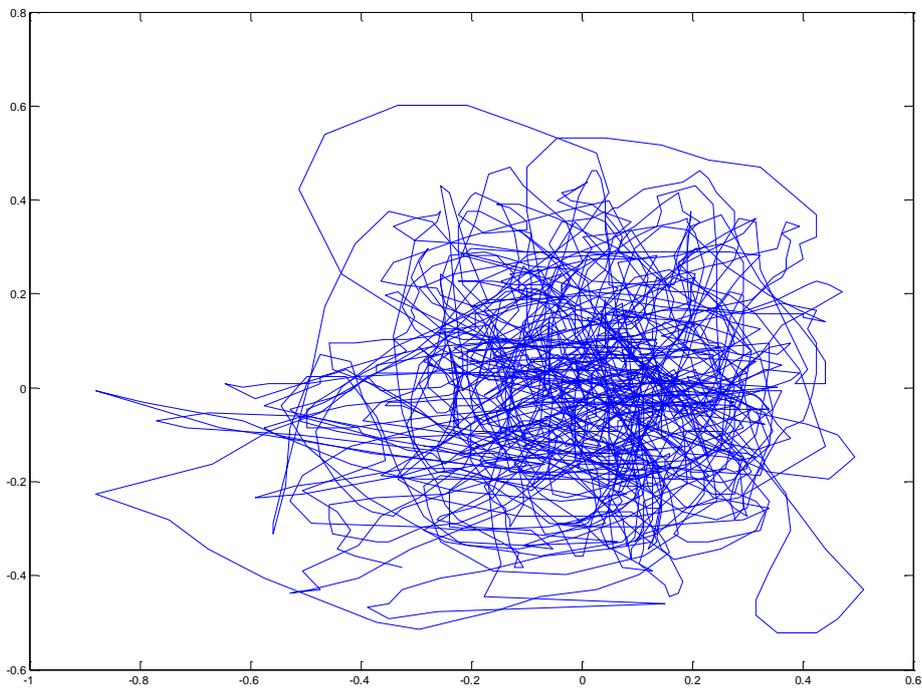
informação para redimensionar os controladores de maneira a poder obter desempenhos melhores. Dessa questão advém a indagação de como comparar o desempenho de um controlador relativamente ao desempenho do outro, ponto central deste trabalho, que será elaborado no próximo capítulo.



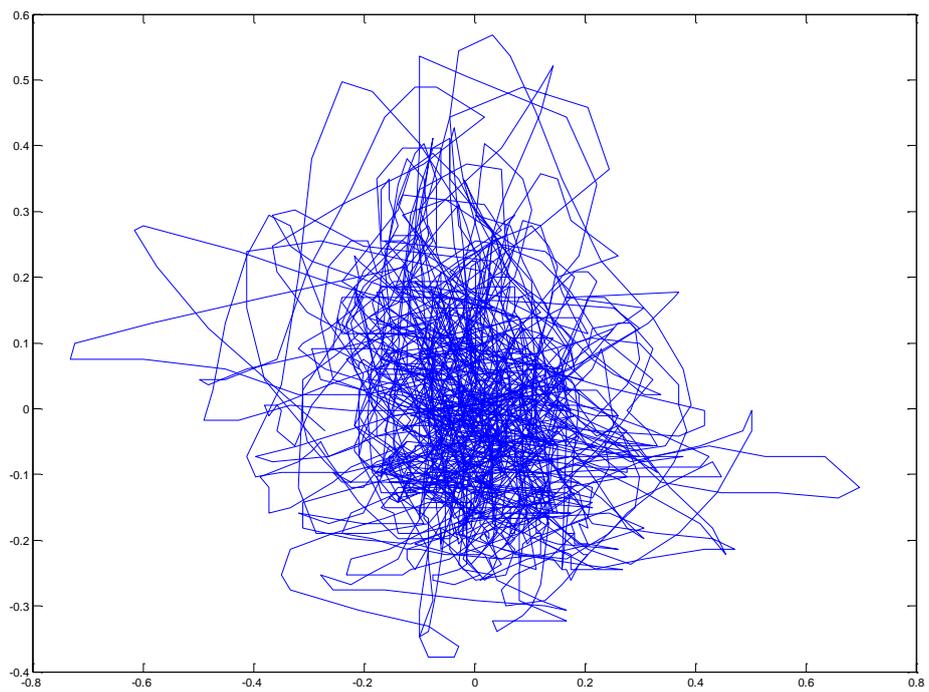
**Figura 4-4 Deslocamento radial do mancal no eixo X, para controlador PID**



**Figura 4-5 Deslocamento radial do mancal no eixo X, para controlador LQR descentralizado**



**Figura 4-6 Deslocamentos radiais do mancal nos eixos X e Y, para controlador PID**



**Figura 4-7 Deslocamentos radiais do mancal nos eixos X e Y, para controlador LQR descentralizado**

## Capítulo 5

### Avaliação de desempenho

Uma vez desenvolvido e colocado em operação um sistema de controle aplicado a uma dada planta, questionamentos podem ser feitos quanto ao seu desempenho, seja logo após posta em marcha, seja após a planta estar em operação há muito tempo.

A disciplina de avaliação de desempenho de sistemas de controle tem chamado a atenção de pesquisadores na área de controle de processos, pois se sabe que um grande número de malhas de controle apresenta desempenho sofrível, levando os operadores a controlar manualmente os processos.

Embora este não seja o caso para mancais magnéticos ativos, bem como para motores mancais, devido a sua inerente instabilidade, o ferramental desenvolvido para a área de controle de processo pode ser aplicado à comparação de desempenho de controladores aplicados a AMB's e MMM's.

Alguns artigos apresentam revisões de tais métodos de avaliação de desempenho. Dois procedimentos de avaliação de desempenho são apresentados nas referências:

- Método baseado em controladores de mínima variância (*Minimum Variance Controllers*, MVC), também referido como abordagem estocástica [41].
- Método baseado nos afastamentos máximos do eixo de sua posição central, seguido da avaliação função de transferência de sensibilidade, esta última alicerçada no domínio da frequência [42,43].

Observe-se que outros critérios podem ser propostos, dependendo do que se deseja do sistema a ser considerado. No caso do motor mancal magnético do LASUP, entende-se que o objetivo é que o eixo se mantenha tão próximo quanto possível do afastamento nulo em relação ao eixo z.

## 5.1 Avaliação estocástica de desempenho

Controladores de mínima variância foram inicialmente propostos por Astrom [44], focando aplicações de reguladores em plantas de uma entrada e uma saída (SISO), tendo seu desenvolvimento embasado em modelos lineares invariantes no tempo (LTI). Para melhor compreensão dos resultados, uma breve recapitulação desta abordagem será feita com base em [45], estudando-se o modelo usado para a dinâmica da planta, do distúrbio, explicitando-se o critério de projeto e especificando-se os controles admissíveis.

### 5.1.1 Dinâmica do sistema

A planta será modelada pela combinação de um atraso puro com uma função de transferência linear. O distúrbio será considerado como sendo produzido por um ruído branco Gaussiano filtrado por uma função de transferência linear.

Assim o modelo da planta, apresentado na figura 5-1, será dado por:

$$x(k) = \frac{B_1(q)}{A_1(q)} \cdot u(k) \quad (5-1)$$

sendo  $A_1(q)$  e  $B_1(q)$  polinômios no operador  $q$ , com saída dada por

$$y(k) = x(k) + v(k) \quad (5-2)$$

considerando-se o distúrbio  $v(k)$  modelado por

$$v(k) = \frac{C_1(q)}{A_2(q)} \cdot e(k) \quad (5-3)$$

com  $A_2(q)$  e  $C_1(q)$  polinômios no operador  $q$ , e sendo  $e(k)$  sequência de variáveis aleatórias independentes, de média zero e desvio padrão  $\sigma_e$ .

Eliminando-se  $x(k)$  e  $v(k)$  e fazendo-se

$$A(q) = A_1(q) \cdot A_2(q)$$

$$B(q) = B_1(q) \cdot A_2(q)$$

$$C(q) = C_1(q) \cdot A_1(q)$$

segue que

$$A(q) \cdot y(k) = B(q) \cdot u(k) + C(q) \cdot e(k) \quad (5-4)$$

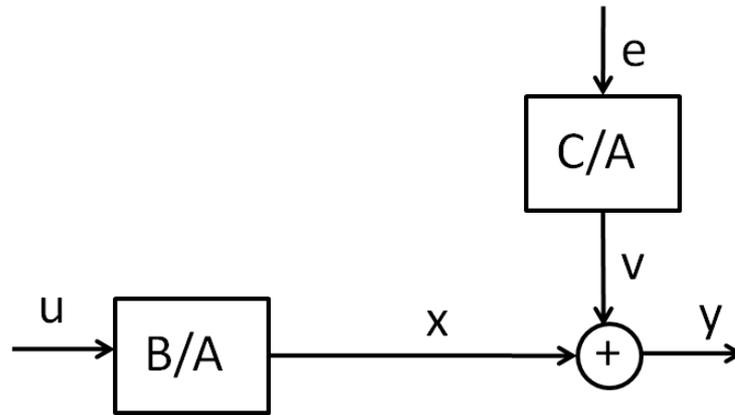


Figura 5-1 Modelo da planta

### 5.1.2 Critério de projeto

Considerando-se ser objetivo de controle a regulação, em regime, da planta e supondo-se a referência como sendo  $y_0 = 0$ , propõe-se como critério de projeto a minimização da variância, em regime, da saída do processo:

$$J_{mv} = E(y^2(k)) \quad (5-5)$$

Este critério de projeto pode também ser escrito como:

$$J_{\infty} = \lim_{N \rightarrow \infty} E\left(\frac{1}{N} \cdot \sum_1^{\infty} y^2(k)\right) \quad (5-6)$$

### 5.1.3 Controles admissíveis

Será proposto o sinal de controle  $u(k)$  como sendo uma função de  $y(k)$ ,  $y(k-1)$ ,... e de  $u(k-1)$ ,  $u(k-2)$ ,... . Supondo-se que  $e(i)$  e  $e(j)$  sejam variáveis aleatórias independentes, para todo  $i \neq j$ , pode ser mostrado que a lei de controle ótima é linear. Com essas considerações, o sistema poder ser representado pela figura 5-2 abaixo.

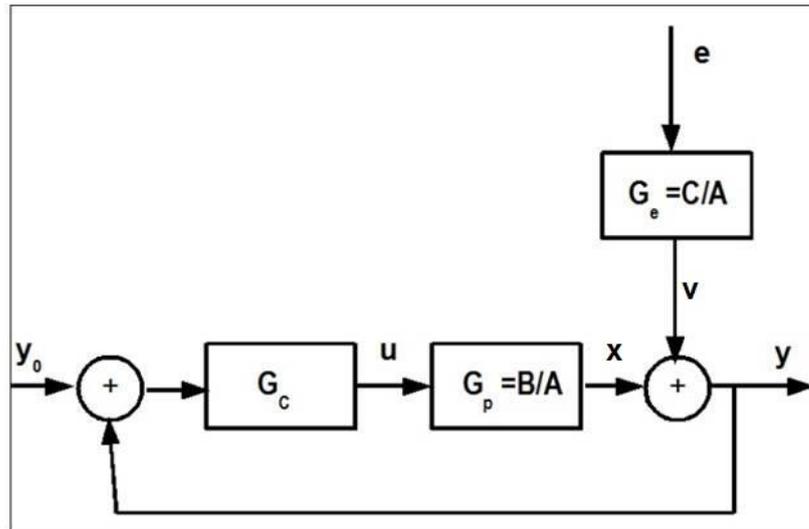


Figura 5-2 Sistema de controle de mínima variância (MVC)

#### 5.1.4 Controle de mínima variância

Suponha-se, inicialmente, que o polinômio  $B(q)$  seja estável, ou seja, com zeros no interior do círculo unitário. Esta hipótese facilita o desenvolvimento do controlador básico, mas pode, posteriormente, ser relaxada para desenvolvimento de projetos onde este polinômio tenha zeros sobre o círculo unitário.

A equação (5.4) pode ser reescrita como:

$$y(k) = \frac{B(q)}{A(q)} \cdot u(k) + \frac{C(q)}{A(q)} \cdot e(k) \quad (5-7)$$

Seja  $d$  a diferença entre os graus dos polinômios  $A(q)$  e  $B(q)$ .

$$d = \text{grau}(A) - \text{grau}(B) > 0 \quad (5-8)$$

Introduzindo-se o operador  $q^{-1}$ , a equação (5.7) pode ser apresentada como:

$$y(k) = \frac{B^*(q^{-1})}{A^*(q^{-1})} \cdot q^{-d} \cdot u(k) + \frac{C^*(q^{-1})}{A^*(q^{-1})} \cdot e(k) \quad (5-9)$$

Multiplicando-se ambos membros da equação por  $q^d$  chega-se à equação:

$$y(k + d) = \frac{B^*(q^{-1})}{A^*(q^{-1})} \cdot u(k) + \frac{C^*(q^{-1})}{A^*(q^{-1})} \cdot e(k + d) \quad (5-10)$$

Observando-se esta última equação, percebe-se que o valor de  $y(k+d)$  vai depender de valores do sinal de controle  $u(k)$ ,  $u(k-1)$ ,..., e por outro lado dependerá do distúrbio  $e(k+d)$ ,  $e(k+d-1)$  ...  $e(k+1)$ ,  $e(k)$ ,..., pode-se reescrever a equação (5-10) como:

$$y(k + d) = \frac{B^*(q^{-1})}{A^*(q^{-1})} \cdot u(k) + F^*(q^{-1}) \cdot e(k + d) + \frac{G^*(q^{-1})}{A^*(q^{-1})} \cdot e(k) \quad (5-11)$$

sendo

$$F(q) = q^d + f_1 \cdot q^{d-1} + \dots + f_{d-1}$$

$$G(q) = g_0 \cdot q^{n-1} + g_1 \cdot q^{n-2} + g_{n-1}$$

satisfazendo a

$$C^*(q^{-1}) = A^*(q^{-1}) \cdot F^*(q^{-1}) + q^{-d} \cdot G^*(q^{-1}) \quad (5-12)$$

com  $n = \text{grau}(A) = \text{grau}(C)$ . A equação (5-12) tipifica uma equação Diophantina, para a qual existe solução se o máximo divisor comum de  $A^*(q^{-1})$  e  $q^{-d}$  também for máximo divisor comum de  $C^*(q^{-1})$ , o que se verifica no presente caso.

Por outro lado, sendo o distúrbio  $e(k)$  independente dos dados de entrada ou de saída da planta, pode-se usar a expressão (5-9) para calcular  $e(k)$  como:

$$e(k) = \frac{A^*(q^{-1})}{C^*(q^{-1})} \cdot y(k) - q^{-d} \cdot \frac{B^*(q^{-1})}{C^*(q^{-1})} \cdot u(k) \quad (5-13)$$

Substituindo-se esta expressão de  $e(k)$  na equação (5-11) obtém-se:

$$y(k+d) = \frac{B^*(q^{-1})}{A^*(q^{-1})} \cdot u(k) + F^*(q^{-1}) \cdot e(k+d) + \frac{G^*(q^{-1})}{A^*(q^{-1})} \cdot \frac{A^*(q^{-1})}{C^*(q^{-1})} \cdot y(k) - q^{-d} \cdot \frac{B^*(q^{-1})}{C^*(q^{-1})} \cdot u(k) \quad (5-14)$$

Agrupando-se os termos e simplificado segue que:

$$y(k+d) = F^*(q^{-1}) \cdot e(k+d) + \frac{G^*(q^{-1})}{C^*(q^{-1})} \cdot y(k) + \frac{B^*(q^{-1}) \cdot F^*(q^{-1})}{C^*(q^{-1})} \cdot u(k) \quad (5-15)$$

Finalmente, elevando-se ambos os membros ao quadrado e tomando a esperança matemática de ambos membros, obtém-se:

$$E(y^2(k+d)) = E\left(\left(F^*(q^{-1}) \cdot e(k+d)\right)^2\right) + E\left(\left(\frac{G^*(q^{-1})}{C^*(q^{-1})} \cdot y(k) + \frac{B^*(q^{-1}) \cdot F^*(q^{-1})}{C^*(q^{-1})} \cdot u(k)\right)^2\right) \quad (5-16)$$

observando-se que o termo da esperança matemática do produto foi desconsiderado por serem  $e(k)$  independentes de  $y(k)$  e  $u(k)$ .

Como o segundo termo da expressão (5-16) é não nulo, deduz-se que:

$$E(y^2(k+d)) > E\left(\left(F^*(q^{-1}) \cdot e(k+d)\right)^2\right) = (1 + f_1^2 + \dots + f_{d-1}^2) \cdot \sigma_e^2 \quad (5-17)$$

Para que  $E(y^2(k+d))$  seja mínimo deve-se igualar-se a zero o segundo termo da expressão (5-16), ou seja, para que o controlador aplicado seja de mínima variância deve-se ter

$$\frac{G^*(q^{-1})}{C^*(q^{-1})} \cdot y(k) + \frac{B^*(q^{-1}) \cdot F^*(q^{-1})}{C^*(q^{-1})} \cdot u(k) = 0 \quad (5-18)$$

ou seja

$$u(k) = - \frac{C^*(q^{-1})}{B^*(q^{-1}) \cdot F^*(q^{-1})} \frac{G^*(q^{-1})}{C^*(q^{-1})} \cdot y(k) = - \frac{G^*(q^{-1})}{B^*(q^{-1}) \cdot F^*(q^{-1})} \cdot y(k) \quad (5-19)$$

Embora esse resultado para o controlador de mínima variância tenha sido obtido para  $B(q)$  com zeros no interior do círculo unitário, ele pode ser estendido para outras condições tanto de  $B(q)$  quanto de  $C(q)$ . Note-se que, nestas condições, o valor de  $J_{mv}$  é dado por

$$J_{mv} = (1 + f_1^2 + \dots + f_{d-1}^2) \cdot \sigma_e^2 = \sigma_{MV}^2 \quad (5-20)$$

Analisando-se este resultado, pode ser observado que a obtenção de mínima variância na saída é conseguida ao custo de eliminar-se a dinâmica do processo pelo cancelamento de seus pólos, o que implica, em geral, em uma resposta muito agressiva e sensível a mudanças na dinâmica do processo.

Por outro lado, o que se propõe, ao sugerir o controlador MVC como parâmetro de comparação de diferentes algoritmos de controle, não é que seja adotado o controlador de mínima variância como esquema de controle, mas que a variância que seria obtida com tal controlador MVC, seja adotada como piso do índice de avaliação de desempenho. Dessa forma, dada uma planta e um algoritmo de controle proposto, procura-se calcular qual seria o valor do índice  $J_{mv}$  e compará-lo ao valor  $J_y$  obtido para o controlador em análise, sendo  $J_y$  calculado como:

$$J_y = E(y^2(k)) = \sigma_y^2 \quad (5-21)$$

sendo  $y(k)$  a saída da planta com o controlador em análise. A figura de mérito pode ser então calculada como

$$\xi(d) = \frac{\sigma_y}{\sigma_{MV}} \quad (5-22)$$

ou

$$\eta(d) = 1 - \frac{\sigma_{MV}}{\sigma_y} \quad (5-23)$$

### 5.1.5 Procedimento para avaliação de desempenho estocástica de malha SISO

Para poder avaliar o desempenho do controlador proposto, é necessário obter-se a série temporal da saída do processo para uma janela de largura adequada.

É interessante observar que, para efeito desta avaliação, usam-se os dados operacionais do processo, com a malha de controle fechada, e sem introduzir qualquer sinal de teste que seja, tornando-o um algoritmo não intrusivo e que não causa distúrbios na operação normal do processo.

Para aplicação do critério de desempenho estocástico, desenvolve-se o modelo de malha fechada para o processo em análise, observando-se que a hipótese básica de trabalho é de que o controle é regulatório, e que a referência é constante e nula,  $y_0 = 0$ . Assim, deve-se identificar o modelo da planta usando-se a série de saída  $y(k)$ , supondo-se que não existe outra excitação além do distúrbio  $v(k)$ , que é, por sua vez, modelado como sendo gerado por uma estrutura linear excitada por ruído branco  $e(k)$ , não mensurável.

Para identificação de sistemas, é usual considerar-se modelos discretos no tempo, uma vez que os dados obtidos são dados amostrados do processo, com a geração de uma série temporal correspondente. Assim, pode-se propor como um modelo geral para a identificação, o modelo dado pela equação a seguir [46]:

$$A(q) y(k) = \frac{B(q)}{F(q)} u(k) + \frac{C(q)}{D(q)} e(k) \quad (5-24)$$

Várias estruturas têm sido consideradas para identificação, dependentes das dinâmicas encontradas, e, para estas diferentes situações, tem-se usado denominações diferenciadas para os modelos. Assim tem-se que [47]:

- Apenas polinômio  $B$ : modelo de resposta a impulso finita (FIR).
- Apenas polinômios  $A$  e  $B$ : modelo auto-regressivo com variável exógena (ARX).
- Apenas polinômios  $A$  e  $C$ : modelo auto-regressivo média móvel (ARMA).
- Apenas polinômios  $A, B$  e  $C$ : modelo auto-regressivo média móvel com variável exógena (ARMAX).
- Apenas polinômios  $B$  e  $F$ : modelo de erro na saída (OE).

Para a avaliação estocástica de desempenho, foi proposto em [41] que seja usada uma estrutura ARMA para a identificação do modelo, uma vez que a resposta em

malha fechada vai depender apenas do distúrbio, como se pode constatar por observação da figura 5-2, supondo-se  $y_0 = 0$ , constante. Ressalte-se que, para obter o valor da mínima variância possível, é necessário que se conheça o atraso puro do processo, o que significa ter-se que considerar, com cuidado, sua estimativa. Com isso, o algoritmo para obter-se o índice de qualidade do controlador sendo avaliado pode ser enunciado como:

1. Identifique o modelo de malha fechada, relacionando as saídas da planta ao ruído  $e$ . Sugere-se a utilização de um modelo ARMA para este propósito, estimando-se os coeficientes dos polinômios.
2. Obtenha a resposta a impulso, considerando os primeiros  $d-1$  coeficientes de  $y(k) = e(k) + \sum_{i=1}^{d-1} f_i e(k-i) + \text{resto}$ . Para determinação do atraso puro, usar técnicas de correlação [48], ou considerar o atraso puro como determinado pelo pico da resposta a impulso [49].
3. Calcule a estimativa de mínima variância, dada pela equação (5.20).
4. Estime a variância da saída da planta  $\sigma_y^2$ , aplicando-se a expressão (5-21) aos dados obtidos experimentalmente.
5. Calcule o índice  $\xi$  baseado na expressão (5-22).

A última etapa, proposta em [50] estabelece um índice para comparar a saída da planta controlada pelo sistema de controle em avaliação, quando comparada com a saída teórica resultante da utilização de um controlador de mínima variância. Quanto mais próximo de 1 for o índice  $\xi$ , mais próximo estará o comportamento de uma malha sob controle MVC.

Embora tenha sido apenas considerada a aplicação deste critério a sistemas SISO, ele pode ser estendido a sistemas MIMO, como relatado na bibliografia [51, 52], mas não explorado neste trabalho.

A identificação dos modelos de malha fechada pode ser feita com a utilização dos algoritmos do MATLAB, que incluem a função *armax()* para obtenção do modelo ARMA. Este algoritmo gera, além dos coeficientes dos polinômios, a estimativa da variância do ruído de excitação do modelo,  $\sigma_e^2$ .

## 5.2 Avaliação de desempenho por análise da sensibilidade

Um outro método de análise de desempenho é considerado na referência [42], desta vez sendo baseado em análise no domínio da frequência e fundamentado em técnicas de projeto de sistemas de controle robustos alicerçadas na otimização  $H_\infty$ .

Para melhor compreensão desta abordagem, segue abaixo uma recapitulação de conceitos básicos relacionados com esta técnica, conforme analisados em [53].

### 5.2.1 Função de transferência de sensibilidade

A metodologia de desenvolvimento de sistemas de controle robusto, baseada na minimização da norma- $\infty$  da função de sensibilidade de sistemas de controle lineares SISO, tem por base o trabalho desenvolvido por Zames em 1979. Esta técnica é conhecida por controle  $H_\infty$  por considerar funções do espaço de funções complexas analíticas e limitadas no semi-plano direito, estudadas por Hardy.

Referência seja feita à figura 5-2, apresentada na seção 5.1.3, porém considerando que as funções de transferências apresentadas sejam definidas no domínio da frequência, sendo portanto  $G_p(s)$ ,  $G_e(s)$  e  $G_c(s)$ . Considerando-se  $y_0 = 0$  e constante, pode-se escrever a saída do sistema como sendo:

$$y(s) = \frac{1}{1+G_c(s).G_p(s)} \cdot v(s) \quad (5-25)$$

A função de transferência de sensibilidade é definida como:

$$S(s) = \frac{1}{1+G_c(s).G_p(s)} \quad (5-26)$$

Claramente, a função  $S(s)$  caracteriza a sensibilidade da saída do sistema ao distúrbio  $v(s)$  e, idealmente, deveria ser buscada uma função de transferência que resultasse em  $S(s) = 0$ .

O problema originalmente estudado por Zames era o de buscar um controlador que garantisse um sistema de controle estável e simultaneamente minimizasse o pico da função de sensibilidade, com isso buscando rejeitar distúrbios. Para caracterizar matematicamente este problema, considere-se a norma:

$$\|S\|_\infty = \sup_{\omega \in R} |S(j\omega)| \quad (5-27)$$

E então o problema focado por Zames foi o de determinar  $G_c(s)$  que estabilize o sistema de malha fechada, sujeito à minimização de  $\|S\|_\infty$ . Observe-se, entretanto, que se pode projetar o controlador para obter ganhos pequenos a baixas frequências, mas para altas frequências o módulo de  $S(j\omega)$  tende para a unidade.

Essa definição da função sensibilidade foi baseada em um modelo SISO, mas pode ser generalizada para sistemas MIMO, caso em que a função de transferência de sensibilidade  $\mathbf{S}(s)$  transforma-se em uma matriz dada por

$$S(s) = \left( I + G_p(s)G_c(s) \right)^{-1} \quad (5-28)$$

Para sistemas MIMO, a norma  $H_\infty$  da matriz  $\mathbf{S}(j\omega)$  é obtida calculando-se, para cada frequência  $\omega$ , o maior valor singular de  $S$ . Denominam-se valores singulares de uma matriz  $\mathbf{S} \in \mathbb{C}^{m,n}$ , grafados  $\sigma_i$ , as raízes quadradas não negativas dos autovalores de  $\mathbf{S}^* \mathbf{S}$ . Ordenando tais autovalores de forma que

$$\sigma_1 > \sigma_2 > \dots > \sigma_p > 0$$

sendo  $p = \min(m,n)$ , o maior autovalor é denotado

$$\bar{\sigma}(S(j\omega)) = \sigma_1$$

Não serão discutidos neste trabalho os desenvolvimentos para que se obtenha o sistema de controle que otimize esta norma, por não ser o foco do trabalho, mas pode-se depreender, do que foi apresentado, que dados dois controladores projetados com base em duas abordagens diferentes de projeto, pode-se obter para cada uma deles o diagrama de  $S(j\omega)$ , e, da comparação desses diagramas, pode-se determinar qual estrutura apresenta melhor rejeição de distúrbios, de maneira análoga ao que foi apresentado na seção precedente.

### 5.2.2 Procedimento para avaliação de desempenho no domínio da frequência

Da mesma maneira que no procedimento para avaliação de desempenho estocástico, para poder avaliar o desempenho do controlador proposto, também é necessário obter-se as séries temporais da saída do processo para uma janela de amostragem de largura adequada.

Diferentemente da avaliação de desempenho estocástica, para esta análise faz-se necessário injetar ruído branco pseudoaleatório com amplitude suficientemente grande para prover relação sinal/ruído adequada. As séries temporais das entradas e saídas do sistema são então tratadas por métodos adequados de identificação, para que se

possa obter a função de transferência do sistema, se SISO, ou a matriz de transferência do sistema, se MIMO.

A literatura indica ser recomendável uso de estrutura OE [42] para a identificação do modelo da planta em malha fechada nesta aplicação de avaliação de desempenho. Observe-se que um modelo OE tem como base a equação (5-24), fazendo-se  $C(q) = D(q) = 1$ .

Uma vez determinado o modelo matemático do sistema com base nos dados experimentais, o diagrama de Bode da sensibilidade  $S(j\omega)$  é plotado, para que se observe o comportamento e, em particular, se obtenha o valor do pico da sensibilidade, que determina a máxima amplificação do pior distúrbio aplicado ao sistema [42].

A análise da sensibilidade é proposta para avaliação de utilização de mancais magnéticos ativos, aplicados a equipamentos rotativos de potência maior que 15 kW, conforme as normas ISO 14839-1, ISO 14839-2 e ISO 14839-3.

### **5.3 Avaliação de desempenho segundo a norma ISO 14839**

O documento ISO 14839-2 propõe um procedimento para avaliar o nível de vibração que aparece, naturalmente, na operação de turbomáquinas, definindo deslocamentos aceitáveis, calculados em termos do mínimo distanciamento estabelecido para o equipamento em consideração ( $C_{min}$ , minimum radial clearance). Para tanto, a ISO 14839 faz uso das definições estabelecidas na norma ISO 7919-1, relacionadas com zonas de vibração previstas para mancais de filme de óleo. A definição para cada zona é a que se segue:

- Zona A: Deslocamento vibracional de uma máquina recém-comissionada cai dentro desta zona.
- Zona B: Máquinas com deslocamento vibracional dentro desta zona são normalmente consideradas aceitáveis para operação irrestrita contínua.
- Zona C: Máquinas com deslocamento vibracional dentro desta zona são normalmente consideradas insatisfatórias para operação contínua. Geralmente a máquina pode ser operada por tempo limitado nesta condição até que surja oportunidade de condicionamento do equipamento.
- Zona D: Deslocamento vibracional dentro desta zona é normalmente considerado suficientemente severa para causar danos à máquina.

A ISO 14839-2 estabelece o máximo deslocamento em termos de  $C_{min}$  (minimum radial clearance) como apresentado na tabela 5-1.

A ISO 14839-3 descreve os passos de avaliação da margem de estabilidade, propondo a utilização de sinais aleatórios a serem injetados na malha fechada, para medir a função de transferência de sensibilidade. Então, a norma propõe índices de estabilidade baseados na função de transferência de sensibilidade, como mostrado na tabela 5-2.

**Tabela 5-1 Limites das Zonas de Deslocamento**

Limite de Zona	Deslocamento $D_{max}$
A/B	$< 0,3 C_{min}$
B/C	$< 0,4 C_{min}$
C/D	$< 0,5 C_{min}$

**Tabela 5-2 Limites das Zonas de Estabilidade**

Limite de Zona	Pico da sensibilidade
A/B	3 (9,5 dB)
B/C	4 (12 dB)
C/D	5 (14 dB)

#### **5.4 Proposta de aplicação de diferentes critérios de avaliação para mancais magnéticos**

Além dos critérios apresentados anteriormente, oriundos de aplicações de controle de processos, vários outros critérios têm sido propostos, e utilizados, por diferentes autores.

Jastrzebski [54] analisa uma aplicação de mancais magnéticos ativos propondo vários critérios simultâneos como:

- Pico da função de sensibilidade
- Resposta a degrau
- Pico da função de sensibilidade complementar

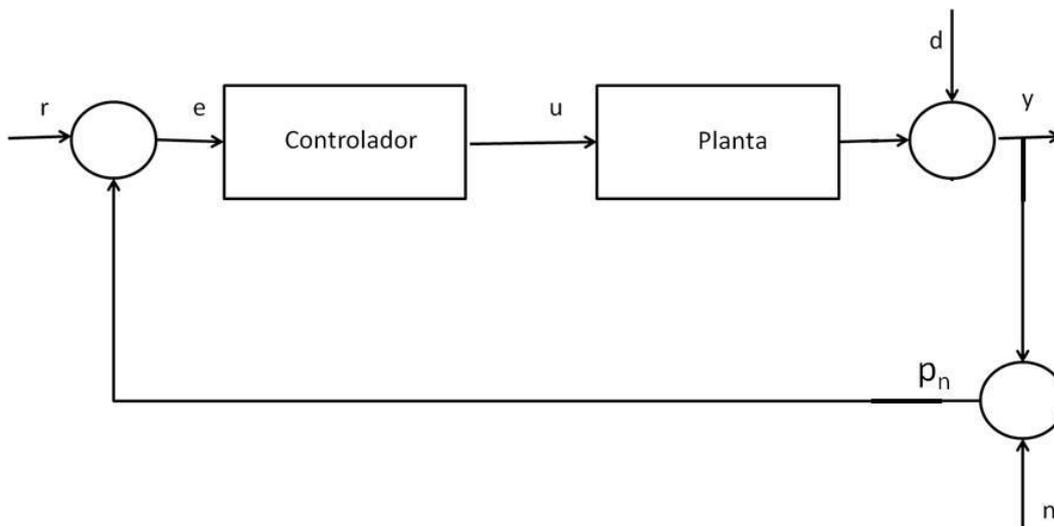
Alguns autores, como Zurcher [23], apresentam as trajetórias  $xy$  para dar uma visibilidade do desempenho dos sistemas de controle, porém essa abordagem mostra apenas uma avaliação qualitativa, não permitindo que essas observações sejam usadas, seja para constatar, no correr do tempo, se o desempenho desejado se mantém, seja para que se possa buscar uma sintonia ou otimização do desempenho do controlador.

Por outro lado, como já mencionado na seção 4.3, diferentes aplicações de mancais magnéticos ativos devem ser analisadas segundo diferentes critérios de desempenho, uma vez que as necessidades da planta podem ser diferentes.

No caso do protótipo de motor mancal do LASUP, mesmo que ele tenha sido testado sem carga, têm-se procurado controladores que o estabilizem e apresentem bom desempenho na centralização do eixo para diferentes velocidades de operação. Dessa maneira serão analisados os critérios de avaliação de desempenho estocástico, bem como o critério de análise da sensibilidade. Essa última abordagem é sugerida na norma ISO 14839 [43], juntamente com um critério de máximo afastamento, que foi desenvolvida com o objetivo de ser aplicada a sistemas de controle de mancais magnéticos aplicados a turbo máquinas.

## **5.5 Avaliação experimental de desempenho**

Para avaliação experimental de desempenho do motor mancal do LASUP montou-se uma estrutura como a apresentada na figura 5-3. O mesmo DSP usado para a função de controle gerou o sinal binário pseudoaleatório empregado para excitar o sistema. O PRBS foi aplicado a uma saída digital do DSP, saída essa que foi aplicada a um amplificador operacional somador (sinal  $n$ ), que recebia em sua segunda entrada o sinal de saída da planta (sinal  $y$ ). A soma desses dois sinais foi aplicada ao circuito de condicionamento de sinal da entrada do DSP.



**Figura 5-3 Diagrama experimental**

O sinal  $n$  (*noise*, ruído), é o sinal de excitação PRBS aplicado, e o sinal  $y$  é o sinal recebido do sensor de posição do MMM. Por outro lado, particularmente na determinação da sensibilidade, também é coletado o sinal da soma  $n+y$ , que será chamado de  $p_n$ .

Foram obtidas séries temporais para velocidades de operação de 1200 rpm, 1800 rpm, 2400 rpm, sempre com o uso dos controladores já implementados no DSP, a saber, PID [13] e LQR [24].

As séries temporais obtidas referem-se aos dois enfoques mencionados: dados para excitação e deslocamento nos eixos X e Y e dados associados à excitação e soma da excitação com o deslocamento, para análise de sensibilidade. Com referência à figura 5-4, as séries obtidas referem-se ao par  $(n,y)$ , usado para cálculo do índice associado ao critério MVC e cálculo do máximo afastamento do eixo em relação à posição central, e ao par  $(n,p_n)$ , empregado para cálculo da sensibilidade.

Os resultados obtidos são apresentados no próximo capítulo. Primeiramente faz-se a análise pelo método de mínima variância e, em seguida, a determinação de máximo afastamento, complementada pela função de sensibilidade, como sugere a norma ISO 14839.

## Capítulo 6

### Análise da avaliação de desempenho

Os resultados obtidos experimentalmente seguindo o procedimento descrito anteriormente são apresentados nas próximas seções. Primeiramente, faz-se a análise pelo método de mínima variância e, em seguida, pela determinação de máximo afastamento, complementada pela função de sensibilidade, como sugere a norma ISO 14839.

#### 6.1 Comparação de desempenho de controladores

A sequência seguida para a apresentação dos resultados experimentais é de considerar as velocidades de 1200 rpm, 1800 rpm e 2400 rpm, sendo desenvolvido inicialmente, para cada velocidade de operação, o comparativo em termos de critério MVC, para, em seguida, apresentar os resultados referentes à abordagem da ISO 14839.

Para aquisição dos dados foi utilizado um osciloscópio digital, levantando-se séries de 2400 pontos, por ser o limite máximo do instrumento utilizado, com frequência de amostragem de 10 kHz.

##### 6.1.1 Dados experimentais para PID e LQR a 1200 rpm

Nas figuras 6-1 e 6-2 são apresentados exemplos das séries temporais referentes ao par  $(n, y)$  e  $(n, p_n)$  para a velocidade de operação de 1200 rpm obtidas em osciloscópio digital. Observe-se que o sinal  $n$ , do ruído binário pseudoaleatório gerado pelo DSP, apresenta-se na tela do osciloscópio como bastante ruidoso, indicando que pode haver uma melhoria na qualidade das conexões elétricas da montagem experimental.

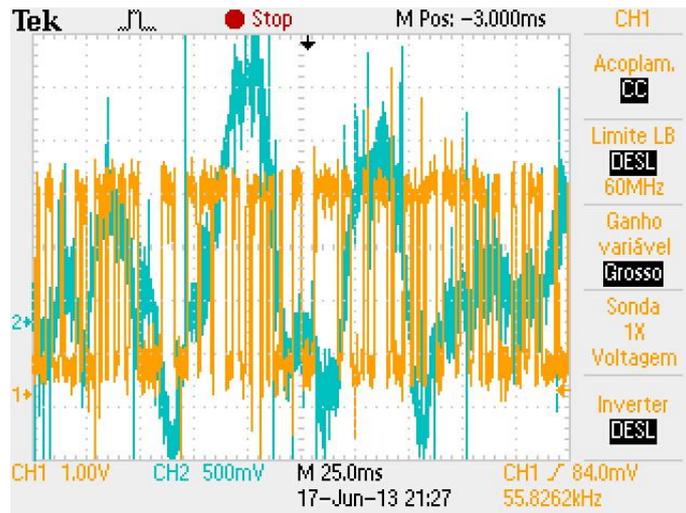


Figura 6-1 Série temporal  $(n,y)$  para amostragem do eixo X, controlador PID. Amarelo –  $n$ , Verde –  $y$

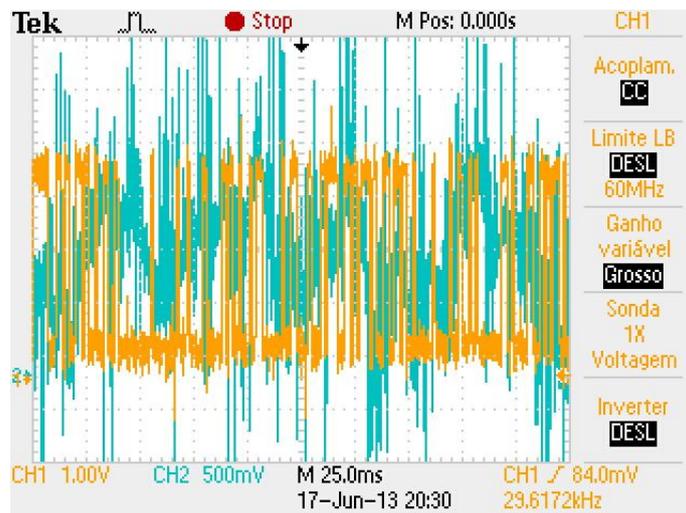


Figura 6-2 Série temporal  $(n, p_n)$  para amostragem do eixo Y, controlador LQR. Amarelo –  $n$ , Verde –  $p_n$

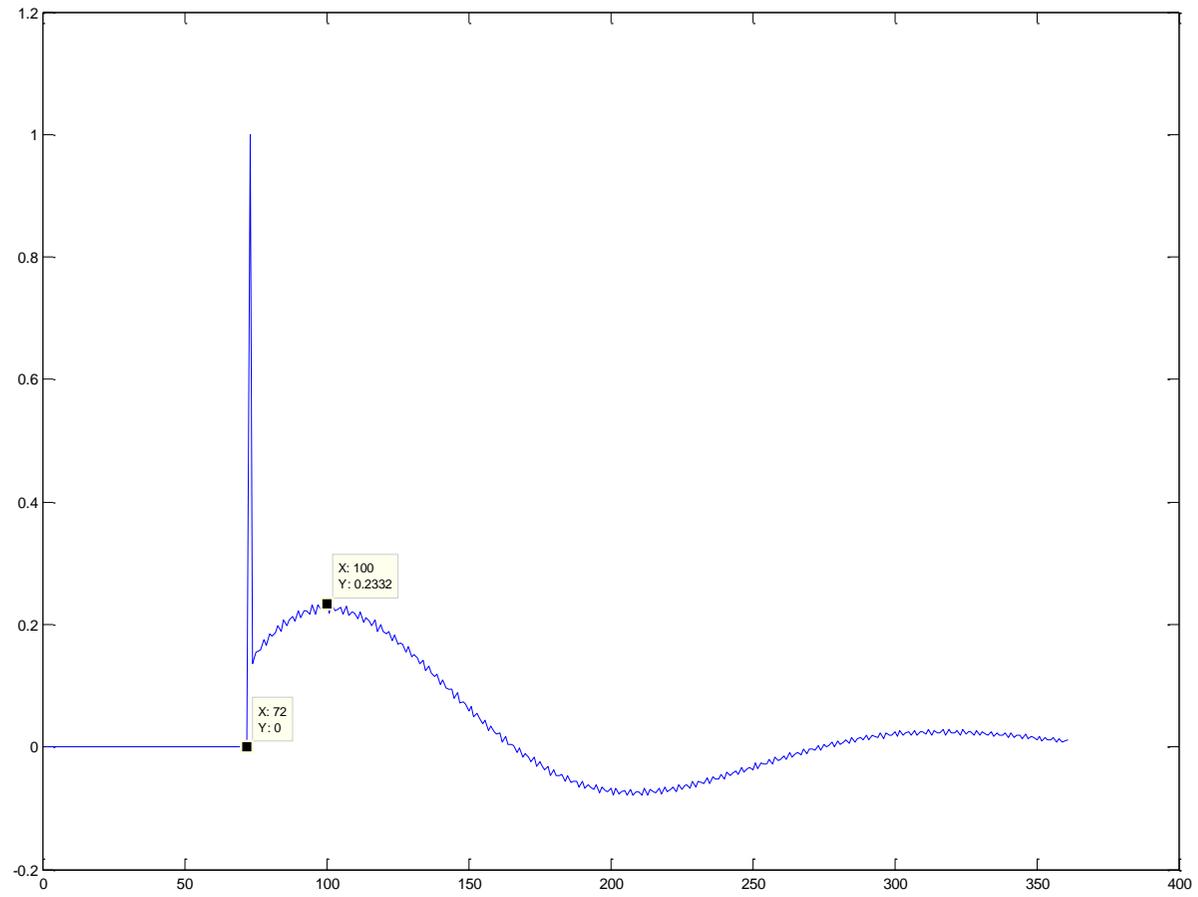
#### 6.1.1.1 Avaliação de desempenho pelo critério MVC

Empregando-se o roteiro de avaliação de desempenho descrito no final da seção 5.1.5, foram calculados os modelos ARMA para as séries temporais obtidas, sendo os resultados apresentados na tabela 6-1 abaixo, para cada uma das séries experimentais obtidas e para cada um dos eixos. As ordens de modelo apresentadas correspondem ao que melhor aderência teve aos dados experimentais, considerado o FPE (Akaike's Final Prediction Error). Na última coluna tem-se a variância do ruído, calculada pelo algoritmo do MATLAB usado.

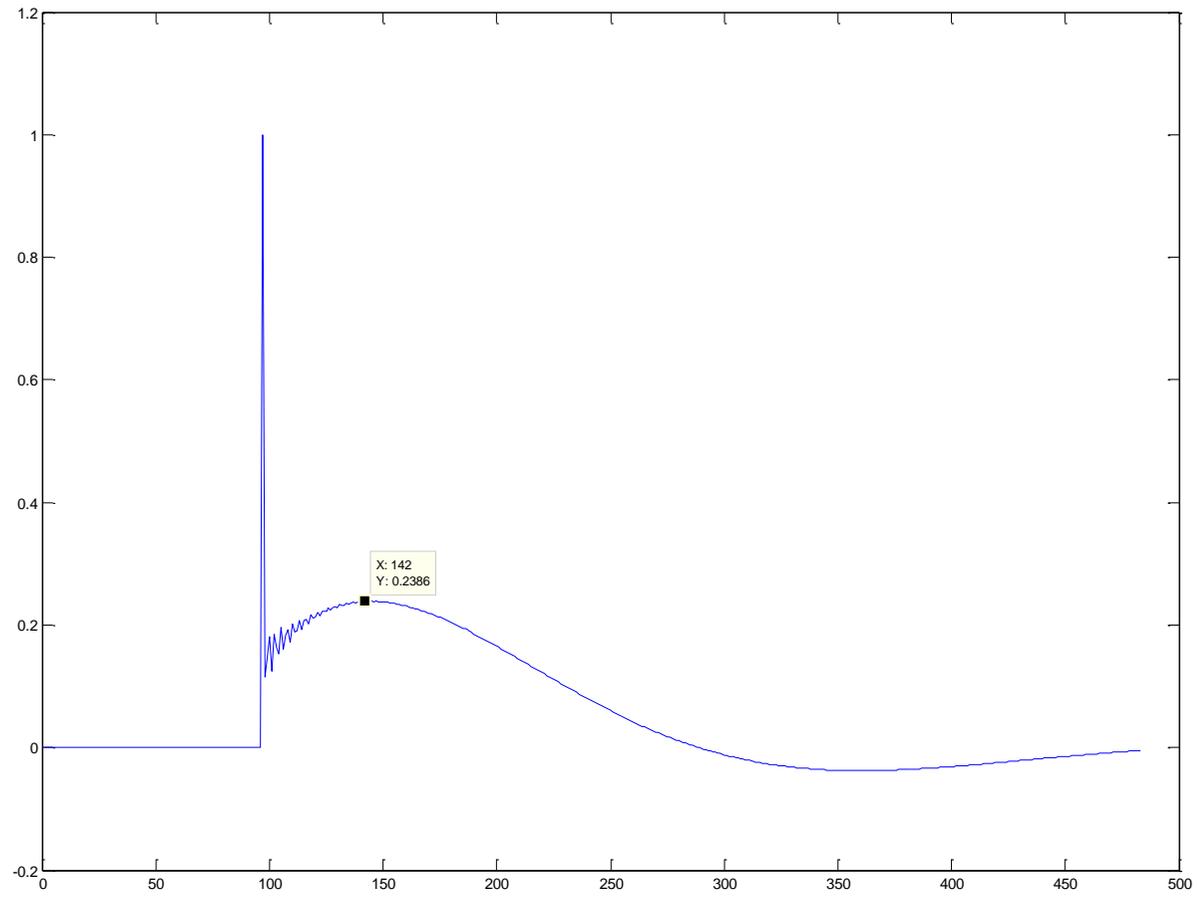
**Tabela 6-1 Modelos ARMA com protótipo operando a 1200 rpm**

	Ordem	Coeficientes							Variância do ruído ( $\sigma_e^2$ )
LQR									
X1	4, 4	A(q)	1	-0,29	-1,36	-0,32	0,97		0,05
		C(q)	1	-0,16	-1,25	-0,39	0,83		
X2	4, 4	A(q)	1	-0,39	-1,21	-0,32	0,92		0,04
		C(q)	1	-0,24	-1,12	-0,42	0,83		
Y1	4, 4	A(q)	1	-2,51	2,86	-2,13	0,78		0,05
		C(q)	1	-2,44	2,8	-2,11	0,76		
Y2	4, 4	A(q)	1	-2,73	2,98	-1,76	0,51		0,05
		C(q)	1	-2,57	2,76	-1,67	0,5		
PID									
X1	5, 5	A(q)	1	-0,71	-0,2	-0,76	0,3	0,64	0,08
		C(q)	1	-0,61	-0,17	-0,65	-0,08	0,55	
X2	4, 4	A(q)	1	-0,04	-1,84	0,04	0,84		0,11
		C(q)	1	0,11	-1,7	-0,07	0,74		
Y1	4, 4	A(q)	1	-0,67	-0,8	-0,33	0,8		0,12
		C(q)	1	-0,55	-0,73	-0,34	0,65		
Y2	4, 4	A(q)	1	-1,97	1,93	-1,93	0,97		0,08
		C(q)	1	-1,85	1,82	-1,78	0,82		

Também foram obtidos os coeficientes da resposta a impulso . Com esses valores dos coeficientes e com a variância do ruído calculada durante o processo de desenvolvimento do modelo ARMA, foram calculados os valores de  $\sigma_{MV}^2$ . Para esse cálculo foram empregados os pesos da resposta a impulso até o pico ( $f_i$  da equação 5.20). O pico desta resposta corresponde ao atraso da planta. Nas figuras 6-3 e 6-4 são apresentados gráficos para algumas das séries experimentais obtidas.



**Figura 6-3 Resposta a impulso, 1200 rpm, LQR, X1**



**Figura 6-4 Resposta a impulso, 1200 rpm, PID, Y1**

Finalmente foram calculadas as variâncias das séries temporais.

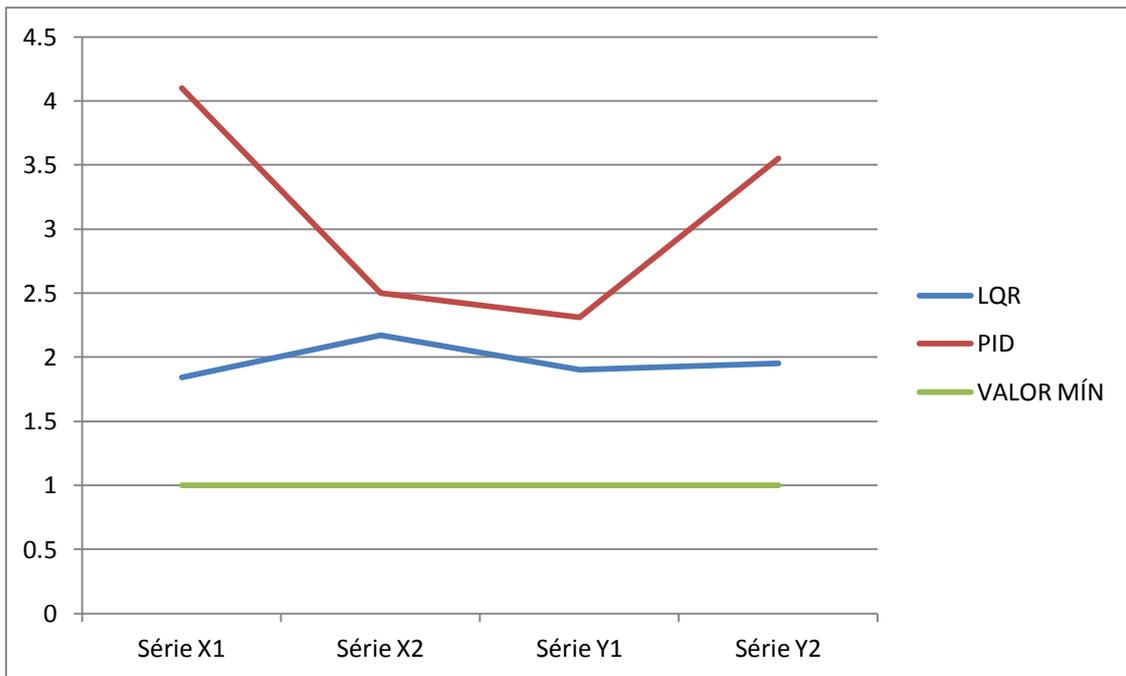
Com esses dados montou-se a tabela 6-2, em que estão os índices de desempenho, calculados segundo a expressão  $\xi = \sigma_y / \sigma_{MV}$ , apresentada na seção 5.1.4, equação (5.22).

**Tabela 6-2 Índices de desempenho calculados para o protótipo operando a 1200 rpm**

	$\sigma_{MV}^2$	$\sigma_y^2$	$\xi_{MVC}$
LQR			
X1	0,102	0,188	1,84
X2	0,103	0,223	2,17
Y1	0,114	0,217	1,9
Y2	0,151	0,295	1,95
PID			
X1	0,174	0,713	4,1
X2	0,263	0,65	2,5
Y1	0,355	0,821	2,31
Y2	0,291	1,034	3,55

Na figura 6-5, os valores de  $\xi_{MVC}$  são apresentados de forma gráfica, para ambos os controladores, a fim de permitir uma melhor percepção dos resultados.

É importante ressaltar que o desempenho ótimo, relacionado ao controlador de mínima variância, resultaria em índice igual à unidade. Pode-se observar, claramente, que os índices obtidos para o controlador LQR são melhores que os índices obtidos para o controlador PID. Mais que isso, o pior desempenho do controlador LQR é melhor que o melhor desempenho do controlador PID.



**Figura 6-5 Índice de desempenho  $\xi_{MVC}$  para a velocidade de operação de 1200 rpm**

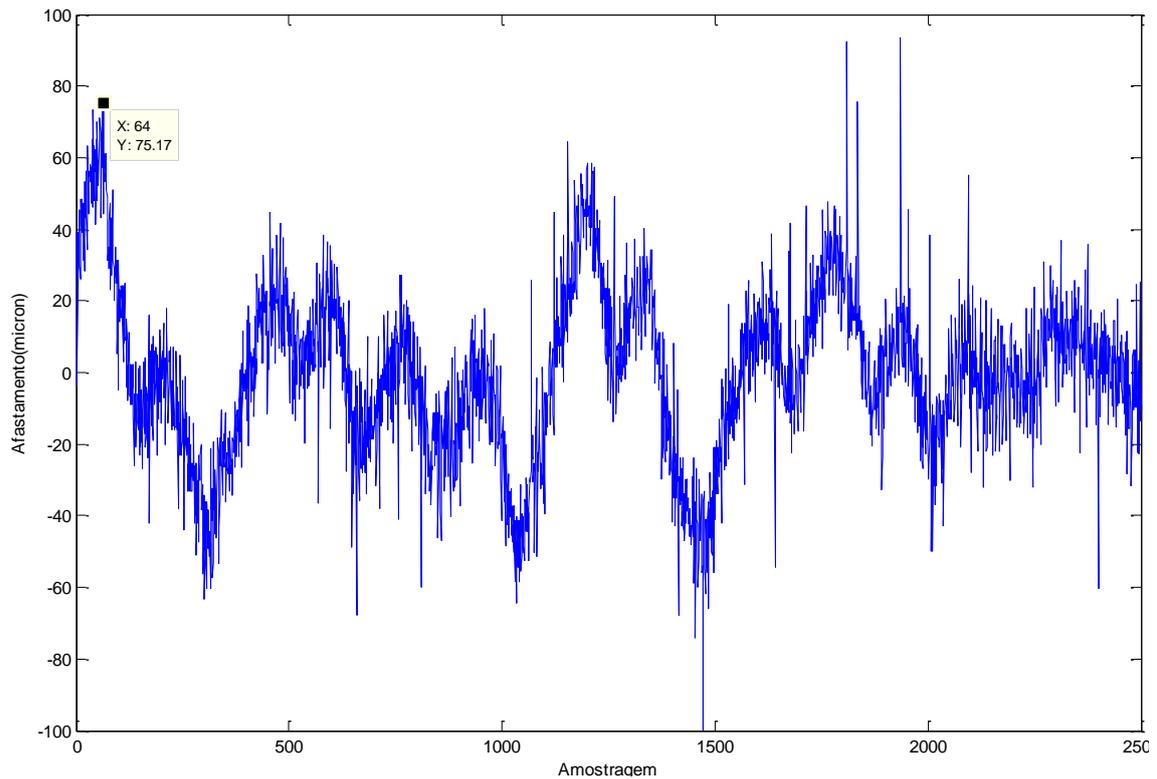
#### 6.1.1.2 Avaliação de desempenho segundo a norma ISO 14839

Para avaliação pela norma ISO 14839 empregaram-se as séries temporais dos deslocamentos nos eixos X e Y, para determinação dos máximos afastamentos estabelecidos na norma, bem como as séries  $(n, p_n)$ . Tratadas pela função *ette()* do MATLAB, essas séries  $(n, p_n)$  permitem a obtenção dos diagramas de Bode da função de sensibilidade, função esta definida pela expressão (5-26), apresentada anteriormente.

Um exemplo de determinação de máximo afastamento é apresentado na figura 6-6, para a componente do eixo Y, obtida no primeiro experimento com uso do controlador LQR. A série dos afastamentos  $d_a(k)$  foi obtida como sendo:

$$d_a(k) = \sqrt{x^2(k) + y^2(k)} \quad (6-1)$$

Com os dados experimentais que se obtiveram para a operação na velocidade de 1200 rpm, os resultados calculados para os máximos afastamentos são apresentados na tabela 6-3. Os diagramas de Bode, obtidos para a sensibilidade calculada com os dados dessas séries temporais, serão discutidos na seção 6.1.3.

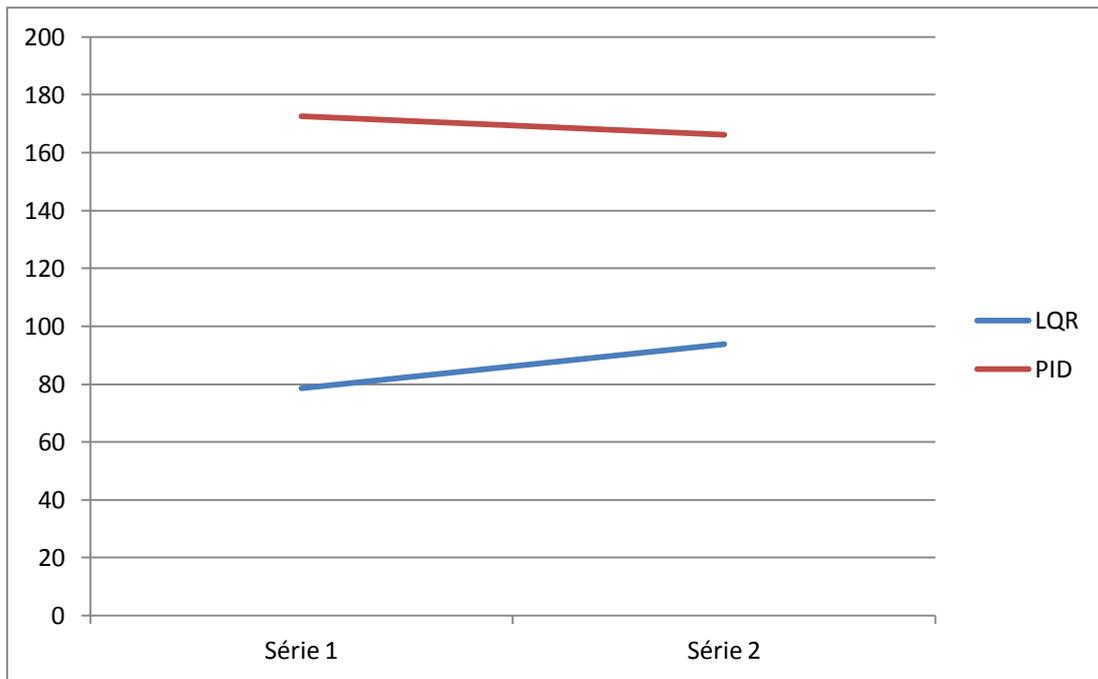


**Figura 6-6 Determinação de máximo afastamento para série temporal Y1, controlador LQR**

Com relação ao máximo afastamento, a análise da tabela 6-3 mostra uma diferença marcada em favor do controlador LQR, para essa velocidade de operação, como ilustrado na figura 6-7.

**Tabela 6-3 Máxima distância de deslocamento**

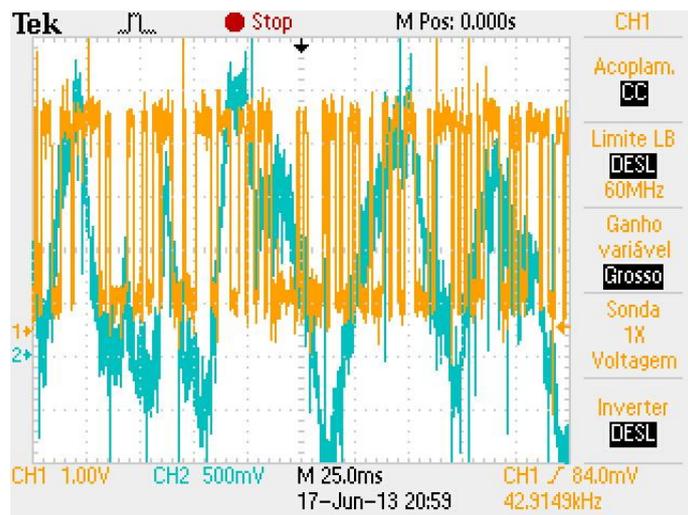
	Afastamentos máximos( $\mu\text{m}$ )	Distância ( $\mu\text{m}$ )
LQR X1	-23,2	
LQR Y1	75	
		78,5
LQR X2	-26,6	
LQR Y2	90	
		93,8
PID X1	119	
PID Y1	-125	
		172,6
PID X2	120	
PID Y2	115	
		166,2



**Figura 6-7 Afastamento máximo do eixo do motor mancal de sua posição central (µm)**

### 6.1.2 Dados experimentais para PID e LQR a 1800 rpm

Analogamente ao desenvolvimento apresentado para a velocidade de operação de 1200 rpm, obtiveram-se séries temporais para o protótipo que operava a 1800 rpm. Exemplos das séries temporais levantadas são apresentados nas figuras 6-8 e 6-9, tanto para o par  $(n, y)$ , quanto para o par  $(n, p_n)$ .



**Figura 6-8 Série temporal  $(n,y)$  para amostragem do eixo Y, controlador PID. Amarelo  $n$ , Verde –  $y$**

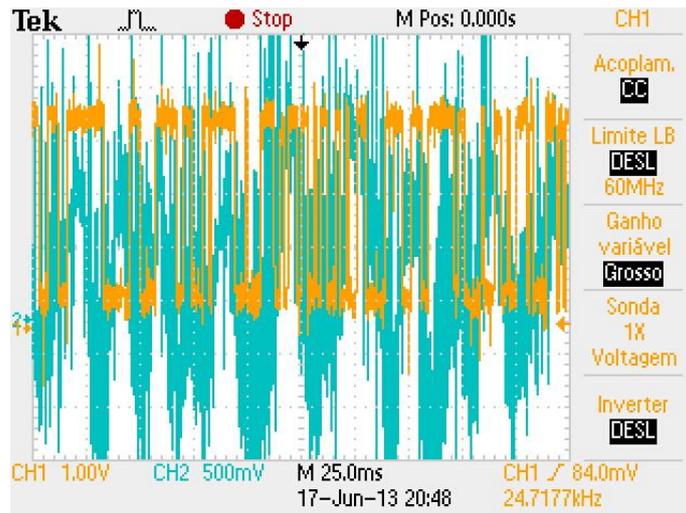


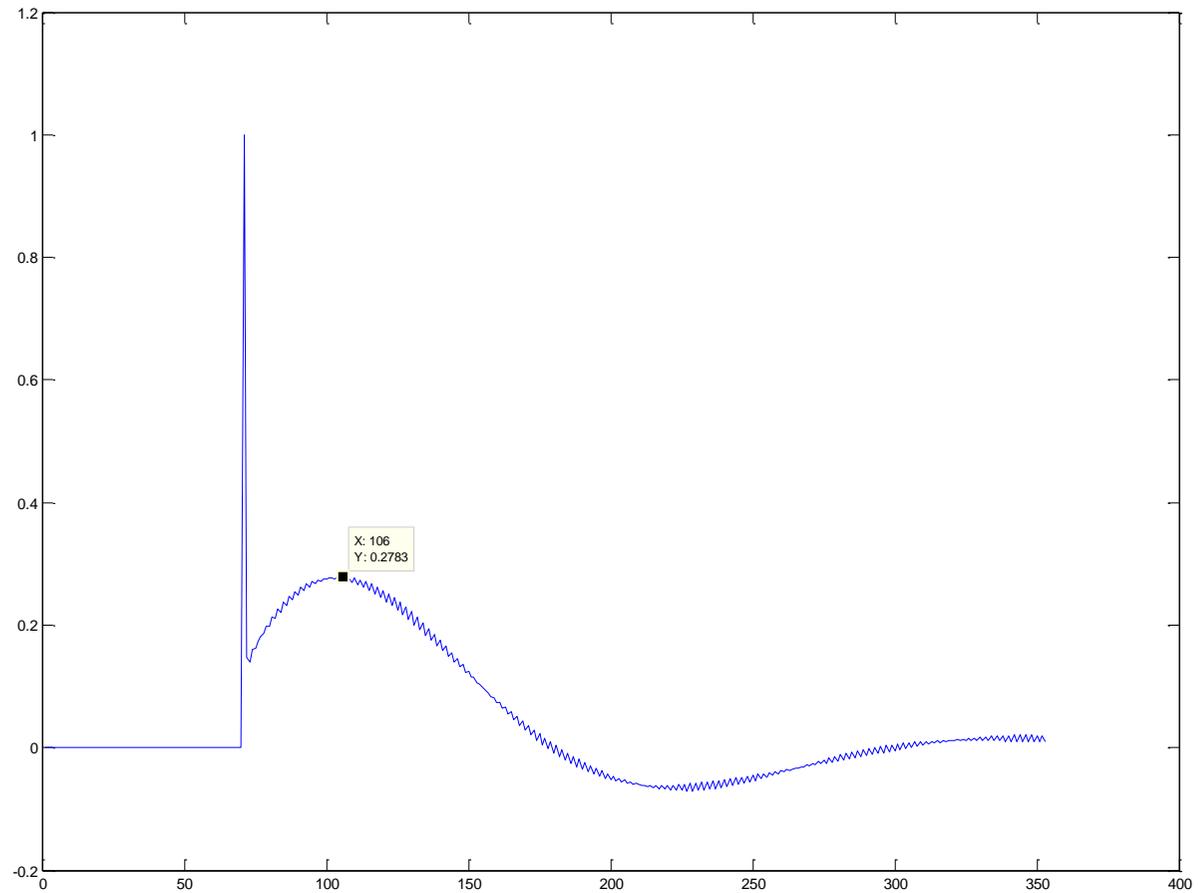
Figura 6-9 Série temporal ( $n$ ,  $p_n$ ) para amostragem do eixo X, controlador LQR. Amarelo  $n$ , Verde –  $p_n$

#### 6.1.2.1 Avaliação de desempenho pelo critério MVC

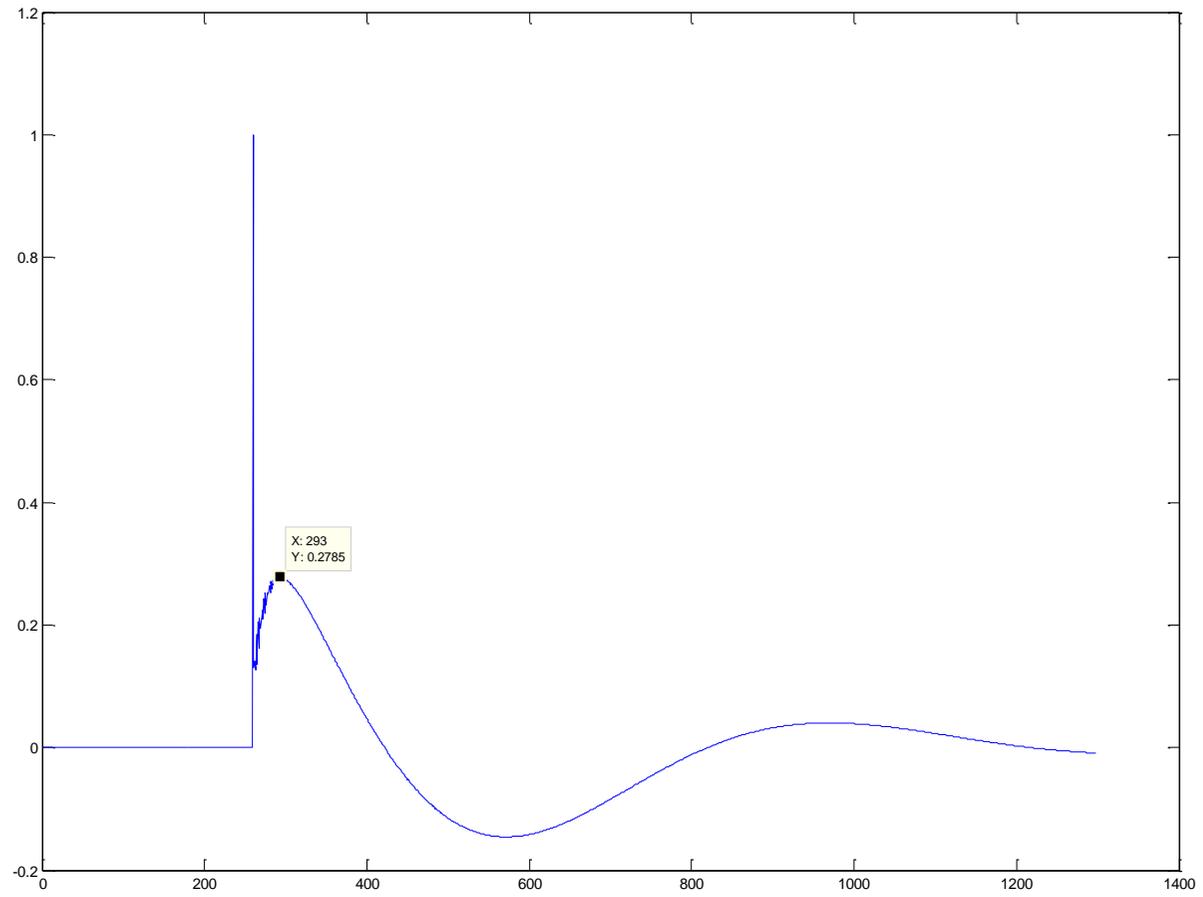
Da mesma maneira que apresentado na seção 5.1, calcularam-se os modelos ARMA para as séries temporais obtidas, sendo esses resultados apresentados na tabela 6-4.

Também foram obtidos os coeficientes da resposta a impulso e, com esses valores e com a variância do ruído calculada durante o processo de desenvolvimento do modelo ARMA, foram calculados os valores de  $\sigma_{MV}^2$ . Nas figuras 6-10 e 6-11 são apresentados gráficos para algumas das séries experimentais obtidas.

Finalmente calcularam-se as variâncias das séries temporais. Com esses dados, elaborou-se a tabela 6-5, apresentada abaixo.



**Figura 6-10 Resposta a impulso, 1800 rpm, LQR, X2**



**Figura 6-11 Resposta a impulso, 1800 rpm, PID, Y2**

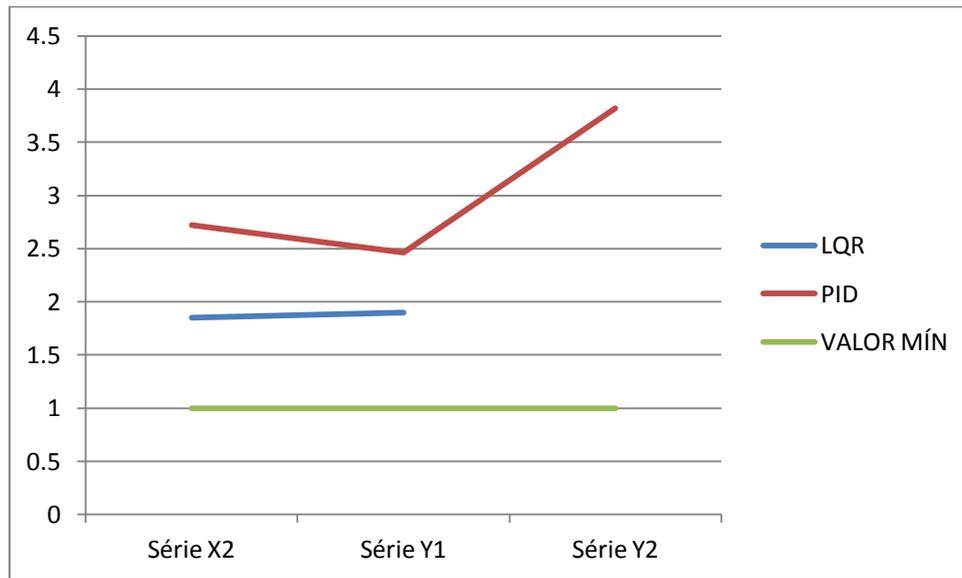
**Tabela 6-4 Modelos ARMA com protótipo operando a 1800 rpm**

	Ordem	Coeficientes							Variância do ruído ( $\sigma_e^2$ )
LQR									
X2	5, 5	A(q)	1	0,87	-1,95	-1,69	0,95	0,83	0,04
		C(q)	1	1,01	-1,68	-1,69	0,73	0,73	
Y1	4, 4	A(q)	1	-2,51	2,86	-2,13	0,78		0,05
		C(q)	1	-2,44	2,8	-2,11	0,77		
PID									
X2	4, 4	A(q)	1	-0,07	-1,88	0	0,95		0,09
		C(q)	1	0,07	-1,7	-0,13	-0,78		
Y1	4, 4	A(q)	1	-1,21	0,36	-1,05	0,91		0,09
		C(q)	1	-1,06	0,29	-0,94	0,73		
Y2	5, 5	A(q)	1	-1,22	-1,32	1,51	0,84	0,8	0,08
		C(q)	1	-1,09	-1,34	1,29	0,88	0,74	

**Tabela 6-5 Índices de desempenho calculados para o protótipo operando a 1800 rpm**

	$\sigma_{MV}^2$	$\sigma_y^2$	$\xi_{MVC}$
LQR			
X2	0,12	0,223	1,85
Y1	0,11	0,217	1,9
PID			
X2	0,346	0,942	2,72
Y1	0,572	1,405	2,46
Y2	0,219	0,837	3,82

Na figura 6-12, os valores de  $\xi_{MVC}$  são apresentados de forma gráfica, para ambos os controladores.



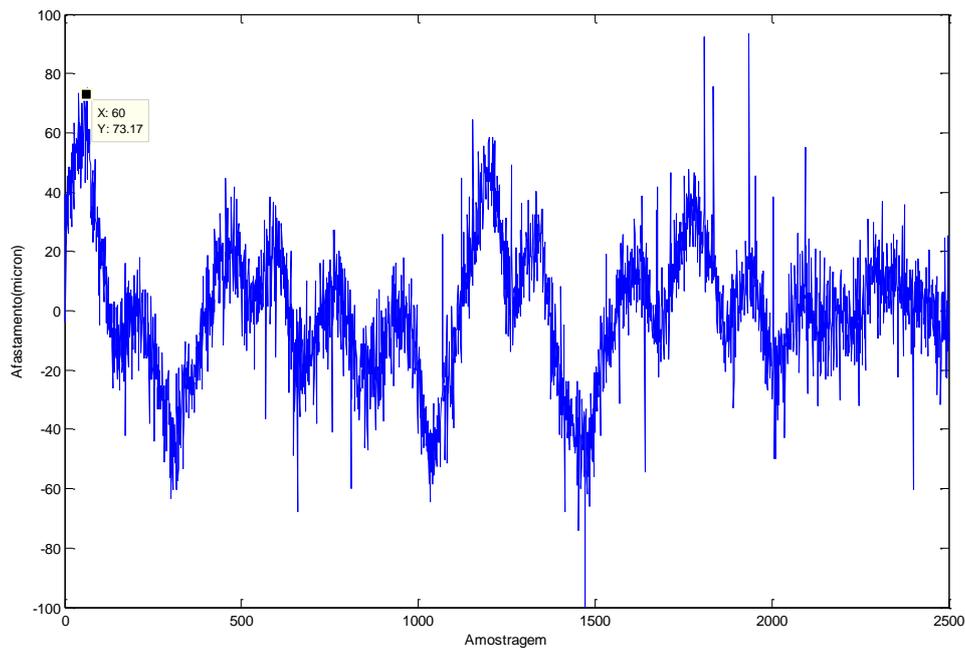
**Figura 6-12 Índice de desempenho  $\xi_{MVC}$  para a velocidade de operação de 1800 rpm**

Pode-se observar, mais uma vez, que os índices obtidos para o controlador LQR são melhores que os índices alcançados para o controlador PID. Novamente o pior desempenho do controlador LQR é melhor que o melhor desempenho do controlador PID.

#### **6.1.2.2 Avaliação de desempenho segundo a norma ISO 14839**

Da mesma forma como apresentado na seção 6.1.1.2, para a velocidade de 1800 rpm foram empregadas as séries temporais dos deslocamentos nos eixos X e Y, para determinação dos máximos afastamentos estabelecidos na norma. As séries ( $n$ ,  $p_n$ ), também coletadas no experimento, tratadas pela função *ette()* do MATLAB, permitem a obtenção dos diagramas de Bode da função de sensibilidade.

Um exemplo de determinação de máximo afastamento é apresentado na figura 6-13, para a componente do eixo Y, obtida no primeiro experimento com uso do controlador LQR.



**Figura 6-13 Determinação de máximo afastamento para série temporal Y1, controlador LQR**

Com os dados experimentais conseguidos para a operação na velocidade de 1800 rpm, os resultados calculados são explicitados na tabela 6-6, para os deslocamentos. Os diagramas de Bode, calculados com os dados experimental para a análise da função sensibilidade, como já mencionado, serão discutidos na seção 6.1.3.

Para os máximos afastamentos, a análise da tabela 6-6 mostra uma diferença em favor do controlador LQR, para essa velocidade de operação.

Tabela 6-6 Máxima distância de deslocamento

	Afastamentos máximos ( $\mu\text{m}$ )	Distância ( $\mu\text{m}$ )
LQR X2	-66,5	
LQR Y1	73	
		98,7
PID X2	-66,5	
PID Y2	102,5	
		122,2

### 6.1.2.3 Dados experimentais para PID e LQR a 2400 rpm

Nas figuras 6-14 e 6-15, apresentam-se exemplos das séries temporais obtidas para o protótipo operando a 2400 rpm, tanto para o par  $(n, y)$ , quanto para o par  $(n, p_n)$ , da mesma forma como foi feito para as outras duas velocidades de operação.

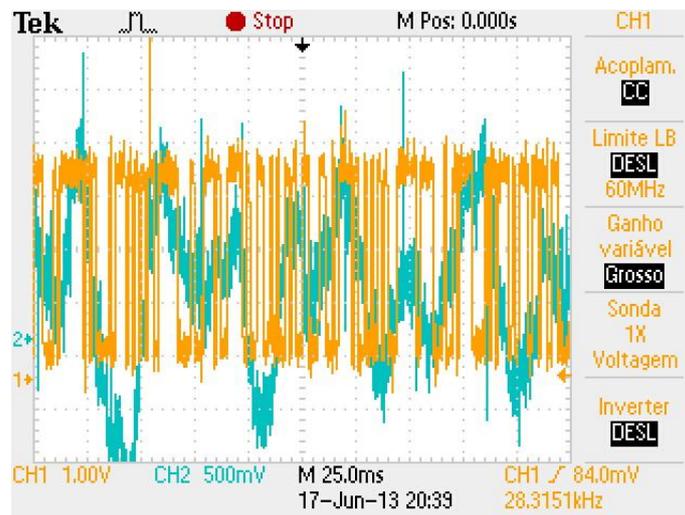
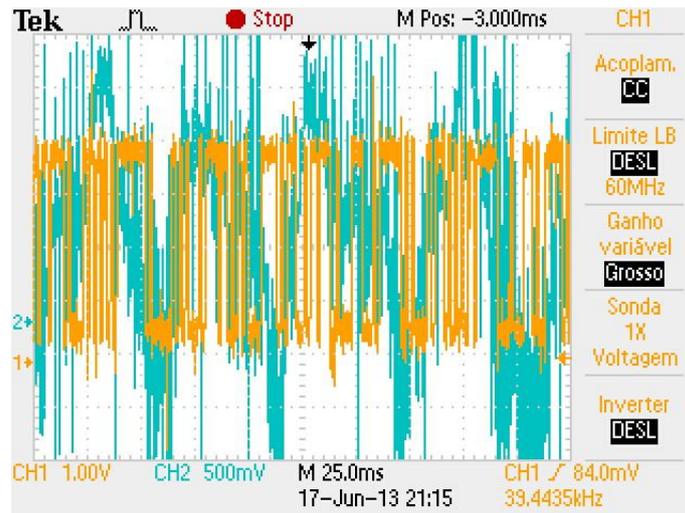


Figura 6-14 Série temporal  $(n,y)$  para amostragem do eixo X, controlador LQR. Amarelo  $n$ , Verde -  $y$



**Figura 6-15** Série temporal ( $n$ ,  $p_n$ ) para amostragem do eixo Y, controlador PID. Amarelo  $n$ , Verde -  $p_n$

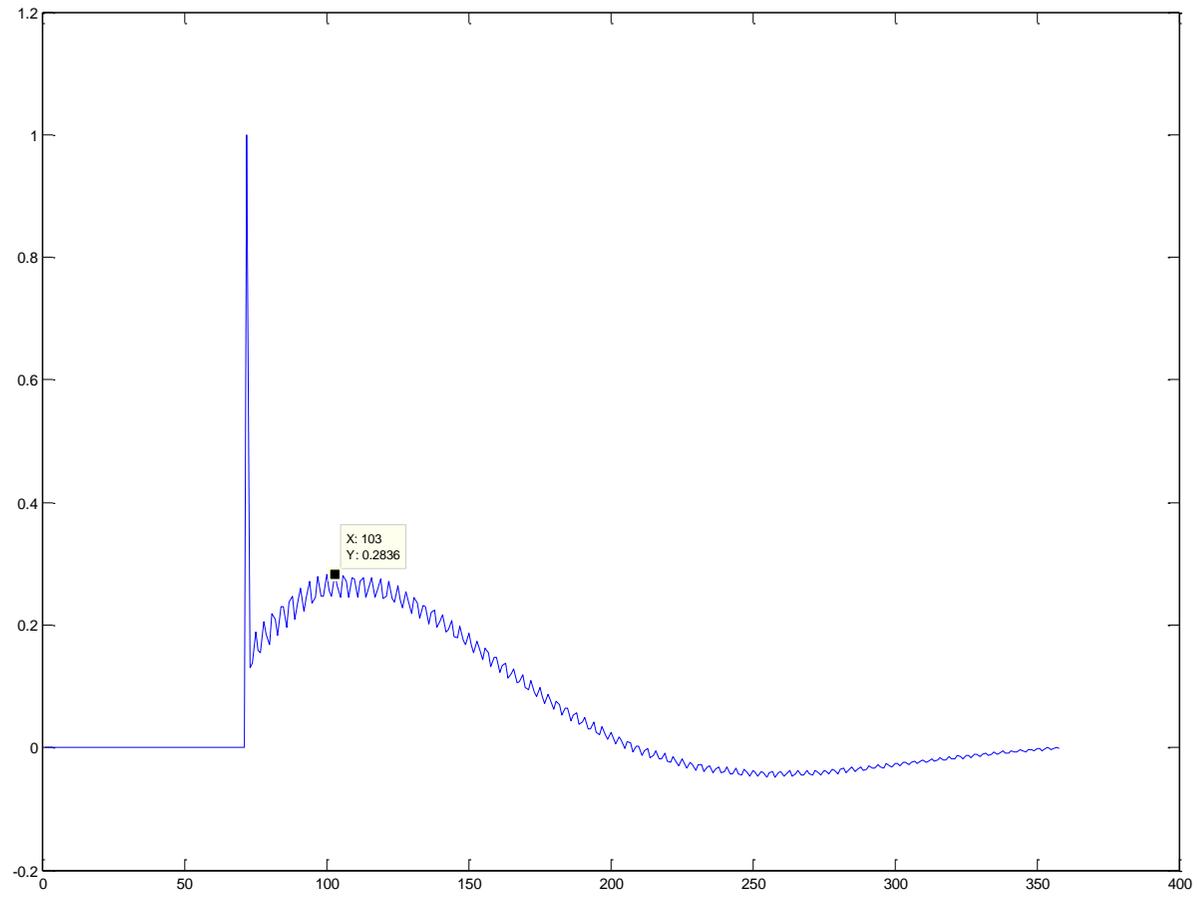
#### 6.1.2.4 Avaliação de desempenho pelo critério MVC

Como apresentado na seção 5.1, foram calculados os modelos ARMA para as séries temporais alcançadas, e os resultados são apresentados na tabela 6-7.

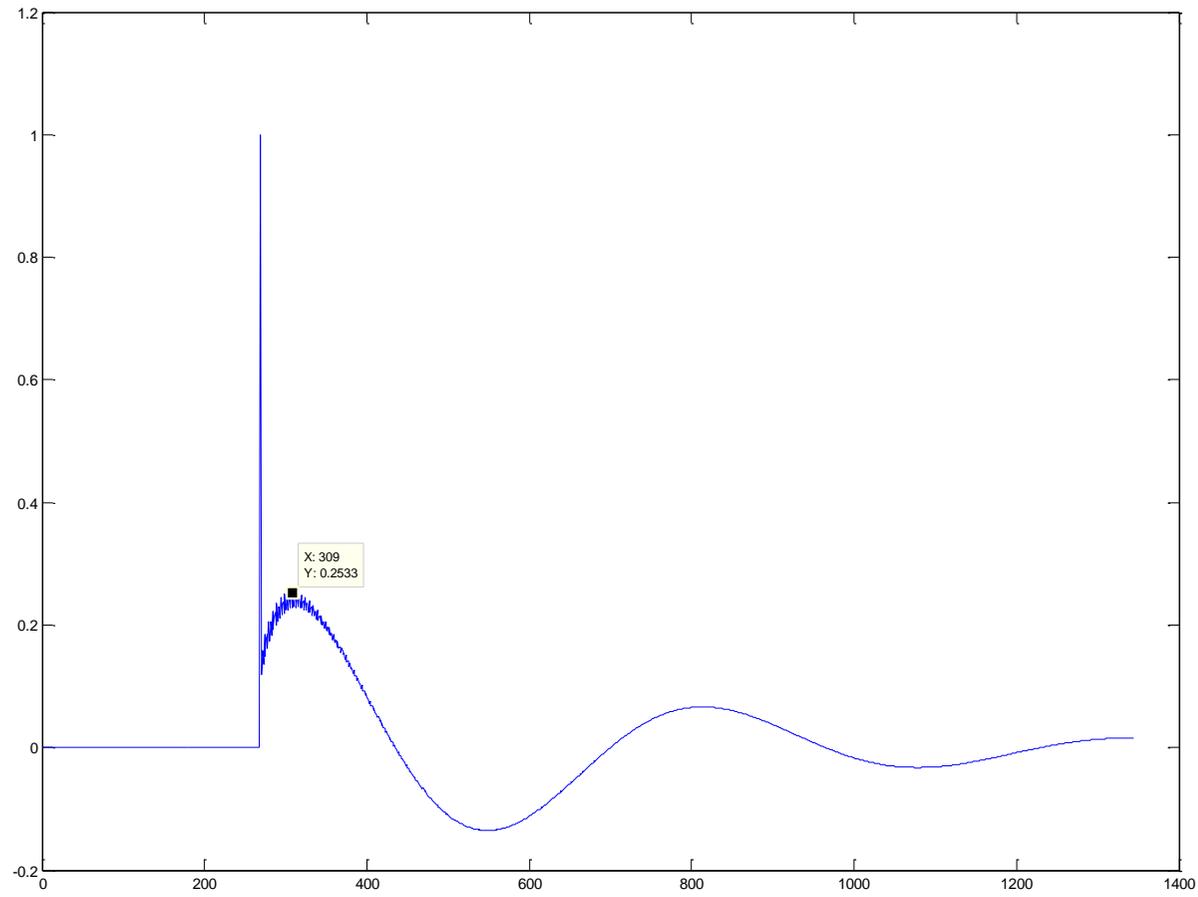
Também foram obtidos os coeficientes da resposta a impulso e, com esses valores e com a variância do ruído calculada durante o processo de desenvolvimento do modelo ARMA, foram calculados os valores de  $\sigma_{MV}^2$ . Nas figuras 6-16 e 6-17 são apresentados gráficos para algumas das séries experimentais obtidas.

Por fim, calcularam-se as variâncias das séries temporais.

Com esses dados, foi elaborada a tabela 6-8, também apresentada abaixo.



**Figura 6-16 Resposta a impulso, 2400 rpm, LQR, X1**



**Figura 6-17 Resposta a impulso, 2400 rpm, PID, X2**

**Tabela 6-7 Modelos ARMA com protótipo operando a 2400 rpm**

	Ordem	Coeficientes							Variância do ruído ( $\sigma_e^2$ )
LQR									
X1	4, 4	A(q)	1	-1.14	0.3	-1.12	0.96		0.06
		C(q)	1	-1.01	0.29	-1.05	0.8		
X2	4, 4	A(q)	1	-0.27	-1.52	-0.1	0.89		0.06
		C(q)	1	-0.09	-1.39	-0.26	0.77		
Y1	4, 4	A(q)	1	-1.73	0.07	1.08	-0.43		0.05
		C(q)	1	-1.5	-0.1	0.89	-0.27		
Y2	4, 4	A(q)	1	-0.68	-0.66	-0.61	-0.95		0.05
		C(q)	1	-0.55	-0.6	-0.6	0.77		
PID									
X1	4, 4	A(q)	1	-0.12	0.2	-1.01	0.94		0.07
		C(q)	1	-1	0.19	-0.96	0.78		
X2	5, 5	A(q)	1	-1.36	-0.83	0.81	1.3	-0.92	0.09
		C(q)	1	-1.24	-0.84	0.66	1.19	-0.78	
Y1	4, 4	A(q)	1	-0.53	-1.36	0.35	0.55		0.08
		C(q)	1	-0.42	-1.25	0.25	0.44		

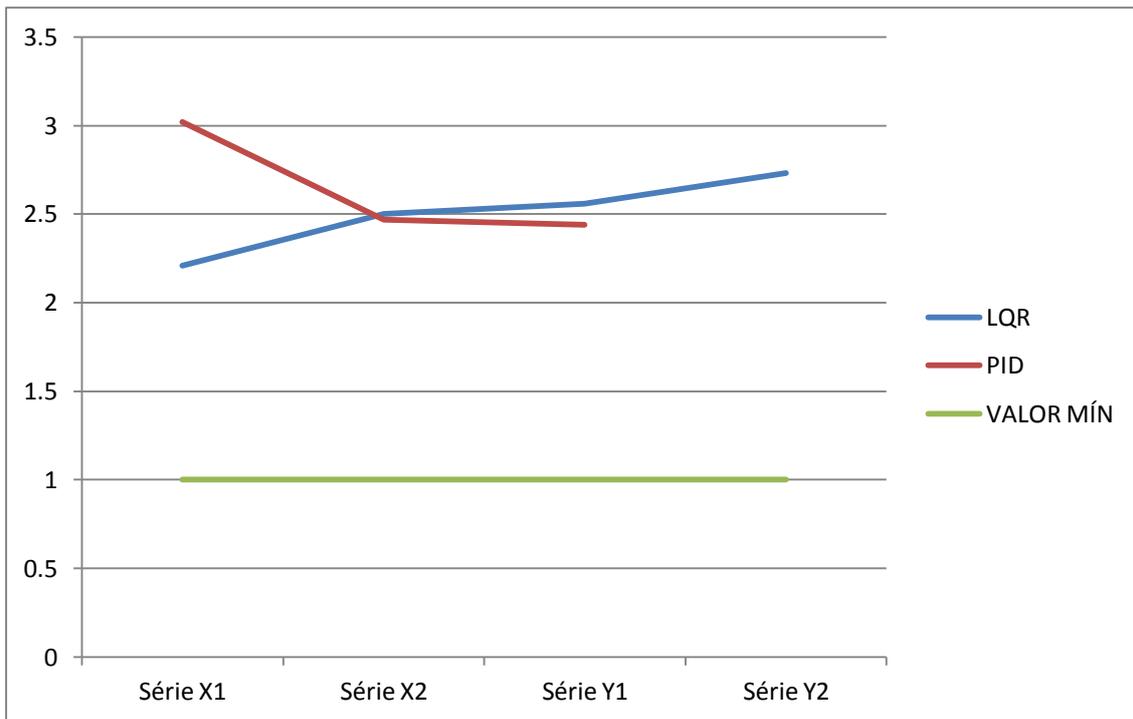
**Tabela 6-8 Índices de desempenho calculados para o protótipo operando a 2400 rpm**

	$\sigma_{MV}^2$	$\sigma_y^2$	$\xi_{MVC}$
LQR			
X1	0.145	0.321	2.21
X2	0.2	0.497	2.5
Y1	0.237	0.608	2.56
Y2	0.138	0.376	2.73
PID			
X1	0.195	0.589	3.02
X2	0.247	0.609	2.47
Y1	0.327	0.8	2.44

Na figura 6-18, os valores de  $\xi_{MVC}$  são apresentados de forma gráfica, para ambos os controladores.

Pela observação dos índices alcançados, para essa velocidade de operação o controlador LQR tem desempenho equivalente ao do controlador PID, uma vez que os índices têm valores muito próximos, não existindo uma predominância de comportamento.

Essa observação justifica a abordagem apresentada por Gomes [13], de sugerir uma mudança nos parâmetros do PID que acompanhe o ponto de operação do motor mancal. Esse comportamento é esperado, visto que a dinâmica do motor mancal varia com a velocidade de operação, no mínimo por conta do efeito giroscópico, que se faz sentir mais intensamente quanto maior for a velocidade de operação.



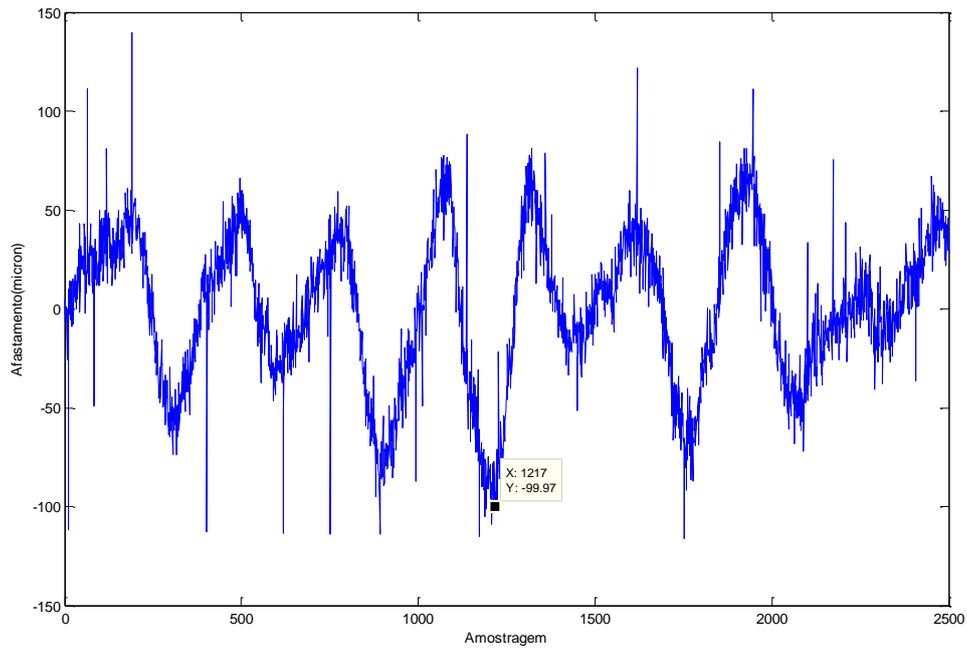
**Figura 6-18 Índice de desempenho  $\xi_{MVC}$  para a velocidade de operação de 2400 rpm**

#### **6.1.2.5 Avaliação de desempenho segundo a norma ISO 14839**

Analogamente à seção 6.1.1.2, as séries temporais dos deslocamentos nos eixos X e Y foram empregadas para determinação dos máximos afastamentos estabelecidos na norma, bem como as séries  $(n, p_n)$ , usadas para a obtenção dos diagramas de Bode da função de sensibilidade.

Um exemplo de determinação de máximo afastamento é apresentado na figura 6-19, para a componente do eixo Y, obtida no primeiro experimento com uso do controlador LQR.

Com os dados experimentais alcançados para a operação na velocidade de 2400 rpm, foram calculados os afastamentos máximos bem como a função sensibilidade. Os resultados obtidos são explicitados na tabela 6-9, para os deslocamentos e, nos diagramas de Bode apresentados na seção 6.1.3, para a sensibilidade.

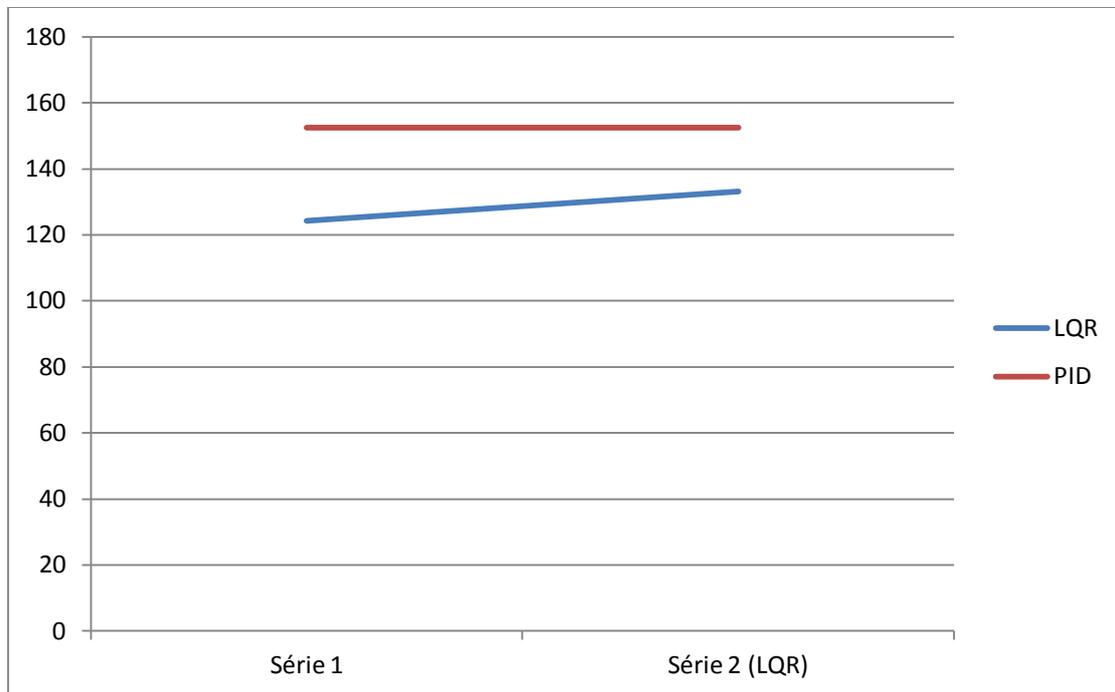


**Figura 6-19 Determinação de máximo afastamento para série temporal X1, controlador PID**

**Tabela 6-9 Máxima distância de deslocamento**

	Afastamentos( $\mu\text{m}$ )	Distância( $\mu\text{m}$ )
LQR X1	80	
LQR Y1	-95	
		124,2
LQR X2	100	
LQR Y2	88	
		133,2
PID X1	-100	
PID Y1	115	
		152,4

Mais uma vez, a análise da tabela 6-9 revela uma diferença em favor do controlador LQR, para essa velocidade de operação, como ilustrado na figura 6.20.

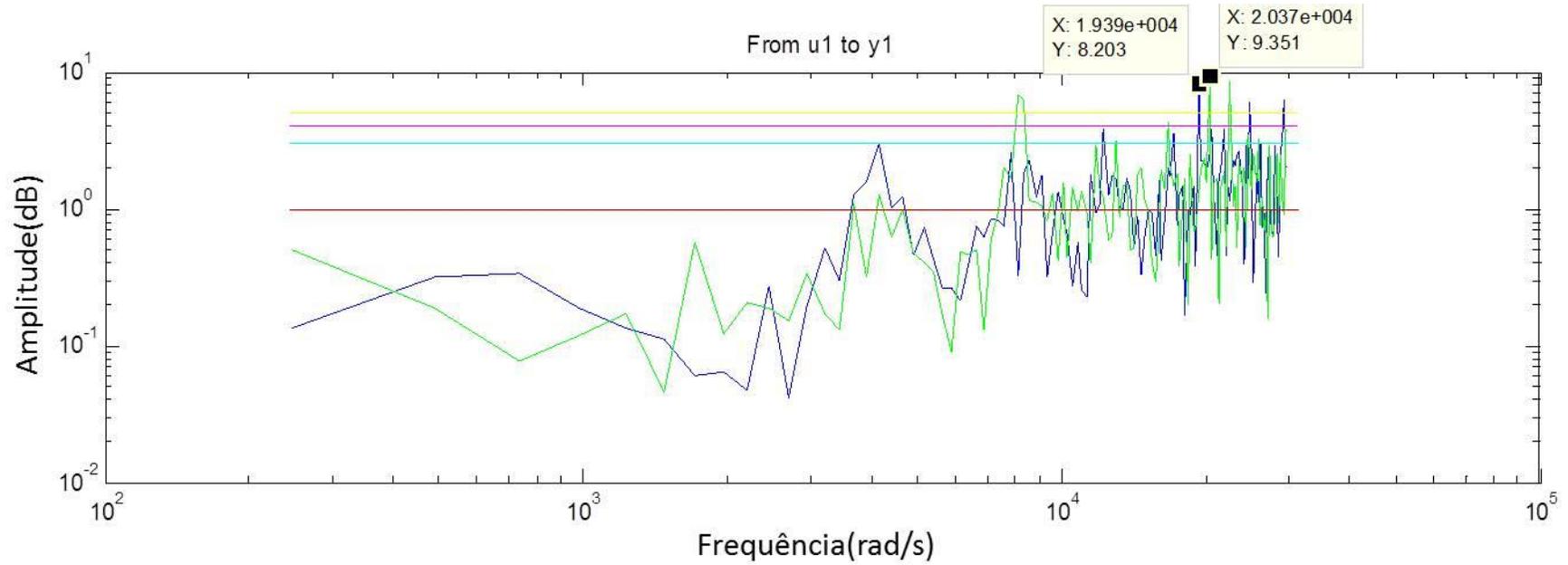


**Figura 6-20 Deslocamento do eixo do motor mancal de sua posição central**

### 6.1.3 Considerações sobre o ensaio de sensibilidade

Os diagramas de Bode para a sensibilidade, obtidos experimentalmente, são apresentados nas figuras 6-21 a 6-27.

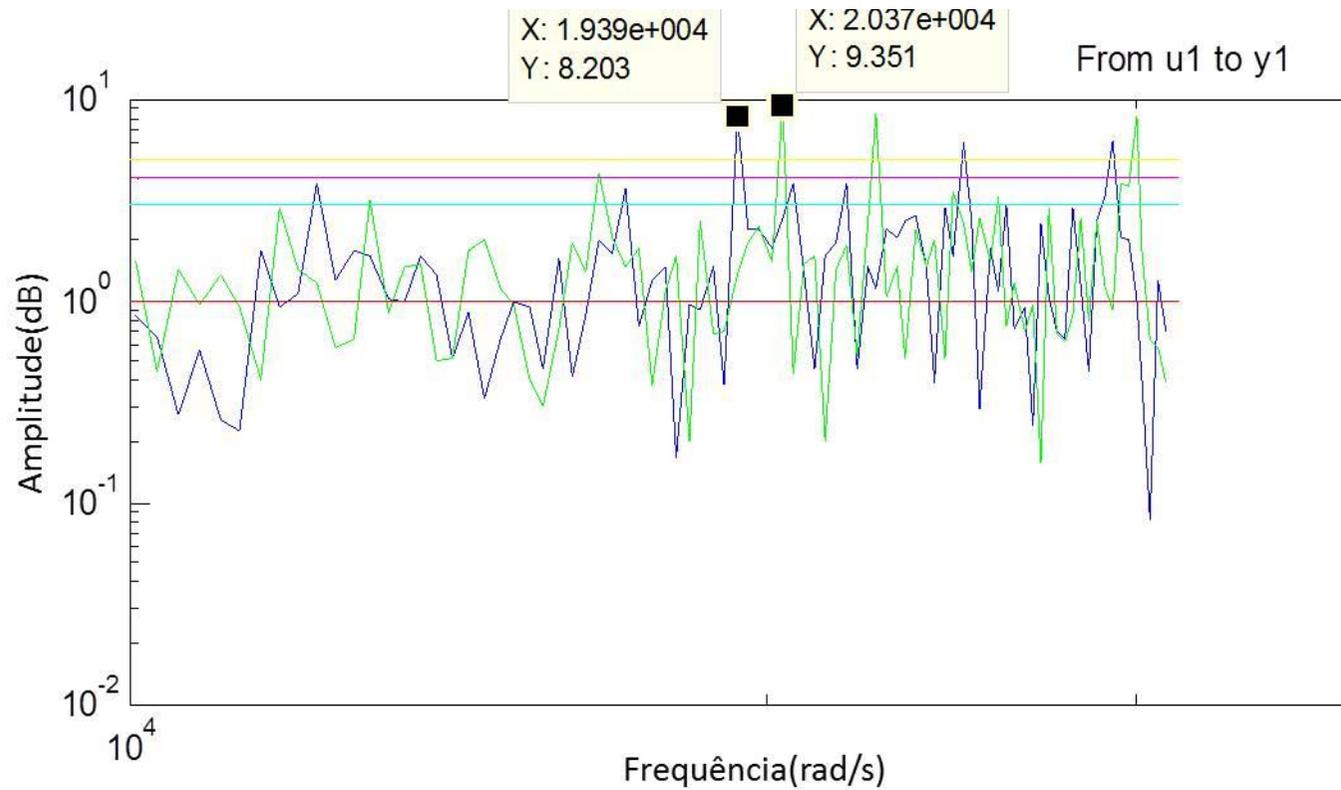
A norma 14839 determina que os picos da função sensibilidade sejam comparados com os limites previstos, conforme tabela 5-2. Da observação dos diagramas de Bode da sensibilidade, nota-se que, para as séries relativas ao eixo Y, existe um comportamento que, de maneira geral, indica o controlador LQR como o que apresenta um melhor desempenho, conforme indicado na figura 6-28, obtida plotando-se as máximas amplitudes do módulo da resposta em frequência.



Legenda: Azul - LQR  
Verde - PID

Azul claro – 9,5 dB  
Magenta – 12 dB  
Amarelo – 14 dB

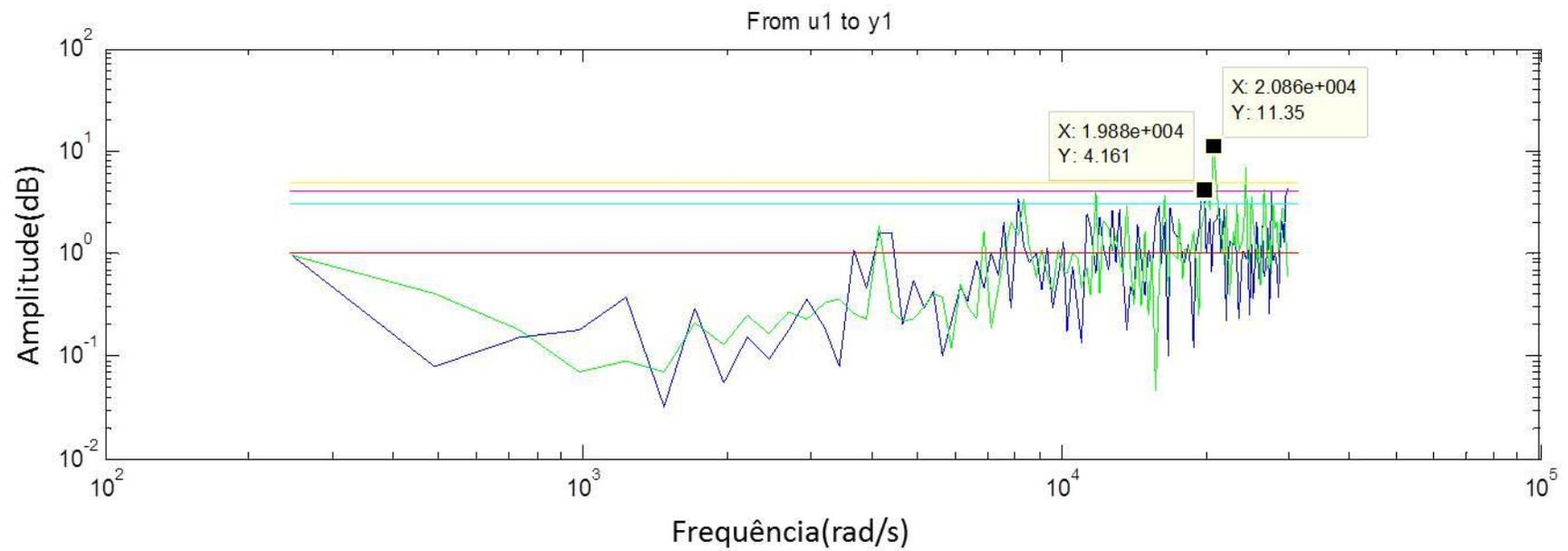
**Figura 6-21 Diagrama de Bode da Sensibilidade para séries X1 (LQR e PID), 1200 rpm**



Legenda: Azul - LQR  
Verde - PID

Azul claro – 9,5 dB  
Magenta – 12 dB  
Amarelo – 14 dB

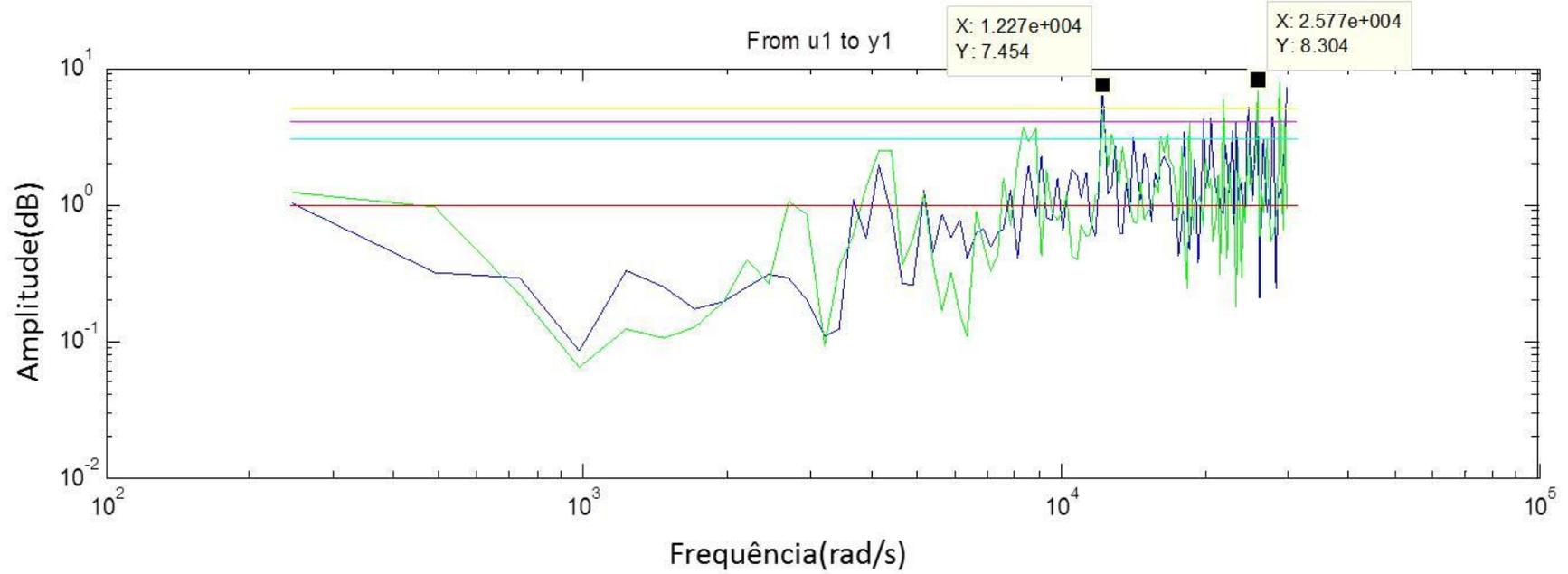
**Figura 6-22 Diagrama de Bode da Sensibilidade para séries X1 (LQR e PID), 1200 rpm - detalhe**



Legenda: Azul - LQR  
Verde - PID

Azul claro – 9,5 dB  
Magenta – 12 dB  
Amarelo – 14 dB

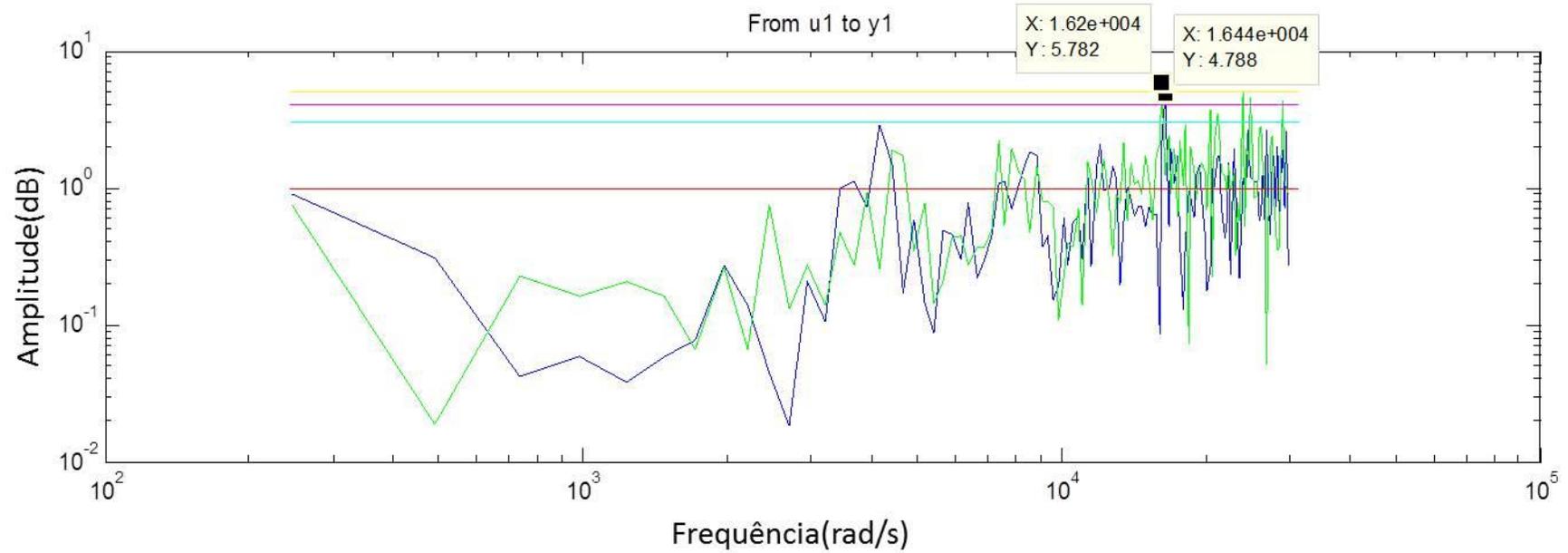
Figura 6-23 Diagrama de Bode da Sensibilidade para séries Y1 (LQR e PID), 1200 rpm



Legenda: Azul - LQR  
Verde - PID

Azul claro – 9,5 dB  
Magenta – 12 dB  
Amarelo – 14 dB

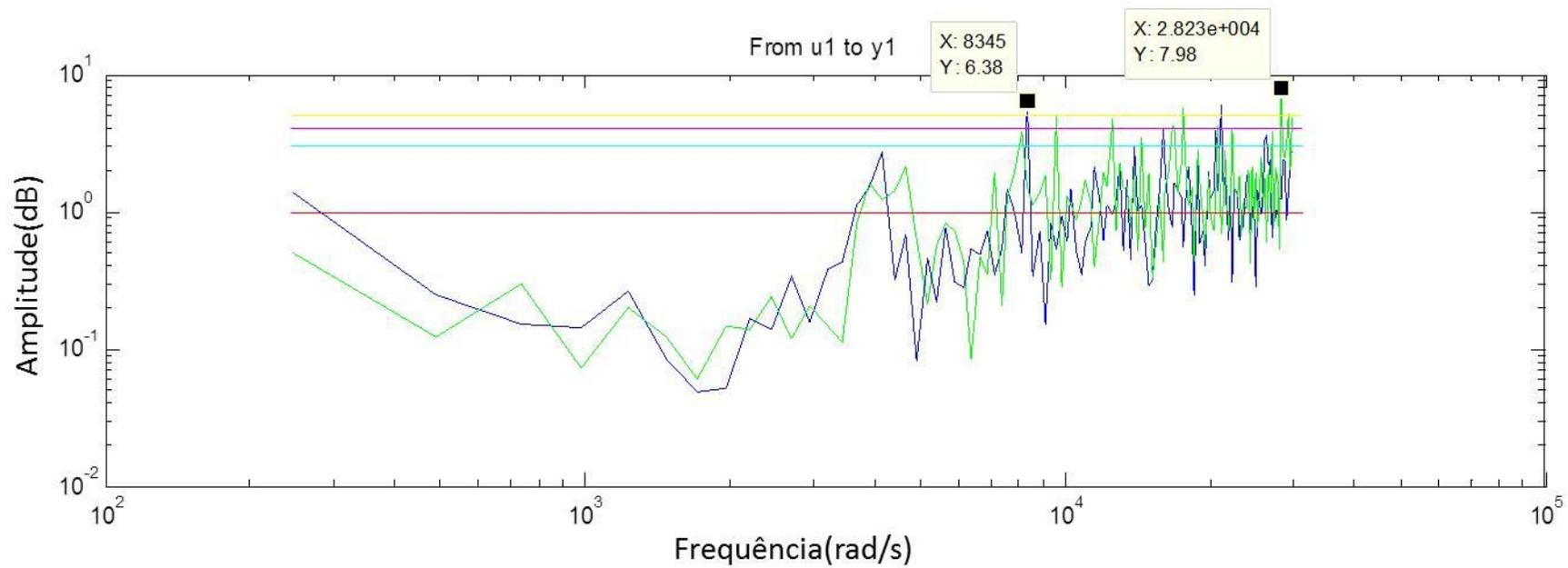
**Figura 6-24 Diagrama de Bode da Sensibilidade para séries X2 (LQR e PID), 1800 rpm**



Legenda: Azul - LQR  
Verde - PID

Azul claro – 9,5 dB  
Magenta – 12 dB  
Amarelo – 14 dB

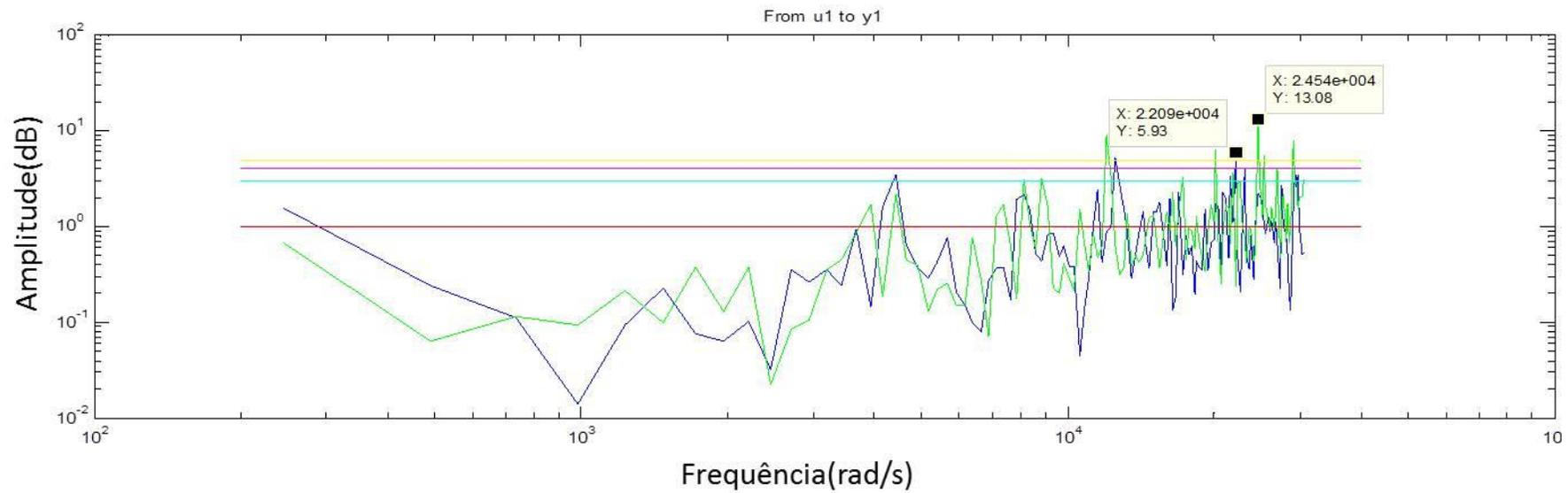
**Figura 6-25 Diagrama de Bode da Sensibilidade para séries Y2 (LQR e PID), 1800 rpm**



Legenda: Azul - LQR  
Verde - PID

Azul claro – 9,5 dB  
Magenta – 12 dB  
Amarelo – 14 dB

**Figura 6-26 Diagrama de Bode da Sensibilidade para séries X1 (LQR e PID), 2400 rpm**



Legenda: Azul - LQR  
Verde - PID

Azul claro – 9,5 dB  
Magenta – 12 dB  
Amarelo – 14 dB

**Figura 6-27 Diagrama de Bode da Sensibilidade para séries Y2 (LQR e PID), 2400 rpm**

Chama a atenção o fato de que, embora o controlador LQR apresente função de sensibilidade de melhor característica que a do controlador PID, para a velocidade de 2400 rpm, o comportamento está abaixo do desejável, ultrapassando o limite superior C/D especificado na norma.



**Figura 6-28 Picos da função sensibilidade para dados experimentais obtidos para eixo Y**

Entretanto, os dados obtidos para o eixo X, plotados na figura 6-29, não apresentam um favorecimento do controlador LQR, mostrando um comportamento não homogêneo, o que sugere alguma interferência a ser estudada, particularmente pelo fato de, posteriormente, o sistema ter apresentado uma falha de operação. Observe-se que ambos os controladores têm um desempenho ruim, excedendo o limite proposto pela norma, o que indica haver necessidade de revisão de seus parâmetros.



**Figura 6-29 Picos da função sensibilidade para dados experimentais obtidos para eixo X**

## 6.2 Discussão dos critérios de avaliação de desempenho

De maneira geral, o que se observa é um desempenho do controlador LQR melhor que o desempenho do controlador PID, para os critérios relacionados com os deslocamentos. Por outro lado, o critério de sensibilidade apresentou, para um dos eixos, uma diferença favorável ao controlador LQR, embora a avaliação referente ao outro eixo não tenha se mostrado conclusiva.

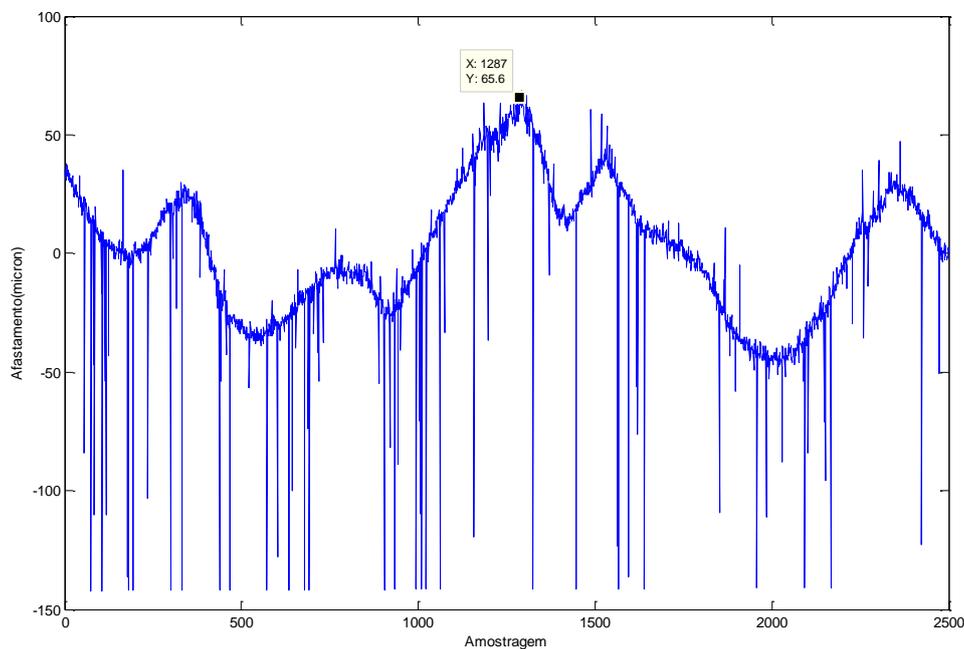
A escolha dos critérios de avaliação feita neste trabalho teve como objetivo não apenas concluir pela maior adequação do controlador a ser usado no protótipo de motor mancal, mas também estudar o efeito da escolha do critério de avaliação, como já analisado na seção 3.3. Por outro lado, quando se define um ou mais critérios de projeto, como é usual, esses mesmos critérios de projeto acabam por se fazerem critérios de avaliação de desempenho. Por raciocínio análogo, também se podem usar critérios de avaliação de desempenho como base para o desenvolvimento de projetos de controladores, ou como ferramentas para ajuste dos parâmetros dos controladores

durante sua vida útil, seja por esquemas de sintonia periódica, seja por adaptação contínua dos controladores durante a operação da planta, ressalvados os riscos de criar instabilidades por conta da não-linearidade destas operações.

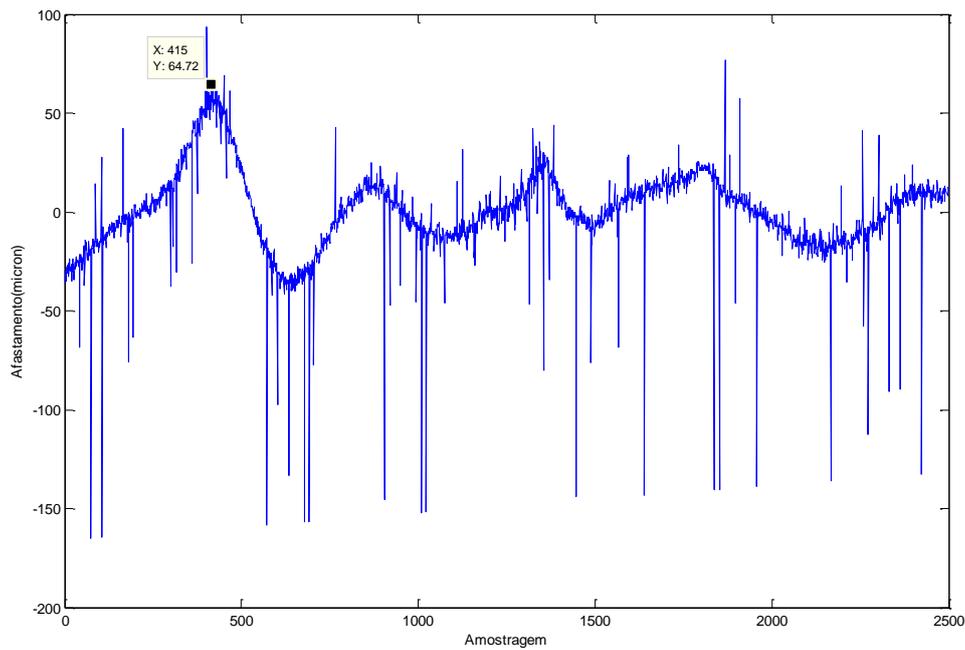
Um breve exercício dessas abordagens é descrito a seguir.

### 6.2.1 Ajuste experimental de controlador PID

Uma vez tendo se observado que o controlador PID apresentava um comportamento menos preciso que o controlador LQR, no posicionamento do eixo do motor mancal, conjecturou-se se o comportamento do controlador PID proposto por Gomes [13] poderia ser aprimorado. Para tanto, usando-se o protótipo com a estrutura que tinha sido empregada para o trabalho [13], isto é, apenas com o rotor superior acionado como mancal, e sendo o mancal inferior constituído por um rolamento, foram levantados dados experimentais do sistema para diferentes ajustes de seu ganho proporcional, trabalhando-se com uma velocidade de 1800 rpm. Nas figuras 6-17 e 6-18 apresentam-se séries temporais obtidas para um dos ajustes de PID testados, sendo séries do mesmo experimento para os eixos x e y.



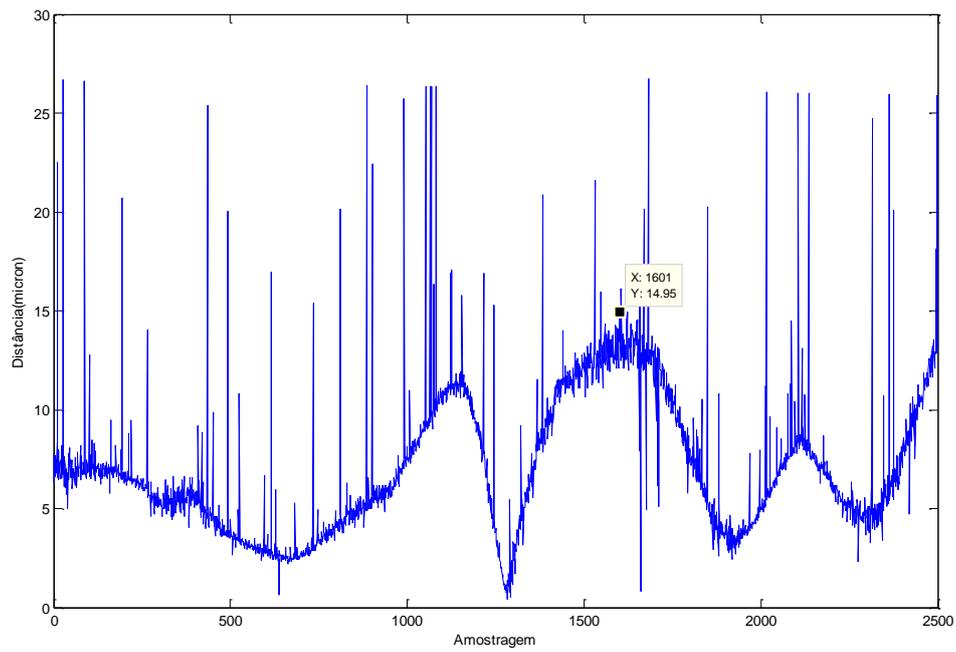
**Figura 6-30 Dados amostrais para o eixo x, série OTM11**



**Figura 6-31 Dados amostrais para o eixo y, série OTM11**

Com essas séries temporais foram calculadas as distâncias de afastamento do eixo do motor de sua posição central, e obtidas, para cada série, as máximas distâncias de afastamentos, conforme apresentado na figura 6.32.

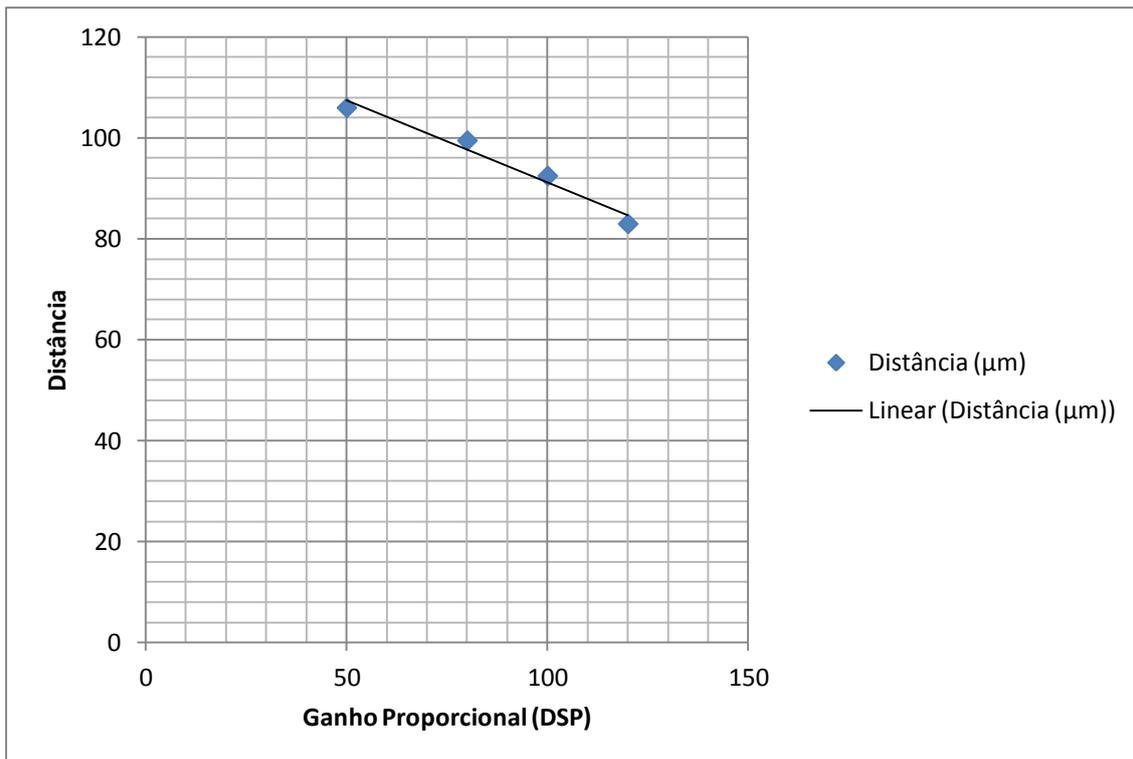
As distâncias obtidas para diferentes ajustes do controlador PID foram registradas na tabela 6-10, e um gráfico dessas distâncias foi gerado, conforme figura 6-33.



**Figura 6-32 Distância do eixo do protótipo em relação à posição central, série OTM1**

**Tabela 6-10 Ganho proporcional x máximo afastamento**

Ganho proporcional no DSP	Afastamento ( $\mu\text{m}$ )
50	106
80	99,7
100	92,4
120	83,3



**Figura 6-33 Distância do eixo do protótipo em relação à posição central x ganho proporcional**

O ganho proporcional 50 é o ganho que foi aplicado, no trabalho de Gomes [13], para o controlador implementado no DSP, e que foi usado para a análise de desempenho apresentada anteriormente. Note-se que esse ganho foi determinado procurando-se satisfazer um critério de projeto diferente do critério usado nesta seção para avaliação de desempenho. Isso reforça a ideia de que se deve, tanto para projetar um controlador, quanto para avaliar seu desempenho, empregar um critério que reflita as exigências da aplicação.

Então, uma vez estabelecido esse critério, pode-se avaliar periodicamente o desempenho da malha de controle, fazendo-se os correspondentes ajustes no controlador para recuperar seu desempenho, uma vez que, evidentemente, com o passar do tempo a planta, seja por desgastes, seja por mudança de ponto de operação, apresenta alterações em sua dinâmica, que podem comprometer o desempenho do controlador.

Observe-se que, nesta experimentação, com o aumento sucessivo do ganho proporcional, foi possível obter comportamentos progressivamente melhores quanto ao afastamento da posição central. Entretanto note-se que não é possível aumentar continuamente o ganho, já que isso leva, em geral, à instabilidade da malha, ou então a saturações nas correntes de acionamento. Na realidade, a avaliação da

sensibilidade proposta pela norma ISO 14839 enfoca este aspecto de estabilidade ao definir suas zonas de operação.

Um aspecto final é que se pode, dependendo do critério usado, desenvolver algoritmos que permitam continuamente monitorar esse desempenho e alertar para a necessidade de nova sintonia do controlador ou fazendo automaticamente essa sintonia. Deve-se observar que, para tanto, o critério de avaliação de desempenho deve ter uma estrutura que permita sua fácil implementação em microprocessadores, como é o caso da avaliação por máximo afastamento, prevista na norma ISO 14839. Todavia, a avaliação da sensibilidade, também prevista na norma, não é de fácil implementação em tais microcontroladores. Talvez uma forma de atender simultaneamente aos requisitos de mínimo afastamento e estabilidade fosse conseguida propondo-se um índice de desempenho do tipo proposto para controladores LQR, que leva em consideração tanto os valores das variáveis de estado, no caso atual a posição, quanto os valores da variável de controle, no caso o valor da corrente imposta ao mancal. Esta limitação da corrente busca obter menor consumo de energia, mas também contribui para com a estabilidade da planta.

# Capítulo 7

## Conclusões

O objetivo de estudar critérios de avaliação de desempenho de controladores aplicados a mancais magnéticos foi atingido, tendo-se feito uma análise ampla dos critérios usuais de avaliação do desempenho de sistemas controlados, na seção 4.3, bem como mencionados critérios empregados especificamente em mancais magnéticos na literatura, no capítulo 5.

Frisou-se a necessidade de adequar o critério a ser usado aos requisitos de desempenho do controlador, uma vez que em certas aplicações, como máquinas ferramenta, a minimização do erro de posicionamento pode ser extremamente crítica, enquanto para outras aplicações pode-se admitir algum distanciamento da posição do eixo, a bem de compensar desbalanceamentos do rotor, como apresentado por Li [55] e Kai [56]. Mesmo o critério da norma ISO 14839 não estabelece uma minimização do deslocamento, mas uma limitação do deslocamento máximo a valores estabelecidos em projeto como limites mínimos de afastamento,  $C_{min}$ .

Com relação a este aspecto de adequação e entendendo-se que sempre se buscou, para o MMM do LASUP, minimização do afastamento do eixo da vertical, foram apresentados dois critérios de avaliação aplicáveis a plantas nas quais o objetivo de controle fosse obter-se minimização do afastamento do eixo de sua posição central, sendo um deles o procedimento baseado em controlador de mínima variância (MVC), e o outro o critério proposto pela norma 14839, de mínimo afastamento conjugado com análise de sensibilidade.

O protótipo de MMM do LASUP foi estudado, tendo sido desenvolvido para ele um modelo físico, que posteriormente foi validado experimentalmente. Esta validação experimental de modelo foi antecedida de discussão das abordagens propostas para tal empreitada, tendo em vista as dificuldades encontradas na identificação de sistemas em malha fechada. Dentre as alternativas, foi dada preferência para identificação no domínio do tempo, com utilização de métodos PEM e N4SID para

tratar as séries experimentais, e posteriormente comparar os resultados obtidos com o modelo físico, obtendo-se os diagramas de Bode para o modelo físico, considerado em malha fechada com o controlador LQR descentralizado, e o modelo experimental. Esta validação de modelo foi feita pela primeira vez para o protótipo do LASUP, e da análise conclui-se que existem diferenças entre modelo experimental e físico, mas tais diferenças não invalidam o modelo físico desenvolvido, mas acrescentam dados que podem ser melhor tratados, seja para reprojeter os controladores, seja para embasar desenvolvimento de controladores  $H_{\infty}$ .

Ainda no tocante à experimentação com o MMM do LASUP, os critérios de avaliação de desempenho discutidos no capítulo 5 foram aplicados ao protótipo operando em três velocidades, 1200, 1800 e 2400 rpm.

Dessa experimentação resultou que, tanto pelo critério MVC, quanto pelo critério proposto pela norma ISO 14839 para o afastamento, o controlador LQR, para essas velocidades, apresentou um desempenho melhor que o apresentado pelo controlador PID. No tocante à análise de sensibilidade, observou-se que, para um dos eixos, o controlador LQR apresentava um melhor desempenho. Como para o outro eixo não foi feita a mesma constatação, fica em aberto a compreensão da razão desse comportamento, e indica uma linha de pesquisa, particularmente porque, após a experimentação, constatou-se falha operacional no protótipo, sugerindo que a não conformidade dos dados obtidos possa ser um indicativo de que o sistema de controle já estivesse deteriorado.

Questionou-se, frente ao critério de mínimo afastamento previsto na norma ISO 14839, se o controlador PID poderia ser mais bem ajustado, tendo-se obtido relativo sucesso em atingirem-se desempenhos melhores para ganhos proporcionais maiores.

Diante disso, apresenta-se como linha de desenvolvimento futuro, o desenvolvimento de aplicativos que permitam a avaliação contínua do desempenho do MMM, bem como o ajuste também contínuo do controlador empregado na sua estabilização.

## Referências

- [1] American Bearings Manufacturers Association, *Bearing timeline*. Disponível em <http://www.americanbearings.org/>. Acesso em 18/09/2013.
- [2] Wikipedia, *Bearing (mechanical)*. Disponível em [http://en.wikipedia.org/wiki/Bearing\\_\(mechanical\)](http://en.wikipedia.org/wiki/Bearing_(mechanical)) . Acesso em 18/09/2013
- [3] Sotelo, G.G.: *Modelagem de supercondutores aplicada ao projeto de mancais magnéticos*. Tese de Doutorado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2007.
- [4] Lima, A.E.C.: *Aplicação do Método de Diferenças Finitas para Análise do Desempenho Operacional de Mancais Radiais Hidrodinâmicos*. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Itajubá, Itajubá, 2012.
- [5] Stephan, R.M. *et al*, *Mancais Magnéticos: Mecatrônica sem Atrito*. Rio de Janeiro, Editora Ciência Moderna Ltda, 2013.
- [6] Masala, A.; Vannini, G.; Lacour, M.; *et al*: “Lateral rotordynamic analysis and testing of a vertical high speed 12.5MW motorcompressor levitated by active magnetic bearings”. *12<sup>th</sup> Symposium on Magnetic Bearings*, Wuhan, 2010.
- [7] Yunxiang, M.; Xiaoli, Y.; Suyuan, Y.; *et al*: “Technical design of active magnetic bearings for the helium turbomachine of HTR-10GT”. *12<sup>th</sup> Symposium on Magnetic Bearings*, Wuhan, 2010.
- [8] Beams, J.W.: “Production and Use of High Centrifugal Fields”, *Science*, Vol. 120, October 1954, pp.619-625.
- [9] Noh, M.D.; Seong-Rak Cho; Jin-Ho Kyung; *et al*: “Design and implementation of a fault-tolerant magnetic bearing system for turbo-molecular vacuum pump”. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, Vol. 10 N. 6, December 2005, pp. 626-631.
- [10] He, D; Shinshi, T.; Zhang, X.; *et al*: “Cooperative control of a maglev local actuator with a conventional EDM machine for high speed electrical discharge machining”. *12<sup>th</sup> Symposium on Magnetic Bearings*, Wuhan, 2010.

- [11] Kagamiishi, T.; Rachmanto, B.; Hiura, Y.; *et al*: "Optimized design for AMB based flywheel energy storage and power conversion systems". *12<sup>th</sup> Symposium on Magnetic Bearings*, Wuhan, 2010.
- [12] Jones, W.: "Earnshaw's Theorem and the stability of matter". *Eur. J. Phys* 1, 1980, pp. 85-88.
- [13] Gomes, R.R.: *Motor Mancal com Controle Implementado em um DSP*. Dissertação de Mestrado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2007.
- [14] Yang, S-M, Huang M-S.: "Design and Implementation of a Magnetically Levitated Single-Axis Controlled Axial Blood Pump". *IEEE Trans on Ind. Eletronics*, Vol. 56 N. 6, June 2009, pp. 2213-2219 .
- [15] Hull, J.R.: "Superconducting bearings". *Supercond. Sci. Technol.* 13, 2000, R1-R15.
- [16] Salazar, A.O.; Stephan, R.M.; Dunford, D.: "Um sistema de motor elétrico sem mancal mecânico". *SBA Controle e Automação*, Vol. 7 N. 3, 1996, pp. 105-112.
- [17] Santisteban, J.A.: *Estudo de Influência da Carga Torsional Sobre o Posicionamento Radial de um Motor-Mancal*. Tese de Doutorado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 1999.
- [18] Ritonja, J.; Polajzer, B.; Dolinar, D.; *et al*. "Active Magnetic Bearings Control". *29th Chinese Control Conference*, Beijing, 2010, PP. 5604-5609.
- [19] David, D.F.B.: *Levitação de rotor por mancais motores radiais magnéticos e mancal axial supercondutor auto-estável*. Tese de Doutorado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2000.
- [20] Ahn, H.-J.; Han D.-C. : "System modeling and robust control of an AMB spindle: Part II A robust controller design and its implementation". *KSME International Journal*, Vol. 17 N. 12 (Korea), pp. 1855-1866.
- [21] Agarwal, P.K.; Chand, S. : "Fuzzy logic control of four-pole active magnetic bearing system". *2010 International Conference on Modelling, Identification and Control*, Okayama, 2010, pp. 533-538.
- [22] Wei, C.; Soffker, D. : "MIMO-control of a flexible rotor with active magnetic bearing". *12<sup>th</sup> Symposium on Magnetic Bearings*, Wuhan, 2010, pp. 503-518.

- [23] Zurcher, F.; Nussbaumer, T.; Walter, S.; *et al*: “Comparison of different control concepts for bearingless brushless motors”. *12<sup>th</sup> Symposium on Magnetic Bearings*, Wuhan, 2010, pp. 223-231.
- [24] Kauss, W. L.: *Motor Mancal Magnético com Controle Ótimo implementado em um DSP*. Dissertação de Mestrado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2008.
- [25] Onnes, H. K.; “Further experiments with liquid helium. C. On the change of electric resistance of pure metals at very low temperatures etc. IV. The resistance of pure mercury at helium temperatures”. *KNAW, Proceedings*, 13 II, 1910-1911, Amsterdam, 1911, pp. 1274-1276.
- [26] Sass, F.: *Mancais Magnéticos Supercondutores Utilizando Fitas de Segunda Geração*. Dissertação de Mestrado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2011.
- [27] Gustavsson, I.; Ljung, L.; Soderstrom, T.: “Identification of Process in Closed Loop – Identifiability and Accuracy Aspects”. *Automatica*, V.13, 1977, pp. 59-75.
- [28] Ng, T.S.; Goodwin, G.C.; Anderson, B.D.O.: “Identifiability of MIMO Linear Dynamic Systems Operating in Closed Loop”. *Automatica*, V.13, 1977, pp. 477-485.
- [29] Ljung, L.; McKelvey, T.: “Subspace Identification from Closed Loop Data”. *Signal Processing*, V.52, 1996, pp. 209-215.
- [30] Lakshminarayanan, S.; *et al*: “Closed Loop Identification and Control Loop Reconfiguration: an Industrial Case Study”. *Journal of Process Control*, V.11, 2001, pp. 587-599.
- [31] Zhu, Y; Butoyi, F.: “Case studies on Closed-Loop Identification for MPC”. *Control Engineering Practice*, V.10, 2002, pp. 403-417.
- [32] Hynynen, K.M.; Jastrzebski, R. P.; Smirnov, A.; “ Experimental analysis of frequency response function estimation methods for active magnetic bearing rotor system”. *12<sup>th</sup> Symposium on Magnetic Bearings*, Wuhan, 2010, pp. 40-46.
- [33] Ahn, H-J; Han, D-C; “System modeling and robust control of an AMB spindle: Part I Modeling and validation for robust control”. *KSME International Journal*, V17, 2003, pp 1844-1854.
- [34] Schweitzer, G. and Maslen Eric H. (editors), *Magnetic Bearings - Theory, Design an Application to Rotating Machinery*. Berlin, Springer-Verlag, 2009.

- [35] Rocha, P.H.. *Controle  $H_\infty$  Não-linear aplicado em Sistema de Levitação Magnética: Projeto e Implementação em DSP de Ponto-fixa*. Tese – Universidade de São Paulo, São Paulo/SP, 2009.
- [36] Jastrzebski, R.P.; Hynynen, K.M.; Smirnov, A.: “ $H_\infty$  Control of Active Magnetic Suspension”. *Mechanical Systems and Signal Processing*, V.24, 2010, pp. 995-1006.
- [37] Siqueira, R.S., Pinto, F.A.N.C.: “Dynamic Behavior Comparison of an Active Magnetic Bearing using Sliding Mode with Voltage and Current Control”. *Brazilian Workshop on Magnetic Bearings*, Rio de Janeiro, 2013.
- [38] Koroishi, E.H., Cavalini Jr, A.A., Steffen Jr, V.: “Numerical and Experimental Modal Control of Flexible Rotor using Electromagnetic Actuator (EMA)”. *Brazilian Workshop on Magnetic Bearings*, Rio de Janeiro, 2013.
- [39] Astrom, K.J.; Hagglund, T.: “The Future of PID Control”. *Control Engineering Practice*, V.9, 2001, pp. 1163-1175.
- [40] Houpis, C.H., Lamont, G.B.: *Digital Control Systems*. McGraw Hill, 1992.
- [41] Qin, S.J. : “Control performance monitoring – a review and assessment”. *Computers & Chemical Engineering*, n. 23, 1998.
- [42] Kendra, S.J., Çinar, A. (1997). “Controller Performance Assesment by Frequency Domain Techniques”. *J. Process Control*, V7 no 3, 181-194 (1997). Elsevier, Great Britain.
- [43] Matsushita, O. *et al.* “ ISO Standardization for Active Magnetic Bearing Technology”. Available at <http://www.nedo.go.jp/content/100084729.pdf>.
- [44] Astrom, K.J.: *Introduction to stochastic control theory*. Academic Press, NY, 1970.
- [45] Astrom, K.J.; Wittenmark, B.: *Computer controlled systems theory and design*. Prentice Hall, NJ, 1997.
- [46] Aguirre, L.A. *Introdução à identificação de sistemas*. Belo Horizonte, Ed. UFMG, 2007.
- [47] Ljung, L.: *System Identification – Theory for the user*. Upper Saddle River, Prentice Hall, 1999.
- [48] Elnaggar, A.; Dumont, G.; Elshafei, A.-L.: “New method for delay estimation”. *Proc. Of 29<sup>th</sup> Conf. on Decision and Control*, Honolulu, 1990.

- [49] MATLAB, *Linear System Identification/Identifying Impulse Response Models*. [2009.]
- [50] Harris, T.J.; Seppala, C.T.; Desborough, L.D. : “ A review of performance monitoring techniques for univariate and multivariate control systems”. *Journal of Process Control*, n. 9, 1999.
- [51] Harris, T.J.; Seppala, C.T.: “Recent developments in controller performance monitoring and assessment techniques”. Proc. Chemical Process Control Conference, Tucson, 2001.
- [52] Kozub, D.J.: “Controller performance monitoring and diagnosis – Industrial perspective”. 15<sup>th</sup> *Triennial World Congress*, Barcelona, 2002.
- [53] Kwakernaak, H.: “Robust control and  $H_{\infty}$  optimization – Tutorial paper”. *Automática*, v.29 n.2, 1993, Pergamon Press.
- [54] Jastrzebski, R.P., Hynynen, K.M., Smirnov, A.:” Uncertainty Set, Design and Performance Evaluation of Centralized Controllers for AMB System”. 12<sup>th</sup> *Symposium on Magnetic Bearings*, Wuhan, 2010, pp.47-57.
- [55] Li, Z., Kun, L., Xiaofei, C.: “FPGA-Based Implementation for Unbalance Compensation in Active Magnetic Bearings”. 12<sup>th</sup> *Symposium on Magnetic Bearings*, Wuhan, 2010, pp.447-452.
- [56] Kai, Z., Xiaozhang, Z.: “ Experimental Research on Unbalance Control of Active Magnetic Bearing”. 12<sup>th</sup> *Symposium on Magnetic Bearings*, Wuhan, 2010, pp. 34-39.