



ANÁLISE DE REDES ELÉTRICAS UTILIZANDO O DOMÍNIO HARMÔNICO MODIFICADO

Angelica Teles

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Orientadores: Sandoval Carneiro Junior
Antonio Carlos Siqueira de
Lima

Rio de Janeiro
Abril de 2012

ANÁLISE DE REDES ELÉTRICAS UTILIZANDO O DOMÍNIO HARMÔNICO
MODIFICADO

Angelica Teles

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ
COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE)
DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR
EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

Examinada por:

Prof. Sandoval Carneiro Junior, Ph.D.

Prof. Antonio Carlos Siqueira de Lima, D.Sc.

Prof. José Luiz Rezende Pereira, Ph.D.

Prof. Pedro Gomes Barbosa, D.Sc.

Profa. Maria Cristina Dias Tavares, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL
ABRIL DE 2012

Teles, Angelica

Análise de Redes Elétricas utilizando o Domínio Harmônico Modificado/Angelica Teles. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2012.

XVIII, 140 p.: il.; 29, 7cm.

Orientadores: Sandoval Carneiro Junior

Antonio Carlos Siqueira de Lima

Tese (doutorado) – UFRJ/COPPE/Programa de Engenharia Elétrica, 2012.

Referências Bibliográficas: p. 114 – 120.

1. Circuitos lineares e não-lineares. 2. Harmônicas em Sistemas de Energia Elétrica. 3. Efeito Coroa. 4. Eletrônica de Potência. I. Carneiro Junior, Sandoval *et al.* II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Elétrica. III. Título.

*Aos meus queridos Regis Mendes
Paraguassu e Gabriel Teles
Paraguassu, marido e filho, com
todo o meu amor.*

Agradecimentos

Aos Professores Antonio Carlos Siqueira de Lima e Sandoval Carneiro Junior, pela orientação, pela generosidade em compartilhar os seus conhecimentos, e, mais do que isto, por acreditarem em mim para superar as dificuldades que surgiram durante esta trajetória.

Ao Professor Carlos Portela, mesmo sem ter sido sua aluna, pude conhecer, admirar e estudar sua longa produção intelectual (*in memoriam*).

Ao Professor Robson F. S. Dias, da UFRJ e ao engenheiro do CEPEL João Clávio Salari Filho, por sempre estarem disponíveis para a resolução de dúvidas pontuais que surgiram ao longo do desenvolvimento desta tese.

À Marcia de Oliveira, do Laboratório de Corona do Programa de Engenharia Elétrica da COPPE/UFRJ, pela sua atenção.

À Universidade Federal de Juiz de Fora e ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia - Sudeste de Minas Gerais - Campus Juiz de Fora, que, através da *CAPES*, investem no crescimento profissional do seu corpo docente.

Aos Professores José Luiz Rezende Pereira, da Universidade Federal de Juiz de Fora e Fabio Afonso Neto de Campos, do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia - Sudeste de Minas Gerais - Campus Juiz de Fora, pelo incentivo.

Aos meus irmãos, José Emilio, João Batista e Jorge Luiz, minha Tia Maria, meus sogros Alcino e Maria da Glória e demais familiares, por sempre estarem ao meu lado com carinho e paciência, mesmo com as minhas constantes ausências devido aos estudos da tese.

Aos amigos, Sebastiana Silva, Sidineia Moura, Alice Pasqualini, Alice Reis, Sylvia Assis, Wanda Silva e Ronaldo Santos, pelo carinho, incentivo e paciência.

Aos meus queridos pais, João Batista Teles e Maria Hilda Teles, e filha, Luannah Teles, sempre em meu coração(*in memoriam*).

A Deus, pois sem Ele, nada seria possível.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

ANÁLISE DE REDES ELÉTRICAS UTILIZANDO O DOMÍNIO HARMÔNICO MODIFICADO

Angelica Teles

Abril/2012

Orientadores: Sandoval Carneiro Junior
Antonio Carlos Siqueira de Lima

Programa: Engenharia Elétrica

Devido à crescente presença de dispositivos baseados em eletrônica de potência na rede elétrica, há um aumento de conteúdo harmônico na tensão e na corrente. Além disso, fenômenos não lineares podem afetar esse conteúdo. Tal situação demanda uma metodologia capaz de representar redes desequilibradas e com conteúdo rico de harmônicos. No presente trabalho é usado o chamado Domínio Harmônico para a análise dos fenômenos descritos acima. Distintas formulações do Domínio Harmônico são comparadas, a saber, considerando a decomposição das imitâncias em parte real e imaginária ou empregando as imitâncias como funções complexas.

Alguns casos testes são considerados como uma linha de transmissão aérea sob Efeito Coroa e redes com dispositivos *FACTS* em série ou derivação para testes da metodologia proposta.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

ELECTRICAL NETWORKS ANALYSIS USING MODIFIED HARMONIC DOMAIN

Angelica Teles

April/2012

Advisors: Sandoval Carneiro Junior

Antonio Carlos Siqueira de Lima

Department: Electrical Engineering

Due to the growing presence of power electronics based devices in the electrical power systems, the level of current and voltage harmonics has increased. Furthermore, nonlinear phenomena may also affect the presence of harmonics in the systems. These scenario demands a methodology that can deal with unbalanced and harmonic content rich environment. In this work we used the so called Harmonic Domain to analyse the aforementioned phenomena. Different formulation of the Harmonic Domain are compared, namely using real and imaginary components of the immittances involved or treating the immittances as a complex function.

Some test cases are considered such as an overhead line under Corona Effect and networks with series or shunt *FACTS* devices are used to assess the performance and accuracy of the proposed methodology.

Lista de Figuras

1.1	Diagrama da composição das metodologias empregadas no Domínio Harmônico Modificado (<i>DHM</i>)	4
1.2	Sistema de Transmissão no Brasil - Cenário 2012. Fonte: ONS/Mapas do SIN	5
2.1	Circuito Exemplo	21
2.2	Circuito Básico de um Reator Controlado a Tiristor	25
2.3	Tensão, Corrente e Função de Chaveamento no <i>RCT</i>	27
2.4	Matriz de Resíduos <i>RCT</i>	33
2.5	Circuito Básico de um <i>GCSC</i>	35
2.6	Tensão, Corrente e Função de Chaveamento no <i>GCSC</i>	38
2.7	Matriz de Resíduos <i>GCSC</i>	42
2.8	Técnicas <i>DHFT</i> , <i>DHFC</i> e <i>MICTH</i> na Formulação Trigonométrica . .	44
3.1	Representação da Linha de Transmissão para Análise do Efeito Coroa	49
3.2	Aproximação da Curva q x v por Segmentos de Reta	50
3.3	Trecho de Linha Infinitesimal para Análise Incremental do Efeito Coroa	51
3.4	Trecho de Linha com um Condutor sob o Efeito Coroa	52
3.5	Representação de um trecho da <i>LT</i> por seu Quadripolo Equivalente com a fonte de corrente J representando o efeito coroa neste trecho .	53
3.6	Representação da <i>LT</i> multifásica por quadripolos equivalentes e fontes de correntes representativas do efeito coroa em cada trecho	53
3.7	Surto Atmosférico	61
3.8	Surto em x=0 km e Propagação do Surto em x=500 m , em x=1,5 km , em x=2,5 km , e em x=12,5 km	62
3.9	Surto Atmosférico	63
3.10	Surto e propagação do surto atmosférico para o condutor sob efeito coroa	64
3.11	Surto e propagação do surto atmosférico para o condutor sob efeito coroa - abordagem Santiago	65

3.12	Efeito do solo na propagação do surto atmosférico para o condutor sob efeito coroa	66
4.1	Abordagem de um Sistema com Elementos Lineares e Não Lineares	68
4.2	Sistema com <i>RCT</i>	68
4.3	Altura média dos condutores da Linha de Transmissão de 345 kV , não convencional, Caso Teste # 1.	69
4.4	Matriz Jacobiana em <i>DHFT</i> Caso Teste # 1 considerando 5 componentes harmônicas	72
4.5	Corrente nas fases do <i>RCT</i> considerando 50 componentes harmônicas <i>DHFT</i>	73
4.6	Tensão nas fases do <i>RCT</i> considerando 50 componentes harmônicas <i>DHFT</i>	74
4.7	Matriz Jacobiana <i>DHFC</i> Caso Teste # 1	76
4.8	Correntes nas fases do <i>RCT</i> considerando 50 componentes harmônicas <i>DHFC</i>	76
4.9	Fase a : Tensões no <i>RCT</i> e nas chaves no <i>DHFC</i> considerando 50 componentes harmônicas	77
4.10	Fase a : Tensões no <i>RCT</i> e nas chaves no <i>DHFT</i> considerando 50 componentes harmônicas	77
4.11	Sistema com <i>GCSC</i>	78
4.12	Altura média dos condutores da Linha de Transmissão de 750 kV , Caso Teste # 2.	79
4.13	Matriz Jacobiana <i>DHFT</i> Caso Teste # 2	80
4.14	Correntes nas fases do Capacitor do <i>GCSC</i> considerando 50 componentes harmônicas <i>DHFT</i>	81
4.15	Tensões nas fases no Capacitor do <i>GCSC</i> considerando 50 componentes harmônicas <i>DHFT</i>	81
4.16	Matriz Jacobiana do <i>DHFC</i> Caso Teste # 2	82
4.17	Correntes nas fases do Capacitor do <i>GCSC</i> considerando 50 componentes harmônicas <i>DHFC</i>	83
4.18	Tensões nas fases do Capacitor do <i>GCSC</i> considerando 50 componentes harmônicas <i>DHFC</i>	83
4.19	Fase a : Correntes do capacitor e nas chaves <i>DHFC</i>	84
4.20	Fase a : Correntes do capacitor e nas chaves <i>DHFT</i>	84
4.21	Matriz de imitâncias para o Caso Teste #1 utilizando Admitância Chaveada <i>DHFT</i>	85
4.22	Correntes nas fases do Caso Teste #1 utilizando Admitância Chaveada <i>DHFT</i> considerando 50 componentes harmônicas	86

4.23	Tensões nas fases do Caso Teste #1 utilizando Admitância Chaveada <i>DHFT</i> considerando 50 componentes harmônicas	86
4.24	Matriz de imitâncias <i>DHFT</i> para o Caso Teste #2 utilizando Impedância Chaveada	87
4.25	Correntes para o Caso Teste #2, utilizando Impedância Chaveada <i>DHFT</i> , considerando 50 componentes harmônicas	88
4.26	Tensões nas fases do capacitor do Caso Teste #2, utilizando Impedância Chaveada <i>DHFT</i> , considerando 50 componentes harmônicas	88
4.27	Correntes nas fases do Caso Teste #1 <i>DHFC</i> sem Admitância Chaveada, considerando 50 componentes harmônicas	89
4.28	Tensões nas fases do Caso Teste #2 <i>DHFC</i> sem Impedância Chaveada, considerando 50 componentes harmônicas	90
4.29	Correntes para o Caso Teste #2, utilizando Admitância Chaveada, considerando 5 componentes harmônicas	91
4.30	Tensões para o Caso Teste #2, utilizando Admitância Chaveada, considerando 5 componentes harmônicas	91
5.1	Circuito Γ à esquerda e Γ à direita para um trecho Δx de <i>LT</i> multifásica	94
5.2	Aproximação da curva q x v para o Caso Teste # 3	95
5.3	Altura média dos condutores da Linha de Transmissão Trifásica para Estudo do Efeito Coroa - Caso Teste # 3	96
5.4	Aspecto da Matriz de Quadripolos - Caso Teste # 3, considerando 5 componentes harmônicas para o primeiro trecho	97
5.5	Tensões para a fase a , desconsiderando o efeito coroa, na barra inicial e após 9 quadripolos - Linha com 400 km - Caso Teste # 3, considerando 5 componentes harmônicas	97
5.6	Elemento Admitância para os Incrementos de J considerando 5 componentes harmônicas	100
5.7	Tensão na Barra 3 considerando ou não o efeito coroa para 5 componentes harmônicas - Caso Teste # 3	101
5.8	Tensão na Barra 6 considerando ou não o efeito coroa para 5 componentes harmônicas - Caso Teste # 3	101
5.9	Tensão na Barra 9 considerando ou não o efeito coroa para 5 componentes harmônicas - Caso Teste # 3	102
5.10	Tensões para a fase a , desconsiderando o efeito coroa, na barra inicial e após 9 quadripolos - Linha com 800 km - Caso Teste # 3, considerando 5 componentes harmônicas	103
5.11	Tensão na Barra 3 considerando ou não o efeito coroa para 5 componentes harmônicas - Caso Teste # 4	103

5.12	Tensão na Barra 6 considerando ou não o efeito coroa para 5 componentes harmônicas - Caso Teste # 4	104
5.13	Tensão na Barra 9 considerando ou não o efeito coroa para 5 componentes harmônicas - Caso Teste # 4	104
5.14	Altura média dos condutores da linha de transmissão - Caso Teste # 5	106
5.15	Perfis da Tensão $LT \lambda/2^+$	106
5.16	Tensões nas barras inicial, meio e final da LT ignorando o efeito coroa para 5 componentes harmônicas - Caso Teste # 5	108
5.17	Tensão na Barra 4 considerando ou não o efeito coroa para 5 componentes harmônicas - Caso Teste # 5	108
5.18	Resultado de Simulação realizada no ATP - Caso Teste # 5	109
B.1	Modelo π Equivalente de um Trecho de uma LT Longa	128
C.1	Representação da LT através de circuito π equivalente antes e depois de um ponto p	132
C.2	Representação equivalente 1	133
C.3	Representação Equivalente 2	133
C.4	Surto em x=0 km e Propagação do Surto em x=10 km , em x=20 km , em x=30 km , em x=40 km e em x=50 km	135
C.5	O surto no tempo crítico e em t_{max}	137
C.6	Segmentação do surto: Fatia 1	138
C.7	Segmentação do surto: Fatia 2	138
C.8	Segmentação do surto: Fatia 3	139
C.9	Comparação entre Recomposição do Surto Fatiado e o Surto Atmosférico	139
C.10	Comparação entre Recomposição do Surto Fatiado e o Surto Atmosférico em x=0,5 km	140

Lista de Tabelas

4.1	Convergência do Sistema com RCT	92
4.2	Convergência do Sistema com $GCSC$	92
5.1	Comparação de Redução Percentual das amplitudes das tensões para a fase a Caso Teste # 3	102
5.2	Comparação de Redução Percentual das amplitudes das tensões para a fase a Caso Teste # 4	104

Lista de Símbolos

Y_{sw}	Admitância Chaveada, p. 32
Z_{sw}	Impedância Chaveada, p. 41
α	Ângulo de Disparo do Tiristor, p. 22
β	Ângulo de Término de Condução do Tiristor, p. 23
γ_e	Ângulo de Extinção, p. 38
γ	Ângulo de Condução do Tiristor, p. 23
ω	frequência angular, p. 9
θ	Ângulo de Defasamento da Corrente, p. 38
s	variável complexa, p. 9

Lista de Abreviaturas

I_d	Matriz Identidade, p. 72
Y_C	Matriz Admitância Característica, p. 72
DF	Domínio da Frequência, p. 9
DHFC	Domínio Harmônico na Formulação Complexa, p. 3
DHFT	Domínio Harmônico na Formulação Trigonométrica, p. 3
DHM	Domínio Harmônico Modificado, p. 3
DH	Domínio Harmônico, p. 9
EMTP	Electromagnetic Transients Program, p. 45
FACTS	Sistema Flexível de Transmissão em Corrente Alternada, p. 2
GCSC	Capacitor Série Controlado por Chave Autocomutada, p. 32
MAF	Matriz de Acoplamentos entre Frequências, p. 8
MICTH	Método de Injeção de Correntes Trifásico Harmônico, p. 6
RCT	Reator Controlado a Tiristor, p. 10
REI	Redes Elétricas Inteligentes, p. 2
SIN	Sistema Interligado Nacional, p. 3

Sumário

Agradecimentos	v
Resumo	vi
Abstract	vii
Lista de Figuras	viii
Lista de Tabelas	xii
Lista de Símbolos	xiii
Lista de Abreviaturas	xiv
1 Introdução	1
1.1 Motivação	3
1.2 Objetivos	5
1.3 Organização da Tese	6
1.4 Publicação Originada da Tese	7
2 Formulações Harmônicas para Circuitos com Elementos Chaveados	8
2.1 Revisão Bibliográfica	9
2.2 Domínio Harmônico na Formulação Trigonométrica (<i>DHFT</i>)	12
2.3 Domínio Harmônico na Formulação Complexa (<i>DHFC</i>)	17
2.4 Método de Injeção de Correntes Trifásico Harmônico (<i>MICTH</i>)	19
2.5 Exemplo #1: Reator Saturado	20
2.5.1 Operação Linear <i>DHFT</i>	21
2.5.2 Operação Linear <i>DHFC</i>	22
2.5.3 Operação Não Linear <i>DHFT</i>	22
2.5.4 Operação Não Linear <i>DHFC</i>	23
2.6 Aplicação #1: Reator Controlado a Tiristor - <i>RCT</i>	24
2.6.1 <i>DHFT</i> para o <i>RCT</i>	25
2.6.2 Aproximações Lineares para o <i>RCT</i>	28

2.6.3	Montagem do Sistema de Equações para o <i>RCT</i>	31
2.7	<i>DHFC</i> para o <i>RCT</i>	34
2.8	Aplicação #2: Capacitor Série Controlado por Chave Autocomutada - <i>GCSC</i>	34
2.9	<i>DHFT</i> para o <i>GCSC</i>	36
2.9.1	Aproximações Lineares para o <i>GCSC</i>	38
2.9.2	Montagem do Sistema de Equações para o <i>GCSC</i>	40
2.10	<i>DHFC</i> para o <i>GCSC</i>	43
2.11	Discussão	44
3	Formulações Harmônicas para Circuitos com Elementos Não Lineares - Efeito Coroa	45
3.1	Revisão Bibliográfica	47
3.2	Linha de Transmissão sob Efeito Coroa	49
3.2.1	Curva Carga x Tensão (q x v)- Aproximação Estática	50
3.3	Análise Incremental de um Trecho de <i>LT</i> sob Coroa no <i>DHFT</i>	51
3.3.1	Matrizes de Fontes de Correntes Transversais	54
3.3.2	Rotina de Cálculo do Efeito Coroa para Fenômenos Lentos	57
3.4	Exemplo 1: Linha de Transmissão desconsiderando o Efeito Coroa para Fenômenos Rápidos	59
3.4.1	O Surto Atmosférico	60
3.4.2	Cálculo dos Parâmetros da Linha de Transmissão	60
3.4.3	Propagação do Surto desconsiderando o Efeito Coroa	61
3.5	Exemplo 2: Linha de Transmissão considerando o Efeito Coroa para Fenômenos Rápidos	62
3.5.1	Efeito Coroa para Fenômenos Rápidos	63
3.5.2	Propagação do surto considerando o Efeito Coroa	64
3.5.3	Efeito do Solo para o Condutor sob Efeito Coroa	65
3.6	Discussão	65
4	Casos Testes para Circuitos com Elementos Chaveados	67
4.1	Caso teste # 1: Sistema com <i>RCT</i>	67
4.1.1	<i>DHFT</i> Caso Teste # 1	68
4.1.2	<i>DHFC</i> Caso Teste # 1	73
4.2	Caso Teste # 2: Sistema com <i>GCSC</i>	77
4.2.1	<i>DHFT</i> Caso Teste # 2	78
4.2.2	<i>DHFC</i> Caso Teste # 2	80
4.3	Aplicação do Conceito de Admitância Chaveada ou Impedância Chaveada em Formulação Tensorial	83

4.3.1	Cálculo das Correntes, através da matriz Jacobiana <i>DHFT</i> , utilizando Admitância Chaveada para o Caso Teste #1	85
4.3.2	Cálculo das Tensões, através da Matriz Jacobiana <i>DHFT</i> , utilizando Impedância Chaveada para o Caso Teste #2	86
4.4	Aplicação no <i>DHFC</i> do equacionamento do <i>DHFT</i>	88
4.4.1	Cálculo das Correntes no <i>DHFC</i> sem a utilização de Admitância Chaveada para o Caso Teste #1	88
4.4.2	Cálculo das Tensões no <i>DHFC</i> sem a utilização de Impedância Chaveada para o Caso Teste #2	89
4.4.3	Cálculo das Tensões, através da matriz Jacobiana <i>DHFT</i> e <i>DHFC</i> , utilizando Admitância Chaveada para o Caso Teste #2	90
4.5	Discussão	91
5	Casos Testes para Circuitos sob o Efeito Coroa	93
5.1	Caso Teste # 3: Linha em Vazio <i>DHM</i> 400 km	94
5.1.1	Aproximação da Curva $q \times v$ por um Paralelogramo para o Caso Teste # 3	94
5.1.2	Cálculo dos Parâmetros da Linha de Transmissão	95
5.1.3	Linha de Transmissão desconsiderando o Efeito Coroa	96
5.1.4	Linha de Transmissão sob Efeito Coroa	98
5.1.5	Análise Incremental da <i>LT</i> sob efeito coroa	98
5.2	Caso Teste # 4: Linha em Vazio <i>DHM</i> 800 km	101
5.2.1	Linha de Transmissão desconsiderando o Efeito Coroa	102
5.2.2	Linha de Transmissão sob Efeito Coroa	102
5.3	Caso Teste # 5: Linha Não Convencional <i>DHM</i> 800 kV 2600 km	103
5.3.1	Aproximação da Curva $q \times v$ por um Paralelogramo para o Caso Teste # 3	105
5.3.2	Cálculo dos Parâmetros da Linha de Transmissão	105
5.4	Discussão	109
6	Conclusões e Trabalhos Futuros	111
6.1	Conclusões	111
6.2	Trabalhos Futuros	112
	Referências Bibliográficas	114
A	Cálculo dos Parâmetros da Linha de Transmissão	121
A.1	Parâmetros Série das Linhas de Transmissão	122
A.1.1	Parâmetros Série Internos das Linhas de Transmissão	122
A.1.2	Parâmetros Série Externos das Linhas de Transmissão	123

A.1.3	Cálculo dos Parâmetros Série das Linhas de Transmissão . . .	124
A.2	Parâmetros em Derivação das Linhas de Transmissão	125
A.2.1	Cálculo dos Parâmetros em Derivação das Linhas de Transmissão	126
B	Relações entre as Matrizes Terminais para uma Linha de Transmis-	
	são Longa	127
B.1	Cálculo de Quadripolos da Linha de Transmissão Uniforme	128
B.2	Cálculo de Quadripolos da Linha de Transmissão Não Uniformes . . .	129
B.3	Relações de Tensões e Correntes num trecho de LT	130
C	Modelagem do Efeito Corona Considerando Decomposição do	
	Surto de Tensão em Três Partes	131
C.1	Função de Transferência	131
C.2	Propagação do surto desconsiderando o efeito corona	134
C.3	Propagação do surto considerando o Efeito Corona - Fenômenos Rápidos	136
C.3.1	Rotina de Cálculo do Efeito Corona para Fenômenos Rápidos	136
C.3.2	Fracionamento do Surto Atmosférico	137
C.3.3	Função de Transferência e Propagação	138

Capítulo 1

Introdução

Desde o início da Revolução Industrial, o consumo de energia cresce constantemente. Em particular, o consumo de energia elétrica pela sociedade moderna representa grande parte do consumo total de energia. Dentre os países emergentes, contudo, o cenário é um pouco distinto. No Brasil, por exemplo, o consumo de energia elétrica é extremamente reduzido. Conforme coloca o Prof. Carlos Portela, no Seminário em Homenagem aos seus 70 anos [1], o consumo de energia elétrica no país corresponde a um atraso de cerca de 50 anos em relação ao que ocorreu nos países ditos desenvolvidos. O indispensável crescimento sócio-econômico, a médio prazo, implica em grande aumento de consumo de eletricidade, demandando investimentos extremamente importantes. A otimização e operação das redes elétricas existentes desempenham papel importante para a concreta definição dos condicionantes para a definição de melhorias na rede, ainda mais pela necessidade de compatibilizar esse aumento de demanda com eventuais limitações de recursos. Um outro ponto importante se refere à capacidade de analisar a rede elétrica, seja na configuração atual, seja em eventuais condicionantes de planejamento. Avaliações inadequadas ou incompletas podem contribuir para agravamentos dos efeitos do atraso energético brasileiro.

Dadas as condições naturais do país, redução da capacidade de aproveitamento dos recursos hídricos próximos aos grandes centros e condicionantes relacionadas ao impacto ambiental, há de se considerar o emprego de fontes alternativas de energia e que sejam renováveis. No lado do consumidor também há uma mudança considerável, o emprego crescente de dispositivos eletrônicos pelos consumidores residenciais, e de equipamentos de eletrônica de potência pelos consumidores industriais. Tal fato implica na presença de harmônicas¹ de tensão e corrente na rede elétrica. O que afasta esta das condições usualmente supostas, redes equilibradas e com aumento

¹Há, na literatura técnica, tanto o emprego como substantivo do termo harmônicas, no feminino, bem como no masculino, harmônicos. Nesta tese foi adotada a primeira opção, significando harmônicas de tensão e/ou de corrente.

das componentes de sequências negativa e zero frente à componente de sequência positiva. Mais recentemente, há a tendência de se buscar uma operação inteligente das redes elétricas, os chamados *Smart Grids*, ou Redes Elétricas Inteligentes, *REI*. Nas *REI*, através da capacidade de comunicação e processamento crescente, busca-se uma operação de rede mais eficiente e adequada aos condicionantes de mercado e da qualidade de energia. Tal cenário pode levar a rede a operar em eventuais desequilíbrios e com a presença de harmônicas. Eventualmente, pode ser necessário operá-la em condições mais extremas, onde as hipóteses usuais de linearidade não se aplicam. Como, por exemplo, no caso de uma linha de transmissão de pouco mais de meio comprimento de onda. Em [2], pode-se verificar que a operação em regime permanente, para carregamentos acima da potência característica, pode acarretar uma sobretensão no meio da linha de transmissão, dependendo da razão entre as impedâncias da *LT*, a característica e a terminal. À medida que esta razão aumenta, na mesma proporção, aumenta a tensão no meio da linha, observando-se que se esta razão for maior que a unidade, a potência transmitida é maior que a característica, fazendo com que a tensão no meio da linha alcance valores elevados, neste caso de longas. Claro que se pode otimizar o carregamento da linha, de modo que a potência máxima transmitida não seja maior que a potência característica. Vê-se que, para o correto dimensionamento do circuito com linhas longas, necessita-se da inclusão do Efeito Coroa, ou também chamado Efeito Corona, em regime permanente [2].

O emprego da eletrônica de potência nas redes elétricas implica na presença de harmônicas e oscilações em frequência da ordem de alguns kHz. Quando aplicada às redes de distribuição de energia elétrica recebe o nome de *Custom Power*, e nas redes de transmissão de energia elétrica é denominada de *FACTS* (“Flexible Alternating Current Transmission System”, ou Sistema Flexível de Transmissão em Corrente Alternada). Tem como característica a presença de fontes de tensão e corrente chaveadas, no caso de dispositivos baseados nos conversores de frequência, ou de elementos passivos chaveados, como no caso dos reatores chaveados/controlados a tiristores, *RCT*. Neste tipo de aplicações, há um cenário que se distancia das hipóteses para cálculo do fluxo de potência, onde são válidos o emprego apenas de equivalentes monofásicos de sequência positiva, baseados no comportamento à frequência fundamental.

Pelo acima exposto, há a necessidade do desenvolvimento de um ferramental capaz de atender de forma precisa a esses diversos condicionantes, a saber: presença de harmônicas, elementos não lineares ou variantes no tempo e redes desequilibradas. Há de se mencionar aqui que o emprego de componentes da expansão em Série de Fourier, resolvendo-se a rede para cada uma das frequências existentes também não é um procedimento adequado [3], pois assim é ignorado o acoplamento entre as diferentes frequências que ocorrem no caso da existência de elementos não lineares na

rede. Adota-se nessa pesquisa uma abordagem baseada na formulação pioneira do Prof. Carlos Portela [4]. Nessa referência, a metodologia recebeu o nome de *Análise Tensorial*, pela semelhança com os tensores de deslocamento encontrados na engenharia mecânica. Ela se baseia na decomposição das grandezas da rede em partes reais e imaginárias e na formulação de matrizes incrementais de impedância e/ou admitância ou mesmo das fontes de tensão e corrente. Não há relação entre a formulação tensorial apresentada pelo Prof. Carlos Portela com a decomposição tensorial das redes elétricas propostas por Kron para o estudo das máquinas elétricas [5, 6]. Desenvolvida de forma independente por outros pesquisadores e empregando variáveis complexas no lugar da decomposição em componentes reais e imaginários, a metodologia recebeu também o nome de Domínio Harmônico Multifásico [7, 8]. Esta técnica permite a inclusão de cargas não-lineares, sendo capaz de responder pela representação da rede em regime permanente desbalanceado, com a presença de harmônicas de tensão e corrente, elementos a parâmetros distribuídos e elementos não lineares. Com o intuito de se empregar uma denominação que seja consistente ao longo de todo o documento, adota-se o *Domínio Harmônico Modificado (DHM)*, como resultado da confrontação da utilização de algumas metodologias no domínio da frequência, estabelecendo pontos de similaridades entre as mesmas, bem como realçando as limitações no que tangem à aplicação em sistemas de energia elétrica com elementos ou sob condições não lineares. Então, o *Domínio Harmônico Modificado (DHM)* é assim composto:

- A formulação tensorial proposta pelo Prof. Carlos Portela passa a ser referida como Domínio Harmônico na Formulação Trigonométrica, (*DHFT*), i.e. estando implícito que há a decomposição em parte real e imaginária de todas as admitâncias envolvidas;
- Domínio Harmônico na Formulação Complexa, (*DHFC*) para designar a formulação onde todas as admitâncias são admitidas como sendo complexas.

Para uma melhor visualização, a Figura 1.1 traz o diagrama da composição das metodologias empregadas no Domínio Harmônico Modificado (*DHM*). O *DHM* responderá ao questionamento se é melhor a simulação de redes utilizando somente números reais ou somente números complexos, e trazendo alternativas de como tornar estas simulações mais expeditas e eficientes.

1.1 Motivação

O sistema energético brasileiro, com relação à produção de energia elétrica, é notadamente baseado em geração hidráulica. As usinas hidroelétricas estão situadas

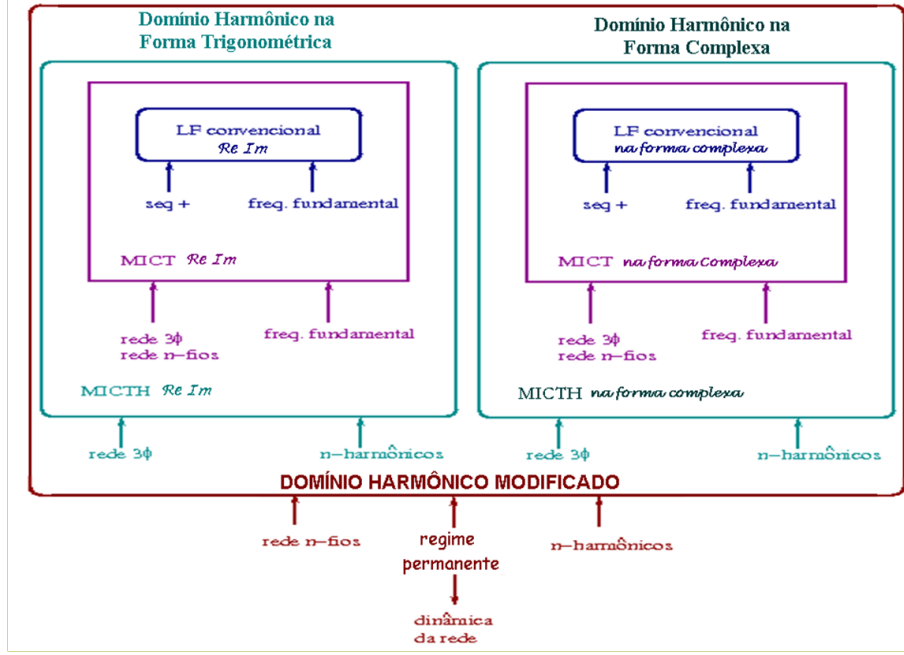


Figura 1.1: Diagrama da composição das metodologias empregadas no Domínio Harmônico Modificado (*DHM*)

em doze diferentes bacias hidrográficas, geralmente distantes dos centros consumidores, o que provoca um extenso sistema de transmissão. As usinas hidrelétricas em construção e planejadas para a Região Amazônica requerem a construção de linhas de transmissão extra-longas, conforme pode ser observado pelo mapa do *SIN*, (Sistema Interligado Nacional), apresentado na Figura 1.2.

As Linhas de Transmissão para interligação com a Região Amazônica podem chegar a mais de dois mil e quinhentos quilômetros de comprimento, ou seja, pouco maiores que meio comprimento de onda. O desafio representado estimulou uma série de trabalhos na COPPE/UFRJ e na participação de diversos professores dessa instituição em um projeto estratégico de pesquisa e desenvolvimento da ANEEL, o chamado *Projeto Transmitir*, que conta também com a participação da USP. Basicamente, os professores da COPPE/UFRJ, nas figuras do Prof. Carlos Portela e do Prof. Alquindar Pedroso apresentaram duas soluções distintas, a saber:

- A transmissão de energia elétrica em pouco mais de meio comprimento de onda, chamada também de *Meia-Onda+*, $\lambda/2^+$ [9, 10, 11, 12]
- A transmissão CA segmentada [13].

Se na primeira solução há o desafio de lidar com fenômenos como o Efeito Coroa em regime permanente, a segunda apresenta o desafio de operar um circuito com diversos conversores de frequência, em configuração *back-to-back*, e com compensadores estáticos de reativos. Em comum às duas soluções há a necessidade de se desenvolver e verificar um ferramental capaz de lidar com sistemas onde há uma

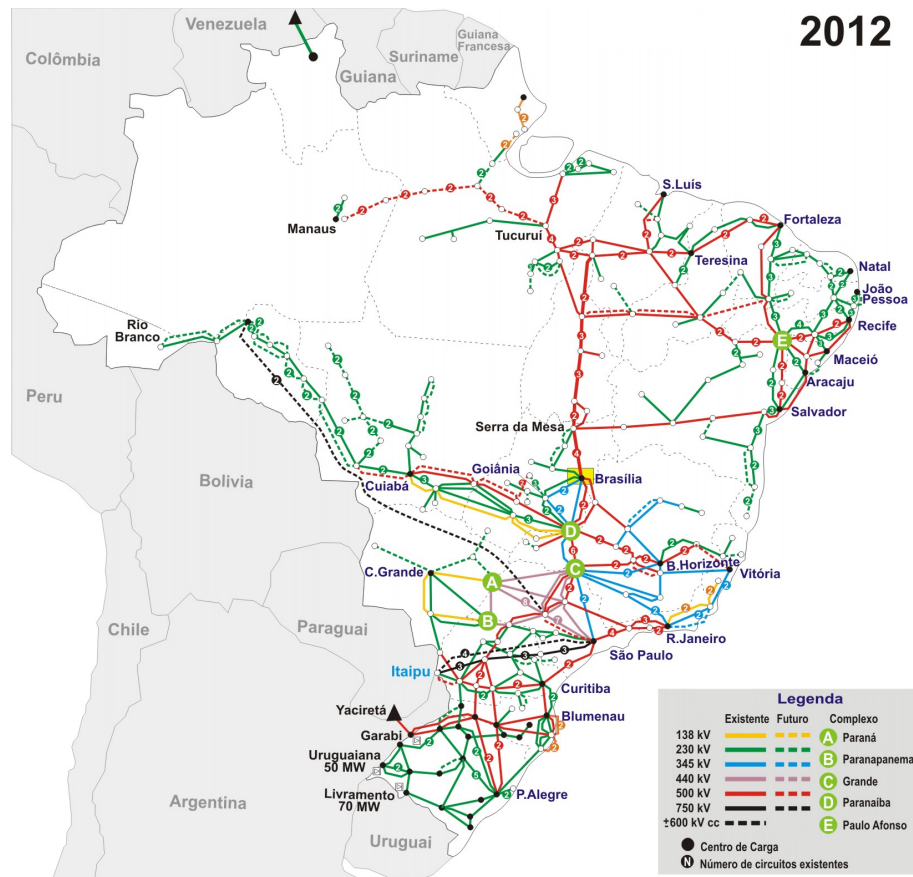


Figura 1.2: Sistema de Transmissão no Brasil - Cenário 2012. Fonte: ONS/Mapas do SIN

significante presença de elementos não lineares. Esta foi principal motivação para o desenvolvimento, neste trabalho, de buscar um ferramental único para a análise de redes elétricas sob a influência das harmônicas, e assim ser capaz de fornecer melhores informações sobre a transição entre os domínios do regime permanente e dinâmicos destas redes elétricas.

1.2 Objetivos

O crescimento sócio-econômico do país acarreta grandes metas a serem alcançadas para a sociedade brasileira no que se refere à transmissão de energia elétrica. Estas metas demandam uma abordagem para a análise de redes elétricas que seja ao mesmo tempo sólida e de implementação computacional factível. O principal foco dessa pesquisa é avaliar a adequação das diferentes formulações do Domínio Harmônico Modificado, *DHM*, para a aplicação em redes elétricas cuja configuração não seja facilmente representada com um ferramental mais simples, baseado nas redes de sequência positiva e na frequência fundamental.

Ressalta-se que o estudo destas redes também poderia se dar no domínio do

tempo, mas por problemas de limitação do tamanho das redes envolvidas, torna-se oneroso, e no caso de operação a partir de um regime permanente, demanda a inicialização de um circuito contendo harmônicas. Esta inicialização para o programa de transitórios eletromagnéticos PSCAD-EMTDC é feita começando o processamento com as variáveis nulas e resolvendo o sistema com as fontes tendo uma determinada taxa de crescimento de sinais. Então, é necessário simular o caso por um determinado tempo e, a partir desse resultado, proceder à inicialização propriamente dita para a configuração que se deseja testar. No caso do ATP-EMTP e do EMTP-RV, as rotinas de inicialização contam basicamente com redes onde os elementos não lineares são supostos próximos da condição linear e não há presença de harmônicas de tensão e corrente. De fato, o *DHM* pode ser empregado para representar a rede nas condições iniciais de forma mais precisa, fazendo com que se possa utilizar a forma híbrida tempo-frequência.

Tendo em vista o exposto acima, no presente trabalho, há os seguintes objetivos:

- Análise de relações entre metodologias para a avaliação de redes não lineares no domínio da frequência em regime permanente;
- Comparação das diferentes formulações para a matriz Jacobiana, empregadas na identificação de uma metodologia mais adequada para a análise de redes variantes no tempo no domínio da frequência;
- Verificação da metodologia empregada, considerando-se dois casos principais:
 - No primeiro, considera-se uma rede envolvendo linhas não convencionais e dispositivos *FACTS*;
 - No segundo caso, é estudado o comportamento não linear de linhas de transmissão, em particular, o Efeito Coroa, em regime permanente.

A principal contribuição da presente tese está na apresentação e aplicação do Domínio Harmônico Modificado *DHM* considerando tanto a decomposição em parte real e imaginária e empregando funções complexas. Os resultados obtidos a partir dos casos testes indicam que não há, considerando-se a tecnologia computacional atual, ganho computacional entre as duas possíveis formulações. A eficácia do *DHM* é verificada através de uma sensível redução no número de iterações para resolução de alguns dos casos apresentados.

1.3 Organização da Tese

A presente tese está dividida em seis capítulos, contando com esse capítulo introdutório. A estrutura dos capítulos seguintes é apresentada a seguir.

- No Capítulo 2, *Formulações Harmônicas para Circuitos com Elementos Chaveados*, é equacionado o tratamento das harmônicas através da aplicação das técnicas do Domínio Harmônico na Formulação Trigonométrica (*DHFT*), do Domínio Harmônico na Formulação Complexa (*DHFC*), e do Método de Injeção de Correntes Trifásico Harmônico (*MICTH*). Da confrontação destas metodologias, surge o *DHM*, que será formulado para circuitos de dispositivos *FACTS* para compensação série e paralela de linhas de transmissão;
- No Capítulo 3, *Formulações Harmônicas para Circuitos com Elementos Não Lineares - Efeito Coroa*, é abordado este fenômeno, presente em sistemas de potência. Deve ser considerado particularmente em *LT* longas ou extra-longas em Extra Alta Tensão (EAT), especialmente nas tensões nominais superiores a 200 kV;
- No Capítulo 4, *Casos Testes para Circuitos com Elementos Chaveados*, apresenta-se o emprego do *DHM* em dois casos testes utilizando dispositivos *FACTS* para compensação série e paralela de *LT*, visando a discussão das técnicas componentes do *DHM*;
- No Capítulo 5, *Casos Testes para Circuitos sob o Efeito Coroa*, é descrita a aplicação da formulação *DHM* apresentada no capítulo 3 para sistemas com linhas longas;
- No Capítulo 6, *Conclusões e Trabalhos Futuros*, são apresentadas as principais conclusões e discutidas futuras aplicações da metodologia aqui empregada.

Ao final, as *Referências Bibliográficas*. O Apêndice A apresenta o *Cálculo dos Parâmetros da Linha de Transmissão*. No Apêndice B, são tratadas as *Relações entre as Matrizes Terminais para uma Linha de Transmissão*. E, finalmente, no Apêndice C, virá a *Modelagem do Efeito Coroa Considerando Decomposição do Surto de Tensão em Três Partes*.

1.4 Publicação Originada da Tese

Teles, A., Dias, R. F. S., Lima, A. C. S. e Carneiro Jr, S. *Modified Tensor Analysis for Harmonic Domain Modeling*, IEEE Power and Energy Society General Meeting 2010. O artigo está indexado na base de dados IEEE Xplore.

Capítulo 2

Formulações Harmônicas para Circuitos com Elementos Chaveados

Para analisar uma rede elétrica com tensões e correntes harmônicas, sob o ponto de vista do fluxo de potência, não se pode recorrer às técnicas tradicionais de abordagem, baseadas nos circuitos equivalentes da rede de sequência positiva. Mesmo que se utilize de uma solução prática, faça-se a decomposição harmônica, através de série de Fourier, elimine-se os acoplamentos harmônicos e depois se injete as correntes não lineares devidas aos elementos não lineares existentes na rede, tudo isto torna a convergência lenta, pois depende do passo de iteração anterior para reajustar a nova injeção de corrente. Há na literatura técnica, algumas abordagens consolidadas que levam em conta os acoplamentos harmônicos, para a análise do comportamento de circuitos não lineares com diversos componentes de frequência, a saber: o Domínio Harmônico na Formulação Trigonométrica (*DHFT*), Domínio Harmônico na Formulação Complexa (*DHFC*), e o Método de Injeção de Corrente Trifásico Harmônico (*MICTH*). Inicialmente, estas técnicas serão descritas e empregadas em separado. A primeira técnica abordada, o *DHFT*, antes mesmo da aplicação, tem-se que fazer um estudo de quais harmônicas estarão envolvidas no processo, analisando-se a função de chaveamento, afim de se obter a matriz de chaveamento. Para a segunda técnica, o *DHFC*, não há a necessidade deste estudo prévio, pois a matriz de chaveamento é obtida a partir da forma Hermitiana-Toeplitz, em que se coloca todas as harmônicas, sem a necessidade da seleção prévia das harmônicas envolvidas. Para o *MICTH*, não é utilizada a matriz de chaveamento, utilizando-se um cálculo em que os parâmetros a serem analisados estão contidos em um bloco, onde são calculadas a admitância do elemento chaveado.

2.1 Revisão Bibliográfica

A Análise Tensorial de circuitos foi proposta originalmente por Kron em **1939**, através do livro *Tensor Analysis of Networks*. A edição analisada é uma republicação datada de **1965** [5]. Primeiro, Kron informa o que o levou a desenvolver esta teoria, da falta de ferramentas para os engenheiros eletricitas para análise de redes, e que o estágio de desenvolvimento das ciências correlatas, a Matemática e a Física daquela época, não conseguiam alcançar. Há um trecho em que Kron diz na página **xix** da *Introdução*, com tradução da autora desta tese, sobre a teoria clássica de redes da época:

“A restrição da teoria dos grafos a equações de malha apenas, ou somente a equações de nós, forçou os engenheiros a permanecerem numa ranhura que foi pisada um número sem conta de vezes antes, sem ser permitido escapar desta rotina”.

Kron informou também que alguns autores em vez de *tensor* passaram a tratar por *matriz*, esquecendo-se que em redes elétricas circula corrente elétrica e não *pacotes de manteiga*, ou outra mercadoria qualquer. Ou seja, conceitualmente, tensão e matriz são diferentes.

De fato, Kron amplia o conceito de matrizes de modo que estas retratem as equações de redes elétricas, não apenas para as variáveis que foram chamadas de *visíveis* (tensão e corrente), mas também as *invisíveis*, como as que vieram com as equações de Maxwell.

Entre a publicação em **1939** e a republicação, Kron escreveu “Diakoptics: The Piecewise Solution of Large Scale Systems” [6] em **1963**. Dos tensores empregados em análise de redes, houve uma generalização para a solução de circuitos de grandes dimensões através da ampliação do conceito de matriz a **n** dimensões.

No início da década de **1970**, Portela [4] propôs uma formulação um pouco distinta, explorando as propriedades encontradas nos tensores, empregados na análise de esforços dos sistemas mecânicos. É uma metodologia que se presta à análise de circuitos onde o comportamento não linear pode ser descrito por uma Matriz de Acoplamentos entre Frequências (*MAF*), em que é até possível incluir componentes dos campos eletromagnéticos. É permitido desenvolver qualquer equação de rede independente da topologia da mesma. Esta proposição é que será empregada neste trabalho, ou seja, toda menção à Análise Tensorial se refere à formulação proposta em [4]. Será visto que a Análise Tensorial é uma importante ferramenta para a aplicação em excitações não senoidais. Na Introdução de [4], há uma crítica a uma metodologia desenvolvida por Kron para “suposta” otimização para análise de redes, pois,

“A elegância das formulações correspondentes implica muitas vezes em hipóteses simplificativas cuja validade carece de verificação, fato frequentemente ignorado”.

Esta metodologia, ao ser tratada com os elementos representativos dos tensores, daqui em diante será chamada Domínio Harmônico na Formulação Trigonométrica (*DHFT*), para a análise em regime permanente de sistemas de potência. O desenvolvimento é feito com os tensores definidos na formulação trigonométrica. Para fazer a inclusão de elementos não lineares utilizando o *DHFT*, há todo um procedimento descrito em [14]. De modo análogo, as equações são resolvidas iterativamente, baseadas no método de Newton-Raphson.

Na análise de um fluxo de potência desbalanceado ou de um sistema de energia elétrica com harmônicas, não se pode utilizar uma modelagem empregando somente a sequência positiva, pois existirão as componentes em sequência positiva e zero. O fluxo de potência multifásico pode ser estabelecido através da utilização do Método de Injeção de Correntes [15, 16] e, mais tarde, ampliado, visando a inclusão de harmônicas em ambas, tensões e correntes [17, 18]¹.

Esta metodologia foi chamada Método de Injeção de Correntes Trifásico Harmônico (*MICTH*) proposto por Variz [19] em **2006**. A formulação é apartir do *empilhamento* da matriz de admitância nodal para cada componente harmônica de ordem n . As matrizes podem ser escritas tanto no domínio da variável complexa s como da frequência angular ω , de forma que para cada harmônica é calculada uma nova matriz de admitância Y_n bem como os novos vetores de tensão, a partir das injeções de corrente na mesma frequência. O elemento não linear, ou seja, a fonte de harmônicas, é descrito como uma corrente função de outras fontes e do estado do sistema em que o mesmo se encontra. O *MICTH*, então, consiste de uma generalização para o domínio harmônico do fluxo de potência em regime permanente. Variz [19], quanto à parcela não linear, ao se referir aos dispositivos *FACTS*, optou por seguir o procedimento de Lima et al [20], descrito adiante, e não o procedimento descrito em [7]. A principal desvantagem do *MICTH* é a sua limitação a sistemas trifásicos e a ausência de inclusão de redes distribuídas, tais como linhas de transmissão longas ou extra-longas.

Por outro lado, a análise de harmônicas de um sistema de potência reside na modelagem de todos os elementos da rede no Domínio Harmônico (*DH*) [21]–[22], o que pode ser considerado como uma extensão do Domínio da Frequência (*DF*). A principal diferença entre *DH* e *DF* consiste no acoplamento entre frequências que surgem no *DH* quando elementos não lineares ou dispositivos com controle de tempo são considerados. Tradicionalmente, os métodos baseados no *DH* se utilizam

¹O termo multifásico é empregado no presente trabalho para a designação de sistemas a n -fios.

dos valores em passos de iteração prévios e assim eliminam os acoplamentos de frequências na formulação. Uma aproximação mais rigorosa baseada nas equações de espaço-estado realizam os acoplamentos de frequência, como foi proposto em [26]. Mas, obter as equações de estado não é uma tarefa direta em algumas configurações de rede.

Uma metodologia para analisar a rede inteiramente no DH foi desenvolvida por Noda et al [7, 8]. Em **2004**, foi proposto um algoritmo, aqui chamado Domínio Harmônico na Formulação Complexa ($DHFC$), visando o cálculo da solução em regime permanente, periódica, para um sistema multifásico, incluindo elementos não lineares. Esta formulação é feita inteiramente no DH , baseada numa extensão das Equações Nodais Modificadas, quando estas podem ser obtidas sem se levar em conta a topologia da rede. Utiliza o equacionamento com as grandezas definidas pelos coeficientes de Fourier na forma complexa e também dá uma outra definição para a matriz de admitância nodal complexa do Reator Controlado a Tiristor, no qual foi definida uma matriz de Admitância Chaveada para os componentes periodicamente chaveados.

Embora a utilização da aritmética complexa não seja um desafio na maioria das linguagens computacionais ou para programas de propósitos gerais, tais como Fortran, C, C++, MatLab e Mathematica, é válido mostrar que uma formulação baseada em números reais é possível. De fato, o DHM pode ser visto como uma convergência através dos anos, de várias formulações distintas para a análise de sistemas multifásicos não senoidais no regime permanente. Tais equações são, como o $DHFT$ e o $DHFC$, resolvidas pelas iterações baseadas no método de Newton-Raphson. Uma comparação para a aplicação destas formulações pode ser verificada em Teles [27].

Devido à crescente inserção de dispositivos *FACTS* nos sistemas de energia e sendo eles não lineares, estes dispositivos são bastante úteis em casos de aplicações. Lima et al [20] fazem a modelagem de um bloco constituído por um Reator Controlado a Tiristor (*RCT*), para num programa de fluxo de potência harmônico modular para o regime permanente, baseado no método de Newton-Raphson. Utiliza um procedimento, chamado Método de Newton Modificado, para tratar a não linearidade e definir o modelo linearizado para uma matriz de admitância harmônica do Reator Controlado a Tiristor, nos quatro intervalos dados pelo par de tiristores, dois de condução e dois de corte.

2.2 Domínio Harmônico na Formulação Trigonométrica (*DHFT*)

O Domínio Harmônico na Formulação Trigonométrica (*DHFT*) que será discutido a seguir é baseado na Análise Tensorial, proposta em [4]. Para fazer a inclusão de elementos não lineares utilizando o *DHFT*, será seguido o procedimento descrito em [14] e corroborado em [28]. Apresenta-se a seguir um caso simples de circuito linear. Seja a corrente $\mathbf{i}(\cdot)$ e a tensão $\mathbf{v}(\cdot)$ em um elemento linear passivo, representadas por suas projeções no plano complexo, dadas por:

$$\begin{aligned} i(t) &= \Re \left[(I_{\Re} + jI_{\Im}) e^{j\omega t} \right] \\ v(t) &= \Re \left[(V_{\Re} + jV_{\Im}) e^{j\omega t} \right] \end{aligned} \quad (2.1)$$

onde os subíndices $\Re$ e $\Im$ representam real e imaginário, ou seja, as projeções no plano complexo cartesiano de uma variável complexa. Daqui em diante, serão utilizados os subíndices R e I com este mesmo propósito. Então:

$$\begin{aligned} I_R + jI_I &= (G + jB) (V_R + jV_I) \\ V_R + jV_I &= (R + jX) (I_R + jI_I) \end{aligned} \quad (2.2)$$

A expressão em (2.2) pode ser reescrita em forma matricial tanto para a corrente, utilizando a matriz de admitâncias, conforme mostra (2.3),

$$\begin{bmatrix} I_R \\ I_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G & -B \\ B & G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ V_I \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

quanto para a tensão, utilizando a matriz de impedâncias, conforme equação (2.4),

$$\begin{bmatrix} V_R \\ V_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & -X \\ X & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_R \\ I_I \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

onde $\mathbf{G}$ representa a condutância, $\mathbf{B}$, a susceptância, para a formulação de corrente, e $\mathbf{R}$, a resistência e $\mathbf{X}$, a impedância, para a formulação de tensão. Na forma matricial simplificada,

$$I = Y[\omega].V \quad (2.5)$$

e

$$V = Z[\omega].I \quad (2.6)$$

Portanto, para uma dada frequência de ordem p haverá uma tensão e uma corrente correspondentes, independente de outras frequências. Este procedimento pode ser estendido para o caso onde utiliza-se a frequência complexa

$$s = \sigma + j\omega$$

Adotando-se a notação para a corrente, tem-se:

$$\begin{bmatrix} I_{R_s} \\ I_{I_s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Re(Y[s]) & -\Im(Y[s]) \\ \Im(Y[s]) & \Re(Y[s]) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{R_s} \\ V_{I_s} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

ou em notação matricial

$$I_s = Y[s]V_s$$

Para as tensões, tem-se

$$V_s = Z[s]I_s.$$

Separando-se as partes reais e imaginárias das funções complexas, resulta em:

$$I_{Rp} + jI_{Ip} = (Y_{Rp} + jY_{Ip})(V_{Rp} + jV_{Ip})$$

$$V_{Rp} + jV_{Ip} = (Z_{Rp} + jZ_{Ip})(I_{Rp} + jI_{Ip})$$

Mas, no caso mais geral, onde não se possa aplicar as relações acima (quando se trabalha com circuitos que possuam interações entre correntes e/ou tensões de frequências diferentes, ou seja, os que possuam elementos não lineares), pode-se estabelecer uma relação tensorial, para uma frequência de ordem p , dada por:

$$\|I_p\| = \|Y_p\| \cdot \|V_p\|$$

ou, em termos matriciais,

$$\begin{bmatrix} I_{Rp} \\ I_{Ip} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{RRp} & -Y_{RIp} \\ Y_{IRp} & Y_{IIp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{Rp} \\ V_{Ip} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

onde os subíndices, para uma frequência de ordem p , nesta matriz de admitância e em outras a seguir, significam:

- RR , Real/Real,
- RI , Real/Imaginário,
- IR , Imaginário/Real e
- II , Imaginário/Imaginário.

Analogamente, para as tensões, a relação tensorial é:

$$\|V_p\| = \|Z_p\| \cdot \|I_p\|$$

ou, na representação matricial,

$$\begin{bmatrix} V_{Rp} \\ V_{Ip} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{RRp} & -Z_{RIp} \\ Z_{IRp} & Z_{IIp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{Rp} \\ I_{Ip} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Considere-se, agora, duas funções $\mathbf{f}(\cdot)$ e $\mathbf{g}(\cdot)$ de forma a representar $\mathbf{i}(\mathbf{t})$ e $\mathbf{v}(\mathbf{t})$ indistintamente, relacionadas por uma função $\mathbf{h}(\cdot)$ não linear de forma que

$$f(t) = h(g(t))$$

Aplicando-se a expansão em série de Taylor para $\mathbf{f}(\cdot)$ até o termo de primeira ordem da derivada em torno do ponto $g^{(0)}$, vem:

$$f(t, g) = f(t, g^{(0)}) + \frac{\partial f(t, g)}{\partial g} \frac{(g - g^{(0)})}{1!} + \dots \quad (2.10)$$

Para incrementos de $\mathbf{f}(\cdot)$ e de $\mathbf{g}(\cdot)$, e definindo $\mathbf{d}(\cdot)$ a derivada parcial de $\mathbf{f}(\cdot)$ em relação a $\mathbf{g}(\cdot)$, é possível escrever a seguinte relação incremental,

$$\Delta f(t, g) \simeq d(t) \Delta g(t)$$

e como estes incrementos são periódicos, também o é $\mathbf{d}(\cdot)$. Então, considerando $\mathbf{T}$ o período destes incrementos, se obtém a representação das funções temporais pela expansão em série de Fourier, aqui na forma complexa, conforme mostra a equação (2.11), para uma frequência $p\omega$ onde

$$\omega = 2\pi/T$$

vem,

$$\begin{aligned} \Delta f(t) &\simeq \sum_{p=-\infty}^{\infty} \Delta F(p\omega) e^{jp\omega t} \\ \Delta g(t) &\simeq \sum_{p=-\infty}^{\infty} \Delta G(p\omega) e^{jp\omega t} \\ d(t) &\simeq \sum_{p=-\infty}^{\infty} D(p\omega) e^{jp\omega t} \end{aligned} \quad (2.11)$$

Logo, numa representação tensorial, passando-se estas equações para a forma trigonométrica, para uma frequência de ordem $\mathbf{p}$, vem:

$$\|\Delta F_p\| = \|D_p\| \cdot \|\Delta G_p\| \quad (2.12)$$

e lembrando que os subíndices R e I representam Real e Imaginário, respectivamente, resulta,

$$\begin{aligned} \|\Delta F_p\| &= \begin{bmatrix} \Delta F_{Rp} \\ \Delta F_{Ip} \end{bmatrix} \\ \|\Delta G_p\| &= \begin{bmatrix} \Delta G_{Rp} \\ \Delta G_{Ip} \end{bmatrix} \\ \|\Delta D_p\| &= \begin{bmatrix} D_{RRp} & -D_{RIp} \\ D_{IRp} & D_{IIp} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

sendo os componentes de ΔD_p descritos em analogia à matriz admitância em (2.8) ou à matriz impedância em (2.9). Ao se comparar a notação para a admitância

$$Y = G + jB$$

como seria representada na imitância,

$$D_{RRp} = D_{IIp} = G$$

$$D_{IRp} = -D_{RIp} = B$$

mostra que se teria apenas dois graus de liberdade, em vez dos quatro obtidos com a formulação tensorial. Através desta, ao se tratar com elementos não lineares, pode-se ter variações diferentes entre duas funções num mesmo componente. O efeito é como poder encontrar diferentes quantidades de acréscimos de tensão e corrente para este determinado componente, o que não é possível quando se trabalha com elementos lineares. No final da Subseção 2.6.3, deste capítulo, isto será melhor evidenciado. Na presença de elementos não lineares, a resolução da equação (2.12) necessita uma abordagem diferenciada da convencional, pois se passa a operar com submatrizes e não somente com elementos reais. Mas, trabalhar com os tensores para a resolução de redes elétricas pode ser simplificado, utilizando-se dos *elementos representativos dos tensores*, e, assim, tal resolução será chamada Domínio Harmônico na Formulação Trigonométrica (*DHFT*). Monta-se a equação (2.12) com estes elementos e não com as submatrizes. Em vez de se utilizar a relação tensorial, emprega-se o seguinte sistema matricial:

$$[\Delta F] = [D][\Delta G] \quad (2.13)$$

em que

$$\begin{bmatrix} \Delta F_{Rp} \\ \Delta F_{Ip} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{RRp} & -D_{RIp} \\ D_{IRp} & D_{IIp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta G_{Rp} \\ \Delta G_{Ip} \end{bmatrix}$$

e considerando-se as várias frequências envolvidas, vem:

$$[\Delta F] = \begin{bmatrix} \Delta F_{R0} & \Delta F_{I0} & \Delta F_{R1} & \Delta F_{I1} & \Delta F_{R2} & \Delta F_{I2} & \cdots & \Delta F_{Rp} & \Delta F_{Ip} & \cdots \end{bmatrix}^T \quad (2.14)$$

$$[\Delta G] = \begin{bmatrix} \Delta G_{R0} & \Delta G_{I0} & \Delta G_{R1} & \Delta G_{I1} & \Delta G_{R2} & \Delta G_{I2} & \cdots & \Delta G_{Rp} & \Delta G_{Ip} & \cdots \end{bmatrix}^T \quad (2.15)$$

$$[D] = \begin{bmatrix} D_{R0R0} & D_{R0I0} & D_{R0R1} & \cdots & \cdots & D_{R0Rp} & D_{R0Ip} & \cdots \\ D_{I0R0} & D_{I0I0} & D_{I0R1} & & & \vdots & \vdots & \\ D_{R1R0} & D_{R1I0} & D_{R1R1} & & & & & \\ D_{I1R0} & & \ddots & & & & & \\ \vdots & & & & & & & \\ & \vdots & & & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ D_{RpR0} & \cdots & & & \cdots & D_{RpRp} & D_{RpIp} \\ D_{IpR0} & \cdots & & & \cdots & D_{IpRp} & D_{IpIp} \\ \vdots & & & & & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Na equação (2.13), com a linearização em torno do ponto $[f(t, g^{(0)}), g^{(0)}]$, tem-se:

$$\Delta G = G - G^{(0)}$$

que resulta,

$$\Delta F = D(G - G^{(0)}) \Rightarrow \Delta F = D.G - D.G^{(0)}$$

Porém,

$$F = F^{(0)} + \Delta F \Rightarrow F = F^{(0)} + D.G - D.G^{(0)}$$

e definindo

$$F_N = F^{(0)} - D.G^{(0)}$$

vem,

$$F = D G + F_N \quad (2.17)$$

E, assim, é possível estabelecer um processo iterativo para obtenção dos elementos da matriz $\mathbf{F}$.

2.3 Domínio Harmônico na Formulação Complexa (*DHFC*)

Para o Domínio Harmônico na Formulação Complexa (*DHFC*), a metodologia foi desenvolvida por Noda et al [7, 8]. O equacionamento é a partir do *empilhamento* da matriz de admitância nodal para cada componente harmônica de ordem $\mathbf{n}$. As matrizes podem ser escritas tanto no domínio da variável complexa $\mathbf{s}$, como da frequência ω , a exemplo do *DHFT*, de forma que para cada componente harmônica é calculada uma nova matriz Y_n bem como os novos vetores de tensão, a partir das injeções de corrente na mesma frequência. Ressalta-se que tais equações são resolvidas por um processo iterativo Newton-Raphson, também como no *DHFT*, levando-se em conta as interações harmônicas, através de uma taxa de convergência quadrática. Há uma similaridade destas equações com as do caso anterior: também são derivadas do desenvolvimento em série de Fourier para as funções $\mathbf{f}(\cdot)$ e $\mathbf{g}(\cdot)$ (lembrando que estas podem representar indistintamente a corrente ou a tensão no circuito), só que se emprega a forma complexa da série, ao invés da decomposição em partes real e imaginária para as funções. A fim de clarear o entendimento do *DHFC*, vai-se partir de uma função $\mathbf{g}(\cdot)$, periódica de período $\mathbf{T}$, desenvolvida em série de Fourier na forma complexa.

$$g(t) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} g_p e^{jp\omega t}$$

Defini-se $\mathbf{f}(\cdot)$ como a derivada de $\mathbf{g}(\cdot)$ em relação ao tempo,

$$f(t) = \frac{dg(t)}{dt} = \sum_{p=-\infty}^{\infty} jp\omega g_p e^{jp\omega t} \quad (2.18)$$

e S_d como o operador derivativo, que consiste da matriz diagonal,

$$S_d = \text{diag}[jp\omega]$$

onde $\mathbf{p}$ varia de $-k$ até k . Observa-se que S_d pode ser singular, ao incluir **zero**. Truncando as harmônicas até os k -ésimos termos, tanto positivos quanto negativos, encontra-se a seguinte expressão:

$$F = S_d.G$$

Então, ao se trabalhar com as funções relacionadas de forma não linear, tem-se que proceder à análise incremental. Para isto, pode-se reescrever a equação (2.13), porém na formatação complexa. Verifica-se que a matriz $\mathbf{D}$ estará na forma Hermitiana Toeplitz. Seus componentes (em série de Fourier) D_k são truncados até a componente harmônica de ordem $\pm k$, onde

$$D_k^* = D_{-k}$$

Daí, resulta:

$$[\Delta F] = \begin{bmatrix} \Delta F_{-k} & \cdots & \Delta F_{-2} & \Delta F_{-1} & \Delta F_0 & \Delta F_1 & \Delta F_2 & \cdots & \Delta F_k \end{bmatrix}^T \quad (2.19)$$

$$[\Delta G] = \begin{bmatrix} \Delta G_{-k} & \cdots & \Delta G_{-2} & \Delta G_{-1} & \Delta G_0 & \Delta G_1 & \Delta G_2 & \cdots & \Delta G_k \end{bmatrix}^T \quad (2.20)$$

$$[D] = \begin{bmatrix} D_0 & D_1^* & D_2^* & \cdots & & & & & \\ D_1 & D_0 & & \ddots & \ddots & \ddots & & & \\ \vdots & & \ddots & D_1^* & D_2^* & & & & \\ & & \ddots & D_0 & D_1^* & D_2^* & & & \\ & & \ddots & D_1 & D_0 & D_1^* & D_2^* & \ddots & \\ & & & D_2 & D_1 & D_0 & D_1^* & \ddots & \\ & & & & D_2 & D_1 & D_0 & \ddots & \vdots \\ & & & & & D_2 & D_1 & \ddots & D_2^* \\ & & & & & & \ddots & D_0 & D_1^* \\ & & & & & & \cdots & D_2 & D_1 & D_0 \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Por exemplo, para $k = 3$, a equação (2.21) fica da seguinte forma:

$$[D] = \begin{bmatrix} D_0 & D_1^* & D_2^* & D_3^* & & & \\ D_1 & D_0 & D_1^* & D_2^* & D_3^* & & \\ D_2 & D_1 & D_0 & D_1^* & D_2^* & D_3^* & \\ D_3 & D_2 & D_1 & D_0 & D_1^* & D_2^* & D_3^* \\ & D_3 & D_2 & D_1 & D_0 & D_1^* & D_2^* \\ & & D_3 & D_2 & D_1 & D_0 & D_1^* \\ & & & D_3 & D_2 & D_1 & D_0 \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

De maneira análoga ao feito com a equação (2.17), também se pode estabelecer um processo iterativo, no caso, Newton-Raphson, para obtenção dos elementos da matriz $\mathbf{F}$, só que na formatação para o *DHFC*.

2.4 Método de Injeção de Correntes Trifásico Harmônico (*MICTH*)

A formulação do Método de Injeção de Correntes Trifásico Harmônico (*MICTH*) é proposta em Variz [19]. Deve aqui ser ressaltado que estes sistemas podem ser entendidos como uma aproximação linear por partes da solução completa do circuito não linear. Portanto, é necessário resolver um sistema do tipo

$$\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}$$

onde $\mathbf{B}$ é um vetor composto das variáveis conhecidas, $\mathbf{X}$ é o vetor de variáveis a ser calculado e $\mathbf{A}$ é uma matriz retangular não singular. Nos sistemas encontrados na área de energia elétrica, mesmo no caso de apenas uma frequência, há uma grande esparsidade em $\mathbf{A}$ dificultando sua inversão.

O *MICTH* foi desenvolvido para ser uma generalização para o domínio harmônico do fluxo de potência em regime permanente, de modo a se obter uma solução iterativa para o sistema. Será visto que, devido à utilização da expansão em série de Fourier na forma trigonométrica, esta abordagem tem mais a ver com o *DHFT* do que com o *DHFC*.

Rebatizando as variáveis do sistema para as utilizadas no fluxo de potência, o *MICTH* vai buscar a solução de

$$I_p = Y[p]V_p$$

através do cálculo do fluxo de potência harmônico trifásico, visto sob a ótica das equações de injeção de corrente. O sistema matricial global $\mathbf{D}$ será formado por

submatrizes para cada frequência de índice $\mathbf{p}$, visando permitir que se apresente as interações entre as componentes harmônicas. Daí, de acordo com Variz [19],

$$[\Delta I^{abc}]_p = D \cdot [\Delta V^{abc}]_p \quad (2.23)$$

em que

$$[\Delta I^{abc}]_p = \begin{bmatrix} [\Delta I^{abc}]_0 & [\Delta I^{abc}]_1 & [\Delta I^{abc}]_2 & \dots & [\Delta I^{abc}]_p \end{bmatrix}^T \quad (2.24)$$

$$[\Delta V^{abc}]_p = \begin{bmatrix} [\Delta V^{abc}]_0 & [\Delta V^{abc}]_1 & [\Delta V^{abc}]_2 & \dots & [\Delta V^{abc}]_p \end{bmatrix}^T \quad (2.25)$$

$$D = \begin{bmatrix} [J^{abc}]_{00} & [J^{abc}]_{01} & [J^{abc}]_{02} & \dots & [J^{abc}]_{0k} \\ [J^{abc}]_{10} & [J^{abc}]_{11} & [J^{abc}]_{12} & \dots & [J^{abc}]_{1k} \\ [J^{abc}]_{20} & [J^{abc}]_{21} & [J^{abc}]_{22} & \dots & [J^{abc}]_{2k} \\ \vdots & \vdots & \dots & \ddots & \vdots \\ [J^{abc}]_{p0} & [J^{abc}]_{p1} & [J^{abc}]_{p2} & \dots & [J^{abc}]_{pp} \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

onde:

$[\Delta I^{abc}]_p$: vetor trifásico composto pelos resíduos das correntes nodais na frequência de ordem $\mathbf{p}$;

$[\Delta V^{abc}]_p$: vetor trifásico composto pelos incrementos de tensões nodais na frequência de ordem $\mathbf{p}$;

$[J^{abc}]_{pp}$: matriz Jacobiana trifásica para a frequência de ordem $\mathbf{p}$;

$[J^{abc}]_{pm}$: matriz Jacobiana trifásica apresentando os acoplamentos entre as componentes harmônicas de ordem $\mathbf{p}$ e $\mathbf{m}$.

Mas, como os elementos da matriz Jacobiana são obtidos fazendo-se a derivada primeira da corrente ($\mathbf{I}$) em relação à tensão ($\mathbf{V}$), e transformando estas variáveis na genéricas $\mathbf{F}$ e $\mathbf{G}$ apresentadas para o *DHFT*, recai-se na equação (2.13), e seus consequentes desdobramentos para o processo de cálculo iterativo, utilizando o Método de Newton-Raphson. Ou seja, o *MICHTH* é um caso particular do *DHFT*, baseado nas equações nodais, para um sistema trifásico.

2.5 Exemplo #1: Reator Saturado

Afim de exemplificar o emprego das técnicas do *DHFT* e *DHFC*, vai-se aplicá-las em um circuito indutivo série, composto por uma resistência $\mathbf{R}$ e uma Indutância $\mathbf{L}$, alimentado por uma fonte de tensão $v_a(t)$ senoidal, com corrente $i(t)$, como apre-

sentado na Figura 2.1.

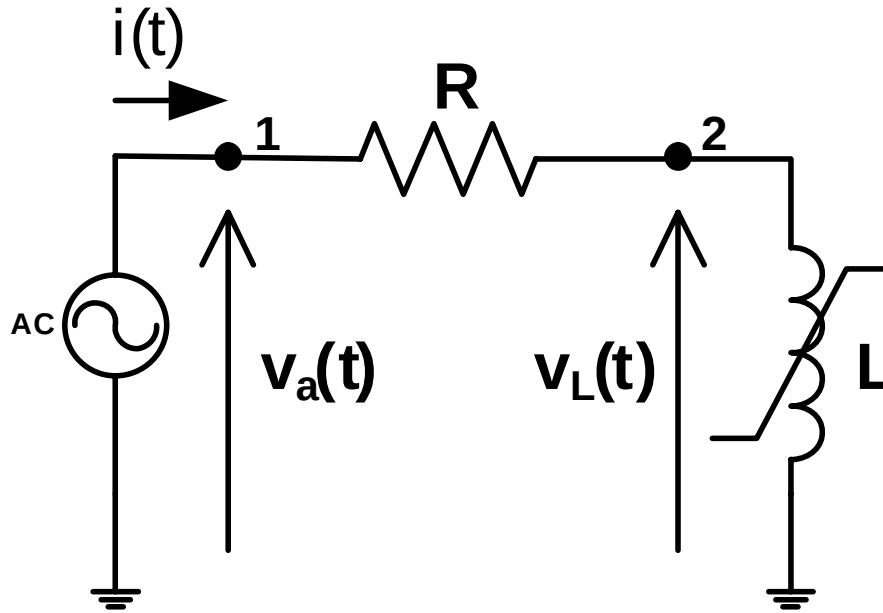


Figura 2.1: Circuito Exemplo

2.5.1 Operação Linear *DHFT*

Supondo que a fonte de tensão tenha uma resistência interna $\mathbf{r}$, haverá a transformação desta numa fonte de corrente $v_a(t)/r$ em paralelo com o resistor $\mathbf{r}$. O objetivo é encontrar $v_L(t)$, a tensão sobre o indutor. Trabalhando na região linear, pode-se realizar o cálculo para cada ordem de frequência e então expor os resultados, utilizando as transformadas de Fourier ou de Laplace (com amortecimento nulo), pois não ocorrem interações harmônicas. Então, procedendo-se o cálculo até a ordem harmônica $\mathbf{k}$, vem,

$$v_L(t) = \sum_{p=0}^k [V_{2Rp} \cos(p\omega t) - V_{2Ip} \sin(p\omega t)] \quad (2.27)$$

A tensão $v_L(t)$ num indutor é dada por:

$$v_L(t) = \lambda(t) \frac{di}{dt} \quad (2.28)$$

Por $\lambda(\cdot)$ foi definida a derivada do fluxo magnético em relação à corrente. No caso linear,

$$\lambda(t) = L$$

A tensão v_L é a tensão cujos componentes são V_{2R} e V_{2I} e para a frequência

fundamental resulta:

$$\begin{bmatrix} \frac{V_{aR}}{r} \\ \frac{-V_{aI}}{r} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\frac{1}{r} + \frac{1}{R}) & 0 & (-\frac{1}{R}) & 0 \\ 0 & (\frac{1}{r} + \frac{1}{R}) & 0 & (-\frac{1}{R}) \\ (-\frac{1}{R}) & 0 & (\frac{1}{R}) & (-\frac{1}{\omega L}) \\ 0 & (-\frac{1}{R}) & (\frac{1}{\omega L}) & (\frac{1}{R}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{1R} \\ -V_{1I} \\ V_{2R} \\ -V_{2I} \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

se forem envolvidas mais ordens de frequência, a solução pode ser encontrada resolvendo o circuito para cada ordem isoladamente, e então, compor o resultado final.

2.5.2 Operação Linear *DHFC*

Procedendo-se o cálculo para a tensão sobre o indutor até a ordem harmônica $\mathbf{k}$, vem,

$$v_L(t) = \sum_{p=1}^k \left(\frac{V_{2p}^*}{2} \right) e^{jp\omega t} + V_{20} + \sum_{p=-k}^k \left(\frac{V_{2p}}{2} \right) e^{jp\omega t} \quad (2.30)$$

onde

$$\frac{V_{2p}}{2} = \frac{V_{2Rp} + jV_{2Ip}}{2}$$

$$\frac{V_{2p}^*}{2} = \frac{V_{2Rp} - jV_{2Ip}}{2}$$

e o símbolo $*$ significa o complexo conjugado.

É estabelecida a equação (2.31) para a frequência fundamental.

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} \frac{V_a^*}{r} \\ \frac{1}{2} \frac{V_a}{r} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\frac{1}{r} + \frac{1}{R}) & 0 & (-\frac{1}{R}) & 0 \\ 0 & (\frac{1}{r} + \frac{1}{R}) & 0 & (-\frac{1}{R}) \\ 0 & (-\frac{1}{R}) & 0 & (\frac{1}{R} - j\frac{1}{\omega L}) \\ (-\frac{1}{R}) & 0 & (\frac{1}{R} + j\frac{1}{\omega L}) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} V_1^* \\ \frac{1}{2} V_1 \\ \frac{1}{2} V_2^* \\ \frac{1}{2} V_2 \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

do mesmo modo, se forem envolvidas mais ordens de frequência, a solução pode ser encontrada resolvendo o circuito para cada ordem isoladamente, e então, compor o resultado final.

2.5.3 Operação Não Linear *DHFT*

A análise incremental se dará no caso do circuito trabalhar com o reator na região de saturação. Procedendo-se à linearização da equação (2.28) para pequenos incrementos no tempo, resulta:

$$\Delta v_L(t) = \lambda(t) \frac{d\Delta i}{dt} \quad (2.32)$$

ou, na formulação de corrente, ao se estabelecer uma função auxiliar $\mathbf{d}(\cdot)$, função de $\lambda(t)$ e da frequência ω , vem,

$$\Delta i(t) = d(t) \cdot \Delta v_L \quad (2.33)$$

no plano complexo, resulta em:

$$\Delta I = D \Delta V_L$$

onde ΔI e ΔV_L são compostas pelos valores incrementais de I e V_L , para as ordens de frequência desejadas. A matriz D , aqui chamada matriz de *Imitâncias* ou matriz *Jacobiana*, estará na FT e contemplará os elementos mútuos entre as diferentes ordens de frequência, associados ao componente não linear do exemplo. Estes cálculos não podem ser realizados de maneira isolada, pois implica em acoplamento entre as diferentes ordens de frequências. Então, até a frequência $\mathbf{k}$, vem,

$$\begin{bmatrix} \Delta I_{R0} \\ \Delta I_{I0} \\ \vdots \\ \Delta I_{Rk} \\ \Delta I_{Ik} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{R0R0} & Y_{R0I0} & \cdots & Y_{R0Ik} \\ Y_{R0I0} & & \cdots & \\ & & \vdots & \\ & & \cdots & \\ Y_{IkR0} & & \cdots & Y_{IkIk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_{LR0} \\ \Delta V_{LI0} \\ \vdots \\ \Delta V_{LRk} \\ \Delta V_{LIk} \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

E assim se obtém D_{FT} , truncada até a k -ésima harmônica. Recalculam-se os elementos desta matriz a cada iteração até que os valores dos incrementos de ΔV_L não sejam significativos, quando comparados aos valores de V_L .

2.5.4 Operação Não Linear *DHFC*

Quando o reator estiver na região saturada, para a análise incremental, a matriz de admitância terá que se obtida a partir da Matriz Hermitiana Toeplitz, descrita na equação (2.21). Então,

$$\Delta I = D_{FC} \cdot \Delta V$$

onde D_{FC} é a matriz de admitâncias na forma de matriz Hermitiana Toeplitz, até a pulsação k , que resulta,

$$\begin{bmatrix} \Delta I_{-k} \\ \vdots \\ \Delta I_{-1} \\ \Delta I_0 \\ \Delta I_1 \\ \vdots \\ \Delta I_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_0 & Y_1^* & \cdots & Y_k^* \\ Y_1 & \ddots & \ddots & \\ \vdots & & Y_0 & Y_1^* & \cdots & Y_k^* \\ Y_k & & Y_1 & Y_0 & Y_1^* & \cdots & Y_k^* \\ & & & Y_1 & Y_0 & Y_1^* & \vdots \\ & & & & \ddots & \ddots & Y_1^* \\ & & & & & Y_k & \vdots & Y_1 & Y_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_{-k} \\ \vdots \\ \Delta V_{-1} \\ \Delta V_0 \\ \Delta V_1 \\ \vdots \\ \Delta V_k \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

Os elementos desta matriz são recalculados a cada iteração e, conseqüentemente, a matriz D_{FC} , até que os valores dos incrementos de ΔV_L não sejam significativos, quando comparados aos valores de V_L .

2.6 Aplicação #1: Reator Controlado a Tiristor - *RCT*

O Reator Controlado a Tiristor - *RCT* é utilizado para fazer o controle da tensão em sistemas de energia elétrica, em função do disparo do par de tiristores para cada fase, pois através dele se pode variar a indutância equivalente entre **0** e o valor da indutância do indutor. É utilizado para compensação em derivação de linhas de transmissão. O circuito básico de um *RCT* é mostrado na Figura 2.2.

Os tiristores do *RCT* são disparados em um ângulo α , e o instante em que termina de conduzir depende da passagem por zero pelo dispositivo da corrente; o ângulo associado a este término da condução ou ângulo de corte, é chamado β . Os tiristores conduzem, então, por um período igual ao ângulo γ , calculado por:

$$\gamma = \beta - \alpha$$

sendo β calculado para quando a equação que descreve a corrente no *RCT* atingir o valor **zero**.

Afim de tipificar os tempos de condução e bloqueio dos tiristores, define-se a função de chaveamento. Esta é igual à **unidade** quando o tiristor está conduzindo e igual a **zero** quando ele estiver bloqueado. Além da dependência do tempo, a função de chaveamento também pode ser expressa em função do ângulo de disparo α , do ângulo do sinal de referência ϕ e do período de condução γ . O ângulo de referência é a diferença entre o ângulo da tensão aplicada e a referência síncrona, dada pela função seno. Para o regime permanente, ϕ pode ser considerado constante. Então, se o sinal

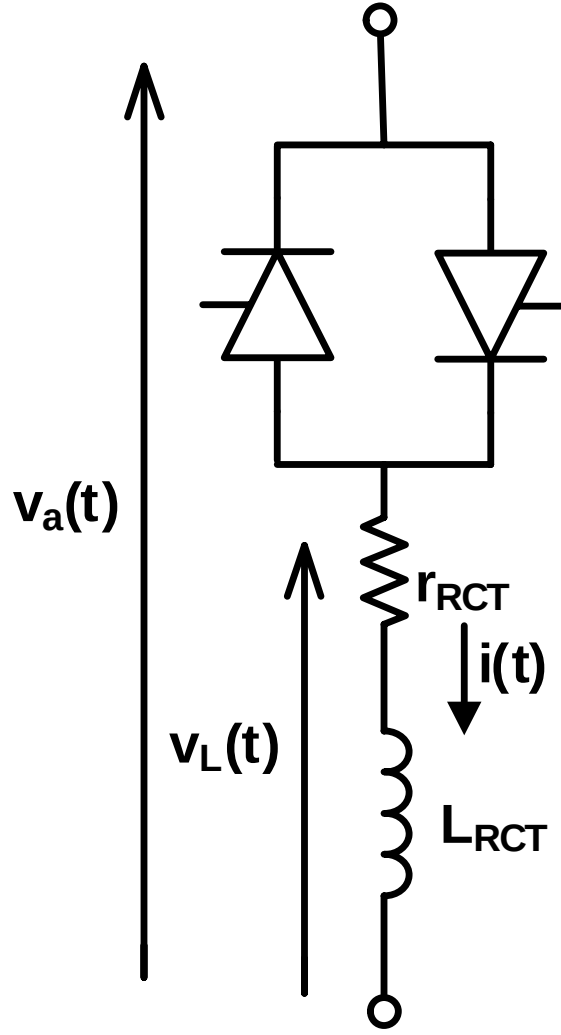


Figura 2.2: Circuito Básico de um Reator Controlado a Tiristor

de referência na frequência fundamental for perfeitamente senoidal, ϕ será 0 rad e se for perfeitamente cossenoidal, ϕ será $\pi/2$ rad, e poderá ser considerado qualquer valor entre estes. Para o regime permanente, α também pode ser considerado como sinal de entrada constante. Então, a tensão $v_L(t)$ é o produto da função de chaveamento chamada $\mathbf{P}$ pela tensão aplicada ao RCT , $v_a(t)$. Ou seja,

$$v_L = P(\alpha, \phi, \gamma, t) \cdot v_a = r_{RCT} \cdot i + L_{RCT} \cdot \left(\frac{di}{dt} \right) \quad (2.36)$$

2.6.1 DHFT para o RCT

Vê-se na Figura 2.2 a tensão v_L , que é a tensão efetiva sobre o RCT . A equação que a representa em série de Fourier é:

$$v_L(t) = \sum_{n=0}^{\infty} (V_{LRn} \cos(n\omega t) - V_{LIn} \sin(n\omega t))$$

O procedimento a seguir está baseado em [28] e em [14]. Para que se possa obter o valor da corrente $\mathbf{i}(\mathbf{t})$ no RCT iterativamente, utilizando-se o método de Newton-Raphson, linearizou-se a equação (2.36):

$$r_{RCT}\Delta i + L_{RCT}\frac{d\Delta i}{dt} - P\Delta v_a - \left(\frac{\partial P}{\partial \phi}\Delta\phi + \frac{\partial P}{\partial \gamma}\Delta\gamma\right)v_a = Pv_a - r_{RCT}i - L_{RCT}\frac{di}{dt} \quad (2.37)$$

Observa-se que cada variável precedida por Δ significa um pequeno desvio desta variável em torno de um ponto de operação e que também pode ser considerado ser periódico e em regime permanente, e assim ser expandido em série de Fourier. Expressando as variáveis e os desvios em séries de Fourier, vem:

$$i = \sum_{n=0}^{\infty} (I_{Rn} \cos(n\omega t) - I_{In} \sin(n\omega t))$$

$$\Delta v_a = \sum_{n=0}^{\infty} (\Delta V_{aRn} \cos(n\omega t) - \Delta V_{aIn} \sin(n\omega t))$$

$$\Delta i = \sum_{n=0}^{\infty} (\Delta I_{Rn} \cos(n\omega t) - \Delta I_{In} \sin(n\omega t))$$

A função de chaveamento e suas derivadas parciais também podem ser expandidas:

$$P = \sum_{n=0}^{\infty} (P_{Rn} \cos(n\omega t) - P_{In} \sin(n\omega t))$$

$$\frac{\partial P}{\partial \phi} = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\partial P_{Rn}}{\partial \phi} \cos(n\omega t) - \frac{\partial P_{In}}{\partial \phi} \sin(n\omega t) \right)$$

$$\frac{\partial P}{\partial \gamma} = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\partial P_{Rn}}{\partial \gamma} \cos(n\omega t) - \frac{\partial P_{In}}{\partial \gamma} \sin(n\omega t) \right)$$

Observa-se na Figura 2.3, onde estão representadas a tensão e a corrente típicas no RCT e a função de chaveamento, que a função de chaveamento $\mathbf{P}$ apresenta simetria par quando sofre translação de um ângulo ξ , dado por:

$$\xi = \alpha - \phi + \gamma/2$$

Para a construção desta figura, sem o efeito Gibbs, que é uma distorção causada devida ao truncamento, foi utilizado filtro de Lanczos [29].

Portanto,

$$P = P_0 + \sum_{n=1}^{\infty} P_n \cos(n(\omega t - \xi))$$

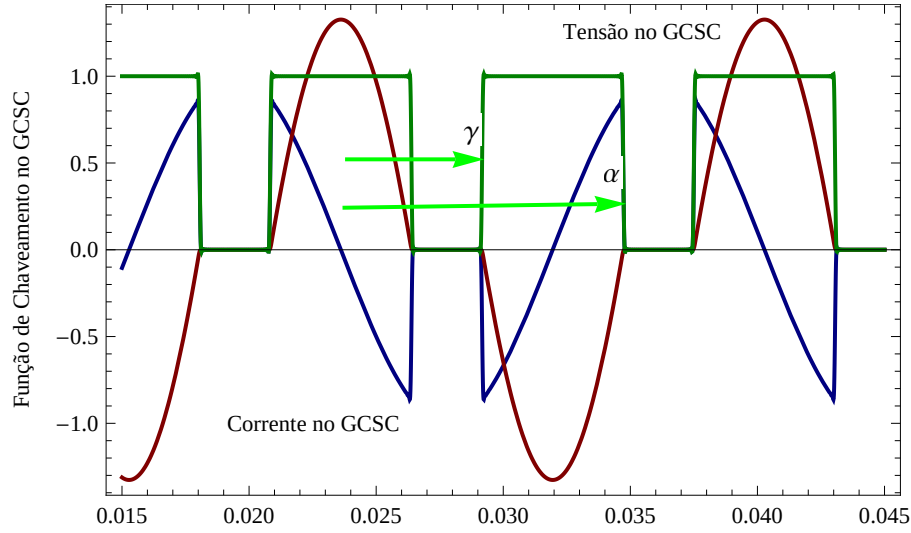


Figura 2.3: Tensão, Corrente e Função de Chaveamento no *RCT*

$$P_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\gamma/2}^{\gamma/2} d(\omega t) = \frac{\gamma}{\pi}$$

$$P_n = \frac{2}{\pi} \int_{-\gamma/2}^{\gamma/2} \cos(n\omega t) \cdot d(\omega t) = \frac{4 \sin(n\gamma/2)}{n\pi}$$

Então, a função de chaveamento é:

$$P(\alpha, \phi, \gamma, t) = \frac{\gamma}{\pi} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4 \sin(n\gamma/2)}{n\pi} \cos(n(\omega t - \xi)) \quad (2.38)$$

Após manipulações matemáticas utilizando relações trigonométricas adequadas, encontra-se P_0 e P_n , os coeficientes de Fourier de $\mathbf{P}$,

$$P_0 = \frac{\gamma}{\pi}$$

$$P_n = \frac{4 \sin(n\gamma/2)}{n\pi}$$

$$P_{Rn} = \frac{4 \sin(n\gamma/2)}{n\pi} \cos(n\xi) \implies P_{Rn} = \frac{4}{n\pi} \sin\left(n\frac{\gamma}{2}\right) \cos\left(n\left(\alpha - \phi + \frac{\gamma}{2}\right)\right)$$

$$P_{In} = -\frac{4 \sin(n\gamma/2)}{n\pi} \sin(n\xi) \implies P_{In} = -\frac{4}{n\pi} \sin\left(n\frac{\gamma}{2}\right) \sin\left(n\left(\alpha - \phi + \frac{\gamma}{2}\right)\right) \quad (2.39)$$

2.6.2 Aproximações Lineares para o *RCT*

Na equação linearizada (2.37), define-se:

$$xr = P\Delta v_a$$

$$yr = \frac{\partial P}{\partial \phi} v_a$$

$$wr = \frac{\partial P}{\partial \gamma} v_a$$

$$zr = P v_a$$

e ao se fazer as devidas substituições, vem:

$$\begin{aligned}
xr &= xr_1 xr_2 \\
xr_1 &= \sum_{n=0}^{\infty} (P_{Rn} \cos(n\omega t) - P_{In} \sin(n\omega t)) \\
xr_2 &= \sum_{n=0}^{\infty} (\Delta V_{aRn} \cos(n\omega t) - \Delta V_{aIn} \sin(n\omega t)) \\
yr &= yr_1 yr_2 \\
yr_1 &= \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\partial P_{Rn}}{\partial \phi} \cos(n\omega t) - \frac{\partial P_{In}}{\partial \phi} \sin(n\omega t) \right) \\
yr_2 &= \sum_{n=0}^{\infty} (V_{aRn} \cos(n\omega t) - V_{aIn} \sin(n\omega t)) \\
wr &= wr_1 wr_2 \\
wr_1 &= \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\partial P_{Rn}}{\partial \gamma} \cos(n\omega t) - \frac{\partial P_{In}}{\partial \gamma} \sin(n\omega t) \right) \\
wr_2 &= \sum_{n=0}^{\infty} (V_{aRn} \cos(n\omega t) - V_{aIn} \sin(n\omega t)) \\
zr &= zr_1 zr_2 \\
zr_1 &= \sum_{n=0}^{\infty} (P_{Rn} \cos(n\omega t) - P_{In} \sin(n\omega t)) \\
zr_2 &= \sum_{n=0}^{\infty} (V_{aRn} \cos(n\omega t) - V_{aIn} \sin(n\omega t))
\end{aligned} \tag{2.40}$$

Então, obtém-se para $\mathbf{xr}$:

$$\begin{aligned}
xr = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} & (P_{Rl} \Delta V_{aRm} \cos(l\omega t) \cos(m\omega t) - P_{Il} \Delta V_{aRm} \sin(l\omega t) \cos(m\omega t) \\
& - P_{Rl} \Delta V_{aIm} \cos(l\omega t) \sin(m\omega t) + P_{Il} \Delta V_{aIm} \sin(l\omega t) \sin(m\omega t))
\end{aligned} \quad (2.41)$$

Vê-se que xr , que representa $P\Delta v_a$, e da mesma forma os demais por analogia, são produtos de termos em seno e cosseno, e, empregando-se relações trigonométricas adequadas, pode-se transformar estes produtos em somas de senos e cossenos.

Então, utilizando-se das relações trigonométricas:

$$\begin{aligned}
\cos(l\omega t) \cdot \cos(m\omega t) &= \frac{1}{2} (\cos((l-m)\omega t) + \cos((l+m)\omega t)) \\
\sin(l\omega t) \cdot \sin(m\omega t) &= \frac{1}{2} (\cos((l-m)\omega t) - \cos((l+m)\omega t)) \\
\sin(l\omega t) \cdot \cos(m\omega t) &= \frac{1}{2} (\sin((l-m)\omega t) + \sin((l+m)\omega t)) \\
\cos(l\omega t) \cdot \sin(m\omega t) &= \frac{1}{2} (-\sin((l-m)\omega t) + \sin((l+m)\omega t))
\end{aligned} \quad (2.42)$$

e reescrevendo xr em função destas relações, vem:

$$\begin{aligned}
xr = \sum_{m=0}^{\infty} (\Delta V_{aRm} \sum_{l=0}^{\infty} & (\frac{1}{2} P_{Rl} (\cos((l-m)\omega t) + \cos((l+m)\omega t)) \\
& - \frac{1}{2} P_{Il} (\sin((l-m)\omega t) + \sin((l+m)\omega t))) \\
& + \Delta V_{aIm} \sum_{l=0}^{\infty} (-\frac{1}{2} P_{Rl} (-\sin((l-m)\omega t) + \sin((l+m)\omega t)) \\
& + \frac{1}{2} P_{Il} (\cos((l-m)\omega t) - \cos((l+m)\omega t))))
\end{aligned} \quad (2.43)$$

Para obtenção dos termos de frequência $n\omega t$, deve-se encontrar as combinações de $\mathbf{l}$ e de $\mathbf{m}$ que produzam $n\omega t$ ou $-n\omega t$. Fazendo-se $\mathbf{l}$ ser função de $\mathbf{m}$ e de $\mathbf{n}$, a fim de se terminar com o somatório em $\mathbf{l}$, pode-se escrever:

Para $l - m \geq 0$,

$$l - m = n \implies l = n + m \implies l \geq 0 \implies n + m \geq 0 \implies m \geq -n$$

Como

$$n \geq 0 \implies m \geq 0$$

resulta,

$$\begin{aligned}\sin((l - m)\omega t) &= \sin(n\omega t) \\ \cos((l - m)\omega t) &= \cos(n\omega t)\end{aligned}\tag{2.44}$$

Para $l - m < 0$,

$$l - m = -n \implies l = -n + m \implies l \geq 0 \implies -n + m \geq 0 \implies m \geq n$$

resulta,

$$\begin{aligned}\sin((l - m)\omega t) &= \sin(-n\omega t) = -\sin(n\omega t) \\ \cos((l - m)\omega t) &= \cos(-n\omega t) = \cos(n\omega t)\end{aligned}\tag{2.45}$$

Para $l + m = n$,

$$l = n - m \implies l \geq 0 \implies n - m \geq 0 \implies m \leq n$$

resulta,

$$\begin{aligned}\sin((l + m)\omega t) &= \sin(n\omega t) \\ \cos((l + m)\omega t) &= \cos(n\omega t)\end{aligned}\tag{2.46}$$

Fazendo-se as devidas substituições, e colocando xr em série de Fourier, chega-se a:

$$xr = \sum_{n=0}^{\infty} (xr_{\text{Rn}} \cos(n\omega t) - xr_{\text{In}} \sin(n\omega t))$$

Consegue-se seus coeficientes reais e imaginários, a partir da equação (2.41) ao se utilizar as relações trigonométricas adequadas, a fim de se encontrar somas de senos e cossenos, que são lineares.

$$\begin{aligned}xr_{\text{Rn}} &= \frac{1}{2} \sum_{m=0}^{\infty} (\Delta V_{\text{aRm}} P_{R(n+m)} + \Delta V_{\text{aIm}} P_{I(n+m)}) + \frac{1}{2} \sum_{m=n}^{\infty} (\Delta V_{\text{aRm}} P_{R(m-n)} \\ &\quad + \Delta V_{\text{aIm}} P_{I(m-n)}) + \frac{1}{2} \sum_{m=0}^n (\Delta V_{\text{aRm}} P_{R(n-m)} - \Delta V_{\text{aIm}} P_{I(n-m)})\end{aligned}\tag{2.47}$$

$$\begin{aligned}
xr_{In} = & \frac{1}{2} \sum_{m=0}^{\infty} (\Delta V_{aRm} P_{I(n+m)} - \Delta V_{aIm} P_{R(n+m)}) + \frac{1}{2} \sum_{m=n}^{\infty} (-\Delta V_{aRm} P_{I(m-n)} \\
& + \Delta V_{aIm} P_{R(m-n)}) + \frac{1}{2} \sum_{m=0}^n (\Delta V_{aRm} P_{I(n-m)} + \Delta V_{aIm} P_{R(n-m)})
\end{aligned} \tag{2.48}$$

Para $\mathbf{n=0}$, resulta:

$$\begin{aligned}
xr_{R0} &= \Delta V_{aR0} P_{R0} + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{\infty} (\Delta V_{aRm} P_{Rm} + \Delta V_{aIm} S_{Im}) \\
xr_{I0} &= 0
\end{aligned} \tag{2.49}$$

De maneira análoga, obtém-se resultados semelhantes para $\mathbf{yr}$, $\mathbf{wr}$ e $\mathbf{zr}$ fazendo-se as devidas substituição de variáveis.

Da equação (2.37), com as variáveis em série de Fourier, de modo que se possa identificar as partes real e imaginária, ou seja, separando-se os termos em cosseno e seno, vem:

$$v_{LRn} = r_{RCT} \cdot \Delta I_{Rn} - n\omega L_{RCT} \cdot \Delta I_{In} - xr_{Rn} - yr_{Rn} \Delta \phi - wr_{Rn} \Delta \gamma \tag{2.50}$$

$$v_{LI n} = r_{RCT} \cdot \Delta I_{In} + n\omega L_{RCT} \cdot \Delta I_{Rn} - xr_{In} - yr_{In} \Delta \phi - wr_{In} \Delta \gamma \tag{2.51}$$

Estas equações serão calculadas até ordem $n_{max} = k$ das harmônicas e farão parte da montagem do sistema de equações lineares. Como há termos de ordem $(n + m)$, deve-se calcular até $2k$, para quando $n = m = k$.

2.6.3 Montagem do Sistema de Equações para o RCT

Para a correta representação do funcionamento dos tiristores, são necessárias duas equações adicionais, referentes aos ângulos de disparo e de condução. A primeira determinará o início do período de condução, através da passagem por **zero** de um determinado sinal de referência. Após estas manipulações matemáticas, parte-se para a montagem do sistema de equações. Supondo o chaveamento simétrico das chaves em um período de frequência da fundamental, as variáveis do sistema

possuirão apenas as componentes ímpares, que são dadas a seguir para $m > n$,

$$\begin{aligned}
a_{nm}^{(1,1)} &= \frac{1}{2} (P_{R(n+m)} + P_{R(m-n)}) \\
a_{nm}^{(1,2)} &= \frac{1}{2} (P_{I(n+m)} + P_{I(m-n)}) \\
a_{nm}^{(2,1)} &= \frac{1}{2} (P_{I(n+m)} - P_{I(m-n)}) \\
a_{nm}^{(2,2)} &= \frac{1}{2} (-P_{R(n+m)} + P_{R(m-n)})
\end{aligned} \tag{2.52}$$

e para $m < n$,

$$\begin{aligned}
a_{nm}^{(1,1)} &= \frac{1}{2} (P_{R(n+m)} + P_{R(m-n)}) \\
a_{nm}^{(1,2)} &= \frac{1}{2} (P_{I(n+m)} - P_{I(m-n)}) \\
a_{nm}^{(2,1)} &= \frac{1}{2} (P_{I(n+m)} + P_{I(m-n)}) \\
a_{nm}^{(2,2)} &= \frac{1}{2} (-P_{R(n+m)} + P_{R(m-n)})
\end{aligned} \tag{2.53}$$

Para $m = n$,

$$\begin{aligned}
a_{nm}^{(1,1)} &= \frac{1}{2} (P_{R(2n)} + 2P_{R(0)}) \\
a_{nm}^{(1,2)} &= \frac{1}{2} (P_{I(2n)}) \\
a_{nm}^{(2,1)} &= \frac{1}{2} (P_{I(2n)}) \\
a_{nm}^{(2,2)} &= \frac{1}{2} (-P_{R(2n)} + 2P_{R(0)})
\end{aligned} \tag{2.54}$$

Para cada tensor descrito acima, que representa parte das interações do elemento não linear, os valores calculados para os elementos de ordem $(1, 1)$ são diferentes dos calculados para os de ordem $(2, 2)$, como também os de ordem $(1, 2)$ não são o oposto dos de ordem $(2, 1)$. Estas relações diferenciadas não poderiam ser obtidas somente com a formulação complexa.

Portanto, de modo sucinto, chamando a matriz de Imatâncias de Matriz Jacobi-

O que leva a:

$$Y\Delta V = I - YV^{(0)}$$

2.7 DHFC para o RCT

Agora será feita a modelagem do *RCT* utilizando o *DHFC*. Antes de se partir efetivamente para o cálculo da matriz de imitâncias, pois pode conter tanto elementos com a dimensão de admitâncias quanto de impedâncias, vai-se ressaltar a formatação que será utilizada. De acordo com Noda [8], encontra-se a equação (2.57) para a corrente no *RCT*, desprezando-se a resistência do resistor, onde $P(t)$ a função de chaveamento.

$$i(t) = P(t) \frac{1}{L_{RCT}} \int P(t) v_a(t) dt \quad (2.57)$$

Ao se empregar a equação (2.36), P_{FC} , como a matriz de chaveamento para o *DHFC*, na forma Hermitiana Toeplitz, vem:

$$V_L = P_{FC} \cdot V_a \quad (2.58)$$

Os coeficientes de P_{FC} correspondem aos de Fourier na forma complexa, e podem ser obtidos analiticamente. Aplicando-se estas relações na equação da corrente, obtém-se a *Matriz de Admitância Chaveada* $Y^{sw_{RCT}}$ para o *RCT*:

$$Y^{sw_{RCT}} = P_{FC} \cdot \frac{1}{L_{RCT}} \cdot [S_d]^{-1} \cdot P_{FC} \quad (2.59)$$

Definindo $[S_d]^{-1}$ como o operador integrativo, cuja matriz é formada pelos inversos dos elementos $jk\omega$, e k é a ordem da componente harmônica. São estes elementos chaveados que comporão a matriz de imitâncias para o *DHFC*. Então, a matriz de admitância chaveada $Y^{sw_{RCT}}$ representará o *RCT* para o *DHFC* na composição da matriz Jacobiana.

2.8 Aplicação #2: Capacitor Série Controlado por Chave Autocomutada - GCSC

O Capacitor Série Controlado por Chave Autocomutada - *GCSC*, em inglês, “Gate-Controlled Series Capacitor” é utilizado para fazer o controle da corrente num sistema de energia elétrica, em função do disparo do par de tiristores para cada fase. Desta forma, pode-se variar a capacitância equivalente entre 0 e o valor da capaci-

tância do capacitor. É utilizado para compensação série de linhas de transmissão. O circuito básico de um *GCSC* está mostrado na Figura 2.5.

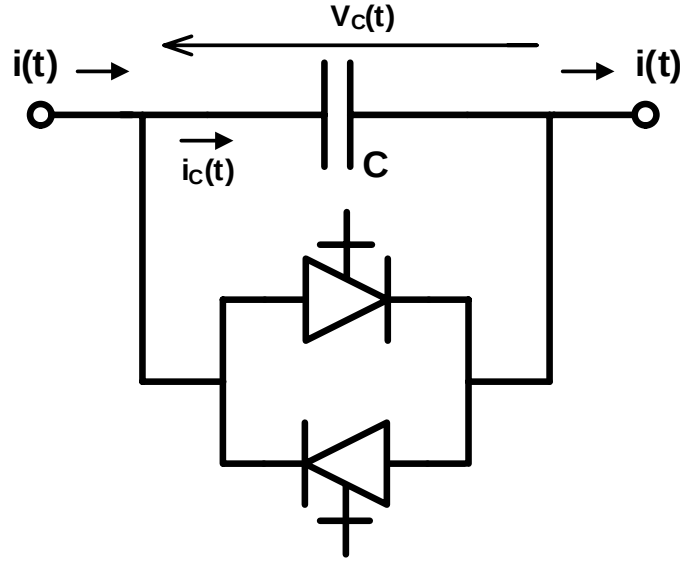


Figura 2.5: Circuito Básico de um *GCSC*

O par de semicondutores pode ser *GTO* (Gate Turn-off Thyristor), ou *GCT* (Gate Commutated Thyristor) ou similares como o *IGBT* (Insulated Gate Bipolar Transistor) ou *IGCT* (Insulated Gate Commutated Transistor), ou seja, com a característica principal de entrar em condução naturalmente, pois o disparo ocorre quando a tensão sobre o semicondutor passar por zero, e bloquear via controles adequados na porta. Daqui em diante, estes tipos de semicondutores serão tratados como **chaves**. Como o chaveamento se dará pela corrente ao invés da tensão, afirma-se o caráter de dualidade entre o *GCSC* e o Reator Controlado a Tiristor - *RCT*. Quanto à função de chaveamento S_{ch} , esta representa a relação entre a corrente de entrada e a corrente efetiva sobre a chave. É igual à **unidade** quando a chave está conduzindo e igual a **zero** quando estiver bloqueada. A dependência do tempo de S_{ch} pode ser expressa em função do ângulo de defasamento da corrente θ e do ângulo de corte γ_e . Já o ângulo de disparo natural α pode ser obtido a partir do ângulo de corte. Então, chamando a corrente na chave de $i_{ch}(\cdot)$, e $i(\cdot)$ a corrente no capacitor, pode-se escrever:

$$\begin{aligned} i(t) &= i_{ch}(t) + i_C(t) \\ i_{ch}(t) &= S_{ch}(\phi, \gamma_e, t) \cdot i(t) \\ i_C(t) &= i(t) - i_{ch}(t) \Rightarrow i_C(t) = (1 - S_{ch})i(t) \Rightarrow i_C(t) = Si(t) \end{aligned} \tag{2.60}$$

Então, a partir deste momento, será tratada como S , a função de chaveamento como se a mesma fosse aplicada ao capacitor, pois ela é o complemento da S_{ch} aplicada às chaves. E para o ângulo de disparo natural α , sua referência será o cruzamento

por zero da corrente de entrada $i(\cdot)$, e pode variar de $\pi/2$ rad, quando o capacitor C_{GCS} está plenamente inserido, a π rad, e, neste caso, a corrente passa somente pelas chaves. Em série com o capacitor, existe uma pequena condutância g_{GCS} . A tensão sobre o capacitor é $v_C(\cdot)$ e a corrente $i_C(\cdot)$ é dada pela equação (2.61).

$$i_C(t) = g_{GCS} \cdot v_C(t) + C_{GCS} \cdot \left(\frac{dv_C(t)}{dt} \right) \Rightarrow Si(t) = g_{GCS} \cdot v_C(t) + C_{GCS} \cdot \left(\frac{dv_C(t)}{dt} \right) \quad (2.61)$$

2.9 DHFT para o GCSC

O procedimento a seguir está baseado em Willcox [30] e Lirio [28], sendo que, para este último, fazendo raciocínio dual. Vai-se seguir, basicamente, os passos que foram tomados na Seção 2.6.1 para o RCT .

Linearizando a equação(2.61), resulta:

$$S\Delta i + \left(\frac{\partial S}{\partial \theta} \Delta \theta + \frac{\partial S}{\partial \gamma_e} \Delta \gamma_e \right) \cdot i - g_{GCS} \Delta v_C - C_{GCS} \cdot \frac{d\Delta v_C}{dt} = g_{GCS} \cdot v_C + C_{GCS} \frac{dv_C}{dt} - Si$$

Multiplicando por (-1) , vem,

$$g_{GCS} \Delta v_C + C_{GCS} \cdot \frac{d\Delta v_C}{dt} - S\Delta i - \left(\frac{\partial S}{\partial \theta} \Delta \theta + \frac{\partial S}{\partial \gamma_e} \Delta \gamma_e \right) i = Si - g_{GCS} v_C - C_{GCS} \frac{dv_C}{dt} \quad (2.62)$$

Então, para a função de chaveamento,

$$S = \sum_{n=0}^{\infty} (S_{Rn} \cos(n\omega t) - S_{In} \sin(n\omega t))$$

Lembrando do ângulo de defasamento da corrente θ , para encontrar S_0 , S_n e Sb_n , os coeficientes de Fourier de $\mathbf{S}$ são:

$$\begin{aligned} S &= S_0 + \sum_{n=1}^{\infty} S_n \cos(n(\omega t - \theta)) + \sum_{n=1}^{\infty} Sb_n \sin(n(\omega t - \theta)) \\ S_0 &= 2 - \frac{2\gamma_e}{\pi} \\ S_n &= -\frac{2(1 + (-1)^n) \sin(n\gamma_e)}{n\pi} \\ Sb_n &= 0 \end{aligned} \quad (2.63)$$

Verifica-se, ao se encontrar $Sb_n = 0$, que a função de chaveamento é par. Então,

resulta:

$$S = 2 - \frac{2\gamma_e}{\pi} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{2(1 + (-1)^n) \sin(n\gamma_e)}{n\pi} \right) \cos(n\omega t - \theta) \quad (2.64)$$

Daí se pode extrair S_{Rn} e S_{In} , os coeficientes real e imaginário de ordem n para a função de chaveamento.

$$\begin{aligned} S_{Rn} &= -\frac{2(1 + (-1)^n) \sin(n\gamma_e)}{n\pi} \cos(n\theta) \\ S_{In} &= -\frac{2(1 + (-1)^n) \sin(n\gamma_e)}{n\pi} \sin(n\theta) \end{aligned} \quad (2.65)$$

Procedendo-se à derivação parcial, vem,

$$\begin{aligned} \frac{\partial S_{Rn}}{\partial \theta} &= \frac{2(1 + (-1)^n) \sin(n\gamma_e)}{\pi} \sin(n\theta) \\ \frac{\partial S_{In}}{\partial \theta} &= -\frac{2(1 + (-1)^n) \sin(n\gamma_e)}{\pi} \cos(n\theta) \\ \frac{\partial S_{Rn}}{\partial \gamma_e} &= -\frac{2(1 + (-1)^n) \cos(n\gamma_e)}{\pi} \cos(n\theta) \\ \frac{\partial S_{In}}{\partial \gamma_e} &= -\frac{2(1 + (-1)^n) \cos(n\gamma_e)}{\pi} \sin(n\theta) \end{aligned} \quad (2.66)$$

Para $n = 0$, obtém-se:

$$\begin{aligned} S_{R0} &= 2 - \frac{2\gamma_e}{\pi} \\ S_{I0} &= \frac{\partial S_{R0}}{\partial \theta} = \frac{\partial S_{I0}}{\partial \theta} = \frac{\partial S_{I0}}{\partial \gamma_e} = 0 \\ \frac{\partial S_{R0}}{\partial \gamma_e} &= -\frac{2}{\pi} \end{aligned} \quad (2.67)$$

Na Figura 2.6 estão representadas a tensão e a corrente típicas no *GCSC* e a Função de Chaveamento. Para a construção desta figura, sem o efeito Gibbs, a exemplo do ocorrido com a figura análoga para o *RCT*, foi utilizado filtro de Lanczos [29]. Devido à dualidade, poderia-se olhar a Figura 2.3 do *RCT* como adequada para o *GCSC*, trocando-se tensão por corrente.

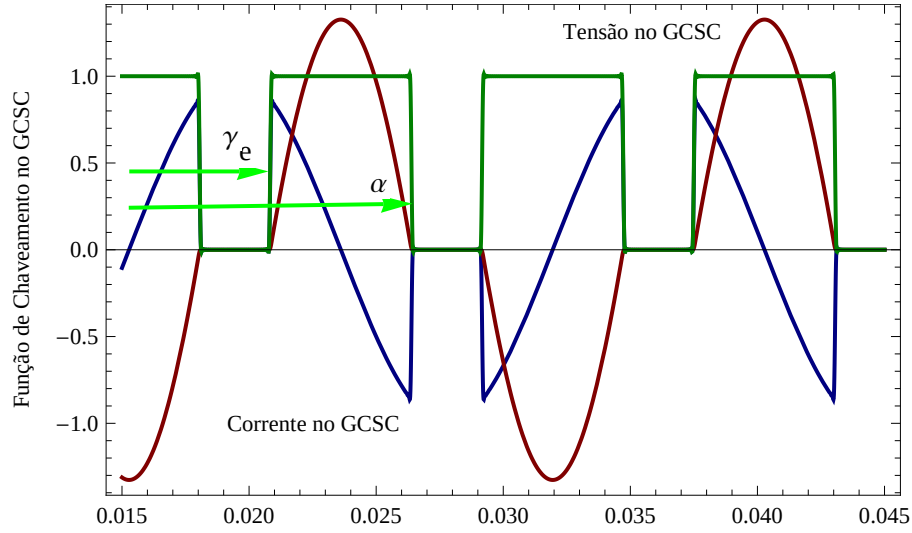


Figura 2.6: Tensão, Corrente e Função de Chaveamento no *GCSC*

2.9.1 Aproximações Lineares para o *GCSC*

Na equação linearizada (2.57), desenvolvendo-se as variáveis e os seus desvios em série de Fourier, vem:

$$\begin{aligned}
 i &= \sum_{n=0}^{\infty} (I_{Rn} \cos(n\omega t) - I_{In} \sin(n\omega t)) \\
 \Delta v_C &= \sum_{n=0}^{\infty} (\Delta V_{CRn} \cos(n\omega t) - \Delta V_{CIn} \sin(n\omega t)) \\
 \Delta i &= \sum_{n=0}^{\infty} (\Delta I_{Rn} \cos(n\omega t) - \Delta I_{In} \sin(n\omega t))
 \end{aligned} \tag{2.68}$$

Define-se em (2.62):

$$\begin{aligned}
 xg &= S\Delta i \\
 yg &= \frac{\partial S}{\partial \theta} i \\
 wg &= \frac{\partial S}{\partial \gamma_e} i \\
 zg &= Si
 \end{aligned} \tag{2.69}$$

Fazendo-se as devidas substituições, com os termos expandidos, vem:

$$\begin{aligned}
xg &= xg_1 xg_2 \\
xg_1 &= \sum_{n=0}^{\infty} (S_{Rn} \cos(n\omega t) - S_{In} \sin(n\omega t)) \\
xg_2 &= \sum_{n=0}^{\infty} (\Delta I_{Rn} \cos(n\omega t) - \Delta I_{In} \sin(n\omega t)) \\
yg &= yg_1 yg_2 \\
yg_1 &= \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\partial S_{Rn}}{\partial \phi} \cos(n\omega t) - \frac{\partial S_{In}}{\partial \phi} \sin(n\omega t) \right) \\
yg_2 &= \sum_{n=0}^{\infty} (I_{Rn} \cos(n\omega t) - I_{In} \sin(n\omega t)) \\
wg &= wg_1 wg_2 \\
wg_1 &= \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\partial S_{Rn}}{\partial \gamma} \cos(n\omega t) - \frac{\partial S_{In}}{\partial \gamma} \sin(n\omega t) \right) \\
wg_2 &= \sum_{n=0}^{\infty} (I_{Rn} \cos(n\omega t) - I_{In} \sin(n\omega t)) \\
zg &= zg_1 zg_2 \\
zg_1 &= \sum_{n=0}^{\infty} (S_{Rn} \cos(n\omega t) - S_{In} \sin(n\omega t)) \\
zg_2 &= \sum_{n=0}^{\infty} (I_{Rn} \cos(n\omega t) - I_{In} \sin(n\omega t))
\end{aligned} \tag{2.70}$$

Desenvolvendo-se para xg , vem,

$$\begin{aligned}
xg &= \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} (S_{Rl} \Delta I_{Rm} \cos(l\omega t) \cos(m\omega t) - S_{Il} \Delta I_{Rm} \sin(l\omega t) \cos(m\omega t) \\
&\quad - S_{Rl} \Delta I_{Im} \cos(l\omega t) \sin(m\omega t) + S_{Il} \Delta I_{Im} \sin(l\omega t) \sin(m\omega t))
\end{aligned} \tag{2.71}$$

Vê-se que xg , que representa $S\Delta i$, e os demais por analogia, são produtos de termos em seno e cosseno, daí seu caráter ser não linear. Para evitar isto, vai-se trabalhar os termos utilizando relações trigonométricas adequadas, afim de encontrar somas de senos e cossenos, que são lineares, como foi feito para o RCT , a partir da equação (2.42) até a (2.46).

Fazendo-se as devidas substituições, e colocando xg em série de Fourier, como:

$$xg = \sum_{n=0}^{\infty} (xg_{Rn} \cos(n\omega t) - xg_{In} \sin(n\omega t))$$

Encontra-se:

$$\begin{aligned}
xg_{Rn} = & \frac{1}{2} \sum_{m=0}^{\infty} (\Delta I_{Rm} S_{R(n+m)} + \Delta I_{Im} S_{I(n+m)}) + \frac{1}{2} \sum_{m=n}^{\infty} (\Delta I_{Rm} S_{R(m-n)} + \Delta I_{Im} S_{I(m-n)}) \\
& + \frac{1}{2} \sum_{m=0}^n (\Delta I_{Rm} S_{R(n-m)} - \Delta I_{Im} S_{I(n-m)})
\end{aligned} \tag{2.72}$$

$$\begin{aligned}
xg_{In} = & \frac{1}{2} \sum_{m=0}^{\infty} (\Delta I_{Rm} S_{I(n+m)} - \Delta I_{Im} S_{R(n+m)}) + \frac{1}{2} \sum_{m=n}^{\infty} (-\Delta I_{Rm} S_{I(m-n)} + \Delta I_{Im} S_{R(m-n)}) \\
& + \frac{1}{2} \sum_{m=0}^n (\Delta I_{Rm} S_{I(n-m)} + \Delta I_{Im} S_{R(n-m)})
\end{aligned} \tag{2.73}$$

Para $n = 0$, vem:

$$\begin{aligned}
xg_{R0} &= \Delta I_{R0} S_{R0} + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{\infty} (\Delta I_{Rm} S_{Rm} + \Delta I_{Im} S_{Im}) \\
xg_{I0} &= 0
\end{aligned} \tag{2.74}$$

De maneira análoga, obtém-se resultados semelhantes para yg , wg e zg , executando-se as substituições de variáveis devidas.

Na equação (2.57), com as variáveis em série de Fourier, de modo que se possa encontrar as partes real e imaginária desta equação, ou seja, separando-se os termos em cosseno e seno, vem:

$$i_{CRn} = g_{GCS} \cdot \Delta V_{CRn} - n\omega C_{GCS} \cdot \Delta V_{CIn} - xg_{Rn} - yg_{Rn} \Delta \theta - wg_{Rn} \Delta \gamma_e \tag{2.75}$$

$$i_{CIn} = g_{GCS} \cdot \Delta V_{CIn} + n\omega C_{GCS} \cdot \Delta V_{CRn} - xg_{In} - yg_{In} \Delta \theta - wg_{In} \Delta \gamma_e \tag{2.76}$$

Estas equações serão calculadas até ordem $n_{max} = k$ das harmônicas. Como há termos de ordem $(n + m)$, deve-se calcular até $2k$, para quando $n = m = k$.

2.9.2 Montagem do Sistema de Equações para o *GCSC*

Agora, vai-se proceder à montagem do sistema de equações. Recai-se no cálculo analítico dos termos da série de Fourier da função de chaveamento $S(\theta, \gamma_e, t)$ e suas derivadas parciais em relação ao ângulo de defasamento da corrente θ (destes se obterão os coeficientes reais d_{1n} e imaginários d_{2n}) e do ângulo de extinção γ_e (daqui

se obtem os coeficientes reais b_{1n} e imaginários b_{2n}), uma vez que o ângulo de disparo é obtido a partir do ângulo de extinção, de onde se derivará o coeficiente e . Supondo o chaveamento simétrico dos tiristores em um período de frequência da fundamental para o regime permanente, a função terá somente os componentes pares, implicando que as variáveis do sistema apresentarão somente os componentes ímpares. Os coeficientes a_{nm} serão obtidos baseados nas equações (2.77) a (2.79), como descrito a seguir.

Para $m > n$,

$$\begin{aligned} a_{nm}^{(1,1)} &= \frac{1}{2} (S_{R(n+m)} + S_{R(m-n)}) \\ a_{nm}^{(1,2)} &= \frac{1}{2} (S_{I(n+m)} + S_{I(m-n)}) \\ a_{nm}^{(2,1)} &= \frac{-1}{2} (S_{I(n+m)} - S_{I(m-n)}) \\ a_{nm}^{(2,2)} &= \frac{-1}{2} (-S_{R(n+m)} + S_{R(m-n)}) \end{aligned} \quad (2.77)$$

Para $m < n$,

$$\begin{aligned} a_{nm}^{(1,1)} &= \frac{1}{2} (S_{R(n+m)} + S_{R(m-n)}) \\ a_{nm}^{(1,2)} &= \frac{1}{2} (S_{I(n+m)} - S_{I(m-n)}) \\ a_{nm}^{(2,1)} &= -\frac{1}{2} (S_{I(n+m)} + S_{I(m-n)}) \\ a_{nm}^{(2,2)} &= -\frac{1}{2} (-S_{R(n+m)} + S_{R(m-n)}) \end{aligned} \quad (2.78)$$

Para $m = n$,

$$\begin{aligned} a_{nm}^{(1,1)} &= \frac{1}{2} (S_{R(2n)} + 2S_{R(0)}) \\ a_{nm}^{(1,2)} &= \frac{1}{2} (S_{I(2n)}) \\ a_{nm}^{(2,1)} &= -\frac{1}{2} (S_{I(2n)}) \\ a_{nm}^{(2,2)} &= -\frac{1}{2} (-S_{R(2n)} + 2S_{R(0)}) \end{aligned} \quad (2.79)$$

Como foi observado no *RCT*, para cada tensor descrito acima, que representa parte das interações do elemento não linear, os valores calculados para os elementos de ordem (1, 1) são diferentes dos calculados para os de ordem (2, 2), como também os de ordem (1, 2) não são o oposto dos de ordem (2, 1). E, então, fica bem visível que ao se utilizar somente a formulação complexa, não seria possível ter estas relações diferenciadas.

De maneira sucinta, chamando a matriz de imitâncias de Matriz Jacobiana FT ,

vem:

$$[\text{Matriz Jacobiana } DHFT \text{ } GCSC]. \begin{bmatrix} \Delta V \\ \vdots \\ \Delta I \\ \vdots \\ \Delta \gamma_e \end{bmatrix} = [\text{Resíduos } GCSC] \quad (2.80)$$

e, assim, obtém-se o processo iterativo para o cálculo das variáveis que são desconhecidas. O sistema de equações lineares terá a forma apresentada na Figura 2.7, para $n_{max} = k$. Mais um vez a constatação ao se observar a Matriz de Resíduos: uma

S								Y		$\partial S / \partial \gamma_e$			
$a_{11}^{(1,1)}$	$a_{11}^{(1,2)}$	$a_{12}^{(1,1)}$	$a_{12}^{(1,2)}$	...	$a_{1n}^{(1,1)}$	$a_{1n}^{(1,2)}$	$\mathcal{E}_{GCSC}$	$(-\mathcal{O}C_{GCSC})$		b_{11}		ΔI_{n1}	
$a_{11}^{(2,1)}$	$a_{11}^{(2,2)}$	$a_{12}^{(2,1)}$	$a_{12}^{(2,2)}$	...	$a_{1n}^{(2,1)}$	$a_{1n}^{(2,2)}$	$\mathcal{O}C_{GCSC}$	$\mathcal{E}_{GCSC}$		b_{12}		ΔI_{12}	
$a_{21}^{(1,1)}$	$a_{21}^{(1,2)}$	...	...	...	...	...			...	...		ΔI_{n3}	
$a_{21}^{(2,1)}$	$a_{21}^{(2,2)}$	...	...	...	...	...			...	...		ΔI_{13}	
...	...	...	...	...	...	...			...	...		ΔI_{nn}	
...	...	...	...	...	...	...			...	...		ΔI_{1n}	
$a_{n1}^{(1,1)}$	$a_{n1}^{(1,2)}$	...	...	...	$a_{nn}^{(1,1)}$	$a_{nn}^{(1,2)}$			$\mathcal{E}_{GCSC}$	$(-n\mathcal{O}C_{GCSC})$	b_{n1}	ΔV_{Cn1}	
$a_{n1}^{(2,1)}$	$a_{n1}^{(2,2)}$	...	...	...	$a_{nn}^{(2,1)}$	$a_{nn}^{(2,2)}$			$n\mathcal{O}C_{GCSC}$	$\mathcal{E}_{GCSC}$	b_{n2}	ΔV_{C12}	
d_{11}	d_{12}	...	...	...	d_{1n}	d_{1n}						ΔV_{Cn3}	
												ΔV_{C13}	
												...	
												...	
												ΔV_{Cnn}	
												ΔV_{C1n}	
												$\Delta \gamma_e$	

$\cdot = \text{Res}_{GCSC}$

Figura 2.7: Matriz de Resíduos $GCSC$

variável que apresenta componente em uma determinada frequência que se relaciona com a componente de outras frequências de outras variáveis, apresentam *interação harmônica*.

Da equação matricial de corrente, para pequenos desvios de tensão e corrente, em que a linearização é feita em torno de um ponto de operação, e manipulando Z como a Impedância Chaveada, resulta:

$$\begin{aligned} V &= V^{(0)} + \Delta V \\ I &= I^{(0)} + \Delta I \\ ZI &= ZI^{(0)} + Z\Delta I \\ Z\Delta I &= V - ZI^{(0)} \end{aligned} \quad (2.81)$$

O que leva a:

$$Z\Delta I = V - ZI^{(0)}$$

Em todo este desenvolvimento observa-se claramente nas equações do *RCT*, que ao se trocar P por S , xr por xg , yr por yg , wr por wg , zr por zg , recaí-se nas equações do *GCSC*, afirmando o caráter de dualidade entre eles.

2.10 *DHFC* para o *GCSC*

O procedimento a seguir é baseado em [7]. Porém, lá é descrito o conceito de admitância chaveada, para os dispositivos de compensação em derivação. Será criada uma extensão do conceito de Admitância Chaveada, para um conceito dual, o de Impedância Chaveada, para o dispositivo de compensação série (chaveado por corrente), o *GCSC*, que é o dual do dispositivo chaveado de compensação em derivação (por tensão), o *RCT*. Inicialmente serão feitas algumas considerações sobre a modelagem utilizando o *DHFC*, onde se ressalta a formatação utilizada, já descrita na Seção 2.7. Partindo-se da equação (2.56), a corrente no *GCSC* é, ao se desprezar a condutância g_{GCS} :

$$i_C(t) = C_{GCS} \frac{dv_C(t)}{dt}$$

A corrente $i_C(\cdot)$ é a corrente chaveada, $i_C(t) = S.i(t)$, onde S é a função de chaveamento para o capacitor, composta pelos coeficientes de Fourier na forma Hermitiana Toeplitz. Para se obter a tensão sobre o capacitor do *GCSC*, vem:

$$v_C(t) = \frac{1}{C_{GCS}} \int i_C(t) dt = \frac{1}{C_{GCS}} \int Si(t) dt$$

ou seja, no domínio harmônico,

$$v_C = S \frac{1}{sC_{GCS}} S.i \quad (2.82)$$

sendo s o operador de Laplace. Nomeia-se S_{FC} como a Matriz de Chaveamento para a *FC* na forma Hermitiana-Toeplitz. Aplicando-se esta definição à equação (2.82), obtém-se a expressão para a *Matriz de Impedância Chaveada* Zsw_{GCSC} para o *GCSC*:

$$Zsw_{GCSC} = S_{FC} \cdot \frac{1}{C_{GCS}} \cdot [S_d]^{-1} \cdot S_{FC} \quad (2.83)$$

Lembrando que $[S_d]$ é o operador derivativo, cuja matriz é formada pelos elementos $jk\omega$. De modo análogo ao *RCT*, são estes elementos chaveados que comporão a Matriz de Imatâncias. Então, a Matriz de Impedância Chaveada Zsw_{GCSC} é que representará o *GCSC* para o *DHFC* na composição da Matriz Jacobiana *FC*.

2.11 Discussão

Esse capítulo apresenta detalhes da formulação do Domínio Harmônico Modificado, *DHM* e suas possíveis formulações matemáticas, *DHFT* e *DHFC*. A partir do *DHFT* é possível relacionar algumas das metodologias já desenvolvidas na COPPE/UFRJ para a análise de redes elétricas em regime permanente envolvendo redes desequilibradas e com a presença de componentes harmônicos, vide Figura 2.8. É importante ressaltar que o próprio fluxo de potência convencional na frequência fundamental pode ser considerado como um caso particular do *DHFT* e consequentemente do *MICT* e do *MICTH*.

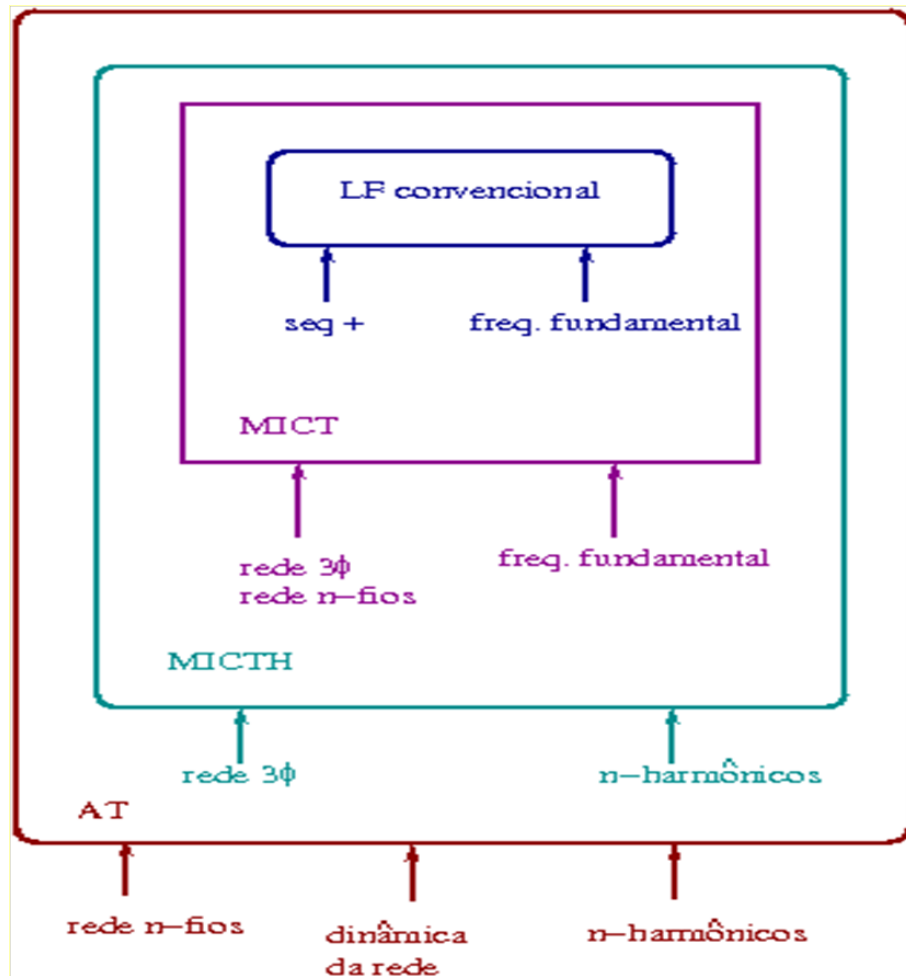


Figura 2.8: Técnicas *DHFT*, *DHFC* e *MICTH* na Formulação Trigonométrica

A princípio o *DHFT* é o mais indicado para a análise de redes elétricas multifásicas desbalanceadas com conteúdo harmônico. Contudo, como será mostrado nos capítulos a seguir, há uma equivalência em desempenho computacional entre o *DHFT* e *DHFC*.

Capítulo 3

Formulações Harmônicas para Circuitos com Elementos Não Lineares - Efeito Coroa

O efeito coroa ocorre quando o gradiente de campo elétrico na superfície do condutor atinge um nível crítico. Neste momento, há a ionização do ar ao redor do condutor, provocando o rompimento do dielétrico do ar e assim surgem pequenas descargas no entorno deste condutor, aparentando ser uma coroa. É um fenômeno que provoca perdas no sistema elétrico, além de ruído audível e interferências eletromagnéticas em sistemas de telecomunicações. Para mitigar estes efeitos, todas as linhas de transmissão com tensões superiores a 200 kV são dotadas de condutores geminados. Por outro lado, no estudo de sobretensões da *LT*, o efeito coroa pode atenuar e distorcer os surtos (atmosféricos e/ou de manobra) na sua propagação ao longo da linha, agindo como um dreno da energia excedente advinda de tais surtos. Portanto, um projeto de coordenação de isolamento sem se levar em conta o efeito coroa, resulta em dimensionamento conservativo dos níveis de isolamento das linhas de transmissão e subestações, acarretando custos de implantação mais altos. Fundamentalmente, a modelagem para o efeito coroa deve envolver a representação das perdas e a variação da capacitância da linha de transmissão, em consequência desta ionização do ar ao redor do condutor. É um fenômeno bastante complexo, em que se procura descrever seus principais aspectos, através das curvas carga x tensão ($q \times v$), obtidas em laboratório. A abordagem no domínio harmônico, utilizando as técnicas do *DHM* será objeto deste capítulo. Em 1998, Moreno O. [31] utilizou o *DHFT* para estudar o efeito coroa. Porém, apesar de ser uma abordagem de *LT* trifásica, ficou restrito só a um condutor por vez em coroa e os resultados obtidos somente com a frequência fundamental. O que se pretende aqui é através *DHM* obter uma modelagem mais robusta, com mais harmônicas envolvidas na solução e que possa

ser utilizada mesmo quando mais de um cabo esteja sob coroa. Esta abordagem se ajusta bem a fenômenos lentos, onde será estudado o coroa para sobretensões sustentadas, através de uma modelagem analítica, adaptada de Salari [29], visando a elaboração de uma rotina para o cálculo do coroa. Será apresentada também uma abordagem para lidar com fenômenos rápidos, em que o surto atmosférico é representado por segmentos de reta, permitindo uma representação linear por partes da onda propagada. Como, neste caso, ocorrerão condições transitórias, há que se enfatizar o cálculo dos parâmetros da LT , sendo que estes seguiram as formulações apresentadas no apêndice A, notadamente para a impedância de retorno pelo solo. Neste caso, é de suma importância a avaliação do efeito do solo nestes cálculos. A hipótese simplificadora de que o comportamento do solo possa ser representado por sua resistividade ρ , ou pelo inverso desta, pela sua condutividade σ , como constantes, independentes da frequência, só se aplica quando se considera que o coeficiente da parcela imaginária $\omega\epsilon$ (onde ϵ é a permitividade do solo), não é significativo quando comparado à condutividade, conforme mostrado abaixo.

$$\sigma \gg \omega\epsilon \quad (3.1)$$

Portela [32] traz uma representação do comportamento do solo para estudos transitórios, baseada num grande número de amostras de solos e com medições em larga gama de frequências. Os parâmetros do solo passam a ser definidos por um imitância κ , descrita por

$$\kappa = \sigma(\omega) + j\omega\epsilon(\omega) \quad (3.2)$$

A partir dos dados experimentais foi possível definir κ por

$$\kappa \approx \sigma_0 + \delta_{\sigma_s} + \delta_{\omega\epsilon_s} = \sigma_0 + \Delta_i \cdot \left(\frac{f}{10^6}\right)^\alpha \left[\cot\left(\frac{\alpha\pi}{2}\right) + j \right] \quad (3.3)$$

em que os parâmetros Δ_i e α são os responsáveis pela dependência com a frequência da condutividade e da permitividade do solo, e são avaliados como funções de densidade de probabilidade.

É possível adaptar a profundidade complexa [33] para a inclusão da variação da frequência nos parâmetros do solo ao considerar

$$p = \sqrt{\frac{1}{j\omega\mu\kappa}} \quad (3.4)$$

onde κ é definido conforme mostrado acima. Uma outra abordagem é o uso de expressões fechadas conforme mostra [34] ou da integração numérica da integral de Carson (no caso de linhas aéreas) ou da integral de Pollaczek (no caso de cabos

subterrâneos) [35].

3.1 Revisão Bibliográfica

Várias modelagens são propostas para a inclusão do efeito coroa em programas da série EMTP (Electromagnetic Transients Program). A LT é subdividida em pequenas seções, de modo a se obter a solução numérica para suas equações diferenciais parciais descritoras da LT (Equações do Telégrafo), discretizando-se espaço e tempo. A inserção do efeito coroa, sendo um fenômeno não-linear e de natureza distribuída, pode ser incorporada para tratamento no EMTP através de um ramo não linear ao final de cada trecho. Isto gera alteração dos coeficientes de refração e de reflexão em cada um destes nós, que podem influenciar o cálculo das tensões transitórias, sendo necessário dividir a LT em numerosos segmentos, de forma a representar corretamente a natureza distribuída do fenômeno. Embora este tema venha sendo abordado em muitas publicações, há margens para melhoria nos modelos até então desenvolvidos.

Carneiro Jr e Marti [36] fazem um estudo comparativo quanto à precisão e adequação de alguns modelos representativos do ramo coroa, visando sua implementação no EMTP. Para os modelos analógicos, de Wagner e Lloyd [37], que consiste de um ou dois ramos em paralelo, compostos por um diodo em série com um capacitor e uma fonte. E de Kudyan e Shih [38], que é composto por dois ramos em paralelo, o primeiro composto por um diodo em série com um circuito resistor shunt e capacitor, em série com uma fonte, e outro ramo semelhante, porém com o diodo em sentido inverso. Para os modelos analíticos, representando as curvas $\mathbf{q} \times \mathbf{v}$ medidas, foi considerado o modelo *estático* linear por partes, aproximando a curva por segmentos de reta, e o *dinâmico* de Suliciu [39], descrito como um conjunto de equações diferenciais que aproximam a resposta ao coroa por formas de ondas variantes, e que incorpora a variação do efeito coroa à medida que a frente de onda sofre atenuação. O modelo da LT foi modificado, para minimizar o efeito do acúmulo de erros devido ao grande número de seções no qual foi dividida a linha. Foi verificado que os modelos analíticos apresentaram melhores resultados ao se utilizar a técnica de compensação na solução geral do $EMTP$.

Um novo procedimento para estudos em LT monofásica sob coroa foi mostrado por Carneiro Jr et al [40], enfocando somente os modelos analíticos descritos no parágrafo anterior. Mas, agora, a LT foi inteiramente tratada como um elemento não linear no $EMTP$ e verificou-se que o modelo de Suliciu forneceu melhores resultados.

Mamis [41] utilizou a técnica de variáveis de estado, para o tratamento do efeito coroa numa LT monofásica a parâmetros concentrados, visando a computação dos transitórios eletromagnéticos. Converteu o conjunto de equações diferenciais parciais

em um conjunto de equações algébricas utilizando a regra trapezoidal de integração. A LT em parâmetros concentrados é representada através da sua divisão em um grande número de circuitos π -equivalentes. O ramo não linear, dependente da frequência, para a representação da capacitância $\mathbf{C}$ e da condutância $\mathbf{G}$, bem como os componentes longitudinais, a resistência $\mathbf{R}$ e a indutância $\mathbf{L}$, para cada seção, vão compor a representação da LT , dividida em $\mathbf{n}$ seções.

São apresentadas vantagens deste método sobre outros, mas continua existindo a necessidade de divisão da LT em muitas seções.

O estudo dinâmico do efeito coroa apresentado em Mamis et al [42] foi baseado nos modelos de Gary e Skilling-Umoto, pois a variação da capacitância sob o efeito coroa é dependente da tensão e da taxa de variação desta tensão. Foi visto que o modelo de Skilling-Umoto apresentou melhores resultados do que o de Gary.

Miranda [43] utilizou o método dos elementos finitos no domínio do tempo para a solução das equações diferenciais que descrevem a LT sob o efeito coroa através de um programa que se comunica com o EMTP.

Hollman [44] apresentou uma metodologia para obtenção da solução discreta no tempo das equações de espaço-estado de um sistema elétrico utilizando a matriz de admitância nodal do EMTP, que apresenta como grande vantagem extrair os autovalores diretamente da solução do EMTP devido à habilidade deste seguir as não-linearidades.

Freitas [45] segue a estrutura de Mamis [41], mas leva em consideração a dependência da frequência dos parâmetros longitudinais da LT , baseado em Tavares [46].

Costa et al [47] mostra um estudo comparativo das metodologias empregadas para solução das equações de estado representativas dos fenômenos eletromagnéticos da LT durante a fase transitória. São apresentados o método da integração trapezoidal envolvendo parâmetros discretos e uma solução analítica baseada no sistema de autovetores e autovalores para diagonalização de matrizes de sistemas não homogêneos.

Quanto às sobretensões em frequência industrial, ou *sustentadas*, também podem apresentar essencial contribuição para a limitação destas, principalmente em linhas muito longas. Tais sobretensões podem ocorrer devido à energização de linhas, à rejeição de carga ou a curto-circuitos fase-terra, em que se pode atingir o limiar do coroa em alguns trechos da linha. Vê-se que, em Iliceto et al [48], se o efeito coroa é incluído na simulação de alguns defeitos, as sobretensões podem baixar para pouco mais de 50%, no caso de energização de uma fase com as outras duas abertas.

Realizar estes estudos na direção do domínio da frequência é propor uma incorporação do efeito coroa, fenômeno não linear, a tratativas de um sistema de equações, onde todo o sistema já seja modelado no domínio da frequência e assim se obter uma solução global deste mesmo sistema.

Para o domínio da frequência, Santiago [49] leva em conta os efeitos pelicular e de retorno pelo solo, que foram aplicados na modelagem para propagação de surtos. É abordado o efeito coroa em uma linha de transmissão monofásica. Como o efeito coroa implica em muitas frequências, há uma partição do surto em fatias, que se propagam segundo suas funções de transferência, e depois se procede à análise da onda recomposta. Há também discussões sobre a influência do intervalo de integração e da frequência de corte. O projeto e a construção de um modelo reduzido para uma LT monofásica para avaliação do efeito coroa na atenuação dos surtos atmosféricos foi descrito em Santiago [50], sendo feita uma simulação utilizando os parâmetros do modelo reduzido e confrontados com os obtidos experimentalmente.

Moreno O. [31] utilizou o Método de Simulação de Carga para o cálculo de campos elétricos em LT . Há problemas de campo elétrico de LT , de natureza não linear. Dentre eles está o efeito coroa e este foi investigado em Formulação Tensorial para uma LT em vazio, mas restrito somente a uma frequência.

Salari [29] aborda estratégias de modelagem do efeito coroa, onde os cabos são representados por quadripolos e considera-se a variação das correntes transversais nos cabos ao longo da LT . Há uma descrição do fenômeno sob a Formulação Tensorial, que corroborada por Lirio [28] e Gomes [14], para a implementação da matriz incremental, foi também objeto de estudo deste trabalho, provendo uma solução analítica para o efeito coroa para fenômenos lentos. Contudo, não há impedimento para que esta técnica seja empregada também para fenômenos rápidos.

3.2 Linha de Transmissão sob Efeito Coroa

Uma LT longa pode ser representada através da sua divisão em h seções de circuitos π . O ramo não linear, dependente da frequência, para a representação dos parâmetros transversais, a saber, a capacitância $\mathbf{C}$ e a condutância $\mathbf{G}$, bem como os parâmetros longitudinais, que são a resistência $\mathbf{R}$ e a indutância $\mathbf{L}$, para cada seção, vão compor a representação da LT , como pode ser visto na Figura 3.1, sendo todos estes parâmetros citados por unidade de comprimento.

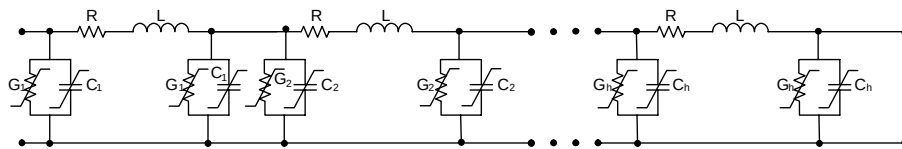


Figura 3.1: Representação da Linha de Transmissão para Análise do Efeito Coroa

Como a condutância $\mathbf{G}$ tem valor muito elevado para cada seção, seu efeito será desprezado, considerando-se somente a capacitância $\mathbf{C}$ como parâmetro transversal da linha.

3.2.1 Curva Carga x Tensão ($q \times v$)- Aproximação Estática

O efeito coroa apresenta características não lineares, em que ocorre dissipação de energia, associada à ionização, e aumento da capacitância, que, diferentemente da capacitância geométrica, será definida como a capacitância dinâmica, devida ao aumento do raio da camada ionizada ao redor do condutor. Durante a propagação de surtos, sobretudo atmosféricos, o efeito coroa dissipa energia, introduzindo maior atenuação na frente de onda dos surtos. Então, a dissipação de energia e o aumento da capacitância constituem os aspectos essenciais associados ao efeito coroa, e podem ser observados nas curvas carga x tensão ($q \times v$) medidas em um condutor sob este efeito. Esta curva pode ser aproximada por segmentos de reta, a chamada *Aproximação Estática*, como mostrado na Figura 3.2.

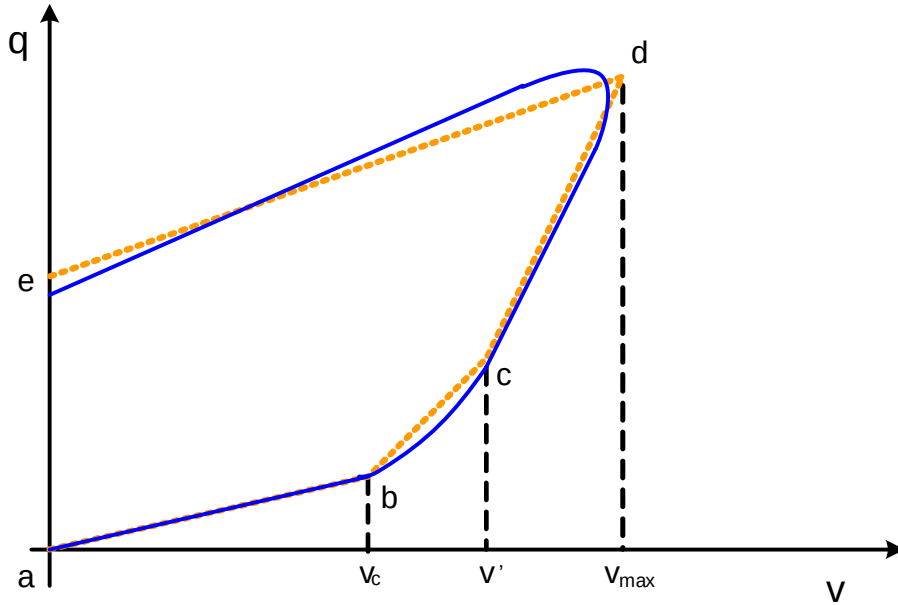


Figura 3.2: Aproximação da Curva $q \times v$ por Segmentos de Reta

O segmento ab indica tensões inferiores à tensão crítica, v_c , onde a capacitância é igual à capacitância geométrica da LT . O segmento bc , cujas tensões são superiores à tensão crítica, mostra uma capacitância, c_{d1} , com valor superior à capacitância geométrica da LT , até atingir a tensão, v' . Já o segmento cd mostra um novo aumento da capacitância, c_{d2} , até atingir a tensão máxima, v_{max} . Por último, o segmento de , com tensões inferiores à tensão máxima, retornando à capacitância geométrica da LT . Como pode ser observado, quanto mais segmentos se ajustarem à curva, melhor será a aproximação. A outra opção é a Aproximação Dinâmica, apresentada em [39] e adotada em [40].

O cálculo da matriz de Capacitância Geométrica está apresentado na Seção A.2 do Apêndice A, e está relacionada à inversão da Matriz P_p , que é a Matriz dos Coeficientes de Potencial de Maxwell. Pode-se estender este conceito para as matrizes de

capacitâncias dinâmicas, por exemplo, a Matriz de Capacitância **1** está relacionada com Matriz de Coeficientes de Potencial de Maxwell **1**, que, por sua vez, pode assim ser descrita:

$$P_{p1} = \frac{1}{\zeta} P_p \quad (3.5)$$

onde ζ retrata o aumento do raio em função da ionização ao redor do condutor. Mesmo que esta equação se refira somente ao coeficiente próprio de um único condutor, quando for feita a inversão da Matriz de Coeficientes para se encontrar a Matriz de Capacitâncias, todos os elementos desta serão afetados pelo coroa, conforme [51].

3.3 Análise Incremental de um Trecho de LT sob Coroa no $DHFT$

O procedimento tem a ver com a modelagem da LT por quadripolos, levando-se em conta a variação das correntes transversais nos cabos ao longo da linha. Então, o coroa pode ser visto como uma injeção de uma fonte de corrente ao longo desta LT . Numa análise incremental, considerando um trecho de comprimento infinitesimal dx , a fonte δ será diferente de zero na presença do coroa e zero, na ausência do fenômeno. Isto está representado na Figura 3.3, sendo Zdx e Ydx a impedância longitudinal e a admitância transversal, respectivamente, neste trecho.

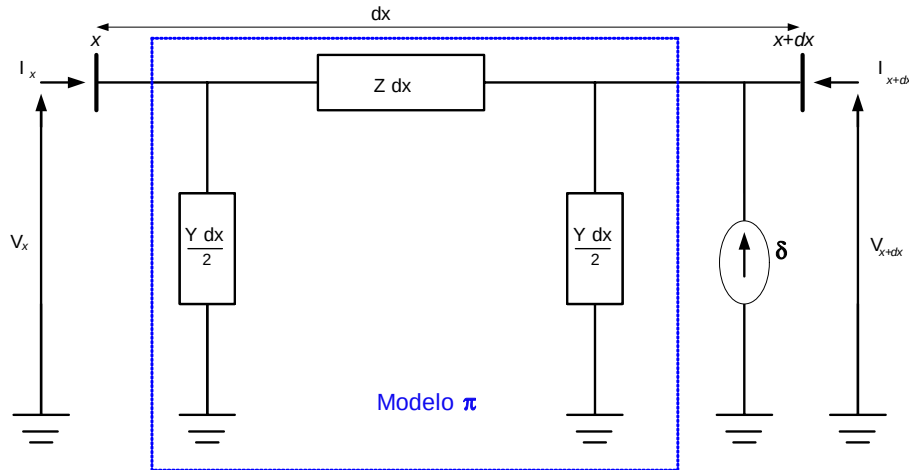


Figura 3.3: Trecho de Linha Infinitesimal para Análise Incremental do Efeito Coroa

As equações básicas que relacionam as tensões e as correntes nos cabos ao longo

da dimensão longitudinal, com comprimento $\mathbf{dx}$, agora são:

$$\begin{cases} \frac{dV}{dx} = ZI \\ \frac{dI}{dx} = YV + \delta \end{cases} \quad (3.6)$$

Percebe-se, como ratificado em [29], que para a fonte de corrente δ não é possível uma formulação simples, envolvendo as tensões, as correntes e a própria fonte em função de $\mathbf{dx}$, como em [31]. Apesar disto, pode ser estabelecido um processo de cálculo, simples mas robusto, da LT sob efeito coroa. Vai-se dividir a LT em trechos de comprimento Δl_{LT} , e representar o efeito coroa em cada trecho como por uma fonte de corrente $\mathbf{J}$, condensada no final de cada trecho, como apresentado na Figura 3.4. Então,

$$J(\omega) = \int_0^{\delta l_{LT}} \delta((\omega), x) dx \quad (3.7)$$

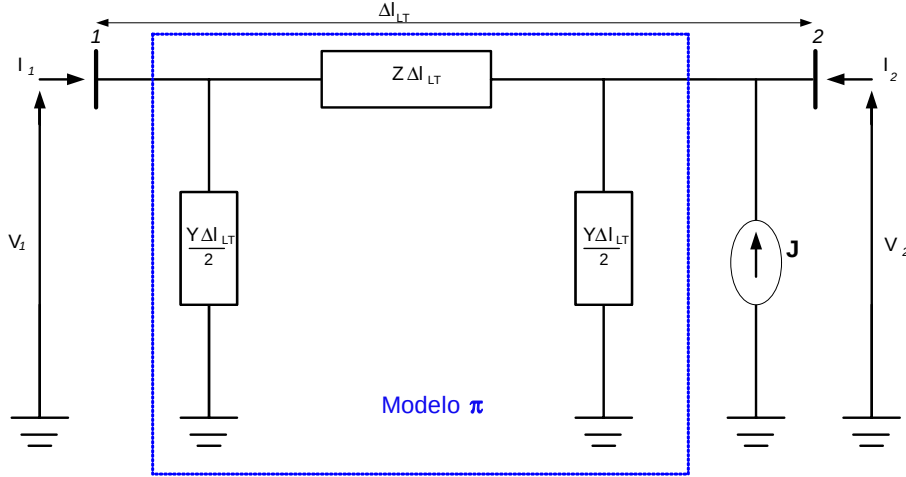


Figura 3.4: Trecho de Linha com um Condutor sob o Efeito Coroa

Representa-se na Figura 3.5 um trecho da LT , substituindo-se o Modelo π , pelo Quadripolo Equivalente neste trecho, conforme está descrito no Apêndice B, onde

$$Q_{LT} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

ou

$$Q'_{LT} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}^{-1} \quad (3.9)$$

para a relação inversa, ou seja, obter tensão e corrente de saída a partir da tensão e corrente de entrada. Apenas à barra de saída, há a fonte de corrente devida ao coroa $\mathbf{J}$.

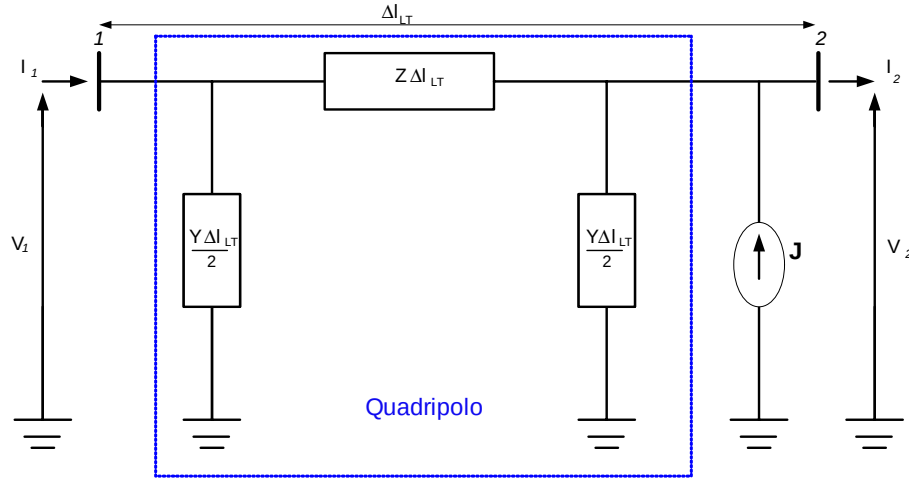


Figura 3.5: Representação de um trecho da LT por seu Quadripolo Equivalente com a fonte de corrente $\mathbf{J}$ representando o efeito coroa neste trecho

Se a LT for dividida em $\mathbf{h}$ trechos, haverá $\mathbf{h}$ conjuntos de quadripolos e fontes em cascata, entre as barras $\mathbf{j}$ e $\mathbf{k}$, como representado na Figura 3.6. Então, pode-se considerar os quadripolos equivalentes, dependentes da geometria da LT , como constantes, somente sendo não lineares as fontes de corrente representativas do efeito coroa. O sistema de equações resultante é dado por equação (3.10).

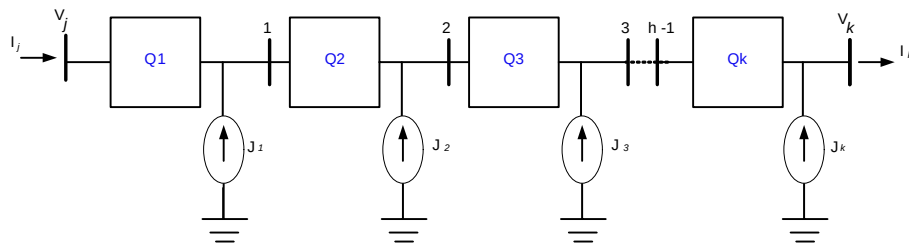


Figura 3.6: Representação da LT multifásica por quadripolos equivalentes e fontes de correntes representativas do efeito coroa em cada trecho

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = Q'_{LT1} \cdot \begin{pmatrix} V_j \\ I_j \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ J_1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} V_2 \\ I_2 \end{pmatrix} = Q'_{LT2} \cdot \begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ J_2 \end{pmatrix} \\ \dots \\ \begin{pmatrix} V_k \\ I_k \end{pmatrix} = Q'_{LTk} \cdot \begin{pmatrix} V_{h-1} \\ I_{h-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ J_k \end{pmatrix} \end{array} \right. \quad (3.10)$$

Combinando-se estas equações, vem,

$$\begin{pmatrix} V_k \\ I_k \end{pmatrix} = Q'_{eqLT} \cdot \begin{pmatrix} V_j \\ I_j \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ J_m \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

onde

$$Q'_{eqLT} = Q'_{LT1} \cdot Q'_{LT2} \dots Q'_{LT(h-1)} \cdot Q'_{LTk} \quad (3.12)$$

e

$$\begin{pmatrix} 0 \\ J_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ J_k \end{pmatrix} + Q'_{LTk} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ J_{h-1} \end{pmatrix} + \dots + Q'_{LTk} \cdot Q'_{LT(h-1)} \dots Q'_{LT3} \cdot Q'_{LT2} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ J_1 \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

3.3.1 Matrizes de Fontes de Correntes Transversais

Sendo a linha multifásica, constituída por **nc** condutores, para um determinado ponto de índice **p** ao longo da linha, a relação no tempo entre as tensões nos condutores em relação à referência de potencial e as cargas por unidade de comprimento é dada, matricialmente, pela equação:

$$[q_p(t)] = [C_p(t)] \cdot [v_p(t)] \quad (3.14)$$

Porém, ocorrendo o fenômeno coroa, a Matriz de Capacitâncias Totais $[C_p(t)]$, de ordem $nc \times nc$, é a soma da Matriz de Capacitâncias Geométricas (sem coroa) no ponto de índice **p**, $[C_{gp}(t)]$, com a Matriz de Capacitâncias devida ao efeito coroa no ponto de índice **p**, $[C_{cp}(t)]$. Ou seja,

$$[C_p(t)] = [C_g p(t)] + [C_{cp}(t)] \quad (3.15)$$

e assim pode-se definir os incrementos das cargas totais e os devidos ao efeito coroa, apresentados na equação (3.16), para depois se encontrar o valor da fonte J representativa do efeito coroa no trecho.

$$\begin{cases} \frac{dq_p(t)}{dt} &= \frac{dC_p(t)}{dt} v_p(t) + C_p(t) \frac{dv_p(t)}{dt} \\ \frac{dq_{cp}(t)}{dt} &= \frac{dC_{cp}(t)}{dt} v_p(t) + C_{cp}(t) \frac{dv_p(t)}{dt} \end{cases} \quad (3.16)$$

Para encontrar as derivadas das cargas em relação ao tempo numericamente, faz-se a aproximação de dt para Δt , através de diferenças finitas. Porém, traz o inconveniente da escolha de um Δt adequado, e então, optou-se pela solução analítica.

De uma maneira geral, a tensão e a carga em um condutor de índice $\mathbf{a}$ da LT estão relacionadas na equação (3.17),

$$\begin{aligned} v_{a,p}(t) &= \sum_{m=0}^{\infty} (V_{aRem} \cos(m\omega t) - V_{aImm} \sin(m\omega t)) \\ q_{a,p}(t) &= \sum_{b=1}^{nc} [c_{ab,p}(t)] \cdot v_{b,p}(t) \end{aligned} \quad (3.17)$$

obtendo-se,

$$q_{a,p}(t) = \sum_{b=1}^{nc} [c_{ab,p}(t)] \cdot \sum_{m=0}^{\infty} (V_{bRem} \cos(m\omega t) - V_{bImm} \sin(m\omega t)) \quad (3.18)$$

Cada elemento da matriz de capacitâncias, expandido em série de Fourier, é dado por:

$$c_{ab,p}(t) = \sum_{l=0}^{\infty} (C_{abRel} \cos(l\omega t) - C_{abImI} \sin(l\omega t)) \quad (3.19)$$

e sendo as derivadas em relação ao tempo,

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dv_{b,p}(t)}{dt} = 2 \sum_{m=0}^{\infty} (-m\omega V_{b\text{Rem}} \sin(m\omega t) - m\omega V_{b\text{Imm}} \cos(m\omega t)) \end{array} \right. \quad (3.20a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dc_{ab,p}(t)}{dt} = \sum_{l=0}^{\infty} (-l\omega C_{ab\text{Rel}} \sin(l\omega t) - l\omega C_{ab\text{Iml}} \cos(l\omega t)) \end{array} \right. \quad (3.20b)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dq_{ab,p}(t)}{dt} = \sum_{l=0}^{nc} \left(\frac{dc_{ab,p}(t)}{dt} \cdot v_{b,p}(t) + c_{ab,p}(t) \cdot \frac{dv_{b,p}(t)}{dt} \right) \end{array} \right. \quad (3.20c)$$

resulta,

$$\begin{aligned} \frac{dq_{a,p}(t)}{dt} = 2 \sum_{b=1}^{nc} \left(\frac{dc_{ab,p}(t)}{dt} \cdot \sum_{m=0}^{\infty} (V_{b\text{Rem}} \cos(m\omega t) - V_{b\text{Imm}} \sin(m\omega t)) \right. \\ \left. + c_{ab,p}(t) \sum_{m=0}^{\infty} (-m\omega V_{b\text{Rem}} \sin(m\omega t) - m\omega V_{b\text{Imm}} \cos(m\omega t)) \right) \end{aligned} \quad (3.21)$$

Procedendo como no capítulo 2, na sub-seção 2.6.2 e aplicando as equações (2.45) e (2.46), vem:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{dq_{a,p}(t)}{dt} \right)_{\text{Re}} = \omega \sum_{b=1}^{nc} \left(\sum_{m=0}^{\infty} (n (-C_{ab\text{Im}(n+m)} V_{b\text{Rem}} + C_{ab\text{Re}(n+m)} V_{b\text{Imm}})) \right. \\ \quad + \sum_{m=n}^{\infty} (n (-C_{ab\text{Im}(m-n)} V_{b\text{Rem}} + C_{ab\text{Re}(m-n)} V_{b\text{Imm}})) \\ \quad \left. + \sum_{m=0}^n (-n (C_{ab\text{Im}(n-m)} V_{b\text{Rem}} + C_{ab\text{Re}(n-m)} V_{b\text{Imm}})) \right) \\ \left(\frac{dq_{a,p}(t)}{dt} \right)_{\text{Im}} = \omega \sum_{b=1}^{nc} \left(\sum_{m=0}^{\infty} (n (C_{ab\text{Re}(n+m)} V_{b\text{Rem}} + C_{ab\text{Im}(n+m)} V_{b\text{Imm}})) \right. \\ \quad + \sum_{m=n}^{\infty} (-n (C_{ab\text{Re}(m-n)} V_{b\text{Rem}} + C_{ab\text{Im}(m-n)} V_{b\text{Imm}})) \\ \quad \left. + \sum_{m=0}^n (-n (-C_{ab\text{Re}(n-m)} V_{b\text{Rem}} + C_{ab\text{Im}(n-m)} V_{b\text{Imm}})) \right) \end{array} \right. \quad (3.22)$$

Para $n = 0$,

$$\begin{aligned} \left(\frac{dq_{a,p}(t)}{dt} \right)_{\text{Re}0} &= 0 \\ \left(\frac{dq_{a,p}(t)}{dt} \right)_{\text{Im}0} &= 0 \end{aligned} \quad (3.23)$$

Analogamente, fazendo o mesmo procedimento para as capacitâncias devidas ao coroa, encontra-se:

$$\begin{cases}
\left(\frac{dq_{ca,p}(t)}{dt} \right)_{\text{Re}} = \omega \sum_{b=1}^{\text{nc}} \left(\sum_{m=0}^{\infty} \left(n \left(-C_{\text{cabIm}(n+m)} V_{\text{bRem}} + C_{\text{cabRe}(n+m)} V_{\text{bImm}} \right) \right. \right. \\
+ \sum_{m=n}^{\infty} \left(n \left(-C_{\text{cabIm}(m-n)} V_{\text{bRem}} + C_{\text{cabRe}(m-n)} V_{\text{bImm}} \right) \right) \\
+ \sum_{m=0}^n \left(-n \left(C_{\text{cabIm}(n-m)} V_{\text{bRem}} + C_{\text{cabRe}(n-m)} V_{\text{bImm}} \right) \right) \Big) \\
\left(\frac{dq_{ca,p}(t)}{dt} \right)_{\text{Im}} = \omega \sum_{b=1}^{\text{nc}} \left(\sum_{m=0}^{\infty} \left(n \left(C_{\text{cabRe}(n+m)} V_{\text{bRem}} + C_{\text{cabIm}(n+m)} V_{\text{bImm}} \right) \right. \right. \\
+ \sum_{m=n}^{\infty} \left(-n \left(C_{\text{cabRe}(m-n)} V_{\text{bRem}} + C_{\text{cabIm}(m-n)} V_{\text{bImm}} \right) \right) \\
+ \sum_{m=0}^n \left(-n \left(-C_{\text{cabRe}(n-m)} V_{\text{bRem}} + C_{\text{cabIm}(n-m)} V_{\text{bImm}} \right) \right) \Big)
\end{cases} \quad (3.24)$$

Para $n = 0$,

$$\begin{aligned}
\left(\frac{dq_{ca,p}(t)}{dt} \right)_{\text{Re}0} &= 0 \\
\left(\frac{dq_{ca,p}(t)}{dt} \right)_{\text{Im}0} &= 0
\end{aligned} \quad (3.25)$$

Na coordenada $\mathbf{x}$ onde se encontra o ponto $\mathbf{p}$, a corrente em derivação δ é a própria derivada dq/dt . Então, para o cabo $\mathbf{a}$, tem-se:

$$\begin{cases}
\delta_{\text{aRe}0} &= \frac{1}{2T} \int_0^T \left(\frac{dq_{a,p}(t)}{dt} \right)_{\text{Re}0} dt = 0 \\
\delta_{\text{aIm}0} &= \frac{1}{2T} \int_0^T \left(\frac{dq_{a,p}(t)}{dt} \right)_{\text{Im}0} dt = 0 \\
\delta_{\text{aRen}} &= \frac{1}{T} \int_0^T \left(\frac{dq_{a,p}(t)}{dt} \right)_{\text{Re}} \cos(n\omega t) dt \\
\delta_{\text{aImn}} &= \frac{1}{T} \int_0^T \left(\frac{dq_{a,p}(t)}{dt} \right)_{\text{Im}} \sin(n\omega t) dt
\end{cases} \quad (3.26)$$

Então, para o condutor de índice $\mathbf{a}$ e para a frequência $\mathbf{n}$, repetindo-se o cálculo para todos os $\mathbf{h}+1$ pontos ao longo da LT, determina-se a distribuição dos componentes δ_{aRen} e δ_{aImn} com a coordenada $\mathbf{x}$, e pode-se calcular as componentes da corrente total $\mathbf{J}$ em cada um dos $\mathbf{h}+1$ pontos. Assim,

$$\begin{cases}
J_{\text{aRe}} &= \int_{x_{n-1}}^{x_n} \delta_{\text{aRen}}(x) dx \\
J_{\text{aIm}} &= \int_{x_{n-1}}^{x_n} \delta_{\text{aImn}}(x) dx
\end{cases} \quad (3.27)$$

3.3.2 Rotina de Cálculo do Efeito Coroa para Fenômenos Lentos

- Definição dos dados principais para o processo:

– $\mathbf{h}$: quantidade de trechos da LT a ser empregada na simulação, definindo-

se assim **h** pontos de cálculo principais ao longo da *LT*;

- **n**: quantidade de frequências para a representação das tensões, correntes e cargas nos cabos em função do tempo;
- **m**: quantidade de frequências para a representação ds capacitâncias próprias e mútuas entre os cabos em função do tempo;
- Curva *q* x *v*: definição da curva típica para os cabos empregados na *LT*
- Cálculo dos valores iniciais das tensões e correntes para os **h+1** pontos da *LT*: Considera-se uma iteração de ordem **0**, que nenhum cabo está sob o efeito coroa; portanto as correntes [*J*] são iguais a zero. Então:

$$\begin{pmatrix} V_k \\ I_k \end{pmatrix} = Q'_{eqLT} \cdot \begin{pmatrix} V_j \\ I_j \end{pmatrix} \quad (3.28)$$

sendo

$$Q'_{eqLT} = Q'_{LTk} \cdot Q'_{LT(h-1)} \dots Q'_{LT2} \cdot Q'_{LT1} \quad (3.29)$$

Destes valores, relativos aos pontos **j** e **k**, são conhecidos e os demais valores, para todos os **h** pontos ao longo da *LT* por meio da seguinte equação:

$$\begin{pmatrix} V_h \\ I_h \end{pmatrix} = Q'_{LT h} \cdot \begin{pmatrix} V_{h-1} \\ I_{h-1} \end{pmatrix} \quad (3.30)$$

- Cálculo dos valores iniciais das matrizes [*J*] para os **h** pontos da *LT*: Calculadas as tensões em todos os *h* pontos da *LT*, considera-se que os cabos possam estar sob o efeito coroa, e, por meio das equações (3.21) e (3.23), calculam-se as densidades de corrente auxiliar δ em todos estes pontos. Por fim, por meio das equações (3.26), calculam-se as componentes de **J** nestes pontos.
- Cálculo dos incrementos das correntes [*J*] para os **h** pontos da *LT*: Tendo sido calculadas na iteração anterior todas as correntes longitudinais para os *h* pontos da *LT*, as correntes transversais totais [*J_T*] para o condutor de índice **a**, em componente da frequência **n** em cada ponto de índice **p**, relativas a todo o trecho definido situado entre os pontos **p-1** e **p**, são dadas por:

$$\begin{cases} J_{TaRen,p} = I_{aRen,p} - I_{aRen,p-1} \\ J_{TaImn,p} = I_{aImn,p} - I_{aImn,p-1} \end{cases} \quad (3.31)$$

A diferença entre cada valor obtido das equações (3.22) e os correspondentes calculados pela equação (3.28), fornece o valor do incremento ΔJ desejado. Assim,

$$\begin{cases} \Delta J_{aRen,p} &= J_{aRen,p} - J_{TaRen,p} \\ \Delta J_{aImn,p} &= J_{aImn,p} - J_{TaImn,p} \end{cases} \quad (3.32)$$

- Cálculo dos incrementos ΔV e ΔI : Com os incrementos ΔJ calculados no item anterior, e devendo ser previamente conhecidos os elementos de duas matrizes $[\Delta V_j]$ e $[\Delta I_j]$, calculam-se os novos valores $[\Delta V_k]$ e $[\Delta I_k]$. Destes valores podem ser derivados os demais valores para todos os pontos ao longo da LT .
- Inspeção da convergência: Inspeccionam-se as relações entre os desvios $[\Delta V]$ e $[\Delta I]$ e os respectivos valores de $\mathbf{V}$ e de $\mathbf{I}$. Se estes forem inferiores a limites preestabelecidos, interrompe-se o processo. Caso contrário, continua-se o mesmo.
- Atualização dos valores de $\mathbf{V}$ e de $\mathbf{I}$: Sendo conhecidos os incrementos de $\mathbf{V}$ e de $\mathbf{I}$, e chamando a iteração corrente de índice $\mathbf{r}$, num ponto da linha de índice $\mathbf{p}$, atualiza-se os valores de $\mathbf{V}$ e de $\mathbf{I}$ da seguinte forma:

$$\begin{cases} [V_k^{(r)}] = [V_k^{(r-1)}] + [\Delta V_k] \\ [I_k^{(r)}] = [I_k^{(r-1)}] + [\Delta I_k] \end{cases} \quad (3.33)$$

Pode-se utilizar fatores de aceleração para os incrementos das tensões e correntes. E se retorna ao processo iterativo.

3.4 Exemplo 1: Linha de Transmissão desconsiderando o Efeito Coroa para Fenômenos Rápidos

O procedimento será feito com a modelagem da LT utilizando a matriz de admitância nodal, empregando-se, devido a desconsiderar o efeito coroa, somente a capacitância geométrica da LT .

3.4.1 O Surto Atmosférico

A forma de onda mais amplamente empregada em estudos de surtos de manobras e/ou atmosféricos em LT é a dupla exponencial. Neste trabalho, considera-se a dupla exponencial por sua simplicidade de expressão, seja no domínio do tempo, seja no domínio da frequência. Há de se considerar que essa é uma forma de onda padronizada e empregada nos ensaios de suportabilidade de equipamentos em sistemas de potência. A definição da dupla exponencial pode ser dada por, para $t \geq 0$:

$$v(t) = k_c (e^{-at} - e^{-bt}) \quad (3.34)$$

e para $t < 0$, $v(t)$ é nula.

As constantes k_c , a e b são definidas apartir da forma de onda considerada e do ponto de máximo a ser representado pela forma de onda. Será utilizado o surto de polaridade positiva, devido ao fato de a polaridade não impactar nos objetivos deste trabalho. De [49], vem os cálculos dos parâmetros básicos através das equações:

$$\begin{aligned} v_{max} &= k_c \left(\frac{a}{b}\right)^{\left(\frac{-a}{a-b}\right)} \left(\frac{b-a}{b}\right) \\ t_f &= \left(\frac{a}{b}\right)^{\left(\frac{-a}{a-b}\right)} \left(\frac{1}{b}\right) \\ (e^{-at_m} - e^{-bt_m}) &= \frac{1}{2} \left(\frac{a}{b}\right)^{\left(\frac{-a}{a-b}\right)} \left(\frac{b-a}{b}\right) \end{aligned} \quad (3.35)$$

onde v_{max} é a amplitude máxima, t_f é o tempo de frente de onda e t_m é o tempo de meia onda.

Para um surto com tempo de frente de onda de **1,2 μ s**, tempo de meia onda de **50 μ s** e amplitude máxima de **1 MV**, encontrou-se os seguintes parâmetros básicos: $k_c = 1,109010^6$ V, $a = 0,015910^6 s^{-1}$ e $b = 0,767710^6 s^{-1}$, conforme [49]. Este surto está apresentado na Figura 3.7.

A expressão do surto no domínio da frequência complexa s está na equação:

$$V(s) = k_c \left(\frac{1}{a+s} - \frac{1}{b+s} \right)$$

3.4.2 Cálculo dos Parâmetros da Linha de Transmissão

Apresenta-se a seguir um caso teórico de uma linha de transmissão monofásica de **250 km** de extensão cujo condutor é CROW (ACSR **715 MCM**,54/7), com raio interno de **0,00438 m** e raio externo de **0,0132 m**. A resistividade média do condutor é ρ_c , igual a **3,971 $10^{-8} \Omega m$** , a permeabilidade do condutor é μ , igual a **4 $\pi 10^{-7}$ H/m** e estando acima do solo **7,5 m**. A resistividade do solo é ρ , igual a

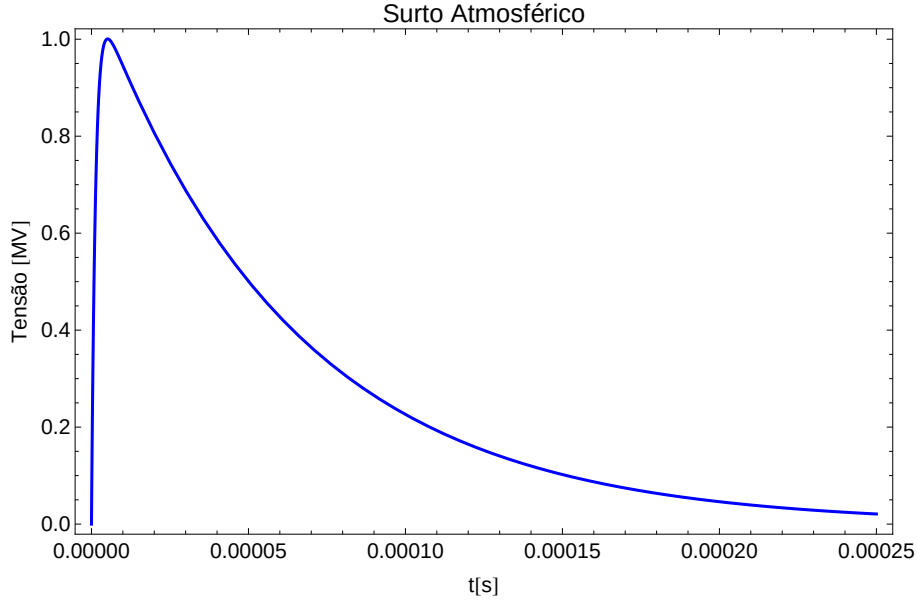


Figura 3.7: Surto Atmosférico

1000 Ωm . Para o cálculo da impedância deste condutor em função da frequência, foi considerada a profundidade complexa para a inclusão do efeito do solo. A tensão de inepção de corona é de **400 kV**. Trata-se, conforme mencionado, de uma linha téorica onde se visa extressar o efeito corona na deformação da propagação da onda de tensão. Esse circuito foi originalmente proposto em [[49], pp. 73].

3.4.3 Propagação do Surto desconsiderando o Efeito Coroa

A linha vai ser modelada empregando a matriz de admitância nodal, conforme o apêndice A, no *DHM*, utilizando *DHFC*. Lembrando que se está na região linear, ou seja, empregando somente a capacitância geométrica da *LT*. Desta forma:

$$\begin{bmatrix} I \\ \Delta I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y & 0 \\ 0 & \Delta Y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

sendo ΔI , ΔV e ΔY , os incrementos referentes às matrizes de corrente, tensão e admitância nodal, em relação à frequência. O resultado está apresentado na Figura 3.8, mostra-se o surto em **x=0 km** e a propagação do surto em **x=500 m**, em **x=1,5 km**, em **x=2,5 km** e em **x=12,5 km**.

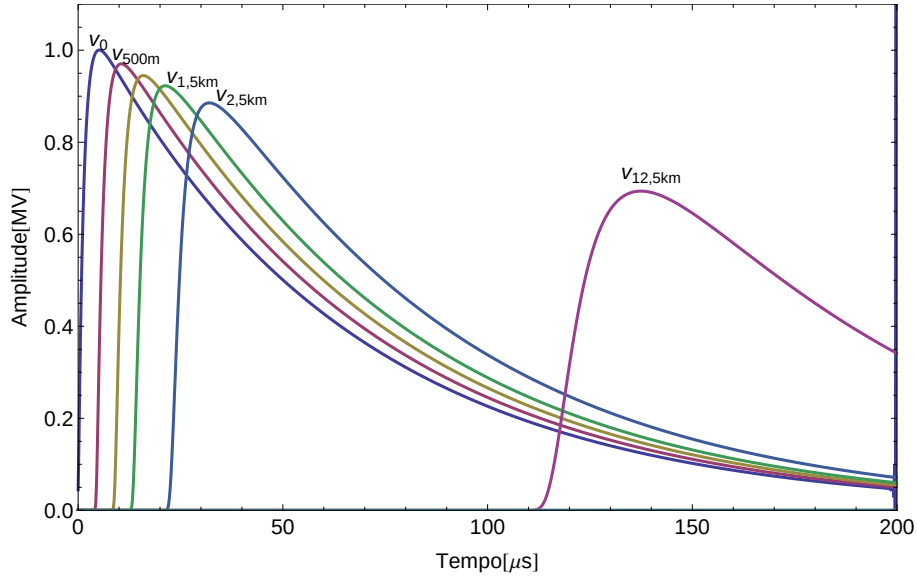


Figura 3.8: Surto em $x=0$ km e Propagação do Surto em $x=500$ m, em $x=1,5$ km, em $x=2,5$ km, e em $x=12,5$ km.

3.5 Exemplo 2: Linha de Transmissão considerando o Efeito Coroa para Fenômenos Rápidos

Na seção anterior, em que se desconsidera o efeito coroa, a linha pode ser estudada utilizando-se a matriz de admitância nodal ou a de quadripolos, conforme o apêndice A, numa modelagem que pode ser empregada para linhas monofásicas ou trifásicas. Os cálculos são feitos para cada incremento de frequência. Porém, se em algum ponto da linha, em algum condutor, desvia-se da região linear para a não linear, ou seja, se alguma condutor fica sob o efeito coroa, fica totalmente prejudicado o equacionamento linear obtido. Então, a análise agora, visando os fenômenos rápidos, vai ser iniciada com a curva Carga x Tensão, que é para se saber quando se sai da região linear (sem coroa) e se entra na não linear (com coroa), saindo-se da capacitância geométrica da linha e passando para a dinâmica. Devido às características da curva $q \times v$, viu-se que para uma amplitude máxima de surto de **1,0 MV**, pode-se aproximar esta curva por três segmentos de reta, ou seja, por um paralelogramo. Dos parâmetros da *LT* já calculados em 3.4.2, nomeia-se a capacitância como a capacitância geométrica da *LT* e para a capacitância dinâmica, o valor adotado foi **67%** maior que a capacitância geométrica. A tensão crítica v_c , ou seja, a tensão que ocorre no tempo crítico t_c é de 400 kV.

3.5.1 Efeito Coroa para Fenômenos Rápidos

Quer-se fazer a análise do condutor sob o efeito coroa para fenômenos rápidos. Como o interesse é a análise no domínio harmônico, pode-se fazer uma aproximação linear por partes da solução completa do circuito não linear. Então, tem-se que resolver o sistema:

$$\mathbf{AX} = \mathbf{B}$$

onde A uma matriz que contem a matriz admitância Y e o incremento desta matriz, ΔY . Dessa forma, uma possível solução é utilizando superposição, sendo que, para uma análise expedita, o surto atmosférico será decomposto em duas partições, como mostrado na Figura 3.9. A primeira partição do surto é delimitada pela tensão crítica (400 kV), chamada V_{inf} , a região da capacitância geométrica, e a segunda partição, chamada V_{sup} , região da capacitância dinâmica.

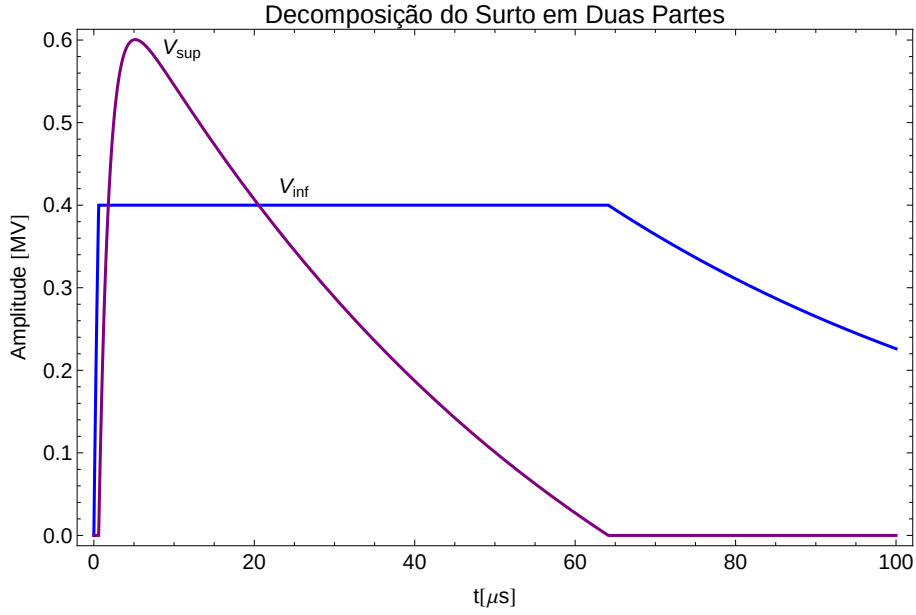


Figura 3.9: Surto Atmosférico

A equação (3.37) é resolvida através do método nodal modificado, foi elaborada no *DHM*, com a formulação complexa. Nestes caso, faz-se os pontos de medições nos locais de interesse, sem ter que decompor e recompor o surto propagado até atingir estes locais, a cada incremento de distância, como em Santiago [49].

$$\begin{bmatrix} I_{inf} \\ I_{sup} \\ \Delta I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{inf} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{sup} & 0 \\ 0 & 0 & \Delta Y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{inf} \\ V_{sup} \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

3.5.2 Propagação do surto considerando o Efeito Coroa

A propagação do surto com a LT sob efeito coroa está mostrada na Figura 3.10 para os seguintes pontos de interesse: $x=0$ km, $x=500$ m, $x=1$ km, $x=5$ km, em $x=10$ km e em $x=20$ km. As respostas nestes pontos foram obtidas apartir da transformada numérica de Laplace, que levou a uma maior velocidade de processamento, aliado a critérios de esparsidade da matriz de admitâncias.

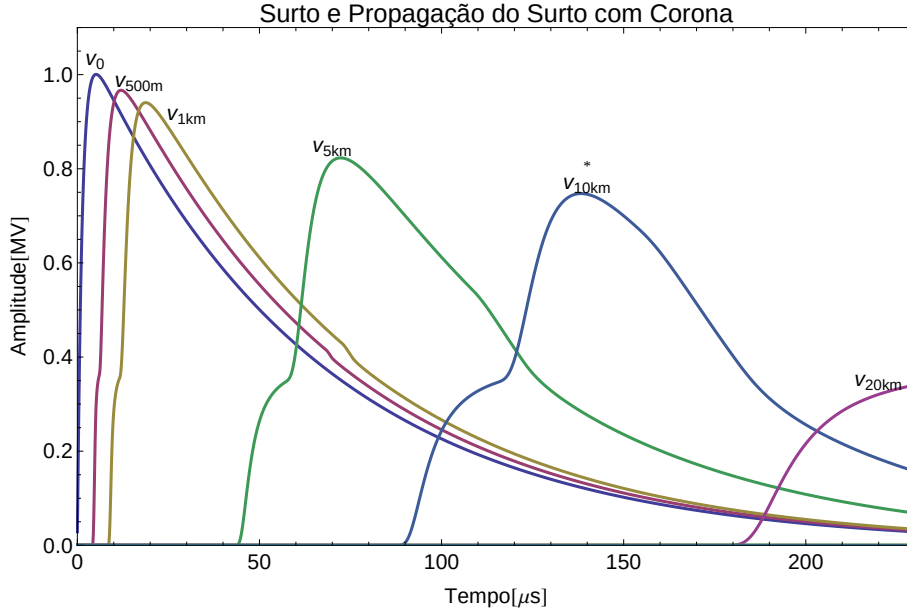


Figura 3.10: Surto e propagação do surto atmosférico para o condutor sob efeito coroa

A Figura 3.11 traz as formas de ondas para o surto e propagação do surto atmosférico para o condutor sob efeito coroa, conforme Santiago [49], para fins de comparação com a obtida empregando o DHM .

A partição do surto em apenas duas partes torna o processo computacional muito mais rápido e sem grandes perdas numéricas, como pode ser analisado observando as Figuras 3.10 e 3.11. Com a utilização do DHM propiciou não ter mais que observar o surto até $100 \mu s$, fazendo que seja bem mais rápido atingir distâncias anteriores e as superiores a 10 km, que foi considerado limite em [49]. Para efeito de comparação até a propagação do surto à distância de 10 km, marcado com um asterisco na Figuras 3.10, verifica-se que os resultados se traduzem em curvas que são bastante parecidas. A diferença com a utilização do DHM e do processo originalmente proposto em [49], neste há o decomposição/recomposição do surto a cada 500 m, o que torna o procedimento bastante custoso do ponto de vista computacional, similarmente ao que acontece com a inclusão de circuitos adicionais para a representação do efeito coroa no domínio do tempo.

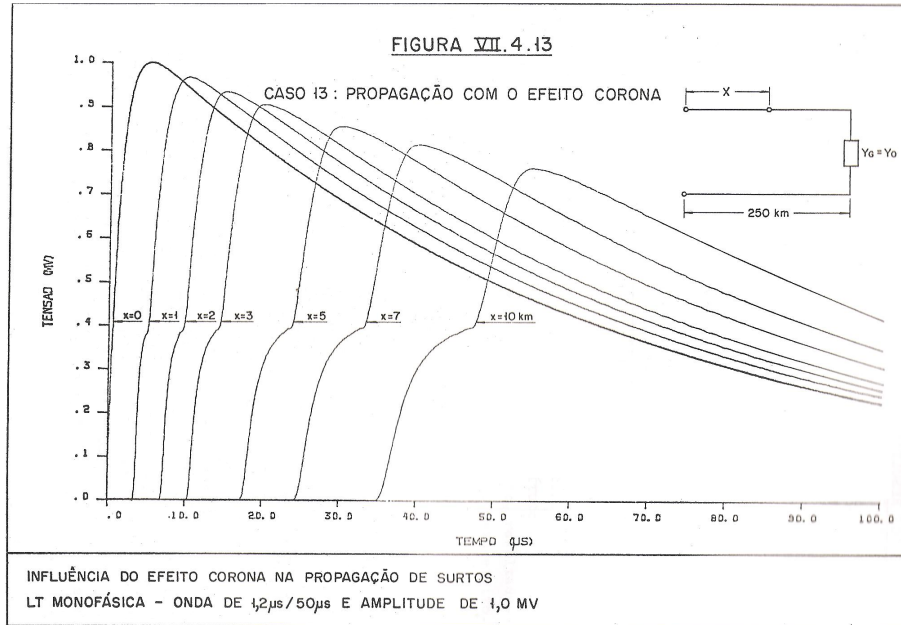


Figura 3.11: Surto e propagação do surto atmosférico para o condutor sob efeito coroa - abordagem Santiago

3.5.3 Efeito do Solo para o Condutor sob Efeito Coroa

Até aqui foi estudada a propagação, utilizando resistividade do solo constante e igual a $1000 \Omega \text{ m}$. Mas a variação do solo, e em consequência de sua resistividade ou condutividade, é facilmente incorporada no sistema de equações. A equação para a condutividade do solo é dada pela equação variando com a frequência:

$$\sigma_{solo}[\omega] = 10.0^{-3} + \omega^0.71603(0.057849 + j0.12097)10^{-6} \quad (3.38)$$

Na Figura 3.12 se encontra o efeito do solo na propagação do surto atmosférico para o condutor sob efeito coroa, conforme os parâmetros para o solo de [34].

3.6 Discussão

Foi realizada a modelagem analítica em Formulação Trigonométrica (*DHFT*) para o coroa em fenômenos lentos, variando-se as correntes transversais ao longo da linha, e para os fenômenos rápidos, variando-se as capacitâncias transversais também ao longo da *LT*, e, neste caso, já foi tratado um exemplo. Com este exemplo, foi atingido o objetivo de mostrar os principais aspectos envolvidos com o efeito coroa, a dissipação de energia, com a diminuição do surto durante a propagação, e a distorção provocada. O procedimento para fenômenos rápidos se mostrou vantajoso, pois é bastante rápido computacionalmente e pode ser utilizado em conjunto quando se

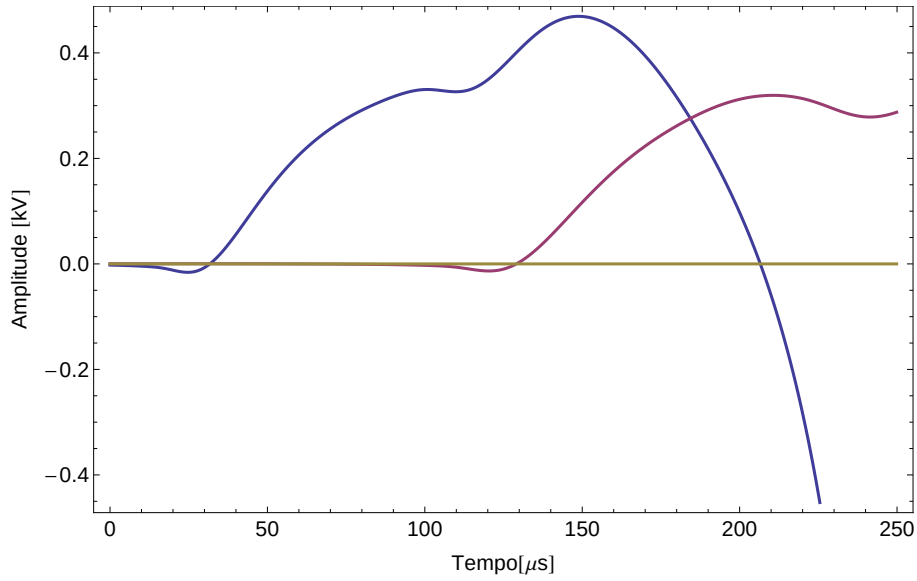


Figura 3.12: Efeito do solo na propagação do surto atmosférico para o condutor sob efeito coroa

pensar a cada fração do surto para o condutor sob efeito coroa, o que pode estar ocorrendo no comportamento global de um sistema, que já tenha sido tratado no domínio da frequência, e verificar as reações deste sistema como um todo. Contudo, para a análise do efeito coroa para fenômenos rápidos em redes multifásicas, a matriz dos incrementos de admitâncias é mais complicada de ser obtida. Então, para as linhas longas trifásicas, será aplicada a metodologia apresentada para fenômenos lentos, visando o comportamento frente a sobretensões sustentadas no capítulo 5. Em [49], também é aplicado um procedimento *DHM* para o condutor sob o efeito coroa para fenômenos rápidos, baseado em funções de transferência, e pode ser visto no apêndice C. No entanto, este é bem mais lento computacionalmente.

Capítulo 4

Casos Testes para Circuitos com Elementos Chaveados

Serão abordados dois casos testes, cada um envolvendo um elemento não linear, considerados duais, baseados nos equacionamentos obtidos no Capítulo 2, para se discutir sobre suas implementações utilizando o *DHFT* e o *DHFC*, já apresentados. O primeiro caso teste foi um sistema com o Reator Controlado a Tiristor (*RCT*), compensador em derivação de linhas de transmissão, e o outro foi um sistema com o Capacitor Série Controlado por Chave Autocomutada (*GCSC*), compensador série de linhas de transmissão. A metodologia aqui apresentada seguiu uma abordagem única para todos os elementos do sistema, sejam eles lineares ou não, como pode ser visto na Figura 4.1. Neste caso, os sinais são considerados periódicos, equaciona-se os elementos lineares, calcula-se as interações harmônicas para os não lineares e parte-se para uma solução iterativa. Como se elaborou soluções para o regime permanente, trabalhou-se somente no domínio da frequência, as quais poderão ser utilizadas como o ponto de partida para a análise dinâmica do sistema, especialmente para os transitórios eletromagnéticos. O Caso Teste # 1 é um sistema não convencional, realizado com o intuito de testar e dominar a programação, antes de partir para o caso Teste # 2. Ressalta-se que os procedimentos foram praticados para linhas de transmissão consideradas longas (comprimento maior que **230 km**), porém podem ser aplicados em linhas curtas e médias sem qualquer alteração.

4.1 Caso teste # 1: Sistema com *RCT*

O sistema a ser analisado está representado na Figura 4.2. Consiste de uma fonte de energia, a impedância da fonte, a linha de transmissão, um transformador e o *RCT*.

A tensão nominal da linha e da fonte é de **345 $\angle 0^\circ$ kV**. Para **60 Hz**, as impe-

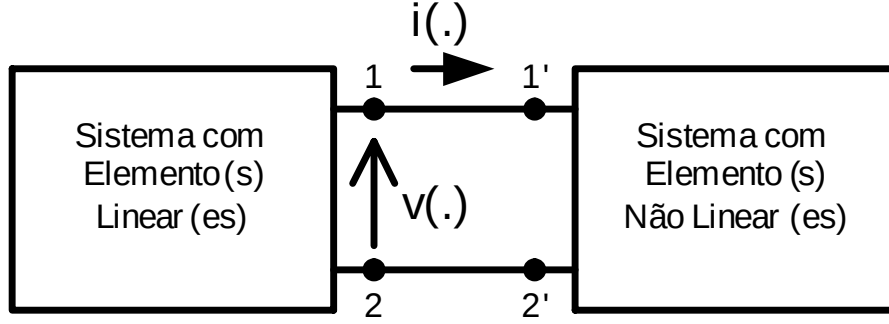


Figura 4.1: Abordagem de um Sistema com Elementos Lineares e Não Lineares

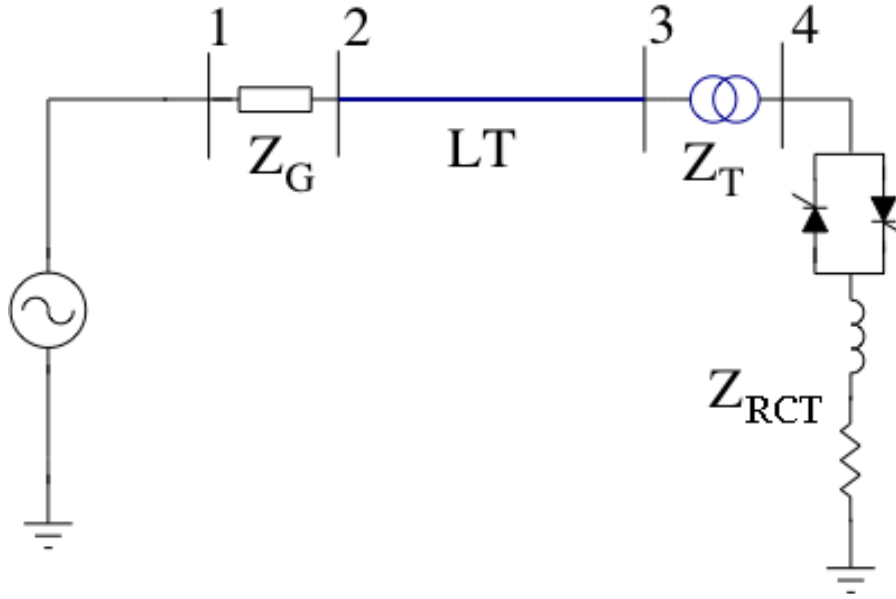


Figura 4.2: Sistema com RCT

dâncias da fonte (Z_G), do transformador (Z_T) e do RCT (Z_{RCT}) são **36,96 $\angle 75^\circ \Omega$** , **63,5 $\angle 90^\circ \Omega$** e **794 $\angle 88^\circ \Omega$** , respectivamente. O comprimento da linha de transmissão é de **500 km**. A relação de transformação é de **345:13,8 kV**, com **150 MVA**.

4.1.1 *DHFT* Caso Teste # 1

O elemento representativo do tensor utilizado para a admitância do gerador, sendo considerado linear, obedecerá à equação (4.1).

$$Y_G = \begin{bmatrix} \Re(y_g) & -\Im(y_g) \\ \Im(y_g) & \Re(y_g) \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Este elemento representativo do tensor poderá ser utilizado para qualquer outro elemento linear do circuito, por exemplo, substituindo-se Y_G por Y_T para o transfor-

mador, que foi considerado estar operando na região linear.

Cálculo dos Parâmetros da Linha de Transmissão

A *LT* do sistema mostrado na Figura 4.2 é uma linha não convencional. Os condutores de fase são Hawk e os cabos para-raios de aço *EHS* aterrados. A resistividade do solo foi considerada ser de $10 \text{ k}\Omega\text{m}$. A geometria da linha de transmissão está exposta na Figura 4.3. A *LT* foi modelada considerando seu comportamento

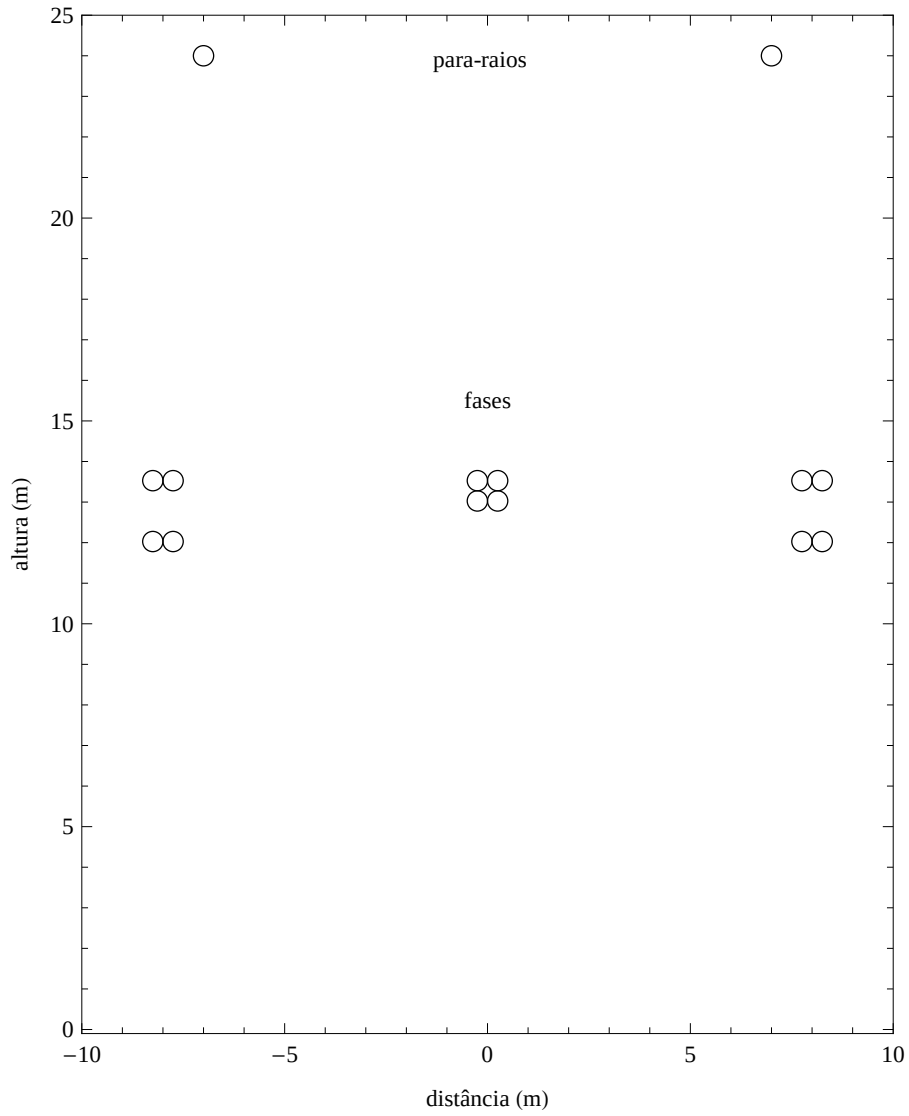


Figura 4.3: Altura média dos condutores da Linha de Transmissão de **345 kV**, não convencional, Caso Teste # 1.

dependente da frequência bem como a sua natureza distribuída e foi considerada a transposição das fases. A admitância nodal da linha foi obtida diretamente no domínio das fases, sem a utilização da decomposição modal. A estrutura da matriz é mostrada na equação (4.2) e envolve as matrizes exponenciais obtidas diretamente

da matriz de impedância Z e da matriz de admitância Y , ambas por unidade de comprimento, e seus cálculos seguiram as formulações apresentadas no Apêndice A.

$$Y_{nodalLT} = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \\ y_2 & y_1 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

onde

$$\begin{aligned} y_1 &= Y_c(I_d + H^2)(I_d - H^2)^{-1} \\ y_2 &= -2Y_c \cdot H(I_d - H^2)^{-1} \end{aligned} \quad (4.3)$$

$$\begin{aligned} Y_c &= Z^{-1}\sqrt{Z \cdot Y} \\ H &= \exp(-\sqrt{Z \cdot Y}\ell) \end{aligned} \quad (4.4)$$

Em que Y_c é a matriz admitância característica e I_d é a matriz identidade.

Cálculo da Matriz Jacobiana *DHFT* Caso Teste # 1

Inicialmente foi construída a matriz de admitância nodal para a *LT* de **345 kV** e depois foi construída a matriz de imitâncias do sistema. Deve ser observado que, ao se incluir a barra contendo o *RCT*, a impedância do mesmo foi referenciada ao primário e está em série com a impedância do transformador, quando o tiristor estiver conduzindo. Para se encontrar, então, a admitância deste ramo, que é o inverso da impedância equivalente, a impedância do *RCT* foi multiplicada pela função de chaveamento. Ou seja, se o tiristor estiver conduzindo a impedância total é a soma linear das impedâncias do *RCT* e do transformador. Se não estiver conduzindo, a função de chaveamento é **zero** neste intervalo e assim só existirá a impedância do transformador. Esta matriz foi estendida contemplando o elemento não linear, com a impedância do *RCT* e a função de chaveamento, na forma descrita na Subseção 2.6.2.

Então, partindo-se da formulação para a corrente para um sistema trifásico linear, onde, por exemplo, para a barra **2**:

$$I = \begin{bmatrix} [I_a] & [I_b] & [I_c] \end{bmatrix}^T \quad (4.5)$$

$$V = \begin{bmatrix} [V_a] & [V_b] & [V_c] \end{bmatrix}^T \quad (4.6)$$

$$Y = \begin{bmatrix} [Y_{aa}] & [Y_{ab}] & [Y_{ac}] \\ [Y_{ba}] & [Y_{bb}] & [Y_{bc}] \\ [Y_{ca}] & [Y_{cb}] & [Y_{cc}] \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Para a fase **a**, lembrando que ter-se-á somente as harmônicas ímpares, por causa da simetria de meia-onda, vem:

$$[I_{aFT}] = \begin{bmatrix} I_{R1} & I_{I1} & I_{R3} & I_{I3} & I_{R5} & I_{I5} & \cdots & I_{Rk} & I_{Ik} & \cdots \end{bmatrix}^T \quad (4.8)$$

$$[V_{aFT}] = \begin{bmatrix} V_{R1} & V_{I1} & V_{R3} & V_{I3} & V_{R5} & V_{I5} & \cdots & V_{Rk} & V_{Ik} & \cdots \end{bmatrix}^T \quad (4.9)$$

Para a admitância do gerador, que está entre as barras **1** e **2**, sendo que os componentes da matriz estão na forma trigonométrica, como elementos representativos dos tensores, vem:

$$Y_{21} = \begin{bmatrix} [-Y_{aaFT}] & & \\ & [-Y_{bbFT}] & \\ & & [-Y_{ccFT}] \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

onde

$$[Y_{aaFT}] = \begin{bmatrix} Y_{aaR1} & -Y_{aaI1} & & & & & & & & \\ Y_{aaI1} & Y_{aaR1} & & & & & & & & \\ & & Y_{aaR3} & -Y_{aaI3} & & & & & & \\ & & Y_{aaI3} & Y_{aaR3} & & & & & & \\ & & & & Y_{aaR5} & -Y_{aaI5} & & & & \\ & & & & Y_{aaI5} & Y_{aaR5} & & & & \\ & \ddots & & & & & \ddots & & & \\ & & & & & & & Y_{aaRk} & -Y_{aaIk} & \\ & & & & & & & Y_{aaIk} & -Y_{aaRk} & \\ & \ddots & & & & & & & & \ddots \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Na matriz de admitância, vai-se falar agora particularmente sobre os elementos dependentes da frequência, como a admitância da *LT*. Haverá submatrizes de admitâncias nodais próprias e mútuas para a *LT* que irão compor seus elementos na Matriz de imitância. Tal matriz foi extendida com o equacionamento para a parte

não linear, em que

$$P.V = ZI \quad (4.12)$$

onde $P.V$ é a tensão chaveada, como foi explicado na subseção 2.6.2.

Após efetuados os cálculos, a estrutura da a Matriz de Imatâncias em *DHFT* para cinco componentes harmônicas está exposta na Figura 4.4.

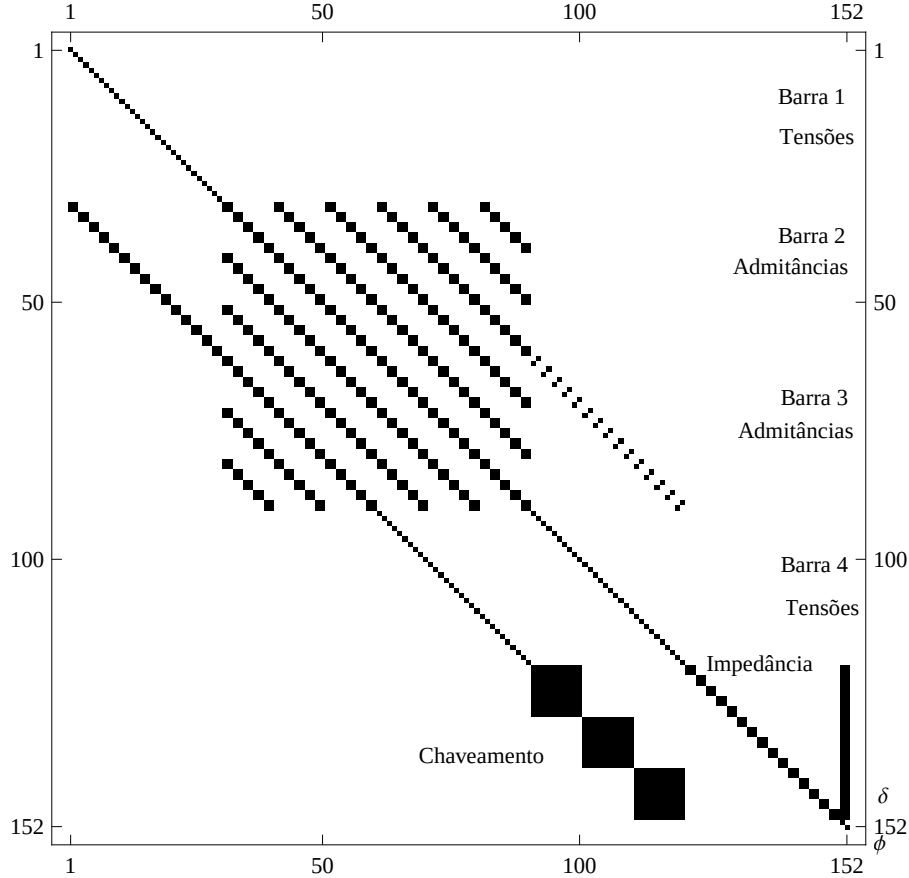


Figura 4.4: Matriz Jacobiana em *DHFT* Caso Teste # 1 considerando **5** componentes harmônicas

O produto entre o número de fases **3**, o número de componentes harmônicas **5**, o número de barras **4+1** e **2**, por contemplar real e imaginário, encontra-se **150** equações. E mais uma linha e uma coluna para os efeitos dos ângulos de referência e de condução dos tiristores do RCT, dando um total de **152** equações para **5** componentes harmônicas. Então, pode-se calcular o número de equações por:

$$neq = nfases.(nbarras + 1).n.2 \quad (4.13)$$

onde **neq** é o número de equações, **nfases** é o número de fases, **nbarras** é o número de barras e **n** é o número de componentes harmônicas, multiplicado por **2**,

componentes real e imaginária.

Quanto mais componentes harmônicas, mais a modelagem utilizando a *DHFT* se aproxima da realidade. A tolerância utilizada para as iterações para Newton-Raphson foi de 10^{-9} . Para **50** componentes harmônicas, o sistema fica com **1502** equações, como pode ser conferido pela equação (4.13) e foram necessárias apenas **4** iterações para convergir. As correntes nas fases do *RCT* referenciadas ao primário estão mostradas na Figura 4.5, considerando **50** componentes harmônicas.

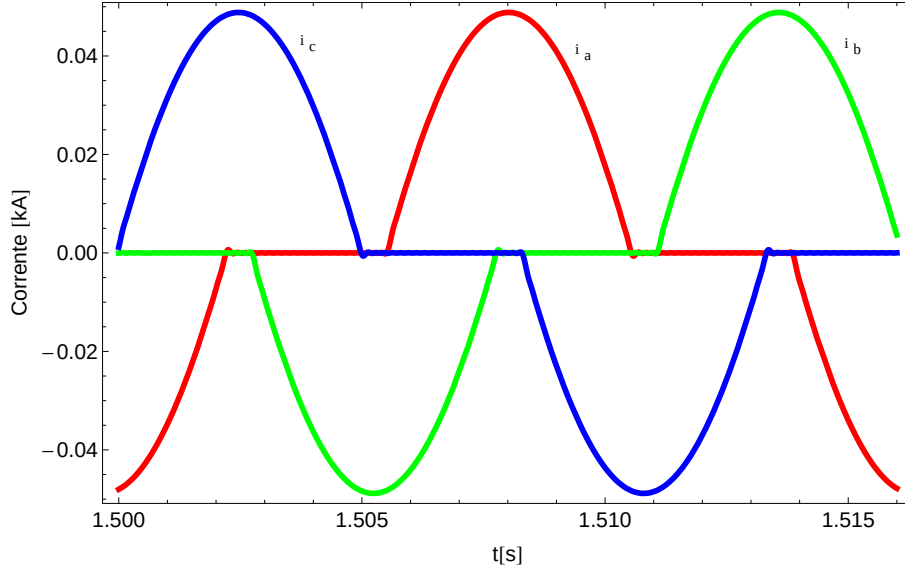


Figura 4.5: Corrente nas fases do *RCT* considerando **50** componentes harmônicas *DHFT*

As tensões nas fases do *RCT*, ou seja, as tensões v_L para as fases estão apresentadas na Figura 4.6, considerando **50** componentes harmônicas. Observa-se o efeito Gibbs nas tensões do *RCT*, mostradas nesta Figura.

4.1.2 *DHFC* Caso Teste # 1

Para o cálculo da Matriz Jacobiana no *DHFC*, novamente, inicia-se com a parte linear do sistema. Partindo-se da equação das correntes, com as mesmas equações já descritas, (4.5), (4.6) e (4.7) para um sistema trifásico linear. Ou seja, até aqui sem diferença com o *DHFT*. A partir deste ponto, então, vai-se por outro caminho com relação à forma das matrizes de corrente, tensão e admitância, até a harmônica de ordem $\mathbf{k}$. Ou seja, o procedimento em relação à parte linear é o mesmo para as duas modelagens, só que, levando-se em conta somente as formatações dos vetores de corrente e de tensão, pois, agora, seus elementos estão na forma complexa e não mais na forma trigonométrica. Assim, por exemplo, para a fase **a** fica conforme

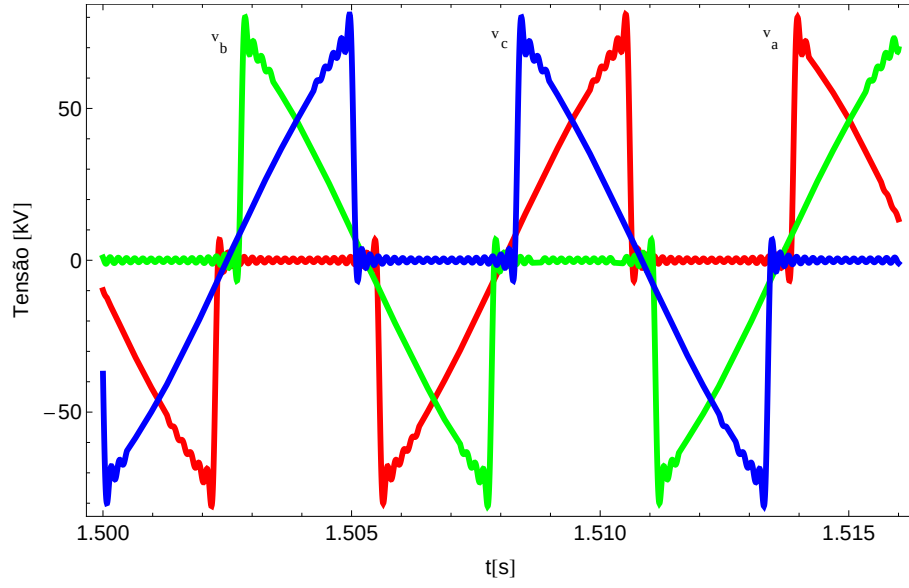


Figura 4.6: Tensão nas fases do *RCT* considerando **50** componentes harmônicas *DHFT*

mostrado abaixo.

$$[I_{aFC}] = \left[\cdots \quad I_{a-k} \quad \cdots \quad I_{a-3} \quad I_{a-1} \quad I_{a1} \quad I_{a3} \quad \cdots \quad I_{ak} \quad \cdots \right]^T \quad (4.14)$$

$$[V_{aFC}] = \left[\cdots \quad V_{a-k} \quad \cdots \quad V_{a-3} \quad V_{a-1} \quad V_{a1} \quad V_{a3} \quad \cdots \quad V_{ak} \quad \cdots \right]^T \quad (4.15)$$

Para a admitância do gerador, que está entre as barras **1** e **2**, vem:

$$[Y_{21}] = \begin{bmatrix} [-Y_{aaFC}] & & \\ & [-Y_{bbFC}] & \\ & & [-Y_{ccFC}] \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

onde

$$[Y_{aaFC}] = \begin{bmatrix} \vdots & & & & & & & \\ Y_{aa-k} & & & & & & & \\ \ddots & & & & & & & \\ & Y_{aa-3} & & & & & & \\ & & Y_{aa-1} & & & & & \\ & & & Y_{aa1} & & & & \\ & & & & Y_{aa3} & & & \\ & \ddots & & & & \ddots & & \\ & & & & & & Y_{ak} & \\ \vdots & & & & & & \vdots & \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

Na matriz de imitâncias, vai-se falar agora sobre os elementos lineares dependentes da frequência, as admitâncias da **LT**. Haverá submatrizes de admitâncias nodais próprias e mútuas para a *LT* que irão compor seus elementos na Matriz de imitância. Tal matriz foi estendida com o equacionamento para a parte não linear. Para o *DHFC* para o *RCT*, utilizou-se a Admitância Chaveada, definida na equação (2.59), e seus valores serão levados para a construção da matriz Jacobiana no *DHFC*, conforme mostrado a seguir

$$Ysw_{RCT}V = I \quad (4.18)$$

A matriz Jacobiana *DHFC* obtida toma o aspecto dado pela Figura 4.7.

Também foi utilizada a mesma tolerância para as iterações para Newton-Raphson do *DHFT*, ou seja, 10^{-9} . Para resolver o sistema com **1502** equações, utilizando **50** componentes harmônicas, foram necessárias também **4** iterações. As correntes nas fases do *RCT* se encontram na Figura 4.8 considerando **50** componentes harmônicas. Para mostrar a concordância entre os dois métodos, nas Figuras 4.9 e 4.10 aparecem, para a fase **a**, as tensões do *RCT* e nas chaves (tiristores), considerando **50** componentes harmônicas, pelo *DHFC* e pelo *DHFT*, respectivamente, sendo que a tensão total é a soma das duas tensões mencionadas.

O número de iterações realizadas pelas duas metodologias para resolução das **1502** equações foi o mesmo, tanto para o *DHFT* quanto para o *DHFC*, **4** iterações, apesar de não ser dado o mesmo tratamento para a parte não linear.

As Seções 4.3e 4.4 a seguir têm como objetivo comparar as duas metodologias sob o mesmo tratamento da parte não linear.

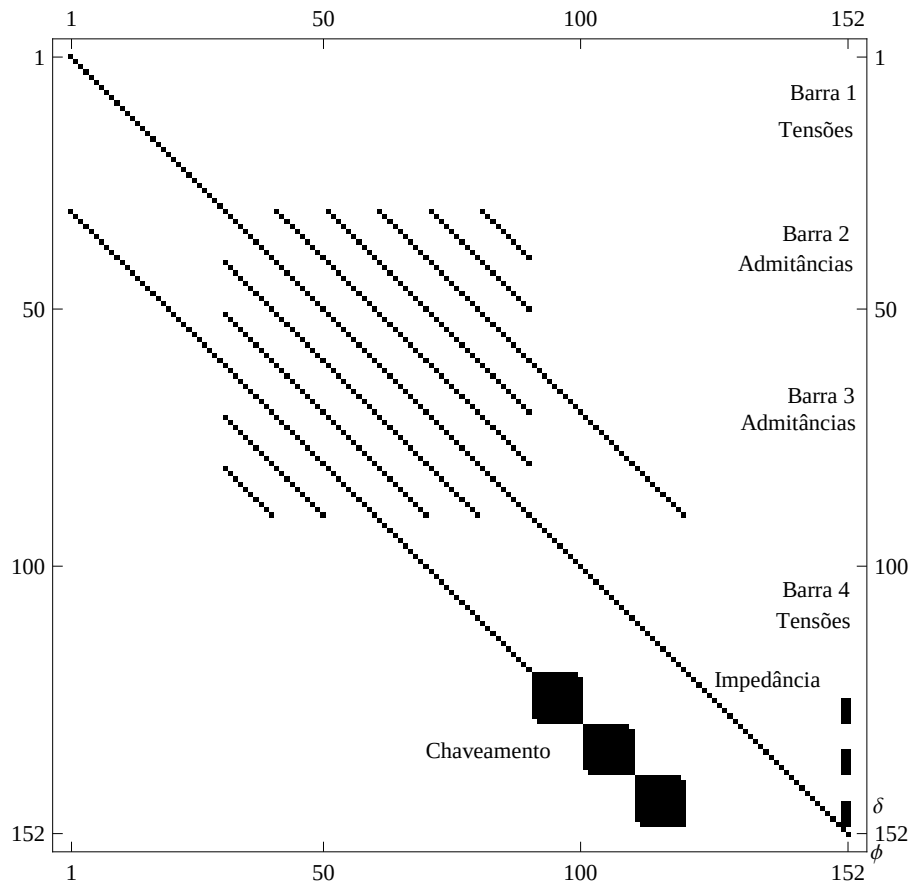


Figura 4.7: Matriz Jacobiana *DHFC* Caso Teste # 1

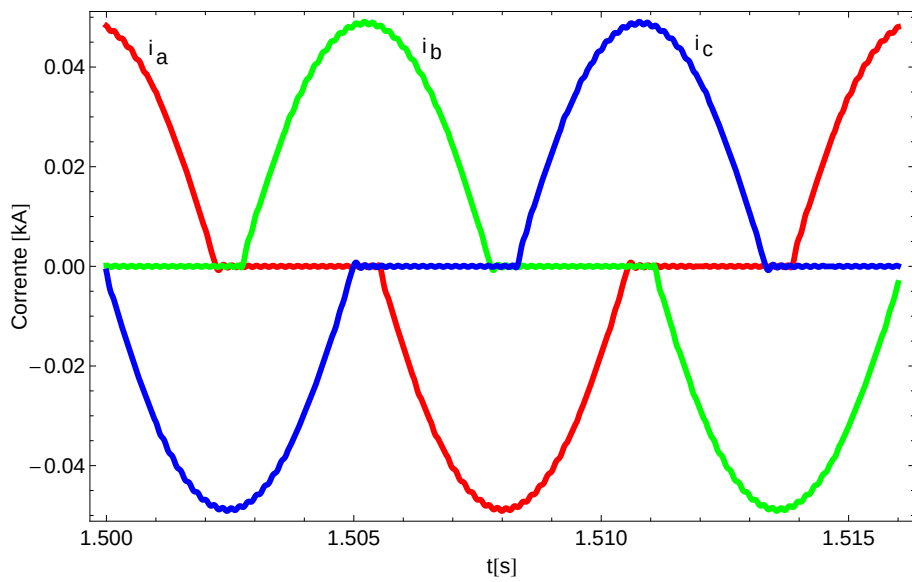


Figura 4.8: Correntes nas fases do *RCT* considerando **50** componentes harmônicas *DHFC*

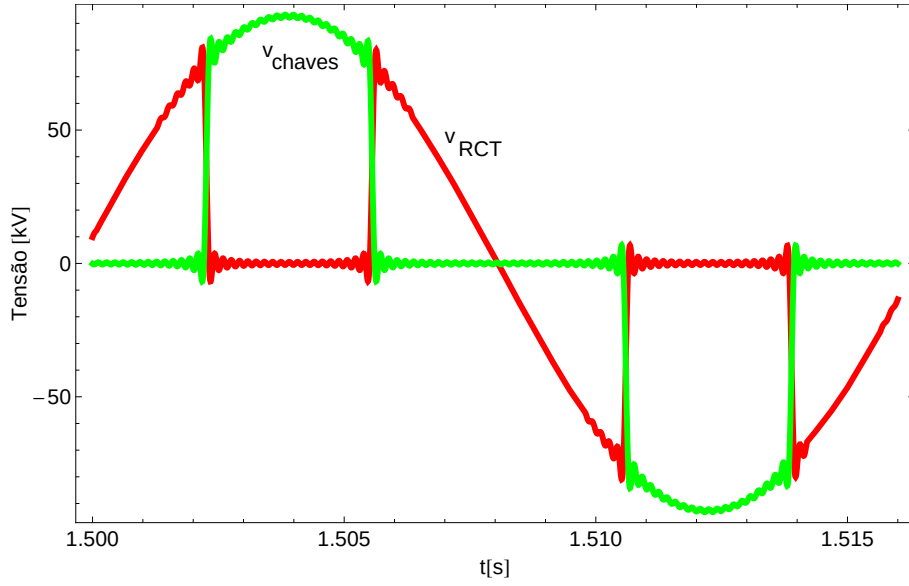


Figura 4.9: Fase **a**: Tensões no *RCT* e nas chaves no *DHFC* considerando **50** componentes harmônicas

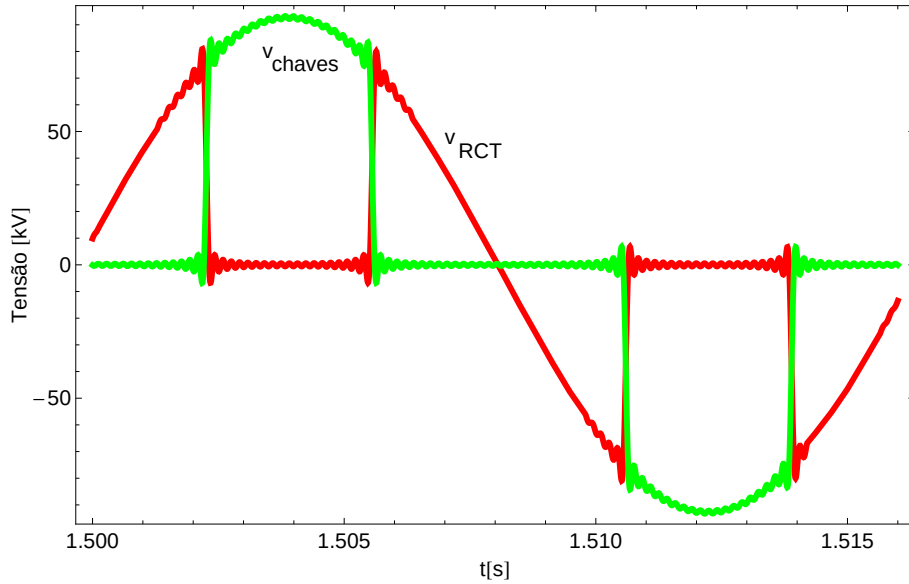


Figura 4.10: Fase **a**: Tensões no *RCT* e nas chaves no *DHFT* considerando **50** componentes harmônicas

4.2 Caso Teste # 2: Sistema com *GCSC*

O sistema a ser analisado, mostrado na Figura 4.11, é o mesmo apresentado em [52]. É composto por dois sub-sistemas **A** e **B**, interligados por uma linha de transmissão dupla, trifásica, com **2722 km** de extensão. O *GCSC* é instalado num dos circuitos da **LT**, sendo responsável pelo controle de até **40%** da potência nominal. A representação de cada gerador consiste de fonte de tensão ideal atrás da impedância equivalente. Há cargas ligadas às barras **2** e **4**, constando do resistor R_1 em paralelo com uma impedância série entre o resistor R_2 e a indutância L .

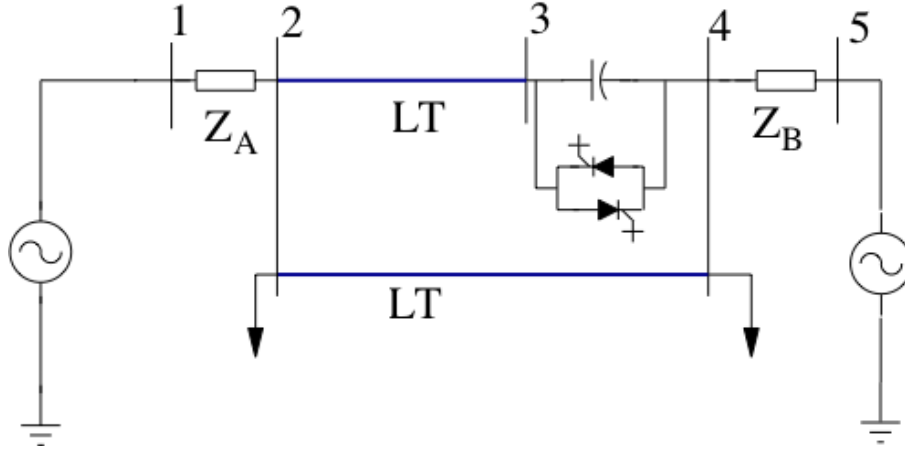


Figura 4.11: Sistema com *GCSC*

O subsistema **A** consiste de fonte ideal de tensão de **750 $\angle 0^\circ$ kV**, impedância equivalente da fonte de **18 $\angle 87^\circ \Omega$** (para **60 Hz**). A configuração da carga para o subsistema **A** é R_1 em paralelo com (R_2 em série com **L**), onde os valores para o resistor paralelo R_1 é de **2000 Ω** , para o resistor série R_2 , de **724,9 Ω** , e para o indutor série **L**, de **2,550 H**. O subsistema **B** consiste de fonte de tensão de **825 $\angle -191,5^\circ$ kV**, impedância equivalente de **28 $\angle 87^\circ \Omega$** (para **60 Hz**). A configuração da carga para o subsistema **B** também é R_1 em paralelo com (R_2 em série com **L**), onde os valores para o resistor paralelo R_1 é de **250 Ω** , para o resistor série R_2 , de **173,6 Ω** , e para o indutor série **L**, de **0,3054 H**. O valor do capacitor do *GCSC* é de **45 μ F**.

4.2.1 *DHFT* Caso Teste # 2

O elemento representativo do tensor utilizado para as admitâncias dos geradores, sendo considerado linear, obedecerá à equação (4.1).

Cálculo dos Parâmetros da Linha de Transmissão

A geometria da Linha de Transmissão está exposta na Figura 4.12. Os condutores de fase da linha de transmissão são Falcon e os cabos para-raios **EHS** de 3/8" aterrados. A resistividade do solo foi considerada ser de **10 k Ω m**. A flecha no meio do vão é de **21,41 m** para os condutores de fase e de **14,52 m** para os cabos para-raios e foi considerada a transposição das fases.

Analogamente ao Caso teste #1, as linhas de transmissão foram modeladas considerando seu comportamento dependente da frequência bem como a sua natureza distribuída. A admitância nodal da linha foi obtida diretamente no domínio das fases, sem a utilização da decomposição modal. A estrutura da matriz é mostrada na equação (4.2) e envolve as matrizes exponenciais obtidas diretamente da matriz

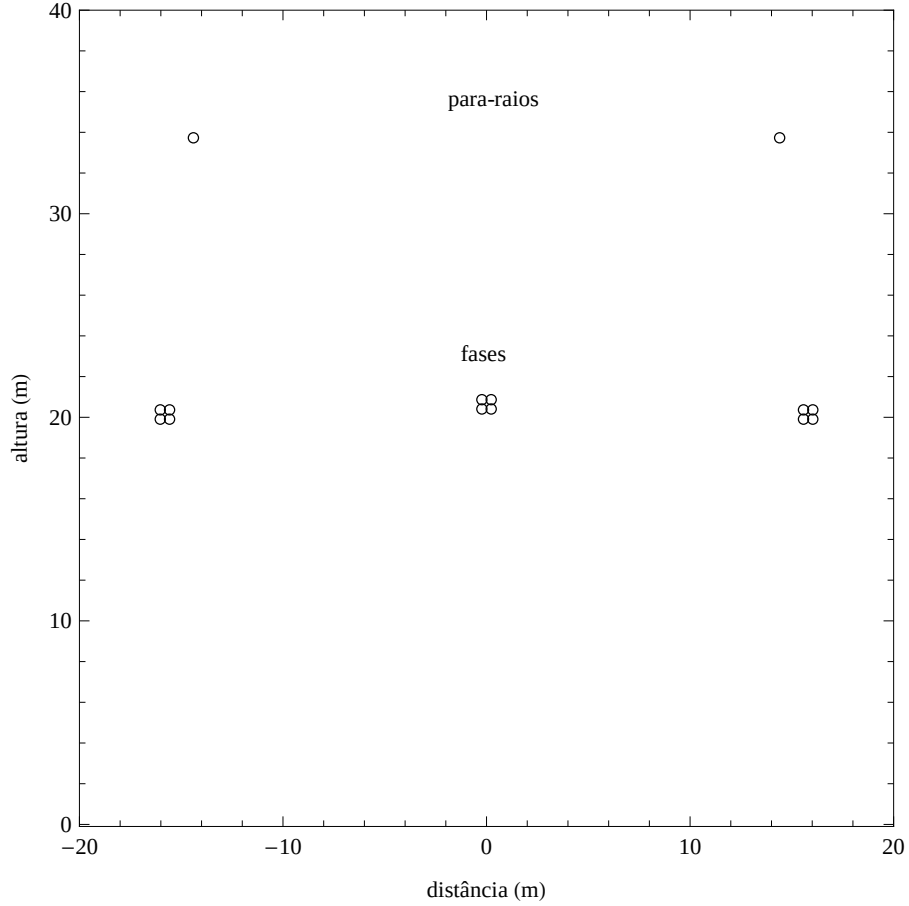


Figura 4.12: Altura média dos condutores da Linha de Transmissão de **750 kV**, Caso Teste # 2.

de impedância Z e da matriz de admitância Y , ambas por unidade de comprimento, e seus cálculos seguiram as formulações dadas no Apêndice A.

Cálculo da Matriz Jacobiana *DHFT* Caso Teste # 2

Inicialmente foi construída a matriz de admitâncias Y_{nodal} para a Linha de Transmissão de 750 kV e depois foi construída a Matriz de Imatâncias do sistema, de modo análogo ao Caso Teste #1. Para as barras **3** e **4** foi utilizada uma estratégia para a inserção do *GCSC*. Foi colocada uma sexta barra, entre as barras anteriores, como uma injeção de corrente da barra **3** para a **6** e da barra **6** para a barra **4**. E assim, pôde-se utilizar a admitância do capacitor do *GCSC* para fazer o chaveamento da corrente. Para a parte não linear foi utilizado o seguinte equacionamento:

$$Y(V_3 - V_4) = S.I \quad (4.19)$$

onde $S.I$ é a corrente chaveada. Utilizando a equação (4.13), com o número de fases **3**, o número de harmônicas **5**, o número de barras **5+1**, encontra-se **180** equações.

E mais uma linha e uma coluna para contemplar o ângulo de extinção γ_e das chaves, dá um total de **181** equações.

Assim, pode ser visto que a modelagem no *DHFT* permite reunir todos os elementos, lineares e não lineares, numa só matriz, trabalhando o sistema como um todo, tanto na forma de admitância como de impedância, a exemplo do Caso Teste # 1. A estrutura da matriz de imitâncias *DHFT* está exposta na Figura 4.13, considerando **5** componentes harmônicas.

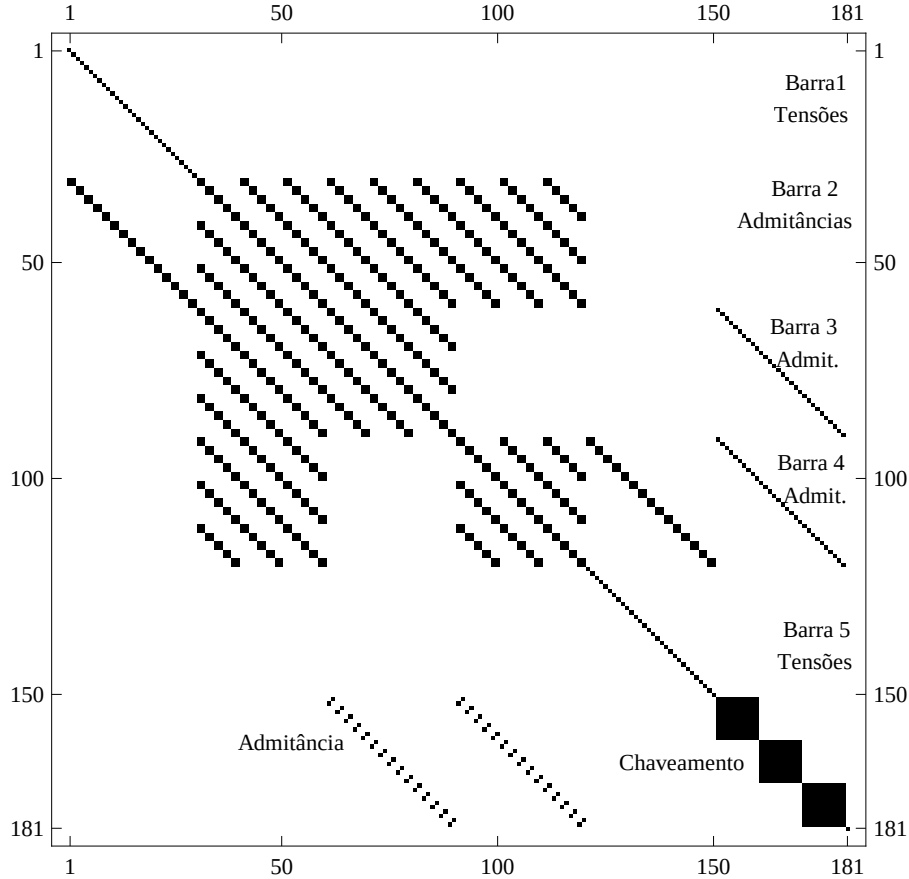


Figura 4.13: Matriz Jacobiana *DHFT* Caso Teste # 2

A tolerância utilizada para as iterações para Newton-Raphson foi de 10^{-9} . Para resolver este sistema, com **50** componentes harmônicas, totalizando **1801** equações, foram necessárias **25** iterações. As correntes nas fases do capacitor do *GCSC* se encontram na Figura 4.14 e pode-se observar o efeito Gibbs mostrado nesta Figura. As tensões nas fases do capacitor estão na Figura 4.15, considerando **50** componentes harmônicas.

4.2.2 *DHFC* Caso Teste # 2

Para o cálculo da matriz Jacobiana no *DHFC*, novamente, inicia-se com a parte linear do sistema, com as mesmas equações já descritas de um modo geral para a

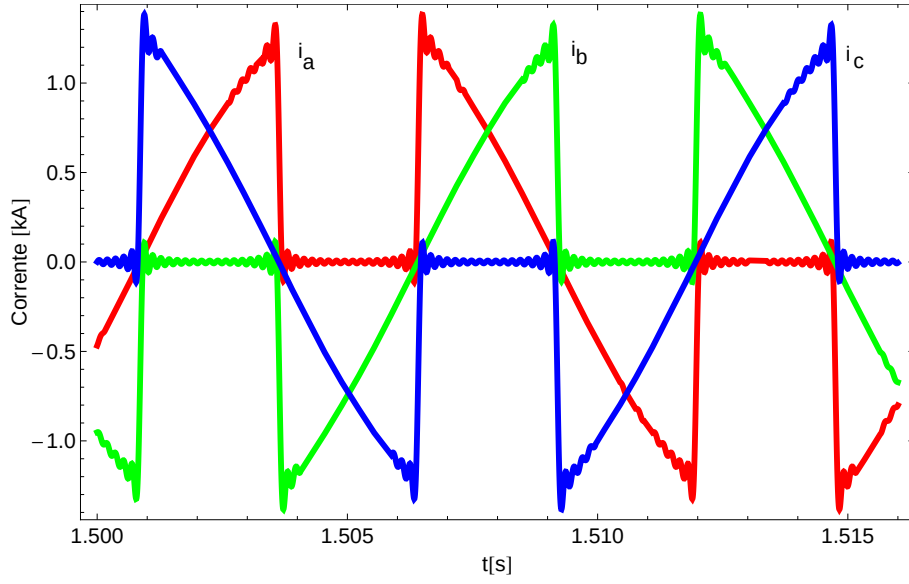


Figura 4.14: Correntes nas fases do Capacitor do *GCSC* considerando **50** componentes harmônicas *DHFT*

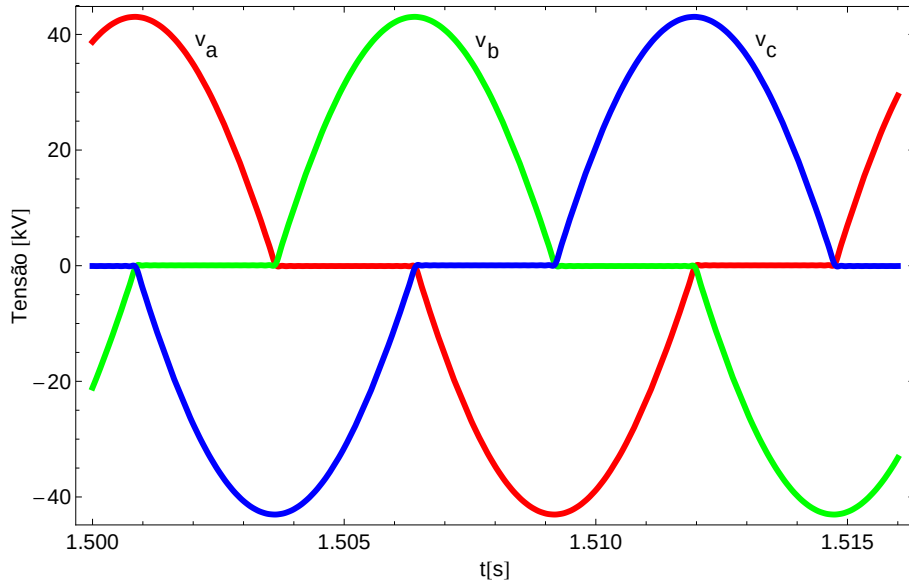


Figura 4.15: Tensões nas fases no Capacitor do *GCSC* considerando **50** componentes harmônicas *DHFT*

fase **a**, (4.13), (4.14) e (4.15) para um sistema trifásico linear.

Para o Caso Teste # 2, utilizou-se a Impedância Chaveada, definida na equação (2.83) para o cálculo da tensões sobre o capacitor do *GCSC*, i.e,

$$V_3 - V_4 = Zsw_{GCS}.I \quad (4.20)$$

Os valores da Impedância Chaveada foram levados para a construção da Matriz Jacobiana no *DHFC*. Também foi utilizada a mesma tolerância para as iterações para Newton-Raphson do *DHFT*, ou seja, 10^{-9} . A matriz Jacobiana no *DHFC* obtida

toma o aspecto dado pela Figura 4.16. Para resolver o sistema com **1801** equações foram necessárias apenas **8** iterações.

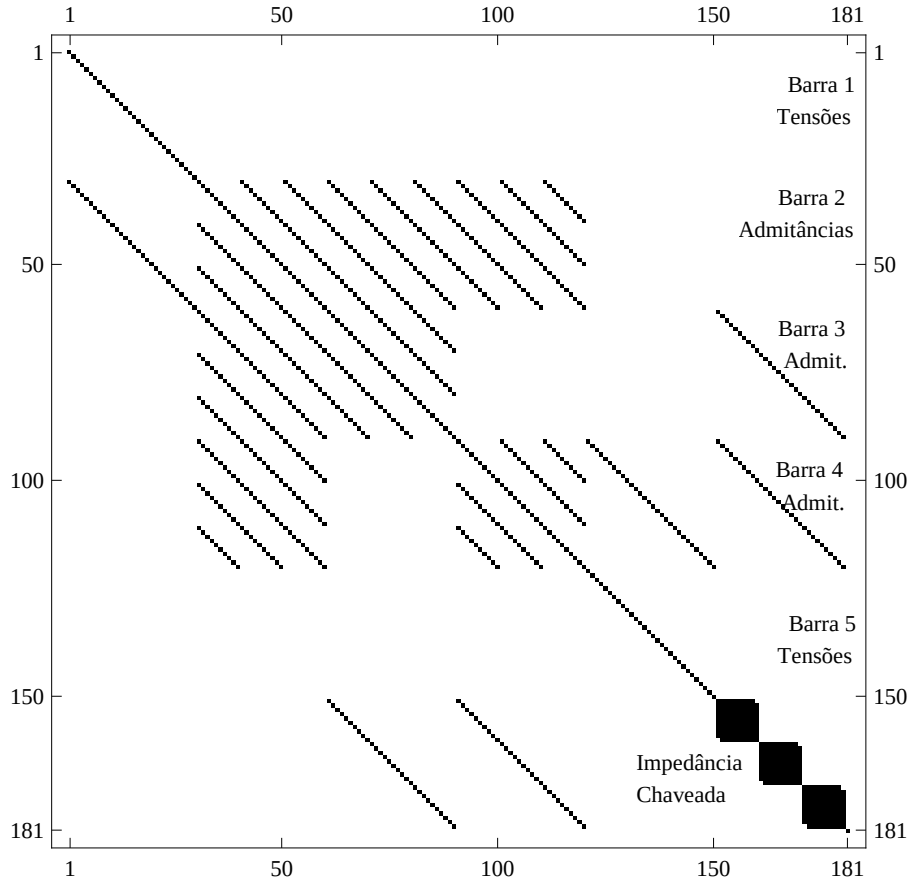


Figura 4.16: Matriz Jacobiana do *DHFC* Caso Teste # 2

As correntes nas fases do capacitor do *GCSC* se encontram na Figura 4.17 e pode-se observar o efeito Gibbs nas mostrado nesta Figura. As tensões nas fases do capacitor do *GCSC* se encontram na Figura 4.18 considerando **50** componentes harmônicas.

Para mostrar a concordância entre os dois métodos, nas Figuras 4.19 e 4.20 aparecem correntes na fase **a** do capacitor do *GCSC* e nas chaves, considerando **50** componentes harmônicas, pelo *DHFC* e pelo *DHFT*, respectivamente, sendo que a corrente total é a soma das duas correntes mencionadas.

Assim, aqui também pode ser visto que a modelagem no *DHFC* permite reunir todos os elementos, lineares e não lineares, numa só matriz. Porém, o que chama a atenção é o número discrepante de iterações realizadas pelas duas metodologias para resolução das **1801** equações: para o *DHFT* foram **25**, enquanto que para o *DHFC*, **8**. Como não é dado o mesmo tratamento para a parte não linear, partiu-se para uma investigação, nas seções 4.3 e 4.4, aplicando-se os mesmos conceitos para as duas metodologias.

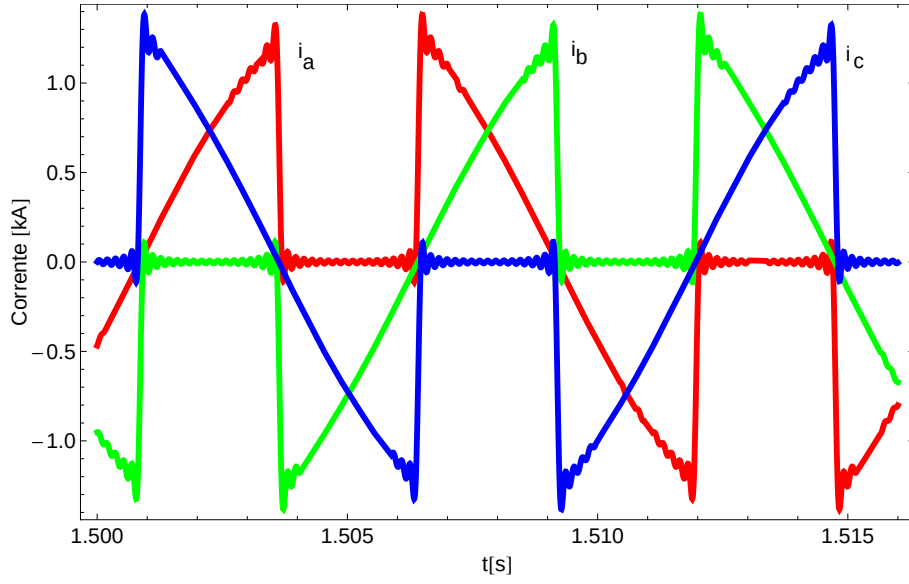


Figura 4.17: Correntes nas fases do Capacitor do *GCSC* considerando **50** componentes harmônicas *DHFC*

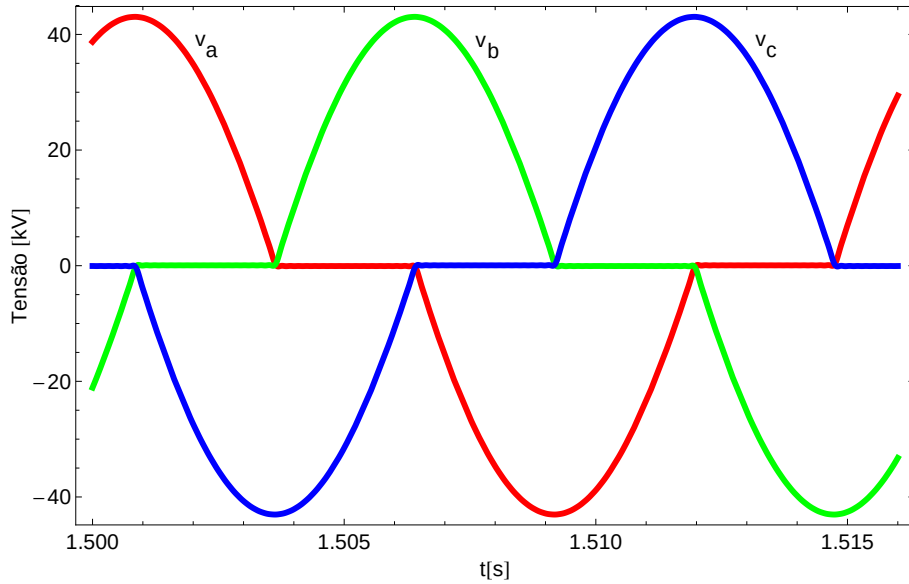


Figura 4.18: Tensões nas fases do Capacitor do *GCSC* considerando **50** componentes harmônicas *DHFC*

4.3 Aplicação do Conceito de Admitância Chaveada ou Impedância Chaveada em Formulação Tensorial

Ao se fazer a comparação entre as aplicações no *DHFT* e no *DHFC*, viu-se que para a parte linear do sistema, o que muda é somente a formatação dos vetores de tensão e corrente, bem como da matriz de imitâncias. Porém, ao se analisar a parte não linear, a abordagem no *DHFC* utiliza os conceitos de Admitância Chaveada ou

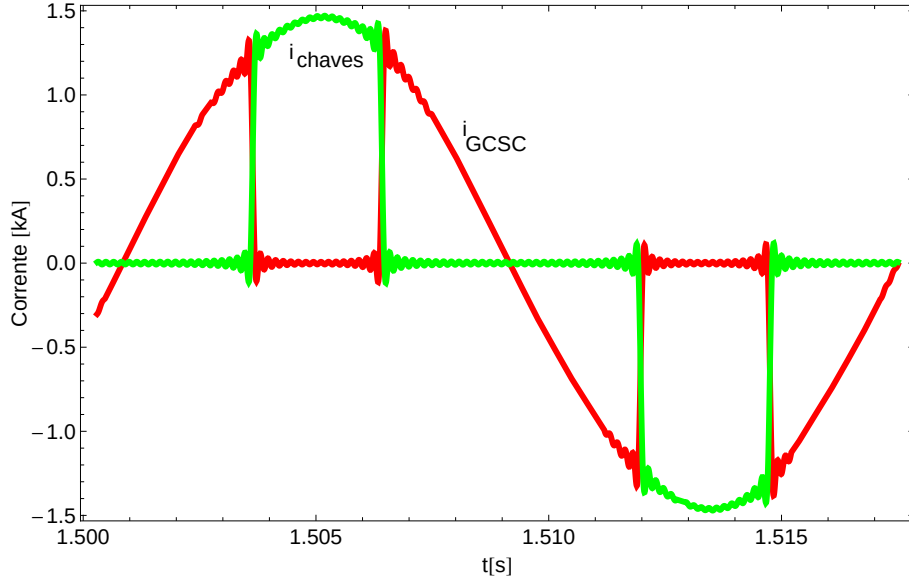


Figura 4.19: Fase **a**: Correntes do capacitor e nas chaves *DHFC*

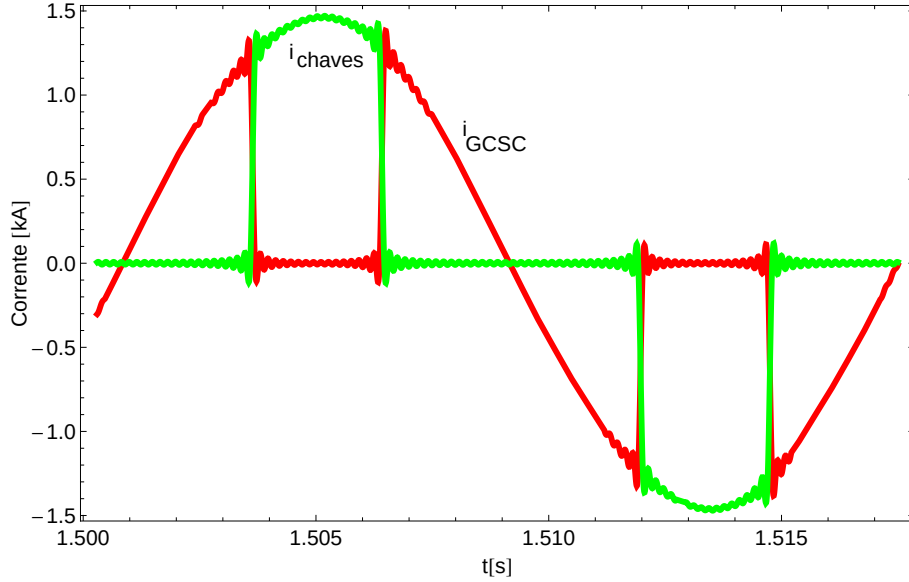


Figura 4.20: Fase **a**: Correntes do capacitor e nas chaves *DHFT*

Impedância Chaveada, baseada na Matriz de Chaveamento na forma Hermitiana-Toeplitz, e no *DHFT* é feita utilizando somente a Matriz de Chaveamento. No intuito de aproximar as duas metodologias para uma comparação mais apurada quanto à parte não linear, aqui foi utilizada para o *DHFT* o conceito de Admitância Chaveada, para o dispositivo com chaveamento de tensão, no caso do *RCT*, e o conceito de Impedância Chaveada, para o dispositivo com chaveamento da corrente, no caso do *GCSC*. A aplicação dos conceitos será feita utilizando a Matriz de Chaveamento utilizada no *DHFT* no lugar da Matriz de Chaveamento na forma Hermitiana-Toeplitz utilizada no *DHFC*.

4.3.1 Cálculo das Correntes, através da matriz Jacobiana *DHFT*, utilizando Admitância Chaveada para o Caso Teste #1

Para o *DHFC*, utilizou-se a Admitância Chaveada, equação (4.18), para o cálculo das correntes. Utilizando esta mesma equação para o *DHFT*, também se encontrariam as correntes, isto é, substituindo-se a matriz de chaveamento pela encontrada em formulação trigonométrica. A nova matriz de imitâncias ficou com o aspecto apresentado na Figura 4.21, para 5 harmônicas, que estruturalmente não apresenta diferença com a Figura 4.4, porém, onde somente estava a matriz de chaveamento, está agora o que vai ser definido como a *Admitância Chaveada DHFT*.

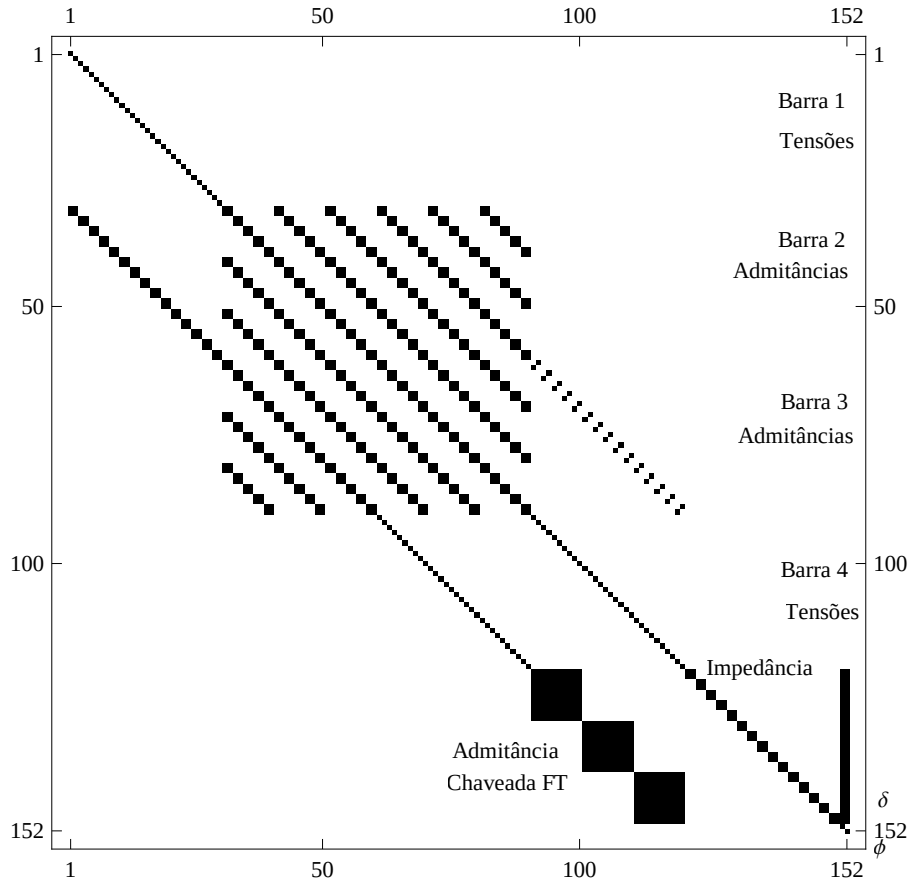


Figura 4.21: Matriz de imitâncias para o Caso Teste #1 utilizando Admitância Chaveada *DHFT*

O comportamento da parte não linear pode ser verificado nas Figuras 4.22 e 4.23 considerando 50 componentes harmônicas, para as correntes nas fases e tensões do *RCT*, respectivamente.

Este resultado é idêntico ao obtido nas Figuras 4.5 e 4.6, e também convergiu em 4 iterações. Ou seja, foi totalmente concordante, mas sem ganhos em termos de convergência, porém agora com a aplicação dos mesmos conceitos nas duas metodo-

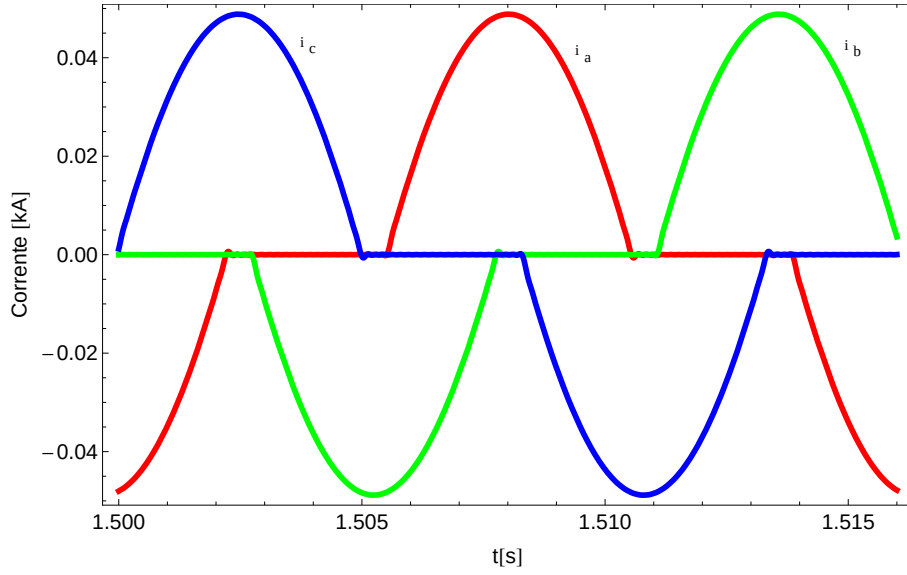


Figura 4.22: Correntes nas fases do Caso Teste #1 utilizando Admitância Chaveada *DHFT* considerando **50** componentes harmônicas

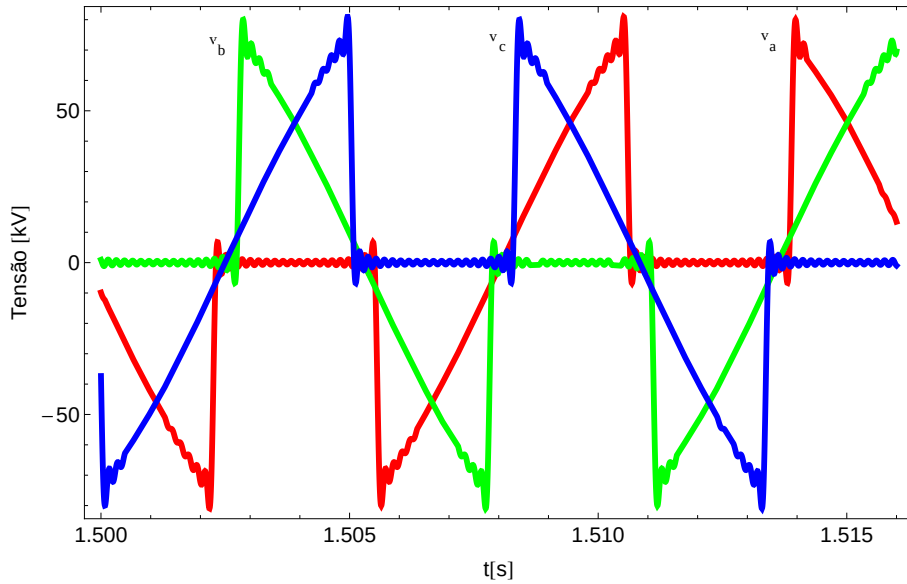


Figura 4.23: Tensões nas fases do Caso Teste #1 utilizando Admitância Chaveada *DHFT* considerando **50** componentes harmônicas

logias.

4.3.2 Cálculo das Tensões, através da Matriz Jacobiana *DHFT*, utilizando Impedância Chaveada para o Caso Teste #2

De modo análogo, aplicando Impedância Chaveada em *DHFT*, equação (4.19), também se encontram para as tensões. Ao se aplicar esta mesma equação, substituindo-se a matriz de chaveamento pela encontrada em formulação trigono-

métrica. A nova matriz de imitâncias ficou com o aspecto apresentado na Figura 4.24, considerando **5** componentes harmônicas, que estruturalmente não apresenta diferença com a Figura 4.13, porém, onde somente estava a matriz de chaveamento, está agora o que vai ser definido como a *Impedância Chaveada DHFT*.

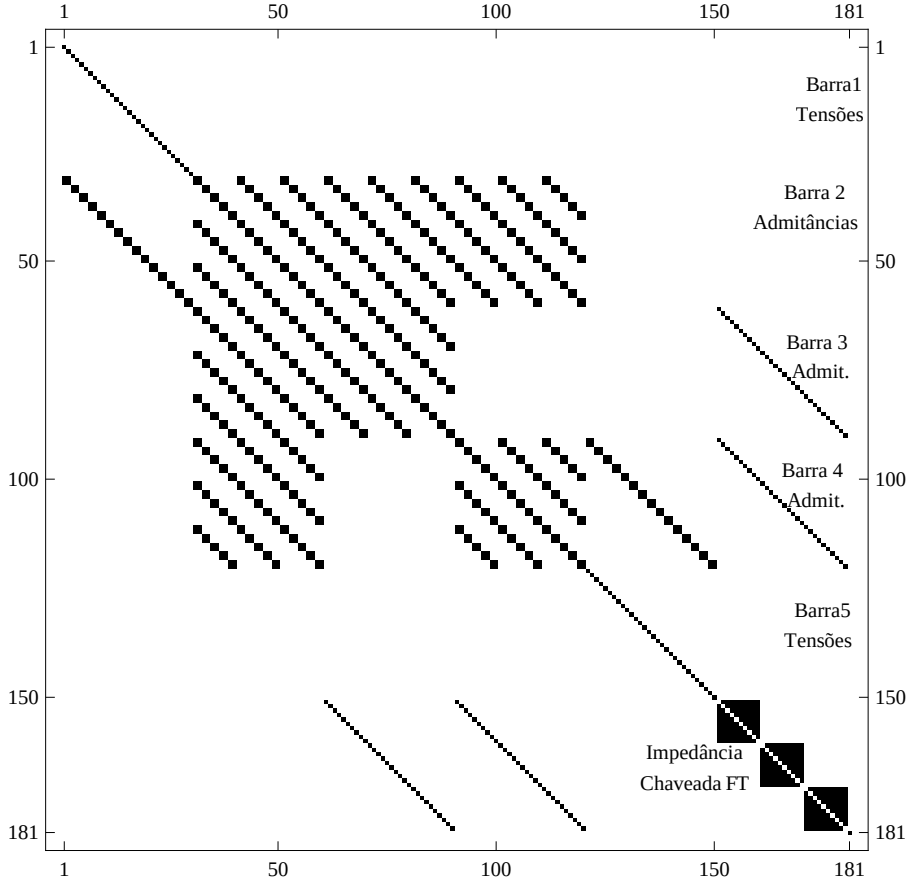


Figura 4.24: Matriz de imitâncias *DHFT* para o Caso Teste #2 utilizando Impedância Chaveada

O comportamento da parte não linear pode ser verificado nas duas figuras a seguir. A primeira trata do comportamento das correntes nas fases nas barras **3** e **4**, pois é entre elas que está o *GCSC*, considerando **50** componentes harmônicas, pela *DHFT*, mostrado na Figura 4.25. A Figura 4.26 traz a diferença entre as tensões para as três fases, ou seja, as tensões sobre o capacitor, evidenciando a não linearidade existente entre as barras **3** e **4**.

Estes resultados são idênticos aos obtidos nas Figuras 4.14 e 4.15, sem a utilização da *Impedância Chaveada DHFT*, para o mesmo número de componentes harmônicas. Ou seja, foi totalmente concordante, convergindo para os mesmos resultados apresentados anteriormente, mas, agora, foram necessárias apenas **8** iterações, em vez das **25** sem a utilização da *Impedância Chaveada DHFT*.

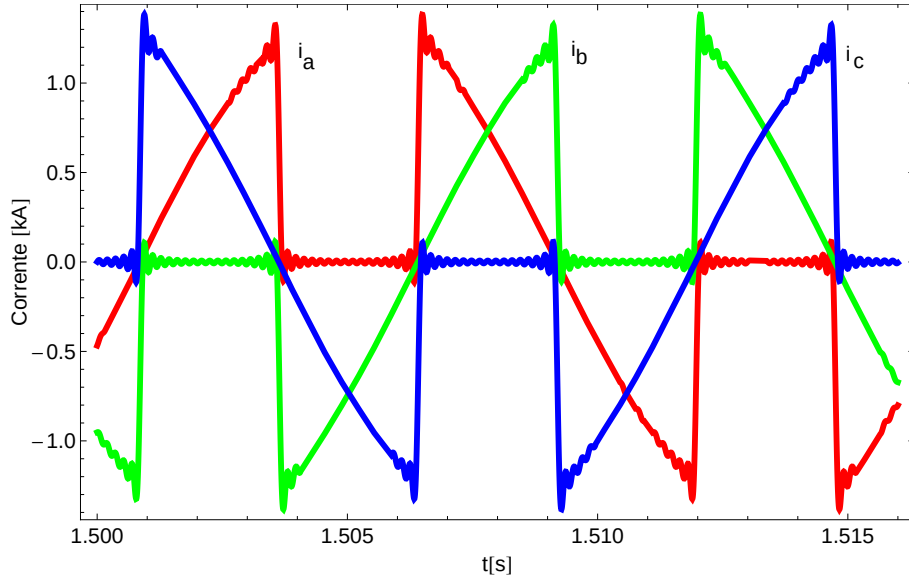


Figura 4.25: Correntes para o Caso Teste #2, utilizando Impedância Chaveada *DHFT*, considerando **50** componentes harmônicas

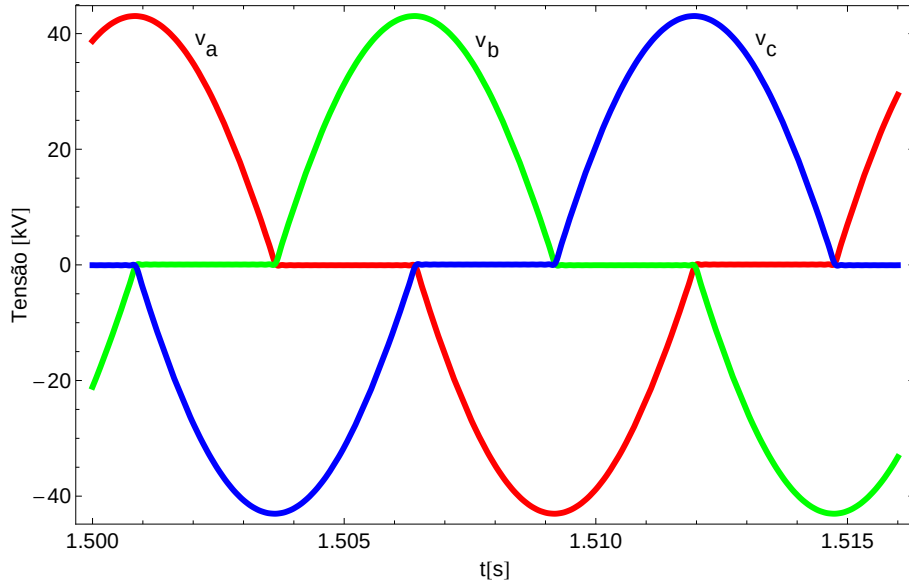


Figura 4.26: Tensões nas fases do capacitor do Caso Teste #2, utilizando Impedância Chaveada *DHFT*, considerando **50** componentes harmônicas

4.4 Aplicação no *DHFC* do equacionamento do *DHFT*

4.4.1 Cálculo das Correntes no *DHFC* sem a utilização de Admitância Chaveada para o Caso Teste #1

Para a parte não linear foi aplicado a equação (4.12), mas agora para a *DHFC*, sendo a matriz utilizada, a de Chaveamento *DHFC*, na forma Hermitiana Toeplitz.

As correntes nas fases para o Caso Teste #1 estão apresentadas na Figura 4.27, considerando **50** componentes harmônicas. Observa-se o efeito Gibbs nas tensões, mostradas nesta Figura.

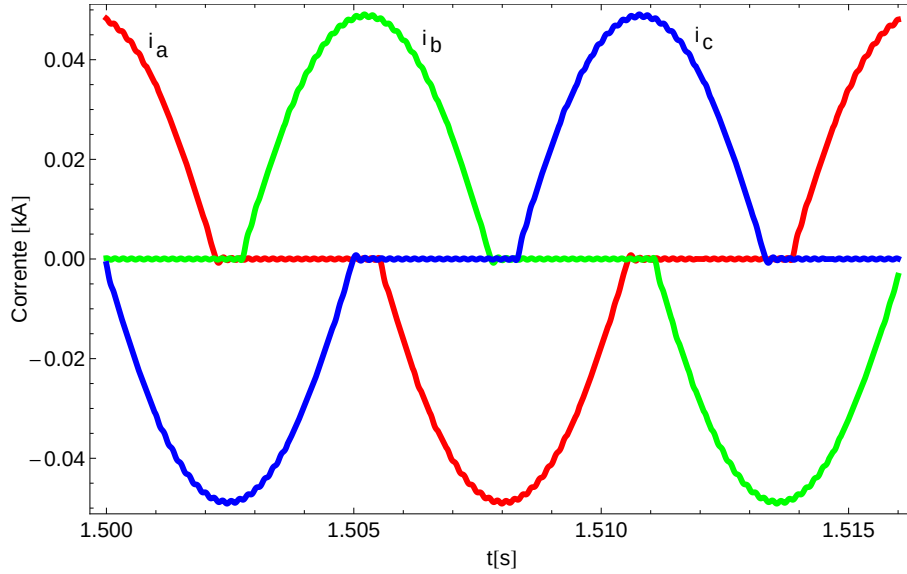


Figura 4.27: Correntes nas fases do Caso Teste #1 *DHFC* sem Admitância Chaveada, considerando **50** componentes harmônicas

Os resultados apresentados na Figura 4.27, são os mesmos obtidos na Figura 4.8, considerando **50** componentes harmônicas, sem a utilização de *Admitância Chaveada* na *DHFC*. Ou seja, foi totalmente concordante, convergindo para os mesmos resultados apresentados anteriormente, e foram também necessárias **4** iterações.

4.4.2 Cálculo das Tensões no *DHFC* sem a utilização de Impedância Chaveada para o Caso Teste #2

De modo análogo, para a parte não linear foi aplicado a equação (4.19), mas agora para a *DHFC*, sendo a matriz utilizada, a de Chaveamento *DHFC*, na forma Hermitiana Toeplitz. O comportamento da parte não linear pode ser verificado nas duas figuras a seguir. As tensões nas fases do capacitor do Caso Teste #2 se encontram na Figura 4.28, considerando **50** componentes harmônicas e pode-se observar o efeito Gibbs nas correntes mostrado nesta Figura.

Este resultado é idêntico ao obtido na Figura 4.18, considerando **50** componentes harmônicas e convergiu em **24** iterações.

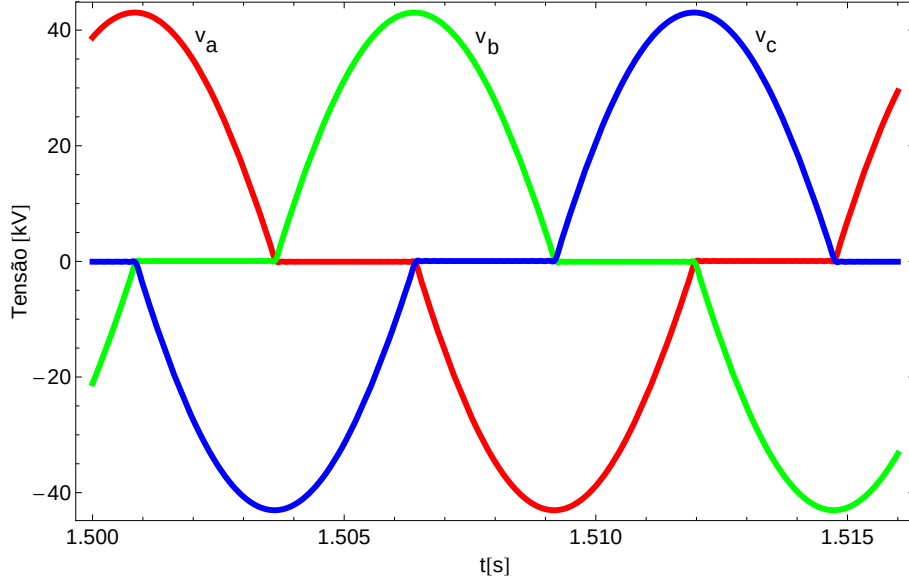


Figura 4.28: Tensões nas fases do Caso Teste #2 *DHFC* sem Impedância Chaveada, considerando 50 componentes harmônicas

4.4.3 Cálculo das Tensões, através da matriz Jacobiana *DHFT* e *DHFC*, utilizando Admitância Chaveada para o Caso Teste #2

Em Noda et al [8] somente havia menção à utilização de Admitância Chaveada para os dispositivos chaveados. A implementação deste conceito para o dispositivo de compensação em paralelo, o *RCT*, ocorreu sem problemas. Restava saber como seria a implementação para o dispositivo de compensação série, o *GCSC*. Então, foi realizado, tanto para o *DHFC* quanto para o *DHFT*, o emprego de *Admitância Chaveada*, para o Caso Teste #2, com o seguinte equacionamento:

$$Y_{sw_{GCS}} \cdot (V_3 - V_4) = I \quad (4.21)$$

antes de se criar a *Impedância Chaveada*. A *Admitância Chaveada* fez convergir o sistema de equações muito mais rápido, com cerca de 3 iterações, tanto para *DHFC* quanto para o *DHFT*, porém não houve concordância nos resultados para a corrente, conforme apresentado na Figura 4.29, em que seu valor máximo ficou um pouco abaixo do esperado. Não se conseguiu obter as tensões não lineares existentes entre as barras que estavam o *GCSC*, conforme apresentado na Figura 4.30, onde só apareceram resíduos.

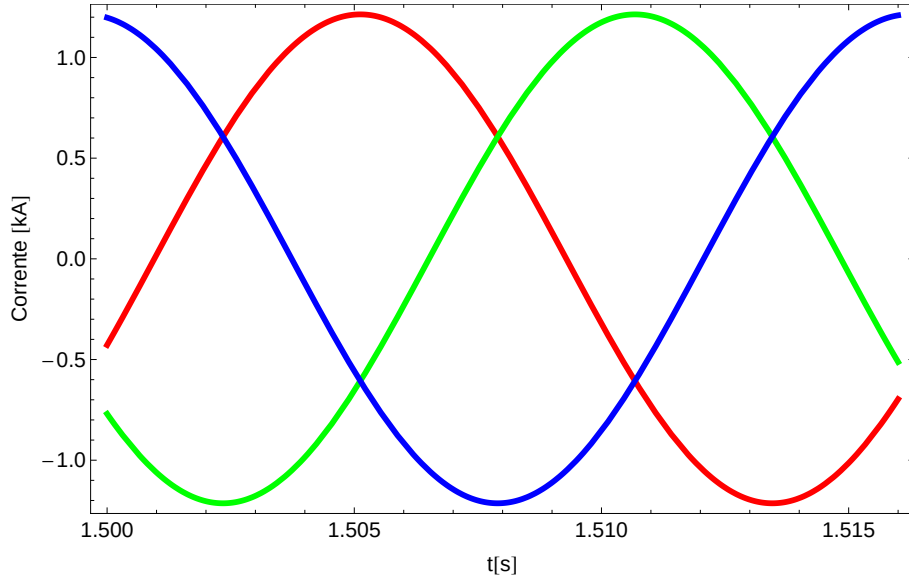


Figura 4.29: Correntes para o Caso Teste #2, utilizando Admitância Chaveada, considerando 5 componentes harmônicas

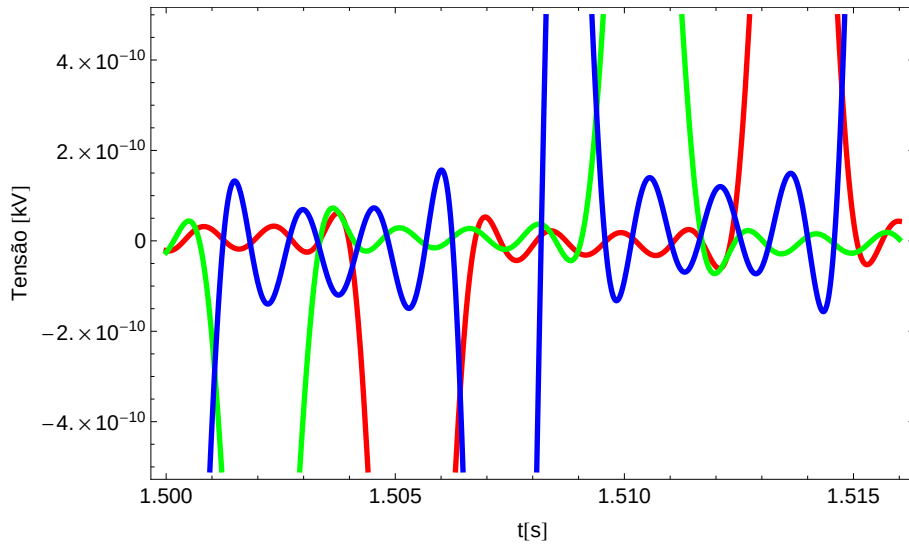


Figura 4.30: Tensões para o Caso Teste #2, utilizando Admitância Chaveada, considerando 5 componentes harmônicas

4.5 Discussão

As abordagens no *DHFT* e no *DHFC* da parte não linear foram diferentes na aplicação das metodologias originais e com isto ficava prejudicada uma comparação sobre a convergência. Adotando-se o mesmo equacionamento, fez-se uma comparação entre as metodologias, como apresentado nas tabelas 4.1 e 4.2.

Com a aplicação do conceito de Admitância Chaveada para o Caso Teste #1 no *DHFT*, não houve melhora na convergência. Porém, ao se aplicar o conceito de *Impedância Chaveada DHFT* para o Caso Teste #2, houve uma otimização na convergência, fazendo o número de iterações baixar de um pouco mais 2/3, passando

Tabela 4.1: Convergência do Sistema com *RCT*

Sistema com RCT	Formulação	Iterações DHFT	Iterações DHFC
Formulação Original	$P.V = Z.I$	4	4
Admitância Chaveada	$(P.Y.P)V = I$	4	4

Tabela 4.2: Convergência do Sistema com *GCSC*

Sistema com GCSC	Formulação	Iterações DHFT	Iterações DHFC
Formulação Original	$S.I = Y.V$	25	24
Impedância Chaveada	$(S.Z.S)I = V$	8	8

de **25** para **8**. A conclusão é que o *DHFT* e o *DHFC* admitem tanto a Admitância Chaveada, para dispositivos de compensação em derivação, quanto a Impedância Chaveada, para dispositivos de compensação em série, sem prejuízo quanto à concordância dos resultados. Já a aplicação do equacionamento do *DHFT* no *DHFC*, tornou as convergências bastante próximas, porém piorando a do *DHFC* para o Caso Teste #2. Com estas considerações, chamou-se de *Domínio Harmônico Modificado* a estas duas metodologias, em que se pode tanto utilizar a formulação trigonométrica quanto a formulação complexa. Assim, as técnicas do *DHM* serão aplicadas também nos casos testes do capítulo 5.

Capítulo 5

Casos Testes para Circuitos sob o Efeito Coroa

A abordagem dos casos testes deste capítulo segue a anterior, onde a parte não linear interagirá com a parte não linear como apresentado na Figura 4.1. A LT , dividida em quadripolos, primeiro será analisada sem coroa, em todas as barras após os quadripolos. A não linearidade será tratada como uma fonte de corrente, inserida ao final de cada trecho, representando o fenômeno neste trecho, que integrará o sistema de equações. Pode-se observar que a discretização da LT , para o tratamento de não linearidades sob o DHM , implica em trechos maiores aos que são praticados em uma modelagem no domínio do tempo, usualmente empregando o EMTP. A diferença de tratamento da não linearidade aqui e em Salari [29], é que neste a LT é tratada a partir do modelo Γ Médio para um trecho infinitesimal de LT , resultado da semi-soma entre os equacionamentos dos circuitos Γ à direita e Γ à esquerda, sendo estes mostrados na Figura 5.1. Alguns autores, em vez de Γ , o chamam de circuito L .

Com esta modelagem, Salari [29] faz a composição da LT em vários trechos eletricamente muito curtos, o produto $[\Gamma_c l_{LT}]$ fica bastante reduzido, e se tem $\sinh[\Gamma_c l_{LT}]$ e $\tanh[\Gamma_c l_{LT}]$ iguais ao argumento e $\cosh[\Gamma_c l_{LT}]$ igual a 1. Assim, os elementos utilizados na confecção do modelo π equivalente da LT longa tendem para os elementos $\mathbf{Z}$ e $\mathbf{Y}$ multiplicados pelo comprimento da LT .

Aqui seguiu-se a mesma modelagem da $emphLT$ empregada nos Casos Testes # 1 e # 2. Derivou-se da matriz de admitância nodal, a matriz de quadripolos equivalente, através de relações apresentadas na Apêndice B.

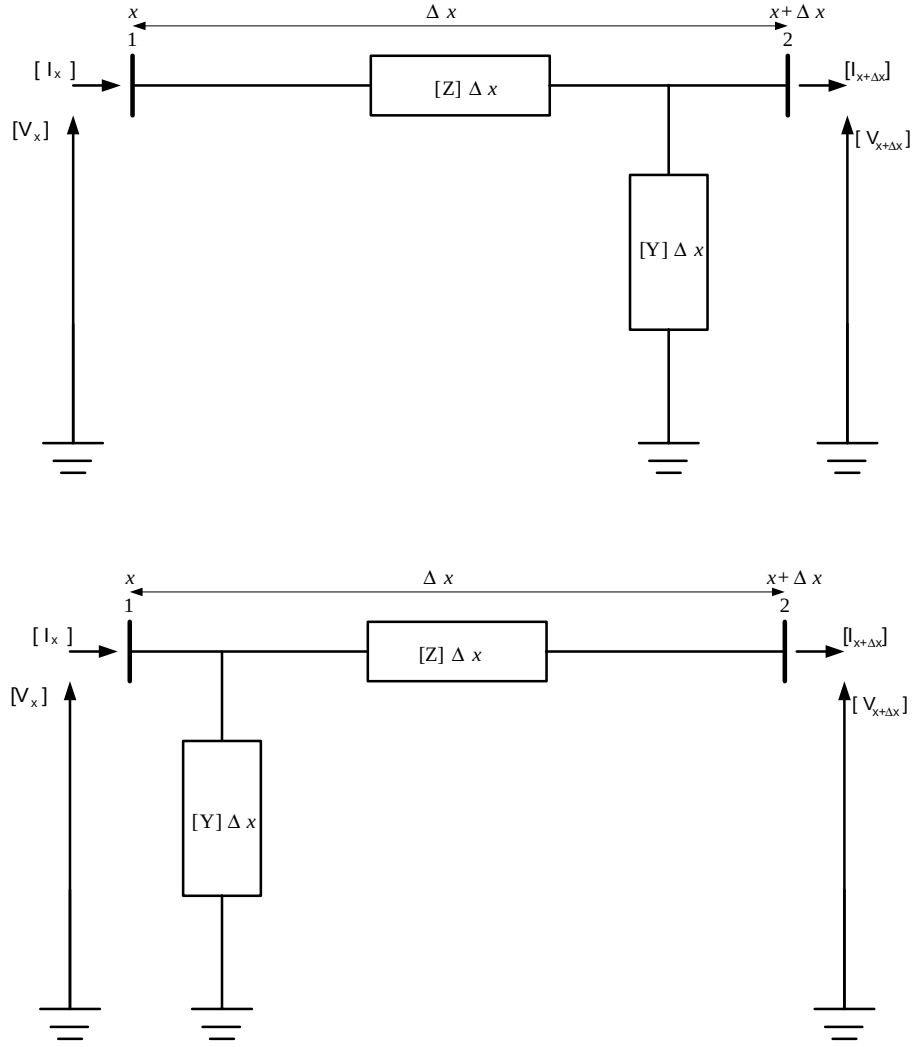


Figura 5.1: Circuito Γ à esquerda e Γ à direita para um trecho Δx de LT multifásica

5.1 Caso Teste # 3: Linha em Vazio *DHM* 400 km

O sistema a ser analisado é o da linha em vazio e consiste de uma fonte de energia, e a linha de transmissão, utilizado em [31].

5.1.1 Aproximação da Curva q x v por um Paralelogramo para o Caso Teste # 3

A relação entre a capacitância geométrica, sem coroa, e a capacitância dinâmica, com coroa, é dada na equação (5.1),

$$C_d = 3C_g \quad (5.1)$$

e a curva q x v está apresentada na Figura 5.2.

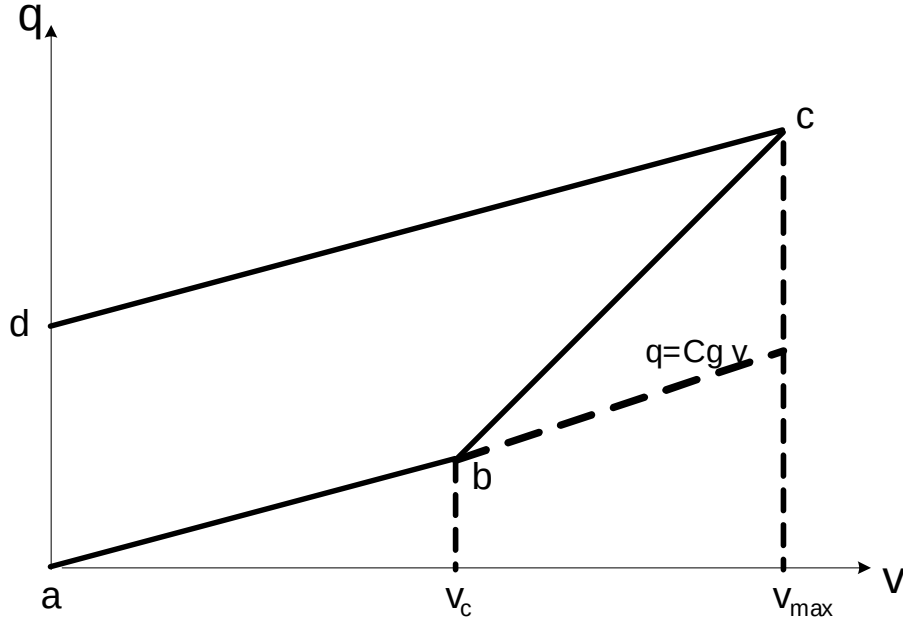


Figura 5.2: Aproximação da curva $q \times v$ para o Caso Teste # 3

5.1.2 Cálculo dos Parâmetros da Linha de Transmissão

A LT trifásica considerada está descrita em [31], com 1 condutor por fase, sem cabos para-raios. Os cabos condutores possuem raio externo de **0,0067 m**. A resistividade média do condutor, ρ_c , é **$1,754 \cdot 10^{-8} \Omega \text{ m}$** , sendo a altura média da LT de **13,72 m**, e os condutores espaçados por **3,05 m**. A resistividade do solo, ρ , é **$100 \Omega \text{ m}$** . As extensões serão variadas de **400 km**, neste caso teste, e **800 km**, no próximo. A tensão inicial aplicada é **71,5 kV** e a tensão de coroa é **72 kV**, estando a linha em vazio. O autor considera somente a frequência fundamental, mas aqui será a linha será estudada com componentes harmônicas. A LT é modelada considerando seu comportamento dependente da frequência bem como sua natureza distribuída. A admitância nodal da linha foi obtida diretamente no domínio das fases, sem a utilização da decomposição modal. Envolve as matrizes exponenciais obtidas diretamente da matriz de impedância Z e da matriz de admitância Y , ambas por unidade de comprimento, e seus cálculos seguiram as formulações apresentadas no Apêndice A. A altura média dos condutores da linha de transmissão está exposta na Figura 5.3.

A equação utilizada com os quadripolos foi apresentada na equação (3.8). Dividindo-se o comprimento da linha em **h** trechos, pode-se utilizar um processo de cascata de quadripolos para relacionar as tensões e correntes entre os dois terminais **j** e **k** de uma linha com qualquer comprimento e para qualquer frequência. Para este caso teste, dividiu-se a LT em **9** trechos, e, seguindo a rotina para fenômenos lentos, analisou-se a LT em **9** barras, correspondentes a estes trechos. Isto foi feito

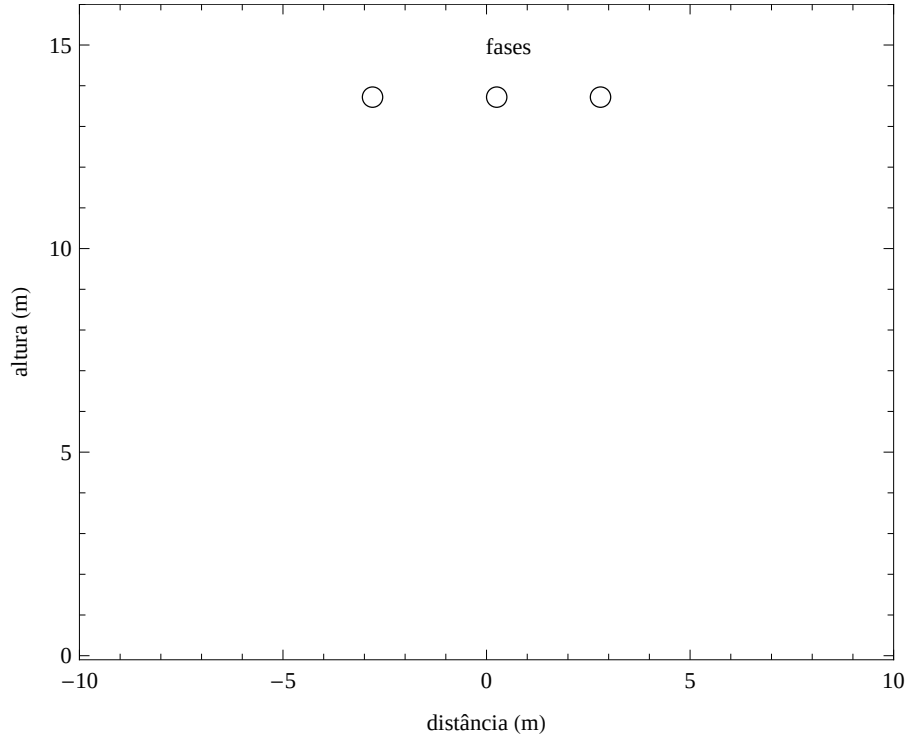


Figura 5.3: Altura média dos condutores da Linha de Transmissão Trifásica para Estudo do Efeito Coroa - Caso Teste # 3

para efeitos de comparação, podendo-se obter mais facilmente as relações com e sem coroa a 1/3, 2/3 e 3/3 do comprimento da linha.

5.1.3 Linha de Transmissão desconsiderando o Efeito Coroa

A matriz de quadripolos para o primeiro trecho ficou com o aspecto apresentado na Figura 5.4, e depois elevada a $\mathbf{h}$, para obter-se as tensões e correntes a cada $\mathbf{h}$ barra. As tensões nas barras **0** (fonte), e **9**, após **400 km** de extensão estão apresentadas na Figura 5.5 sem contabilizar o efeito coroa. Observa-se que, entre estas curvas, estão as com tensões intermediárias nas barras 3 (mais perto da tensão inicial) e 6 (mais perto da tensão final). A tensão final é cerca de 15% maior que a tensão inicial.

Através de relações adequadas, obtem-se a corrente inicial, podendo-se partir para encontrar as tensões nas outras barras desconsiderando o efeito coroa, através da equação (5.2).

$$\begin{pmatrix} V_h \\ I_h \end{pmatrix} = Q'_{LT}{}^h \cdot \begin{pmatrix} V_0 \\ I_0 \end{pmatrix} \quad (5.2)$$

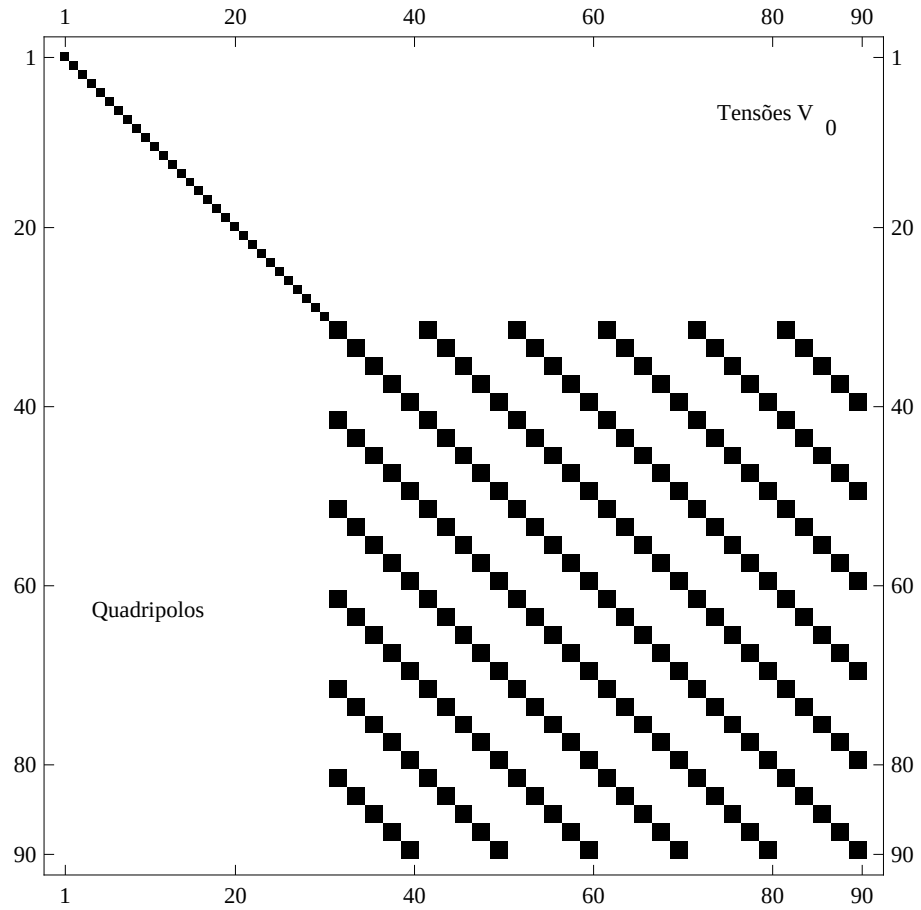


Figura 5.4: Aspecto da Matriz de Quadripolos - Caso Teste # 3, considerando **5** componentes harmônicas para o primeiro trecho

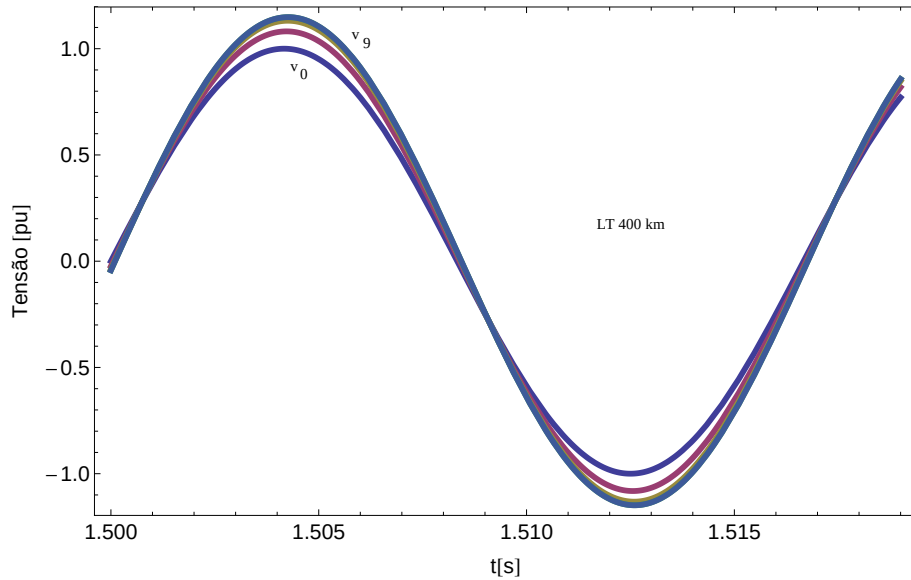


Figura 5.5: Tensões para a fase *a*, desconsiderando o efeito coroa, na barra inicial e após 9 quadripolos - Linha com **400** km - Caso Teste # 3, considerando **5** componentes harmônicas

5.1.4 Linha de Transmissão sob Efeito Coroa

Verifica-se em [31] que a distância de início do efeito coroa ocorre em 10,42 km. Então, na divisão da LT em 9 seções, as seções têm comprimento de 44,44 km. A primeira seção será decomposta em um trecho linear de 10,42 km e um não linear de 34,02 km. Somente a partir deste trecho não linear é que serão calculadas as fontes de correntes representativas do efeito coroa para cada barra. Para o cálculo dos parâmetros da linha, foi encontrada a matriz de capacitâncias geométricas. Com a ionização provocada pelo efeito coroa, a capacitância aumenta, daí aparecer a capacitância dinâmica. Esta relação foi dada pela equação (3.15). E os incrementos de carga nos condutores foram dados pela equação (3.16). Assim, os quadripolos serão os mesmos adotados para a solução desconsiderando o efeito coroa, e os incrementos de carga aparecerão como a parcela devida ao efeito coroa, associados aos parâmetros transversais da linha.

5.1.5 Análise Incremental da LT sob efeito coroa

Visando a solução iterativa, vai-se trabalhar com incrementos das tensões, correntes e fontes de injeções de corrente devidas ao efeito coroa, conforme pode visto pela equação (5.3), para uma iteração it .

$$\begin{pmatrix} \Delta V_k^{(it)} \\ \Delta I_k^{(it)} \end{pmatrix} = Q_{LT}^{(it)} \cdot \begin{pmatrix} \Delta V_j^{(it)} \\ \Delta I_j^{(it)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta J_{v_k}^{(it)} \\ \Delta J_{i_k}^{(it)} \end{pmatrix} \quad (5.3)$$

Como a LT foi dividida em $h = 9$ trechos, sendo todos iguais em comprimento, o quadripolo considerado em cada trecho será igual a $Q_{LT h}$, e assim,

$$\begin{pmatrix} \Delta J_{v_9}^{(it)} \\ \Delta J_{i_9}^{(it)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \Delta J_9^{(it)} \end{pmatrix} + Q_{LT h}^{'(it)} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \Delta J_8^{(it)} \end{pmatrix} + \dots + Q_{LT}^{'(it)} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \Delta J_1^{(it)} \end{pmatrix} \quad (5.4)$$

Para cálculo dos incrementos de $\mathbf{J}$, tem-se que calcular as derivadas em relação ao tempo das parcelas de corrente devidas ao efeito coroa e multiplicá-las pelas tensões na barra. Partindo-se da equação (5.1), fez-se $\zeta = 3$ na equação (3.5), o elemento próprio da fase a , fase sob o efeito coroa, na matriz de potencial de Maxwell, que depois é invertida para obtenção da matriz de capacitâncias dinâmicas. Ao se proceder à esta operação, e de posse dos valores da capacitância geométrica para as fases, dividiu-se o valor do elemento próprio de capacitância dinâmica obtido pelo

seu respectivo valor da capacitância geométrica. Então, encontrou-se:

$$\begin{aligned} c_{da}/c_{ga} &= 3,69 \\ c_{db}/c_{gb} &= 1,13 \\ c_{dc}/c_{gc} &= 1,01 \end{aligned} \tag{5.5}$$

Do mesmo modo que aconteceu para o Caso Teste #3 (extensivo ao Caso teste #4, pois neste não houve mudança de condutores), que apesar de ser somente para a fase a sob corona, ao se inverter a matriz de potencial para a obtenção da matriz de capacitâncias dinâmicas, todos os elementos ficam contaminados com o efeito coroa. Nesta inversão, observa-se que, apesar de ter dividido por ζ o valor o potencial próprio para a fase a , a relação entre a capacitância dinâmica e a geométrica para esta fase ficou maior que 3 vezes, no caso, 3,69 vezes.

Como o procedimento é construir os quadripolos lineares, serão utilizadas as capacitâncias geométricas. As diferenças entre as capacitâncias dinâmicas e as geométricas comporão a matriz de admitância transversal de excesso de capacitância. Esta, multiplicada pela tensão da barra no final de cada seção da LT , será a matriz de fonte de corrente $\mathbf{J}$ devida ao efeito coroa em cada seção. Será um elemento como apresentado na Figura 5.6 considerando cinco componentes harmônicas.

Voltando ao equacionamento do primeiro quadripolo não linear, equação (3.10).

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = Q'_{eqLT} \cdot \begin{pmatrix} V_j \\ I_j \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ J_1 \end{pmatrix} \tag{5.6}$$

Chamando o elemento admitância para o incremento de J de $(-Y_J)$, sendo negativo por chegar à barra 1, vem:

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = Q'_{eqLT} \cdot \begin{pmatrix} V_j \\ I_j \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -Y_J & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} \tag{5.7}$$

Manipulando-se adequadamente, chega-se a:

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -Y_J & 1 \end{pmatrix} \cdot Q'_{eqLT} \cdot \begin{pmatrix} V_j \\ I_j \end{pmatrix} \tag{5.8}$$

Para a obtenção da tensão e da corrente de entrada, através da tensão e da corrente de saída, chega-se a:

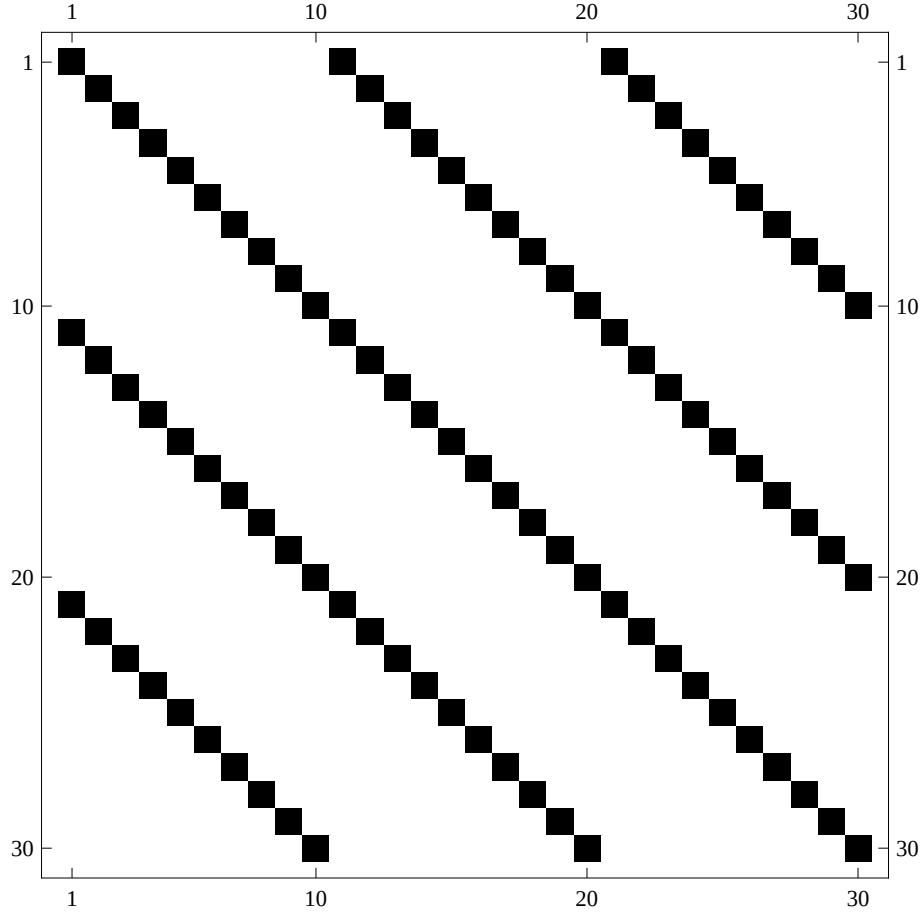


Figura 5.6: Elemento Admitância para os Incrementos de **J** considerando **5** componentes harmônicas

$$\begin{pmatrix} V_j \\ I_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ Y_J & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_j \\ I_j \end{pmatrix} \quad (5.9)$$

Então, o processo consistirá em aplicar este equacionamento a cada quadripolo não linear.

Análise Gráfica da *LT* sob Efeito Coroa 400 km

As Figuras 5.7, 5.8 e 5.9 mostram as tensões nas barras 3, 6 e 9, comparando os valores obtidos com e sem a presença do efeito coroa.

Nestas figuras, observa-se o efeito das injeções de corrente devidas ao efeito coroa, reduzindo a amplitude máxima que seria atingida ao ignorá-lo, a cada trecho da *LT* de 400 km. Para o Caso Teste # 3, as reduções percentuais em amplitude das tensões para a fase *a* estão apresentadas nas tabelas 5.1 para serem comparadas com as apresentadas em [29]. As reduções se mostram compatíveis, havendo uma divergência de menos de 5% no final da *LT*. Não foram feitas comparações com os

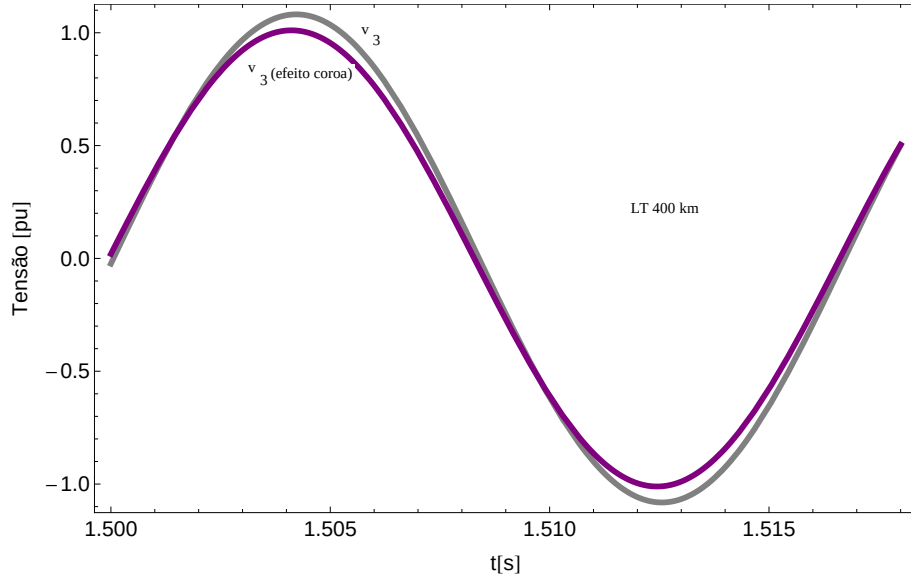


Figura 5.7: Tensão na Barra 3 considerando ou não o efeito coroa para **5** componentes harmônicas - Caso Teste # 3

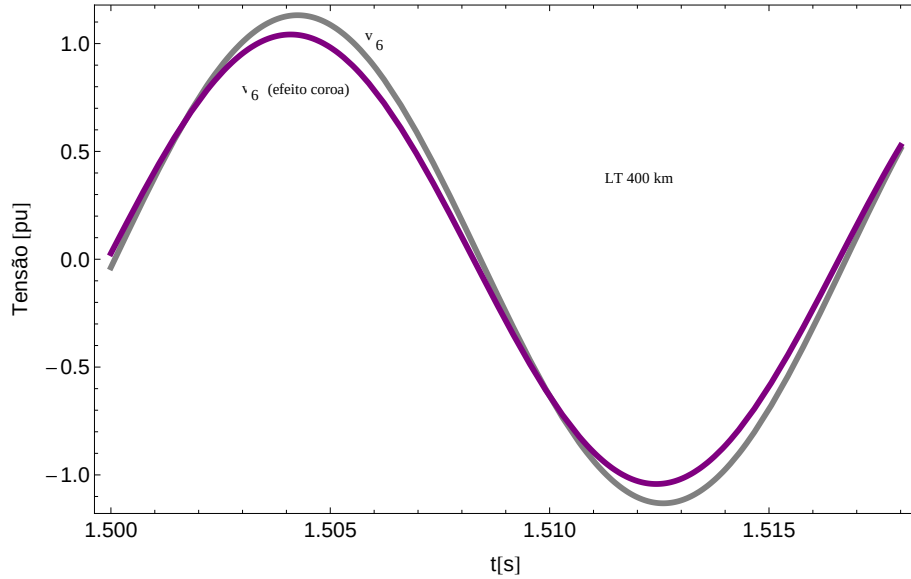


Figura 5.8: Tensão na Barra 6 considerando ou não o efeito coroa para **5** componentes harmônicas - Caso Teste # 3

resultado de apresentados em [31], pois o autor considerava em seus estudos somente a frequência fundamental.

5.2 Caso Teste # 4: Linha em Vazio *DHM* 800 km

Neste Caso Teste, somente foi alterada a extensão da *LT* em relação ao anterior, repetindo-se a metodologia lá empregada, estando a fase *a* sob efeito coroa.

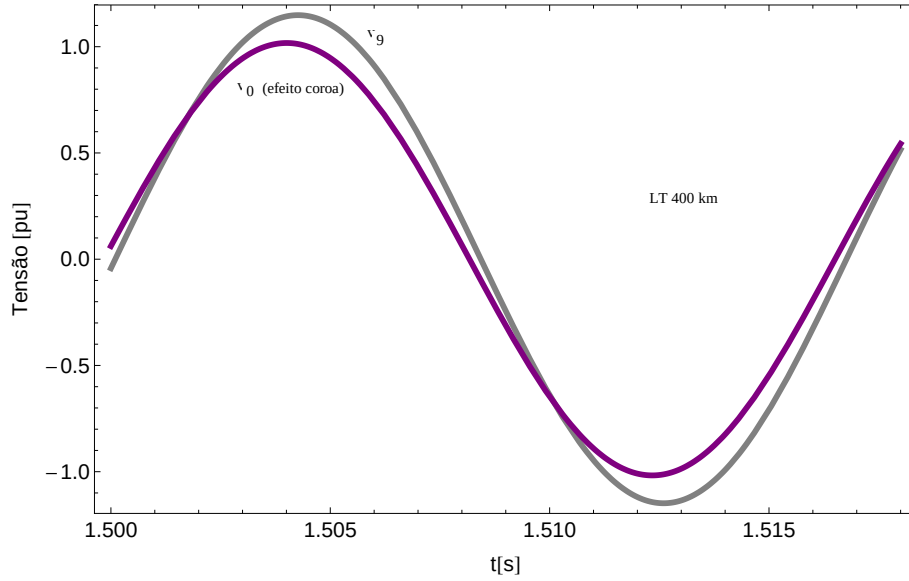


Figura 5.9: Tensão na Barra 9 considerando ou não o efeito coroa para **5** componentes harmônicas - Caso Teste # 3

Tabela 5.1: Comparação de Redução Percentual das amplitudes das tensões para a fase *a* Caso Teste # 3

Distâncias	400 km Tese	400 km [29]
1/3 Fase <i>a</i>	7	6
2/3 Fase <i>a</i>	8,5	8,3
3/3 Fase <i>a</i>	12	7,2

5.2.1 Linha de Transmissão desconsiderando o Efeito Coroa

As tensões nas barras **0** (fonte), e **9**, após **800 km** de extensão estão apresentadas na Figura 5.5 ignorando o efeito coroa. Observa-se que, entre estas curvas, estão as com tensões intermediárias nas barras 3 (mais perto da tensão inicial) e 6 (mais perto da tensão final). A tensão final é cerca de 91% maior que a tensão inicial.

5.2.2 Linha de Transmissão sob Efeito Coroa

Análise Gráfica da *LT* sob Efeito Coroa 800 km

As Figuras 5.11, 5.12 e 5.13 mostram as tensões nas barras 3, 6 e 9, comparando os valores obtidos com e sem a presença do efeito corona.

Nestas figuras, observa-se novamente o efeito das injeções de corrente devidas ao efeito coroa, reduzindo a amplitude máxima que seria atingida ao ignorá-lo, a cada trecho da *LT* de 800 km. Para o Caso Teste # 4, as reduções percentuais em amplitude das tensões para a fase *a* estão apresentadas nas tabelas 5.2 para serem comparadas com as apresentadas em [29]. Também aqui as reduções se mostram

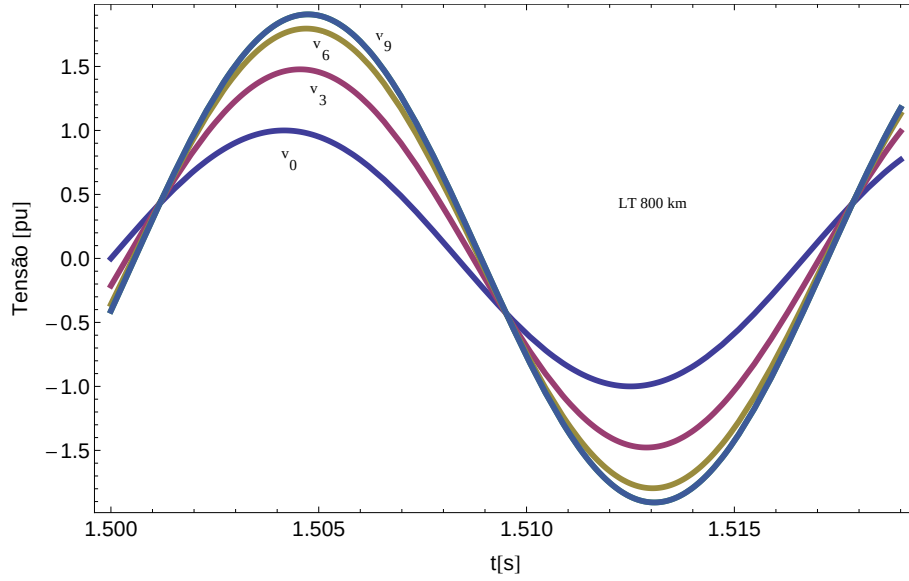


Figura 5.10: Tensões para a fase a , desconsiderando o efeito coroa, na barra inicial e após 9 quadripolos - Linha com **800 km** - Caso Teste # 3, considerando **5** componentes harmônicas

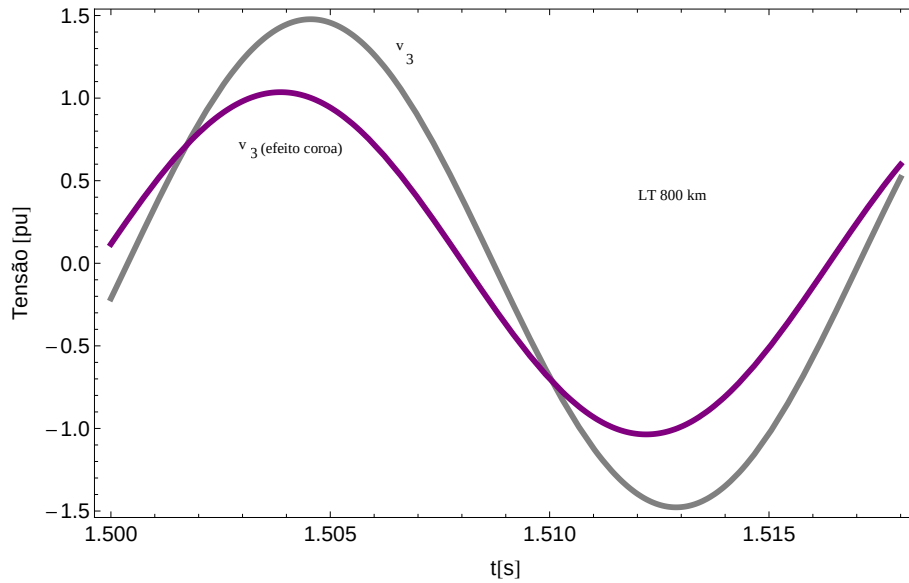


Figura 5.11: Tensão na Barra 3 considerando ou não o efeito coroa para **5** componentes harmônicas - Caso Teste # 4

compatíveis, havendo uma divergência de menos de 10 % no final da *LT*.

5.3 Caso Teste # 5: Linha Não Convencional *DHM* 800 kV 2600 km

O sistema a ser analisado é o da Linha Não Convencional, idealizada pelo Professor Carlos Portela, de 800 kV, sendo a corrente na saída de **4 kA** ou **2 pu**.

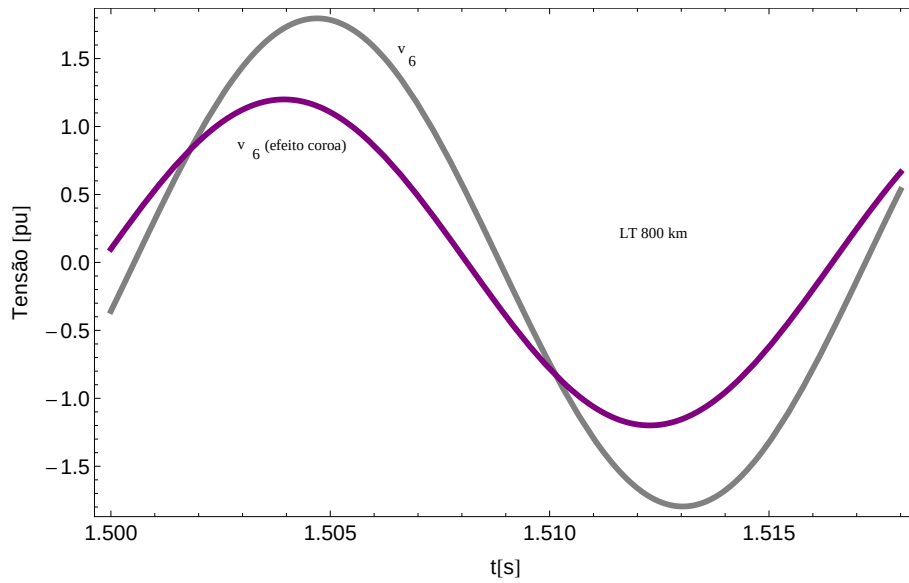


Figura 5.12: Tensão na Barra 6 considerando ou não o efeito coroa para **5** componentes harmônicas - Caso Teste # 4

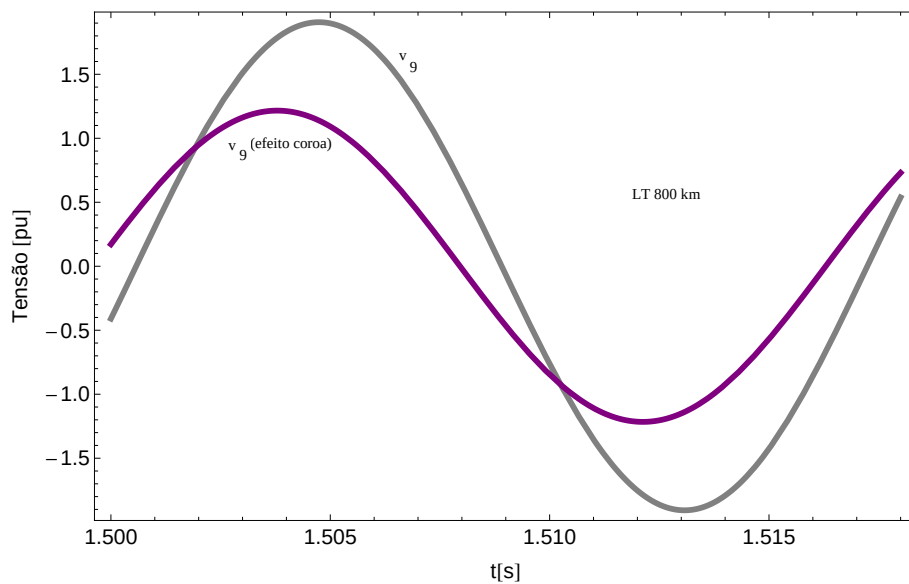


Figura 5.13: Tensão na Barra 9 considerando ou não o efeito coroa para **5** componentes harmônicas - Caso Teste # 4

Tabela 5.2: Comparação de Redução Percentual das amplitudes das tensões para a fase *a* Caso Teste # 4

Distâncias	400 km Tese	800 km [29]
1/3 Fase <i>a</i>	32,3	33
2/3 Fase <i>a</i>	31	36
3/3 Fase <i>a</i>	26,3	36

5.3.1 Aproximação da Curva $q \times v$ por um Paralelogramo para o Caso Teste # 3

A relação entre a capacitância geométrica, sem coroa, e a capacitância dinâmica, com coroa, é a mesma dada na equação (5.1).

5.3.2 Cálculo dos Parâmetros da Linha de Transmissão

A LT trifásica é não convencional de 800 kV . Os cabos condutores possuem raio externo de **0,01708 m** e interno de **0,00427 m**. A resistividade média do condutor, ρ_c , é **4,21011 $10^{-8} \Omega \text{ m}$** . Os oito condutores por fase estão dispostos de forma elíptica, cujos centros distam **10 m** horizontalmente. A altura média dos condutores é de **26,7167 m**. A altura dos dois cabos para-raios é de **39,2 m**, espaçados de **24 m** e a resistividade média destes cabos, ρ_{pr} , é **2,74914 $10^{-7} \Omega \text{ m}$** . A resistividade do solo, ρ , é **$10^3 \Omega \text{ m}$** . A extensão da LT é de **2600 km** e esta alimenta uma carga que necessita de **4 kA** de corrente, ou **2 pu**. A linha é modelada considerando seu comportamento dependente da frequência bem como sua natureza distribuída. A admitância nodal da linha foi obtida diretamente no domínio das fases, sem a utilização da decomposição modal. Envolve as matrizes exponenciais obtidas diretamente da matriz de impedância Z e da matriz de admitância Y , ambas por unidade de comprimento, e seus cálculos seguiram as formulações apresentadas no Apêndice A. A altura média dos condutores da linha de transmissão está mostrada na Figura 5.14.

Análise da $LT \lambda/2^+$

Diferentemente das linhas convencionais com comprimentos até algumas poucas centenas de quilômetros onde o carregamento máximo é definido pelo regime térmico, a linha de pouco mais de meio comprimento de onda, $\lambda/2^+$, tem o seu limite máximo definido pela potência característica [53]. Isso se dá pois, para carregamentos acima da potência característica, haveria tensões ao longo do circuito excessivas. A título de exemplificação, considere a Figura 5.15 onde é mostrado o perfil da tensão ao longo de uma linha $\lambda/2^+$, suposta ideal, onde o carregamento é variado. No caso de uma carga igual a metade da impedância característica, a tensão no meio da linha atingiria o valor de 2 pu. Para a avaliação concreta das sobretensões ao longo do circuito faz-se necessário não só a representação da variação dos parâmetros unitários da linha de transmissão com a frequência, mas também da inclusão do efeito coroa, visto os valores de tensão razoavelmente acima da tensão nominal.

Durante contingências, há a possibilidade do carregamento de uma linha $\lambda/2^+$ exceder o valor máximo. No que se refere ao sistema brasileiro, esse cenário seria

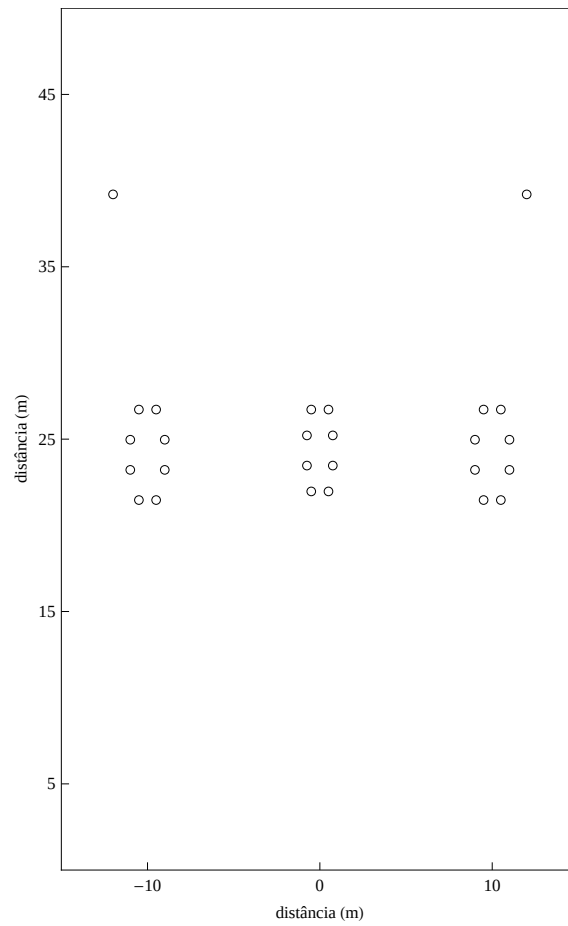


Figura 5.14: Altura média dos condutores da linha de transmissão - Caso Teste # 5

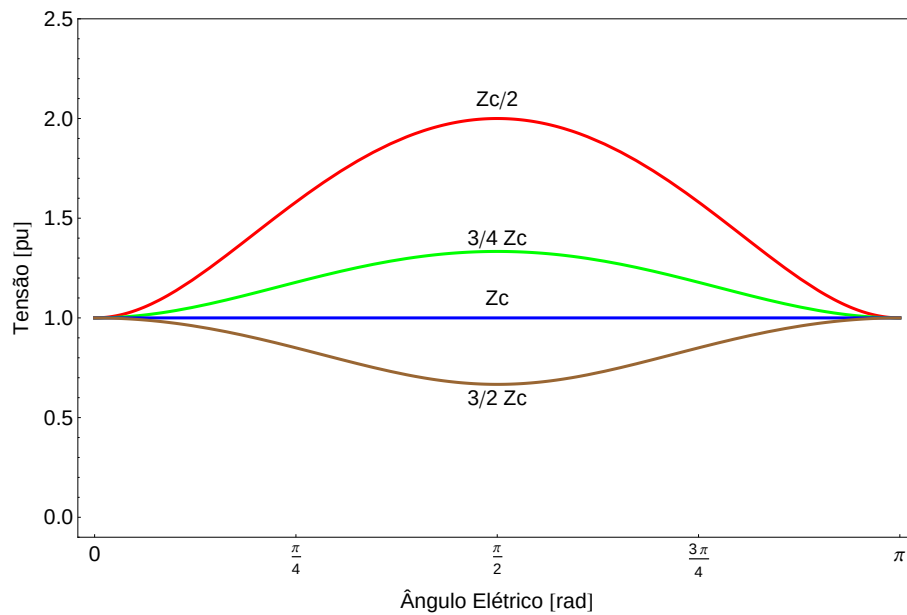


Figura 5.15: Perfis da Tensão $LT \lambda/2^+$

possível quando, tendo duas linhas $\lambda/2^+$ operando em paralelo, ocorra a perda de uma delas, estando ambas carregadas com a potência característica. É sabido que

esse cenário apresenta uma certa improbabilidade estatística, contudo é interessante estudar esse fenômeno do ponto de vista acadêmico a fim de ressaltar a importância da adequação física dos fenômeno a ser estudado.

Foi utilizado o mesmo procedimento empregado nos Casos Testes #3 e #4 . Inicialmente, com somente a fase *a* sob o efeito coroa e depois com as três fases sob este efeito.

Análise gráfica da *LT* para somente uma fase sob o efeito coroa

Assim, partindo-se da equação (5.1), fez-se $\zeta = 3$ na equação (3.5), o elemento próprio da fase *a*, fase sob o efeito coroa, na matriz de potencial de Maxwell, que depois é invertida para obtenção da matriz de capacitâncias dinâmicas. Ao se proceder à esta operação, e de posse dos valores da capacitância geométrica para as fases, dividiu-se o valor do elemento próprio de capacitância dinâmica obtido pelo seu respectivo valor da capacitância geométrica. Então, encontrou-se:

$$\begin{aligned} c_{da1}/c_{ga1} &= 2,95 \\ c_{db1}/c_{gb1} &= 0,81 \\ c_{dc1}/c_{gc1} &= 1,01 \end{aligned} \tag{5.10}$$

Vê-se, por esta relações, que acontece o dito em [51], que apesar de ser somente para a fase *a* sob coroa, ao se inverter a matriz de potencial para a obtenção da matriz de capacitâncias dinâmicas, todos os elementos ficam contaminados com o efeito coroa. Nesta inversão, observa-se que, apesar de ter dividido por ζ o valor o potencial próprio para a fase *a*, a relação entre a capacitância dinâmica e a geométrica para esta fase ficou menor que 3 vezes, no caso, 2,95 vezes para a fase *a*. Diferentemente dos Casos Testes #3 e #4, em que os condutores eram singelos, e a relação para a fase *a* era maior que 3, aqui é menor que 3, pois os condutores são geminados.

Como o procedimento é construir os quadripolos lineares, serão utilizadas as capacitâncias geométricas. As diferenças entre as capacitâncias dinâmicas e as geométricas comporão a matriz de admitância transversal de excesso de capacitância. Esta, multiplicada pela tensão da barra no final de cada seção da *LT*, será a matriz de fonte de corrente **J** devida ao efeito coroa em cada seção. Na Figuras 5.16 se encontram as tensões nas barras inicial, 5 e 10, uma vez que a linha foi dividida em 10 trechos, ignorando o efeito coroa. As curvas mostradas entre as barras inicial e 5, representam as tensões trecho a trecho até à metade.

Na Figura 5.17 se encontram as tensões nas barras 4, considerando ou não o efeito coroa, pois é a curva de maior tensão, e é o início do trecho que representa a metade da *LT*.

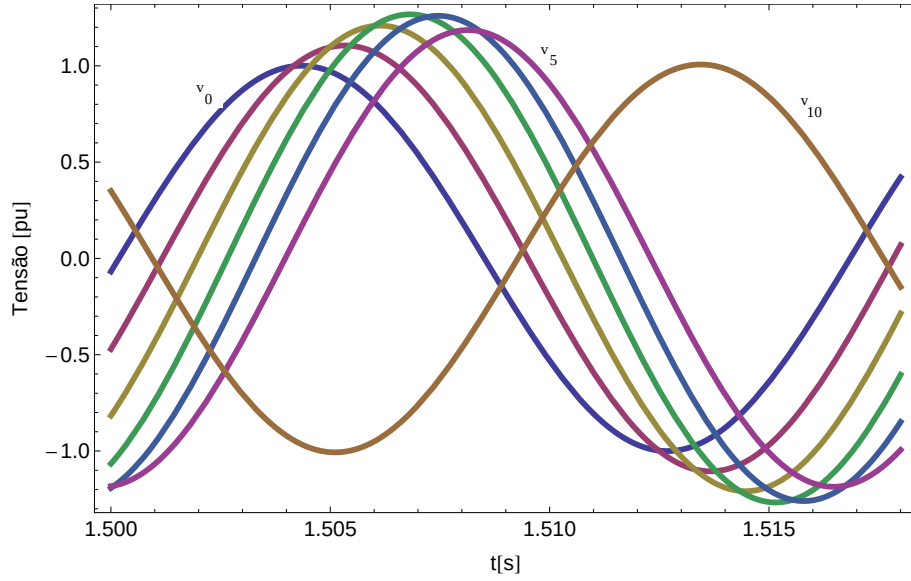


Figura 5.16: Tensões nas barras inicial, meio e final da LT ignorando o efeito coroa para **5** componentes harmônicas - Caso Teste # 5

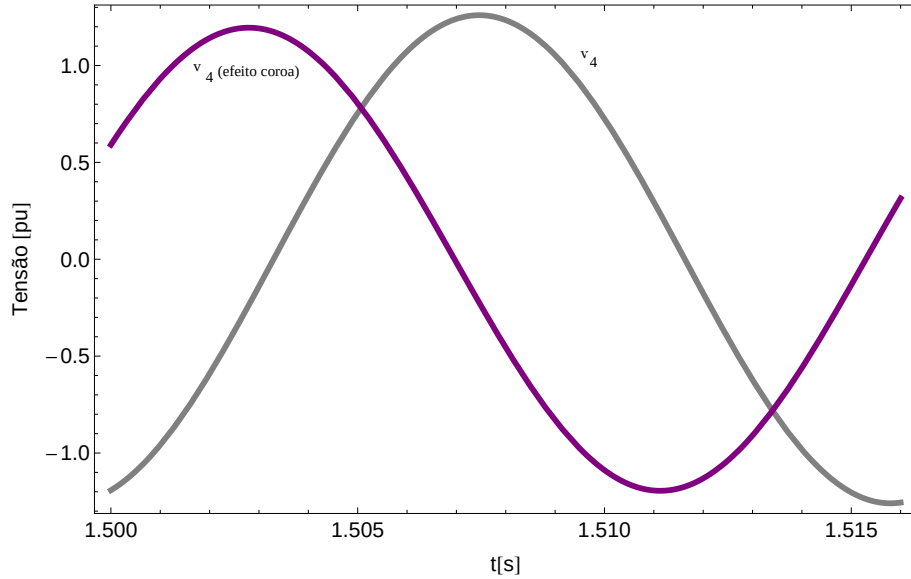


Figura 5.17: Tensão na Barra 4 considerando ou não o efeito coroa para **5** componentes harmônicas - Caso Teste # 5

Nestas figuras, observa-se o efeito das injeções de corrente devidas ao efeito coroa, reduzindo a amplitude máxima que seria atingida ao desconsiderá-lo, a cada metade da LT . Neste caso, pode ser feita uma comparação com uma simulação feita no ATP para o Caso Teste #5, em [54], que apresentou o resultado mostrado na Figura 5.18.

Não foi atingida a sobretensão de 1,6 pu no meio do LT , sendo a maior tensão da ordem de 1,3 pu neste Caso Teste. A diferença reside no fato que aqui, para se alcançar os valores máximos estipulados para as tensões, ficou um pouco aquém o valor máximo obtido para corrente, e a LT se comportou como se o carregamento

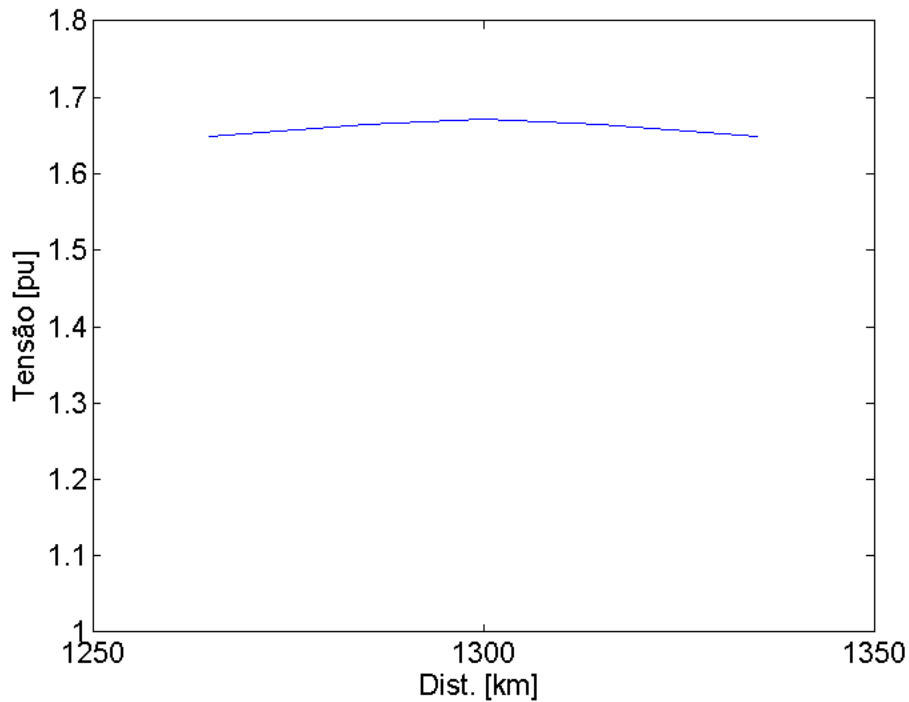


Figura 5.18: Resultado de Simulação realizada no ATP - Caso Teste # 5

fosse com $3/4$ da impedância característica. Na simulação no ATP, estas tensões e correntes alvos foram atingidas e o carregamento ficou com $1/2$ da impedância característica.

5.4 Discussão

Abordou-se o fenômeno coroa para sobretensões sustentadas, utilizando o cálculo dos parâmetros da linha como nos Casos Testes # 1 e # 2. O processo utilizado pode ser para uma fase sob o efeito coroa, ou todas as fases. A opção por uma fase foi que assim se provoca uma condição não linear mais desfavorável. Os resultados obtidos para as linhas de 400 km e 800 km são compatíveis com a referência, e podem ser verificadas outras alternativas de melhoria através da utilização da fonte de injeção em vez de total no final do trecho, em algum comportamento intermediário ou mesmo com a utilização de mais trechos, principalmente aproximando-se dos pontos com maiores exigências, já que não se tem a obrigatoriedade da utilização de trechos de mesmo comprimento. Utilizar o mesmo comprimento é apenas uma facilidade para o equacionamento. Para o caso da Linha Não Convencional, tem-se que fazer mais simulações, variando-se os tipos de solos, o número de frequências, o número de trechos, para ter um balisamento final. Para as linhas de 400 e 800 km foram utilizados apenas três condutores, enquanto que na linha Não Convencional *Meia-Onda+*, ou $\lambda/2^+$, foram utilizados 26 condutores, contando com os cabos para-

raios. Assim, não há restrições nos cálculos quando ao número de condutores ou fases estarem sob o efeito coroa ao mesmo tempo, e nem quanto ao número de componentes harmônicas estarem envolvidas. Mas o aumento do número destas implicaria em um maior número de trechos. A ferramenta revelou simplicidade para tratar um tema tão complexo quanto o efeito coroa quando em sobretensões sustentadas.

Capítulo 6

Conclusões e Trabalhos Futuros

6.1 Conclusões

Este documento apresenta os resultados de pesquisa relativo ao uso de métodos não lineares baseados no domínio da frequência para a análise de redes elétricas. Historicamente, as metodologias baseadas no domínio da frequência têm sido empregadas para as análises de redes elétricas em regime balanceado, ou não, e envolvendo componentes harmônicas. Com base na pesquisa do estado da arte sobre o tema, foi possível identificar que as diversas metodologias empregadas podem ser divididas em dois grandes grupos, aqui denominados de Domínio Harmônico em Formulação Complexa, *DHFC* e Domínio Harmônico em Formulação Trigonométrica, *DHFT*. Esse último recebeu originalmente o nome de Análise Tensorial, tendo sido desenvolvido pelo Prof. Carlos Portela em 1970 e foi empregado em diversas pesquisas realizadas na COPPE/Universidade Federal do Rio de Janeiro. De fato, através da análise das pesquisas realizadas anteriormente no tema, foi possível mostrar que as diferentes abordagens representam apenas uma diferença no equacionamento das imitâncias que compõem a matriz que descreve o sistema a ser analisado. Essa matriz pode possuir elementos de admitância, impedância ou funções de transferências. O acoplamento entre a parte linear e não linear é feito a partir da relação entre elementos incrementais de tensão, corrente ou mesmo impedância e admitância equacionados de forma a se obter uma solução conjunta dos sistemas de equações.

Do ponto de vista computacional foi avaliado se a formulação trigonométrica, *DHFT*, que implica numa matriz de imitância puramente real, apresentaria alguma vantagem computacional em relação a formulação complexa, *DHFC*. Os resultados indicam que a decomposição em parte real e imaginária já não apresenta vantagens significativas. Possivelmente no passado tal cenário seria distinto dado o potencial computacional mais limitado, tanto em termos de ferramenta como em termos de capacidade de processamento. O elemento responsável pelo custo computacional si-

milar entre o *DHFT* e o *DHFC* foi o emprego da matriz de Toeplitz. Essa matriz em geral complexa pode ser facilmente decomposta em parte real e imaginária, permitindo uma eficiente representação do acoplamento entre componentes de frequência diferentes que ocorrem nos elementos não lineares.

Os casos considerados para a comparação do desempenho podem ser agrupados em circuitos envolvendo eletrônica de potência, i.e., elementos chaveados no tempo, e circuitos não lineares. Foram considerados alguns casos de interesse para a transmissão de grandes blocos de energia que porventura venham a ser implementados no país. Para as redes com elementos chaveados, viu-se ser possível numa mesma matriz de imitâncias, obter-se os elementos que provocam o acoplamento harmônico, ou seja, uma variável que apresenta componente em uma determinada frequência que se relaciona com a componente de outras frequências de outras variáveis, apresentam *interação harmônica*, também conhecida como *interharmônica*. Os resultados indicam que a metodologia apresentada aqui também se adequa para a inicialização de redes elétricas não lineares e com elementos chaveados com o intuito de estudos transitórios. Muito embora a importância do efeito coroa para a propagação de sinais rápidos, como descargas atmosféricas, seja conhecida, a presente pesquisa apresentou alguns detalhes adicionais da importância do mesmo para a propagação de sinais lentos onde há apenas a predominância da componente fundamental. Esses resultados mostram que há uma sensível redução na sobretensão em regime permanente no caso de linhas de pouco mais de meio comprimento de onda, quando em sobrecarga. Esse resultado é bastante distinto daquele obtido empregando-se equivalentes de sequência positiva e já reportado na literatura técnica. É interessante notar que sob o aspecto topológico há uma diferença significativa entre as formulações. Os elementos chaveados são tratados por imitâncias incrementais enquanto que os elementos não lineares são tratados como fontes de corrente controladas de forma que as mesmas possam ser inseridas na solução do quadripolo que define o comportamento da linha sob o efeito coroa.

6.2 Trabalhos Futuros

Naturalmente, a presente tese não esgota o assunto, ou pretende ser a “palavra definitiva” no tema. Há ainda a necessidade de se verificar se o desempenho computacional equivalente das formulações se mantém quando são consideradas redes de dimensões maiores, por exemplo na casa de mil ou mais barras.

Pode ser investigado se uma abordagem similar à que foi empregada para a LT $\lambda/2^+$ poderia ser utilizada para o levantamento das perdas por efeito coroa, que até hoje utilizam apenas fórmulas empíricas.

Um outro ponto importante é a determinação da penetração harmônica, i.e., até

que ponto e em quais barras se deve adotar a representação no domínio harmônico para a concreta identificação da rede elétrica em regime permanente. Possivelmente, técnicas de inteligência computacional devem ser agregadas ao *DHM* para permitir a seleção entre a representação baseada em regime permanente senoidal e a configuração mais geral da rede. As chamadas redes elétricas inteligentes recentemente propostas são, à primeira vista, componentes ideais para estudos tanto da penetração harmônica e até para futuras investigações de desempenho do *DHM*.

Uma característica interessante do *DHM* é que ele permite a inclusão de elementos variantes no tempo, conforme já mencionado e analisado. Dentre as possíveis variações no tempo, as relacionadas às oscilações de frequência são um caso particularmente importante para a verificação das oscilações eletromecânicas. Portanto, acredita-se que um estudo do *DHM* para uma análise conjunta de fenômenos de transitórios eletromecânicos e eletromagnéticos seja uma aplicação importante. Nesse caso, em particular, uma comparação do uso de fasores girantes seria o ponto de partida da pesquisa.

Referências Bibliográficas

- [1] PORTELA, C. “Sistema Elétrico Brasileiro Realidades e Opções”, *COPPE - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Symposium Prof. Carlos Portela 70 anos, A Ciência na Engenharia Elétrica*, Dezembro 2005.
- [2] DIAS, R. F. S. *Derivação ou Injeção de Energia em uma Linha de Transmissão de Pouco Mais de Meio Comprimento de Onda por Dispositivos de Eletrônica de Potência*. Tese de Doutorado, COPPE - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil, Março 2008.
- [3] TELES, A. *Modelo Matemático de Entrada/Saída de Retificador Trifásico*. Tese de Mestrado, COPPE - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil, Abril 1988.
- [4] PORTELA, C. *Análise de Redes Elétricas - Algumas Aplicações*. Lisboa, Portugal, Instituto de Alta Cultura, 1970.
- [5] KRON, G. *Tensor Analysis of Networks*. New York, MacDonald, 1965.
- [6] KRON, G. *Diakoptics: The Piecewise Solution of Large Scale Systems*. New York, MacDonald, 1963.
- [7] NODA, T., SEMLYEN, A., IRAVANI, R. “Harmonic Domain Dynamic Transfer Function of a Nonlinear Time-periodic Network”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 18, n. 4, pp. 1433–1441, Oct. 2004.
- [8] NODA, T., SEMLYEN, A., IRAVANI, R. “Entirely Harmonic Domain Calculation of Multiphase Nonsinusoidal Steady State”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 19, n. 3, pp. 1368–1377, July 2004.
- [9] TAVARES, M. C., PORTELA, C. “Half-Wave Length Line Energization Case Test - Proposition of a Real Test”, *International Conference on High Voltage Engineering and Application 2008 (ICHVE2008)*, pp. 261–264, Nov., 9-13 2008.

- [10] TAVARES, M. C., PORTELA, C. “Proposition of a Half-Wave Length Energization Case Test”, *International Conference on Power Systems Transients (IPST2009)*, June, 3-6 2009.
- [11] MONTANARI, A. A., TAVARES, M. C., PORTELA, C. “Adaptative Single-Phase Autoreclosing Based on Secondary Arc Voltage Harmonic Signature”, *International Conference on Power Systems Transients (IPST2009)*, June, 3-6 2009.
- [12] DIAS, R. F. S., LIMA, A. C. S., PORTELA, C., et al. “Non Conventional Transmission Line with FACTS in Electromagnetic Transient Programs”, *International Conference on Power Systems Transients (IPST2009)*, June, 3-6 2009.
- [13] GARDOS, R., PEDROSO, A. S., FERREIRA, A. C., et al. “Long Distance Transmission - Segmented AC Transmission Lines”, *17th Power Systems Computation Conference (PSCC2011)*, Aug., 22-26 2011.
- [14] GOMES JR., S. *Modelagem e Métodos Numéricos para Análise Linear de Estabilidade Eletromecânica, Ressonância Subsíncrona, Transitórios Eletromagnéticos e Desempenho Harmônico de Sistemas de Potência*. Tese de doutorado, COPPE - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil, Junho 2002.
- [15] GARCIA, P. N., PEREIRA, J. R. L., CARNEIRO JR., S., et al. “Three-Phase Power Flow Calculations Using the Current Injection Method”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 15, n. 2, pp. 508–514, May 2000.
- [16] PENIDO, D. R. R., ARAUJO, L. R., CARNEIRO JR, S., et al. “Three-Phase Power Flow Based on Four-Conductor Current Injection Method For Unbalanced Distribution Networks”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 23, n. 2, pp. 494–503, May 2008.
- [17] VARIZ, A. M., PEREIRA, J. L. R., CARNEIRO JR, S., et al. “Three-Phase Harmonic Power Flow Using the Current Injection Method”. In: *International Conference on Harmonics and Power Quality – ICHPQ2006*, v. 1, pp. 1–6, Cascais, Portugal, Oct. 2006.
- [18] VARIZ, A. M., PEREIRA, J. L. R., CARNEIRO JR, S., et al. “Harmonic Analysis of the power distribution Neutral-to-Earth Voltage (NEV) test case using four-wire three-phase harmonic current injection method”. In:

IEEE Power & Energy Society General Meeting 2009 (PES2009), pp. 1–7, Calgary, Canada, July, 26–30 2009.

- [19] VARIZ, A. M. *Cálculo do Fluxo de Harmônicas em Sistemas Trifásicos utilizando o Método de Injeção de Correntes*. Tese de Doutorado, COPPE-Universidade Federal do Rio de Janeiro, Dezembro 2006.
- [20] LIMA, L. T. G., SEMLYEN, A., IRAVANI, M. R. “Harmonic Domain Periodic Steady State Modeling of Power Electronics Apparatus: SVC and TCSC”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 18, n. 3, pp. 960–967, July 2003.
- [21] XIA, D., HEYDT, G. T. “Harmonic Power Flow Studies Part I - Formulation and Solution”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. PAS-101, n. 6, pp. 1257–1265, June 1982.
- [22] XU, W., DOMMEL, H. W., MARTI, J. R. “A synchronous machine model for three-phase harmonic analysis and EMTP initialization”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 6, n. 4, pp. 1530–1538, Nov. 1991. ISSN: 0885-8950. doi: 10.1109/59.117000.
- [23] XIA, D., HEYDT, G. “Harmonic Power Flow Studies - Part II Implementation and Practical Application”, *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, v. PAS-101, n. 6, pp. 1266–1270, June 1982. ISSN: 0018-9510. doi: 10.1109/TPAS.1982.317172.
- [24] XU, W., MARTI, J., DOMMEL, H. “Harmonic analysis of systems with static compensators”, *Power Systems, IEEE Transactions on*, v. 6, n. 1, pp. 183–190, Feb. 1991. ISSN: 0885-8950. doi: 10.1109/59.131061.
- [25] XU, W., MARTI, J., DOMMEL, H. “A multiphase harmonic load flow solution technique”, *IEEE Power Engineering Review*, v. 11, n. 2, pp. 174–182, Feb. 1991. ISSN: 0272-1724. doi: 10.1109/MPER.1991.88731.
- [26] SEMLYEN, A., ACHA, E., ARRILLAGA, J. “Newton-type algorithms for the harmonic phasor analysis of nonlinear power circuits in periodical steady state with special reference to magnetic nonlinearities”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 3, n. 3, pp. 1090–1098, July 1988.
- [27] TELES, A., DIAS, R. F. S., LIMA, A. C. S., et al. “Modified Tensor Analysis for Harmonic Domain Modeling”, *IEEE Power and Energy Society General Meeting 2010*, pp. 1–6, July, 25–29 2010. ISSN: 1944-9925.

- [28] LIRIO, F. L. *Modelagem Tensorial de SVC e TCSC no Domínio s para Análise Linear de Transitórios Eletromagnéticos e Harmônicos*. Tese de doutorado, COPPE - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil, Novembro 2007.
- [29] SALARI Fº, J. C. *Efeito das Descargas Atmosféricas no Desempenho de Linhas de Transmissão - Modelagens nos Domínios do Tempo e da Freqüência*. Tese de Doutorado, COPPE - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil, Dezembro 2006.
- [30] SOUZA, L. F. W. *Modelagem Analítica de um GCSC - Capacitor Série Controlado por Chave Autocomutada*. Tese de Doutorado, COPPE - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil, Fevereiro 2007.
- [31] MORENO O., G. *Análise de Fenômenos Relacionados com o Campo Elétrico em Linhas de Transmissão. Regime Quase-Estacionário e sob Efeito Corona*. Tese de Doutorado, COPPE - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, Março 1998.
- [32] PORTELA, C., TAVARES, M. C., PISSOLATO Fº, J. “Accurate Representation of Soil Behaviour for Transient Studies”, *IEE Proceedings 2003*, v. 150, n. 6, Nov. 2003.
- [33] DERI, A., TEVAN, G., SEMLYEN, A., et al. “The Complex Ground Return Plane a Simplified Model for Homogeneous and Multi-Layer Earth Return”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. PAS-100, n. 8, pp. 3686–3693, Aug. 1981.
- [34] LIMA, A. C. S., PORTELA, C. “Closed-form Expressions for Ground Return Impedances of Overhead Lines and Underground Cables”, *Electrical Power and Energy Systems 38*, pp. 20–26, Jan. 2012.
- [35] LIMA, A. C. S., PORTELA, C. “Inclusion of Frequency-Dependent Soil Parameters in Transmission-Line Modeling”, *IEEE Trans. Power Delivery*, v. 22, n. 1, pp. 481–491, 2007.
- [36] CARNEIRO JR, S., MARTI, J. R. “Evaluation of Corona and Line Models in Electromagnetic Transients Simulations”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 6, n. 1, Jan. 1999.
- [37] WAGNER, C. F., LLOYD, B. L. “Effect of Corona on Travelling Waves”, *Power Apparatus and Systems - Part III. Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, v. 74, n. 3, pp. 858–872, Jan. 1955.

- [38] KUDYAN, H. M., SHIH, C. H. “A Nonlinear Circuit Model for Transmission Lines in Corona”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. PAS - 100, n. 3, pp. 1420–1430, Mar. 1981.
- [39] SULICIU, M. M., SULICIU, I. “A Rate Type Constitutive Equation for the Description of Corona Effect”, *IEEE Power Engineering Review*, v. PER-1, n. 8, pp. 31, Aug. 1981.
- [40] CARNEIRO JR, S., MARTI, J. R., DOMMEL, H. W., et al. “An Efficient Procedure for Implementation of Corona Models in Electromagnetic Transients Programs”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 9, n. 2, pp. 849–855, Apr. 1994.
- [41] MAMIS, M. S. “State-Space Transient Analysis of Single-Phase Transmission Lines with Corona”, *International Conference on Power Systems Transients (IPST2003)*, 2003.
- [42] MAMIS, M. S., KAIGUSUZ, A., KÖKSAL, M. “State Variable Distributed-parameter Representation of Transmission Line for Transient Simulations”, *Turk J Elec Eng & Comp Sci*, v. 18, n. 1, pp. 31–42, 2010.
- [43] MIRANDA, G. C. *Uma Contribuição ao Estudo do Efeito Corona em Linhas de Transmissão Utilizando o Método de Elementos Finitos*. Tese de Doutorado, UNICAMP - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, Brasil, Dezembro 1994.
- [44] HOLLMAN, J. A. *Step by Step Eigenvalue Analysis with EMTP Discrete Time Solutions*. Tese de Doutorado, The University of British Columbia, Oct. 2006.
- [45] FREITAS, M. A. *Uma Contribuição ao Estudo do Efeito Corona em Linhas de Transmissão*. Tese de Mestrado, UNICAMP - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, Brasil, Junho 2007.
- [46] TAVARES, M. C., PISSOLATO, J., PORTELA, C. “Mode Domain Multiphase Line Model - Use in Transient Studies”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 14, n. 4, Oct. 1999.
- [47] COSTA, E. C. M., KUROKAWA, S., PISSOLATO, J., et al. “Estudo das Metodologias Aplicadas na Resolução das Equações de Estado Referentes à Modelagem de Linhas de Transmissão por Elementos Discretos com Parâmetros Variáveis em Função da Frequência”, *Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos (SBSE2010)*, Maio, 18-21 2010.

- [48] ILICETO, F., CINIERI, E., DIVITA, A. “Overvoltages due to Open-phase Occurrence in Reactor Compensated EHV Lines”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. PAS-103, n. 3, pp. 474–482, Mar. 1984.
- [49] SANTIAGO, N. H. C. *Modelo para Propagação de Surtos em Linhas de Transmissão Incluindo os Efeitos Corona, Pelicular e de Retorno pelo Solo*. Tese de Mestrado, COPPE - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil, Janeiro 1982.
- [50] SANTIAGO, N. H. C. *Atenuação de Surtos em Linhas de Transmissão devido ao Efeito Corona*. Tese de Doutorado, COPPE - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil, Março 1987.
- [51] PORTELA, C., SANTIAGO, N. H. C. “Modelagem de Efeito Corona em Linhas de Transmissão Considerando Interação entre Fases ou Pólos e Cabos para-Raios”, *Anais do XI Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica (SNPTEE1991)*, 1991.
- [52] JESUS, F. D., DIAS, R. F. S., AREDES, M., et al. “Tensorial Analysis of GCSC in a Very Long 750 kV Transmission Line”. In: *IEEE/PES Transmission and Distribution Conference and Exposition: Latin America*, pp. 809 – 814, São Paulo, Brasil, Nov., 8-11 2004. ISBN: 0780387759.
- [53] PORTELA, C., GOMES JR, S. “Analysis and optimization of non conventional transmission trunks considering new technological possibilities”, *Symposium of Specialists in Electrical Operational and Expansion Planning - VI SEPOPE*, 1998.
- [54] WATANABE, E., PEDROSO, A., A., F., et al. “Consolidação da identificação e caracterização de condicionamentos adequados de estudos de sistemas de transmissão de energia elétrica a distâncias muito longas”, *Relatório Técnico DT09, Projeto P&D ANEEL chamada 05/08*, 2012.
- [55] DWIGHT, H. B. “Skin Effect in Tubular and Flat Conductors”, *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, v. XXXVII, n. 2, pp. 1379–1403, July 1918.
- [56] PORTELA, C., TAVARES, M. C. “Modeling, Simulation and Optimization of Transmission Lines. Applicability and Limitations of Some Used Procedures”, *IEEE/PES T & D 2002 Latin America Conference*, May 2002.
- [57] STEVENSON JR, W. D. *Elementos de Análise de Sistemas de Potência*. Brasil, Mc Graw-Hill do Brasil, Ltda., 1978.

- [58] SEMLYEN, A. “Some Frequency Domain Aspects of Wave Propagation on Nonuniform Lines”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 18, n. 1, pp. 315–322, Jan. 2003.

Apêndice A

Cálculo dos Parâmetros da Linha de Transmissão

O cálculo dos parâmetros da Linha de Transmissão aérea, daqui em diante, LT , está baseado no domínio da frequência e envolve inicialmente, algumas hipóteses mais usuais, a saber:

- Solo plano e homogêneo, desprezando-se as não uniformidades do mesmo;
- Condutores infinitamente longos, a fim de se desprezar o efeito das extremidades;
- Os efeitos eletromagnéticos das torres são desprezados;
- Condutores da LT horizontais, paralelos entre si, e com altura média h em relação ao solo dada por

$$h = h_{min} + (1/3)h_{flecha}$$

sendo h_{min} a altura mínima em relação ao solo e h_{flecha} o comprimento máximo da flecha.

A LT será considerada multifásica, com o número de cabos igual a nc . Baseando-se na Figura 3.3, excluindo-se a fonte de corrente devida ao efeito corona, as equações básicas que relacionam as tensões e as correntes nos cabos ao longo da dimensão longitudinal, com comprimento dx são:

$$\begin{aligned}\frac{d[V]}{dx} &= [Z].[I] \\ \frac{d[I]}{dx} &= [Y].[V]\end{aligned}\tag{A.1}$$

ou, tomando-se a derivada segunda,

$$\begin{aligned}\frac{d^2[V]}{dx^2} &= [Z].[Y].[V] \\ \frac{d^2[I]}{dx^2} &= [Y].[Z].[I]\end{aligned}\tag{A.2}$$

onde

$[V]$: vetor multifásico com as tensões transversais, com dimensão **ncx1**;

$[I]$: vetor multifásico com as correntes longitudinais, com dimensão **ncx1**;

$[Z]$: matriz das impedâncias longitudinais dos cabos por unidade de comprimento, com dimensão **ncxnc**;

$[Y]$: matriz das admitâncias transversais dos cabos por unidade de comprimento, com dimensão **ncxnc**.

A.1 Parâmetros Série das Linhas de Transmissão

Os parâmetros série da LT são constituídos de parâmetros série internos e de parâmetros série externos.

A.1.1 Parâmetros Série Internos das Linhas de Transmissão

A matriz de impedância série devida aos parâmetros internos da matriz $[Z]$, chamada $[Z]_{int}$, será calculada baseada na impedância interna dos condutores segundo [55], somente para as impedâncias próprias. Neste caso, o efeito de proximidade, que ocorre quando utiliza-se feixes de condutores de fases, não é levado em consideração. Isto devido envolver distâncias entre os condutores do feixe da ordem de centímetros, pelo menos uma ordem de grandeza menor do que as distâncias entre condutores de fases diferentes. Para os condutores das fases, que, usualmente, possuem alma de aço, o elemento da matriz $[Z]_{int}$ é assim definido para condutores cilíndricos:

$$Z_{int_{ff}} = \frac{\eta_c \rho_c}{(2\pi r_f)} \frac{I_0(\eta_c r_f) K_1(\eta_c r_0) + K_0(\eta_c r_f) I_1(\eta_c r_0)}{I_1(\eta_c r_f) K_1(\eta_c r_0) - K_1(\eta_c r_f) I_1(\eta_c r_0)}\tag{A.3}$$

onde

$Z_{int_{ff}}$ é a impedância interna própria do condutor de cada fase;

r_f é o raio externo do condutor cilíndrico;

r_0 é o raio interno do condutor cilíndrico;

ρ_c é a resistividade do condutor;

$\eta_c = \sqrt{\frac{j\omega\mu_c}{\rho_c}}$;

μ_c é a permeabilidade magnética do condutor;

I_0 e I_1 são as funções de Bessel modificadas de primeira espécie;

K_0 e K_1 são as funções de Bessel modificadas de segunda espécie.

Se a LT possuir cabo(s) para-raio(s), deve-se acrescentá-lo(s) à matriz de impedâncias internas, lembrando que ele(s) é(são) usualmente condutor(es) sólido(s) constituído(s) de ligas de aço. Neste caso, $r_0 = 0$, e, desprezando-se o efeito de proximidade ao se utilizar feixes de condutores para-raios, o elemento próprio da matriz $[Z]_{int}$ é assim definido para condutor(es) para-raios :

$$Z_{int_{prpr}} = \frac{\eta_{pr} \rho_{pr}}{(2\pi r_{pr})} \frac{I_0(\eta_{pr} r_{pr})}{I_1(\eta_{pr} r_{pr})} \quad (\text{A.4})$$

onde

$Z_{int_{prpr}}$ é a impedância interna própria do condutor para-raios;

r_{pr} é o raio do condutor para-raios;

ρ_{pr} é a resistividade do condutor para-raios;

$$\eta_{pr} = \sqrt{\frac{j\omega\mu_{pr}}{\rho_{pr}}};$$

μ_{pr} é a permeabilidade magnética do condutor para-raios.

Constrói-se a matriz $[Z]_{int}$ com as impedâncias próprias dadas por (A.3) e (A.4), sendo nulas as impedâncias mútuas internas.

A.1.2 Parâmetros Série Externos das Linhas de Transmissão

A matriz de impedância série devida aos parâmetros externos da matriz $[Z]$, chamada $[Z]_{ext}$, será calculada incluindo os efeitos do solo resistivo, baseada na metodologia desenvolvida por [33], sendo também considerado um termo relativo à permitividade do solo, descrito em [56]. Considera-se as aproximações do efeito solo real, e se utiliza a profundidade p , que é a distância do plano complexo de retorno. Assim,

$$p = \frac{1}{\sqrt{j\omega\mu(\sigma_{solo} + j\omega\epsilon_{solo})}} \quad (\text{A.5})$$

onde

μ é a permeabilidade magnética do ar, que é aproximadamente igual à do vácuo ($\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$) em [H/m];

σ_{solo} é a condutividade elétrica do solo em [S/m], função da frequência;

ϵ_{solo} é a permitividade dielétrica do solo em [F/m], função da frequência.

Esta profundidade deve ser adicionada a cada altura h dos cabos que compõem a LT . Então, o elemento da matriz $[Z]_{ext}$ é assim definido:

$$\begin{aligned}
Z_{ext_{ff}} &= \frac{j\omega\mu}{2\pi} \ln \frac{2(h_f + p)}{r_f} \\
Z_{ext_{fm}} = Z_{ext_{mf}} &= \frac{j\omega\mu}{2\pi} \ln \frac{\sqrt{(d_f - d_m)^2 + (h_f + h_m + 2p)^2}}{\sqrt{(d_f - d_m)^2 + (h_f - h_m)^2}}
\end{aligned} \tag{A.6}$$

onde

$Z_{ext_{ff}}$ é a impedância externa própria de cada fase;

$Z_{ext_{fm}}$ (para $f \neq m$) é a impedância externa mútua entre os condutores da fase f e da fase m ;

r_f é o raio externo do condutor;

$\ln$ é o logaritmo neperiano;

h_f é a altura entre o condutor da fase f e o solo;

h_m é a altura entre o condutor da fase m e o solo;

$(d_f - d_m)$ é a distância horizontal entre os condutores das fases f e m .

Se a LT possuir condutores para-raios, deve-se acrescentar na matriz $[Z]_{ext}$ também os elementos próprios e os mútuos devidos à impedâncias externas entre os condutores das fases e os dos para-raios. Assim,

$$Z_{ext_{prpr}} = \frac{j\omega\mu}{2\pi} \ln \frac{2(h_{pr} + p)}{r_{pr}} \quad Z_{ext_{prf}} = Z_{ext_{fpr}} = \frac{j\omega\mu}{2\pi} \ln \frac{\sqrt{(d_{pr} - d_f)^2 + (h_{pr} + h_f + 2p)^2}}{\sqrt{(d_{pr} - d_f)^2 + (h_{pr} - h_f)^2}} \tag{A.7}$$

onde

$Z_{ext_{prpr}}$ é a impedância externa própria de cada condutor para-raios;

$Z_{ext_{prf}}$ é a impedância externa mútua entre o condutor para-raios pr e o condutor de cada fase f ;

h_{pr} é a altura do condutor para-raios;

r_{pr} é o raio do condutor para-raios;

h_f é a altura entre o condutor da fase f e o solo;

$(d_{pr} - d_f)$ é a distância horizontal entre os condutores pr e f .

Dividindo-se a matriz total de impedâncias externas, por $\frac{j\omega\mu}{2\pi}$ encontra-se a matriz $[PG]$, conhecida como matriz dos coeficientes de geometria da LT .

A.1.3 Cálculo dos Parâmetros Série das Linhas de Transmissão

Partindo da matriz de impedâncias total $[Z]_{total}$, composta por $[Z]_{int} + [Z]_{ext}$, procede-se inicialmente à redução das linhas dos condutores para-raios, através da

Redução de Kron. Como cada fase das linhas de transmissão utilizadas, exceto nos Casos Testes #3 e #4, era constituída por condutores geminados (visando à diminuição do efeito corona e da rádio-interferência), procedeu-se também à eliminação do feixe, novamente por Redução de Kron, e então se chega à matriz trifásica $[Z]_{abc}$. Para se utilizá-la como elemento linear, foi feita a transposição das fases, chamando-se esta nova matriz de $[Z]_{abcT}$. Esta ficou constituída de elementos próprios z_p e mútuos z_m , utilizando o seguinte equacionamento:

$$\begin{aligned} z_p &= (1/3)(Z_{abc}[[1, 1]] + Z_{abc}[[2, 2]] + Z_{abc}[[3, 3]]) \\ z_m &= (1/3)(Z_{abc}[[1, 2]] + Z_{abc}[[1, 3]] + Z_{abc}[[2, 3]]) \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Observa-se que a utilização de transposição de fases foi feita somente para a parte linear dos circuitos analisados. Para o estudo dos fenômenos não lineares, não se fez transposição de fases.

A.2 Parâmetros em Derivação das Linhas de Transmissão

A matriz de admitâncias transversais da LT , definida como:

$$[Y] = [G] + j\omega[C] = [G] + j\omega 2\pi\epsilon[PM]^{-1} \quad (\text{A.9})$$

onde

$[G]$ é a matriz das condutâncias do ar por unidade comprimento, em [S/m];

$[C]$ é a matriz de capacitâncias dos condutores por unidade de comprimento, também chamada de matriz dos coeficientes de Maxwell, em [F/m];

ϵ é a permissividade dielétrica do ar, em [F/m];

$[PM]$ é a matriz dos coeficientes de potencial de Maxwell.

Nas linhas de transmissão deste trabalho, a matriz de condutâncias foi desprezada. Para o cálculo dos elementos da matriz $[PM]$, afim de se encontrar a matriz de capacitâncias, utiliza-se:

$$\begin{aligned} PM_{ff} &= \ln \frac{2h_f}{r_f} \\ PM_{fm} &= \ln \frac{\sqrt{(d_f - d_m)^2 + (h_f + h_m)^2}}{\sqrt{(d_f - d_m)^2 + (h_f - h_m)^2}} \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

onde

PM_{ff} é o coeficiente de potencial próprio da fase;

PM_{fm} para ($f \neq m$) é o coeficiente de potencial mútuo entre os condutores da fase f e da fase m ;

sendo os outros parâmetros já definidos nas equações (A.6).

Se a LT possuir condutores para-raios, deve-se acrescentar na matriz $[Y]$ também os elementos próprios e os mútuos devidos aos coeficientes de potencial entre os condutores das fases e os dos para-raios. Então,

$$PM_{prpr} = \ln \frac{2h_{pr}}{r_{pr}} PM_{prf} = \ln \frac{\sqrt{(d_{pr} - d_f)^2 + (h_{pr} + h_f)^2}}{\sqrt{(d_{pr} - d_f)^2 + (h_{pr} - h_f)^2}} \quad (\text{A.11})$$

onde

PM_{prpr} é o coeficiente de potencial próprio do condutor para-raios;

PM_{prf} é o coeficiente de potencial mútuo entre o condutor para-raios pr e o da fase f ;

sendo os outros parâmetros já definidos nas equações (A.7).

A.2.1 Cálculo dos Parâmetros em Derivação das Linhas de Transmissão

Partindo da matriz de admitâncias $[Y]_{total}$, procede-se inicialmente à redução das linhas dos cabos para-raios, através da Redução de Kron e posteriormente, à redução do feixe, novamente por Redução de Kron, e então se chega à matriz trifásica $[Y]_{abc}$. Para se utilizá-la como elemento linear, foi feita a transposição das fases, chamando-se esta nova matriz de $[Y]_{abcT}$. Esta ficou constituída de elementos próprios y_p e mútuos y_m , utilizando o seguinte equacionamento:

$$\begin{aligned} y_p &= (1/3)(Y_{abc}[[1, 1]] + Y_{abc}[[2, 2]] + Y_{abc}[[3, 3]]) \\ y_m &= (1/3)(Y_{abc}[[1, 2]] + Y_{abc}[[1, 3]] + Y_{abc}[[2, 3]]) \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

Apêndice B

Relações entre as Matrizes Terminais para uma Linha de Transmissão Longa

O procedimento se baseia em [57] para uma linha de transmissão uniforme e em [58] para uma não uniforme, do ponto de vista de seus terminais. Os dois terminais de entrada são os terminais geradores (fontes) e os dois de saída (receptores) são os terminais receptores, que se interligam ao circuito representativo da LT . Este, sendo passivo, linear e bilateral, representa as linhas uniformes e fora destas características, as não uniformes. Um circuito assim constituído, com os quatro terminais, é chamado *quadripolo*, que pode ser representado por um circuito π equivalente. O tratamento para as linhas de transmissão pode ser feito através da colocação de *quadripolos* em cascata. Um trecho entre os terminais fonte e receptor pode ser descrito como entre as barras j e k , mostrado na Figura B.1, em que:

$$\begin{aligned} Z_e &= Z_c \sinh[\Gamma_c l_{LT}] \\ Y_e &= \frac{1}{Z_c} \tanh[\Gamma_c l_{LT}] \end{aligned} \tag{B.1}$$

sendo Γ_c e Z_c definidos na equação (3.6) e l_{LT} é o comprimento da linha de transmissão.

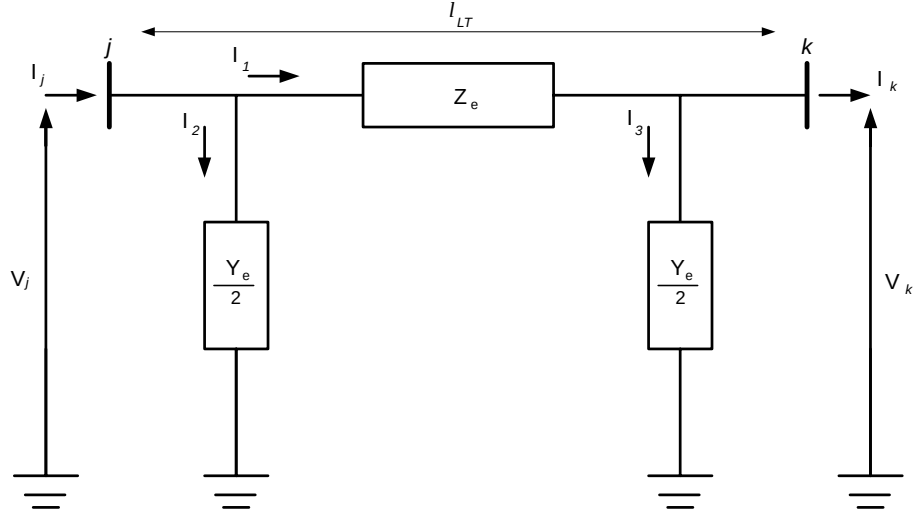


Figura B.1: Modelo π Equivalente de um Trecho de uma LT Longa

B.1 Cálculo de Quadripolos da Linha de Transmissão Uniforme

Para uma LT uniforme, o quadripolo é passivo, linear e bilateral. Desenvolvendo as expressões para V_j e I_j , partindo de:

$$\begin{aligned} I_1 &= I_k + I_3 \implies I_1 = I_k + Y_e/2V_k \\ I_j &= I_1 + I_2 \implies I_j = I_k + Y_e/2V_k + Y_e/2V_j \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

$$V_j = V_k + Z_e I_1 \therefore V_j = \left(1 + \frac{Z_e Y_e}{2}\right) V_k + Z_e I_k \quad (\text{B.3})$$

$$I_j = I_k + \frac{Y_e}{2} V_k + \frac{Y_e}{2} V_j \therefore I_j = Y_e \left(1 + \frac{Z_e Y_e}{4}\right) V_k + \left(1 + \frac{Y_e Z_e}{2}\right) I_k \quad (\text{B.4})$$

Resulta, na forma matricial,

$$\begin{pmatrix} V_j \\ I_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_k \\ I_k \end{pmatrix} \quad (\text{B.5})$$

Definindo-se, então,

$$Q_{LT} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh[\Gamma_c l_{LT}] & Z_c \sinh[\Gamma_c l_{LT}] \\ \frac{1}{Z_c} \sinh[\Gamma_c l_{LT}] & \cosh[\Gamma_c l_{LT}] \end{pmatrix} \quad (\text{B.6})$$

Pode-se também ter a relação inversa, onde se deseja a tensão e a corrente de saída em função da tensão e da corrente de entrada. Neste caso será através da utilização de:

$$Q'_{LT} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}^{-1} \quad (\text{B.7})$$

Para o quadripolo de uma LT uniforme, $A = D$. E também são válidas as seguintes expressões para o caso multifásico:

$$AD^T - BC^T = I_d$$

$$A^T D - C^T B = I_d$$

onde I_d é a matriz Identidade e T significa transposta. No caso monofásico, quando A , B , C e D são escalares, esta relação se reduz a:

$$AD - BC = 1 \quad (\text{B.8})$$

Dividindo-se o comprimento da LT em $\mathbf{h}$ seções, sendo cada seção de comprimento Δx , pode-se utilizar um processo em cascata de quadripolos para relacionar as tensões e as correntes entre dois terminais $\mathbf{j}$ e $\mathbf{k}$ de uma LT com qualquer comprimento $h\Delta x$ e para qualquer frequência, chamando os terminais $\mathbf{s}$ (fontes) e $\mathbf{r}$ (receptores), como:

$$\begin{pmatrix} V_s \\ I_s \end{pmatrix} = [Q_1] \cdot [Q_2] \dots [Q_h] \cdot \begin{pmatrix} V_r \\ I_r \end{pmatrix} = [Q_{eq}] \cdot \begin{pmatrix} V_r \\ I_r \end{pmatrix} \quad (\text{B.9})$$

sendo

$$[Q_{eq}] = \begin{pmatrix} A_{eq} & B_{eq} \\ C_{eq} & D_{eq} \end{pmatrix} \quad (\text{B.10})$$

B.2 Cálculo de Quadripolos da Linha de Transmissão Não Uniformes

Uma linha de transmissão não uniforme é aquela cujas propriedades elétricas por unidade de comprimento não são constantes ao longo da linha. Para uma LT

não uniforme, pode-se fazer a análise de autovalores e auto vetores, sendo que agora ($A \neq D$), baseada na equação:

$$\begin{pmatrix} A - \Lambda I & B \\ C & D - \Lambda I \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v \\ i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{B.11})$$

A eliminação da corrente na equação (B.11) leva a

$$(C - (D - \Lambda I)B^{-1}(A - \Lambda I))v = 0$$

B.3 Relações de Tensões e Correntes num trecho de LT

Sejam os terminais j (fontes) e k (receptores), tem-se as seguintes equações e para a matriz Y_{nodal} , sabendo que nesta, a corrente tem seu sentido invertido:

$$\begin{pmatrix} I_s \\ -I_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_{jj} & Y_{jk} \\ Y_{kj} & Y_{kk} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_s \\ V_r \end{pmatrix} \quad (\text{B.12})$$

Das equações (B.5) e (B.12), obtém-se as seguintes relações:

$$\begin{aligned} A &= -Y_{kj}^{-1}Y_{kk} \\ B &= -Y_{kj}^{-1} \\ C &= Y_{jk} - Y_{jj}Y_{kj}^{-1}Y_{kk} \\ D &= -Y_{jj}^{-1}Y_{kj} \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

Apêndice C

Modelagem do Efeito Corona Considerando Decomposição do Surto de Tensão em Três Partes

O procedimento é feito com a modelagem da LT por quadripolos, levando-se em conta a variação das capacitâncias transversais nos cabos ao longo da linha, conforme [49].

A LT monofásica de **400 kV** em questão, utilizada em [49], está descrita no 3. A constante de propagação Γ_c e a impedância característica Z_c , são dados pelas equações apresentadas em [57], mas aqui colocadas em função da frequência complexa:

$$\begin{aligned}\Gamma_c[s] &= \sqrt{Y[s]Z[s]} \\ Z_c[s] &= \sqrt{\frac{Z[s]}{Y[s]}}\end{aligned}\tag{C.1}$$

onde Z é a impedância longitudinal da LT , medida em Ω /unidade de comprimento;

Y é a admitância transversal da LT , medida em S /unidade de comprimento.

C.1 Função de Transferência

Para o surto descrito em 3, sua expressão, no domínio da frequência complexa s , está na equação:

$$V(s) = k_c \left(\frac{1}{a+s} - \frac{1}{b+s} \right)$$

Chamando $V[x=0,s]$ o surto aplicado em um ponto $x = 0$ da LT , V_R a parte real para a expressão deste surto e V_I , sua parte imaginária, vem:

$$V[x = 0, s] = V_R[x = 0, s] + jV_I[x = 0, s]$$

Então, para um ponto x qualquer da LT , a propagação deste surto poderá ser obtida através da relação:

$$V[x, s] = H[x, s]V[x = 0, s]$$

onde $H[x,s]$ é a função de transferência entre os pontos $x = 0$ e x .

A Figura C.1 representa uma LT e uma carga cuja admitância é Y_L . A distância entre o terminal emissor da LT e a carga é d . Quer-se encontrar a relação entre as tensões entre um ponto p e a referência, e a do terminal emissor da LT , estando o ponto a uma distância x deste terminal emissor. Lembrando que Z_c é a impedância característica da LT . Então, a admitância característica da LT , Y_c , é, em função da frequência complexa, definida como:

$$Y_c[s] = \frac{1}{Z_c[s]} \quad (C.2)$$

Então,

$$\begin{aligned} Z'[s] &= Z_c[s] \sinh((\Gamma_c[s])x) \\ Z''[s] &= Z_c[s] \sinh((\Gamma_c[s])(d - x)) \\ \frac{Y'[s]}{2} &= Y_c[s] \frac{\cosh((\Gamma_c[s])x) - 1}{\sinh((\Gamma_c[s])x)} \\ \frac{Y''[s]}{2} &= Y_c[s] \frac{\cosh((\Gamma_c[s])(d - x)) - 1}{\sinh((\Gamma_c[s])(d - x))} \end{aligned} \quad (C.3)$$

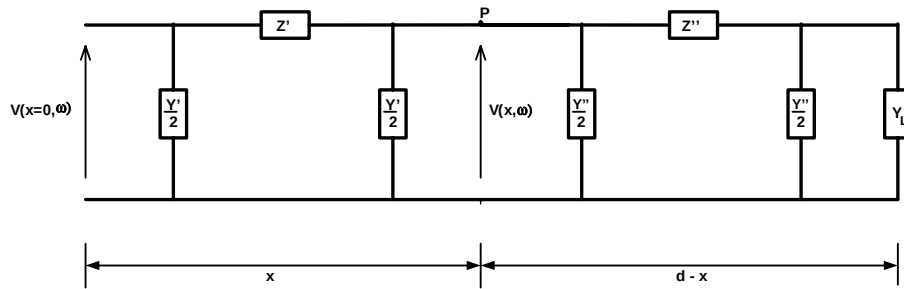


Figura C.1: Representação da LT através de circuito π equivalente antes e depois de um ponto p

O circuito em análise pode ser representado pelos equivalentes **1** ou **2**, dados nas Figuras C.2 e C.3, respectivamente.

Assim, pode-se encontrar $V[x,s]$ como:

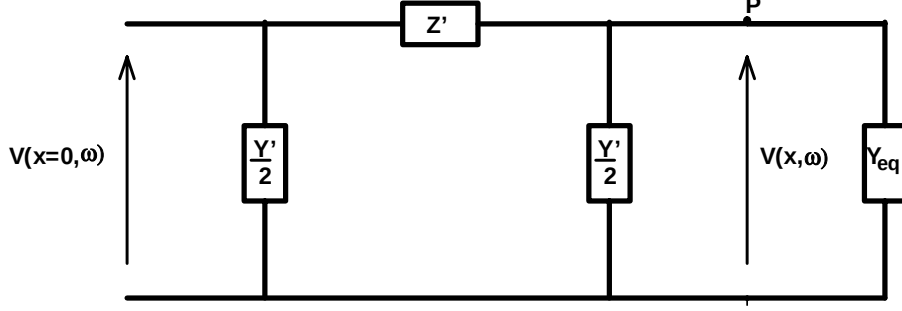


Figura C.2: Representação equivalente 1

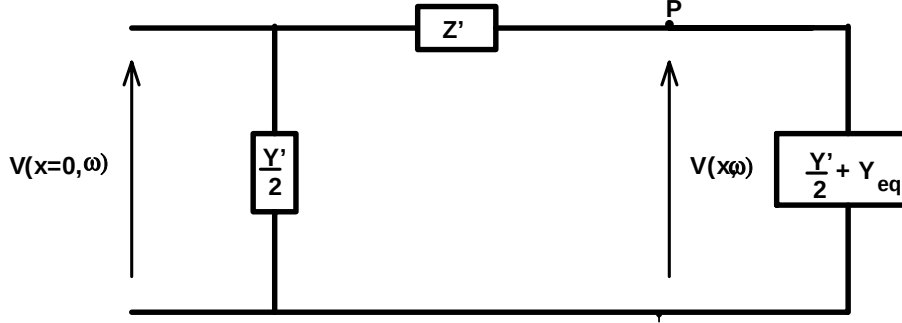


Figura C.3: Representação Equivalente 2

$$V[x, s] = \frac{1}{1 + Z'[s] \frac{Y'[s]}{2} + Z'[s] Y_{eq}[s]} V[x = 0, s] \quad (C.4)$$

A relação entre $V[x, s]$ e $V[x=0, s]$ é a função de transferência, dada por $H[x, s]$:

$$H[x, s] = \frac{1}{1 + Z'[s] \frac{Y'[s]}{2} + Z'[s] Y_{eq}[s]} \Rightarrow \quad (C.5)$$

$$H[x, s] = \frac{1}{\cosh[(\Gamma_c[s])x] + Y_{eq}[s] Z_c[s] \sinh[(\Gamma_c[s])x]}$$

Como Y_{eq} em função da frequência complexa é:

$$Y_{eq}[s] = \frac{Y''[s]}{2} + \frac{\frac{Y''[s]}{2} + Y_L}{Z''[s] \frac{Y''[s]}{2} + 1 + Z''[s] Y_L} \quad (C.6)$$

substituindo-se $Y_{eq}[s]$ na função de transferência, e após as devidas manipulações algébricas, vem:

$$H[x, s] = \frac{e^{-\xi'}}{(1 - e^{-2\xi})} \frac{(Z_c Y_L + 1 + e^{-4\xi}(Z_c Y_L - 1) - 2e^{-2\xi} Z_c Y_L)}{(Z_c Y_L + 1 - e^{-2\xi}(Z_c Y_L - 1)e^{-2\xi'})} \quad (C.7)$$

onde,

$$\begin{aligned}\xi &= \Gamma_c[s](d - x) \\ \xi' &= \Gamma_c[s]x\end{aligned}\tag{C.8}$$

Pode ser visto, pela expressão da função de transferência, que ela depende da admitância da carga. A modelagem que será utilizada é fazê-la igual à admitância característica.

$$Y_L = Y_c[s] = \frac{1}{Z_c[s]}$$

Chamando de H_R a parte real da função de transferência e H_I , sua parte imaginária, vem:

$$H[x, s] = H_R[x, s] + jH_I[x, s]$$

C.2 Propagação do surto desconsiderando o efeito corona

Baseada na função de transferência, pode-se encontrar a equação para a tensão no domínio da frequência, sendo $V[0, s] = V[x = 0, s]$:

$$V[x, s] = H[x, s]V[0, s]$$

Passando esta expressão para o domínio do tempo:

$$v[x, t] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} V[x, s]e^{st}ds$$

Substituindo-se nesta a expressão $V[x, s]$:

$$v[x, t] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H[x, s]V[0, s]e^{st}ds$$

Desenvolvendo-se esta expressão, verifica-se que ela é formada por duas partes, uma real e uma imaginária. O integrando da parte real Int_R é:

$$\begin{aligned}Int_R &= (H_R[x, s]V_R[0, s]\cos(st) - H_I[x, s]V_I[0, s]\cos(st) - \\ &\quad H_R[x, s]V_I[0, s]\sin(st) - H_I[x, s]V_R[0, s]\sin(st))\end{aligned}\tag{C.9}$$

e o integrando da parte imaginária Int_I é:

$$\begin{aligned} Int_I = & (H_R[x, s]V_I[0, s]\cos(st) - H_I[x, s]V_R[0, s]\cos(st) - \\ & H_R[x, s]V_R[0, s]\sin(st) - H_I[x, s]V_I[0, s]\sin(st)) \end{aligned} \quad (C.10)$$

Mas, como a tensão em função da distância $\mathbf{x}$ e do tempo $\mathbf{t}$ é uma função real, o integrando da parte imaginária tem que ser nulo, implicando que o produto em cada parcela deva ser uma função ímpar. Sabe-se que o cosseno é uma função par e o seno é ímpar, e foi visto que $V_R[x = 0, s]$ é par e $V_I[x = 0, s]$, ímpar. Então, é necessário que $H_R[x = 0, s]$ seja par e $H_I[x = 0, s]$, ímpar. Assim, o integrando correspondente à parte real será par e pode-se definir:

$$v[x, t] = \frac{1}{\pi} \Re \left[\int_0^\infty H[x, s] V[0, s] e^{st} ds \right] \quad (C.11)$$

Na Figura C.4, mostra-se o surto em $\mathbf{x=0}$ km e a propagação do surto em $\mathbf{x=10}$ km, em $\mathbf{x=20}$ km, em $\mathbf{x=30}$ km, em $\mathbf{x=40}$ km e em $\mathbf{x=50}$ km.

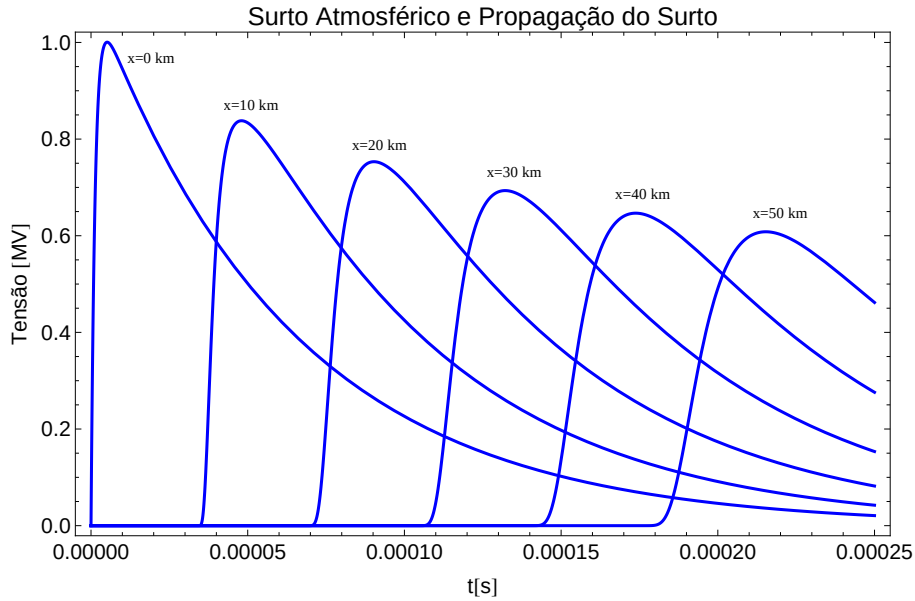


Figura C.4: Surto em $\mathbf{x=0}$ km e Propagação do Surto em $\mathbf{x=10}$ km, em $\mathbf{x=20}$ km, em $\mathbf{x=30}$ km, em $\mathbf{x=40}$ km e em $\mathbf{x=50}$ km

C.3 Propagação do surto considerando o Efeito Corona - Fenômenos Rápidos

C.3.1 Rotina de Cálculo do Efeito Corona para Fenômenos Rápidos

Se o surto atmosférico for fracionado em fatias, delimitadas pelas tensões expostas na subseção 3.2.1, cada uma destas frações vai se propagar de acordo com os diferentes valores das capacitâncias envolvidas em cada segmento. Baseada nestas considerações, ou seja, a aproximação da curva $q \times v$ por segmentos de reta e na partição da curva do surto em fatias correspondentes a cada capacitância envolvida, uma rotina foi adotada para o cálculo da propagação de surtos na LT envolvendo o efeito corona.

A rotina seguida consistiu de:

- Determinação das capacitâncias aproximadas envolvidas na curva $q \times v$;
- Partição do surto atmosférico a ser propagado em fatias, correspondentes à segmentação da curva $q \times v$;
- Executa-se a propagação cada uma fatias segundo sua capacitância associada em uma distância Δx , partindo-se de um ponto inicial x_0 ;
- Recomposição das fatias num ponto $x = x_0 + \Delta x$;
- Determinação de novos valores de capacitâncias, tomando-se por base a onda recomposta;
- Nova partição da onda recomposta ser propagada em fatias, correspondentes aos novos trechos linearizados da nova curva $q \times v$;
- Propagação das novas fatias por mais uma distância Δx , partindo-se de $x = x_0 + \Delta x$;
- Recomposição das fatias num ponto $x = x_0 + 2\Delta x$;
- Repetição dos procedimentos anteriores até à obtenção da resposta no ponto x de interesse.

A escolha do valor para Δx deve ser feita levando em conta que é necessário minimizar os erros cometidos na recomposição do surto em cada ponto de observação.

C.3.2 Fracionamento do Surto Atmosférico

Em [49], observou-se que, para o surto atmosférico descrito em 3.4.1, até a distância de propagação de $x=10$ km, foi onde a onda sofreu a maior taxa de variação devida à influência do efeito corona. Então, foi adotada esta como a maior distância a ser examinada, bem como o tempo de observação, de $100 \mu s$. As observações feitas em 3.5 continuam válidas. Então, devido às características da a curva $q \times v$, analisou-se que para uma amplitude máxima de surto de $1,0$ MV, pode-se aproximar esta curva por três segmentos de reta, ou seja, por um paralelogramo. Dos parâmetros da LT já calculados em 3.4.2, nomeia-se a capacitância como a capacitância geométrica da LT e para a capacitância dinâmica, o valor adotado foi **67%** maior que a capacitância geométrica. Os pontos da curva adotados para esta aproximação são a tensão crítica, ou seja, a tensão que ocorre no tempo crítico $t_c(v_c = 400kV)$ e a tensão máxima, que ocorre no tempo t_{max} .

Assim, o surto no tempo crítico e em t_{max} está mostrado na Figura C.5, e dividido em três fatias, nas Figuras C.6, C.7 e C.8. Na Figura C.9, se vê a comparação da recomposição do surto, baseado na segmentação, e o surto propriamente dito.

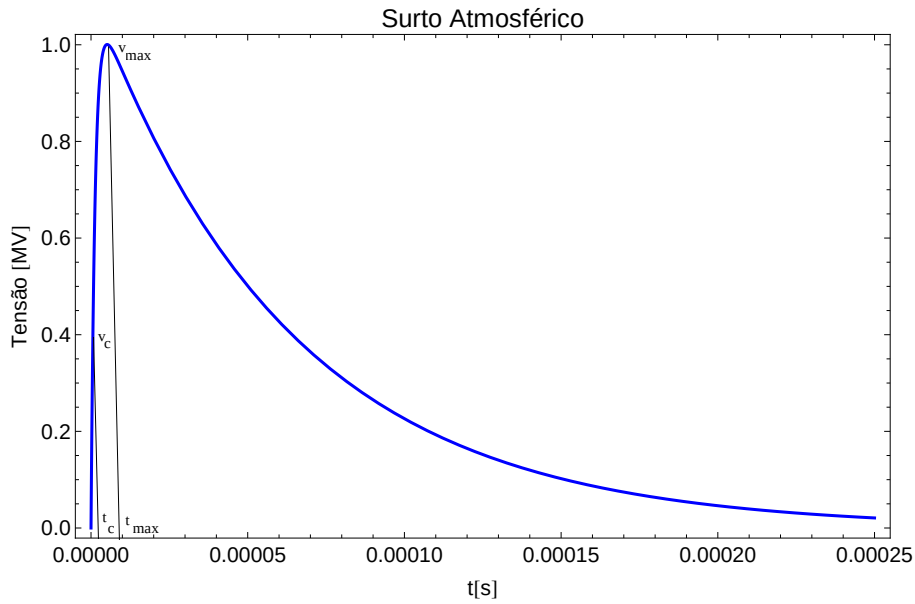


Figura C.5: O surto no tempo crítico e em t_{max}

Nota-se, na Figura C.9, como foi estabelecido o período de observação de $100 \mu s$, o surto recomposto é terminado em $110 \mu s$, através de uma reta interligando, na curva do surto, o ponto de $100 \mu s$ e zero em $110 \mu s$. Isto foi feito para evitar problemas de integração, quando se aplica a integral de Fourier. Também deve se observado que, para o incremento de distância, deve ser especificado um valor pequeno o suficiente para haja minimização dos erros introduzidos na recomposição da onda. Em [49], foram testados valores para Δx , e observado que os inferiores

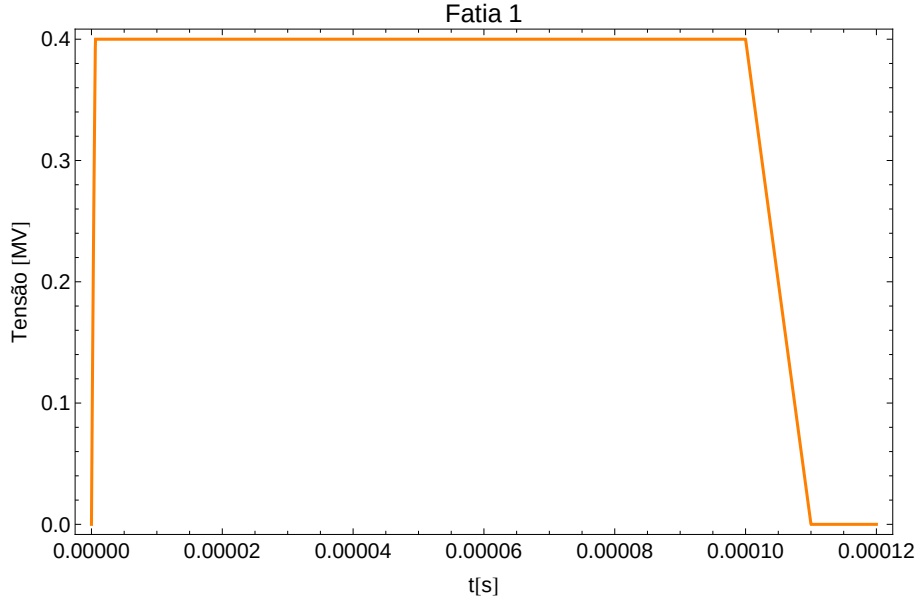


Figura C.6: Segmentação do surto: Fatia 1

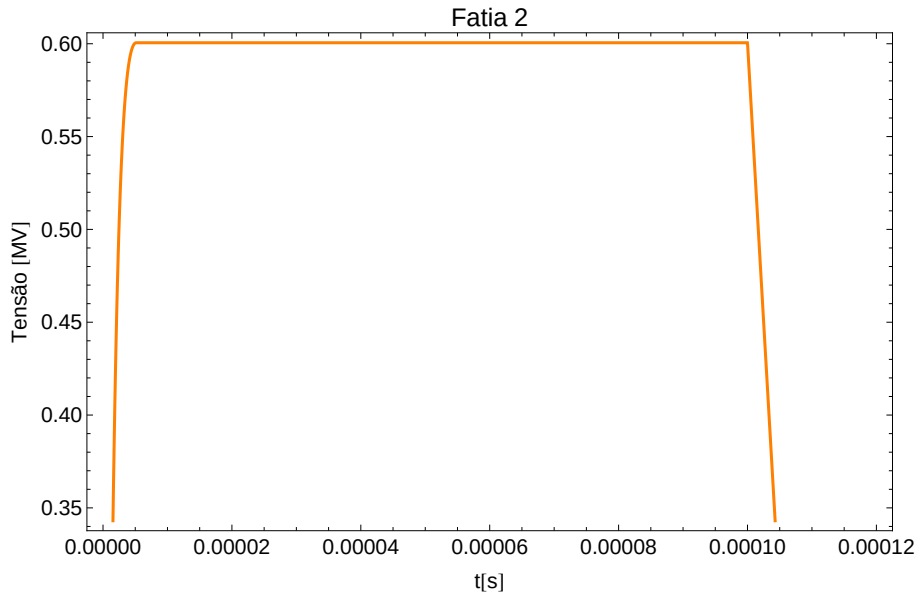


Figura C.7: Segmentação do surto: Fatia 2

a 1 km levaram a resultados satisfatórios, sendo adotado o valor de 0,5 km para utilização na rotina de cálculo.

C.3.3 Função de Transferência e Propagação

A equação C.11 poderá ser assim será reescrita:

$$v[x, t] = \frac{1}{\pi} \Re \left[\int_0^{s_{ct}} H[x, s] V[0, s] e^{st} ds \right] \quad (C.12)$$

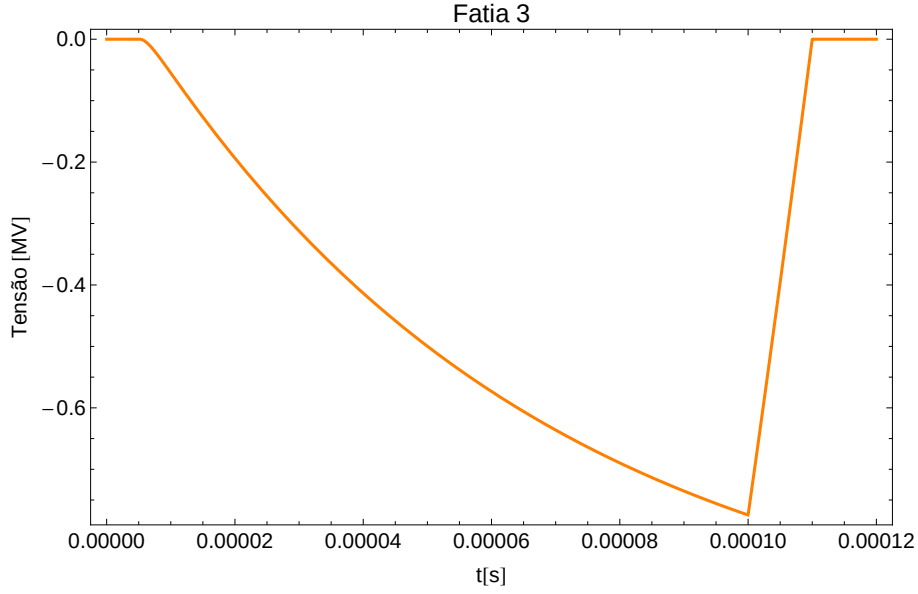


Figura C.8: Segmentação do surto: Fatia **3**

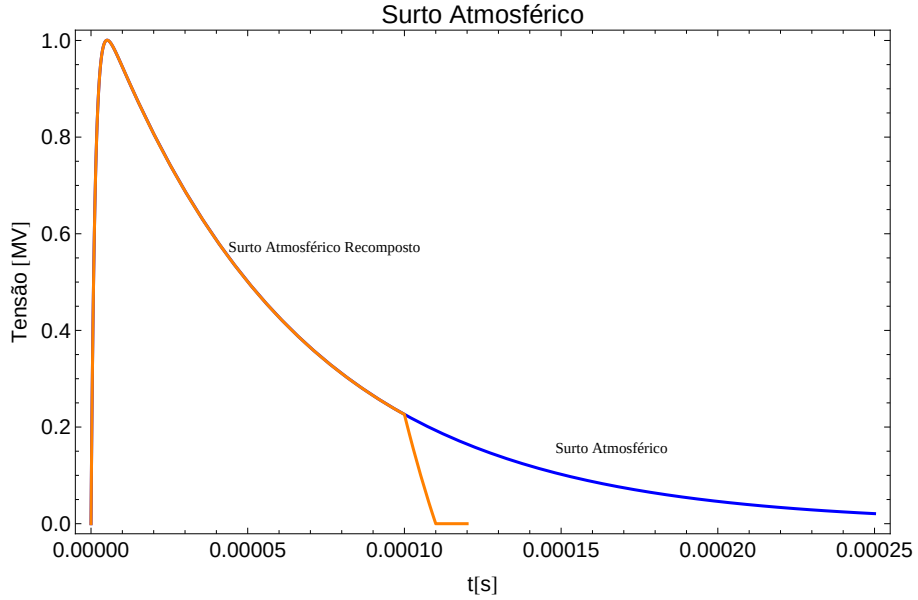


Figura C.9: Comparação entre Recomposição do Surto Fatiado e o Surto Atmosférico

onde s_{ct} é associada à frequência de corte, f_{ct} . Para o intervalo de observação adotado, faz-se $s = j2\pi f$, e utilizado o valor do incremento de frequência de 1kHz na integração numérica. Em [49], constata-se, para uma precisão adequada nos cálculos, os seguintes valores para as frequências de corte: **1,5 MHz**, **1,0 MHz** e **0,5 MHz**, respectivamente, para as fatias **1**, **2** e **3**. Partiu-se, então, para a execução da rotina, descrita em C.3.1, Para **x=0,5 km** do ponto inicial, a propagação do surto com a *LT* sob efeito corona está mostrada na Figura C.10.

Nesta Figura, vê-se, mesmo para $x = 500m$, os principais aspectos envolvidos com o corona, a dissipação de energia, com a diminuição do surto durante a pro-

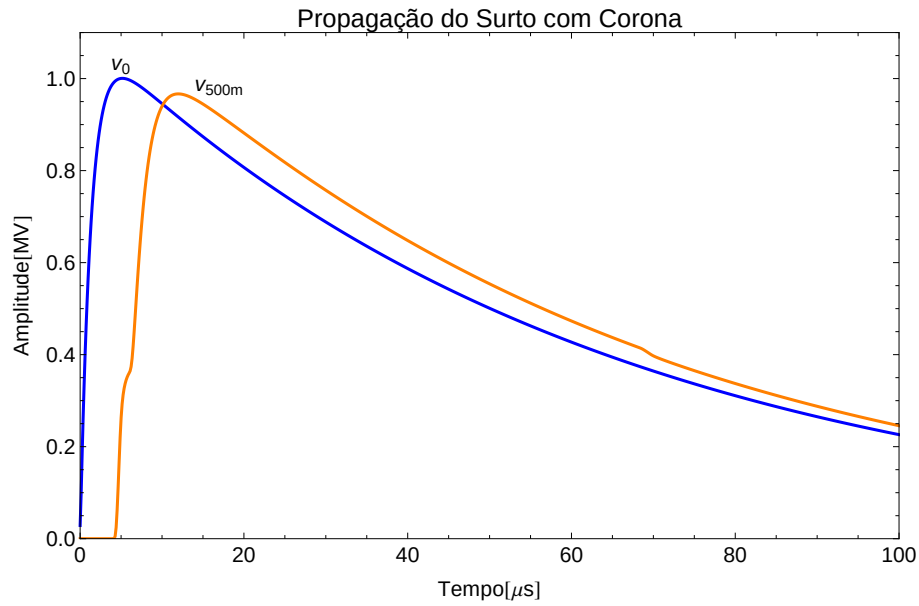


Figura C.10: Comparação entre Recomposição do Surto Fatiado e o Surto Atmosférico em $x=0,5$ km

pagação, em consequência da variação da capacitância da linha de transmissão, e a distorção provocada. Há uma grande quantidade de cálculos envolvendo as transformadas de Fourier. Mesmo fazendo a opção pelas transformadas de Laplace, não tornou os cálculos muito mais rápidos.