



COPPE/UFRJ

**COMPORTAMENTO DE TRANSFORMADORES PARA FENÔMENOS
ELETROMAGNÉTICOS**

Clóvis Jose da Silva

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Orientador: Carlos Manuel de Jesus Cruz de
Medeiros Portela

Rio de Janeiro
Novembro de 2010

COMPORTAMENTO DE TRANSFORMADORES PARA FENÔMENOS
ELETROMAGNÉTICOS

Clóvis José da Silva

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ
COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE) DA
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM
CIÊNCIAS EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

Examinada por:

Prof. Carlos Manuel de Jesus Cruz de Medeiros Portela, D.Sc.

Prof. Mauricio Aredes, Dr.-Ing.

Prof. Antonio Carlos Siqueira de Lima, D.Sc.

Prof.^a Maria Cristina Dias Tavares, D.Sc.

Prof. Silvério Visacro Filho, D.Sc.

Prof. Washington Luiz Araujo Neves, Ph.D.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

NOVEMBRO DE 2010

Silva, Clóvis José da

Comportamento de Transformadores para Fenômenos Eletromagnéticos/ Clóvis José da Silva. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2010.

XI, 193 p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Carlos Manuel de Jesus Cruz de Medeiros
Portela

Tese (doutorado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Elétrica, 2010.

Referencias Bibliográficas: p. 190 -193.

1. Modelagem de Transformadores. 2. Funções de Transferência. 3. Transitórios Eletromagnéticos. I. Portela, Carlos Manuel de Jesus Cruz de Medeiros. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Elétrica. III. Título.

A Deus, meus pais, irmãos e demais familiares.

AGRADECIMENTOS

A elaboração desse trabalho acadêmico foi uma tarefa difícil, mas enriquecedora. Entretanto, para consolidá-lo foi necessária a contribuição de muitas pessoas, às quais não poderia deixar de agradecer a presença cooperativa. Assim, fica a minha gratidão ao meu orientador Dr. Carlos Manuel de Jesus Cruz de Medeiros Portela pelos ensinamentos, colaboração e paciência indispensáveis à elaboração deste trabalho acadêmico e pelo maior dos ensinamentos que recebi: - Por mais que estude e dedique-me a pesquisas sobre qualquer fenômeno, ainda saberei pouco. Agradeço, ainda, pelos ensinamentos sobre a perseverança e a experiência de vida que recebi: - Por mais que estejamos perdidos, haverá sempre uma saída e um reinício, basta o primeiro passo na direção correta.

Agradeço, também, a sua família pelo importuno que fui em ligações telefônicas e visitas, muitas vezes, em horas impróprias, possíveis.

Agradeço ao Dr. Maurício Aredes pela colaboração efetiva dando como sugestão a idéia que resultou nesse trabalho,

Gratidão, igualmente ao Dr. Antonio Carlos Siqueira de Lima e a Dra. Maria Cristina Dias Tavares, que me incentivaram a prosseguir nos estudos, justo na ocasião de grande abatimento com a perda de um ente querido.

Também, àqueles que me auxiliaram na retaguarda, dando suporte e transmitindo confiança, meu reconhecimento.

Aos Mestres de todos os Planos Espirituais que contribuíram com a minha Jornada para que eu pudesse alcançar mais um objetivo.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

COMPORTAMENTO DE TRANSFORMADORES PARA FENÔMENOS
ELETROMAGNÉTICOS

Clóvis José da Silva

Novembro/2010

Orientador: Carlos Manuel de Jesus Cruz de Medeiros Portela

Programa: Engenharia Elétrica

Este trabalho de pesquisa acadêmica adota um modelo simplificado de transformador para ser aplicado em estudos do comportamento de transformadores quando submetidos a fenômenos eletromagnéticos. O modelo toma como base as informações e a modelagem desenvolvidas na minha Tese de Mestrado [32] e, a partir daí, desenvolve novas técnicas que permitem a representação do núcleo de ferro para baixa, média e alta frequência, simplificação das matrizes dos coeficientes de indução, de potencial, dos campos magnéticos, dos campos elétricos de um conjunto de espiras circulares (situadas em planos paralelos e ortogonais). O modelo foi testado e comparado através da análise da função de transferência e no cálculo da resposta a impulsos de corrente e tensão. Os resultados observados na simulação corroboram com os resultados anteriormente obtidos.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

MODELS OF TRANSFORMERS TO ELECTROMAGNETICS PHENOMENA

Clóvis José da Silva

November/2010

Advisor: Carlos Manuel de Jesus Cruz de Medeiros Portela

Department: Electrical Engineering

This work adopts a simplified model of transformer to be applied in studies of the behavior of transformer when submitted the electromagnetic phenomena. This model adopts a base of information obtained in Master's Thesis [32], thereafter, develops new techniques that allow the representation of the iron core for low, media and high frequency, simplification of the matrix of the coefficients of induction, potential, the magnetic fields, the electric fields of a set conjunct of circulars coils (with place in the parallel and orthogonal plans) with conductor of circular section and in the determination of transference function dependent of frequency. The model was tested through of the analysis of the transfer functions and the calculus of response to an impulse current and voltage. The results observed in the simulation corroborate the gotten results.

ÍNDICE

CAPÍTULO 1	PÁGINAS
Introdução.	1
1.1 – Histórico.	1
1.2 – Objetivo.	2
1.3 – Motivação.	2
1.4 – Descrição do Estudo.	5
1.4 – Principais Símbolos, Constantes e Funções Utilizadas no Texto.	7
CAPÍTULO 2	
Considerações Básicas Sobre a Modelagem do Transformador e Leis Básicas do Campo Eletromagnético.	11
2.1- Descrição dos Núcleos Ferromagnéticos.	11
2.2- Descrição da Disposição dos Tipos dos Enrolamentos.	13
2.3- Resfriamento dos Transformadores.	15
2.4- Leis Fundamentais do Campo Eletromagnético.	16
2.4.1- Caracterização do Campo Eletromagnético.	17
2.4.2- Relações Básicas Aplicadas ao Campo Eletromagnético.	18
2.4.3- Relações Básicas Sob a Forma Integral.	20
CAPÍTULO 3	
Representação de Transformadores em Baixa e Média Frequência	23
3.1– Representação de Transformadores de Dois Enrolamentos.	23
3.2- Comportamento Incremental de um Quadripolo para Perturbações Senoidais de Frequência Diferente da do Regime Adotado Como Referência.	32
3.2.1- Comportamento de um Quadripolo Constituído por Elementos Lineares para Regime Senoidal.	32
3.3- Comportamento Incremental de um Quadripolo para	

Perturbações Senoidais de Frequência Diferente da do Regime Adotado como Referência.	34
CAPÍTULO 4	
Representação de Induções Saturadas.	39
4.1– Representação das Características Magnéticas do Núcleo.	39
4.2– Representação das Grandezas em Valores Relativos.	45
4.3– Comportamento de uma Indução em Núcleo de Ferro Saturado com Tensão Senoidal.	47
4.4– Comportamento Incremental de uma Indução com Núcleo de Ferro Saturado.	49
CAPÍTULO 5	
Coeficientes de Indução.	55
5.1– Coeficientes de Indução Mútuos e Próprios para Circuitos com Espiras de Formato Circular Situadas em Planos Paralelos.	56
5.2– Coeficientes de Indução Mútuos de Espiras Circulares Situadas em Planos Ortogonais.	60
5.3– Simplificação da Matriz dos Coeficientes de Indução.	63
CAPÍTULO 6	
Coeficientes de Potencial.	68
6.1– Determinação da Função Potencial Gerada por Circuitos com Espiras de Formato Circular.	68
6.2– Coeficientes de Potencial Mútuos e Próprios para Circuitos com formato de Espiras Circulares Situadas em Planos Paralelos.	70
6.3– Potencial Mútuo de Circuitos com Formato de Espiras Circulares Situadas em Planos Ortogonais.	75
6.4– Simplificação da Matriz dos Coeficientes de Potencial.	78

CAPÍTULO 7

Condições de Contorno para Campos Magnéticos no Interior do Transformador Aplicada na Região da Interface Núcleo-Óleo e Redução das Matrizes do Campo Magnético. 83

7.1– Estudos das Condições de Contorno por meio das Características Eletromagnéticas Geradas nos Interior do Transformador. 83

CAPÍTULO 8

Condições de Contorno para Campos Elétricos no Interior do Transformador, Aplicadas na Região da Interface Núcleo-Óleo e Redução das Matrizes do Campo Elétrico. 94

8.1- Estudos das Condições de Contorno por Meio das Características dos Campos Elétricos Gerados no Interior do Transformador. 94

CAPÍTULO 9

Características do Transformador Escolhido. 103

9.1– Informações Dadas pelo Fabricante do transformador. 103

9.2- O Novo Modelo do Transformador. 109

CAPÍTULO 10

Modelagem Física do Transformador. 117

10.1– Modelagem Física. 117

CAPÍTULO 11

Estudo do Comportamento do Transformador Através dos Circuitos Modelados. 133

11.1– Estudo do Comportamento do Modelo com a Representação do Núcleo para Baixas e Médias Frequências. 133

11.2– Comparação entre os modelos dos Circuitos Equivalentes do Transformador para Alta Frequência Representado Espira a Espira (caso 1) com o Representado por Conjuntos de Espiras (caso 2).	138
11.3– Estudo das Funções de Transferência.	143
11.4– Estudo do Comportamento do Modelo Completo quando Submetido a Transitórios Rápidos de Corrente.	162
11.5– Estudo do Comportamento do Modelo Completo quando Submetido a Transitórios Rápidos de tensão.	171
11.6– Comparação do Comportamento do Modelo Completo com o de Alta Frequência quando Submetidos a Transitórios Rápidos de Tensão.	178
CAPÍTULO 12	
Hipóteses de Cálculo, Conclusões e Trabalhos Futuros.	183
12.1– Resumo das Considerações e Hipóteses de Cálculo.	183
12.2– Conclusões.	185
12.3 – Trabalhos Futuros.	188
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	190

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Neste capítulo desenvolveram-se as informações sobre a cronologia dos estudos sobre transformadores, em especial, os de modelagem de circuitos e do núcleo para a baixa, média e alta frequência. Além disso, apresentam-se, o objetivo do trabalho, a motivação e a descrição dos estudos.

1.1 – HISTÓRICO.

Muito embora o transformador tenha sido inventado por Michael Faraday em agosto de 1831, o estudo dos modelos de circuitos de transformadores para simulação de transitórios eletromagnéticos de curta duração teve início em 1919, conforme as referências seguintes: ABETTI [1], DOMMEL [7], KRONDL [16], MCNUTT [19], NAKRA [21], PALUEFF [22], RUNDENBERG [30], STEIN [33].

Até a data de hoje muitos Fabricantes e Centros de Pesquisas têm direcionado diversos trabalhos em busca da melhoria contínua na prevenção de falhas do transformador, tendo em vista a importância desse equipamento para o atendimento às solicitações de energia do Sistema Elétrico, é mister, considerarmos nessa análise os elevados custos com a manutenção e com o tempo em que o Sistema fica sujeito a interrupção do fornecimento de energia elétrica. Nesse contexto, podemos destacar diversos trabalhos que objetivaram a modelagem do transformador para estudos do comportamento em baixa, média e alta frequência, seja por processo numérico, CLÓVIS [32], MARTINEZ [18], DE LEON [6], seja sob o ponto de vista físico do transformador, através do levantamento de dados através de medições, históricos dos parâmetros construtivos e dados dos ensaios de resposta podemos citar: CABRAL [4], MENDES [20], SHIBUYA [31], JANUÁRIO [15], TORRES [35], e etc.

A metodologia para modelagem da forma estilizada do Transformador de modo que a possibilitasse o cálculo dos parâmetros elétricos que representem os enrolamentos, o núcleo, o comportamento do campo elétrico e magnético, no interior desses equipamentos submetidos a fenômenos transitórios de curta duração, foi inicialmente, desenvolvida na modelagem espira a espira na minha Tese de Mestrado, conforme a referência CLÓVIS [32].

1.2 – OBJETIVO.

O presente trabalho tem como principal objetivo o avanço na técnica da modelagem do transformador para baixa, média e alta frequência, através da representação física do enrolamento e do núcleo semelhante à forma estilizada, para análise do comportamento de transformadores para fenômenos eletromagnéticos.

Considerou-se o modelo de parâmetros elétricos distribuídos, sendo os enrolamentos com espiras reais representados espira por espira, e o núcleo foi representado para duas situações: através de espiras fictícias que por meio das condições de contorno simulava o núcleo para alta frequência na interface óleo-núcleo e através da relação entre o fluxo e a corrente que por meio da curva de saturação simulava o núcleo para a baixa e média frequência, também se considerou o efeito do agrupamento de espiras em conjuntos, resultando na simplificação dos cálculos.

Os resultados foram verificados por meio dos gráficos: da corrente em função do tempo medida no início de cada conjunto de espiras e da tensão em função do tempo, medida entre o início de cada conjunto de espiras e o terminal terra do circuito.

A determinação dos parâmetros elétricos do circuito e o estudo da Função de Transferência também foram objetos de estudo e obtidos em função da frequência

Após a aplicação no enrolamento primário do transformador dos impulsos de corrente e de tensão com as características dos fenômenos transitórios rápidos e de corrente e tensão com baixa frequência, verificou-se que as respostas obtidas através dos gráficos de corrente e da tensão ao longo do tempo em vários pontos do circuito equivalente comprovam que as hipóteses estabelecidas apresentam margem de erro aceitável, em torno de 3%.

1.3 – MOTIVAÇÃO.

A necessidade do avanço no desenvolvimento dessa metodologia despertou o interesse para modelagem, de modo a que os resultados pudessem ser obtidos mais rapidamente com precisão aceitável, se comparados com os já obtidos no trabalho desenvolvido na modelagem espira a espira, ou seja, para alta frequência e que incluíssem o comportamento em baixas e médias frequências.

As principais idéias desenvolvidas nesta Tese foram: a) Dividiram-se as bobinas dos enrolamentos em conjuntos de espiras; b) Assumiu-se um valor médio para

a corrente nas espiras do mesmo conjunto; c) Assumiu-se um valor médio para a carga nas espiras do mesmo conjunto; d) Analisou-se o comportamento incremental considerando o núcleo saturado; e) Representou-se o núcleo de ferro para baixas e médias frequências.

Avaliou-se o comportamento do circuito em regime permanente e obteve-se uma análise da função de transferência em função da frequência, além disso, avaliaram-se as grandezas elétricas: corrente e tensão em função no em função do tempo.

Modelou-se o transformador para a baixa, média e alta frequência, denominado modelo completo, através da relação entre fluxo e corrente no interior do núcleo.

Com a otimização de todos os programas utilizados e as modificações acima mencionadas, verificou-se que o tempo médio necessário para simulação reduziu em menos de um terço em relação ao inicialmente proposto (somente para alta frequência), mas os principais ganhos foram: à redução do tamanho de todas as matrizes utilizadas na formulação, o que vem facilitar a simulação de transformadores com elevado número de espiras e a representação do núcleo para baixas, médias e altas frequências.

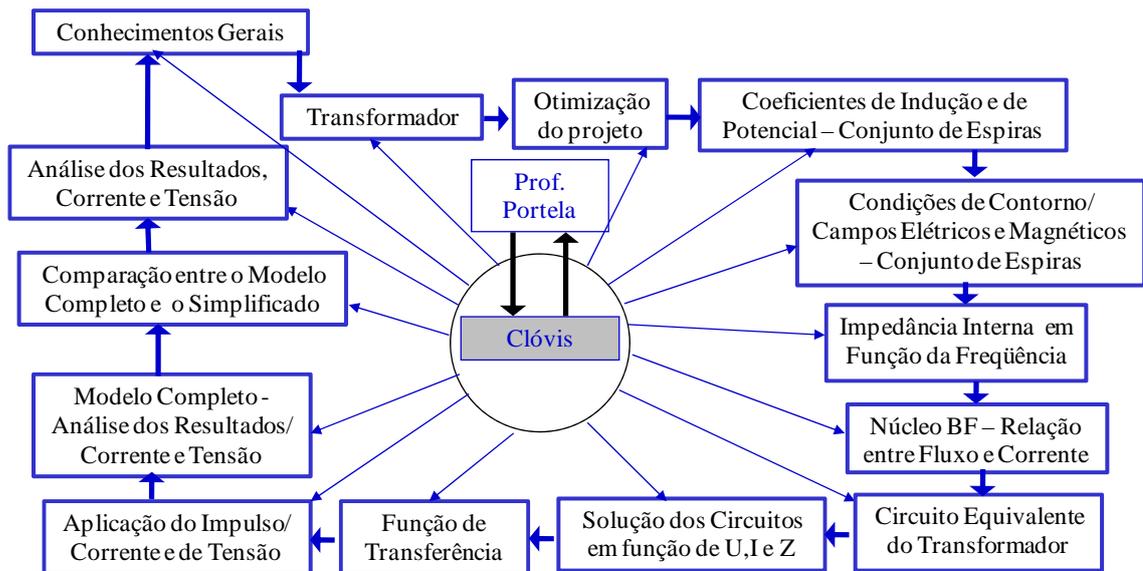
Na evolução do estudo, consideraram-se algumas das hipóteses de cálculo já estudadas, e são, a seguir, reapresentadas de forma a auxiliar a compreensão das modificações introduzidas.

- ❖ Dividiu-se o enrolamento em bobinas dispostas em diversas camadas isoladas, e as bobinas subdivididas em conjuntos com baixo número de espiras (conjunto de espiras).
- ❖ Considerou-se o valor da corrente como a média dos valores de cada espira de um mesmo conjunto, porém, assumiu-se que o valor da corrente era diferente entre os diversos conjuntos de espiras.
- ❖ Representou-se o núcleo para alta frequência impondo condições de contorno nas interfaces óleo-núcleo através de espiras fictícias.
- ❖ Representou-se o núcleo para baixas e médias frequências através da relação entre a corrente e o fluxo e da curva de saturação do material empregado.

- ❖ Calcularam-se os coeficientes de indução e de capacitância para duas situações: com espiras situadas em planos paralelos ortogonais.
- ❖ Considerou-se a impedância própria interna dos condutores em função da frequência neste trabalho.
- ❖ Os campos magnéticos e elétricos foram determinados com base no mesmo referencial e quando foi necessário mudou-se o sistema de coordenadas.
- ❖ Consideraram-se os acoplamentos indutivos e capacitivos entre todos os enrolamentos.
- ❖ Representou-se a Função de Transferência pelo gráfico da impedância em função da frequência [0 a 6,4MHz] com um número elevado de frequências (12166), em sua maioria próxima das regiões de vizinhança dos pólos e zeros da função.
- ❖ Verificou-se que a disposição física e a quantidade das espiras fictícias que auxiliam na modelagem do núcleo para alta frequência, apresentam papel importante na distribuição de fluxos elétricos e magnéticos na janela do transformador.
- ❖ Fundamentou-se a nova modelagem no modelo de parâmetros elétricos distribuídos, onde, os valores dos coeficientes de: indução, capacitância, campo magnético e campo elétrico foram determinados para cada espira, sendo os enrolamentos com espiras reais representados por bobinas formadas por um conjunto de espiras.
- ❖ Modelaram-se os parâmetros elétricos em função da frequência com notação de números complexos.
- ❖ Na determinação das tensões e correntes nos enrolamentos do transformador utilizou-se uma metodologia de cálculo que já se aplicou aos circuitos de malha de terra, onde obtemos os valores das tensões e das correntes nos conjuntos de espiras em função do tempo. Neste estudo determinou-se a corrente na entrada

de cada conjunto de espiras, e a tensão em cada terminal de ligação entre os conjuntos de espiras e o terminal terra do circuito (tanque ou carcaça do transformador).

1.4 – DESCRIÇÃO DO ESTUDO.



A orientação do professor para o aluno seguiu uma das regras do método que é a divisão do problema em partes, logo, dividiu-se em etapas a metodologia de estudo conforme a seguir:

1ª etapa: A capacitação técnica frente aos possíveis sistemas de equações, o estudo dos materiais envolvidos, as relações básicas do eletromagnetismo e a determinação das condições de contorno para diferentes meios.

2ª etapa: Escolheu-se o modelo físico do transformador que representasse a forma estilizada do núcleo, as dimensões, os enrolamentos e o núcleo foram otimizados, conforme apresentado nos capítulos 2 e 9.

3ª etapa: Estabeleceram-se as relações básicas com os parâmetros elétricos (R, L e C) do transformador baseado no cálculo dos coeficientes de indução e dos coeficientes de

capacitância determinados em função da frequência, conforme apresentado nos capítulos 5, 6.

4ª etapa: Simplificou-se a matriz dos coeficientes de indução considerando o valor médio da corrente nos conjuntos de espiras.

5ª etapa: Simplificou-se a matriz dos coeficientes de capacitância considerando o valor médio da carga nos conjuntos de espiras.

6ª etapa: Após o cálculo dos coeficientes do campo magnético impondo as condições de contorno na interface óleo-núcleo foi feita a simplificação na matriz dos Campos Magnéticos considerando o valor médio da corrente nos conjuntos de espiras. O detalhamento dos cálculos está apresentado no capítulo 7.

7ª etapa: Após o cálculo dos coeficientes do campo elétrico impondo as condições de contorno na interface óleo-núcleo foi feita a simplificação na matriz dos Campos Elétricos considerando o valor médio da carga nos conjuntos de espiras. O detalhamento dos cálculos está apresentado no capítulo 8.

8ª etapa: Determinaram-se as impedâncias internas dos condutores em função da frequência.

9ª etapa: Modelou-se o fluxo interno no núcleo através da relação entre corrente e fluxo com tratamento tensorial. O detalhamento teórico está apresentado no capítulo 3.

10ª etapa: A metodologia adotada para solução das equações que apresentavam os parâmetros elétricos e as condições de contorno na interface óleo-núcleo foi idêntica a utilizada em circuitos que modelam malhas de terra, nesse caso se representou as espiras ligadas por nós. Foram determinadas as correntes nas entradas dos nós e as tensões transversais em cada nó tendo como referência o terminal terra do circuito, conforme apresentado no capítulo 10.

9ª etapa: Através das equações que relacionavam tensões e correntes determinou-se a função de transferência, conforme apresentado no capítulo 11.

10ª etapa: A aplicação dos impulsos de corrente e tensão ao circuito equivalente do transformador visou a determinação da resposta do circuito para possíveis condições que está sujeita a máquina. Nesta etapa foram aplicadas a Transformada Rápida de Fourier para passagem da função para o domínio da frequência e a Transformada Rápida Inversa de Fourier para determinação da resposta do circuito no domínio do tempo, conforme apresentado no capítulo 11.

11ª etapa: As conclusões foram baseadas nos resultados obtidos e nas comparações com resultados de outros trabalhos, conforme apresentado no capítulo 12.

Deve-se observar que este trabalho resulta de identificação das simplificações na análise de possíveis defeitos em transformadores, sem o comprometimento da qualidade, precisão e robustez nos cálculos com formulação de problemas não abordados na literatura usual.

1.4 – PRICIPAIS SÍMBOLOS, CONSTANTES E FUNÇÕES UTILIZADAS NO TEXTO.

Apresentam-se abaixo a lista dos principais símbolos, constantes e funções utilizadas no texto assim como as suas respectivas unidades.

Símbolo	Descrição	Unidade
H	Terminal de alta tensão	-
X	Terminal de baixa tensão	-
d	Distância	mm
A.T.	Alta tensão	V
B.T.	Baixa Tensão	V
SF6	Hexafluoreto de Enxofre	-
ρ	Densidade Volumétrica de Cargas	C/m ³

\underline{V}	Velocidade das Cargas	m/s
\underline{J}	Densidade de Corrente associada ao movimento de Cargas	A/mm ²
\underline{E}	Campo Elétrico, função de ponto e do tempo	V/m
\underline{D}	Deslocamento Elétrico, função de ponto e do tempo	C/m ²
\underline{B}	Indução Magnética, função de ponto e do tempo	Wb/m ²
\underline{H}	Campo Magnético, função de ponto e do tempo	A/m
t	Tempo	s
E_a	Campo Elétrico Aplicado	V/m
ε	Constante Dielétrica	F/m
ε_0	Constante Dielétrica no Vácuo	F/m
μ	Permeabilidade Magnética	H/m
μ_0	Permeabilidade Magnética no Vácuo	H/m-
σ	Condutividade do meio	s/m
\underline{n}	Vetor Normal	-
s	Contorno fechado	-
S	Superfície Fechada Definida pelo contorno s	m ²
ϕ	Fluxo do Vetor Indução Magnética	Wb
q	Carga Elétrica	C
i	Corrente Elétrica	A
f	Frequência	Hz
u	Tensão Medida Entre Dois Terminais	V
T	Relação de Transformação	-
j	Parte Imaginária de um Número Complexo	-
M	Coefficiente de Indução Mútua	H

L	Indutância do enrolamento	H
R	Resistência do Enrolamento	Ω
C	Capacitância do Enrolamento	F
ω	Frequência do Circuito	Hz
A	Amplitude de uma Determinada Grandeza	-
λ	Fluxo de Enlace	-
F	Elemento não Linear	-
n	Número de Espiras.	-
I	Componente de um Vetor de Corrente Complexo	A
U	Componente de um Vetor de Tensão Complexo	V
$\ X \ $	Matriz de Elementos Tensoriais X	-
Y	Admitância	mho
Z	Impedância	Ω
ΔI	Vetor Corrente Incremental	A
ΔU	Vetor Tensão Incremental	U
X^0	Matriz Tensorial de uma Grandeza Genérica X	-
L_{ij}	Coefficiente de Indução Mútuo	H
P_{ij}	Coefficiente de Potencial Mútuo	1/F
C_{ij}	Coefficiente de Capacitância Mútuo	F
A_j	Vetor Potencial	V
Z_{A1}	Matriz dos Coeficientes de Indução das Espiras Reais	Ω
mat	Matriz	-
Φ	Função Potencial em um Ponto Genérico no Espaço	V
Z_{PA1}	Matriz dos Coeficientes de Potencial das Espiras Reais	1/F

Q	Carga Elétrica de um Condutor	C
Δl	Incremento de Comprimento	mm
H	Vetor Campo Magnético	A/m
B	Vetor Densidade Magnética	Wb/m ²
E	Vetor Campo Elétrico	V/m
J	Vetor Densidade de Corrente Elétrica	A/mm ²
D	Vetor Densidade Elétrica	C
ϕ	Diâmetro	m

CAPÍTULO 2

CONSIDERAÇÕES BÁSICAS SOBRE A MODELAGEM DO TRANSFORMADOR, E LEIS FUNDAMENTAIS DO CAMPO ELETROMAGNÉTICO.

Apresentam-se neste capítulo as considerações básicas sobre os aspectos físicos e construtivos do transformador escolhido (monofásico). Além disso, discutem-se as hipóteses de validade e formulação das Leis Fundamentais do Campo Eletromagnético sob o ponto de vista da aplicabilidade neste trabalho.

2.1 – DESCRIÇÃO DOS NÚCLEOS FERROMAGNÉTICOS.

Nesta seção apresentam-se as hipóteses para descrição dos núcleos ferromagnéticos conforme a referência [17]. Dentre os diversos modelos desenvolvidos para os circuitos magnéticos de transformadores, utilizam-se mais comumente dois tipos: os de núcleo envolvido e os de núcleo envolvente.

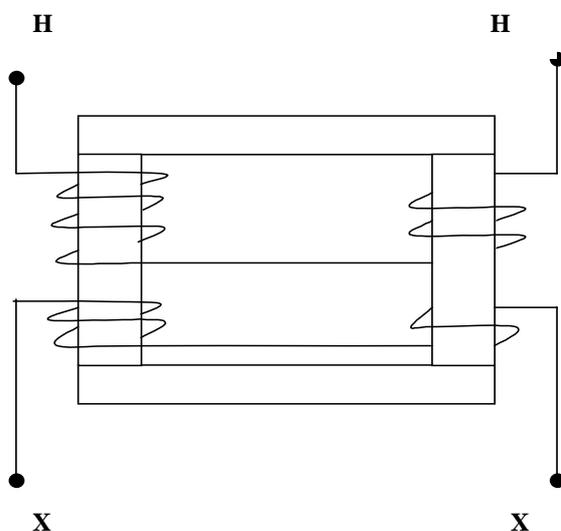


figura 2.1.1 – Representação dos enrolamentos e do circuito magnético de um transformador monofásico com núcleo envolvido.

A escolha do tipo de circuito está ligada ao acoplamento magnético que resultará entre os enrolamentos, e considerando que o núcleo envolvido possui a forma indicada na figura 2.1.1, para o transformador monofásico, verifica-se que neste tipo de núcleo os enrolamentos colocados sobre as colunas envolvem o respectivo circuito magnético.

No circuito com o núcleo envolvente a acoplamento magnético entre os enrolamentos é mais intenso, e a forma indicada na figura 2.1.2 serve para ilustrar o modelo do transformador monofásico. Neste tipo de núcleo os enrolamentos envolvem o respectivo circuito magnético ficando, porém, envolvidos por este.

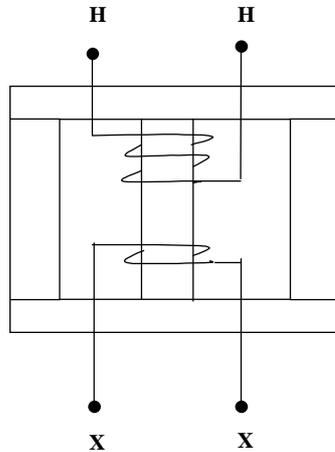


figura 2.1.2 – Representação dos enrolamentos e do circuito magnético de um transformador monofásico com núcleo envolvente.

Em geral os núcleos dos transformadores são construídos com lâminas de aço, composto de silício e ferro, tendo na sua composição de 1,5 a 3% de silício, e a espessura das lâminas dependem do tipo de material da composição e do fato de ter grãos orientados ou não orientados.

A terminologia para a divisão do núcleo nas diversas partes que compõe o circuito magnético em geral é realizada de várias maneiras (culatras, barras, colunas, travessas, etc.), mas nos transformadores industriais é adotada a seguinte: colunas e travessas.

A união das colunas e das travessas pode ser feita de duas maneiras, isto é, com juntas frontais e juntas encaixadas. A montagem das juntas encaixadas apresenta melhor qualidade na passagem do fluxo magnético, ou seja, menor relutância do núcleo, porém, é mais custosa que a montagem com as juntas frontais, pois obriga a enfiar as lâminas nos enrolamentos uma por uma.

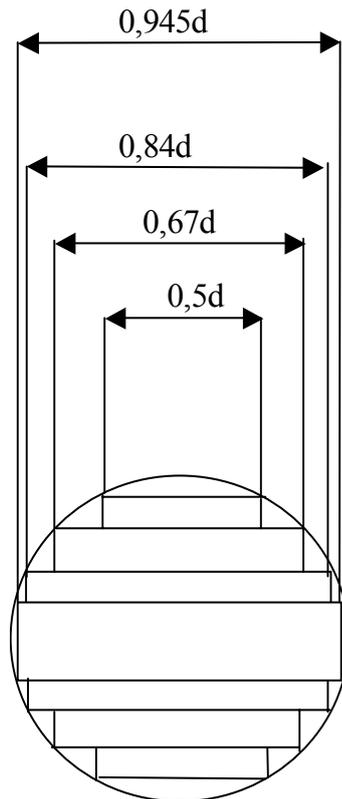


figura 2.1.3 – Secção da coluna central do núcleo ferromagnético.

Em alguns casos as colunas são construídas em degraus, conforme a figura 2.1.3 [17], e dependendo do grau de empilhamento pode-se ter a uma aproximação razoável ao se considerar a seção reta do núcleo totalmente preenchida pelo ferro, isso foi demonstrado em CLOVIS [32], através das dos gráficos do vetor Densidade Magnética e Densidade Elétrica.

2.2 - DESCRIÇÃO DA DISPOSIÇÃO DOS TIPOS DOS ENROLAMENTOS.

Nesta seção apresentam-se as possíveis disposições dos enrolamentos conforme a referência [17]. Os enrolamentos em geral são feitos de forma contínua, e podem ser separados em bobinas. Dispõe-se sobre cada coluna o enrolamento de alta e baixa tensão, concêntricos, separados entre si por meio de material isolante.

Em alguns casos, coloca-se perto da coluna o enrolamento baixa tensão, separado da mesma por meio de um tubo de material isolante. Os enrolamentos

adquirem a forma indicada na figura 2.2.1., na qual o enrolamento alta tensão é dividido em várias bobinas sobrepostas e devidamente distanciadas, enquanto o enrolamento baixa tensão é geralmente constituído em forma de solenóide contínuo.

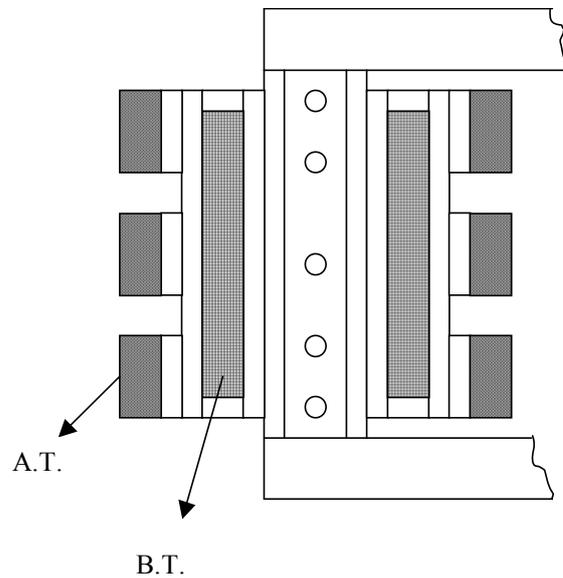


figura 2.2.1 - Secção da coluna lateral de um transformador.

Nos enrolamentos com bobinas alternadas, dispõem-se ambos os enrolamentos de alta tensão e de baixa tensão com várias bobinas de comprimento axial pequeno e sobrepondo-se as bobinas de alta tensão e de baixa tensão alternadamente com é indicado na figura 2.2.2.

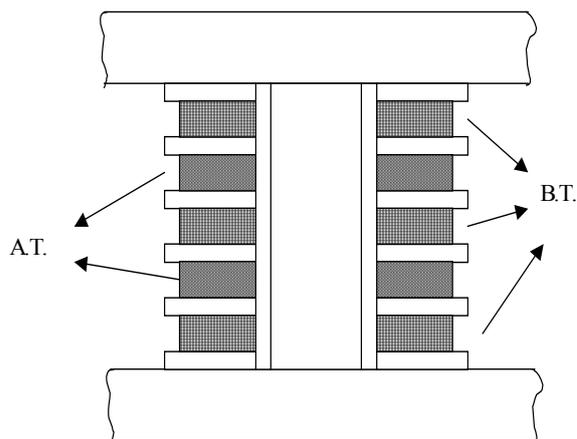


figura 2.2.2 - Secção da coluna lateral de um transformador.

Para tornar mais fácil o isolamento na parte superior do núcleo, as bobinas são divididas de maneira que as partes extremas pertençam ao enrolamento baixa tensão. Para diminuir a dispersão, estas duas bobinas devem possuir metade da espessura das

bobinas de baixa tensão. O isolamento entre as bobinas sobrepostas é obtido com a interposição de coroas isolantes. O enrolamento com bobinas alternadas é em geral usado nos transformadores de núcleo envolvente.

Em geral os enrolamentos de alta tensão e os de baixa tensão requerem técnicas de construções diferentes.

No enrolamento de alta tensão o problema fundamental é o do isolamento, enquanto no de baixa tensão surgem dificuldades de execução quando é necessário empregar condutores com seção grande.

O enrolamento de alta tensão tem em geral elevado número de espiras com seção relativamente pequena, enquanto o enrolamento de baixa tensão, pelo contrário, tem poucas espiras com seção grande.

Para seções de até 10 mm^2 empregam-se fios redondos, para seções maiores empregam-se condutores com seção retangular, ou vários condutores em paralelo de seção retangular. Estes condutores devem possuir isolamentos próprios que devem suportar o ensaio de rigidez dielétrica, entre os enrolamentos, e entre os enrolamentos e o núcleo, para cada tipo de construção de enrolamentos. Para fios redondos usa-se em geral um isolamento de esmalte ou algodão em duas camadas.

Para condutores em barra usa-se algodão em duas ou três camadas, papel ou cadarço de algodão. Os condutores de seção grande são enrolados geralmente nus, interpondo-se entre as espiras contíguas diafragmas de papel prespan.

2.3 - RESFRIAMENTO DOS TRANSFORMADORES.

Nesta seção apresentam-se os principais tipos de resfriamentos utilizados em transformadores conforme a referência [17].

Tendo em vista que os transformadores são considerados máquinas elétricas estáticas, ou seja, não possuem partes móveis, várias partes internas apresentam aquecimento elevado, e para fazer a dispersão do calor dissipado necessita-se de dissipadores de calor com elevada capacidade de troca de calor.

Esta imobilidade, porém, permite o emprego de um meio refrigerante que pode ser mais eficaz que o ar, o que é feito se imerso todo o enrolamento em um tanque cheio do refrigerante apropriado.

Dentre os principais refrigerantes empregados podemos citar: óleo mineral, Askarel, SF₆, Hidrogênio. No Brasil o refrigerante mais empregado é o óleo mineral, que além de apresentar uma elevada capacidade térmica é um bom isolante.

Quando o transformador é imerso no óleo a superfície de resfriamento é menor do que seria necessária se o meio refrigerante fosse o ar, logo, nestes casos permite-se reduzir consideravelmente o volume do transformador.

Para que o óleo possa cumprir a sua tarefa de isolante, deve ser isento de umidade e deve possuir fluidez suficiente para penetrar facilmente entre as bobinas a fim de impregnar os separadores, por essa razão, usam-se como separadores: algodão, papel e prespan.

O tanque, parte externa do transformador, além de ser o recipiente que contém as partes ativas, isoladores, elemento refrigerante e equipamentos acessórios, colabora também na transmissão e dissipação do calor resultante das perdas para o meio externo. Possui dimensões compatíveis com o volume a ser refrigerado.

Quando a refrigeração interna for feita somente com o óleo isolante, o resfriamento se dá pela passagem do refrigerante pelas paredes do tanque. Em alguns projetos a circulação do óleo é forçada, e a refrigeração pode ser feita por uma serpentina de água, banco de ventiladores ou outras formas.

2. 4 - LEIS FUNDAMENTAIS DO CAMPO ELETROMAGNÉTICO.

Nesta seção mostram-se as equações básicas do campo eletromagnético e discutem-se as hipóteses de validade para a aplicação neste trabalho das equações de Maxwell nas formas Diferencial e Integral, conforme as referências [23] e [28].

Para o estudo dos fenômenos eletromagnéticos podem seguir-se dois caminhos um tanto diversos. Um, é estudar o comportamento microscópico da matéria, deduzindo a partir dele o seu comportamento macroscópico. Outro é estudar diretamente o seu comportamento macroscópico, não descendo abaixo de elementos de volume suficientemente extensos para conterem um grande número de partículas discretas, que possam ser consideradas com um comportamento definido, embora de caráter estatístico, em face da precisão com que sejam medidas as grandezas em jogo.

As relações entre as diversas grandezas impostas pela matéria são assim consideradas como um dado de caráter experimental, não se averiguando a forma por que essas propriedades resultam do comportamento individual das partículas.

O primeiro caminho exige o recurso à Mecânica Quântica, que, se bem que satisfazendo a princípios definidos e permitindo o estudo concreto de muitos problemas, não está suficientemente estruturada para que seja viável, pelo menos de forma cômoda, basear nela o estudo do comportamento macroscópico da generalidade dos fenômenos. Por outro lado, no domínio deste estudo não há em geral necessidade de uma análise microscópica (inferior, normalmente a 10^{-1} mm).

Nessas condições, nesse estudo, adotou-se o segundo caminho. As diversas grandezas foram consideradas em elementos de volume suficiente extensos para ser válida esta análise e, à escala destes elementos de volume, supõem-se contínuas. Na medida em que se considerem descontinuidades, estas devem ser encaradas como variações rápidas, mas contínuas à escala dos elementos de volume em causa, sendo a consideração das descontinuidades uma simplificação matemática cuja validade se supõe verificada.

2. 4.1 - CARACTERIZAÇÃO DO CAMPO ELETROMAGNÉTICO.

Nesta seção caracteriza-se o campo eletromagnético de forma que se possa estabelecer uma relação entre a densidade de cargas e o volume à escala macroscópica, conforme a referência [23].

Associou-se o campo eletromagnético a cargas elétricas discretas e eventualmente em movimento. Admitiu-se que sob o ponto de vista macroscópico as cargas elétricas têm distribuição e velocidades contínuas.

Considerou-se um elemento de volume à escala macroscópica, suficientemente grande para incluir um grande número de cargas elementares, δv , com carga elétrica, δq , a densidade de carga elétrica será:

$$\rho = \frac{\delta q}{\delta v} \quad (2.4.1.1)$$

Se a carga elétrica δq desloca-se com velocidade \underline{V} , onde representa-se por \underline{V} um vetor genérico e por V o seu módulo, a densidade de corrente \underline{J} associadas a esse movimento das cargas elétricas será:

$$\underline{J} = \frac{\delta q \underline{V}}{\delta v} = \rho \underline{V} \quad (2.4.1.2)$$

2. 4.2 - RELAÇÕES BÁSICAS APLICADA AO CAMPO ELETROMAGNÉTICO.

Nesta seção apresentam-se as relações básicas das equações de Maxwell na forma diferencial e caracteriza as grandezas elétricas envolvidas, conforme a referência [23].

Caracterizou-se o campo eletromagnético por quatro vetores \underline{E} , \underline{D} , \underline{B} e \underline{H} , funções de ponto e do tempo, designados, respectivamente, por campo elétrico, deslocamento elétrico, indução magnética e campo magnético, e que satisfazem a um conjunto de relações, designadas por equações de Maxwell. Satisfazem, além disso, a relações dependentes das propriedades da matéria e das condições em que se encontre (propriedades variáveis consoantes o material, temperatura, estado anterior, etc.) e que, sob o ponto de vista macroscópico, devem ser encaradas como resultado de determinação experimental.

Consideraram-se elementos de volume suficientemente grandes e que as equações de Maxwell, podem, num referencial genérico, pôr-se sob a forma:

$$\text{rot}(\underline{E} - \underline{E}_a) = -\frac{\partial \underline{B}}{\partial t} \quad (2.4.2.1)$$

$$\text{rot} \underline{H} = \underline{J} + \frac{\partial \underline{D}}{\partial t} \quad (2.4.2.2)$$

$$\text{div} \underline{D} = \rho \quad (2.4.2.3)$$

$$\text{div} \underline{B} = 0 \quad (2.4.2.4)$$

$$\underline{D} = \underline{D}(\underline{E}) \quad (2.4.2.5)$$

$$\underline{B} = \underline{B}(\underline{H}) \quad (2.4.2.6)$$

$$\underline{J} = \underline{J}(\underline{E}) \quad (2.4.2.7)$$

O campo \underline{E}_a , campo aplicado, tem o caráter de um campo associado não às cargas e correntes, mas a outras causas, como por exemplo, uma heterogeneidade físico-química da matéria ou heterogeneidade térmica.

A equação (2.4.2.6) representa a relação entre \underline{D} e \underline{E} característica do meio físico. Se o meio for isótropo linear essa relação é da forma:

$$\underline{D} = \varepsilon \underline{E} \quad (2.4.2.8)$$

sendo ε a constante dielétrica – constante em cada elemento de volume. No caso particular do vácuo é:

$$\underline{D} = \varepsilon_0 \underline{E} \quad (2.4.2.9)$$

sendo, $\varepsilon_0 \cong 8,85419 \cdot 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$

Se o meio for anisótropo linear será:

$$\underline{D} = (\bar{\varepsilon}, \underline{E}) \quad (2.4.2.10)$$

Sendo $\bar{\varepsilon}$ um tensor de segunda ordem, e que dependendo do tipo de sistema de coordenada utilizado pode ser simétrico.

Analogamente, a equação (2.4.2.6) representa a relação entre \underline{B} e \underline{H} característica do meio físico. Num meio isótropo linear essa relação é da forma:

$$\underline{B} = \mu \underline{H} \quad (2.4.2.11)$$

sendo μ a permeabilidade magnética – constante em cada elemento de volume. No caso particular do vácuo é:

$$\underline{B} = \mu_0 \underline{H} \quad (2.4.2.12)$$

sendo $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H m}^{-1} \cong 1,25664 \cdot 10^{-6} \text{ H m}^{-1}$.

Com exceção das substâncias ferromagnéticas, μ tem um valor bastante próximo de μ_0 .

Nas substâncias ferromagnéticas a relação entre \underline{B} e \underline{H} é bastante complexa, além disso, não é univocamente definida, e que depende do estado anterior da substância (histerese). Por outro lado a relação $\frac{|B|}{|H|}$ pode ter valores muito superiores a μ_0 . Muitas vezes é suficientemente aproximado supor que \underline{B} e \underline{H} têm a mesma direção, sendo então:

$$\underline{B} = (\mu, \underline{H}) \quad (2.4.2.13)$$

A equação (2.4.2.7) representa a relação entre \underline{E} e \underline{J} característica do meio físico. Em muitas substâncias, designadamente em grande número dos corpos sólidos e líquidos, esta relação é linear, será então:

$$\underline{J} = \sigma \cdot \underline{E} \quad (2.4.2.15)$$

Designando-se “ σ ” por condutividade do meio. Dentro de certos limites e com bastante aproximação, σ é, nessas substâncias, independente de \underline{E} (depende, no entanto, da temperatura e pressão).

A equação (2.4.2.3) representa as cargas elétricas, distribuídas com uma densidade ρ , e as linhas de força de \underline{D} têm a sua origem ou seu fim em cargas elétricas.

A equação (2.4.2.4) nos diz que o vetor \underline{B} é solenoidal e que, portanto, as suas linhas de força se fecham sobre si próprias; o que traduz a não existência de cargas magnéticas.

A equação (2.4.2.2) representa como o campo magnético está relacionado com a “corrente total”, $\underline{J} + \frac{\partial \underline{D}}{\partial t}$.

A equação (2.4.2.1) representa como o vetor campo elétrico, à parte o campo aplicado, está relacionado com o campo magnético.

2.4.3 - RELAÇÕES BÁSICAS SOB A FORMA INTEGRAL.

Nesta seção apresentam-se as relações básicas das equações de Maxwell na forma integral e caracterizam-se as grandezas elétricas envolvidas, conforme a referência [23].

As relações (2.4.2.1), (2.4.2.2), (2.4.2.3) e (2.4.2.4) podem ser postas sob a forma integral.

Considerou-se uma superfície fechada S , regular, arbitrária, delimitando um volume v , e seja \underline{n} a normal exterior a superfície, tem-se, aplicando o teorema da divergência às relações (2.4.2.4) e (2.4.2.3) que:

$$\int_S (\underline{B}, \underline{n}) dS = 0 \quad (2.4.3.1)$$

$$\int_S (\underline{D}, \underline{n}) dS = \int_v \rho dv = q \quad (2.4.3.2)$$

sendo, q a carga elétrica total no volume v .

A equação (2.4.3.1) traduz que o fluxo de \underline{B} através de uma superfície fechada é nulo, ou seja, que o fluxo que penetra num elemento de volume é igual ao fluxo através de um tubo de força é constante.

A equação (2.4.3.2) traduz que o fluxo de \underline{D} através de uma superfície fechada é proporcional à carga elétrica contida no volume delimitado por essa superfície, ou a diferença entre o fluxo que sai desse volume e o que entra, é proporcional à quantidade de cargas elétricas contidas nesse volume.

Considerou-se um contorno fechado “ s ”, e uma superfície S , regular, definida por esse contorno fixo e à parte isso arbitrária. Tem-se, aplicando o teorema do rotacional à relação (2.4.2.1):

$$\int_s (\underline{E} - \underline{E}_a, d\mathbf{s}) = -\frac{\partial}{\partial t} \int_s (\underline{B}, \underline{n}) dS \quad (2.4.3.3)$$

Tem-se, portanto, que no caso de um contorno fixo s , a circulação de $\underline{E} - \underline{E}_a$ ao longo desse contorno s , é proporcional, e de sinal contrário (com a convenção de sinais de Stokes) à derivada em relação ao tempo do fluxo do vetor indução magnética através duma superfície qualquer S delimitada por s . Designemos por ϕ este fluxo. Tem-se:

$$\int_s (\underline{E} - \underline{E}_a, d\mathbf{s}) = -\frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (2.4.3.4)$$

Tem-se, portanto, que à parte os campos aplicados, a circulação do campo elétrico está intimamente relacionada com a variação do fluxo do vetor indução magnética, semelhantemente se obtém, a partir de (2.4.2.2) a seguinte relação:

$$\oint_s (\underline{H}, d\mathbf{S}) = \int_s (\underline{J}, \underline{n}) dS + \frac{\partial}{\partial t} \int_s (\underline{D}, \underline{n}) dS \quad (2.4.3.5)$$

Ora a corrente de condução através de S (fluxo de \underline{J} através de \underline{S} ou carga elétrica que atravessa S por unidade de tempo) é

$$i = \int_s (\underline{J}, \underline{n}) dS \quad (2.4.3.6)$$

Tem-se, portanto,

$$\oint_s (\underline{H}, d\mathbf{S}) = i + \frac{\partial}{\partial t} \int_s (\underline{D}, \underline{n}) dS \quad (2.4.3.7)$$

No caso de contornos móveis o problema só pode, em principio, ser estudado com o recurso à Teoria da Relatividade. No entanto, no domínio deste estudo, em que as velocidades dos contornos que interessa considerar são sempre muito inferiores à velocidade de propagação das radiações eletromagnéticas, é legítimo considerar as seguintes relações, para a hipótese de s , portanto S , se deformarem no tempo:

$$\int_s (\underline{E} - \underline{E}_a, d\mathbf{s}) = -\frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (2.4.3.8)$$

$$\oint_s (\underline{H}, d\mathbf{S}) = i + \frac{\partial}{\partial t} \int_s (\underline{D}, \underline{n}) dS \quad (2.4.3.9)$$

Nestas condições ϕ é o fluxo de \underline{B} através da superfície S , a qual se deforma no tempo, e é o fluxo de \underline{J} através de S ,

$$\int_S (\underline{D}, \underline{n}) dS \quad (2.4.3.10)$$

É o fluxo de \underline{D} através de S .

Num condutor extenso, em regime estacionário, e em muitos casos de regime quase estacionário, interessa substituir a relação (2.4.2.7), local, por uma relação entre grandezas globais.

Apresentam-se no capítulo 3 as considerações básicas sobre a representação dos transformadores de dois enrolamentos, através de vários esquemas equivalentes, e também se estuda a indução em transformadores com núcleo de ferro em redes elétricas.

CAPÍTULO 3

REPRESENTAÇÃO DE TRANSFORMADORES EM BAIXA E MÉDIA FREQUENCIA.

Embora já se tenha estudado exhaustivamente o transformador ligado a rede elétrica de energia em uma determinada frequência, estuda-se neste capítulo as formas de representação dos transformadores para a gama de frequências que vai de 0 a 100 Hz, denominada baixa frequência. A denominação se deve ao fato da modelagem e das equações neste estudo terem validade no domínio de 0 a 6 MHz e que esta não é uma definição clássica abordada na literatura tradicional. Deve-se ainda considerar que existem duas regiões de transição: baixa-média frequência e média-alta frequência, que não podem ter definição rigorosa. A região denominada de média frequência poderia ser compreendida para valores superiores a 100 Hz e inferiores a 100 kHz.

Segue abaixo a formulação para estudo de transformadores para baixa frequência, conforme a referência [25].

3.1 – REPRESENTAÇÃO DE TRANSFORMADORES DE DOIS ENROLAMENTOS.

Nesta seção mostra-se o transformador visto pelos terminais e relacionam-se os parâmetros elétricos envolvidos na representação do circuito elétrico equivalente, conforme a referência [25].

A figura 3.1.1 representa um transformador de dois enrolamentos sem 1 – 1' os terminais de um dos enrolamentos e 2 – 2', os terminais do outro enrolamento. Se aplicarmos a um dos terminais tensões e correntes com frequências de baixas magnitudes, de forma que se possam desprezar as capacitâncias entre os enrolamentos, entre espiras, entre os enrolamentos e o núcleo e entre os enrolamentos e o tanque, então se pode analisar a resposta nos terminais 2 – 2'.

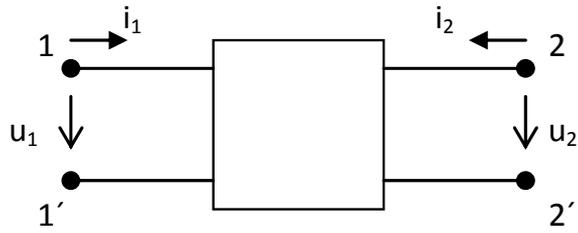


figura: 3.1.1 – Transformador visto pelos terminais

Considerou-se que as tensões e correntes têm características senoidais, de frequência ω .

Em geral na representação analítica de circuitos, podemos ter um transformador ideal associado a duas impedâncias, correspondendo uma à impedância de curto-circuito e a outra à impedância em vazio, como se representa na figura 3.1.2.

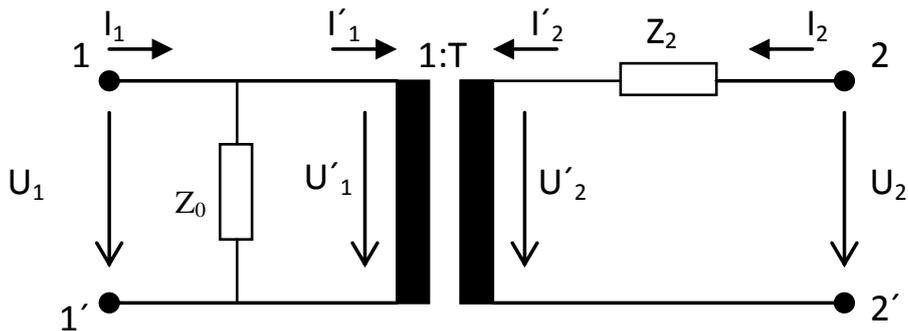


figura: 3.1.2 – Transformador ideal sem perdas, sem dispersão e de corrente em vazio nula, tal que $U_2 = T U_1$ e $I_1 = - T I_2$

onde,

T é a relação entre as tensões U_2 e U_1 aplicando a tensão U_1 e estando o circuito 2 em vazio, sendo T , em geral, complexo;

Z_2 é a impedância medida entre os terminais 2 – 2' com os terminais 1 – 1' curto-circuitados;

Z_0 é a impedância medida entre os terminais 1 – 1', estando os terminais 2 – 2' em vazio.

Admitindo-se que só exista ligação magnética entre os dois enrolamentos, e que a o elemento Z_0 é linear, então, dentro da hipótese de regime quase estacionário e desprezando as capacitâncias, pode-se afirmar que esse esquema está correto.

Considerou-se que no circuito descrito acima pode representar-se o enrolamento do circuito 1- 1' caracterizado por uma resistência R_A e uma indução própria L_A , e o circuito 2 -2' por uma indução própria L_B e uma resistência R_B , e que a indução mútua entre os enrolamentos é M , ter-se-á, para as grandezas do esquema equivalente da figura 3.1.2, à frequência ω , no domínio da representação complexa temos,

$$Z_0 = R_A + j\omega L_A \quad (3.1.3)$$

$$T = \frac{M}{L_A} \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_A}{j\omega L_A}} \quad (3.1.4)$$

$$Z_2 = \frac{\frac{L_B}{L_A} R_A + R_B + j\omega L_B \left(1 - \frac{M^2}{L_A L_B}\right) - j \frac{R_A}{\omega L_A} R_B}{1 + \frac{R_A}{j\omega L_A}} \quad (3.1.5)$$

no caso de ser:

$$R_A \ll \omega L_A \quad (3.1.6)$$

tem-se,

$$T \cong \frac{M}{L_A} \quad (\text{real}) \quad (3.1.7)$$

$$Z_2 \cong R_B + \frac{L_B}{L_A} (1 - \kappa) R_A + j\omega L_B \quad (3.1.8)$$

sendo,

$$\kappa = 1 - \frac{M^2}{L_A L_B} \quad (3.1.9)$$

Pode-se também obter esquemas equivalentes constituídos por quadripolo, que mantenham a condição de tensão arbitrária entre um ponto ligado a um dos enrolamentos e outro ligado a outro, sem modificação das grandezas que afetem apenas os circuitos ligados a um deles. Em grande parte das questões relativas a redes elétricas, não há necessidade de utilizar esta possibilidade, não havendo, na maioria dos casos, inconveniente em admitir-se um esquema correspondente à existência de uma ligação entre os terminais 1' e 2'; nesses casos, pode, no esquema equivalente, omitir-se o transformador de relação de transformação 1:1.

Um circuito equivalente é retratado na figura 3.1.10, tendo T , Z_2 e Z_0 o significado representado atrás em relação ao esquema da figura 3.1.2.

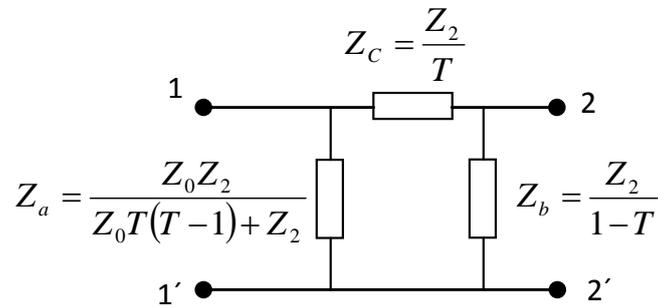


figura: 3.1.10 – Esquema constituído por quadripolo.

Observa-se que no caso da corrente em vazio ser de baixa magnitude, ou seja, a impedância Z_0 for muito elevada, então:

$$Z_a \cong \frac{Z_2}{T(T-1)} \quad (3.1.11)$$

um dos elementos Z_a ou Z_b poderá ter parte real negativa.

No caso de impossibilidade, ou não se pretender, prescindir de ter em conta a separação galvânica entre os circuitos 1 e 2, poderá admitir, por exemplo, considerar, além dos elementos anteriores, um transformador ideal de relação de transformação 1:1, em cascata com os terminais 1 - 1' ou com os terminais 2 - 2', conforme indicação nas figuras 3.1.12 e 3.1.13.

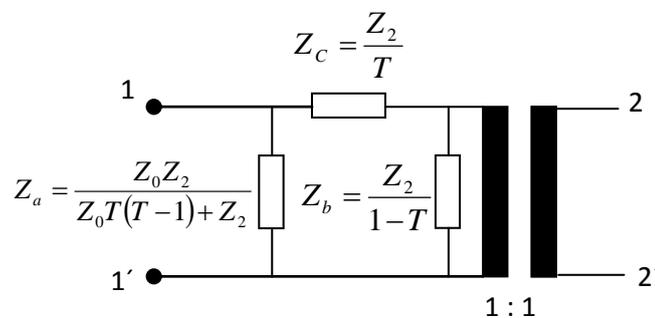


figura: 3.1.12 – Esquema constituído por quadripolo e por transformador ideal 1:1, de separação galvânica.

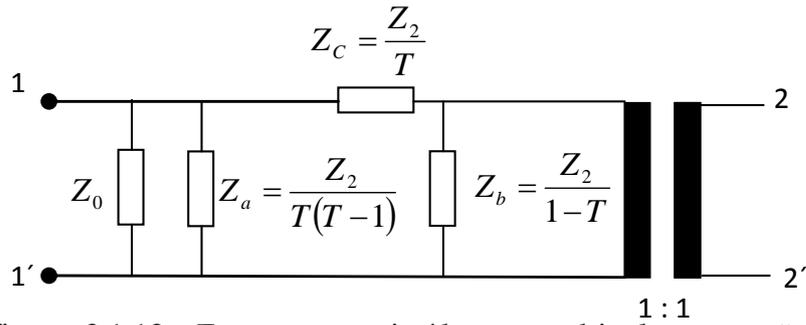


figura: 3.1.13 – Esquema constituído por quadripolo, separação galvânica e as grandezas Z_0 , Z_2 , e T têm correlação à figura 3.1.2.

Pode-se também considerar que um circuito equivalente constituído por quadripolo, sem transformadores ideais, logo, haverá que separar a não linearidade, associando-a a um elemento ligado a um dos circuitos, pela forma que se passa a analisar.

Por exemplo, considere-se, o esquema equivalente da figura 3.1.2, e suponhamos que o elemento Z_0 pode ser decomposto no paralelo de dois elementos Z'_0 e Z''_0 , sendo Z''_0 equivalente a uma reatância linear, X , finita e não nula, conforme representado, na figura 3.1.14.

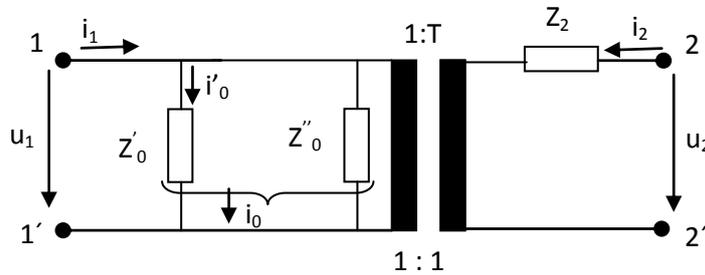


figura 3.1.14 – Decomposição do elemento Z_0 .

$$Z''_0 = jX \quad (3.1.15)$$

Admitindo-se que a tensão aplicada ao circuito da figura 3.1.6 seja senoidal, então, podemos definir a grandeza Z'_0 como um elemento não linear tal que represente a relação entre corrente em vazio e tensão correspondentes, conforme abaixo:

$$i'_0 = i'_0(u_1) - \Re \left[\frac{U_1}{jX} e^{j\omega t} \right] \quad (3.1.16)$$

Admitamos que T é um valor real e à parte o elemento Z'_0 , e que no quadripolo representa a relação entre as tensões aplicadas entre os terminais 1 e 1' e 2 - 2'. Representando os dois circuitos, 1 - 1' e 2 - 2', respectivamente por uma indução

própria L_A e uma resistência R_A , uma indução própria L_B e uma resistência R_B , e considerando que a indução mútua entre os circuitos seja M , então podemos considerar que:

$$R_A = 0 \quad (3.1.17)$$

$$L_A = \frac{X}{\omega} \quad (3.1.18)$$

$$R_B = \Re[Z_2] \quad (3.1.19)$$

$$L_B = \frac{1}{\omega} \{T^2 X + \Im[Z_2]\} \quad (3.1.20)$$

$$M = TL_A = \frac{TX}{\omega} \quad (3.1.21)$$

Se houver outras informações levantadas em ensaios práticos que permitam definir um esquema equivalente mais rigoroso, a localização do elemento dependente da saturação poderá ser diferente, ficando-se, por exemplo, com uma representação do tipo da figura 3.1.22, sendo Z' e Z'' não nulas, e em que o elemento dependente da saturação é o elemento Z''' .

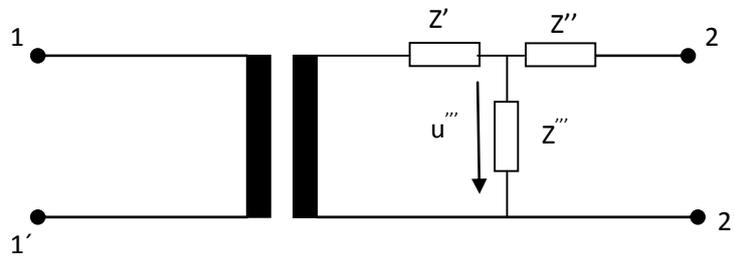


figura 3.1.22 – Representação esquemática do transformador.

Se houver saturação apreciável pode-se estabelecer um critério de proporcionalidade para as impedâncias Z' e Z'' , de forma que a tensão u''' seja aproximadamente representativa do estado de saturação do núcleo, sendo Z' , Z'' e T pouco afetados pela saturação, e sendo Z''' um elemento não linear, representável por uma indução saturada.

Em alguns casos é suficientemente aproximado considerar, nula a impedância Z' , se o enrolamento do circuito 1 – 1' for o mais próximo do núcleo, ou Z'' , se for o enrolamento do circuito 2 – 2' for o mais próximo do núcleo.

Em geral nos esquemas equivalentes de transformadores de potência, é possível considerar um único elemento não linear, e vários elementos lineares, e isso tem grande importância, pelo que se passa a analisar o seu fundamento.

O fluxo através de um enrolamento pode decompor-se no fluxo correspondente a linhas de força do vetor indução magnética que se fecham através do núcleo, afetando todas as espiras dos enrolamentos, e no fluxo correspondente a linhas de força com parte do percurso no ar, afetando uma parte das espiras.

A primeira parcela corresponde, à parte fatores de proporcionalidade relativos a número de espiras, a uma relação entre fluxo e a força magnetomotriz resultante dos dois enrolamentos semelhante a uma indução com núcleo de ferro. Nomeadamente, sendo ϕ_0 o fluxo por espira relativo a este tipo de linhas de força, sendo n_1 e n_2 o número de espiras dos enrolamentos 1 e 2, contadas no mesmo sentido e no sentido das correntes i_1 e i_2 , os fluxos correspondentes nos enrolamentos 1 e 2, ϕ'_1 e ϕ'_2 , serão:

$$\phi'_1 = n_1 \phi_0 = n_1 f(n_1 i_1 + n_2 i_2) \quad (3.1.23)$$

$$\phi'_2 = n_2 \phi_0 = n_2 f(n_1 i_1 + n_2 i_2) \quad (3.1.24)$$

Sendo f uma relação entre a força magnetomotriz, fmm , $(n_1 i_1 + n_2 i_2)$ e o fluxo por espira semelhante a existente numa indução com núcleo de ferro.

Consideremos agora a segunda das referidas parcelas em que se pode decompor o fluxo, relativa a linha de força com parte do percurso no ar e que não afetem todas as espiras.

Não estando o núcleo muito saturado, essa segunda parcela de fluxo poderá ser desprezável em face de ϕ'_1 e ϕ'_2 , exceto se a amplitude da força magnetomotriz, $(n_1 i_1 + n_2 i_2)$, for muito inferior à de $n_1 i_1$, ou

$$A[n_1 i_1 + n_2 i_2] \ll A[n_1 i_1] \quad (3.1.25)$$

A parcela equivalente a uma distribuição de campo magnético pouco afetado pelo núcleo é aproximadamente igual à que se verificaria na hipótese de permeabilidade infinita do núcleo. Na hipótese de validade da equação 3.1.20, as linhas de força correspondentes aos fluxos através dos enrolamentos 1 e 2, ϕ''_1 e ϕ''_2 , são, aproximadamente, função linear das correntes i_1 e i_2 :

$$\phi''_1 = \lambda_{11} i_1 + \lambda_{12} i_2 \quad (3.1.26)$$

$$\phi''_2 = \lambda_{21} i_1 + \lambda_{22} i_2 \quad (3.1.27)$$

atendendo à hipótese de linearidade, tem-se, ainda

$$\lambda_{21} = \lambda_{12} \quad (3.1.28)$$

portanto, os fluxos totais através dos enrolamentos 1 e 2 serão:

$$\phi_1 = \phi'_1 + \phi''_1 = n_1 f(n_1 i_1 + n_2 i_2) + \lambda_{11} i_1 + \lambda_{12} i_2 \quad (3.1.29)$$

$$\phi_2 = \phi'_2 + \phi''_2 = n_2 f(n_1 i_1 + n_2 i_2) + \lambda_{21} i_1 + \lambda_{22} i_2 \quad (3.1.30)$$

Consideremos agora o circuito da figura 3.1.31, sendo:

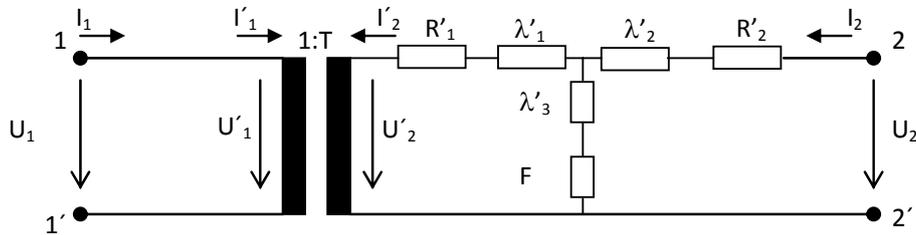


figura: 3.1.31 – Esquema equivalente a um transformador de dois enrolamentos, nas condições e com as grandezas indicadas no texto.

a) T é um transformador ideal, tal que:

$$\frac{\phi_2^0}{\phi_1^0} = \frac{n_2}{n_1} \quad (3.1.32)$$

$$\frac{u_2'}{u_1'} = \frac{n_2}{n_1} \quad (3.1.33)$$

$$\frac{i_2'}{i_1'} = -\frac{n_2}{n_1} \quad (3.1.34)$$

sendo $\phi_1^0 = \phi_2^0$ os fluxos através dos dois enrolamentos do transformador ideal.

b) F uma indução caracterizada por uma relação entre a corrente, i_0 , e o fluxo, ϕ_0 , da forma:

$$\phi_0 = F(i_0) = n_2 f(n_2 i_0) = n_2 f\left[n_2 \left(\frac{n_1}{n_2} i_1 + i_2\right)\right] \quad (3.1.35)$$

sendo f a relação atrás considerada, e sendo, como resulta do esquema,

$$i_0 = -i_2' + i_2 = \frac{n_1}{n_2} i_2 + i_2 \quad (3.1.36)$$

c) $\lambda'_1, \lambda'_2, \lambda'_3$, induções lineares tais que:

$$\lambda'_1 = \lambda_{11} \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 - \lambda_{12} \frac{n_2}{n_1} \quad (3.1.37)$$

$$\lambda'_2 = \lambda_{22} - \lambda_{12} \frac{n_2}{n_1} \quad (3.1.38)$$

$$\lambda'_3 = \lambda_{12} \frac{n_2}{n_1} \quad (3.1.39)$$

d) R'_1 e R'_2 resistências lineares tais que:

$$R'_1 = R_A \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 \quad (3.1.40)$$

$$R'_2 = R_B \quad (3.1.41)$$

sendo R_A e R_B as resistências dos enrolamentos 1 e 2 do transformador.

Atendendo às condições que satisfazem os vários elementos ideais deste esquema, os fluxos através dos circuitos 1 – 1' e 2 – 2', valem respectivamente:

$$\phi_1 = \frac{n_1}{n_2} [\lambda'_1 i'_1 + \lambda'_3 (-i'_2 + i_2) + F(i_0)] = n_1 f(n_1 i_1 + n_2 i_2) + \lambda_{11} i_1 + \lambda_{12} i_2 \quad (3.1.42)$$

$$\phi_2 = \lambda'_2 i_2 + \lambda'_3 (-i'_2 + i_2) + F(i_0) = n_2 f(n_1 i_1 + n_2 i_2) + \lambda_{12} i_1 + \lambda_{22} i_2 \quad (3.1.43)$$

Assim, atendendo a equação 3.1.28, os fluxos através dos circuitos 1 – 1' e 2 – 2' [relações 3.1.42 e 3.1.43], são semelhantes aos fluxos através dos enrolamentos do transformador [relações 3.1.29 e 3.1.30].

Também, o efeito das resistências R'_A e R'_B do esquema apresentado na figura 3.1.31 é equivalente ao efeito das resistências R_A e R_B dos enrolamentos do transformador. Portanto, o esquema da figura 3.1.31 é equivalente ao da figura 3.1.22, com a seguinte correspondência:

Z' é a resistência R'_1 em série com a indução linear λ'_1

Z'' é a resistência R'_2 em série com a indução linear λ'_2

Z''' é o elemento não linear em série com a indução linear λ'_3

Na dedução deste esquema apenas se admitiu a linearidade dos fluxos de dispersão, hipótese que é correta com muita aproximação, e a constância das resistências R_A e R_B .

Desse modo, um esquema equivalente do tipo do da figura 3.1.31 representa muito aproximadamente o comportamento de um transformador, em regime periódico ou não, na medida em que seja válida a aproximação de quase estacionaridade e sejam desprezáveis as capacitâncias dos enrolamentos.

As hipóteses apresentadas podem ser generalizadas para a formulação e análise de transformadores monofásicos com mais dois enrolamentos e a transformadores trifásicos.

3.2 – COMPORTAMENTO INCREMENTAL DE UM QUADRIPOLO PARA PERTURBAÇÕES SENOIDAIS DE FREQUENCIA DIFERENTE DA DO REGIME ADOTADO COMO REFERÊNCIA.

O comportamento de uma função pode ser analisado para uma frequência específica ou para regiões de vizinhança de uma condição denominada de referência. O principal objetivo deste capítulo é mostrar as relações entre as grandezas elétricas que permeiam o estudo do comportamento de uma função para as condições de regime senoidal ou não, para uma determinada frequência de referência, conforme a referência [25].

3.2.1 – COMPORTAMENTO DE UM QUADRIPOLO CONSTITUÍDO POR ELEMENTOS LINEARES PARA REGIME SENOIDAL.

Nesta seção se estabelece as relações básicas para o estudo de elementos lineares submetidos ao regime senoidal, para o estudo do comportamento do transformador em baixa frequência, conforme a referência [25].

Considere um quadripolo constituído pela associação de elementos lineares. Esse quadripolo corresponderá à associação de resistências, R , capacitâncias, C , e Indutâncias, L , que traduzem as relações entre as correntes elementares, “ i ”, as tensões aos terminais correspondentes, “ u ”, respectivamente das formas abaixo:

$$i = \frac{1}{R}u \quad \text{ou} \quad u = Ri \quad (3.2.1)$$

$$i = C \frac{du}{dt} \quad \text{ou} \quad u = \int idt \quad (3.2.2)$$

$$i = \frac{1}{L} \int udt \quad \text{ou} \quad u = L \frac{di}{dt} \quad (3.2.3)$$

Adote agora um regime alternado senoidal de frequência, ω , e uma representação simbólica complexa, associando as correntes e tensões às partes reais dos complexos correspondentes:

$$i = \Re(I.e^{j\omega t}) \quad (3.2.4)$$

$$u = \Re(U.e^{j\omega t}) \quad (3.2.5)$$

As relações 3.2.1, 3.2.2 e 3.2.3, podem pôr-se sob a forma (à parte das eventuais constantes de integração):

$$I.e^{j\omega t} = \frac{1}{R}U.e^{j\omega t} \quad (3.2.6)$$

$$I.e^{j\omega t} = C \frac{d}{dt}(U.e^{j\omega t}) = C.j.U.\omega.e^{j\omega t} \quad (3.2.7)$$

$$U.e^{j\omega t} = L \frac{d}{dt}(I.e^{j\omega t}) = L.j.I.\omega.e^{j\omega t} \quad (3.2.8)$$

Pode eliminar-se, nas relações anteriores, o fator $e^{j\omega t}$, obtendo-se as relações entre as amplitudes complexas da corrente, respectivamente:

$$I = \frac{1}{R}U \quad \text{ou} \quad U = R.I \quad (3.2.9)$$

$$I = C.j.\omega.U \quad \text{ou} \quad U = \frac{1}{C} \frac{1}{j\omega} I \quad (3.2.10)$$

$$I = \frac{1}{L} \frac{1}{j\omega} U \quad \text{ou} \quad U = L.j\omega.I \quad (3.2.11)$$

Sendo,

$$I = I_a + jI_b \quad (3.2.12)$$

$$U = U_a + jU_b \quad (3.2.13)$$

Tem-se, assim, para os elementos do quadripolo, definidos pelos complexos: admitância, Y, e impedância, Z, para correntes e tensões de frequência, ω .

$$I = Y.U \quad (3.2.14)$$

$$U = Z.I \quad (3.2.15)$$

A impedância e admitância complexas total do quadripolo, para a frequência ω , serão o resultado da associação das impedâncias e admitâncias dos seus elementos.

Considere agora uma representação vetorial, sendo I um vetor de componentes I_a, I_b , e U um vetor de componentes U_a e U_b . Têm-se, correspondendo a 3.2.9, 3.2.10 e 3.2.11, as relações tensoriais traduzidas respectivamente pelas relações matriciais:

$$\begin{Bmatrix} I_a \\ I_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{1}{R} & 0 \\ 0 & \frac{1}{R} \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} U_a \\ U_b \end{Bmatrix} \quad \text{ou} \quad \begin{Bmatrix} U_a \\ U_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R & 0 \\ 0 & R \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} I_a \\ I_b \end{Bmatrix} \quad (\text{mat.3.2.16})$$

$$\begin{Bmatrix} I_a \\ I_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 & -\omega.C \\ \omega.C & 0 \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} U_a \\ U_b \end{Bmatrix} \quad \text{ou} \quad \begin{Bmatrix} U_a \\ U_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 & \frac{1}{\omega.C} \\ -\frac{1}{\omega.C} & 0 \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} I_a \\ I_b \end{Bmatrix} \quad (\text{mat.3.2.17})$$

$$\begin{pmatrix} I_a \\ I_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{\omega L} \\ -\frac{1}{\omega L} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_a \\ U_b \end{pmatrix} \quad \text{ou} \quad \begin{pmatrix} U_a \\ U_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\omega L \\ \omega L & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_a \\ I_b \end{pmatrix} \quad (\text{mat.3.2.18})$$

Então para o quadripolo, definidos pelos tensores admitância, Y , e impedância, Z , para correntes e tensões de frequência ω :

$$I = Y \cdot U \quad (3.2.19)$$

$$U = Z \cdot I \quad (3.2.20)$$

Os tensores de admitância e impedância do quadripolo, para a frequência, ω , resultarão da associação dos tensores admitância e impedância dos seus elementos, feita de acordo com as regras de associação de circuitos (e a forma topológica de ligação dos elementos do quadripolo).

3.3 – COMPORTAMENTO INCREMENTAL DE UM QUADRIPOLO PARA PERTURBAÇÕES SENOIDAIS DE FREQUÊNCIA DIFERENTE DA DO REGIME ADOTADO COMO REFERÊNCIA[25].

Nesta seção estabeleceram-se as relações básicas para o estudo do comportamento incremental para perturbações senoidais e com frequência diferente da do regime adotado, conforme a referência [25].

Admitiu-se um quadripolo, na vizinhança de um regime adotado como referência, no qual a tensão e a corrente tenham a frequência ω_0 , e, para essa frequência, caracterizado pelos tensores impedância e admitância incrementais, Z e Y . Nomeadamente, sendo ΔI e ΔU os vetores corrente e tensão incrementais, tem-se,

$$\Delta U = Z \cdot \Delta I \quad (3.3.1)$$

$$\Delta I = Y \cdot \Delta U \quad (3.3.2)$$

ou

$$\Delta U_a = Z_{aa} \Delta I_a + Z_{ab} \Delta I_b \quad (3.3.3)$$

$$\Delta U_b = Z_{ba} \Delta I_a + Z_{bb} \Delta I_b$$

$$\Delta I_a = Y_{aa} \Delta U_a + Y_{ab} \Delta U_b \quad (3.3.4)$$

$$\Delta I_b = Y_{ba} \Delta U_a + Y_{bb} \Delta U_b$$

sendo os valores instantâneos da corrente e tensão incrementais:

$$\Delta i_0 = \Delta I_a \cos \omega_0 t - \Delta I_b \sin \omega_0 t \quad (3.3.5)$$

$$\Delta u_0 = \Delta U_a \cos \omega_0 t - \Delta U_b \text{sen} \omega_0 t \quad (3.3.6)$$

Considere agora um comportamento incremental de frequência ω_0 , modulado por uma função do tempo, isto é, suponhamos que,

$$\Delta i = \Delta i_0 \cdot f_1(t) \quad (3.3.7)$$

$$\Delta u = \Delta u_0 \cdot f_1(t) \quad (3.3.8)$$

sendo válidas as relações 3.3.1, 3.3.2, 3.3.3 e 3.3.4 entre os vetores representativos de Δi_0 e Δu_0 .

Seja o espectro de $f_1(t)$ em série ou integral de Fourier, de componentes em cosseno e seno respectivamente $C(\omega)$ e $S(\omega)$, e os termos desse desenvolvimento correspondentes à frequência ω_1 , considerando a que tenham a mesma origem dos tempos que os das grandezas de frequência ω_0 , então:

$$C(\omega_1) \cos \omega_1 t \quad (3.3.9)$$

$$S(\omega_1) \sin \omega_1 t \quad (3.3.10)$$

Admita agora separadamente o efeito de cada um destes dois termos, 3.3.9 e 3.3.10 e também que haja inicialmente uma modulação por um termo em $\cos \omega_1 t$, da forma 3.3.9, vem:

$$\begin{aligned} \Delta i = \Delta i_0 \cdot C(\omega_1) \cdot \cos \omega_1 t = C(\omega_1) \cdot \left\{ \left[\frac{\Delta I_a}{2} \cos (\omega_0 - \omega_1) t - \frac{\Delta I_b}{2} \text{sen} (\omega_0 - \omega_1) t \right] + \right. \\ \left. + \left[\frac{\Delta I_a}{2} \cos (\omega_0 + \omega_1) t - \frac{\Delta I_b}{2} \text{sen} (\omega_0 + \omega_1) t \right] \right\} \quad (3.3.11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta u = \Delta u_0 \cdot C(\omega_1) \cdot \cos \omega_1 t = \\ = C(\omega_1) \cdot \left\{ \left[\left(Z_{aa} \frac{\Delta I_a}{2} + Z_{ab} \frac{\Delta I_b}{2} \right) \cos (\omega_0 - \omega_1) t - \left(Z_{ba} \frac{\Delta I_a}{2} + Z_{bb} \frac{\Delta I_b}{2} \right) \text{sen} (\omega_0 - \omega_1) t \right] + \right. \\ \left. \left[\left(Z_{aa} \frac{\Delta I_a}{2} + Z_{ab} \frac{\Delta I_b}{2} \right) \cos (\omega_0 + \omega_1) t - \left(Z_{ba} \frac{\Delta I_a}{2} + Z_{bb} \frac{\Delta I_b}{2} \right) \text{sen} (\omega_0 + \omega_1) t \right] \right\} \quad (3.3.12) \end{aligned}$$

Assim, para efeitos da modulação em cosseno e considerando, para os vetores correspondentes as grandezas de frequência diferente da frequência de referência ω_0 , sistemas de eixos correspondentes à mesma origem dos tempos relativos às grandezas de frequência, ω_0 , e que para as grandezas, tensão e corrente incrementais, moduladas podem considerar-se a sobreposição de grandezas de frequências $(\omega_0 - \omega_1)$ e $(\omega_0 + \omega_1)$, cujas componentes:

a) São, à parte o fator $C(\omega_1)$, iguais a metade das componentes, pela igual ordem em cosseno e seno, das grandezas não moduladas de frequência ω_0 .

b) Estão relacionadas, para cada uma das frequências, por tensores incrementais idênticos aos relativos à frequência ω_0 .

Desenvolveu-se agora uma modulação para o termo em $\text{sen } \omega_1 t$, da forma 3.3.10, vem:

$$\begin{aligned} \Delta i = \Delta i_0 \cdot S(\omega_1) \cdot \text{sen } \omega_1 t = S(\omega_1) \cdot \left\{ \left[-\frac{\Delta I_b}{2} \cos(\omega_0 - \omega_1)t - \frac{\Delta I_a}{2} \text{sen}(\omega_0 - \omega_1)t \right] + \right. \\ \left. + \left[\frac{\Delta I_b}{2} \cos(\omega_0 + \omega_1)t - \left(-\frac{\Delta I_a}{2} \right) \text{sen}(\omega_0 + \omega_1)t \right] \right\} \end{aligned} \quad (3.3.13)$$

$$\begin{aligned} \Delta u = \Delta u_0 \cdot S(\omega_1) \cdot \text{sen } \omega_1 t = S(\omega_1) \cdot \left\{ \left[\left(Z_{bb} \left(-\frac{\Delta I_b}{2} \right) + (Z_{ab}) \frac{\Delta I_a}{2} \right) \right] \cos(\omega_0 - \omega_1)t - \right. \\ \left[-Z_{ba} \left(-\frac{\Delta I_b}{2} \right) + Z_{aa} \frac{\Delta I_a}{2} \right] \text{sen}(\omega_0 - \omega_1)t + \\ \left. \left[\left(Z_{bb} \left(\frac{\Delta I_b}{2} \right) + (-Z_{ab}) \left(-\frac{\Delta I_a}{2} \right) \right) \right] \cos(\omega_0 + \omega_1)t - \right. \\ \left. \left[-Z_{ab} \left(-\frac{\Delta I_b}{2} \right) + Z_{aa} \left(-\frac{\Delta I_a}{2} \right) \right] \text{sen}(\omega_0 + \omega_1)t \right\} \end{aligned} \quad (3.3.14)$$

Considerou-se para efeitos de modulação em seno, que para os vetores correspondentes de frequência diferente da referência, ω_0 , sistemas de eixos equivalentes à mesma origem dos tempos que os adotados para as grandezas da frequência de referência, ω_0 , e que para as grandezas, tensão e corrente incrementais, moduladas podem considerar-se a sobreposição de grandezas de frequências $(\omega_0 - \omega_1)$ e $(\omega_0 + \omega_1)$, cujas grandezas são:

a) As componentes de corrente e tensão incrementais de frequência $(\omega_0 - \omega_1)$ são, à parte o fator $S(\omega_1)$, iguais respectivamente a $\left[-\frac{\Delta I_b}{2}, \frac{\Delta I_a}{2} \right] e \left[-\frac{\Delta U_b}{2}, \frac{\Delta U_a}{2} \right]$, ou seja, os vetores correspondentes para a origem dos tempos e a parte $S(\omega_1)$, igualam-se aos

vetores equivalentes às grandezas na ausência de modulação divididos por 2 e rodados de $\pi/2$ no sentido direto.

b) As componentes de corrente e tensão incrementais de frequência $(\omega_0 + \omega_1)$ são, à parte o fator $S(\omega_1)$, iguam-se respectivamente a $\left[\frac{\Delta I_b}{2}, -\frac{\Delta I_a}{2} \right]$ e $\left[\frac{\Delta U_b}{2}, -\frac{\Delta U_a}{2} \right]$, ou seja, os vetores correspondentes para a origem dos tempos e a parte $S(\omega_1)$, são iguais aos vetores equivalentes às grandezas na ausência de modulação divididos por 2 e rodados de $\pi/2$ no sentido direto.

c) As grandezas incrementais equivalentes a cada uma destas frequências estão relacionadas por tensores cuja impedância é Z^0 , e admitância, Y^0 , tais que:

$$Z^0 = \begin{Bmatrix} Z_{aa}^0 & Z_{ab}^0 \\ Z_{ba}^0 & Z_{bb}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Z_{aa} & -Z_{ab} \\ -Z_{ba} & Z_{bb} \end{Bmatrix} \quad (\text{mat.3.3.15})$$

$$Y^0 = \begin{Bmatrix} Y_{aa}^0 & Y_{ab}^0 \\ Y_{ba}^0 & Y_{bb}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Y_{aa} & -Y_{ab} \\ -Y_{ba} & Y_{bb} \end{Bmatrix} \quad (\text{mat.3.3.16})$$

Na hipótese de os tensores Z e Y serem equivalentes a imitâncias complexas, isto é,

$$Z_{bb} = Z_{aa} \quad (3.3.17)$$

$$Z_{ba} = -Z_{ab} \quad (3.3.16)$$

$$Y_{bb} = Y_{aa} \quad (3.3.18)$$

$$Y_{ba} = -Y_{ab} \quad (3.3.19)$$

ter-se-á,

$$Z^0 = Z \quad (3.3.20)$$

$$Y^0 = Y \quad (3.3.21)$$

Para os efeitos dessa hipótese, os comportamentos da modulação em seno e em cosseno são análogos.

No Capítulo 4, analisou-se a representação de uma indução saturada e, designadamente:

1) A relação entre as várias harmônicas de corrente e a tensão, para tensão senoidal.

2) Comportamento incremental, para pequenas perturbações de tensão e corrente, em geral não senoidais, e método tensorial para obter uma resposta de um circuito com comportamento incremental.

Portanto, considerando, num esquema equivalente, um conjunto de enrolamentos lineares e um elemento não linear, do tipo de uma indução saturada, pode-se ter em conta a não linearidade do núcleo.

CAPÍTULO 4

REPRESENTAÇÃO DE INDUÇÕES SATURADAS.

Neste capítulo mostraram-se as relações básicas para a representação de induções saturadas para a modelagem do núcleo de ferro do Transformador, e também se estudou o comportamento incremental da relação entre o fluxo e a corrente em função da frequência.

Em geral, no estudo dos problemas de redes elétricas tem-se interesse na representação de induções saturadas, quer para a correta consideração de reatâncias saturadas, quer para a simulação de transformadores, naqueles casos em que interesse considerar a saturação do núcleo ou fenômenos não lineares.

A satisfatória representação da saturação de reatâncias e transformadores tem aplicação em estudos relativos a sobretensões, fenômenos de ferro-ressonância e alguns problemas de harmônicas e regimes transitórios.

4.1 – REPRESENTAÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS MAGNÉTICAS DO NÚCLEO.

Trata-se nesta seção da representação das características magnéticas do núcleo, sendo a análise feita, aplicável também a reatâncias, ou no ramo em derivação de um esquema equivalente de Transformadores, conforme as referências [3] e [25].

Consideremos uma bobina com núcleo de material ferromagnético dos tipos utilizados nos circuitos magnéticos de transformadores de potência e reatâncias de redes elétricas e admita que esse material descreva periodicamente um ciclo de histerese e consideremos as variáveis: i_t , corrente magnetizante, e ϕ , fluxo vetor indução magnética.

A relação entre i_t e ϕ será caracterizada por uma curva do tipo da indicada na figura 4.1.1 [25].

$$f(\phi, i_t) = 0 \quad (4.1.0)$$

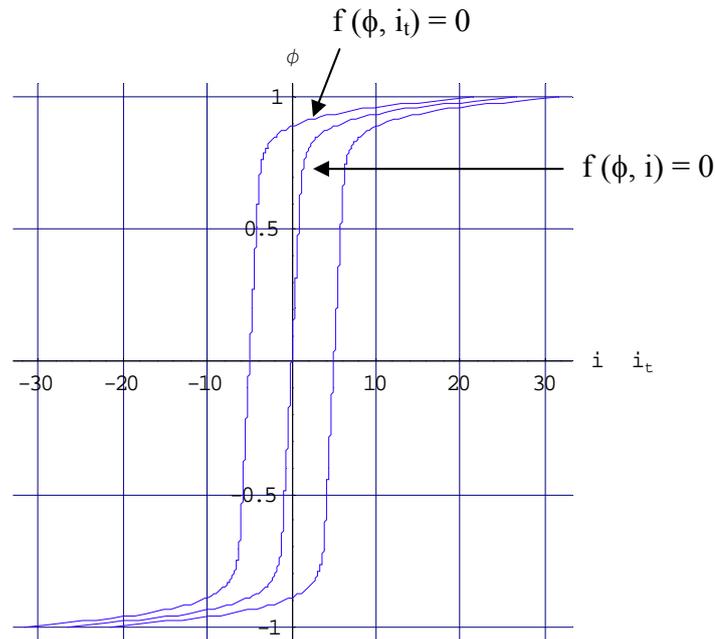


figura 4.1.1 - Característica magnética de uma indução com núcleo de ferro saturado para uma variação periódica do fluxo

Se o fluxo, ϕ , for alternado, i_t também o é, em geral muito aproximadamente pode-se considerar em geral, que a curva em questão é simétrica em relação à origem das coordenadas.

Considere que o fluxo, ϕ , seja função simétrica do tempo, e senoidal, e a principal idéia é decompor esta relação entre i_t e ϕ em duas partes.

Admita que o fluxo possa ser expresso pela equação 4.1.1, abaixo:

$$\phi = \Phi_1 \cos \omega t \quad (4.1.2)$$

Consideremos a média dos valores de i_t correspondentes ao mesmo valor de ϕ e a curva correspondente da figura 4.1.2. Representemos esta corrente média por i .

Seja ainda,

$$i_a = i_t - i \quad (4.1.3)$$

Consideremos ao longo de um ciclo completo as relações,

$$f(\phi, i) = 0 \quad (4.1.4)$$

$$f(\phi, i_a) = 0 \quad (4.1.5)$$

Têm-se as curvas típicas indicadas na figura 4.1.6, conforme a referência [25].

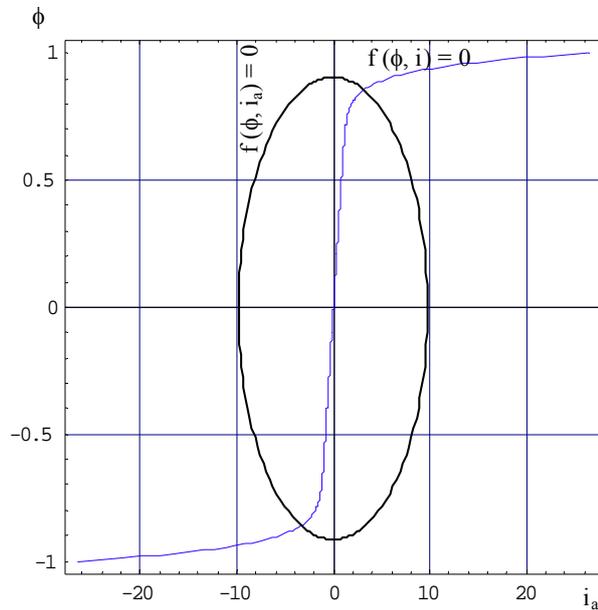


figura 4.1.6 - Decomposição da característica magnética $f(\phi, i) = 0$ em duas relações: $f(\phi, i) = 0$ e $f(\phi, i_a) = 0$.

Estas curvas dependem do ciclo considerado e para saturações médias ou elevadas a equação 4.1.4 varia pouco com a amplitude do ciclo, e podemos supor-se constante pelo menos numa gama de valores de Φ_1 .

Para variações de fluxo e corrente muito rápidas, não serão desprezáveis os tempos de propagação do campo eletromagnético e serão importantes as distribuições de corrente nos materiais magnéticos. Nessas condições e independente das propriedades magnéticas do material, esta relação global para uma bobina perderá o caráter biunívoco.

Consideremos que o espectro das grandezas em causa, no sentido da integral de Fourier, é suficientemente baixo para, se poder considerar a relação 4.1.4, suposta biunívoca.

Admita que no desenvolvimento em série de Fourier da corrente, todos os termos em cosseno correspondem à parcela i de i_t , e todos os termos em seno correspondem à parcela i_a de i_t .

As perdas correspondem ao primeiro termo em seno, e é equivalente a área da elipse definida pela curva de equação,

$$f(\phi, i_a) = 0 \quad (4.1.7)$$

Para alguns materiais, verifica-se que, dos termos em seno, só o primeiro é importante, isto é, a curva traduzida por 4.1.7 é aproximadamente uma elipse. Pelo menos, é muito freqüente e verifica-se que, para saturações elevadas, as parcelas em cosseno das harmônicas tendem aproximadamente para um limite ao aumentar a saturação, enquanto as parcelas em seno das harmônicas aumentam muito rapidamente ao aumentar a saturação para uma origem dos tempos correspondente a 4.1.2.

Supondo por exemplo ϕ da conforme expresso na equação 4.1.2, tem-se:

$$i = I_1 \cos \omega t + I_3 \cos 3\omega t + I_5 \cos 5\omega t + \dots \quad (4.1.8)$$

$$i_a = I'_1 \sin \omega t + I'_3 \sin 3\omega t + I'_5 \sin 5\omega t + \dots \quad (4.1.9)$$

As grandezas I_j e I'_j são consideradas como algébricas, ou seja, podem ser positivas ou negativas, de forma, a incluírem a possível variação de π da fase da respectiva harmônica.

Em geral, ao aumentar Φ_1 os coeficientes I'_j aumentam em módulo, com uma elasticidade em relação a Φ_1 bastante menor que a elasticidade com que aumentam os coeficientes I_j , logo, nessas condições, para valores de Φ_1 muito elevados, os coeficientes I'_j terão um valor relativo desprezável em face dos coeficientes I_j .

Para alguns materiais, tem-se ainda que os coeficientes I'_3, I'_5, I'_7, \dots são muito pequenos em face de I'_1 .

Sob o ponto de vista físico, no domínio de induções elevadas e para secções uniformes, os melhores resultados são obtidos com relações do tipo:

$$\phi = \phi_0 + a i - \frac{b}{i} - \frac{c}{i^2} - \frac{d}{i^3} - \dots \quad (4.1.10)$$

Considerando os limites das saturações elevadas, utilizam-se, expressões dos seguintes tipos:

$$\phi = \frac{a i}{b + |i|} + c i. \quad (4.1.11)$$

$$\phi = a \arctan(b i) + c i \quad (4.1.12)$$

$$i = a \sinh(b \phi) + c \phi \quad (4.1.13)$$

$$\phi = a (1 - e^{-bi}) + c i \quad (4.1.14)$$

$$\phi = \sum_{k=0}^p a_k \phi^{2k+1} \quad (4.1.15)$$

$$i = a\phi + b\phi^{2m+1} \quad (m \text{ inteiro } \geq 1) \quad (4.1.16)$$

Sob o ponto de vista de coerência teórica, algumas das expressões anteriores têm o defeito de não satisfazerem à condição de serem anti-simétricas, ou ainda à condição:

$$\lim_{i \rightarrow 0} \frac{d\phi}{di} = \frac{d\phi}{di} \quad (4.1.17)$$

Ser finito e não nulo.

A condição anti-simétrica pode impor-se a partir de duas expressões analíticas, uma para valores positivos, outra para valores negativos de i .

Escolheu-se nesse trabalho para a representação da relação entre o fluxo e a corrente a equação 4.1.16.

A histerese apresentada pelo material magnético tem uma influência muito importante no ciclo de magnetização, sendo conseqüentemente importantes os termos em seno na corrente de magnetização. A componente ativa da primeira harmônica da corrente, em quadratura com o fluxo, correspondente à parcela i_a de i_t , tem em geral, para alguns tipos de materiais, uma elasticidade em relação à indução da ordem de grandeza de 0,5 a 0,7, dependendo do material. Por exemplo, na hipótese de esta componente ativa ser dominante e de esta elasticidade ser 0,6, tem-se uma harmônica da corrente em relação ao fluxo da ordem de 0,6.

Quando as induções são de baixa magnitude, é sensível o efeito da curvatura da linha média do ciclo de histerese na proximidade da indução nula, para pequenos valores da indução máxima do ciclo. Na região onde o efeito desta curvatura seja acentuado, a elasticidade da primeira harmônica da corrente em relação à tensão é inferior à unidade.

Para facilitar a comparação genérica das diversas hipóteses, e tendo em conta o exposto anteriormente, representam-se na figura 4.1.3, conforme a referência[25] as funções:

$$f(\phi^*) = \phi^* + \phi^{*n} \quad (4.1.18)$$

Para $n = 11; 17; 21$, sendo ϕ^* o valor expresso em valor relativo.

O aumento de n se traduz por um aguçamento do cotovelo da curva de saturação e por um aumento da elasticidade da função em causa, aumento tanto mais acentuado quanto maior ϕ^* .

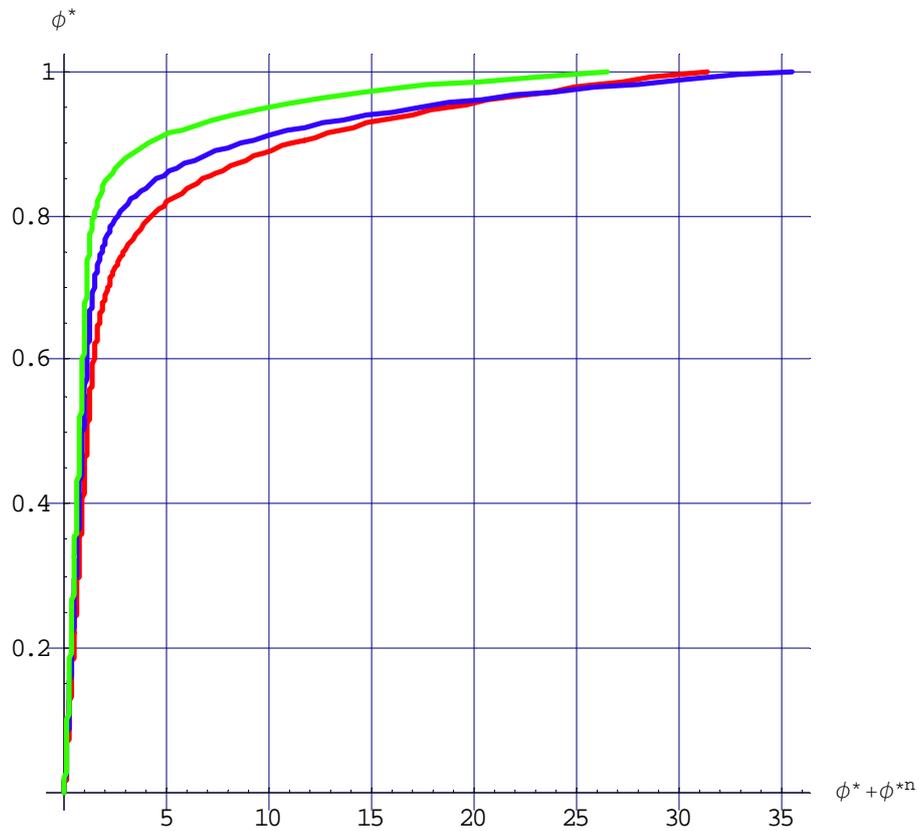


Figura 4.1.19 – representação da função $f(\phi^*) = \phi^* + \phi^{*n}$, para os seguintes valores de n :

- $n = 11$.
- $n = 17$.
- $n = 21$.

4.2 – REPRESENTAÇÃO DAS GRANDEZAS EM VALORES RELATIVOS.

Nesta seção analisaram-se as representações das grandezas elétricas envolvidas na formulação das induções saturadas, conforme a referência [25].

Assim como muitas vezes nos cálculos das grandezas elétricas associadas aos sistemas de energia elétrica se faz necessário representar as grandezas por valores relativos, nesse trabalho, cujo fenômeno em causa é a saturação do ferro, também se representaram as grandezas elétricas em valores relativos, tomando como unidade valores de referência convenientemente escolhidos, e nesse caso essa aplicação tem as seguintes vantagens:

- a) Apresenta maior generalidade nos resultados, que são válidos para uma família de casos, em vez de para um caso específico;
- b) Em geral, evidência, o caráter essencial dos fenômenos, pois torna intuitivamente comparáveis grandezas diferentes, inclusive através de suas dimensões físicas.

Conforme já informado a análise feita é baseada em relações do tipo.

$$i = a \phi + b \phi^n \quad (n = 2m + 1, \text{ sendo } m \text{ inteiro } \geq 1) \quad (4.2.1)$$

A escolha dos valores de referência das grandezas deve, pois, basear-se nestas relações, por forma a ter em conta a não linearidade ou saturação e as grandezas consideradas podem não serem senoidais.

Considerou-se conveniente, para a referência, grandezas associadas à primeira harmônica do fluxo.

Seja ϕ da forma:

$$\phi = \Phi_1 \cos \omega t, \quad (4.2.2)$$

Supondo, Φ_1 positivo.

Consideremos um parâmetro S, nomeado por parâmetro de saturação e definido por:

$$S = \frac{b\Phi_1^n}{a\Phi_1} = \frac{b}{a}\Phi_1^{n-1} \quad (4.2.3)$$

O parâmetro de saturação é igual à relação entre os módulos da parcela não linear e da parcela linear da corrente i , para o máximo da primeira harmônica do fluxo, e se as parcelas forem iguais o seu valor será 1.

Na referência dos valores instantâneos ou máximos de fluxo considerou-se a amplitude do fluxo senoidal no tempo para o qual S é unitário.

Na referência dos valores instantâneos ou máximos de tensão considerou-se a amplitude da tensão de frequência, ω , para a qual o fluxo é unitário, expresso em valor relativo, dessa forma, S é unitário.

Na referência dos valores instantâneos ou máximos de corrente considerou-se a amplitude da parcela linear da corrente ($a\phi$) quando o fluxo e a tensão são senoidais e unitários, ou seja, para referência dos valores instantâneos ou máximos de corrente considerou-se [$a\Phi_1$ ($S = 1$)].

Para os valores eficazes considerou-se-se como referência os valores da referência de valores instantâneos ou máximos divididos por $\sqrt{2}$.

Para indicar que uma grandeza está expressa em valor relativo, acrescentou-se-lhe um asterisco, então, os valores relativos das amplitudes das primeiras harmônicas do fluxo, Φ^*_1 , e da tensão, U^*_1 , estão relacionados com S por:

$$U^*_1 = \Phi^*_1 = \sqrt[n]{S} \quad (4.2.4)$$

Julgou-se conveniente adotar um símbolo para $\sqrt[n]{S}$. Seja,

$$\sigma = \sqrt[n]{S} = U^*_1 = \Phi^*_1 \quad (4.2.5)$$

Os valores relativos de todas estas grandezas têm um significado físico que se julga importante e útil, e que se traduzem por uma simplificação natural das relações quando expressas em grandezas relativas.

Assim, por exemplo, seja,

$$\phi = \Phi_1 \cos \omega t, \quad (4.2.6)$$

Sendo Φ_1 positivo, vem,

$$i = a \Phi_1 \cos \omega t + b \Phi_1^n \cos^n \omega t = a \Phi_1 (\cos \omega t + S \cos^n \omega t) \quad (4.2.7)$$

$$i^* = \sigma (\cos \omega t + S \cos^n \omega t) \quad (4.2.8)$$

A figura 4.2.9 mostra as características da curva de saturação do material utilizado no transformador apresentado no capítulo 9 e que foi modelado no capítulo 10.

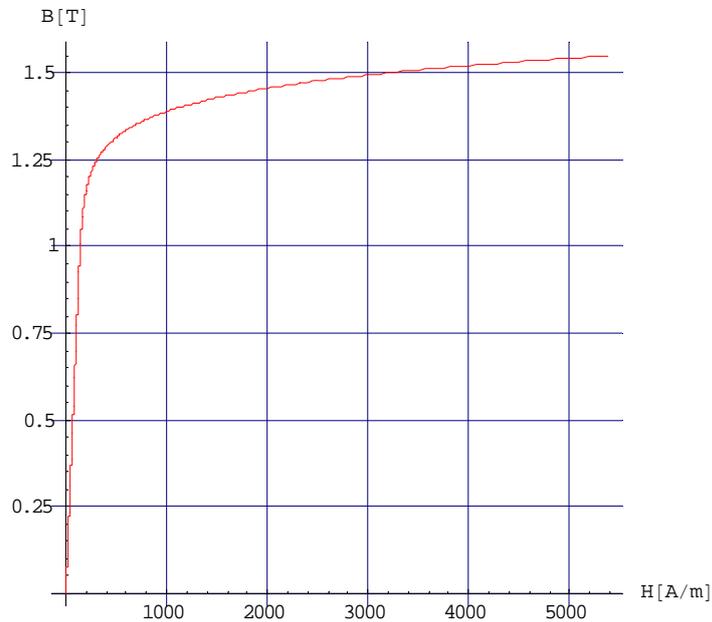


figura 4.2.9 – Curva de saturação do Transformador modelado.

4.3 – COMPORTAMENTO DE UMA INDUÇÃO EM NÚCLEO DE FERRO SATURADO COM TENSÃO SENOIDAL.

Nesta seção estuda-se o comportamento de uma indução em núcleo saturado com tensão senoidal de modo a estabelecer uma relação entre a corrente e o fluxo para baixa frequência com tensão senoidal, conforme a referência [25].

Considerou-se que nos terminais de uma bobina, com indução de núcleo de ferro saturado, seja aplicada, uma tensão senoidal de frequência, ω , conforme abaixo:

$$u = U (-\text{sen } \omega t) \quad (4.3.1)$$

Seja i_t a corrente na bobina e ϕ o fluxo do vetor indução magnética através da bobina. Seja r a resistência da bobina. Então a relação entre as grandezas elétricas nos terminais da bobina será:

$$u = r i_t + \frac{d\phi}{dt} \quad (4.3.2)$$

Se a parcela, $r i_t$, for desprezável, tem-se:

$$u = \frac{d\phi}{dt} \quad (4.3.3)$$

donde,

$$\phi = \Phi \cos \omega t, \quad (4.3.4)$$

sendo,

$$\Phi = \frac{U}{\omega} \quad (4.3.5)$$

Logo, se a queda de tensão na resistência for desprezável, o fluxo total na bobina será também senoidal.

Sendo a relação,

$$f(\phi, i_t) = 0 \quad (4.3.6)$$

imposta pelo núcleo, não linear, então, a corrente, i_t , não será senoidal, contendo portanto, harmônicas.

Se a relação 4.3.6 for anti-simétrica, i_t terá harmônicas ímpares. Se, além disso, essa relação, ao longo do ciclo, for biunívoca, a série de Fourier de i_t só terá termos em cosseno.

O fato de o fluxo total através da bobina ser senoidal não significa que o fluxo através do núcleo o seja. Para as linhas de força que têm uma parte significativa do percurso no ar correspondem um fluxo através da bobina proporcional à corrente e, portanto, com harmônicas. A fim de que o fluxo total não tenha harmônicas, é necessário que o restante fluxo, através do ferro, tenha harmônicas, em oposição com as do fluxo no ar. Ainda que o fluxo no ferro seja senoidal, o vetor indução magnética não será em geral senoidal, em virtude da não uniformidade da distribuição do campo no núcleo.

A componente da primeira harmônica da corrente em fase com a tensão, em quadratura com o fluxo, corresponde à totalidade das perdas no circuito, isto é, perdas ôhmicas no enrolamento e perdas no ferro.

Considerou-se o fluxo rigorosamente senoidal, uma origem dos tempos correspondente a 4.3.4, e façamos a decomposição de i_t nas suas componentes i e i_a .

Admitiu-se uma relação entre i e ϕ da forma;

$$i = a \phi + b \phi^n \quad (n = 2m + 1, \text{ com } m \text{ inteiro } \geq 1) \quad (4.3.7)$$

e considerou-se diversos valores de n .

Sejam p e q valores definidos pelas sucessões:

$$p = 1; 3; 5; 7; \dots; n-2; n \quad (4.3.8)$$

$$q = 3; 5; 7; \dots; n-2; n \quad (4.3.9)$$

Representaram-se por $\sum_p e \sum_q$ somatórios estendidos a todos os valores

respectivamente das sucessões definidas por 4.3.8 e 4.3.9.

Para,

$$\phi = \Phi \cos \omega t = \sqrt{2} \Phi e \cos \omega t \quad (4.3.10)$$

Será:

$$i = \sum_p I_p \cos p \omega t \quad (4.3.11)$$

$$I^*_1 = \sigma + A_1 \sigma^n \quad (4.3.12)$$

$$I^*_q = A_q \sigma^n \quad (4.3.13)$$

$$\frac{I^*_q}{I^*_1} = \frac{I_q}{I_1} = \frac{A_q S}{1 + A_1 S} = \frac{A_q \sigma}{1 + A_1 \sigma^{n-1}} \quad (4.3.14)$$

$$\frac{I^*_1}{\Phi^*} = \frac{I^*_1}{U^*} = \frac{I^*_1}{\sigma} = 1 + A_1 S = 1 + A_1 \sigma^{n-1} \quad (4.3.15)$$

$$\frac{I^*_q}{\Phi^*} = \frac{I^*_q}{U^*} = \frac{I^*_q}{\sigma} = A_q S = 1 + A_q \sigma^{n-1} \quad (4.3.16)$$

$$A_p = \frac{1}{2^{n-1}} \frac{n!}{\left(\frac{n-p}{2}\right)! \left(\frac{n+p}{2}\right)!} \quad (4.3.17)$$

4.4 – COMPORTAMENTO INCREMENTAL DE UMA INDUÇÃO EM NÚCLEO DE FERRO SATURADO.

Nesta seção estuda-se o comportamento incremental de uma indução em núcleo de ferro saturado e mostram-se as relações tensoriais entre as corrente e fluxo dependentes das frequências aplicadas as correntes e aos fluxos, conforme a referência [25].

Considerou-se uma situação de referência, com fluxo $\phi_r(t)$, e uma perturbação pequena dessa situação, caracterizada por um fluxo,

$$\phi = \phi_r(t) + \Delta\phi(t) \quad (4.4.1)$$

E considerou-se uma relação da forma:

$$i = a \phi + b \phi^n \quad (4.4.2)$$

Supõe-se, naturalmente, que os espectros das grandezas em jogo são tais que, com aproximação suficiente, se possa admitir uma relação deste tipo.

Tem-se:

$$I_r = a \phi_r + b \phi_r^n \quad (4.4.3)$$

$$i = i_r + \Delta i = a \phi + b (\phi_r^n + \Delta \phi)^n \quad (4.4.4)$$

$$\Delta i = a \Delta \phi + b [(\phi_r + \Delta \phi)^n - \phi_r^n] \quad (4.4.5)$$

Tem-se, a menos termos de ordem superior,

$$\Delta i = \frac{di}{d\phi} \Delta \phi = (a + nb \phi_r^{n-1}) \Delta \phi \quad (4.4.6)$$

Suponhamos que $\phi_r(t)$ é senoidal, de frequência, ω ,

$$\phi_r = \Phi_1 \cos \omega t \quad (4.4.7)$$

Exprimindo as grandezas em valores relativos, com as convenções definidas atrás, obtém-se:

$$\phi_r^* = \sigma \cos \omega t \quad (4.4.8)$$

$$I_r^* = \sigma (\cos \omega t + S \cos^n \omega t) \quad (4.4.9)$$

$$\Delta i = [a + n b \phi_1^{n-1} (\cos \omega t)^{n-1}] \cdot \Delta \phi = a [1 + n S (\cos \omega t)^{n-1}] \cdot \Delta \phi = a \cdot \beta \cdot \Delta \phi \quad (4.4.10)$$

$$\Delta i^* = [1 + n S (\cos \omega t)^{n-1}] \cdot \Delta \phi^* = \beta \cdot \Delta \phi^* \quad (4.4.11)$$

$$\beta = 1 + n S (\cos \omega t)^{n-1} \quad (4.4.12)$$

Tomaram-se como unidades, para fins dos valores relativos, as grandezas no regime de referência na ausência de perturbação, e é a esse regime que se refere o valor do índice de saturação, S. Quanto a Δi e $\Delta \phi$ (ou Δi^* e $\Delta \phi^*$), não se fez até agora qualquer restrição quanto a forma como variam no tempo, exceto que o seu valor seja pequeno em relação aos valores máximos de i e ϕ no regime de referência, e de o respectivo espectro ser compatível com a validade aproximada da relação 4.4.2.

Considerou-se o coeficiente β , definido pela relação 4.4.12, e o respectivo desenvolvimento em série de Fourier (para n-1 par):

$$\beta = 1 + \frac{nS}{2^{n-2}} \left\{ \frac{1}{2} \left[\binom{n-1}{\frac{n-1}{2}} + \binom{n-1}{\frac{n-3}{2}} \right] \cos 2\omega t + \binom{n-1}{\frac{n-5}{2}} \cos 4\omega t + \dots + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \left. \begin{pmatrix} n-1 \\ 1 \end{pmatrix} \cos[(n-3)\omega t] + \cos[(n-1)\omega t] \right\} = \\
\beta = 1 + \frac{nS}{2^{n-2}} & \left[\frac{1}{2} \frac{(n-1)!}{\left[\left(\frac{n-1}{2} \right)! \right]^2} + \sum_{k=1}^{\frac{n-1}{2}} \frac{(n-1)!}{\left(\frac{n-1}{2} - k \right)! \left(\frac{n-1}{2} + k \right)!} \cdot \cos(2k\omega t) \right] \quad (4.4.13)
\end{aligned}$$

logo, β tem uma parcela constante, e parcelas de freqüências,

$$2\omega, 4\omega, \dots, (n-1)\omega \quad (4.4.14)$$

Considerou-se o desenvolvimento de $\Delta\phi$ em série de Fourier. A cada freqüência ω_j deste desenvolvimento, corresponderam em Δi parcelas de freqüências,

$$\omega_j; \omega_j \pm 2\omega; \omega_j \pm 4\omega; \dots; \omega_j \pm (n-1)\omega \quad (4.4.15)$$

Admitindo-se o desenvolvimento em freqüências positivas e negativas, ou

$$\omega_j; |\omega_j \pm 2\omega|; |\omega_j \pm 4\omega|; \dots; |\omega_j \pm (n-1)\omega| \quad (4.4.16)$$

Considerou-se inicialmente o desenvolvimento de freqüências positivas e verificou-se que poderá haver coincidência entre alguns dos $(2n-1)$ valores da sucessão 4.4.16, se ω_j for múltiplo de ω ,

$$\Delta\phi = \sum_j \Delta\Phi_j \cos \omega_j t - \Delta\Phi_j \text{sen} \omega_j t \quad (4.4.17)$$

e a modificação da corrente, em relação à mesma situação de referência, é da forma:

$$\Delta i = a \sum_j \sum_{k=-\frac{n-1}{2}}^{\frac{n-1}{2}} A'_k \left\{ \Delta\Phi_j \cdot \cos[(\omega_j + 2k\omega)t] - \Delta\Phi_j \cdot \text{sen}[(\omega_j + 2k\omega)t] \right\} \quad (4.4.18)$$

sendo,

$$A'_0 = 1 + \frac{nS}{2^{n-1}} \begin{pmatrix} n-1 \\ \frac{n-1}{2} \end{pmatrix} = 1 + \frac{1}{2^{n-1}} \cdot \frac{n!}{\left[\left(\frac{n-1}{2} \right)! \right]^2} \cdot S \quad (4.4.19)$$

$$A'_{k \neq 0} = \frac{nS}{2^{n-1}} \begin{pmatrix} n-1 \\ \frac{n-1-2|k|}{2} \end{pmatrix} = \frac{1}{2^{n-1}} \frac{n!}{\left(\frac{n-1}{2} - k \right)! \left(\frac{n-1}{2} + k \right)!} \cdot S = A'_{-k} \quad (4.4.20)$$

sendo a origem dos tempos escolhida de forma que o fluxo de referência seja máximo para $t = 0$.

Verificou-se também que $\Delta\Phi_j$ e $\Delta\Phi_j$ são as componentes de um vetor, $\Delta\Phi_j$,

representativo da componente do fluxo incremental de frequência, ω_j , suposta positiva, sendo as coordenadas $[p, q]$, ortogonais, escolhidas por forma que a parcela de $\Delta\Phi_j$ associada a $\Delta\Phi_j$ seja máxima, para $\Delta\Phi_j$ positivo e, conseqüentemente, a parcela de $\Delta\Phi_j$

associada a $\Delta\Phi_j$ seja nula, e decrescente se $\Delta\Phi_j$ for positivo, num instante em que o fluxo de referência seja máximo.

Seja,

$$A_0'' = \frac{1}{S}(A_0' - 1) \qquad A_0' = 1 + A_0'' \cdot S \qquad (4.4.21)$$

$$A_{k \neq 0}''' = \frac{1}{S}(A_k') \qquad A_{k \neq 0}' = A_{k \neq 0}'' \cdot S \qquad (4.4.22)$$

Determinaram-se os valores de A_k' imediatamente após calcular os valores de A_k''' , conhecido o valor de S.

Se não houvesse coincidência entre quaisquer dois módulos das frequências correspondentes a diferentes valores de k , ter-se-ia que, para efeitos incrementais, o circuito poderia ser caracterizado pela matriz de coeficientes, A'_k , que relacionam as correntes de frequências, num desenvolvimento em frequências positivas e negativas, $\omega_j \pm 2k\omega$, com o fluxo de frequência, ω_j , correspondente. Deve-se considerar que, no caso de $\omega_j \pm 2k\omega$ ser negativo, a uma rotação do vetor representativo de $\Delta\Phi_j$, no plano da frequência ω_j , corresponde a uma rotação do vetor representativo da parcela de Δi de frequência $|\omega_j + 2k\omega|$, no plano de frequência $|\omega_j + 2k\omega|$, em sentido contrário ao da rotação de $\Delta\Phi_j$ no plano da frequência ω_j .

Considerando-se a coincidência entre as frequências relativas a dois valores de k distintos, as parcelas respectivas correspondem a uma parcela de Δi da mesma frequência, e devem ser compostas para definir a componente de corrente para essa frequência. A situação resultante é, no entanto, diferente para os termos em cosseno e em seno do desenvolvimento.

Considerar-se k_1 e k_2 os valores, distintos, de k correspondentes a uma mesma frequência no desenvolvimento de i . Tem-se:

$$\omega_j \pm 2k_1\omega = -(\omega_j \pm 2k_2\omega) \quad (4.4.23)$$

$$K_1 + k_2 = -\frac{\omega_j}{\omega} \quad (4.4.24)$$

se for

$$\omega_j = 2k_1\omega = 0 \quad (4.4.25)$$

a condição 4.4.23 implica

$$k_1 = k_2 \quad (4.4.26)$$

e portanto os dois valores de k correspondentes a 4.4.23 não são distintos, e só haverá que considerar um deles.

Seja, por hipótese, em relação ao par de valores de k que satisfazem a 4.4.23,

$$\omega_j + 2k_1\omega > 0 \quad (4.4.27)$$

Tem-se, para a soma das duas parcelas correspondentes de Δi ,

$$\begin{aligned} \Delta i = & A'_{k_1} \left\{ \Delta\Phi_{j,p} \cdot \cos [(\omega_j + 2k\omega)t] - \Delta\Phi_{j,q} \cdot \text{sen} [(\omega_j + 2k\omega)t] \right\} + \\ & + A'_{k_2} \left\{ \Delta\Phi_{j,p} \cdot \cos [(\omega_j + 2k\omega)t] + \Delta\Phi_{j,q} \cdot \text{sen} [(\omega_j + 2k\omega)t] \right\} = \\ & (A'_{k_1} + A'_{k_2}) \cdot \left\{ \Delta\Phi_{j,p} \cdot \cos [(\omega_j + 2k_1\omega)t] \right\} - (A'_{k_1} - A'_{k_2}) \cdot \left\{ \Delta\Phi_{j,q} \cdot \text{sen} [(\omega_j + 2k_1\omega)t] \right\} \end{aligned} \quad (4.4.28)$$

Tem-se, pois, que, no caso de coincidência entre os módulos das frequências de corrente relativas aos valores k_1 e k_2 de k , sendo, portanto, ω_j múltiplo de ω , os coeficientes que afetam a relação entre o fluxo incremental, de frequências ω_j , e a corrente incremental correspondente, de pulsação $\omega_j + 2k_1\omega$, são diferentes para as componentes em seno e cosseno, isto é, dependem da posição relativa, no tempo, do fluxo incremental de frequência ω . Decompondo o fluxo incremental em duas componentes, a primeira máxima e a segunda nula no instante em que o fluxo de referência é máximo têm-se que:

a) Para efeitos da primeira componente, a relação entre o fluxo incremental, de frequência ω_j , e a corrente incremental correspondente, de frequência $\omega_j + 2k_1\omega$, é traduzida por

$$A'k_1 + A'k_2 \quad (4.4.29)$$

b) Para efeitos de segunda componente, a mesma relação é traduzida por:

$$A'k_1 - A'k_2 \quad (4.4.30)$$

Então, a relação entre o fluxo e a corrente incrementais pode ser traduzida por uma matriz de tensores de segunda ordem, relacionando os vetores representativos das componentes de fluxo e correntes incrementais a várias frequências.

Atendendo à relação 4.4.18 e ao exposto atrás, têm-se, portanto, em geral, relações da forma:

$$\Delta I_1^* = \sum_j B_{IJ} \Delta \Phi_j^* \quad (4.4.31)$$

$$\Delta I_1 = a \sum_j B_{IJ} \Delta \Phi_j \quad (4.4.32)$$

Sendo ΔI_1 e $\Delta \Phi_j$ os vetores representativos das correntes e fluxos incrementais de frequências correspondentes aos índices I e J, respectivamente ($I\omega$) e ($J\omega$), B_{ij} um tensor de segunda ordem, cuja matriz só tem elementos diagonais se se tomar para origem dos tempos das várias frequências de $\Delta \phi$ e Δi o instante em que o fluxo de referência, senoidal, seja máximo. A cada frequência, $J\omega$, do fluxo incremental, portanto, a cada valor de J, correspondem frequências, $I\omega$, da corrente, incremental, definidas pela sucessão 4.4.15, num desenvolvimento de frequências positivas e negativas, ou pela sucessão 4.4.16, num desenvolvimento em frequências positivas. Os somatórios das relações 4.4.31 e 4.4.32, consideram-se estendidos a todos os valores de J, portanto, de $J\omega$, que correspondam a um mesmo valor de I, portanto, $I\omega$. No caso de espectros não discretos, os somatórios devem ser substituídos pelos integrais correspondentes. No caso de na perturbação de fluxo só haver múltiplas de ω , basta considerar para I e J valores inteiros.

Por outras palavras, tem-se uma matriz $\|B_{ij}\|$, de elementos tensoriais $B_{i,j}$, que relaciona os vetores representativos dos acréscimos de corrente e fluxo às várias frequências, para acréscimos pequenos.

No capítulo 5 será mostrada a metodologia para a determinação dos Coeficientes de Indução próprios e mútuos produzidos pela circulação de corrente em espiras localizadas em planos paralelos e ortogonais.

CAPÍTULO 5

COEFICIENTES DE INDUÇÃO

Neste capítulo representam-se as condições de contorno e as equações básicas para a determinação dos Coeficientes de Indução. Existem diversos métodos para determinar os coeficientes de indução de circuitos magnéticos e dentre eles podemos citar o desenvolvido na referência [32], o qual serviu de base para o desenvolvimento deste trabalho.

A principal idéia é a obtenção dos valores iniciais dos elementos da matriz dos Coeficientes de Indução e em seguida estudar e propor um método para a representação do enrolamento por meio de conjuntos de espiras.

No desenvolvimento dos cálculos dos coeficientes de indução deste trabalho foram admitidas as seguintes premissas:

- Admitiu-se que o núcleo possuía uma forma cilíndrica.
- Admitiu-se a distribuição das correntes na interface entre o núcleo e o material isolante na janela do transformador.
- Admitiu-se que a distribuição dos campos eletromagnéticos tinha simetria cilíndrica.
- Considerou-se que os parâmetros do tipo, ϵ , μ , σ , ou similares, são grandezas dependentes da frequência.
- Considerou-se que os parâmetros do tipo, ϵ , μ , σ , ou similares, não dependiam de parâmetros termodinâmicos ou mecânicos.
- Admitiu-se a propagação em regime quase estacionário, ou seja, se propagava lentamente ao longo do tempo.
- Considerou-se que o material do núcleo era isotrópico.
- Considerou-se que o material isolante na janela do transformador era anisótropo.
- Considerou-se que o núcleo apresentava permeabilidade magnética e condutividade elevadas.
- Admitiu-se a existência de espiras fictícias, que através de condições de contorno dos campos elétricos e magnéticos, que serviram para representar o comportamento do núcleo para alta frequência.poderiam

ter linhas de eixo diferentes, além de estarem em planos paralelos ou planos ortogonais entre si e com as espiras reais.

- Admitiu-se que cada enrolamento era contínuo.

5.1 - COEFICIENTES DE INDUÇÃO MÚTUOS E PRÓPRIOS PARA CIRCUITOS COM ESPIRAS DE FORMATO CIRCULAR SITUADAS EM PLANOS PARALELOS.

Nesta seção mostram-se as equações básicas para a determinação dos Coeficientes de Indução próprios e mútuos de circuitos com espiras de formato circular situadas em planos paralelos, conforme a referência [32].

Na determinação dos coeficientes de indução tomou-se como base o Potencial Vetor gerado a partir da circulação da corrente em um condutor circular com característica de uma espira fechada, situadas, em planos em planos ortogonais e planos paralelos, independente do sistema de coordenadas adotado.

Admitiu-se que, L_{ij} , é o coeficiente de indução mútuo, onde, $i \neq j$, e depende da posição relativa dos circuitos de corrente i e j , que tem condutores em forma de espiras fechadas. Considerando que $L_{ij}.I_j$ é definido como o fluxo através do circuito i gerado pela corrente I_j . Caracterizando por dr_j o elemento de comprimento do circuito j , e por ds_i o elemento de área do circuito i , temos:

$$L_{ij}.I_j = \int_s (\mathbf{B}_j, \mathbf{n}) dS = \oint_s (\mathbf{A}_j, d\mathbf{r}_j) \quad (5.1.1)$$

No qual \mathbf{A}_j , é o vetor potencial,

$$\mathbf{A}_j(r_j) = \frac{\mu}{4\pi} \oint_s \frac{ds_j}{|\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j|} \quad (5.1.2)$$

Desta forma nós obtemos:

$$L_{ij} = \frac{\mu}{4\pi} \iint_s \frac{dr_i ds_j}{|\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j|} \quad (5.1.3)$$

onde,

$|\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2|$ é a distância entre dois pontos genéricos das espiras 1 e 2.

Analisou-se geometricamente o caso de espiras circulares situadas em planos paralelos que independam do referencial correspondente a linha de eixo de centro,

consiste basicamente, na determinação da distância entre dois pontos genéricos, sendo, o primeiro localizado no circuito 1 da espira 1, e o segundo no circuito 2 da espira 2, cuja distância aqui é designada por $|R_1 - R_2|$, e nos elementos de integração ds_1 e ds_2 .

Considerou-se um corte transversal nas bobinas paralelas, conforme pode ser visto na figura 5.1.4. A bobina é formada de “n” espiras situadas em planos paralelos.

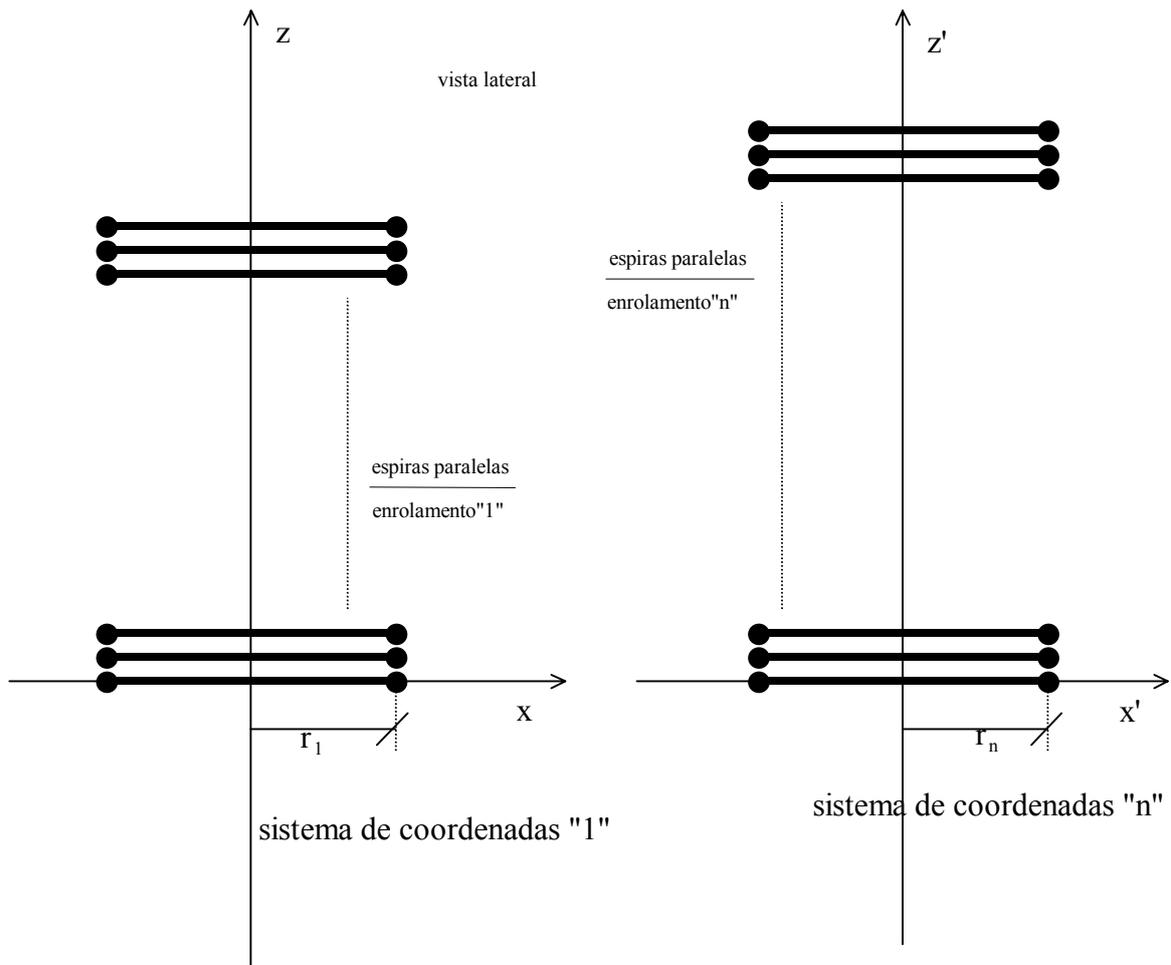


figura: 5.1.4 – conjuntos de espiras situadas em planos paralelos.

Vista Superior

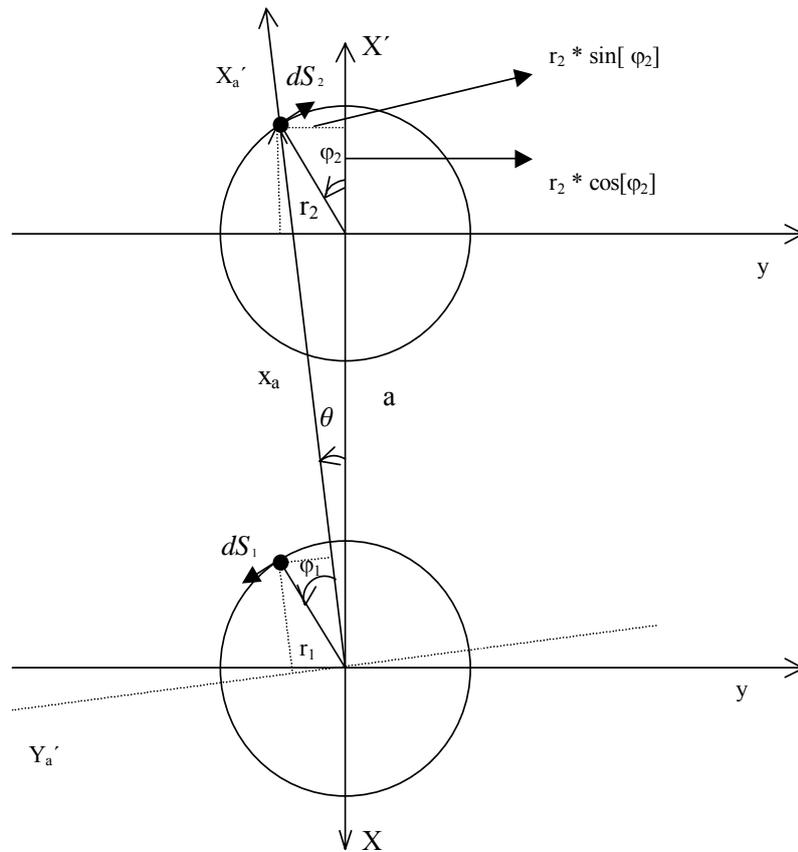


figura: 5.1.5 – espiras representadas no mesmo plano.

onde, as variáveis envolvidas nesse sistema são descritas a seguir:

r_1 , é o raio do circuito da espira 1.

r_2 , é o raio do circuito da espira 2.

a , é a distância medida no eixo "X'", obtida pela diferença entre as coordenadas dos centros das espiras 1 e 2.

z_a , é a distância medida no eixo "Z", obtida pela diferença entre as coordenadas dos centros das espiras 1 e 2.

x_a , é a distância medida no eixo "Xa'", obtida pela diferença entre as coordenadas do centro da espira 1 e a projeção no plano da espira 1 de um ponto genérico do circuito espira 2.

y_a , é a distância medida no eixo "Ya'", obtida pela diferença entre as coordenadas dos centros das espiras 1 e 2, adotando como referência o plano em que se situa a espira 1.

φ_1 , é o ângulo medido entre o raio do circuito da espira 1 (em um ponto genérico da espira 1), e o segmento de reta que liga o centro da espira 1 a um ponto genérico da projeção de qualquer ponto espira 2, no plano da espira1.

φ_2 , é o ângulo medido no plano da espira 2, entre o eixo que passa pelos centros das espiras 1 e 2, e o raio da espira 2 (em um ponto genérico da espira 2), no plano da espira2.

Considerou-se como base as figuras 5.1.4 e 5.1.5, e as variáveis acima definidas, e então, definiu-se a relação 5.1.6, que representa o método de cálculo do Coeficiente Indução Mútuo para espiras situadas em planos paralelos.

$$L_{i,j} = \frac{\mu}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{(r_1 r_2 \sin[\varphi_1] (\sin[\varphi_2 - \theta]))}{\left(\sqrt{(xa - r_1 \cos[\varphi_1])^2 + (r_1 \sin[\varphi_1])^2 + (za)^2} \right)} d\varphi_1 d\varphi_2 +$$

$$+ \frac{\mu}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{(r_1 r_2 \cos[\varphi_1] (\cos[\varphi_2 - \theta]))}{\left(\sqrt{(xa - r_1 \cos[\varphi_1])^2 + (r_1 \sin[\varphi_1])^2 + (za)^2} \right)} d\varphi_1 d\varphi_2 \quad (5.1.6)$$

Otimizou-se o tempo do processamento digital (computador), por meio dos seguintes testes: cálculo analítico das duas integrais, cálculo numérico das duas integrais, cálculo analítico de uma e em seguida o cálculo numérico da outra integral.

O cálculo analítico aliado ao cálculo numérico apresentou o melhor resultado, tomando como base a rapidez no tempo de processamento, uma vez que em estudos desta natureza pode-se ter que repetir a operação de cálculo na ordem de 10^6 vezes ou mais.

A solução dessas integrais apresenta funções elípticas que requerem um tempo de cálculo considerável quando realizadas milhares de vezes. A integração numérica foi estabelecida na equação 5.1.7

$$L_{i,j} = \sum \left[\left(\frac{\mu_0}{4\pi} \right) * \left(- \frac{1}{xa \sqrt{r_1^2 - 2r_1 xa + xa^2 + za^2}} (2r_2 \cos[\theta - \varphi_2]) (r_1^2 - 2r_1 xa + xa^2 + za^2) \right. \right.$$

$$\left. \left. \text{EllipticE} \left[- \frac{4r_1 xa}{r_1^2 - 2r_1 xa + xa^2 + za^2} \right] - (r_1^2 + xa^2 + za^2) \text{EllipticK} \left[- \frac{4r_1 xa}{r_1^2 - 2r_1 xa + xa^2 + za^2} \right] \right. \right.$$

$$\left. \left. \cdot \text{EllipticK} \left[- \frac{4r_1 xa}{r_1^2 - 2r_1 xa + xa^2 + za^2} \right] \right) \right] , \{ \varphi_2, 0, 2\pi \} \quad (5.1.7)$$

Para a determinação da expressão analítica dos Coeficientes Próprios de Indução, tomou-se como base a metodologia desenvolvida para o cálculo dos Coeficientes de

Indução Mútuos entre duas espiras situadas em planos paralelos, considerou-se que estavam na mesma linha de eixo e ainda admitiram-se as seguintes hipóteses: os circuitos tinham espiras circulares com as mesmas dimensões físicas, a distância entre os planos tender ao raio do fio magnético da espira, ou seja, se o raio da espira na forma circular é “ r ” e o raio do fio magnético da espira é r_0 , assumiu-se que $r \gg r_0$. A partir dessas considerações foram calculados os coeficientes de indução próprios “ L_{ii} ” ou “ L_{jj} ”, adotando a formulação inicial do cálculo dos Coeficientes de Indução Mútuos e as simplificações aqui propostas, que é uma aproximação aceitável se comparado ao caso em que a distância entre os centros das espiras tende a zero.

5.2 - COEFICIENTES DE INDUÇÃO MÚTUOS DE ESPIRAS CIRCULARES SITUADAS EM PLANOS ORTOGONAIS.

Nesta seção mostram-se as equações básicas para a determinação dos Coeficientes de Indução próprios e mútuos de circuitos com espiras de formato circular situadas em planos ortogonais, conforme a referência [32].

Analisou-se geometricamente o caso dos circuitos formados de espiras situadas em planos ortogonais com centro em qualquer linha de eixo, conforme pode ser visto na figura 5.2.1. A principal idéia é a determinação do Coeficiente de Indução Mútuo, onde, tomou-se como base: a distância entre dois pontos genéricos localizados no circuito da espira 1 e no circuito da espiras 2; a relação entre os elementos de integração dr_1 e ds_2 ; e o módulo da distância entre dois pontos genéricos do circuito da espira 1 e do circuito da espira 2, denominado, $|R_1 - R_2|$.

Admitiu-se que o problema tivesse uma visão bidimensional, no qual se pode rebater para um único plano a representação de ambos os circuitos das espiras 1 e 2. Isso nos permite verificar as mudanças (rotações) de eixos entre as espiras situadas em planos ortogonais. Conforme pode ser visto na figura 5.2.1, duas bobinas formadas de “ n ” espiras paralelas e situadas em planos ortogonais e com linhas de eixo que passam pelo centro de cada uma. Nas figuras 5.2.1 e 5.2.2, mostram as variáveis representativas do sistema, sendo que a figura 5.2.2, mostra o rebatimento de um dos planos, cuja finalidade é a facilitação na solução do cálculo analítico dos Coeficientes de Indução Mútuos.

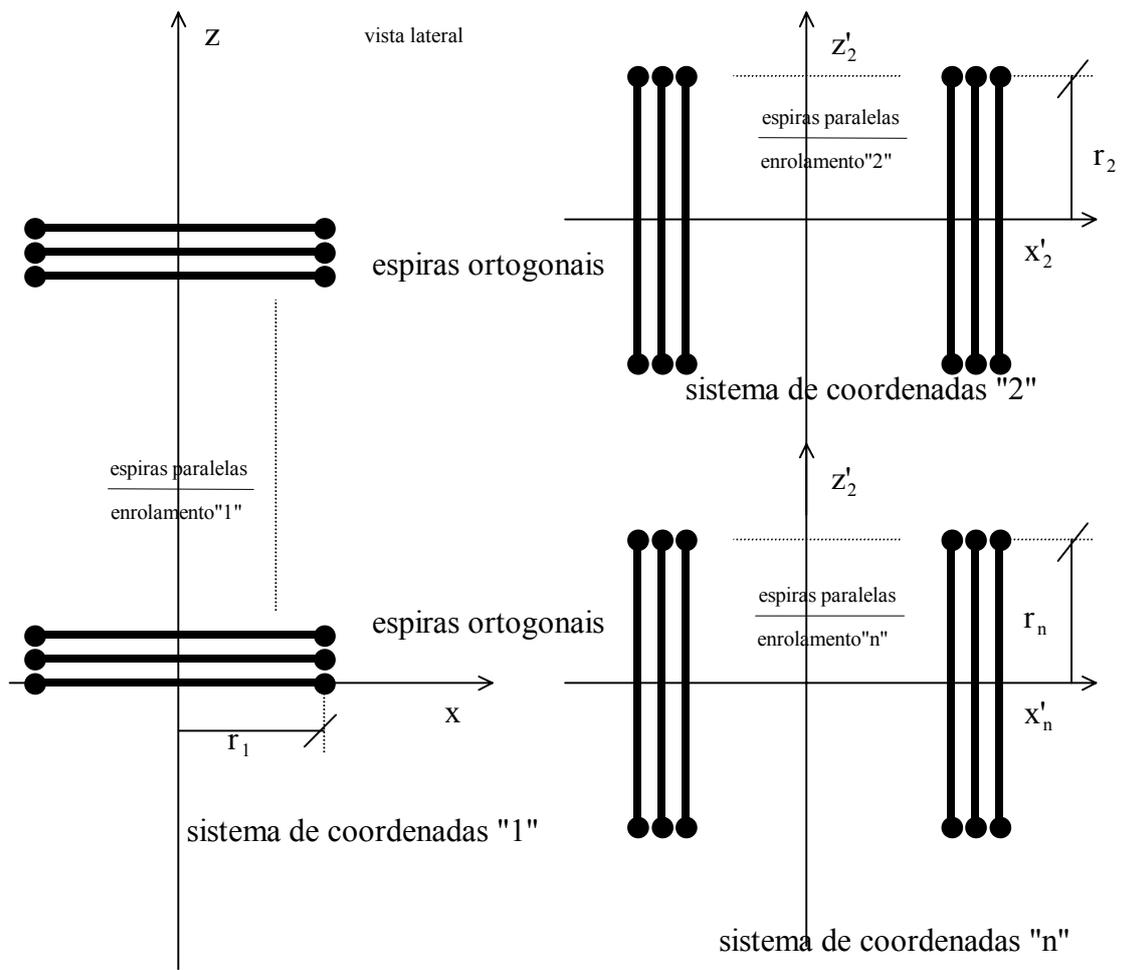


figura: 5.2.1 – conjuntos de espiras situadas em planos ortogonais.

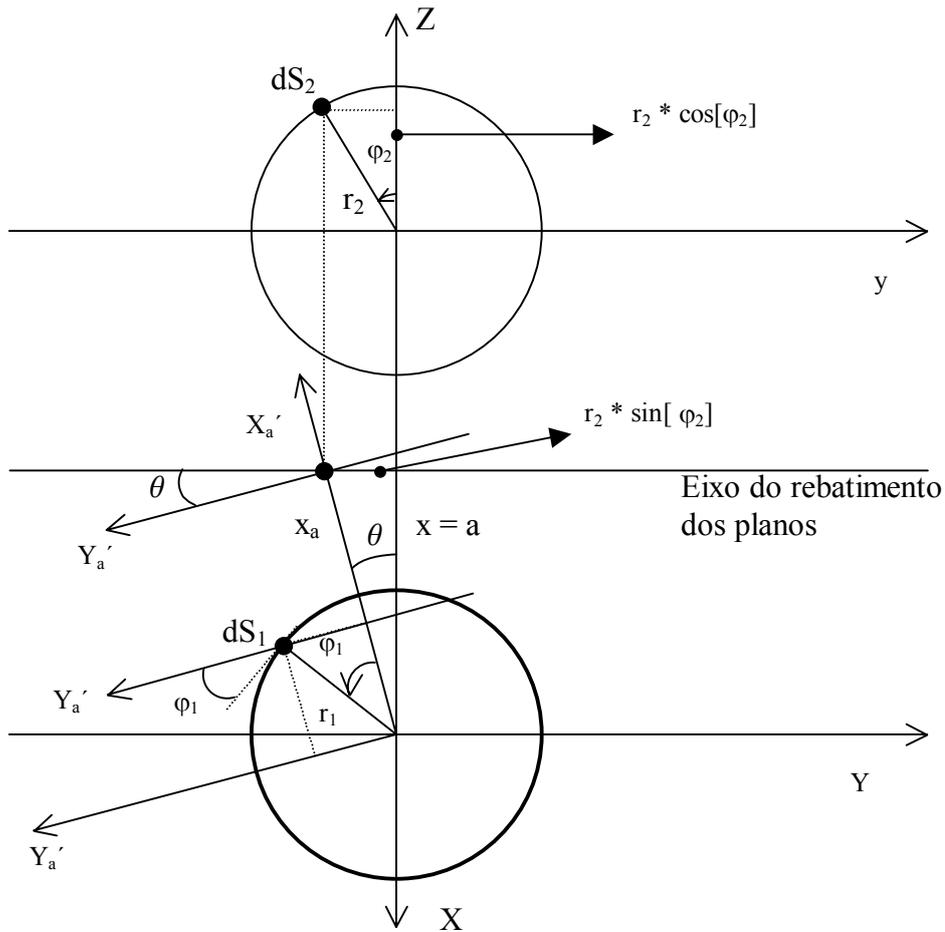


figura: 5.2.2 – conjuntos de espiras representadas no mesmo plano (rebatido)

onde, as variáveis envolvidas nesse sistema são descritas a seguir:

r_1 , é o raio do circuito da espira 1.

r_2 , é o raio do circuito da espira 2.

a , é a distância medida no eixo "X", obtida pela diferença entre as coordenadas dos centros das espiras 1 e 2.

z_a , é a distância medida no eixo "Z", obtida pela diferença entre as coordenadas dos centros das espiras 1 e 2.

x_a , é a distância medida no eixo "Xa'", obtida pela diferença entre as coordenadas do centro da espira 1 e a projeção no plano da espira 1 de um ponto genérico do circuito espira 2.

y_a , é a distância medida no eixo "Ya'", obtida pela diferença entre as coordenadas dos centros das espiras 1 e 2, adotando como referência o plano em que se situa a espira 1.

φ_1 , é o ângulo medido entre o raio do circuito da espira 1 (em um ponto genérico da espira 1), e o segmento de reta que liga o centro da espira 1 a um ponto genérico da projeção de qualquer ponto espira 2, no plano da espira1.

φ_2 , é o ângulo medido no plano da espira 2, entre o eixo que passa pelos centros das espiras 1 e 2, e o raio da espira 2 (em um ponto genérico da espira 2), no plano da espira2.

Tomou-se como base as figuras 5.2.1 e 5.2.2, e as variáveis acima definidas, então, através da relação 5.2.3, o método de cálculo dos Coeficientes de Indução Mútuos foi representado para circuitos com espiras circulares situadas em planos ortogonais.

$$L_{i,j} = \frac{\mu}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{(r_1 r_2 \sin[\varphi_1] \cos[\alpha] (\sin[\theta]))}{\left(\sqrt{(xa - r_1 \cos[\varphi_1])^2 + (r_1 \sin[\varphi_1])^2 + (za)^2} \right)} d\varphi_1 d\varphi_2 + \frac{\mu}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{(r_1 r_2 \cos[\varphi_1] \cos[\alpha] (\cos[\theta]))}{\left(\sqrt{(xa - r_1 \cos[\varphi_1])^2 + (r_1 \sin[\varphi_1])^2 + (za)^2} \right)} d\varphi_1 d\varphi_2 \quad (5.2.3)$$

Adotaram-se aqui as mesmas considerações para a otimização do tempo no cálculo dos Coeficientes de Indução Mútuos de circuitos com espiras circulares situadas em planos paralelos.

5.3 - SIMPLIFICAÇÃO DA MATRIZ DOS COEFICIENTES DE INDUÇÃO.

Nesta seção mostram-se as condições básicas para redução da ordem das matrizes dos Coeficientes de Indução.

A matriz dos Coeficientes de Indução na sua forma geral é representada conforme abaixo:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{U}_a \\ \vdots \\ \mathbf{U}_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_{a1} & \cdots & z_{an} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{m1} & \cdots & z_{mn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{I}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{I}_n \end{pmatrix} \quad (5.3.1)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{U}_a \\ \vdots \\ \mathbf{U}_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_{a1} & \cdots & z_{ax} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{m1} & \cdots & z_{mx} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{I}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{I}_x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} z_{ay} & \cdots & z_{an} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{my} & \cdots & z_{mn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{I}_y \\ \vdots \\ \mathbf{I}_n \end{pmatrix} \quad (5.3.2)$$

A redução dos cálculos e simplificação da matriz advém das seguintes considerações:

- Os elementos próprios, que estão na diagonal principal, com as mesmas características foram calculados apenas uma vez, por exemplo, $z_{1,1} = z_{2,2}$, o enrolamento é o mesmo, estão na mesma camada, possuem e o mesmo diâmetro da bobina, porém as impedâncias próprias de camadas ou enrolamentos diferentes foram calculadas uma a uma, $z_{1,1} \neq z_{10,10}$.
- Os elementos mútuos da parte inferior a diagonal principal foram calculados quando realizou o cálculo dos elementos da diagonal superior, por exemplo, $z_{1,2} = z_{2,1}$.
- A intensidade da corrente foi considerada como um valor médio nos conjuntos de espiras dos enrolamentos com espiras reais, ou seja, para o primeiro conjunto de espiras, temos,

$$I_{1,2} = (I_1 + I_2) / 2 \quad (5.3.3)$$

onde, $I_{1,2}$ é o valor médio das correntes que passam nas espiras 1 e 2, denominado conjunto de espiras, contendo duas espiras, e que foi simulado para um dos enrolamentos do transformador representado no capítulo 12.

O nono conjunto de espiras possui cinco espiras, e a corrente média é representada conforme 5.3.4.

$$I_{17,18,19,20,21} = (I_{17} + I_{18} + I_{19} + I_{20} + I_{21}) / 5 \quad (5.3.4)$$

onde, $I_{17,18,19,20,21}$ é o valor médio das correntes que passam nas cinco espiras, designadas por: espira 17, espira 18, espira 19, espira 20 e espira 21, cujo conjunto de espiras foi simulado para um dos enrolamentos do transformador representado no capítulo 12.

logo ,

$$I_{1,2} \neq I_{17,18,19,20,21} \quad (5.3.5)$$

Seja Z_{A1} , matriz 5.3.7, a matriz, dos coeficientes de indução das espiras reais, e se considerarmos que a corrente é representada pelo valor médio da corrente em determinado conjunto de espiras reais. Então, a combinação dos elementos próprios e mútuos do conjunto de espiras reais pode ser representada através da soma dos coeficientes de indução próprios e mútuos do conjunto de espiras. Por exemplo, a matriz Z_{A1} , matriz 5.3.7, mostra os elementos próprios e mútuos de um conjunto de três espiras.

$$Z_{A1} = \begin{pmatrix} Z_{11} & \cdots & Z_{13} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{31} & \cdots & Z_{33} \end{pmatrix} \quad (5.3.6)$$

Se considerarmos um valor médio da corrente nas três espiras o novo coeficiente de indução será:

$$Z_{A1} = z_{11} + z_{12} + z_{13} + z_{21} + z_{22} + z_{23} + z_{31} + z_{32} + z_{33} \quad (5.3.7)$$

que é a representação do coeficiente de indução desse conjunto de espiras.

A seguir representa-se o exemplo do caso real do estudo, de forma que possa esclarecer melhor as premissas adotadas.

A matriz dos Coeficientes de Indução deve ser dividida em diversas partes, como por exemplo: a primeira parte corresponde a matriz dos Coeficientes de Indução das espiras denominadas por espiras reais, ou seja, com os coeficientes próprios e mútuos dos enrolamentos de cada conjunto de espiras; a segunda parte corresponde a matriz dos coeficientes mútuos entre os conjuntos de espiras reais; a terceira parte é a matriz que representa as interações entre os enrolamentos das espiras reais e os enrolamentos das espiras denominadas por fictícias; a quarta parte é a matriz dos coeficientes próprios e mútuos das espiras fictícias.

Considere uma parte da matriz que relaciona os coeficientes próprios e mútuos dos enrolamentos com espiras reais, que contem dois conjuntos de espiras e cada conjunto possui duas espiras, conforme a matriz 5.3.8,

$$\begin{pmatrix} 1.38256 \times 10^{-6} & 1.06215 \times 10^{-6} & 7.72348 \times 10^{-7} & 6.08024 \times 10^{-7} \\ 1.06215 \times 10^{-6} & 1.38256 \times 10^{-6} & 1.06215 \times 10^{-6} & 7.72348 \times 10^{-7} \\ 7.72348 \times 10^{-7} & 1.06215 \times 10^{-6} & 1.38256 \times 10^{-6} & 1.06215 \times 10^{-6} \\ 6.08024 \times 10^{-7} & 7.72348 \times 10^{-7} & 1.06215 \times 10^{-6} & 1.38256 \times 10^{-6} \end{pmatrix} \mu H \quad (5.3.8)$$

Agora considere a parte correspondente ao primeiro conjunto de espiras reais,

$$\begin{pmatrix} 1.38256 \times 10^{-6} & 1.06215 \times 10^{-6} \\ 1.06215 \times 10^{-6} & 1.38256 \times 10^{-6} \end{pmatrix} \mu H \quad (5.3.9)$$

Adotando a premissa de que o valor da corrente é representado pelo valor médio da corrente então, poderemos somar todos os elementos correspondentes a esse conjunto de espiras, cujo valor nesse caso é: $4.88942 \times 10^{-6} \mu H$.

Considere a matriz das interações mútuas entre os conjuntos de espiras reais, designada por matriz 5.3.10,

$$\begin{pmatrix} 7.72348 \times 10^{-7} & 6.08024 \times 10^{-7} \\ 1.06215 \times 10^{-6} & 7.72348 \times 10^{-7} \end{pmatrix} \mu H \quad (5.3.10)$$

Considere que os coeficientes de indução mútuos possuem o mesmo valor médio do produto das correntes dos enrolamentos principais, então poderemos somar também esses elementos, cujo valor nesse caso é: $3.21487 \times 10^{-6} \mu H$.

Então a nova matriz dos coeficientes de indução das espiras reais ficaria assim,

$$\begin{pmatrix} 4.88942 \times 10^{-6} & 3.21487 \times 10^{-6} \\ 3.21487 \times 10^{-6} & 4.88942 \times 10^{-6} \end{pmatrix} \mu H \quad (5.3.11)$$

A matriz, 5.5.8, representa as interações entre os enrolamentos das espiras reais e os enrolamentos das espiras fictícias, conforme abaixo,

$$\begin{pmatrix} 9.1775 \times 10^{-7} & 8.09839 \times 10^{-7} & 6.5113 \times 10^{-7} & 5.27246 \times 10^{-7} \\ 8.09839 \times 10^{-7} & 9.1775 \times 10^{-7} & 8.09839 \times 10^{-7} & 6.5113 \times 10^{-7} \\ 6.5113 \times 10^{-7} & 8.09839 \times 10^{-7} & 9.1775 \times 10^{-7} & 8.09839 \times 10^{-7} \\ 5.27246 \times 10^{-7} & 6.5113 \times 10^{-7} & 8.09839 \times 10^{-7} & 9.1775 \times 10^{-7} \end{pmatrix} \mu H \quad (5.3.12)$$

Nesse caso a corrente de um determinado conjunto de espiras reais será a mesma para interação com as respectivas corrente nas espiras fictícias,

$$\begin{pmatrix} 9.1775 \times 10^{-7} \\ 8.09839 \times 10^{-7} \\ 6.5113 \times 10^{-7} \\ 5.27246 \times 10^{-7} \end{pmatrix} \mu H \quad (5.3.13)$$

Então o efeito pode ser representado pela soma dos coeficientes, cujo valor para o primeiro conjunto é: $1.72759 \times 10^{-6} \mu H$.

Segue na figura 5.3.14, abaixo, a representação física do problema:

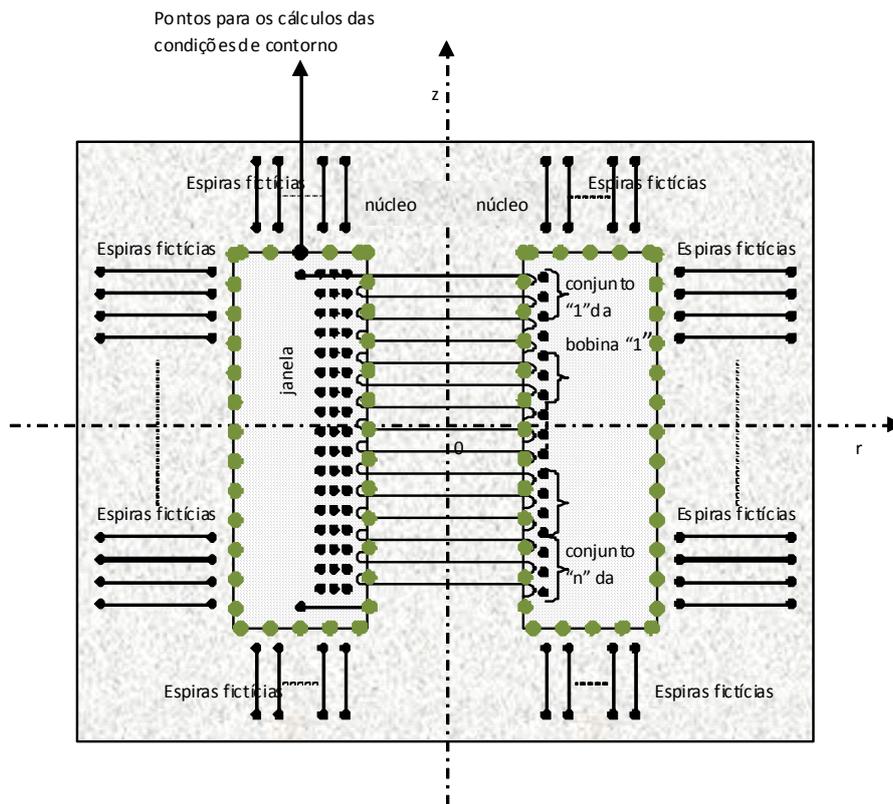


figura 5.3.14 – Modelagem do Núcleo.

Então a nova matriz dos coeficientes de indução é representada pela matriz

5.3.15.

$$\begin{pmatrix} U_a \\ \vdots \\ U_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{A1} & \cdots & Z_{AX} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{M1} & \cdots & Z_{MX} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1^* \\ \vdots \\ I_X^* \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} Z_{ay} & \cdots & Z_{an} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{my} & \cdots & Z_{mn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_y \\ \vdots \\ I_n \end{pmatrix} \quad (5.3.15)$$

Foram representados os conjuntos de espiras com as informações de cada espira para solução geral do problema. Na solução do problema abordaram-se diversos casos, entre eles podemos citar a representação de uma única espira, que visa à melhoria da distribuição do fluxo na janela do transformador.

A matriz com os coeficientes de indução das espiras fictícias não precisa ser modificada nesse momento, seus efeitos serão considerados nas condições de contorno, cujo assunto será abordado no capítulo 7.

CAPÍTULO 6

COEFICIENTES DE POTENCIAL

Neste capítulo representam-se as condições de contorno e as equações básicas para a determinação dos Coeficientes de Potencial. Existem diversos métodos para determinar os coeficientes de potencial de circuitos elétricos e dentre eles podemos citar o desenvolvido nas referências [28] e [32], os quais serviram de base para o desenvolvimento deste trabalho.

Admitiram-se as premissas apresentadas no início do capítulo 5 e as informações conforme abaixo:

- o Considerou-se um condutor com forma de uma espira, cuja superfície externa é constituída pelos pontos à distância “a” de uma circunferência de raio “R”, sendo $a \ll R$.
- o Considerou-se que o condutor tinha carga (total) Q, com distribuição linear ao longo da circunferência de raio “R” associada à definição da superfície do condutor.

6.1 - DETERMINAÇÃO DA FUNÇÃO POTENCIAL GERADA POR CIRCUITOS COM ESPIRAS DE FORMATO CIRCULAR.

Nesta seção mostram-se as equações básicas para a determinação da Função Potencial gerada por circuitos com espiras de formato circular em qualquer ponto do espaço [28].

Admitiu-se o uso do sistema de coordenadas cartesianas ortogonais, x, y, z, tais que o eixo z passa pelo centro dessa circunferência e a mesma se situa no plano $z = 0$, conforme as figuras abaixo:

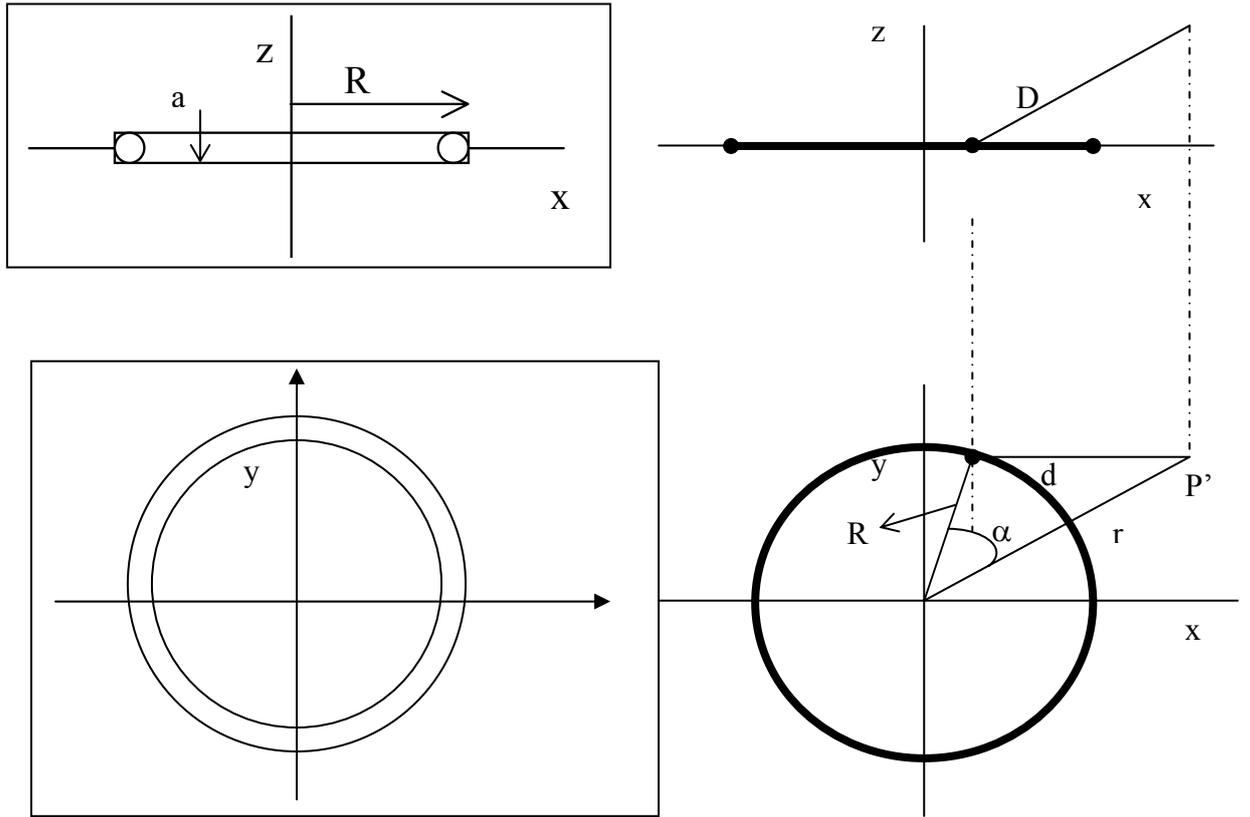


figura 6.1.1 – características físicas de uma espira para cálculo de Campos e Potenciais Elétricos.

A função potencial, Φ , num ponto genérico do espaço (exterior ao condutor), P de coordenadas x, y, z , cuja projeção ortogonal no plano $z = 0$ seja P, é:

$$\Phi(x, y, z) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int \frac{q \, dS}{D}, \quad (6.1.2)$$

sendo $q = \frac{Q}{2\pi R}$ a densidade linear de carga na circunferência de raio R, dS o elemento de comprimento dessa circunferência, D a distância de P a um ponto genérico da mesma, e sendo o integral estendido a toda a circunferência. seja,

$$\alpha = \pi - 2\varphi \quad (6.1.3)$$

Considerando a notações das figuras anteriores, temos:

$$dS = |R \, d\alpha| = |R \, d\varphi| \quad (6.1.4)$$

$$d = \sqrt{R^2 + r^2 - 2 \cdot R \cdot r \cdot \cos[\alpha]} \quad (6.1.5)$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (6.1.6)$$

$$D = \sqrt{d^2 + z^2} \quad (6.1.7)$$

$$\cos \alpha = -1 + 2 \cdot \text{sen}^2 [\varphi] \quad (6.1.8)$$

donde,

$$D = \sqrt{(R + r)^2 + z^2 - 4 \cdot R \cdot r \cdot \text{sen}^2[\varphi]} \quad (6.1.9)$$

$$\Phi(x,y,z) = \frac{Q}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{2}{2\pi R} \cdot \int_0^\pi \frac{R d\varphi}{\sqrt{(R + r)^2 + z^2 - 4 \cdot R \cdot r \cdot \text{sen}^2[\varphi]}} \quad (6.1.10)$$

fazendo,

$$k = \sqrt{\frac{4 \cdot R \cdot r}{(R + r)^2 + z^2}} \quad (6.1.11)$$

vem,

$$\Phi(x,y,z) = \frac{Q}{2\pi^2 \epsilon} \cdot \frac{F(k)}{\sqrt{(R + r)^2 + z^2}} \quad (6.1.12)$$

sendo,

$$F(k) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \cdot \text{sen}^2[\varphi]}}, \quad (6.1.13)$$

6.2 - COEFICIENTES DE POTENCIAL MÚTUOS E PRÓPRIOS PARA CIRCUITOS COM FORMATO DE ESPIRAS CIRCULARES SITUADAS EM PLANOS PARALELOS.

Nesta seção mostram-se as equações básicas para a determinação dos Coeficientes de Potencial próprios e mútuos de circuitos com espiras de formato circular situadas em planos paralelos, conforme a referência [32].

Admitiu-se a princípio um sistema de dois circuitos em forma de espiras circulares, mas que pode ser generalizado para “n” espiras e que os índices 1 e 2 referem-se a espira 1 e a espira 2, e seja P_{ij} o Coeficiente de Potencial Mútuo e Q a carga elétrica do condutor, então:

$$Q = C \cdot V \quad (6.2.1)$$

$$V = P \cdot Q \quad (6.2.2)$$

$$V_{12} = P_{12} \cdot Q_2 \quad (6.2.3)$$

$$P_{12} \cdot Q_2 = \oint_s (\mathbf{V}_2, d\mathbf{r}_1) \quad (6.2.4)$$

$$\mathbf{V}_2 = \oint_s \frac{\mathbf{Q}_2}{4\pi\epsilon\mathbf{D}_{12}} d\mathbf{r}_1 \quad (6.2.5)$$

$$P_{12} \cdot Q_2 = \frac{Q_2}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{1}{2\pi\mathbf{R}} \oint_s \frac{1}{\mathbf{D}_{12}} d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 \quad (6.2.6)$$

$$P_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{r_1 r_2}{\sqrt{(r_1^2 + r_2^2 + z^2 - 2 r_1 r_2 \cos \alpha)}} d\varphi_1 d\alpha \quad (6.2.7)$$

onde as variáveis envolvidas são descritas a seguir:

r_1 , é o raio do circuito 1 da espira 1.

V é o potencial medido no terminal em relação a um ponto muito afastado (Terra).

r_2 , é o raio do circuito 2 da espira 2.

φ_1 , é o ângulo medido entre um ponto genérico na espira “1” e o eixo ($x = 0$).

φ_2 , é o ângulo medido entre a projeção ortogonal no plano da espira 1, de um ponto genérico da espira “2” e o eixo ($x = 0$).

α , é o ângulo entre o segmento de reta da origem de (1) até o ponto de referência de P_1 e o segmento de reta da origem de (1) até o ponto de referência P_2 .

$$dr_1 = r_1 d\alpha \quad (6.2.8)$$

$$dr_2 = r_2 d\varphi_2 \quad (6.2.9)$$

Vamos agora introduzir uma análise geométrica das espiras situadas em planos paralelos em qualquer linha de eixo que passe pelo centro das espiras, conforme a figura 6.2.10. A idéia básica consiste na determinação da distância relativa entre as espiras, denominada, D , e dos elementos de integração dr_1 e dr_2 .

A seguir apresenta-se um conjunto de bobinas formadas de espiras circulares situadas em planos paralelos, figura 6.2.10.

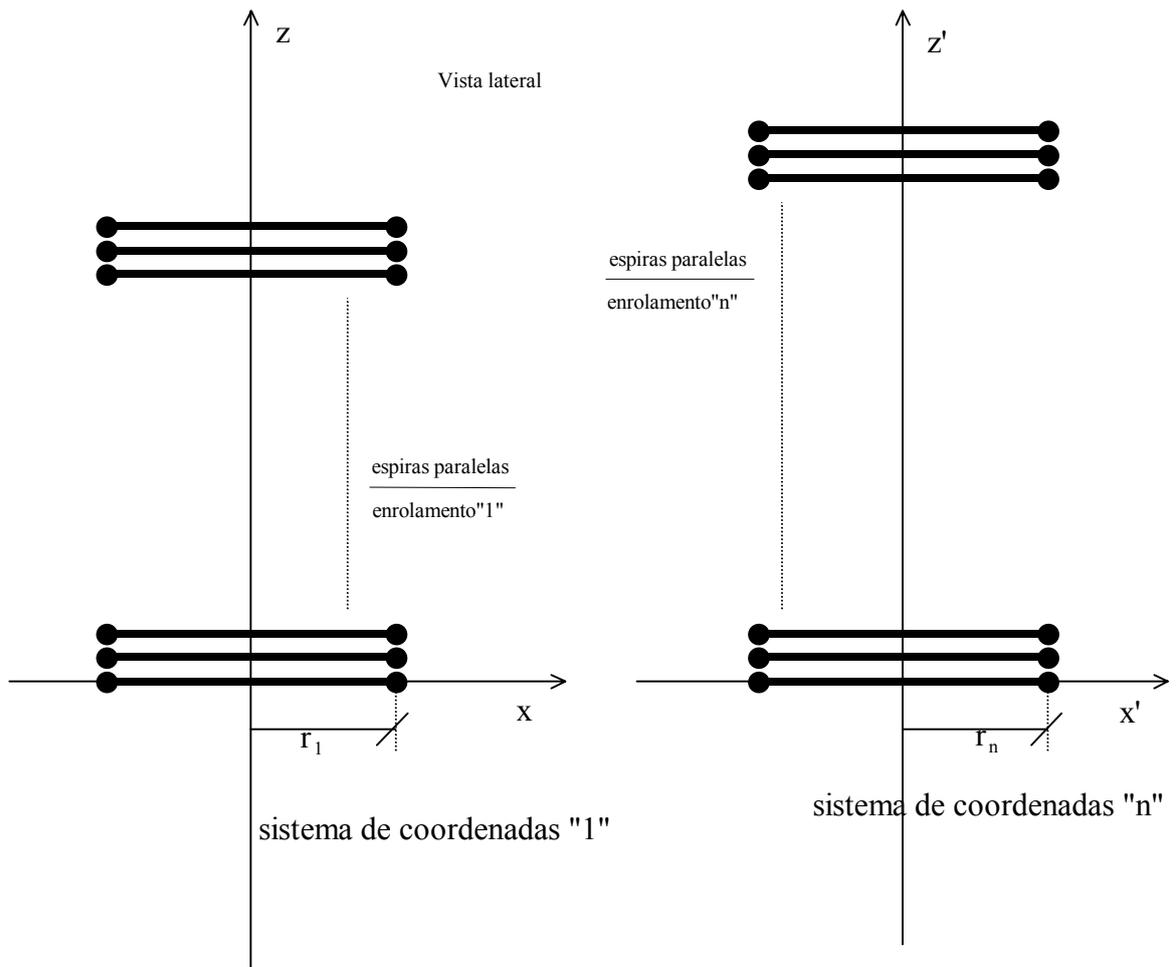


figura 6.2.10 – conjuntos de espiras situadas em planos paralelos

Vista Superior

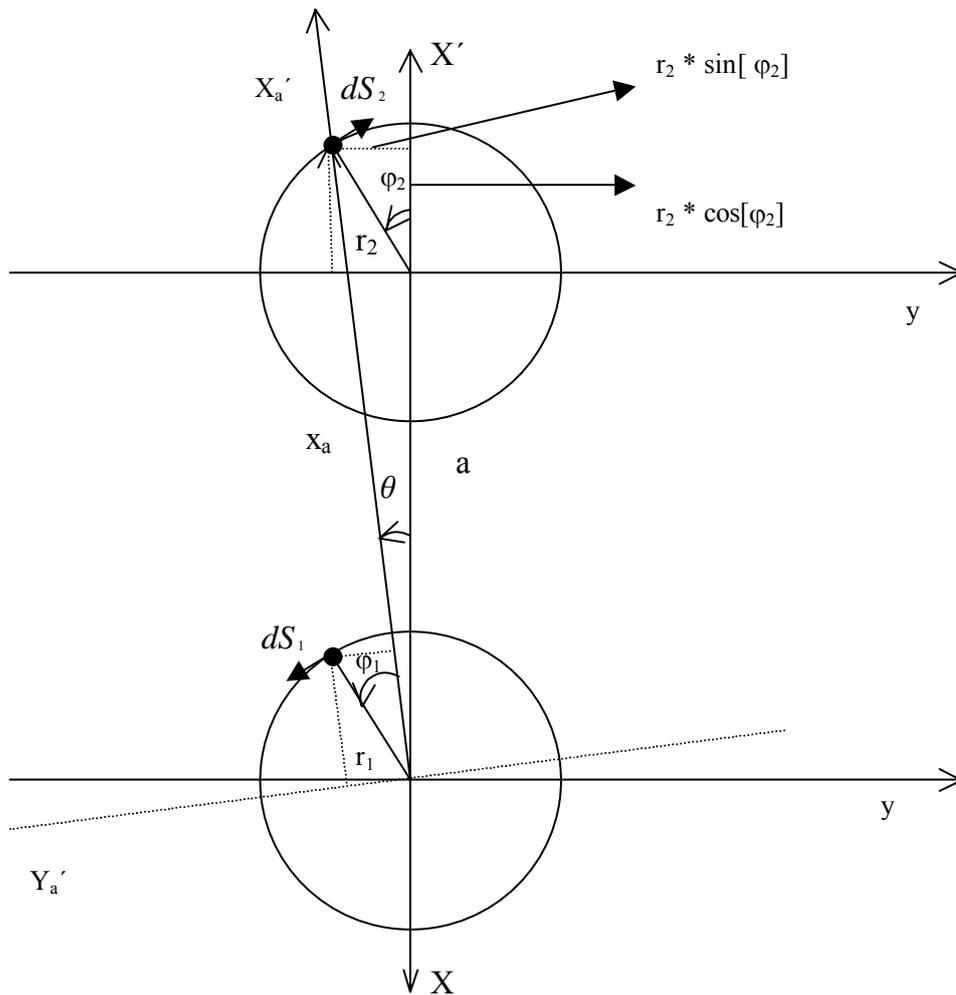


figura: 6.2.11 – espiras representadas no mesmo plano.

onde as variáveis envolvidas são descritas a seguir:

r_1 , é o raio do circuito 1 da espira 1.

r_2 , é o raio do circuito 2 da espira 2.

a , é a distância medida no eixo "X", obtida pela diferença entre as coordenadas dos centros das espiras acima.

z_a , é a distância medida no eixo "Z", obtida pela diferença entre as coordenadas dos centros das espiras acima.

x_a , é a distância medida no eixo "Xa'", obtida pela diferença entre as coordenadas do centro da espira 1 e a projeção no plano da espira 1 de um ponto genérico da espira 2.

y_a , é a distância medida no eixo "Ya'", obtida pela diferença entre as coordenadas dos centros das espiras adotando como referência o plano da primeira espira.

φ_1 , é o ângulo medido entre o raio da espira 1 (em um ponto genérico da espira 1), e o segmento de reta que representa o eixo que liga a origem da espira 1 a um ponto genérico da projeção de um ponto genérico da espira 2, no plano da espira1.

φ_2 , é o ângulo medido no plano da espira 2, entre o eixo que passa pela origem da espira 2 a origem da espira 1, e o raio da espira 2 (em um ponto genérico da espira 2), no plano da espira2.

Tomou-se como base a figura 6.2.11 e as variáveis definidas acima, então, o Coeficiente de Potencial Mútuo para espiras situadas em planos paralelos será estabelecido pelo resultado da expressão 6.2.12

$$P_{ij} = \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \left(\frac{r_1}{4 \pi^2 2 \varepsilon r_1} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{(xa - r_1 \cos[\varphi_1])^2 + (r_1 \sin[\varphi_1])^2 + (za)^2}} \right) d\varphi_1 d\varphi_2 \quad (6.2.12)$$

Determinou-se o Potencial Próprio a partir da expressão da função potencial, representativo da superfície do condutor (para distribuição linear de carga elétrica) para um ponto de coordenadas $x = R$, $y = 0$ e $z = a$, tem-se:

$$k = \sqrt{\frac{4 \cdot R^2}{4R^2 + a^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{a}{2R}\right)^2}} \quad (6.2.13)$$

$$k^2 = \frac{1}{1 + \left(\frac{a}{2R}\right)^2} \approx 1 - \left(\frac{a}{2R}\right)^2 \quad (6.2.15)$$

com

$$\left(\frac{a}{2R}\right)^2 \ll 1$$

$$F(k) \approx \log_e \frac{4}{\sqrt{1 - k^2}} \approx \log_e \frac{8R}{a} \quad (6.2.16)$$

e o Potencial Próprio e o potencial na superfície do condutor, Φ_c , é:

$$\Phi_c = \frac{Q}{4\pi^2 \varepsilon} \cdot \log_e \frac{8R}{a} \quad (6.2.17)$$

6.3 - POTENCIAL MÚTUO DE CIRCUITOS COM FORMATO DE ESPIRAS CIRCULARES SITUADAS EM PLANOS ORTOGONAIS.

Nesta seção mostram-se as equações básicas para a determinação dos Coeficientes de Potencial próprios e mútuos de circuitos com espiras de formato circular situadas em planos ortogonais, conforme a referência [32].

Analisou-se a geometria das espiras em planos ortogonais em qualquer linha de eixo, conforme a figura 6.3.1.. Este estudo visa a determinação da distância relativa entre as espiras, anteriormente denominado de D e dos elementos de integração dr_1 e dr_2 adotando uma metodologia que permite considerar o caso de espiras paralelas com linhas do eixo de centro diferentes.

A seguir apresenta-se um conjunto de bobinas ortogonais, figura 6.3.2, para melhor entendimento de algumas disposições físicas das espiras e das bobinas.

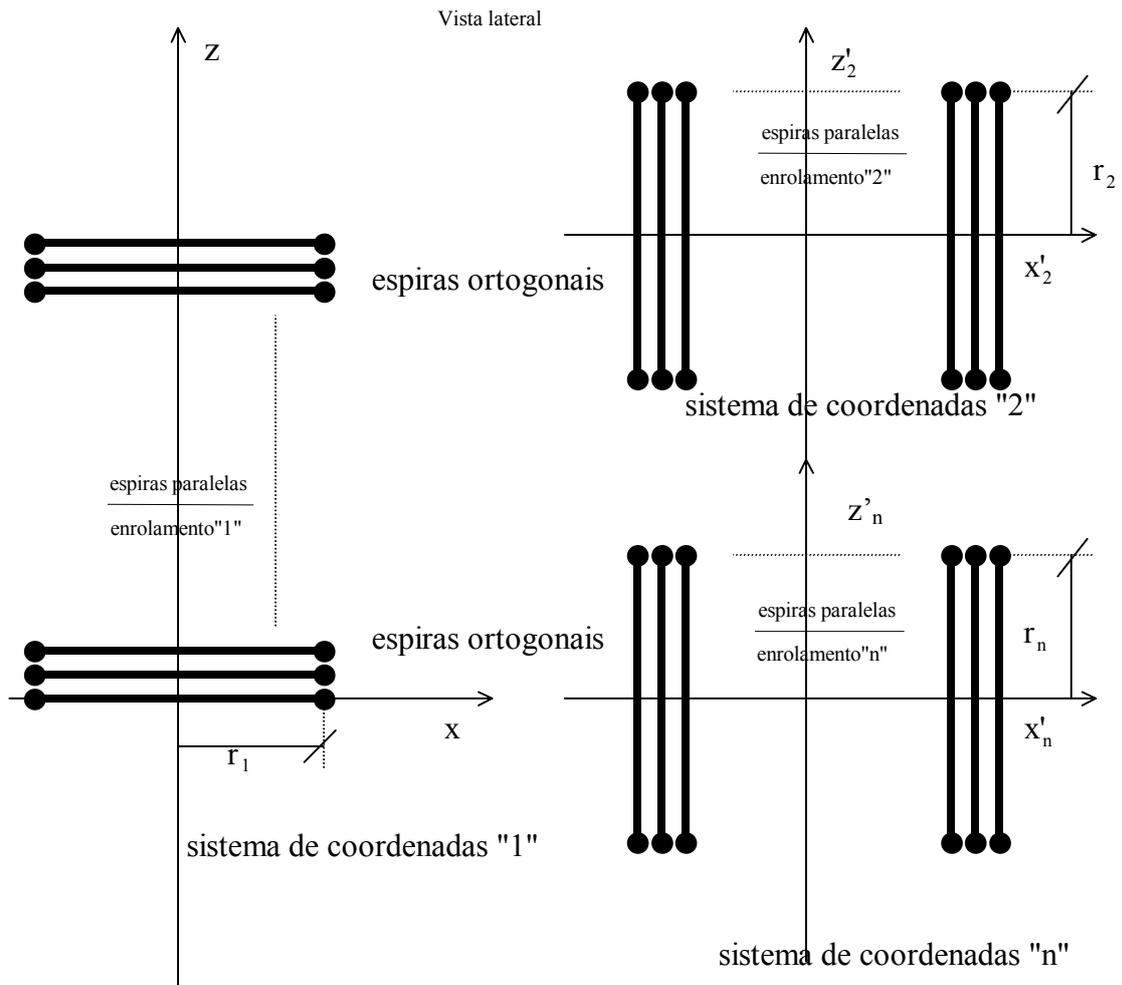


figura: 6.3.1 – espiras situadas em planos ortogonais.

Vista Superior

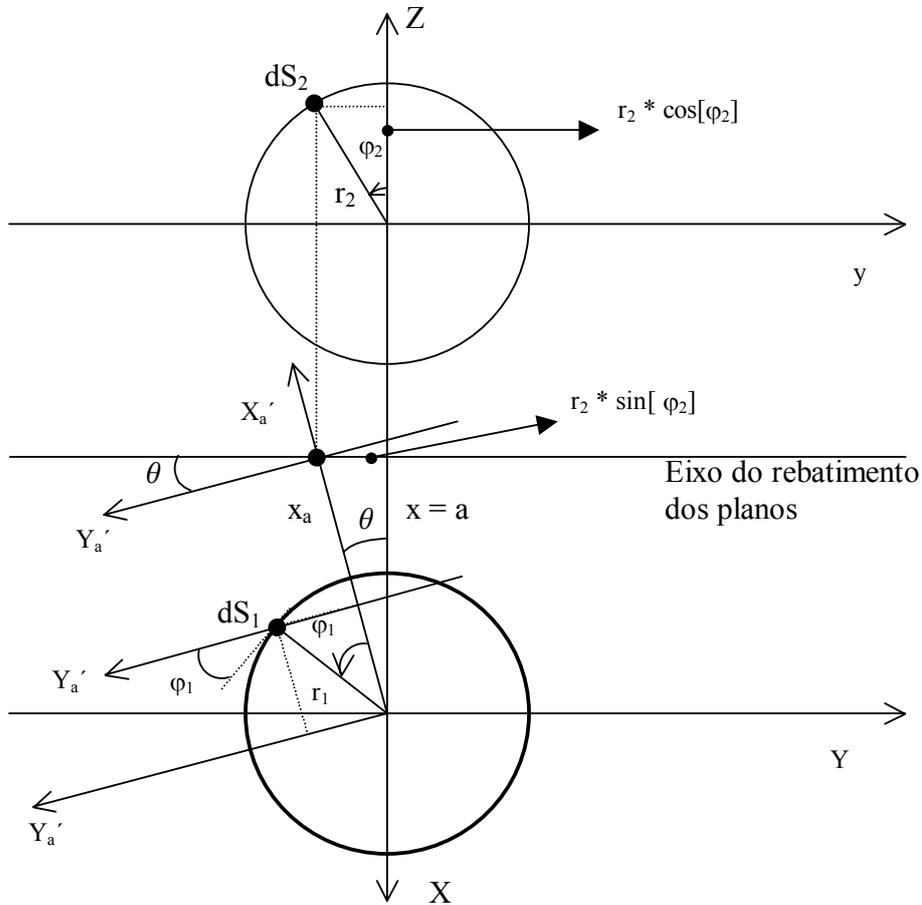


figura: 6.3.2 – espiras representadas nos mesmo plano (rebatido)

onde as variáveis envolvidas são descritas a seguir:

r_1 , é o raio do circuito 1 da espira 1.

r_2 , é o raio do circuito 2 da espira 2.

a , é a distância entre as coordenadas dos centros das espiras medida no eixo "x".

z_a , é a distância entre as coordenadas dos centros das espiras medida no eixo "Z".

x_a , é a distância entre as coordenadas dos centros das espiras, medida no eixo "Xa".

y_a , é a distância entre as coordenadas dos centros das espiras, medida no eixo "ya" considerando o plano da primeira espira.

φ_1 , é o ângulo medido entre o raio da espira 1 (em um ponto genérico da espira 1), e o segmento de reta que representa o eixo que liga a origem da espira 1 a um ponto genérico da projeção de um ponto genérico da espira 2, no plano da espira 1.

φ_2 , é o ângulo medido no plano da espira 2, entre o eixo que passa pela origem da espira 2 a origem da espira 1, e o raio da espira 2 (em um ponto genérico da espira 2), no plano da espira2.

Com base na figura 6.3.2 e as variáveis definidas acima, verificamos que o Coeficiente de Potencial Mútuo para espiras ortogonais será estabelecido pelo resultado da expressão abaixo,

$$P_{ij} = \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \left(\frac{r_1}{4 \pi^2 2 \varepsilon r_1} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{(x_a - r_1 \cos[\varphi_1])^2 + (r_1 \sin[\varphi_1])^2 + (z_a)^2}} \right) d\varphi_1 d\varphi_2 \quad 6.3.3$$

6.4 - SIMPLIFICAÇÃO DA MATRIZ DOS COEFICIENTES DE POTENCIAL.

A matriz dos coeficientes de potencial na sua forma geral é representada conforme abaixo:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{V}_a \\ \vdots \\ \mathbf{V}_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_{pa1} & \cdots & z_{pan} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{pm1} & \cdots & z_{pmn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} Q_1 \\ \vdots \\ Q_n \end{pmatrix} \quad (6.4.1)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{V}_a \\ \vdots \\ \mathbf{V}_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_{pa1} & \cdots & z_{pax} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{pm1} & \cdots & z_{pmx} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} Q_x \\ \vdots \\ Q_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} z_{pay} & \cdots & z_{pan} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{pmy} & \cdots & z_{pmn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} Q_y \\ \vdots \\ Q_n \end{pmatrix} \quad (6.4.2)$$

A redução dos cálculos e simplificação da matriz resultou das seguintes considerações:

- Os elementos próprios, que estão na diagonal principal, com as mesmas características foram calculados apenas uma vez, por exemplo, $z_{p11} = z_{p22}$, o enrolamento é o mesmo, estão na mesma camada, possuem e o mesmo diâmetro da bobina, porém os coeficientes próprios de camadas ou enrolamentos diferentes foram calculados um a um, $z_{p11} \neq z_{p10,10}$.
- Os elementos mútuos da parte inferior a diagonal principal foram calculados quando realizou o cálculo dos elementos da diagonal superior, por exemplo, $z_{p1,2} = z_{2,1}$.

- O valor da carga foi considerado como um valor médio nos conjuntos de espiras dos enrolamentos com espiras reais, conforme abaixo:

Se considerarmos que o primeiro conjunto de espiras tem duas espiras e o nono conjunto tem cinco espiras.

$$Q_{1,2} = (Q_1 + Q_2) / 2 \quad (6.4.3)$$

onde, $Q_{1,2}$ é o valor médio das cargas que nas espiras 1 e 2, denominado conjunto de espiras, contendo duas espiras, e que foi simulado para um dos enrolamentos do transformador representado no capítulo 12.

O nono conjunto de espiras possui cinco espiras, e a carga média é representada conforme 6.4.4.,

$$Q_{17,18,19,20,21} = (Q_{17} + Q_{18} + Q_{19} + Q_{20} + Q_{21}) / 5 \quad (6.4.4)$$

onde, $Q_{17,18,19,20,21}$ é o valor médio das cargas nas cinco espiras, designadas por: espira 17, espira 18, espira 19, espira 20 e espira 21, cujo conjunto de espiras foi simulado para um dos enrolamentos do transformador representado no capítulo 12.

$$Q_{1,2} \neq Q_{17,18,19,20,21} \quad (6.4.5)$$

Seja Z_{PA1} , matriz 6.6.3, a matriz, dos coeficientes de potencial das espiras reais, e se considerarmos que a carga é representada pelo valor médio da carga em determinado conjunto de espiras reais. Então, a combinação dos elementos próprios e mútuos do conjunto de espiras reais pode ser representada através da soma dos coeficientes de potencial próprios e mútuos do conjunto de espiras. Por exemplo, a matriz Z_{PA1} , matriz 6.6.4, mostra os elementos próprios e mútuos de um conjunto de três espiras.

$$Z_{PA1} = \begin{pmatrix} Z_{P11} & \cdots & Z_{P13} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{P31} & \cdots & Z_{P33} \end{pmatrix} \quad (6.4.6)$$

Se considerarmos um valor médio da carga nas três espiras o novo coeficiente de potencial será:

$$Z_{PA1} = Z_{p11} + Z_{p12} + Z_{p13} + Z_{p21} + Z_{p22} + Z_{p23} + Z_{p31} + Z_{p32} + Z_{p33} \quad (6.4.7)$$

que é a representação do coeficiente de potencial do conjunto de espiras.

A seguir representa-se o exemplo do caso real do estudo, de forma que possa esclarecer melhor as premissas adotadas, e que é equivalente a um dual entre a corrente e a carga.

A matriz dos Coeficientes de Potencial deve ser dividida em diversas partes, como por exemplo: a primeira parte corresponde à matriz dos Coeficientes de Potencial das espiras denominadas por espiras reais, ou seja, com os coeficientes próprios e mútuos dos enrolamentos de cada conjunto de espiras; a segunda parte corresponde a matriz dos coeficientes mútuos entre os conjuntos de espiras reais; a terceira parte é a matriz que representa as interações entre os enrolamentos das espiras reais e os enrolamentos das espiras denominadas por fictícias; a quarta parte é a matriz dos coeficientes de potencial próprios e mútuos das espiras fictícias.

Considere uma parte da matriz que relaciona os coeficientes de potencial próprios e mútuos dos enrolamentos com espiras reais, que contem dois conjuntos de espiras e cada conjunto possui duas espiras, conforme a matriz 6.4.8,

$$\begin{pmatrix} 1.76235 \times 10^{10} & 1.50779 \times 10^{10} & 1.27307 \times 10^{10} & 1.13479 \times 10^{10} \\ 1.50779 \times 10^{10} & 1.76235 \times 10^{10} & 1.50779 \times 10^{10} & 1.27307 \times 10^{10} \\ 1.27307 \times 10^{10} & 1.50779 \times 10^{10} & 1.76235 \times 10^{10} & 1.50779 \times 10^{10} \\ 1.13479 \times 10^{10} & 1.27307 \times 10^{10} & 1.50779 \times 10^{10} & 1.76235 \times 10^{10} \end{pmatrix} V/C \quad (6.4.8)$$

Agora considere a parte correspondente ao primeiro conjunto de espiras reais,

$$\begin{pmatrix} 1.76235 \times 10^{10} & 1.50779 \times 10^{10} \\ 1.50779 \times 10^{10} & 1.76235 \times 10^{10} \end{pmatrix} V/C \quad (6.4.9)$$

Adotando a premissa de que o valor da carga é representado pelo valor médio da carga então, poderemos somar todos os elementos correspondentes a esse conjunto de espiras, cujo valor nesse caso é: $6.54028 * 10^{10} V/C$.

Considere a matriz das interações mútuas entre os conjuntos de espiras reais, designada por matriz 6.4.10,

$$\begin{pmatrix} 1.27307 \times 10^{10} & 1.13479 \times 10^{10} \\ 1.50779 \times 10^{10} & 1.27307 \times 10^{10} \end{pmatrix} V/C \quad (6.4.10)$$

Considere que os coeficientes de potencial mútuos possuem o mesmo valor médio do produto das cargas dos enrolamentos principais, então poderemos somar também esses elementos, cujo valor nesse caso é: $5.18872 * 10^{10} V/C$.

Então a nova matriz dos coeficientes de potencial das espiras reais ficaria assim,

$$\begin{pmatrix} 6.54028 \times 10^{10} & 5.18872 \times 10^{10} \\ 5.18872 \times 10^{10} & 6.54028 \times 10^{10} \end{pmatrix} V/C \quad (6.4.11)$$

A matriz, 6.4.12, representa as interações entre os enrolamentos das espiras reais e os enrolamentos das espiras fictícias, conforme abaixo,

$$\begin{pmatrix} 1.51768 \times 10^{10} & 1.42405 \times 10^{10} & 1.28058 \times 10^{10} & 1.16289 \times 10^{10} \\ 1.41995 \times 10^{10} & 1.51758 \times 10^{10} & 1.42813 \times 10^{10} & 1.28429 \times 10^{10} \\ 1.27322 \times 10^{10} & 1.41584 \times 10^{10} & 1.51729 \times 10^{10} & 1.43218 \times 10^{10} \\ 1.15422 \times 10^{10} & 1.26958 \times 10^{10} & 1.4117 \times 10^{10} & 1.51681 \times 10^{10} \end{pmatrix} V/C \quad (6.4.12)$$

Nesse caso a corrente de um determinado conjunto de espiras reais será a mesma para interação com as respectivas corrente nas espiras fictícias,

$$\begin{pmatrix} 1.51768 \times 10^{10} \\ 1.41995 \times 10^{10} \\ 1.27322 \times 10^{10} \\ 1.15422 \times 10^{10} \end{pmatrix} V/C \quad (6.4.13)$$

Então o efeito pode ser representado pela soma dos coeficientes, cujo valor para o primeiro conjunto é: $2.93763 * 10^{10} V/C$.

Segue abaixo a representação física do problema:

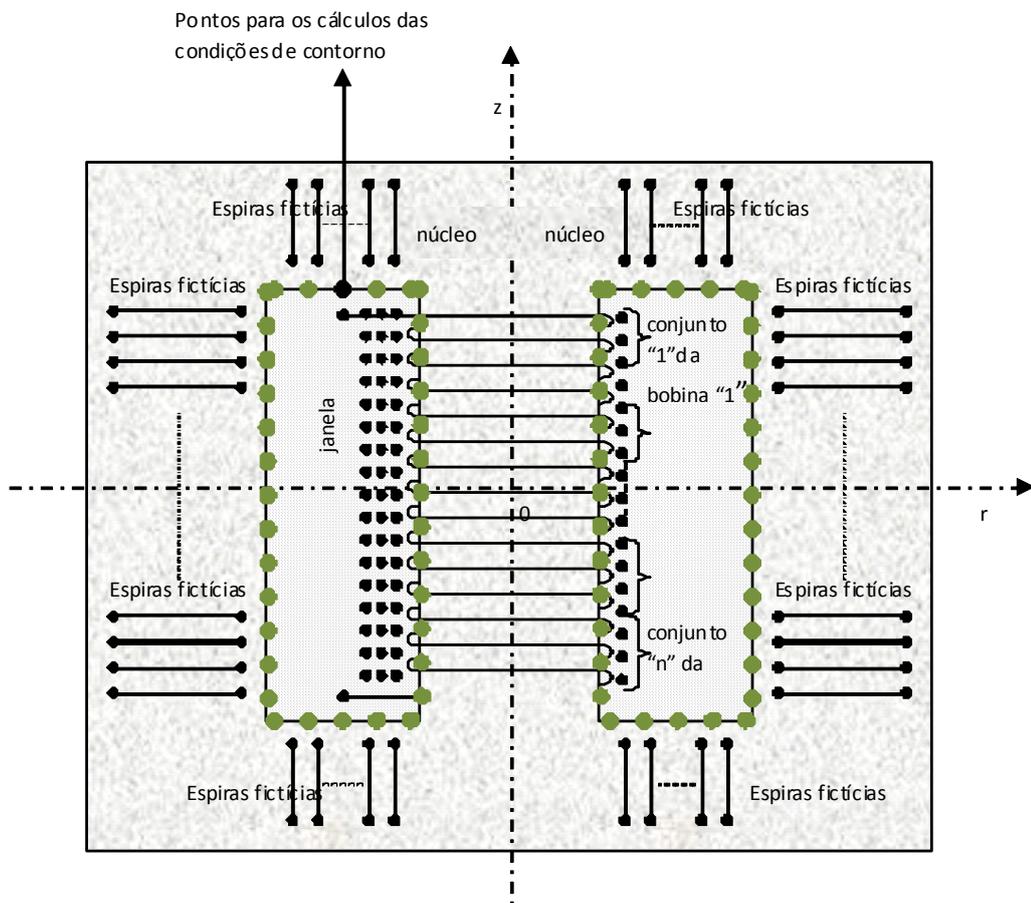


figura:6.4.14 – modelo do Transformador para a aplicação das condições de contorno

Então a nova matriz dos coeficientes de potencial é representada pela 6.6.4:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{V}_a \\ \vdots \\ \mathbf{V}_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{PA1} & \cdots & Z_{PAX} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{PM1} & \cdots & Z_{PMX} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{Q}_1^* \\ \vdots \\ \mathbf{Q}_X^* \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} Z_{ay} & \cdots & Z_{an} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{my} & \cdots & Z_{mn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{Q}_y \\ \vdots \\ \mathbf{Q}_n \end{pmatrix} \quad (6.4.15)$$

Logo, os conjuntos de espiras carregam as informações de cada espira para solução geral do problema.

A matriz com os coeficientes de potencial das espiras fictícias não precisa ser modificada nesse momento, porque seus efeitos serão embutidos quando aplicarmos as condições de contorno, cujo assunto será abordado no capítulo 8.

CAPÍTULO 7

CONDIÇÕES DE CONTORNO PARA CAMPOS MAGNÉTICOS NO INTERIOR DO TRANSFORMADOR, APLICADAS NA REGIÃO DA INTERFACE NÚCLEO-ÓLEO E REDUÇÃO DAS MATRIZES DO CAMPO MAGNÉTICO.

Neste capítulo representam-se as condições de contorno e as equações básicas para o cálculo dos coeficientes do Campo Magnético, conforme as referências [23], [28] e [32].

7.1 – ESTUDOS DAS CONDIÇÕES DE CONTORNO POR MEIO DAS CARACTERÍSTICAS ELETROMAGNÉTICAS DO TRANSFORMADOR

Nesta seção analisou-se por meio de equações a aplicação das condições de contorno para os campos eletromagnéticos no interior do Transformador.

Consideremos a janela de um transformador contendo a parte magnética, os enrolamentos de cobre, materiais isolantes (óleo, resinas, vernizes, algodão, e etc.), as premissas apresentadas no início dos capítulos 5 e 6, e as equações básicas para o campo eletromagnético apresentadas no capítulo 2.

Logo, as componentes do campo magnético podem ser determinadas através do potencial magnético, que é definido por [23]:

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \mathbf{B} \quad (7.1.1)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (7.1.2)$$

logo,

$$\mathbf{H} = \left(\frac{1}{\mu} \right) \nabla \cdot \mathbf{A} \quad (7.1.3)$$

O potencial vetor em qualquer região do espaço limitado pela janela do transformador foi gerado pela circulação das correntes nas espiras que compõem os enrolamentos das bobinas e pode ser determinado conforme a equação 7.1.4. [23]:

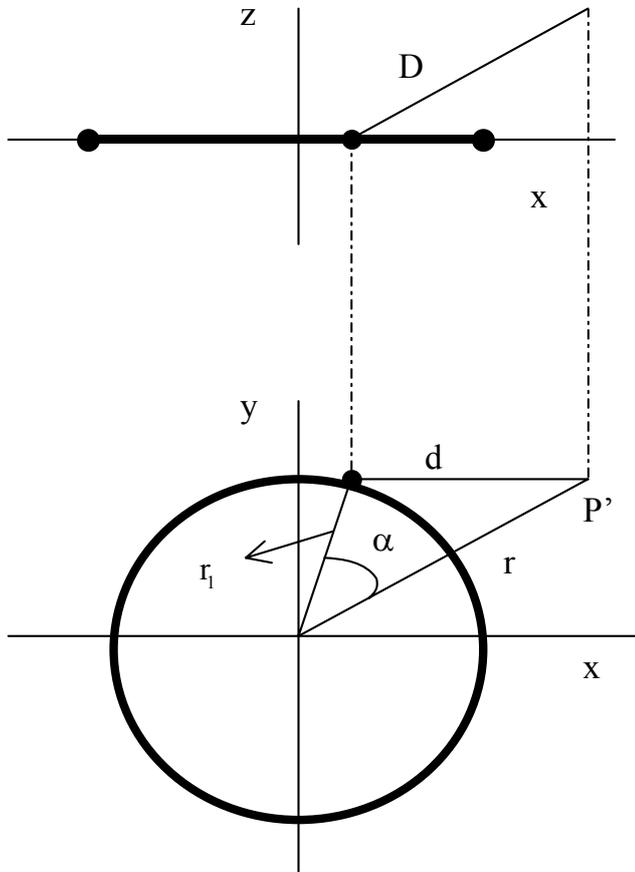


figura 7.1.4 – espira situada em um plano de referência.

Admitindo-se as hipóteses apresentadas no início deste capítulo, então:

$$\mathbf{A} = \int_0^{2\pi} \frac{\mu}{4\pi} \left(\frac{r_1 \cos[\alpha] \hat{\mathbf{i}}}{\sqrt{r_1^2 + r^2 + z^2 - 2 r_1 r \cos[\alpha]}} \right) d\alpha \quad (7.1.5)$$

onde as variáveis envolvidas são:

r_1 , é o raio da espira que onde circula a corrente que gera o potencial magnético.

r , é a distância do centro da espira até a projeção ortogonal do ponto onde se deseja calcular o campo magnético até o plano $z = 0$.

z , é a distância da projeção ortogonal do ponto onde se deseja calcular o campo magnético. Até o plano $z = 0$.

α , é o ângulo medido entre o segmento de reta definido por “r” e o segmento de reta definido por “r₁”.

$\hat{\mathbf{i}}$, é a intensidade da corrente, na forma vetorial, que circula na espira que gera o potencial magnético.

cuja solução é:

$$\begin{aligned} \mathbf{A} = & -\hat{\mathbf{i}} \mu \frac{\left((r^2 - 2 r r_1 + r_1^2 + z^2) \text{EllipticE} \left[-\frac{4 r r_1}{r^2 - 2 r r_1 + r_1^2 + z^2} \right] \right)}{2\pi r \sqrt{(r^2 - 2 r r_1 + r_1^2 + z^2)}} \\ & + \hat{\mathbf{i}} \mu \frac{\left((r^2 + r_1^2 + z^2) \text{EllipticK} \left[-\frac{4 r r_1}{r^2 - 2 r r_1 + r_1^2 + z^2} \right] \right)}{2\pi r \sqrt{(r^2 - 2 r r_1 + r_1^2 + z^2)}} \end{aligned} \quad (7.1.6)$$

Tendo em vista a simplificação e a redução na complexidade dos cálculos e aproveitando a simetria de algumas partes do transformador, o sistemas de coordenadas empregado para a determinação do rotacional do vetor potencial magnético (\mathbf{A}) foi o de coordenadas cilíndricas, logo,

$$\text{rot } \mathbf{A} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \mathbf{A}_z}{\partial \phi} - \frac{\partial \mathbf{A}_\phi}{\partial z} \right) \mathbf{a}_r + \left(\frac{\partial \mathbf{A}_r}{\partial z} - \frac{\partial \mathbf{A}_z}{\partial r} \right) \mathbf{a}_\phi + \frac{1}{r} \left[\frac{\partial (r \mathbf{A}_\phi)}{\partial r} - \frac{\partial \mathbf{A}_\phi}{\partial \phi} \right] \mathbf{a}_z \quad (7.1.7)$$

Então teremos:

$$\mathbf{H}_r = -\frac{1}{\mu} \frac{\partial \mathbf{A}_\phi}{\partial z} \quad (7.1.8)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_r = & \hat{\mathbf{i}} z \frac{\left((r^2 + r_1^2 + z^2) \text{EllipticE} \left[-\frac{4 r r_1}{r^2 - 2 r r_1 + r_1^2 + z^2} \right] \right)}{2\pi r \sqrt{(r^2 - 2 r r_1 + r_1^2 + z^2)} (r^2 + 2 r r_1 + r_1^2 + z^2)} \\ & - \hat{\mathbf{i}} z \frac{\left((r^2 + r_1^2 + z^2) \text{EllipticK} \left[-\frac{4 r r_1}{r^2 - 2 r r_1 + r_1^2 + z^2} \right] \right)}{2\pi r \sqrt{(r^2 - 2 r r_1 + r_1^2 + z^2)} (r^2 + 2 r r_1 + r_1^2 + z^2)} \end{aligned} \quad (7.1.9)$$

$$\mathbf{H}_z = \hat{\mathbf{i}} \frac{\left(-(r^2 - r_1^2 + z^2) \text{EllipticE} \left[-\frac{4 r r_1}{r^2 - 2 r r_1 + r_1^2 + z^2} \right] \right)}{2\pi \sqrt{(r^2 - 2 r r_1 + r_1^2 + z^2)} (r^2 + 2 r r_1 + r_1^2 + z^2)} + \hat{\mathbf{i}} \frac{\left((r^2 + 2 r r_1 + r_1^2 + z^2) \text{EllipticK} \left[-\frac{4 r r_1}{r^2 - 2 r r_1 + r_1^2 + z^2} \right] \right)}{2\pi \sqrt{(r^2 - 2 r r_1 + r_1^2 + z^2)} (r^2 + 2 r r_1 + r_1^2 + z^2)} \quad (7.1.10)$$

O campo magnético (\mathbf{H}) é um vetor, e para somar as suas componentes devemos estar no mesmo referencial, logo no desenvolvimento deste estudo foi necessário montar matrizes que tinham a função de mudar os eixos coordenados dos campos magnéticos na hora de aplicar as condições de contorno.

As linhas do tubo de força do vetor indução magnética são percursos fechados, sem ponto inicial ou final, todo o fluxo magnético que entra na superfície fechada deve deixar a superfície, portanto, os campos \mathbf{B} não possuem fontes ou sorvedouros, o que expresso conforme abaixo:

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (7.1.11)$$

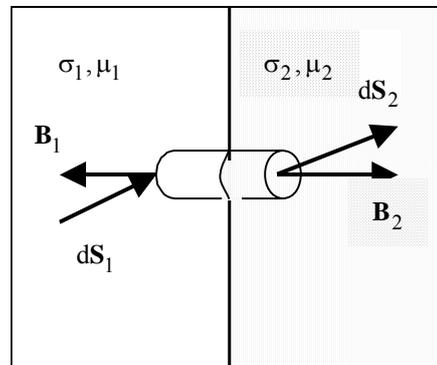


figura 7.1.12 – condições de fronteira entre dois materiais

A figura 7.1.12, referências [8] e [32], mostra a fronteira entre dois materiais, com permeabilidade μ_1 e μ_2 , onde consideramos o sistema “2” como representativo do núcleo e as condições básicas para o campo eletromagnético, conforme apresentado no capítulo 2.

As condições de contorno para componentes normais foram determinadas permitindo que a superfície de contorno passe por uma pequena superfície, onde a

divergência de \mathbf{B} é nula, ou seja, a componente normal de \mathbf{B} é contínua através da interface.

$$\mathbf{B}_{n_1} = \mathbf{B}_{n_2} \quad (7.1.13)$$

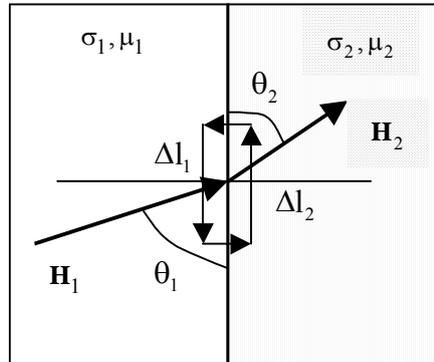


figura 7.1.14 – condições de fronteira de dois materiais

A figura 7.1.14 mostra a fronteira entre dois materiais, com permeabilidades μ_1 e μ_2 , e condutividade σ_1 e σ_2 onde consideramos o sistema “2” como representativo do núcleo.

Considerando que o campo magnético está relacionado com a corrente total da forma abaixo,

$$\text{rot } \underline{\mathbf{H}} = \underline{\mathbf{J}} + \frac{\partial \underline{\mathbf{D}}}{\partial t} \quad (7.1.15)$$

Admitiu-se que o vetor densidade de corrente elétrica varia muito lentamente e que a permeabilidade e a permissividade no lado do núcleo são elevadas, de forma que a componente tangencial \mathbf{H}_{t1} na interface deve ser pequena.

$$\mathbf{H}_{t1} = \mathbf{H}_{t2} = \text{muito pequenos} \quad (7.1.16)$$

Logo, dentro de uma aceitável margem de erro podemos considerar praticamente nula esta componente, de forma a facilitar o processo de cálculo e redução do número de equações necessárias para solução do sistema que relaciona os campos magnéticos com as correntes circulantes nas espiras na região de interesse.

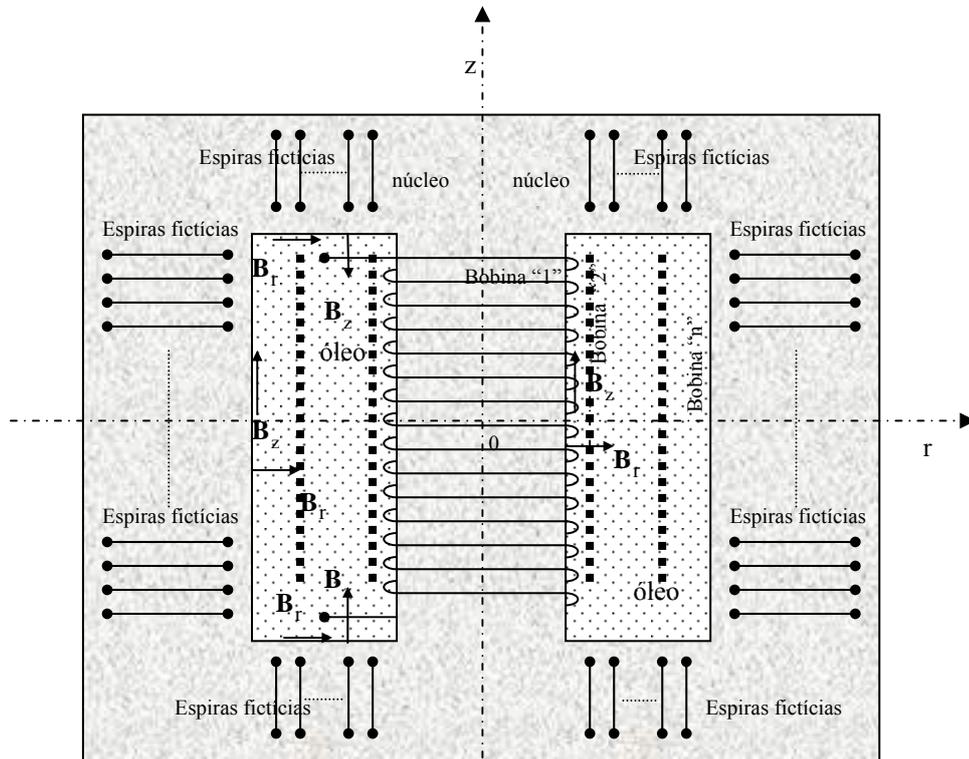


figura 7.1.17

Tomando por base a figura 7.1.17, representativa de um corte simplificado do transformador modelado para representação em alta frequência, onde se apresentam os enrolamentos principais e os enrolamentos com espiras fictícias. A finalidade dos enrolamentos das espiras fictícias é contribuir para a representação do núcleo através das condições de contorno na interface entre o material isolante na janela do transformador e o núcleo.

Considerando o sistema de coordenadas cilíndricas vamos analisar o comportamento do vetor campo magnético \mathbf{H} em algumas regiões onde aplicamos as condições de contorno. Nos pontos em análise supomos as seguintes variáveis envolvidas:

(r, φ, z) = sistema de coordenadas cilíndricas.

z -interface-superior é a diferença das coordenadas no eixo “ z ” entre a interface superior e a referência $z = 0$.

z -interface-inferior é a diferença das coordenadas no eixo “ z ” entre a interface inferior e a referência $z = 0$.

r-interface-interna é a diferença das coordenadas no eixo “r” entre a interface interna e a referência $r = 0$.

r-interface-externa é a diferença das coordenadas no eixo “r” entre a interface externa e a referência $r = 0$.

Considerando as premissas temos as seguintes condições de contorno:

$$\mathbf{H}_r \nabla_{z = z\text{-interface-superior}} = 0.$$

$$\mathbf{H}_r \nabla_{z = z\text{-interface-inferior}} = 0.$$

$$\mathbf{H}_z \nabla_{r = r\text{-interface-interna}} = 0.$$

$$\mathbf{H}_z \nabla_{r = r\text{-interface-externa}} = 0.$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{H}_a \\ \vdots \\ \mathbf{H}_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_{a1} & \cdots & k_{an} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{m1} & \cdots & k_{mn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_n \end{pmatrix} \quad (7.1.18)$$

onde:

\mathbf{H}_a = campo magnético resultante em um ponto na interface identificado como ponto “a”.

k_{a1} , é a relação entre a componente do campo magnético e a corrente da espira “1”, no ponto “a” da interface.

k_{an} , é a relação entre a componente do campo magnético e a corrente da espira “n”, no ponto “a” da interface.

k_{m1} , é a relação entre a componente do campo magnético e a corrente da espira “1”, no ponto “m” da interface.

k_{mn} , é a relação entre a componente do campo magnético e a corrente da espira “n”, no ponto “m” da interface.

Deve-se ter cuidado no uso das expressões acima, porque o campo magnético (\mathbf{H}) é um vetor e para somar as suas componentes devemos estar no mesmo referencial, logo no desenvolvimento deste estudo foi necessário montar matrizes que tinham a função de mudar os eixos coordenados dos campos magnéticos na hora de somar as componentes do campo.

A matriz 7.1.18 pode ser apresentada de outra forma, ou seja, separando o efeito das espiras fictícias nas interfaces,

$$\begin{pmatrix} \mathbf{H}_a \\ \vdots \\ \mathbf{H}_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_{a1} & \cdots & k_{ax} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{m1} & \cdots & k_{mx} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k_{ay} & \cdots & k_{an} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{my} & \cdots & k_{mn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_y \\ \vdots \\ I_n \end{pmatrix} \quad (7.1.19)$$

onde:

\mathbf{H}_a = campo magnético resultante em um ponto na interface identificado como ponto “a”.

k_{ax} , é a relação entre a componente do campo magnético e a corrente da espira fictícia “x”, no ponto “a” da interface.

k_{ay} , é a relação entre a componente do campo magnético e a corrente da espira fictícia “y”, no ponto “a” da interface.

k_{mx} , é a relação entre a componente do campo magnético e a corrente da espira fictícia “x”, no ponto “m” da interface.

k_{my} , é a relação entre a componente do campo magnético e a corrente da espira “y”, no ponto “m” da interface.

Após a determinação dos elementos da matriz 7.1.19, foi feita a simplificação em que se considerou desprezável a variação no valor da corrente em um determinado conjunto de espiras.

Consideremos, por exemplo, que a corrente nas espiras seja representada por um único valor, adotando-se a média entre os valores das correntes nas espiras de um determinado conjunto de espiras.

Por exemplo,

$$I_{1,2} = (I_1 + I_2) / 2 \quad (7.1.20)$$

onde, $I_{1,2}$, é o valor médio das correntes que passam nas espiras 1 e 2, denominado conjunto de espiras.

Então, os coeficientes da matriz dos campos magnéticos relativos a esse conjunto de espiras onde a corrente tem o mesmo valor (médio) calculado em um determinado ponto podem ser somados. Considerando, \mathbf{K}_{A1} , como o valor do coeficiente resultante da soma dos coeficientes de um mesmo conjunto de espiras.

Então,

$$\mathbf{K}_{A1} = (k_{a1} + k_{a2}) \quad (7.1.21)$$

Para uma melhor compreensão do estudo em causa representa-se a seguir o exemplo do caso real do estudo, de forma que possa esclarecer melhor as premissas adotadas.

Extraiu-se da matriz dos coeficientes do vetor campo magnético aplicado em determinados pontos, nesse exemplo, quatro pontos, cada ponto corresponde a uma linha da matriz e cada elemento das colunas e multiplicado pela respectiva corrente que origina a componente do vetor campo magnético, I_1, I_2, \dots, I_n , cujos valores são apresentados na matriz 7.1.22, conforme abaixo:

$$\begin{pmatrix} 5.60757 & 3.46033 & 1.8233 & 1.16613 \\ 3.46033 & 5.60757 & 3.46033 & 1.8233 \\ 1.8233 & 3.46033 & 5.60757 & 3.46033 \\ 1.16613 & 1.8233 & 3.46033 & 5.60757 \end{pmatrix} m^{-1} \quad (7.1.22)$$

Considere que agora que premissa adotada em 7.1.21, então o novo valor correspondente ao primeiro elemento da nova matriz será: $9.06789 m^{-1}$. Se a corrente tem o mesmo valor nas colunas 3 e 4 da matriz 7.1.22, então a matriz 7.1.23, será a resultante para essa condição,

$$\begin{pmatrix} 9.06789 & 2.98943 \\ 9.06789 & 5.28363 \\ 5.28363 & 9.06789 \\ 2.98943 & 9.06789 \end{pmatrix} m^{-1} \quad (7.1.23)$$

Segue abaixo a representação física do problema:

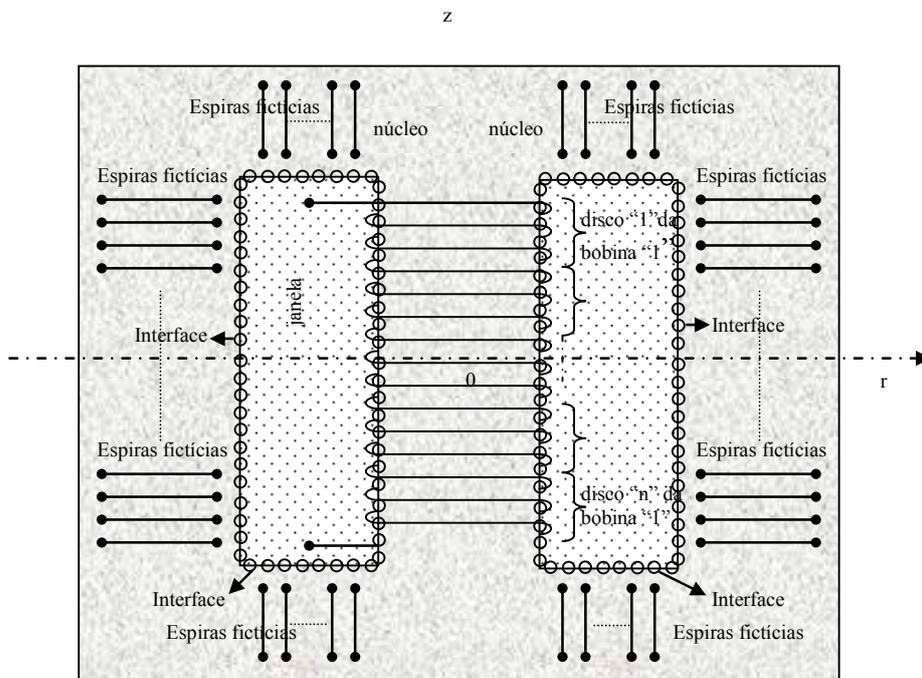


figura 7.1.24

Então o sistema de equação na forma matricial ficou representado da seguinte forma:

$$\begin{pmatrix} H_a \\ \vdots \\ H_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{A1} & \cdots & K_{AX} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{M1} & \cdots & K_{MX} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1^* \\ \vdots \\ I_X^* \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k_{ay} & \cdots & k_{an} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{my} & \cdots & k_{mn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_y \\ \vdots \\ I_n \end{pmatrix} \quad (7.1.25)$$

onde, I^* é o valor médio da corrente nas espiras 1 e 2, ou seja, I_{12} , calculado na representação do efeito do campo magnético no ponto “a” produzido por um conjunto de espiras.

Logo, os conjuntos de espiras carregam as informações de cada espira para solução geral do problema. Na verdade a solução do problema teve que ser abordar a representação de única espira, por exemplo, quando necessitamos equalizar a distribuição do fluxo na janela, então, aplicando as condições de contorno vem,

$$\begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{A1} & \cdots & K_{AX} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{M1} & \cdots & K_{MX} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1^* \\ \vdots \\ I_X^* \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k_{ay} & \cdots & k_{an} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{my} & \cdots & k_{mn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_y \\ \vdots \\ I_n \end{pmatrix} \quad (7.1.26)$$

separando em função das correntes nas espiras fictícias, vem,

$$\begin{pmatrix} k_{ay} & \cdots & k_{an} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{my} & \cdots & k_{mn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_y \\ \vdots \\ I_n \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} K_{A1} & \cdots & K_{AX} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{M1} & \cdots & K_{MX} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1^* \\ \vdots \\ I_X^* \end{pmatrix} \quad (7.1.27)$$

logo,

$$\begin{pmatrix} I_y \\ \vdots \\ I_n \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} k_{ay} & \cdots & k_{an} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{my} & \cdots & k_{mn} \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} K_{A1} & \cdots & K_{AX} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{M1} & \cdots & K_{MX} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1^* \\ \vdots \\ I_X^* \end{pmatrix} \quad (7.1.28)$$

Por outro lado, podemos considerar para um conjunto de espiras o seguinte sistema de equações:

$$\begin{pmatrix} U_a \\ \vdots \\ U_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{A1} & \cdots & Z_{AX} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{M1} & \cdots & Z_{MX} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1^* \\ \vdots \\ I_X^* \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} Z_{ay} & \cdots & Z_{an} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{my} & \cdots & Z_{mn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} k_{ay} & \cdots & k_{an} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{my} & \cdots & k_{mn} \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} K_{A1} & \cdots & K_{AX} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{M1} & \cdots & K_{MX} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1^* \\ \vdots \\ I_X^* \end{pmatrix} \quad (7.1.29)$$

onde,

U_m , é a diferença entre as tensões transversais, medidas entre os terminais da espira “m”, tendo um ponto muito afastado como referencial em cada tensão.

Z_{A1} , é o coeficiente de indução resultante da soma dos coeficientes que possuem o mesmo valor (médio) no primeiro conjunto de espiras.

I^* , é o valor médio da corrente no primeiro conjunto de espiras.

Z_{ay} , é o coeficiente de indução na primeira espira fictícia.

k_{ay} , é a relação entre a componente do campo magnético e a corrente da espira fictícia “y”, no ponto “a” da interface.

K_{A1} , é o valor do coeficiente resultante da soma dos coeficientes de um mesmo conjunto de espiras reais.

No sistema acima, matriz 7.1.29, os valores das tensões estão em função das correntes nas espiras reais.

As condições de contorno para o campo magnético que proporcionaram a representação do núcleo foram estabelecidas através das espiras fictícias, colocadas nas colunas de ferro (central, laterais superiores e laterais inferiores), e o efeito final encontra-se na matriz 7.1.29.

Admitiu-se que o erro cometido no cálculo do campo magnético total está no fato de que a resultante do campo magnético na parte externa da janela não apresentava uma magnitude similar ao interior da janela.

A contribuição das espiras (reais e fictícias) na resultante do campo magnético, em alguns casos é cancelada por simetria das componentes dos campos magnéticos.

CAPÍTULO 8

CONDIÇÕES DE CONTORNO PARA CAMPOS ELÉTRICOS NO INTERIOR DO TRANSFORMADOR, APLICADAS NA REGIÃO DA INTERFACE NÚCLEO-ÓLEO E REDUÇÃO DAS MATRIZES DO CAMPO ELÉTRICO.

Neste capítulo representam-se as condições de contorno para Campos Elétricos e as equações básicas para o cálculo dos coeficientes dos Campos Elétricos, conforme a referência [32].

8.1 – ESTUDOS DAS CONDIÇÕES DE CONTORNO POR MEIO DAS CARACTERÍSTICAS DOS CAMPOS ELETRICOS NO TRANSFORMADOR.

Nesta seção analisou-se por meio de equações a aplicação das condições de contorno para os campos elétricos no interior do Transformador.

Consideremos as premissas apresentadas no início dos capítulos 5, 6 e 7, e as equações básicas para o campo eletromagnético apresentadas no capítulo 2, então, podemos definir o vetor campo elétrico como:

$$\mathbf{E} = -\nabla V - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad (8.1.1)$$

Considere ainda o regime quase estacionário, cujas grandezas envolvidas variam lentamente com o tempo e que no meio isolante o valor do módulo do gradiente do potencial elétrico é muito elevado, se comparado com a parcela da derivada do potencial vetor em relação ao tempo, conforme verificado no apêndice 2, ou seja:

$$|-\nabla V| \gg \left| -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right| \quad (8.1.2)$$

então:

$$\mathbf{E} \cong -\nabla V \quad (8.1.3)$$

Logo, a intensidade de campo elétrico \mathbf{E} pode ser obtida, quando a função potencial V é conhecida simplesmente tomando o negativo do gradiente de V . O gradiente é um vetor normal às superfícies equipotenciais, e dirigido segundo uma variação positiva de V . O sinal negativo indica que o campo elétrico \mathbf{E} , acha-se orientado dos mais altos para os mais baixos potenciais de V .

Em coordenadas cilíndricas teremos:

$$-\nabla V = -\frac{\partial V}{\partial r} \mathbf{a}_r - \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \phi} \mathbf{a}_\phi - \frac{\partial V}{\partial z} \mathbf{a}_z \quad (8.1.4)$$

$$\begin{aligned} E_r = q & \frac{\left((r^2 - r_1^2 - z^2) \text{EllipticE} \left[-\frac{4 r r_1}{r^2 - 2 r r_1 + r_1^2 + z^2} \right] \right)}{4\pi^2 \epsilon r \sqrt{(r^2 - 2 r r_1 + r_1^2 + z^2)} (r^2 + 2 r r_1 + r_1^2 + z^2)} \\ & + q \frac{\left((r^2 + 2 r r_1 + r_1^2 + z^2) \text{EllipticK} \left[-\frac{4 r r_1}{r^2 - 2 r r_1 + r_1^2 + z^2} \right] \right)}{4\pi^2 \epsilon r \sqrt{(r^2 - 2 r r_1 + r_1^2 + z^2)} (r^2 + 2 r r_1 + r_1^2 + z^2)} \end{aligned} \quad (8.1.5)$$

Logo,

$$E_r = qz \frac{\left(\text{EllipticE} \left[-\frac{4 r r_1}{r^2 - 2 r r_1 + r_1^2 + z^2} \right] \right)}{2\pi^2 \epsilon \sqrt{(r^2 - 2 r r_1 + r_1^2 + z^2)} (r^2 + 2 r r_1 + r_1^2 + z^2)} \quad (8.1.6)$$

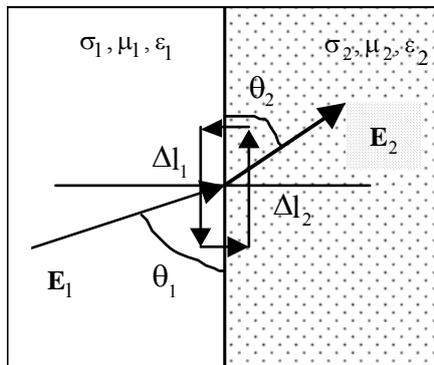


figura 8.1.7 – fronteira entre dois materiais

A figura 8.1.7 mostra a fronteira entre dois materiais, com permissividade ϵ_1 , ϵ_2 , e condutividade σ_1 e σ_2 onde consideramos o sistema “2” como representativo do núcleo. A variação de \mathbf{E} através da interface poderá ser obtida mediante a aplicação de um contorno retangular fechado e considerando as premissas acima descritas, temos:

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0 \rightarrow \mathbf{E}_{11} \cdot \Delta l_1 - \mathbf{E}_{12} \cdot \Delta l_2 \quad (8.1.8)$$

mas,

$$\text{rot}(\underline{E} - \underline{E}_a) = -\frac{\partial \underline{B}}{\partial t} \quad (8.1.9)$$

Portanto a componente tangencial de \underline{E} tem a mesma projeção ao longo dos dois lados do retângulo.

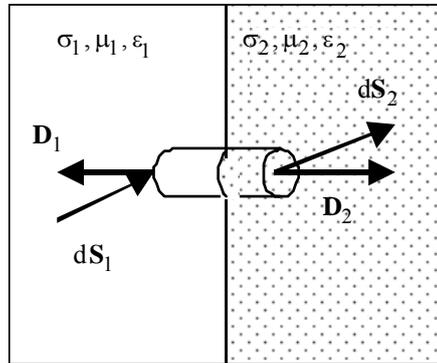


figura 8.1.10 – fronteira entre dois materiais

A figura 8.1.10 [4] mostra a fronteira entre dois materiais, com permissividade ϵ_1 , ϵ_2 , e condutividade σ_1 e σ_2 . As condições de contorno para componentes normais foram determinadas permitindo que a superfície de contorno passe por uma pequena superfície gaussiana cilíndrica.

Considerando as relações básicas aplicadas ao campo eletromagnético, estabelecidas nos capítulo 2, temos:

$$\text{div } \underline{D} = \rho \quad (8.1.11)$$

Pode-se concluir que a componente normal do campo elétrico através da interface para o dielétrico é:

$$\underline{E}_{nl} = \frac{\rho_s}{\epsilon} \quad (8.1.12)$$

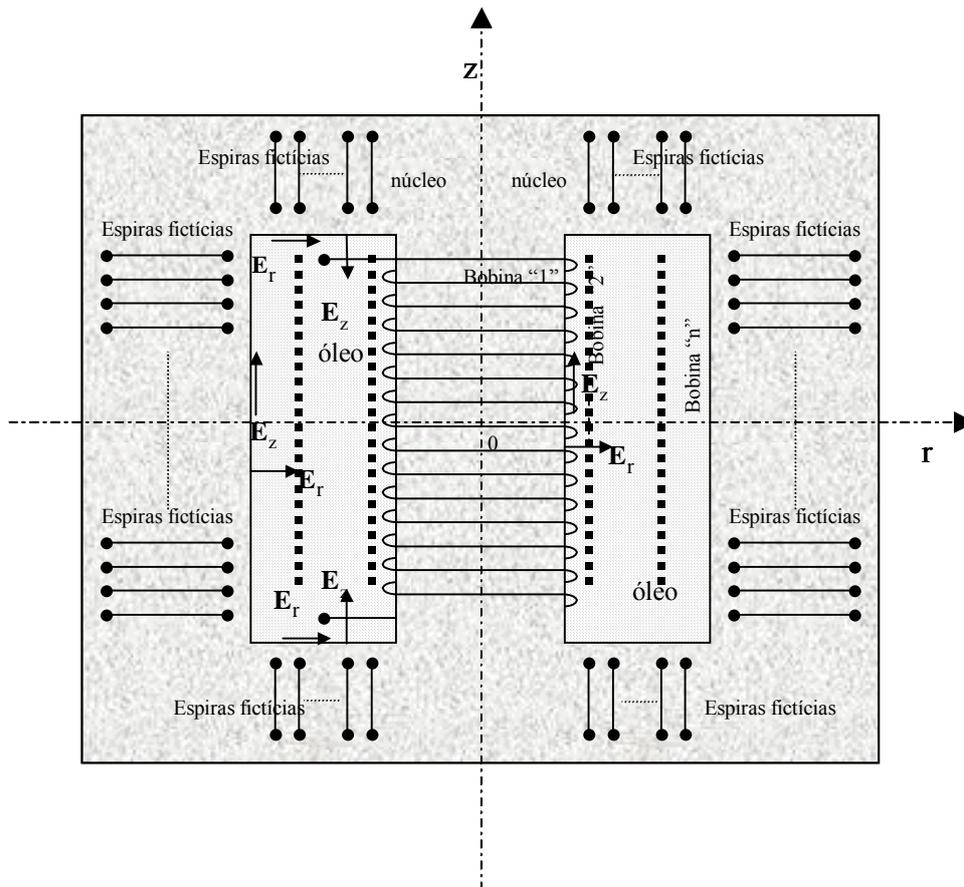


figura 8.1.13 – condições de contorno para o Campo Elétrico

Considere a figura 8.1.13, representativa de um corte simplificado do transformador modelado para representação em alta frequência, onde se apresentam os enrolamentos principais e os enrolamentos com espiras fictícias. A finalidade dos enrolamentos de espiras fictícias é de representar o núcleo através da condição de contorno na interface entre o material isolante na janela do transformador e o núcleo.

Tomando como base o sistema de coordenadas cilíndricas analisou-se o comportamento do vetor campo elétrico \mathbf{E} em algumas regiões onde aplicamos as condições de contorno. Nos pontos em análise supuseram-se as seguintes variáveis envolvidas:

(x, y, z) = sistema de coordenadas cartesianas.

(r, φ, z) = sistema com coordenadas cilíndricas.

z -interface-superior é a diferença das coordenadas no eixo “ z ” entre a interface superior e a referência $z = 0$.

z-interface-inferior é a diferença das coordenadas no eixo “z” entre a interface inferior e a referência $z = 0$.

r-interface-interna é a diferença das coordenadas no eixo “r” entre a interface interna e a referência $r = 0$.

r-interface-externa é a diferença das coordenadas no eixo “r” entre a interface externa e a referência $r = 0$.

Considerando as premissas adotadas, temos as seguintes condições de contorno:

$$\mathbf{E}_r \nabla_{z = z\text{-interface-superior}} = 0.$$

$$\mathbf{E}_r \nabla_{z = z\text{-interface-inferior}} = 0.$$

$$\mathbf{E}_z \nabla_{r = r\text{-interface-interna}} = 0.$$

$$\mathbf{E}_z \nabla_{r = r\text{-interface-externa}} = 0.$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E}_a \\ \vdots \\ \mathbf{E}_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_{a1} & \cdots & k_{an} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{m1} & \cdots & k_{mn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} Q_1 \\ \vdots \\ Q_n \end{pmatrix} \quad (8.1.14)$$

onde:

\mathbf{E}_a é o campo elétrico resultante em um ponto na interface identificado como ponto “a”.

k_{a1} é a relação entre a componente do campo elétrico e a carga na espira “1”, no ponto “a” da interface.

k_{an} , é a relação entre a componente do campo elétrico e a carga na espira “n”, no ponto “a” da interface.

k_{m1} , é a relação entre a componente do campo elétrico e a carga na espira “1”, no ponto “m” da interface.

k_{mn} , é a relação entre a componente do campo elétrico e a carga na espira “n”, no ponto “m” da interface.

A matriz 8.1.14 pode ser apresentada de outra forma, ou seja, separando o efeito das espiras fictícias nas interfaces,

$$\begin{pmatrix} E_a \\ \vdots \\ E_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{a1} & \cdots & K_{ax} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{m1} & \cdots & K_{mx} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} Q_1^* \\ \vdots \\ Q_X^* \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k_{ay} & \cdots & k_{an} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{my} & \cdots & k_{mn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} Q_y \\ \vdots \\ Q_n \end{pmatrix} \quad (8.1.15)$$

onde:

E_a = campo magnético resultante em um ponto na interface identificado como ponto “a”.

k_{ax} , é a relação entre a componente do campo magnético e a corrente da espira fictícia “x”, no ponto “a” da interface.

k_{ay} , é a relação entre a componente do campo magnético e a corrente da espira fictícia “y”, no ponto “a” da interface.

k_{mx} , é a relação entre a componente do campo magnético e a corrente da espira fictícia “x”, no ponto “m” da interface.

k_{my} , é a relação entre a componente do campo magnético e a corrente da espira “y”, no ponto “m” da interface.

Após a determinação dos elementos da matriz 8.1.15, foi feita a simplificação em que se considerou desprezável a variação no valor da carga em cada conjunto de espiras.

Consideremos, por exemplo, que a carga nas espiras seja representada por um único valor, adotando-se a média entre os valores das cargas nas espiras de um determinado conjunto de espiras.

Por exemplo,

$$Q_{1,2} = (Q_1 + Q_2) / 2 \quad (8.1.16)$$

onde, $Q_{1,2}$, é o valor médio das cargas nas espiras 1 e 2, denominado conjunto de espiras.

Então, os coeficientes da matriz dos campos elétricos relativos a esse conjunto de espiras onde a carga tem o mesmo valor (médio) calculado em um determinado ponto podem ser somados. Considerando, K_{A1} , como o valor do coeficiente resultante da soma dos coeficientes de um mesmo conjunto de espiras.

então,

$$K_{A1} = (k_{a1} + k_{a2}) \quad (8.1.17)$$

Para uma melhor compreensão do estudo em causa representa-se a seguir o exemplo do caso real do estudo, de forma que possa esclarecer melhor as premissas adotadas.

Extraiu-se da matriz dos coeficientes do vetor campo elétrico aplicado em determinados pontos, nesse exemplo, quatro pontos, cada ponto corresponde a uma linha da matriz e cada elemento das colunas é multiplicado pela respectiva carga que origina a componente do vetor campo elétrico, Q_1, Q_2, \dots, Q_n , cujos valores são apresentados na matriz 8.1.18, conforme abaixo:

$$\begin{pmatrix} 5.60757 & 3.46033 & 1.8233 & 1.16613 \\ 3.46033 & 5.60757 & 3.46033 & 1.8233 \\ 1.8233 & 3.46033 & 5.60757 & 3.46033 \\ 1.16613 & 1.8233 & 3.46033 & 5.60757 \end{pmatrix} \text{ V C}^{-1}\text{m}^{-1} \quad (8.1.18)$$

Considere agora a premissa adotada em 8.1.11, então o novo valor correspondente ao primeiro elemento da nova matriz será: $9.06789 \text{ V C}^{-1}\text{m}^{-1}$. Se a carga tem o mesmo valor nas colunas 3 e 4 da matriz 8.1.18, então a matriz 8.1.19, será a resultante para essa condição,

$$\begin{pmatrix} 9.06789 & 2.98943 \\ 9.06789 & 5.28363 \\ 5.28363 & 9.06789 \\ 2.98943 & 9.06789 \end{pmatrix} \text{ V C}^{-1}\text{m}^{-1} \quad (8.1.19)$$

Segue abaixo a representação física do problema:

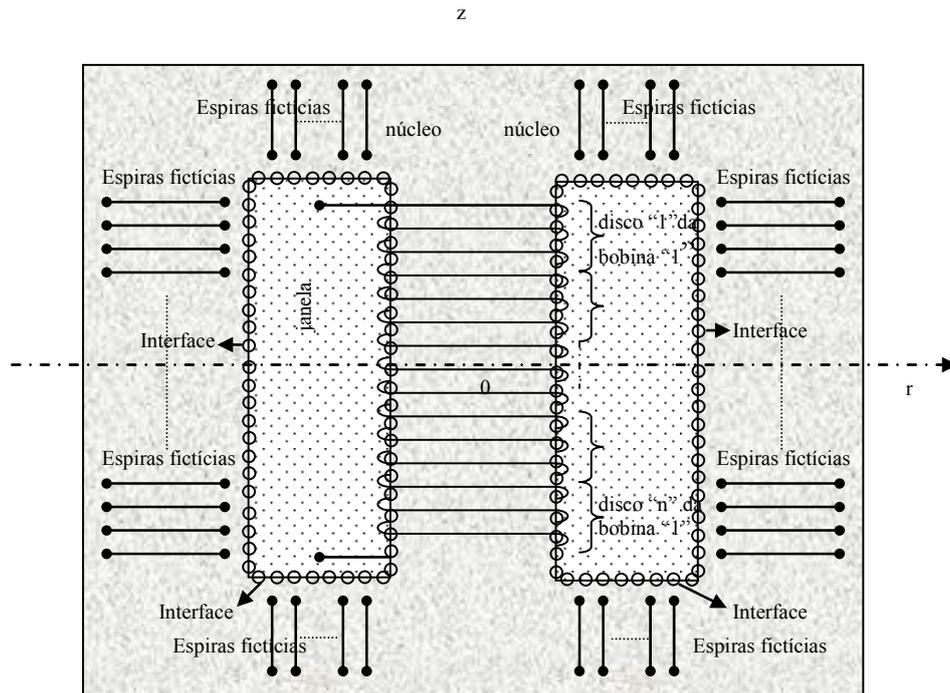


figura 8.1.14 – condições de contorno para o Campo Elétrico

Então o sistema de equação matricial ficou reduzido da seguinte forma:

$$\begin{pmatrix} E_a \\ \vdots \\ E_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{A1} & \cdots & K_{AX} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{M1} & \cdots & K_{MX} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} Q_1^* \\ \vdots \\ Q_X^* \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k_{ay} & \cdots & k_{an} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{my} & \cdots & k_{mn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} Q_y \\ \vdots \\ Q_n \end{pmatrix} \quad (8.1.15)$$

onde, Q^* é o valor médio da carga nas espiras 1 e 2, ou seja, Q_{12} , calculado na representação do efeito do campo elétrico no ponto “a” produzido por um conjunto de espiras.

Logo, os conjuntos de espiras carregam as informações de cada espira para solução geral do problema. Na verdade a solução do problema teve que ser mais genérica abordando os casos de se representar também uma única espira, como no caso em que necessitamos equalizar a distribuição do fluxo na janela.

Então aplicando as condições de contorno vem,

$$\begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{A1} & \cdots & K_{AX} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{M1} & \cdots & K_{MX} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} Q_1^* \\ \vdots \\ Q_X^* \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k_{ay} & \cdots & k_{an} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{my} & \cdots & k_{mn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} Q_y \\ \vdots \\ Q_n \end{pmatrix} \quad (8.1.16)$$

separando em função das correntes nas espiras fictícias,

$$\begin{pmatrix} k_{ay} & \cdots & k_{an} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{my} & \cdots & k_{mn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} Q_y \\ \vdots \\ Q_n \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} K_{A1} & \cdots & K_{AX} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{M1} & \cdots & K_{MX} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} Q_1^* \\ \vdots \\ Q_X^* \end{pmatrix} \quad (8.1.17)$$

logo,

$$\begin{pmatrix} Q_y \\ \vdots \\ Q_n \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} k_{ay} & \cdots & k_{an} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{my} & \cdots & k_{mn} \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} K_{A1} & \cdots & K_{AX} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{M1} & \cdots & K_{MX} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} Q_1^* \\ \vdots \\ Q_X^* \end{pmatrix} \quad (8.1.18)$$

Por outro lado, podemos considerar o seguinte sistema de equações do conjunto de espiras,

$$\begin{pmatrix} V_a \\ \vdots \\ V_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{PA1} & \cdots & Z_{PAX} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{PM1} & \cdots & Z_{PMX} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} Q_1^* \\ \vdots \\ Q_X^* \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} Z_{Pay} & \cdots & Z_{Pan} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{Pmy} & \cdots & Z_{Pmn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} Q_y \\ \vdots \\ Q_n \end{pmatrix} \\ \cdot \begin{pmatrix} k_{ay} & \cdots & k_{an} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{my} & \cdots & k_{mn} \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} K_{A1} & \cdots & K_{AX} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{M1} & \cdots & K_{MX} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} Q_1^* \\ \vdots \\ Q_X^* \end{pmatrix} \quad (8.1.19)$$

V_m , é o potencial medido no terminal da espira “m”, tendo um ponto muito afastado como referencial.

No sistema acima, matriz 8.1.19, os valores das tensões estão em função das correntes nas espiras reais.

CAPÍTULO 9

CARACTERÍSTICAS DO TRANSFORMADOR ESCOLHIDO.

Neste capítulo mostram-se as informações fornecidas pelo fabricante através das características físicas e elétricas do Transformador. Nessa fase alguns parâmetros foram modificados de maneira que o Transformador apresentasse menos perdas e se adaptasse as condições necessárias para o estudo.

9.1 – INFORMAÇÕES DADAS PELO FABRICANTE DO TRANSFORMADOR

Nesta seção apresentam-se as características físicas e elétricas fornecidas pelo fabricante do Transformador. A obtenção das informações dos parâmetros construtivos para simulação de um caso real, foi difícil, mas uma empresa fabricante de transformadores prontificou-se em fornecer informações resumidas que muito contribuíram na elaboração deste estudo. O nome do fabricante não foi mencionado para que se pudesse analisar e propor modificações visando à melhoria do projeto.

O Transformador escolhido apresentou as características conforme abaixo:

1. Tipo de transformador: monofásico uma (01) coluna.
2. Potência: 100 MVA.
3. Tensão no lado de Alta Tensão (A.T.): $23000\text{ V}/\sqrt{3}$.
4. Tensão no lado de Baixa Tensão (B.T.): 13800V.
5. Tipo de chapa do núcleo (Preferência para grão orientado e que trabalhe no cotovelo da curva de saturação): M4-ACESITA.
6. Tipo de isolamento entre enrolamentos: óleo + papelão (ver as figuras 9.1.1, 9.1.2, 9.1.3 e 9.1.4).

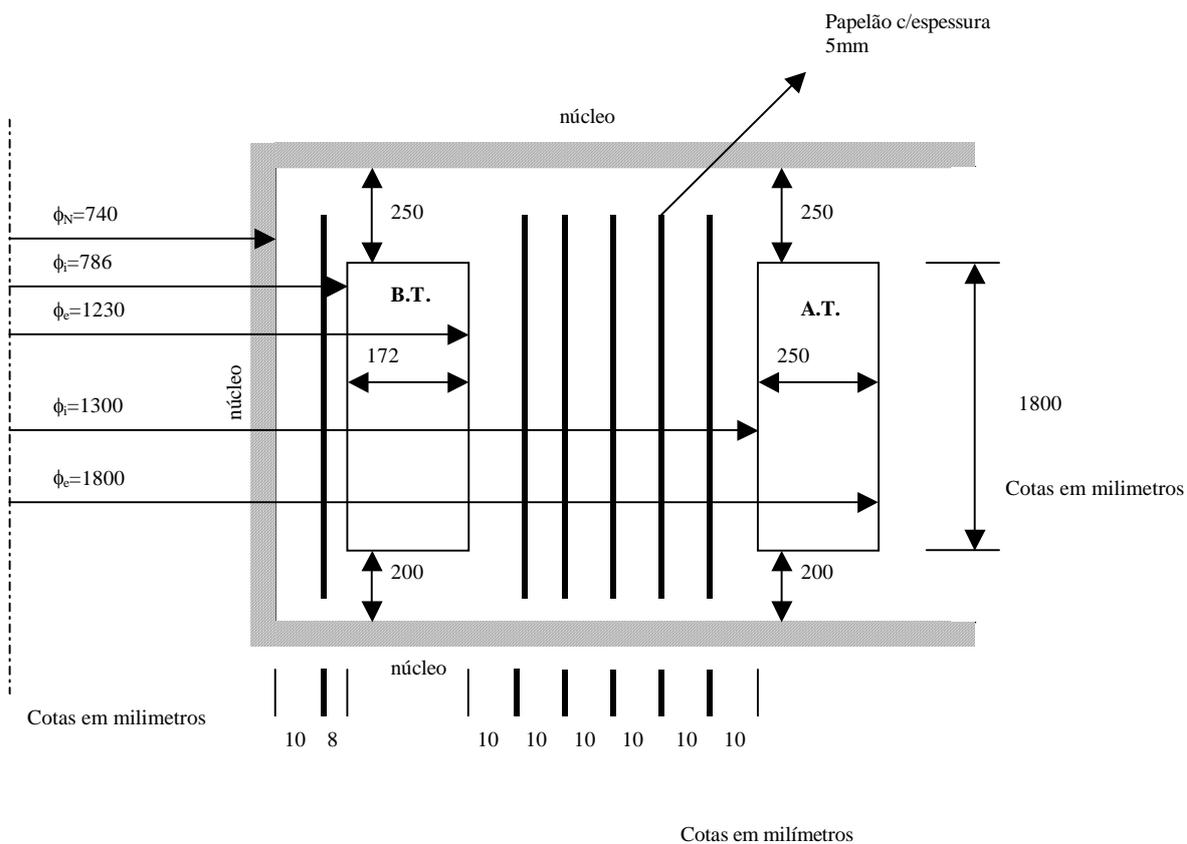


figura 9.1.1 – cotas da disposição física dos enrolamentos

7. Tipo de isolamento entre bobinas: óleo + papel (ver as figuras 9.1.1 e 9.1.4).
8. Número de espiras do enrolamento B.T.: 88.
9. Tipo do enrolamento B.T.: hélice.

detalhes construtivos do enrolamento B.T.

enrolamento com 88 espiras

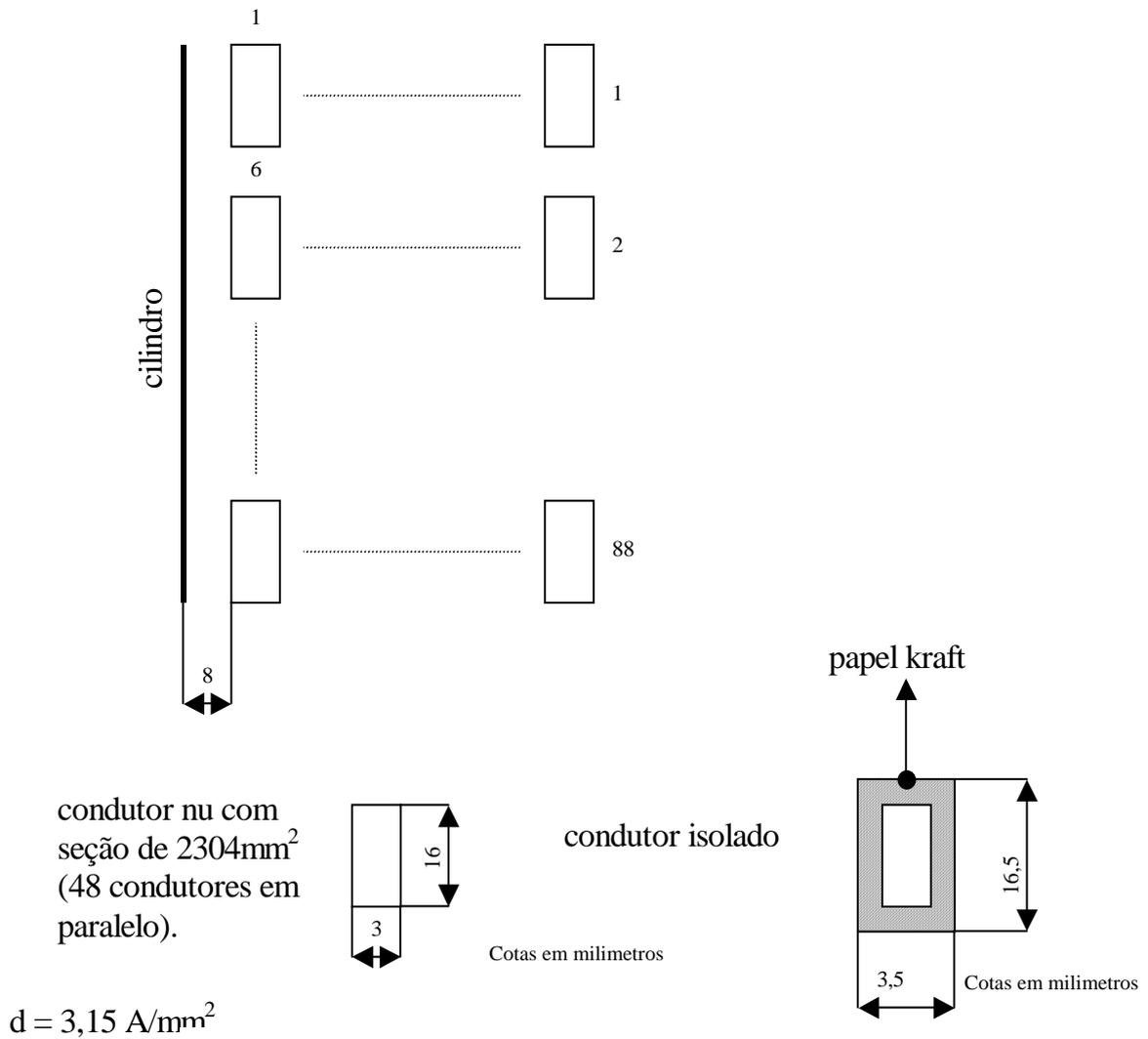
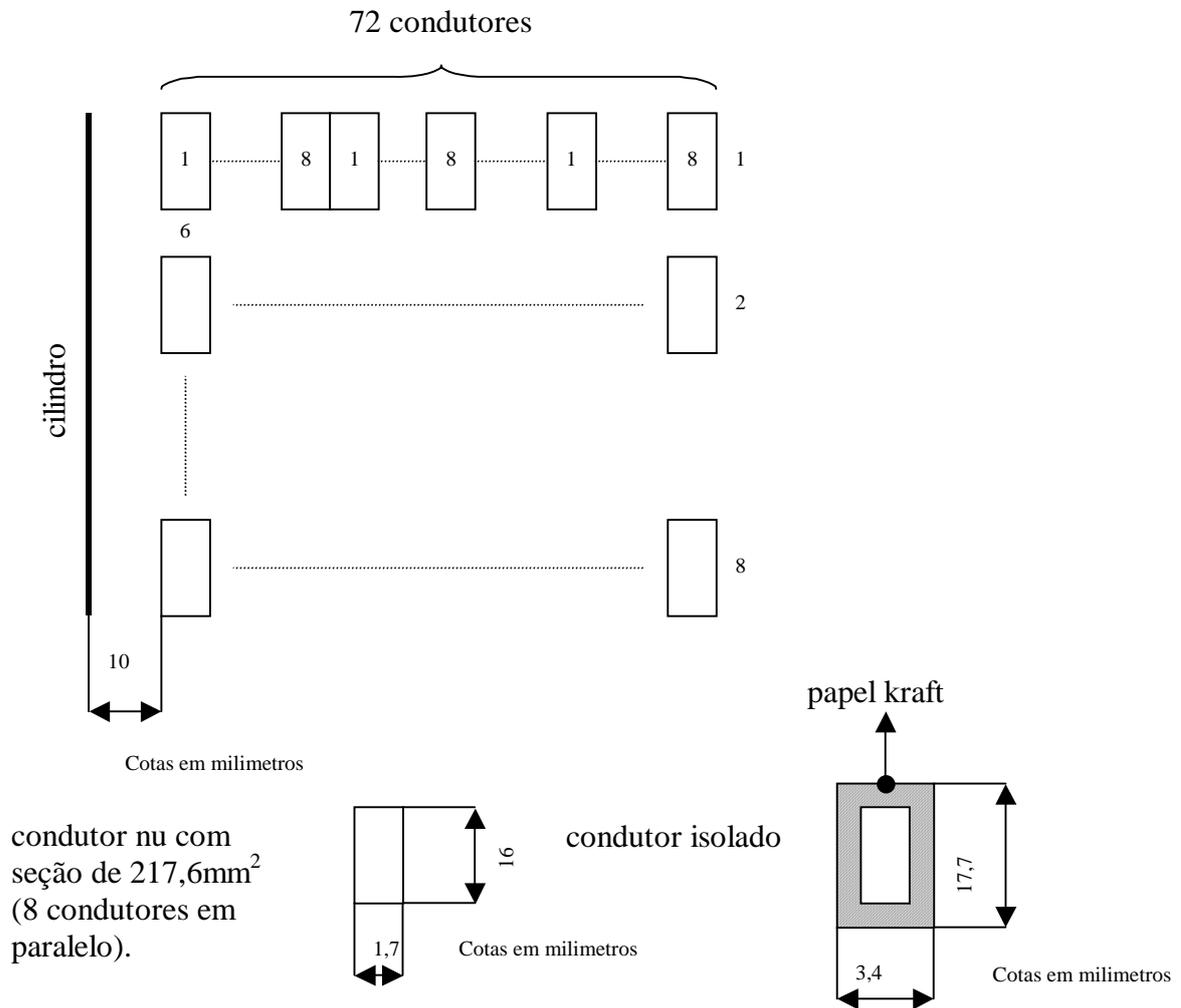


figura: 9.1.2 – cotas dos isolamentos dos condutores elétricos – BT.

10. Número de espiras do enrolamento A.T.: 792.

11. Tipo de enrolamento A.T.: disco com 9 espiras, no total de 88 discos.

detalhes construtivos do enrolamento de A.T.



$$d = 3,46 \text{ A/mm}^2$$

figura 9.1.3 - cotas dos isolamentos dos condutores elétricos – AT.

12. Altura da janela do núcleo: ver as figuras 9.1.4 e 9.1.5.
13. Largura da janela do núcleo: ver as figuras 9.1.4 e 9.1.5.
14. Dimensões das seções do núcleo: ver as figuras 9.1.4 e 9.1.5.
15. Distância entre o núcleo e a bobina, axial e longitudinal: ver as figuras 9.1.4 e 9.1.5.
16. Distância entre as seções do núcleo e o tanque: ver as figuras 9.1.4 e 9.1.5.

17. Tipo de óleo refrigerante: mineral nafitênico AV-58 Petrobrás.
18. Tipo, densidade e secção dos fios dos enrolamentos: ver as figuras 9.1.2 e 5.0.3.
19. Dimensões do tanque: ver as figuras 9.1.4 e 9.1.5.

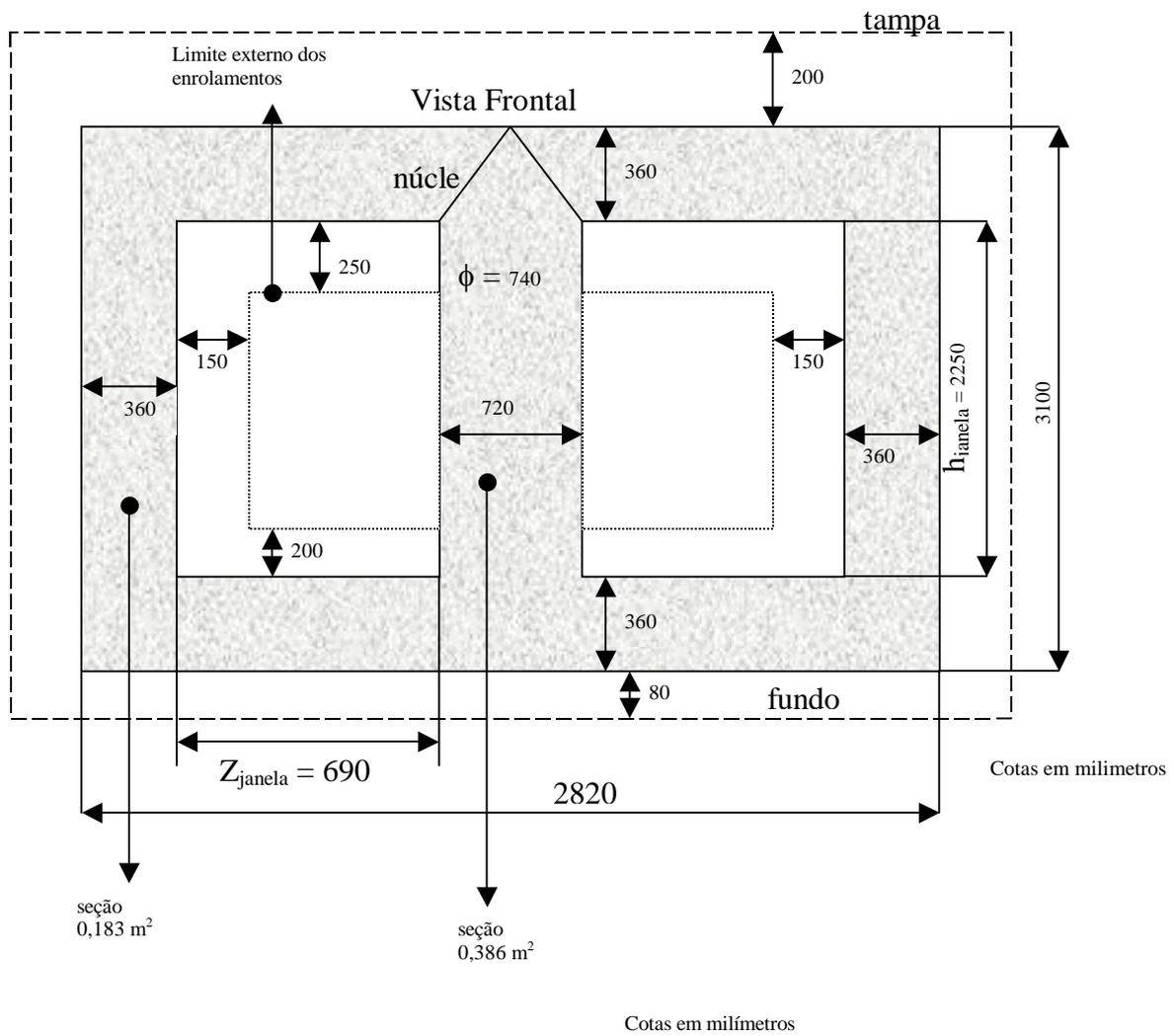
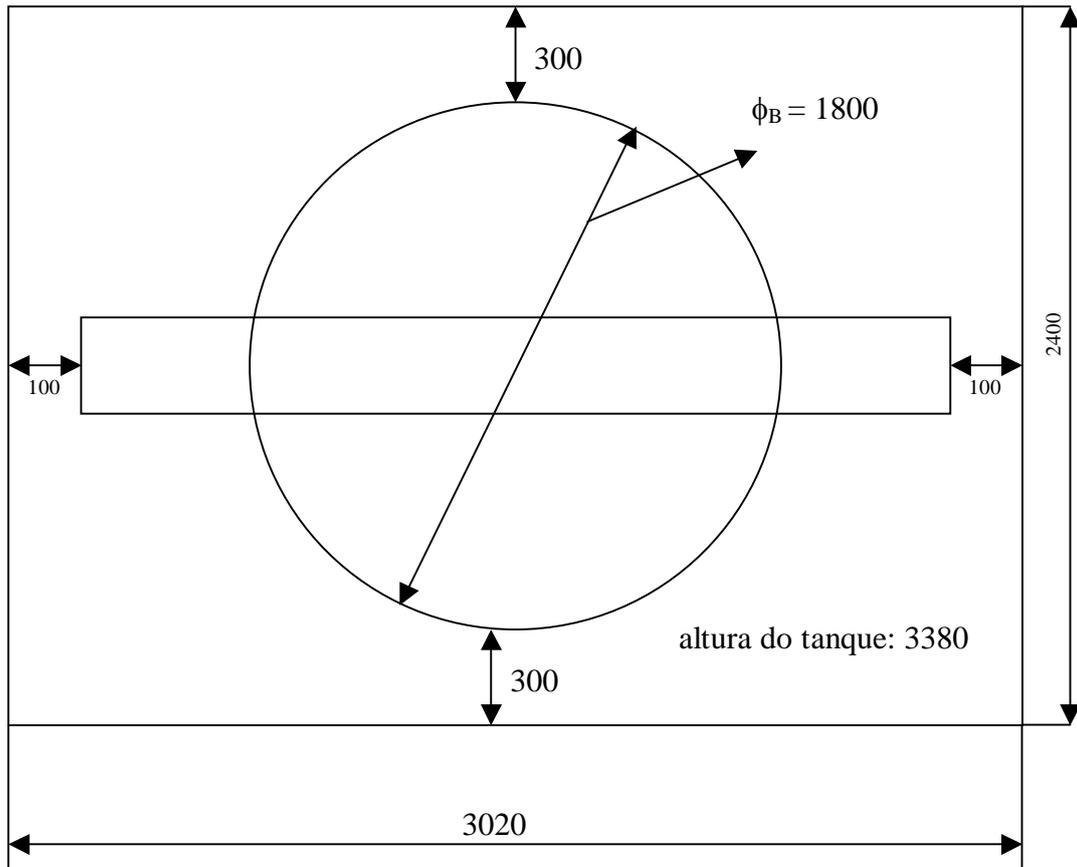


figura 9.1.4 – cotas o circuito magnético.

Dimensões do núcleo com enchimento: ver as figuras 9.1.1, 9.1.4 e 9.1.5.

VISTA SUPERIOR



Cotas em milímetros

figura 9.1.5 – cotas do tanque.

9.2 - O NOVO MODELO DO TRANSFORMADOR.

Nesta seção apresentam-se as características físicas e elétricas modificadas para redução das perdas e adaptação ao estudo. Apesar do modelo acima apresentado ter sido fornecido por uma conceituada empresa fabricante de transformadores, alguns parâmetros construtivos não estavam ajustados para uma representação benefício/custo maximizada, por exemplo, o tipo de chapa de aço silício especificado apresentava elevadas perdas no ferro. Além disso, para efeito da modelagem quando o número de espiras reais é elevado surgem limitações de memória e cálculo, e também representa um aumento no tempo de processamento digital para o cálculo das componentes dos campos eletromagnéticos e dos coeficientes de indução e potencial.

Logo, vamos sugerir um modelo que permita um melhor ajuste desses parâmetros e apresente um menor tempo de processamento digital no cálculo das componentes dos campos eletromagnéticos e dos coeficientes de indução e potencial.

O novo Transformador escolhido apresentou as características conforme abaixo:

01. Tipo de transformador: monofásico uma (01) coluna.
02. Potência: 21 MVA.
03. Tensão no lado de Alta Tensão (A.T.): 25000 V.
04. Tensão no lado de Baixa Tensão (B.T.): 13800 V.
05. Tipo de chapa do núcleo (Preferência para grão orientado e que trabalhe no cotovelo da curva de saturação): M4-ACESITA.
06. Tipo de isolamento entre enrolamentos: óleo + papelão (ver as figuras 9.2.0, 9.2.1, 9.2.2 e 9.2.3).
07. Tipo de isolamento entre bobinas: óleo + papel (ver as figuras 9.2.2 e 9.2.3).
08. Número de espiras do enrolamento B.T.: 18.
09. Tipo do enrolamento B.T.: hélice.

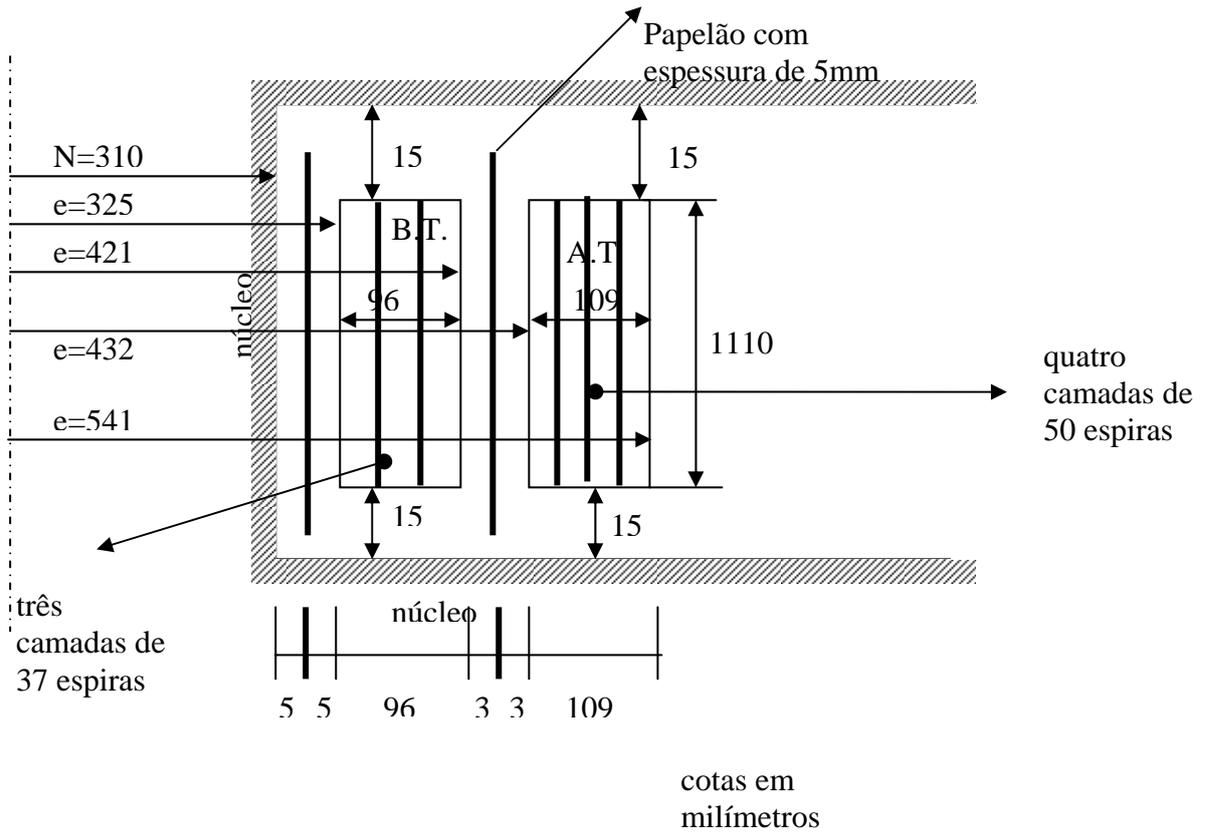
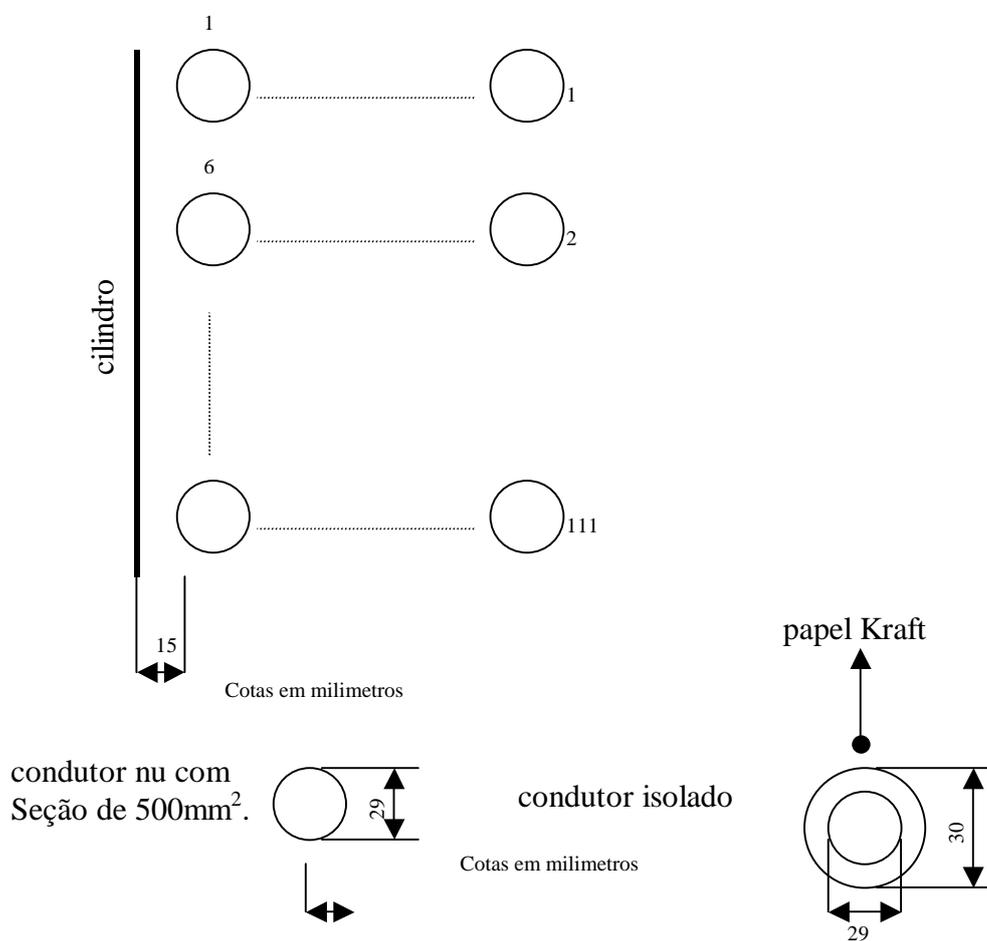


figura 9.2.1 - cotas dos enrolamentos – BT.

detalhes construtivos do enrolamento B.T.

enrolamento com 111 espiras



$$d = 3,00 \text{ A/mm}^2$$

figura 9.2.2 - cotas dos isolamentos dos condutores elétricos – BT.

10. Número de espiras do enrolamento A.T.: 200.

11. Tipo de enrolamento A.T.: Tipo hélice com 4 camadas de 50 espiras.

detalhes construtivos do enrolamento A.T.

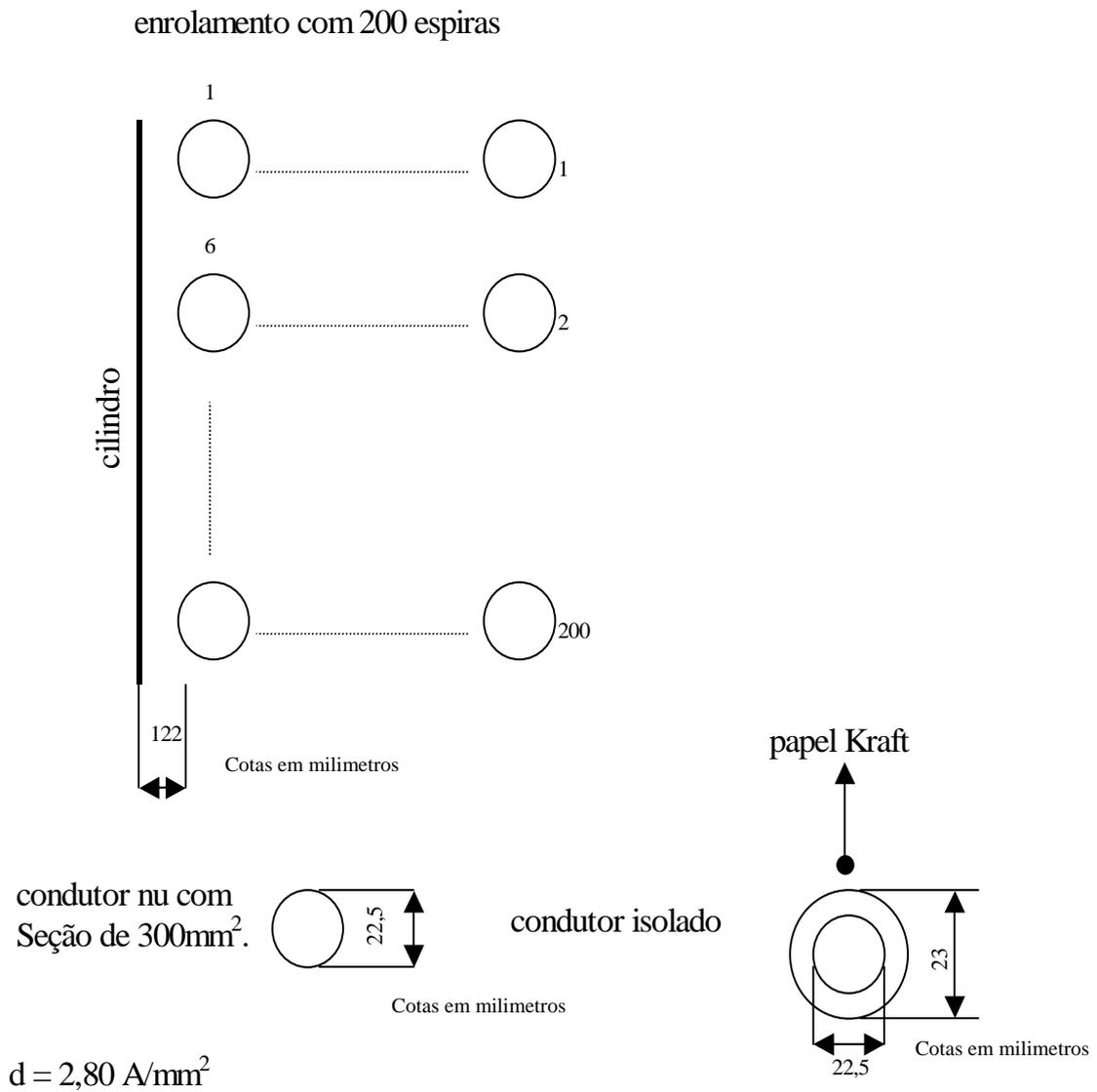


figura 9.2.3 - cotas dos isolamentos dos condutores elétricos – A.T.

12. Altura da janela do núcleo (ver as figuras 9.2.3 e 9.2.4).
13. Largura da janela do núcleo (ver as figuras 9.2.3 e 9.2.4).
14. Dimensões das seções do núcleo (ver as figuras 9.2.3 e 9.2.4).

15. Distância entre o núcleo e a bobina, axial e longitudinal (ver a figura 9.2.0).
16. Distância entre as seções do núcleo e o tanque (ver as figuras 9.2.0 e 9.2.4).
17. Tipo de óleo refrigerante: mineral náfítico AV-58 Petrobrás.
18. Tipo, densidade e secção dos fios dos enrolamentos (ver as figuras 9.2.1 e 9.2.2);
19. Dimensões do tanque (ver a figura 9.2.4).
20. Informações Gerais:

a) Para o lado de 25000V.

- Impedância Base é 29,57 ohms;
- Corrente base é 840 A;
- Densidade de corrente é 2,8 A/mm²;
- Seção do fio é 300 mm²;
- Diâmetro do fio nu é 22,5 mm;
- Diâmetro do fio isolado é 23 mm;
- Peso do fio de cobre é 6597 kg;
- Altura da Janela do fio de cobre é 1110 mm;
- Resistência elétrica do enrolamento é 0,028 ohm;
- Perda no enrolamento de cobre é 19,7 kW;
- Distância do cento do núcleo ao primeiro enrolamento é 444,5 mm;
- Distância do cento do núcleo ao segundo enrolamento é 472,0 mm;
- Distância do cento do núcleo ao terceiro enrolamento é 500,0 mm;
- Distância do cento do núcleo ao quarto enrolamento é 528,0 mm;
- Distância média do cento do núcleo aos enrolamentos é 468,12 mm.

b) Para o lado de 13800V.

- Impedância Base é 9,1 ohms;
- Corrente base é 1522 A;
- Densidade de corrente é 3,0 A/mm²;
- Seção do fio é 500 mm²;
- Diâmetro do fio nu é 28,84 mm;
- Diâmetro do fio isolado é 30 mm;

- Peso do fio de cobre é 3530 kg;
- Altura da Janela do fio de cobre é 1110 mm;
- Resistência elétrica do enrolamento é 0,00539 ohm;
- Perda no enrolamento de cobre é 12,14 kW;
- Distância do cento do núcleo ao primeiro enrolamento é 340,0 mm;
- Distância do cento do núcleo ao segundo enrolamento é 375,0 mm;
- Distância do cento do núcleo ao terceiro enrolamento é 410,0 mm;
- Distância média do cento do núcleo aos enrolamentos é 375,0 mm.

c) Outras Características

- Área da perna central do núcleo é 260000mm²;
- Comprimento do núcleo é 510 mm;
- Largura do núcleo é 620 mm;
- Peso do ferro é 8177 kg;
- Peso do cobre é 10127 kg;
- Perda total no cobre é 32 kW;
- Perda no ferro é 13,74 kW;
- Perda total é 46,06 kW;

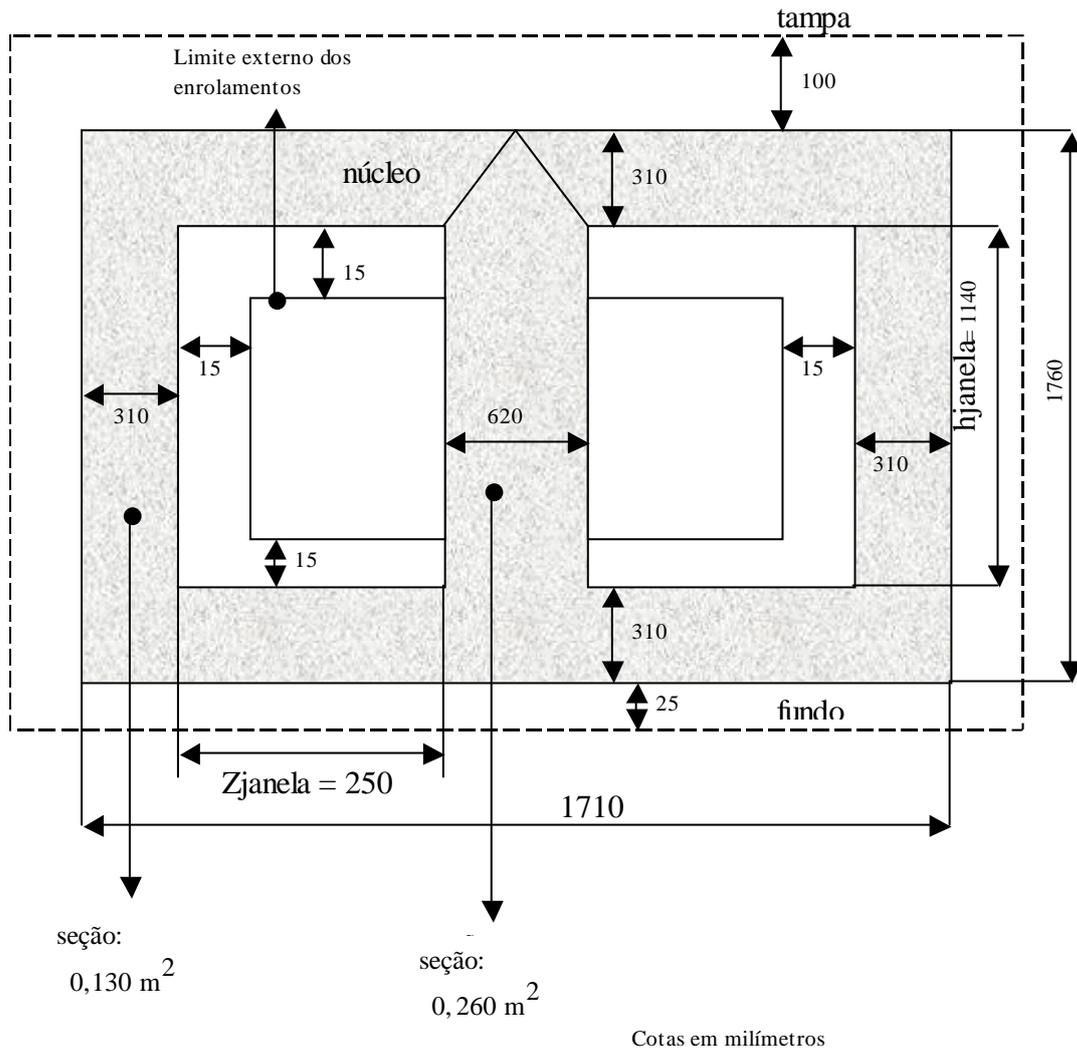
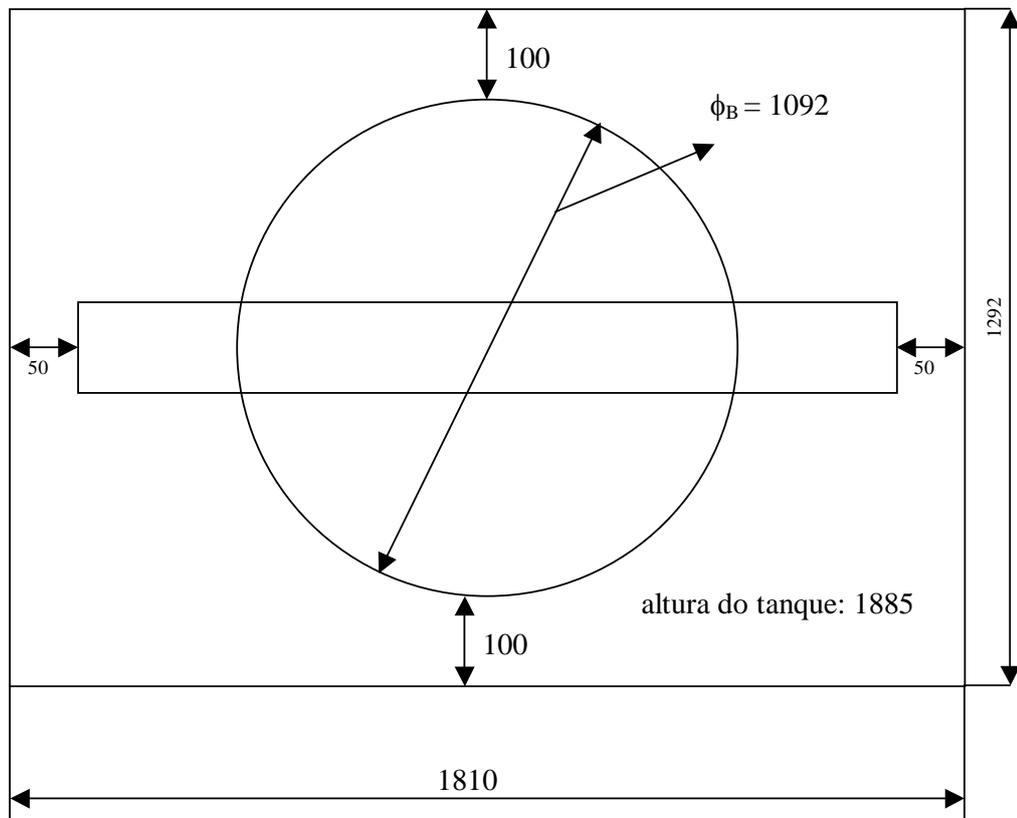


figura 9.2.4 – cotas do circuito magnético.

VISTA SUPERIOR



Cotas em milímetros

figura 9.2.5 – cotas do tanque

No capítulo 10, apresenta-se modelagem física do transformador.

CAPÍTULO 10

MODELAGEM FÍSICA DO TRANSFORMADOR.

Neste capítulo pretendeu-se mostrar e consolidar as idéias básicas que nortearam a modelagem física do transformador para o estudo do comportamento para fenômenos eletromagnéticos e apresentam-se também: os tipos de circuitos utilizados, as técnicas para a determinação da resposta ao impulso, a solução genérica para a determinação das grandezas elétricas, tensões e correntes, entre dois pontos quaisquer do circuito.

10.1 – MODELAGEM FÍSICA.

O modelo físico que foi implementado está descrito no capítulo 9 foi representado com as características mostradas na figura 10.1.1,

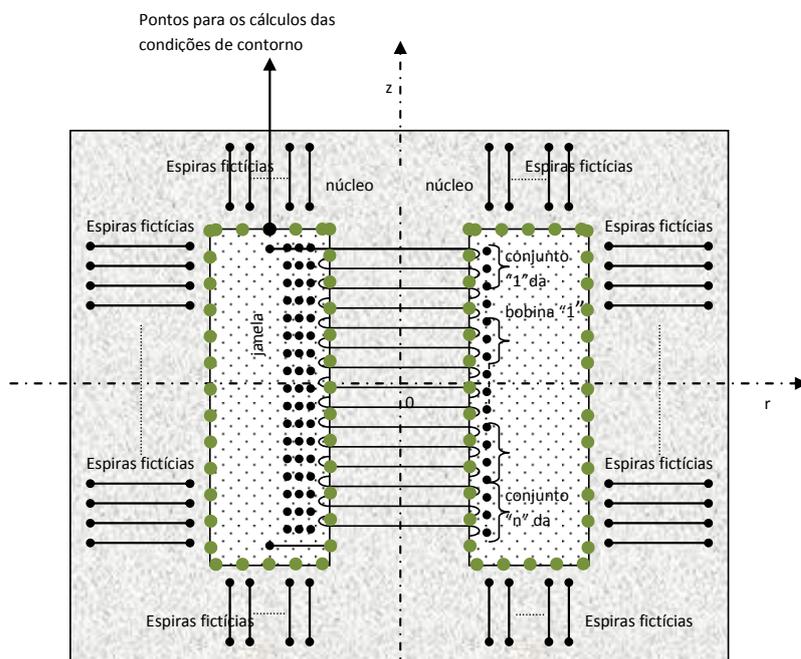


figura 10.1.1 – representação das espiras fictícias e dos pontos para os cálculos das condições de contorno.

onde, pode-se ver: o núcleo, os enrolamentos reais, as espiras fictícias, os pontos para o cálculo das condições de contorno (interface óleo-núcleo), a região da janela imersa no óleo e as espiras que fazem parte de um mesmo conjunto.

Nos Capítulos 3 e 4 estudou-se a modelagem do núcleo por meio do comportamento incremental para uma determinada frequência de referência, de forma que se pudesse atender as respostas do circuito para baixas frequências, logo, considerou-se que a curva de saturação e que maior parte do fluxo magnético estava no núcleo. O circuito tem característica dos modelos representados por parâmetros concentrados, ou seja, os valores das resistências, capacitâncias, induções lineares e elementos mútuos, foram concentrados em determinadas localizações do circuito de forma que se possa analisar o comportamento do circuito equivalente com baixas frequências. Os circuitos 10.1.2 e 10.1.3 representaram os equivalentes do Transformador e as simulações desse estudo encontram-se no capítulo 11.

No capítulo 3 estudou-se analiticamente o comportamento do circuito 10.1.2, conforme a referência [25].

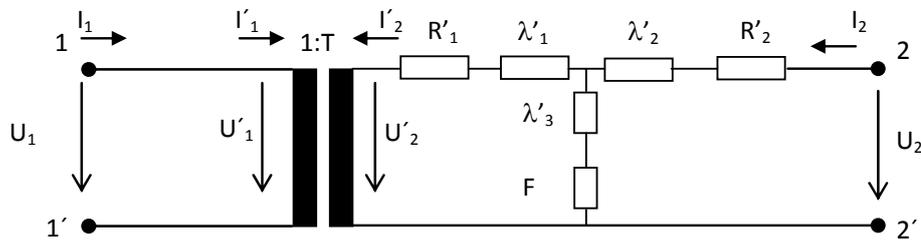


figura 10.1.2 – circuito elétrico do transformador com separação galvânica e elemento não linear (F).

onde,

R'_1 é a resistência em série com a indução linear λ'_1 , refletidos do lado 1 para o lado 2.

R'_2 é a resistência em série com a indução linear λ'_2 do lado 2.

F é o elemento não linear em série com a indução linear λ'_3 (mútua entre o lado 1 e 2).

T é a relação de transformação do transformador ideal.

U'_1 e U'_2 são as tensões nos lados 1 e 2 do transformador ideal.

I'_1 e I'_2 são as correntes nos lados 1 e 2 do transformador ideal.

U_1 e U_2 são as tensões nos lados 1 e 2 do transformador real.

I_1 e I_2 são as correntes nos lados 1 e 2 do transformador real.

1 – 1' são os terminais do lado 1 do transformador real.

2 – 2' são os terminais do lado 2 do transformador real.

Considerando o tratamento tensorial para esse tipo de circuito desenvolvido no capítulo 4, temos,

$$A = \begin{Bmatrix} R'_1 & -\lambda'_1 \\ \lambda'_1 & R'_1 \end{Bmatrix}, \quad B = \begin{Bmatrix} R'_2 & -\lambda'_2 \\ \lambda'_2 & R'_2 \end{Bmatrix}, \quad C = \begin{Bmatrix} 0 & -\lambda'_3 \\ \lambda'_3 & 0 \end{Bmatrix}, \quad D = \begin{Bmatrix} \Re[F] & -\Im[F] \\ \Im[F] & \Re[F] \end{Bmatrix} \quad (\text{mat.10.1.3})$$

$$U_1 = \begin{Bmatrix} u_a^1 \\ u_b^1 \end{Bmatrix}, \quad I_1 = \begin{Bmatrix} i_a^1 \\ i_b^1 \end{Bmatrix}, \quad U_2 = \begin{Bmatrix} u_a^2 \\ u_b^2 \end{Bmatrix}, \quad I_2 = \begin{Bmatrix} i_a^2 \\ i_b^2 \end{Bmatrix}, \quad (\text{mat.10.1.4})$$

Se o lado 2 estiver aberto, ou seja $I_2 = 0$, a relação entre as grandezas do circuito será:

$$I_1 = [A + C + D]^{-1} \cdot U_1 \quad (10.1.5)$$

Se tiver alguma carga associada ao circuito 2 então relação pode ser definida como:

$$I_1 = [B(C + D) + A(B + C + D)]^{-1} \cdot [BU_1 + (C + D)(U_1 - U_2)] \quad (10.1.6)$$

O circuito 10.1.7 mostra o modelo com a representação dos coeficientes de capacitância próprios e mútuos dos enrolamentos.

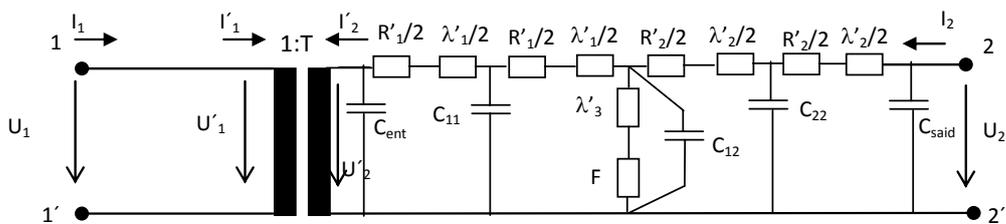


figura 10.1.7 – circuito elétrico do transformador com separação galvânica, elemento não linear (F), resistências, capacitâncias e indutâncias próprias e mútuas.

onde,

C_{11} é o coeficiente de capacitância próprio do enrolamento 1.

C_{22} é o coeficiente de capacitância próprio do enrolamento 2.

C_{12} é o coeficiente de capacitância mútuo entre o enrolamento 1 e o enrolamento 2.

C_{entr} é o coeficiente de capacitância da entrada do circuito 1.

C_{said} é o coeficiente de capacitância saída do circuito 2.

Considerando o tratamento tensorial para esse tipo de circuito desenvolvido no capítulo 4, e redefinindo as variáveis do circuito conforme abaixo,

$$a = \begin{Bmatrix} 0 & -1/\omega C_{ent} \\ 1/\omega C_{ent} & 0 \end{Bmatrix}, b = \begin{Bmatrix} R_1'/2 & -\lambda_1'/2 \\ -\lambda_1'/2 & R_1'/2 \end{Bmatrix}, c = \begin{Bmatrix} 0 & -1/\omega C_{11} \\ 1/\omega C_{11} & 0 \end{Bmatrix} \quad (\text{mat.10.1.8})$$

$$d = \begin{Bmatrix} R_1'/2 & -\lambda_1'/2 \\ -\lambda_1'/2 & R_1'/2 \end{Bmatrix}, e = \begin{Bmatrix} 0 & -1/\omega C_{12} \\ 1/\omega C_{12} & 0 \end{Bmatrix} \quad (\text{mat.10.1.9})$$

$$f = \begin{Bmatrix} \Re[F] & -\Im[F] \\ \Im[F] & \Re[F] \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 & -\lambda_3' \\ \lambda_3' & 0 \end{Bmatrix}, g = \begin{Bmatrix} R_2'/2 & -\lambda_2'/2 \\ \lambda_2'/2 & R_2'/2 \end{Bmatrix} \quad (\text{mat.10.1.10})$$

$$h = \begin{Bmatrix} 0 & -1/\omega C_{22} \\ 1/\omega C_{22} & 0 \end{Bmatrix}, j = \begin{Bmatrix} 0 & -1/\omega C_{said} \\ 1/\omega C_{said} & 0 \end{Bmatrix}, k = \begin{Bmatrix} R_2'/2 & -\lambda_2'/2 \\ \lambda_2'/2 & R_2'/2 \end{Bmatrix} \quad (\text{mat.10.1.11})$$

$$U_1 = \begin{Bmatrix} u_a^1 \\ u_b^1 \end{Bmatrix}, I_1 = \begin{Bmatrix} i_a^1 \\ i_b^1 \end{Bmatrix}, U_2 = \begin{Bmatrix} u_a^2 \\ u_b^2 \end{Bmatrix}, I_2 = \begin{Bmatrix} i_a^2 \\ i_b^2 \end{Bmatrix}, \quad (\text{mat.10.1.12})$$

Se no lado não tiver carga, ou seja, $I_2 = 0$, a relação entre as grandezas do circuito será a 10.1.13,

$$I_1 = ([a]^{-1} - [-b - c + [c + d + [(e + f) \cdot (e + f)]^{-1} \cdot e \cdot f \cdot (e + f - ([e + f]^{-1} \cdot e \cdot f) + g + [h + j + k]^{-1} \cdot h \cdot (j + k)]^{-1} \cdot e \cdot f)])^{-1} \cdot c \cdot c^{-1}) \cdot U_1 \quad (10.1.13)$$

Se no lado 2 tiver carga, ou seja $I_2 \neq 0$, a relação entre as grandezas do circuito será a 10.1.14,

$$I_1 = ([a] \cdot U_1) - ((([b + c - ([e \cdot f \cdot (h \cdot k + g \cdot (h + k)) + c \cdot (f \cdot (h \cdot k + g \cdot (h + k)) + e \cdot (h \cdot k + f \cdot (h + k) + g \cdot (h + k)))] + d \cdot (f \cdot (h \cdot k + g \cdot (h + k)) + e \cdot (h \cdot k + f \cdot (h + k) + g \cdot (h + k)))) \cdot (c \cdot c \cdot (f \cdot (h \cdot k + g \cdot (h + k)) + e \cdot (h \cdot k + f \cdot (h + k) + g \cdot (h + k)))))) \cdot (-U_1 + ([e \cdot$$

$$f \cdot (h \cdot k + g \cdot (h + k)) + c \cdot (f \cdot (h \cdot k + g \cdot (h + k)) + e \cdot (h \cdot k + f \cdot (h + k) + g \cdot (h + k))) + d \cdot (f \cdot (h \cdot k + g \cdot (h + k)) + e \cdot (h \cdot k + f \cdot (h + k) + g \cdot (h + k))) \cdot c \cdot e \cdot f \cdot h \cdot U_2)) \quad (10.1.14)$$

A seguir modelou-se o transformador para o estudo do comportamento em altas frequências, considerando que a maior parte do fluxo magnético foi representada na interface óleo-núcleo, e considerando as condições de contorno apresentadas nos capítulos 7 e 8. O circuito equivalente e as simulações desse estudo encontram-se no capítulo 11.

E na fase complementar foi estudado o modelo completo, isto é, que atendesse ao comportamento para fenômenos eletromagnéticos. O circuito equivalente e as simulações desse estudo encontram-se no capítulo 11.

Esse modelo também foi estudado no capítulo 3, logo nesse contexto, pretende-se aqui apresentar os tipos de circuitos utilizados e a metodologia para a determinação das grandezas elétricas, tensões e correntes.

Os sistemas de coordenadas utilizadas foram: coordenadas cartesianas e coordenadas cilíndricas.

A figura 10.1.15 mostra o modelo para o circuito de um transformador representado por conjunto de espiras, sendo o terminal de entrada “A” de um enrolamento genérico e o terminal de interesse “B”, conforme a referência [10].

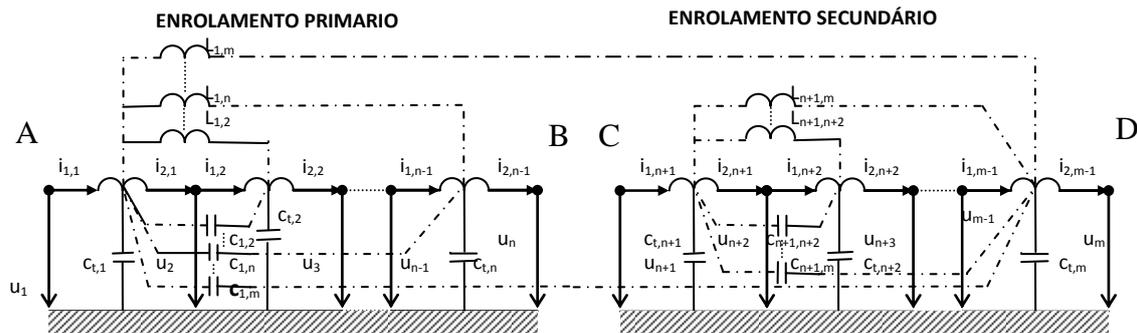


figura 10.1.15 – circuito elétrico genérico de um Transformador.

A figura 10.1.15. mostra o primário e o secundário de um enrolamento genérico, o objetivo deste item é demonstrar a resposta transitória do enrolamento ao longo dos terminais C-D e A-B (podemos determinar em qualquer terminal) a uma

excitação de entrada com uma forma de onda com características de fenômenos transitórios aplicada no terminal **A-B**, por exemplo, o impulso de corrente. A figura 10.1.16 mostra o fluxograma geral associado ao cálculo da resposta do enrolamento [10].

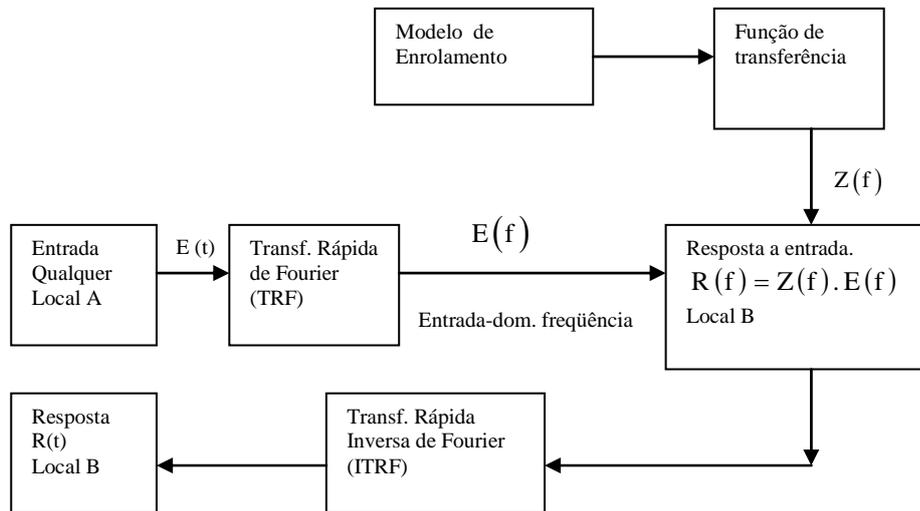


figura 10.1.16 – fluxograma para a determinação da resposta do enrolamento.

A resposta $R(f)$ é determinada, para todos os intervalos de frequência de interesse.

No domínio da frequência, o comportamento da região de vizinhança dos pólos e zeros pode ser analisado através da função de transferência $Z(f)$.

No domínio do tempo, a resposta $R(t)$ mostra como a onda de entrada $E(t)$ é transferida para a saída. A resposta $R(t)$ é o resultado a ser utilizado para a análise de solicitações elétricas ao enrolamento do transformador.

Portanto, a resposta transitória de enrolamentos é calculada pela aplicação de métodos adequados que envolvem, fundamentalmente, as etapas principais sob o ponto de vista dos terminais de entrada e saída são indicadas na figura 10.1.17

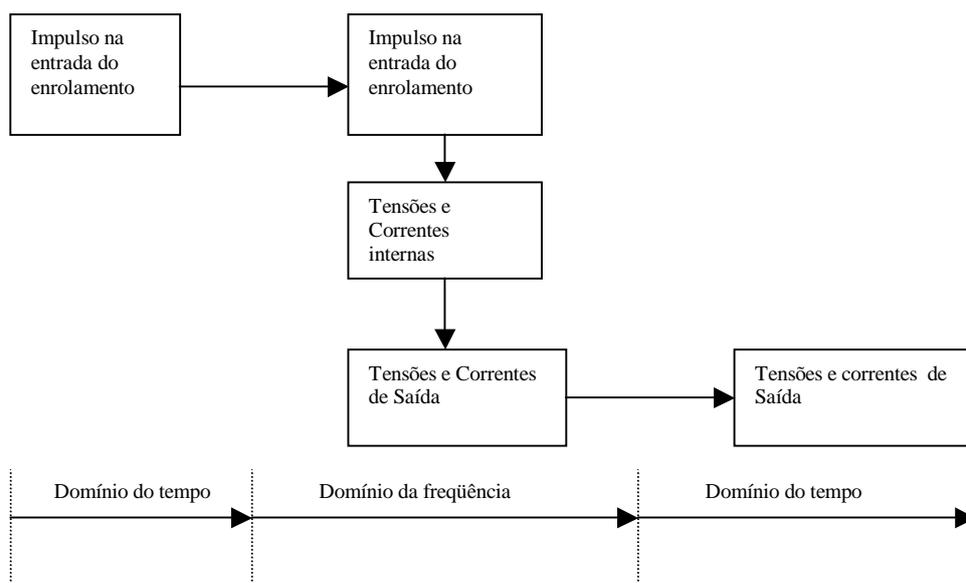


figura 10.1.17 – fluxograma mostrando a mudança tempo x frequência x tempo.

Logo, são abordados nas seções seguintes os métodos de transformações das ondas de corrente de interesse entre os domínios conforme abaixo:

tempo \Rightarrow frequência

frequência \Rightarrow tempo

Em geral, a forma de onda de corrente de entrada pode ser qualquer, mas neste trabalho, na análise da resposta de enrolamentos de transformadores, tivemos o interesse particular de associar formas os seguintes tipos de forma de onda: a do tipo senoidal, representativa dos fenômenos em baixa frequência em especial o uso em regime permanente e a do tipo impulso, representativos de fenômenos transitórios típicos de surtos de manobra e atmosféricos, conforme a referência [14].

A figura 10.1.18 representa um impulso com indicação das características principais correspondentes.

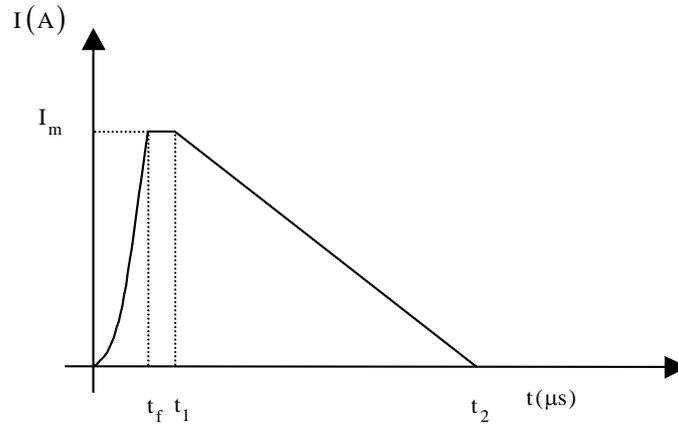


figura 10.1.18 – impulso de corrente e as variáveis correspondentes.

$i(t)$ é a amplitude do impulso considerado.

tempo frente (t_f) é o tempo de duração da frente de onda.

tempo1 (t_1) é o tempo de duração do valor máximo da corrente com valor unitário iniciando após tempo frente.

tempo2 (t_2) é o tempo de duração da redução da corrente até zero, iniciando após o tempo1.

α é um parâmetro adimensional, positivo para os primeiros impulsos das descargas descendentes negativas. Em geral varia de 1,5 a 2.

$$i = 0 \quad \text{para } t \leq 0 \quad (10.1.19)$$

$$i = I_0 \cdot \frac{e^{\frac{\alpha t}{t_f}} - 1}{e^\alpha - 1} \quad \text{para } 0 < t < t_f \quad (10.1.20)$$

$$i = I_0 \quad \text{para } t_f \leq t \leq t_1 \quad (10.1.21)$$

$$i = -\frac{I_0}{(t_2 - t_1)}(t - t_2) \quad \text{para } t_1 < t < t_2 \quad (10.1.22)$$

$$i = 0 \quad \text{para } t \geq t_2 \quad (10.1.23)$$

A onda de corrente de entrada pode ser transformada do domínio do tempo para o domínio da frequência pela aplicação do método numérico da Transformada Rápida de Fourier.

A função do impulso de entrada é uma função contínua e será amostrada ou discretizada por uma sucessão de pontos distanciados pelo intervalo Δt_i , igualmente espaçados, assumindo um intervalo preenchido com zeros (tempo morto), e considerando um comportamento periódico.

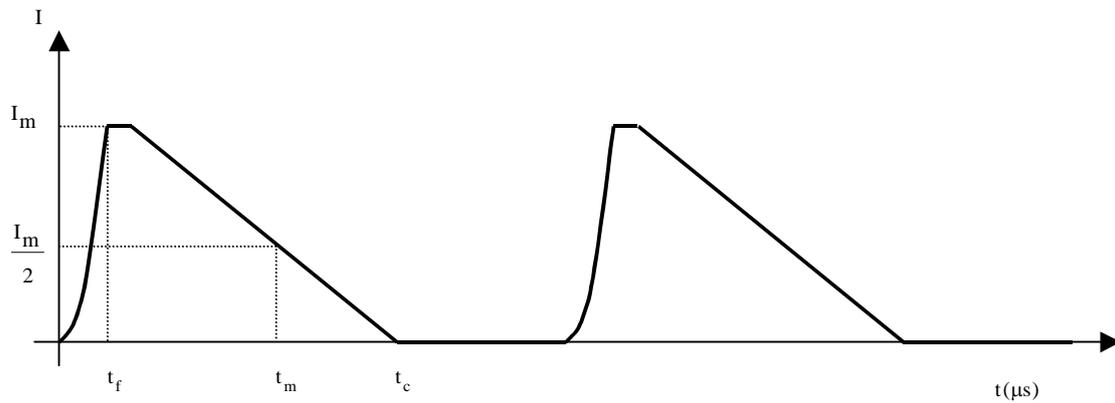


figura 10.1.24 – impulso de corrente representado como sinal periódico.

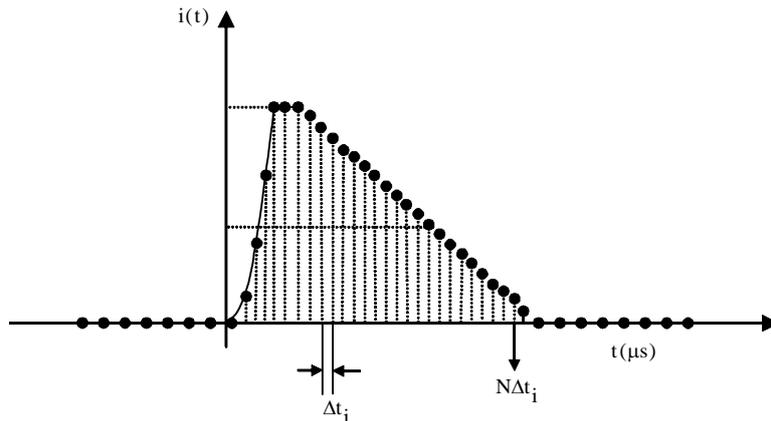


figura 10.1.25 - representa uma forma de onda tipo impulso sendo discretizada.

Para um intervalo de tempo $\Delta t_i \rightarrow 0$, os pontos representarão uma função que passa pelos pontos, contínua, mas entre os pontos a função pode assumir qualquer valor.

A frequência de amostragem da corrente de entrada é dada por:

$$f_s = \frac{1}{\Delta t} \quad (10.1.26)$$

As particularidades adotadas no sinal amostrado da função geram características: ortogonalidade e periodicidade, que simplificam o algoritmo de cálculo da Transformada Rápida de Fourier. Para cada conjunto de pontos está associado um conjunto de frequências, e entre os pontos não impomos o tipo de comportamento da função.

A Transformada Rápida de Fourier de uma função discreta qualquer, do domínio da frequência para o domínio do tempo, é dada por [20]:

$$v_s = \frac{1}{N} \sum_{r=1}^N u_r \cdot e^{2\pi j \frac{(r-1)(s-1)}{N}} \quad (10.1.27)$$

A intensidade de corrente imposta ao circuito equivalente é transformada do domínio do tempo para o domínio da frequência. O valor da corrente passa a ter notação de número complexo.

As tensões e correntes internas, em cada conjunto de espiras do circuito equivalente do enrolamento, são calculadas no domínio da frequência e para cada intervalo de frequência de interesse, como respostas a cada uma das componentes individuais do espectro da corrente de entrada.

Desta forma, as tensões e correntes internas resultam de uma combinação dos parâmetros do enrolamento e da corrente de entrada.

Em vários tipos de cálculos numéricos às vezes é aceitável a representação de uma função com seus valores aproximados.

A interpolação é uma aproximação da função que se pretende representar. A idéia básica é assumir que a função varia lentamente. Deve-se interpolar entre uma seqüência de pontos conhecidos e obter-se como resultado pontos intermediários, que auxiliam na determinação da função. Para uma melhor precisão nos resultados o número de pontos deve ser elevado.

Uma das aplicações no uso da função de transferência está na análise da região de vizinhança dos pólos e zeros, indicando aproximadamente as frequências de ressonância do circuito.

Considerando o circuito equivalente de um enrolamento, a resposta no domínio da frequência será dada pelo produto da função de transferência no domínio da frequência pela função do impulso de tensão ou corrente de entrada em função da frequência.

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{R}_s^1(f) = Z^1(f) \cdot \dot{E}_i^1(f) \\ \dot{R}_s^2(f) = Z^2(f) \cdot \dot{E}_i^2(f) \\ \vdots \\ \dot{R}_s^n(f) = Z^n(f) \cdot \dot{E}_i^n(f) \end{array} \right. \quad (10.1.28)$$

onde:

$$\dot{Z}^n(f), \text{ representa a função de transferência em função da frequência.} \quad (10.1.29)$$

$$\dot{E}_i^i(f), \text{ representa o impulso de entrada em função da frequência.} \quad (10.1.30)$$

A resposta no domínio do tempo resulta da Transformada Rápida Inversa de Fourier da função R_s .

As tensões de saída, nos terminais de interesse do enrolamento podem ser determinadas no domínio da frequência, conforme a referência [20].

Após a aplicação da Transformada Rápida Inversa de Fourier, a tensão correspondente no domínio do tempo é determinada, isto é:

$$R(t) = F^{-1} \{R(f)\} \quad (10.1.31)$$

Desta forma são determinadas todas as tensões nodais entre partes do enrolamento e as tensões nodais em relação a um ponto muito afastado.

A Transformada Rápida Inversa de Fourier de uma função discreta qualquer, do domínio da frequência para o domínio do tempo, é dada por, conforme a referência [20]:

$$u_r = \sum_{s=1}^N v_s \cdot e^{-2\pi j \frac{(r-1)(s-1)}{N}} \quad (10.1.32)$$

Nesta fase de modelagem foi aplicada a técnica para determinação do valor das correntes e tensões ao longo do enrolamento com base na teoria desenvolvida conforme a referência [20].

Foi considerada a influência dos parâmetros elétricos internos e externos entre as espiras de todos os enrolamentos, porém uma representação mais rigorosa da geometria do transformador provavelmente nos levaria a uma melhor precisão nos resultados alcançados, por exemplo, considerar a seção do núcleo com a forma resultante do empilhamento, ou seja, diferente da forma adotada como circular, conforme a referência [32].

Na figura 10.1.33, o transformador é representado espira a espira, de modo que se entenda como foi desenvolvida a modelagem inicial.

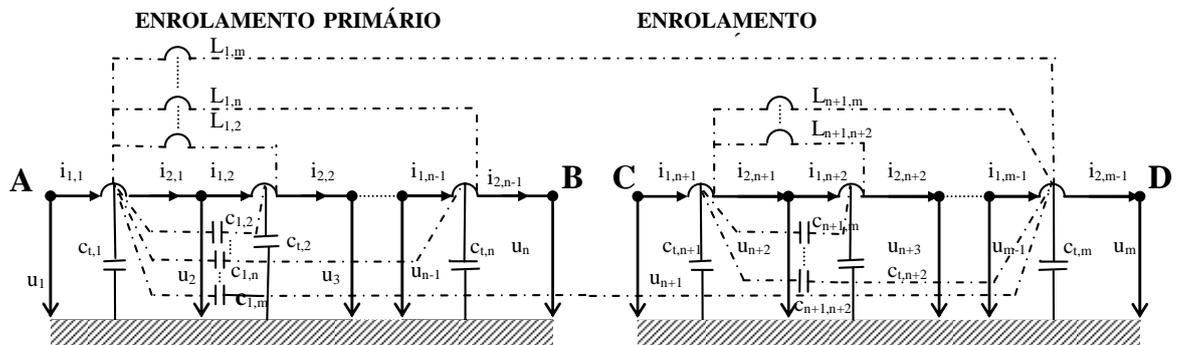


figura 10.1.33 – circuito elétrico do Transformador representado espira a espira.

Cada parte do enrolamento possui indutância e capacitância dependente da frequência, ou seja, os acoplamentos indutivos e capacitivos que existem entre as seções são levados em consideração, além das impedâncias internas em função da frequência.

As setas apontam no sentido em que se considerou o valor positivo das respectivas grandezas, tensão e corrente.

No cálculo de todas as variáveis eletromagnéticas, com as condições de contorno, considerou-se uma metodologia de resolução de circuitos que determina as correntes e tensões em qualquer parte do circuito.

Essa metodologia já foi empregada em circuitos de malha de terra, onde se determinaram as correntes longitudinais (barras ou espiras) e tensões transversais (nós).

Vamos definir os principais parâmetros elétricos e elementos do circuito da figura 10.1.33, conforme abaixo, conforme as referências [23], [24] e [32]:

- m Condutores (barras/espiras), identificados pelo índice j ($j = 1, \dots, m$), individualmente representada, cada início e fim entre dois nós, $k_1(j)$, $k_2(j)$.

- n Nós, identificados pelo index k ($k = 1, \dots, n$).
- $i_t(j)$ Corrente transversal injetada na barra j [início no valor médio da barra e vai para a referência]
- $i_\ell(j)$ Corrente média longitudinal na barra j [início no nó $k_1(j)$ e vai para o nó $k_2(j)$]
- $i_{\ell 1}(j)$ Corrente longitudinal na barra j com o nó $k_1(j)$ [início no nó $k_1(j)$ e vai para barra j]
- \mathbf{I}_1 Matriz da correntes longitudinais $i_{\ell 1}(j)$, com a barra j (início no nó $k_1(j)$ para barra j , com “ m ” elementos, de índice j ($j = 1, \dots, m$).
- $i_{\ell 2}(j)$ Corrente longitudinal na barra “ j ” com o nó $k_2(j)$ [início na barra “ j ” e vai para o nó $k_2(j)$]
- \mathbf{I}_2 Matriz da correntes longitudinais $i_{\ell 2}(j)$, com a barra j (início na barra “ j ” para o nó $k_2(j)$, com “ m ” elementos, de índice j ($j = 1, \dots, m$).
- $u_k(j)$ Tensão transversal no nó k .
- \mathbf{U} Matriz de tensões transversais, nos nós, $u(k)$, com “ b ” elementos, de índice k ($k = 1, \dots, n$)
- \mathbf{I}_e Matriz das correntes externas injetadas nos nós, com “ n ” elementos, de índice k ($k = 1, \dots, n$)
- \mathbf{Z}_ℓ Matriz de impedâncias longitudinais, com elementos genéricos $Z_\ell(ij^*)$, ($i = 1, \dots, m$; $j^* = 1, \dots, m$)

- Z_t Matriz de impedâncias transversais, com elementos genéricos $Z_t(ij^*)$, ($i = 1, \dots, m$; $j^* = 1, \dots, m$)
- A Matriz com “m” linhas, de índice j, e “n” colunas, de índice “k”, no qual:
 Os elementos $[j, k_1(j)]$ têm valor “-1”.
 Os elementos $[j, k_2(j)]$ têm valor “+1”.
 Os outros elementos têm valor zero.
- B Matriz com “m” linhas, de índice j, e “n” colunas, de índice “k”, no qual:
 Os elementos $[j, k_1(j)]$ têm valor “-0,5”.
 Os elementos $[j, k_2(j)]$ têm valor “-0,5”.
 Os outros elementos têm valor zero.
- C Matriz com “n” linhas, de índice k, e “m” colunas, de índice “j”, no qual:
 Os elementos $[k_1(j), j]$ têm valor “+1”.
 Os outros elementos têm valor zero.
- D Matriz com “n” linhas, de índice k, e “m” colunas, de índice “j”, no qual:
 Os elementos $[k_2(j), j]$ têm valor “-1”.
 Os outros elementos têm valor zero.
- 0 Matriz com “m” elementos, com todos os valores nulos

o seguinte sistema de equações é aplicado:

$$A \cdot U + \frac{1}{2} Z_\ell \cdot I_1 + \frac{1}{2} Z_\ell \cdot I_2 = 0 \quad (10.1.34)$$

$$B \cdot U + Z_t \cdot I_1 - Z_t \cdot I_2 = 0 \quad (10.1.35)$$

$$C \cdot I_1 + D \cdot I_2 = I_e \quad (10.1.36)$$

os resultados destas equações são expressos por:

$$U = Z_g \cdot I_e \quad I_1 = S_1 \cdot I_e \quad I_2 = S_2 \cdot I_e \quad (10.1.37)$$

onde,

$$Z_g = \left\{ [D - C] \cdot \left[\frac{1}{2}(Z_t)^{-1} \cdot B \right] - [D + C] \cdot [(Z_\ell)^{-1} \cdot A] \right\}^{-1} \quad (10.1.38)$$

$$S_1 = - \left[(Z_\ell)^{-1} \cdot A + \frac{1}{2}(Z_t)^{-1} \cdot B \right] \cdot Z_g \quad (10.1.39)$$

$$S_2 = + \left[\frac{1}{2}(Z_t)^{-1} \cdot B - (Z_\ell)^{-1} \cdot A \right] \cdot Z_g \quad (10.1.40)$$

Após a determinação das tensões e correntes em função da frequência, deve-se relacionar esse resultado com a função de transferência em função da frequência e aplicar a Transformada Rápida Inversa de Fourier para obter as tensões e correntes no domínio do tempo.

No capítulo 11 apresentou-se a simulação e a solução dos circuitos através da função de transferência e dos gráficos de tensões e correntes para os diversos impulsos aplicados no primário do transformador.

CAPÍTULO 11

ESTUDO DO COMPORTAMENTO DO TRANSFORMADOR ATRAVÉS DOS CIRCUITOS MODELADOS

Neste capítulo mostram-se os resultados das simulações feitas por meio dos circuitos equivalentes, onde se injetou nos terminais de entrada várias tensões e correntes com baixa, média e alta frequência. Analisou-se o comportamento do circuito na frequência de fundamental, 60 Hz, e da função de transferência para os modelos de circuito que fizeram parte do estudo.

11.1- ESTUDO DO COMPORTAMENTO DO MODELO COM A REPRESENTAÇÃO DO NÚCLEO PARA BAIXAS E MÉDIAS FREQUENCIAS.

Nesta seção apresentam-se os resultados das simulações do circuito equivalente do Transformador quando submetido a baixas e médias frequências.

Utilizou-se o modelo do transformador apresentado no circuito da figura 11.1.1 para o estudo do comportamento à baixa e média frequência. Utilizou-se na modelagem: os coeficientes de indução próprios e mútuos, os coeficientes de capacidade próprios e mútuos, a representação do núcleo, as capacidades na entrada e saída dos enrolamentos e admitiu-se que os parâmetros eram concentrados. O enrolamento primário foi dividido em duas partes e o enrolamento secundário também.

Colocou-se o elemento que representou a indução mútua, representado no circuito da figura 11.1.1, entre o enrolamento primário e secundário do circuito equivalente e em série com o elemento que representa a relação entre o fluxo e a corrente. Deve se ficar claro que as induções mútuas são normalmente representadas por parâmetros distribuídos ao longo dos enrolamentos e que nesse caso optou-se pela representação mais próxima possível da literatura tradicional, porém, a localização no circuito vai depender do modelo de núcleo adotado e da proximidade entre os enrolamentos, ou seja, do acoplamento geral dos parâmetros do circuito equivalente.

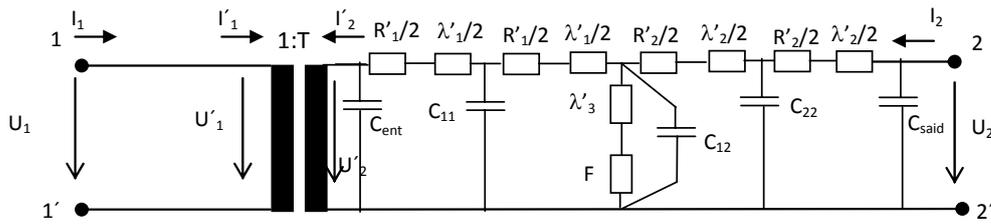


figura 11.1.1 – circuito equivalente para o estudo em baixa e media freqüência

A descrição dos parâmetros do circuito e as equações que serviram de base para as simulações digitais foram apresentadas no capítulo 10.

A simulação do Transformador com carga, por meio do circuito equivalente, modelado para baixas freqüências considerou a aplicação de tensão nominal no lado 1, baixa tensão, e carga representada pelo valores nominais de tensão e corrente no lado 2, alta tensão, então, variou-se a freqüência em torno do valor fundamental, 60 Hz, de forma proporcional aos múltiplos apresentados a seguir: 1 é a freqüência fundamental e o valor da corrente está na primeira linha da matriz 11.1.2, e 3 é três vezes a fundamental, ou seja, 180 Hz, e está na segunda linha da matriz 11.1.2, e assim por diante representados nas matrizes 11.1.2 e 11.1.3. Os valores das correntes em função das freqüências foram representados no lado 1, por I_1 , matriz 11.1.2, e no lado 2 por I_2 , matriz 11.1.3 e os valores das correntes no ramo de magnetização por I_0 , matriz 11.1.4.

$$I_1 = \begin{pmatrix} 5.31496 & -1522.94 \\ 1.28529 & -70.3414 \\ 1.17617 & -23.0385 \\ 1.12654 & -15.1524 \\ 1.08869 & -11.7618 \\ 1.06872 & -9.62976 \\ 1.0571 & -8.15609 \\ 1.04964 & -7.07781 \\ 1.04441 & -6.25569 \\ 1.04044 & -5.60914 \\ 1.03714 & -5.08823 \end{pmatrix} \quad A \quad (11.1.2)$$

$$I_2 = \begin{pmatrix} -4.20093 & 1522.93 \\ 0.256393 & 70.3389 \\ 0.791827 & 23.0326 \\ 0.922546 & 15.1409 \\ 0.962776 & 11.7428 \\ 0.982538 & 9.60143 \\ 0.99378 & 8.11658 \\ 1.00066 & 7.02526 \\ 1.00501 & 6.18828 \\ 1.00775 & 5.52503 \\ 1.00936 & 4.98562 \end{pmatrix} \quad A \quad (11.1.3)$$

A corrente de magnetização foi representada na matriz 11.1.4,

$$I_0 = \begin{pmatrix} 1.11403 & -0.0096728 \\ 1.54168 & -0.0024622 \\ 1.96799 & -0.00592791 \\ 2.04909 & -0.0115339 \\ 2.05147 & -0.0190088 \\ 2.05125 & -0.0283383 \\ 2.05088 & -0.0395195 \\ 2.0503 & -0.0525474 \\ 2.04943 & -0.0674139 \\ 2.04819 & -0.0841072 \\ 2.0465 & -0.102611 \end{pmatrix} \quad A \quad (11.1.4)$$

O valor da corrente determinada com o modelo em estudo apresentou baixa margem de erro em relação à definida nas características da máquina, mostrada no capítulo 9, ou seja, a corrente obtida na simulação foi de $I_1 = 1522.94$ A, quando o valor correto seria 1522 A. Nota-se também nesse modelo que para frequências superiores a fundamental (60 Hz) a impedância do circuito aumenta e os valores das correntes nos enrolamentos principais tendem a diminuir, mas a corrente de magnetização a estabilizar no valor de 2.04 A.

A matriz 11.1.5 mostra os valores das correntes nos enrolamentos quando se variou a frequência para valores inferiores ao considerado fundamental, ou seja, de 6 a 60 Hz de 10 em 10 Hz.

$$I_1 = \begin{pmatrix} -401.11 & 78512.6 \\ -114.876 & 38998.6 \\ -52.1207 & 21778.6 \\ -29.3083 & 13094.3 \\ -18.6023 & 8317.34 \\ -12.7511 & 5530.83 \\ -9.21238 & 3825.38 \\ -6.91165 & 2736.9 \\ -5.33222 & 2016.06 \\ -4.20093 & 1522.93 \end{pmatrix} \quad A \quad (11.1.5)$$

Sob o ponto de vista do estudo da modelagem do transformador com o circuito equivalente para baixa frequência, notou-se que os coeficientes de capacidade não influenciaram nos resultados se comparados ao modelo sem os respectivos coeficientes, apesar de o resultado parecer tão óbvio, ele serve para o entendimento do estudo como um todo.

Considerou-se agora a análise do comportamento para a variação da frequência na faixa de 0 Hz a 100 kHz. Julgou-se que a curva da função de transferência, figuras 11.1.6, 11.1.7 e 11.1.8, poderia traduzir melhor a observação dos fenômenos em causa.

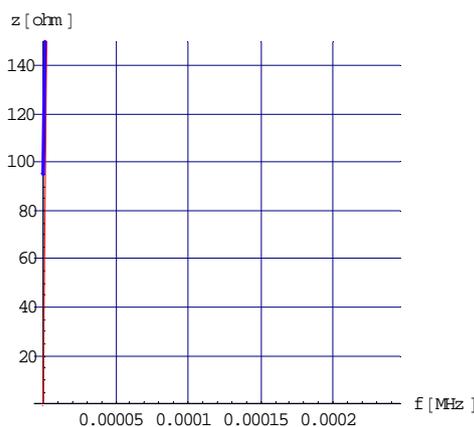


figura 11.1.6

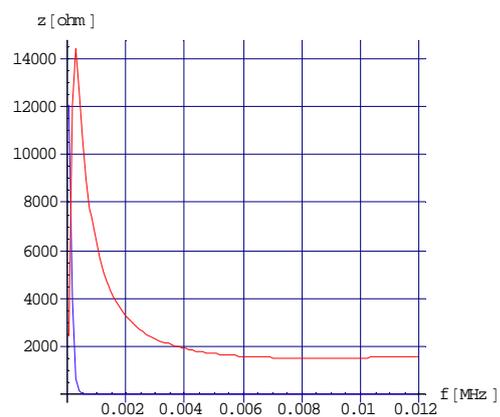


figura 11.1.7

Verifica-se na figura 11.1.7 que em torno de 100 Hz a função tende a reduzir rapidamente os valores da impedância, e que se estabilizou para uma determinada faixa de frequência entre 6 a 10 kHz.

Quando a frequência foi superior a 10 kHz a função mostra um aumento significativo no valor da impedância, mostrando a fragilidade do modelo frente ao aumento da frequência e a não iteração com as induções mútuas do circuito, conforme pode ser visto na figura 11.1.8. A modelagem com a distribuição dos parâmetros elétricos do circuito mostra-se fundamental para análise dessa função para frequência acima de 10 kHz.

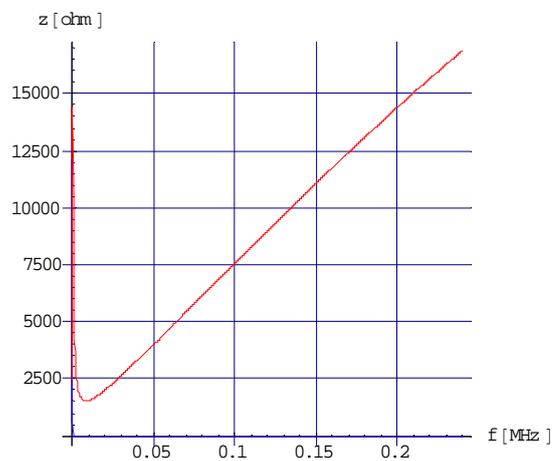


figura 11.1.8

11.2 - COMPARAÇÕES ENTRE OS MODELOS DOS CIRCUITOS EQUIVALENTES DO TRANSFORMADOR PARA A ALTA FREQUENCIA REPRESENTADO ESPIRA A ESPIRA (CASO1) COM O REPRESENTADO POR CONJUNTOS DE ESPIRAS (CASO2).

Nesta seção comparou-se o comportamento do circuito equivalente representado espira a espira, a seguir denominado caso 1, com o representado pelo agrupamento de espiras, a seguir denominado caso 2.

No caso 1 considerou-se o enrolamento completo, espira a espira, admitindo-se que a corrente variava em cada espira do seu respectivo enrolamento. No caso 2, as espiras foram representadas por vários conjuntos de espiras, considerando que a corrente em cada conjunto de espiras assumia o valor médio das espiras correspondentes.

A metodologia também permite considerar a representação de um enrolamento por uma única espira. A proposta da inserção desse tipo de enrolamento e a melhoria e a equalização da distribuição dos fluxos eletromagnéticos nas janelas do transformador.

Adotaram-se para a representação dos enrolamentos as seguintes premissas para o caso 1:

para o Enrolamento Primário.

- a) O enrolamento foi representado considerando da primeira à última espira, o mesmo tinha no total três bobinas, sendo uma bobina em cada camada e ligadas de forma que possa ser considerado do tipo contínuo. Segue abaixo, a figura 11.2.1, de modo a exemplificar o enrolamento.

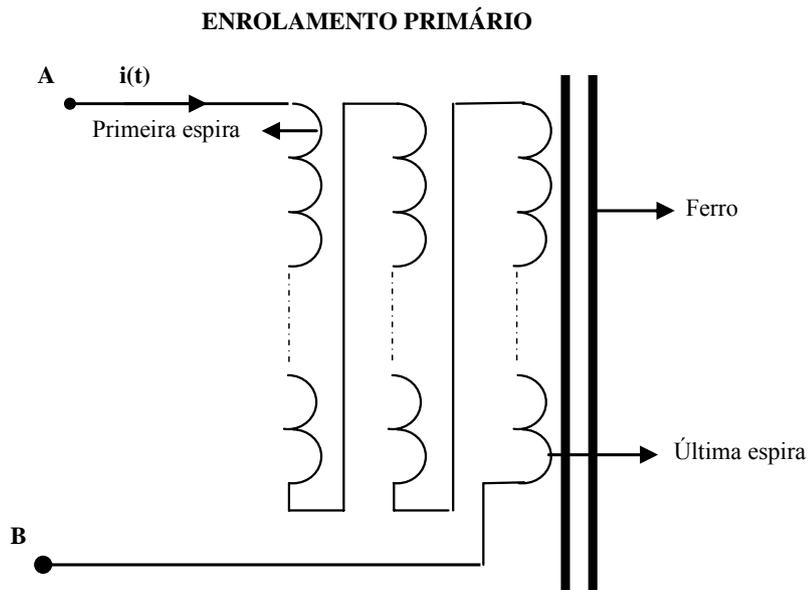


figura 11.2.1 – enrolamento primário de um Transformador representado espira a espira.

para o Enrolamento Secundário.

- b) O enrolamento foi representado considerando da primeira à última espira, formada de um total de quatro bobinas, sendo uma em cada camada, ligadas, de forma que o possa ser considerado do tipo contínuo. Segue abaixo a figura 11.2. 2, de modo a exemplificar o enrolamento.

ENROLAMENTO SECUNDÁRIO

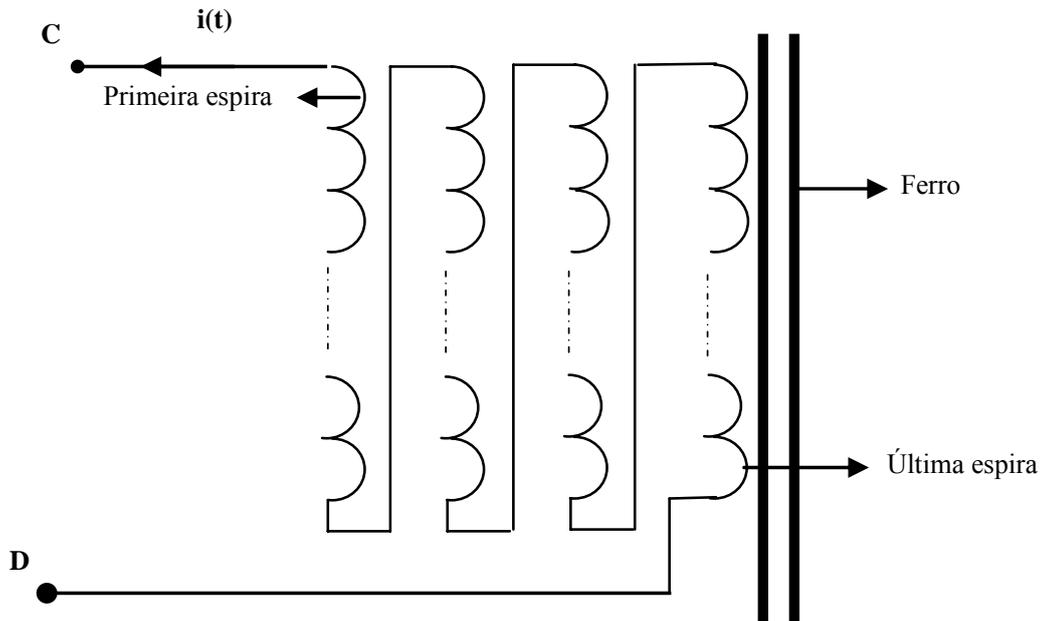


figura 11.2.2 – enrolamento secundário de um Transformador representado espira a espira.

No caso2, enrolamentos com conjuntos de espiras, adotaram-se as seguintes premissas:

Para o Enrolamento Primário.

- c) Do primeiro ao oitavo conjunto de espiras, cada um contendo duas espiras.
 - d) O nono conjunto contendo cinco espiras.
 - e) Do décimo ao décimo sétimo conjunto, cada um contendo duas espiras.
- Completou-se a primeira bobina que está na primeira camada do enrolamento primário, cujo total é de três camadas.
- f) Do décimo oitavo ao vigésimo quinto conjunto, cada um contendo duas espiras.
 - g) O vigésimo sexto conjunto contendo cinco espiras.
 - h) Do vigésimo sétimo ao trigésimo quarto conjunto, cada um contendo duas espiras. Completou-se a segunda bobina que está na segunda camada do enrolamento primário.
 - i) Do trigésimo quinto ao quadragésimo segundo conjunto, cada um contendo duas espiras.

- j) O quadragésimo terceiro conjunto contendo cinco espiras.
- k) Do quadragésimo quarto ao quinquagésimo primeiro conjunto cada um contendo duas espiras. Completando a terceira bobina que está na terceira camada do enrolamento primário.

Segue abaixo a figura 11.2.3 de modo a exemplificar o enrolamento.

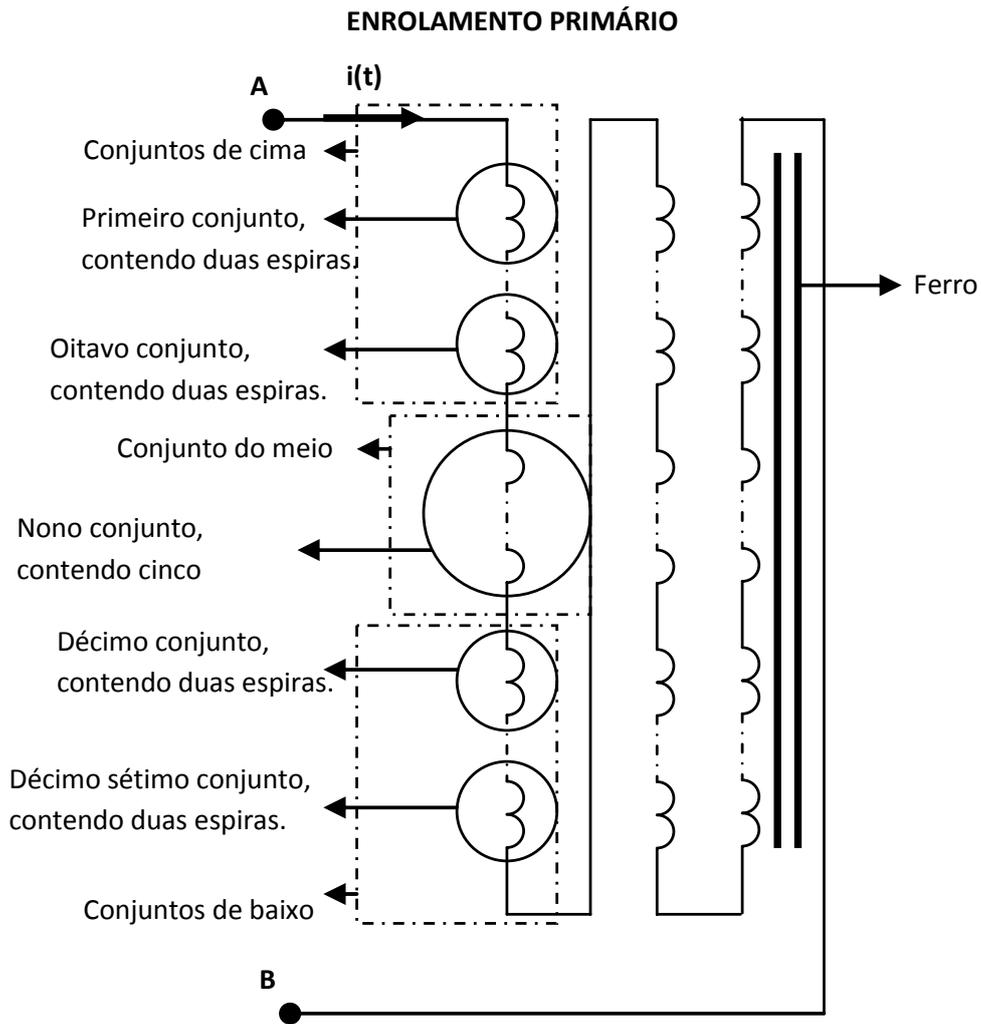


figura 11.2.3 – enrolamento primário de um Transformador representado por conjunto de espiras.

Para o Enrolamento Secundário.

- a) Do quinquagésimo segundo ao nonagésimo primeiro conjunto com cinco espiras. Disposto em quatro bobinas por camada e cada bobina com dez conjuntos de cinco espiras.

Segue abaixo a figura 11.2.4 de modo a exemplificar o enrolamento.

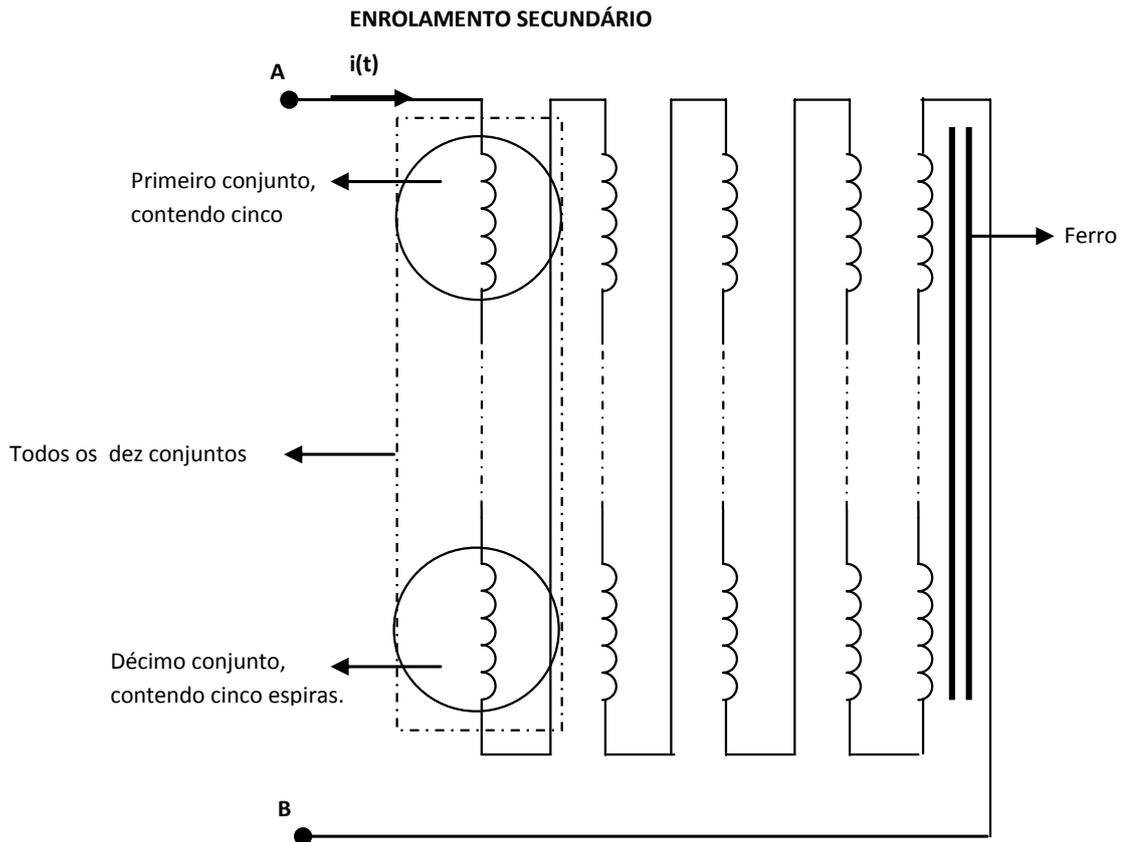


figura 11.2.4 – enrolamento secundário de um Transformador representado por conjunto de espiras.

11.3 - ESTUDO DAS FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA.

Nesta seção estudaram-se as funções de transferência dos diversos tipos de circuitos elétricos equivalentes do Transformador.

Considerou-se nesse estudo que o modelo completo do transformador contém a representação do núcleo, através do fluxo interno e externo, e que dependendo da faixa de frequência utilizada uma das representações possa ser dominante em relação à outra. No caso de descargas atmosféricas típicas é adequado considerar, por exemplo, 512, 1024, 2048, 4096, 8192 ou 16384 frequências na escala [0 a 6 MHz]. A escolha das frequências está relacionada com: a faixa da frequência em estudo, o tempo da duração do transitório, a facilidade do algoritmo de cálculo da Transformada Rápida de Fourier e a melhoria da precisão do gráfico no período correspondente. No caso estudado foram consideradas 16384 frequências na Transformada Rápida de Fourier para representar as relações entre as tensões e correntes modelados com 12166 frequências distribuídas na faixa de 0 a 6.4 MHz.

A função de transferência do circuito equivalente do transformador, figura 11.3.1, foi representada pela impedância em função da frequência, com a representação espira a espira (caso 1) e com a ligação dos terminais do circuito conforme descrito na seção 11.2.

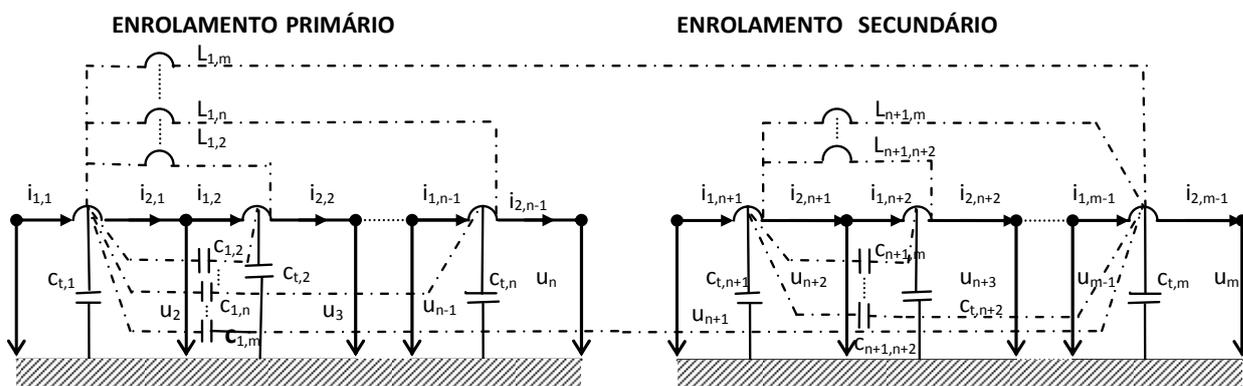


figura 11.3.1 – circuito elétrico do Transformador representado espira a espira.

A função de transferência do circuito equivalente do transformador, figura 11.3.2, foi representada pela impedância em função da frequência, com a representação em conjunto de espiras (caso 2), e com a ligação dos terminais do circuito conforme descrito na seção 11.2..

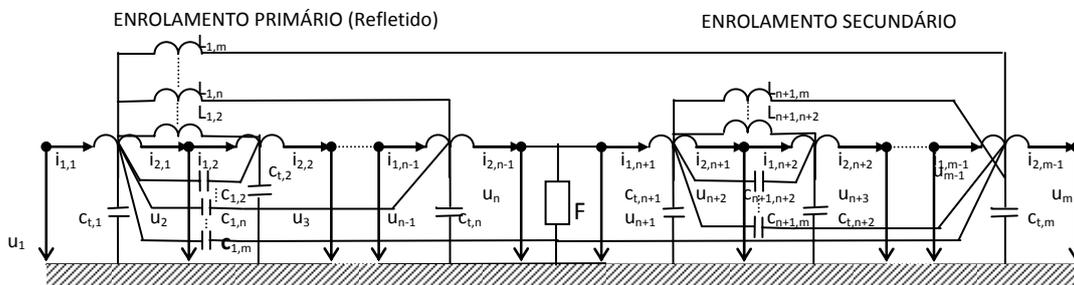


figura 11.3.2 – circuito elétrico do Transformador representado por conjunto de espiras e elemento não Linear “F”.

Foram estudados diversos casos para o comportamento da função de transferência e entre eles podemos citar: a) Modelagem do enrolamento representado espira a espira para a simulação em alta frequência com a aplicação de 310 frequências; b) Modelagem do enrolamento representado espira a espira para a simulação em baixa frequência; c) Modelagem do enrolamento com conjuntos de espiras para a simulação em alta frequência com a aplicação de 310 frequências; d) Modelagem do enrolamento com conjuntos de espiras para a simulação em alta frequência com a aplicação de 12166 frequências; e) Modelagem do enrolamento com conjunto de espiras para a simulação em baixa, média e alta frequência com a aplicação de 310 frequências; f) Modelagem do enrolamento com conjunto de espiras para a simulação em baixa, média e alta frequência com a aplicação de 12166 frequências.

Os resultados das funções de transferência estão representados por meio de gráficos da impedância em função da frequência.

Os gráficos mostram a parte real em azul e a parte imaginária na cor vermelha. A região da vizinhança dos pólos e zeros da função foi identificada onde a função apresenta picos que na maioria dos casos ultrapassou o valor limite da escala apresentada e para melhor identificação dessa região os gráficos foram representados

por diversas figuras, e em alguns casos com escalas diferentes, de forma que facilitasse a compreensão dos dados.

Na determinação da função de transferência utilizaram-se frequências na faixa de [0 a 6.4 MHz].

O estudo mostra as funções vistas pelo terminal primário do circuito equivalente, ou seja, medida entre o nó ou terminal 1 e um ponto muito afastado.

A seguir estudou-se o comportamento da função de transferência e das regiões de proximidade dos pólos e zeros da função e também foram feitas algumas comparações entre os casos: “d” e “f”, acima citados.

Os resultados do caso “d” são apresentados a seguir da seguinte forma:

As duas figuras a seguir foram introduzidas por meio da colaboração do Professor Antônio Carlos Siqueira de Lima, participante da minha Banca de Exame e Orientador da revisão deste trabalho. A apresentação das funções com a característica gráfica apresentada foi permitida como avanço do programa computacional empregado, que nesse caso foi o Mathematica, cujos recursos inicialmente empregados eram das versões 3 e 4, e que isso foi permitido a partir da versão 7.

A 11.3.3 mostra a variação da impedância em função da frequência na escala logarítmica linear; essa escala permitiu a comparação entre os diversos pontos de aproximação da região de vizinhança dos pólos e zeros da função, pois não há necessidade de estabelecer um limite de corte no valor da função para comparar valores altos com os de pequena magnitude.

Além disso, com a proposta da análise da fase da função de transferência na escala logarítmica com distribuição linear, permitiu a comparação entre as magnitudes dos valores dos ângulos de fase e suas respectivas mudanças em torno da origem.

A figura 11.3.4 mostra a variação da fase da função de transferência, que também se representou com o mesmo método sugerido pelo Professor.

A figura 11.3.3 mostra o valor absoluto da função de transferência.

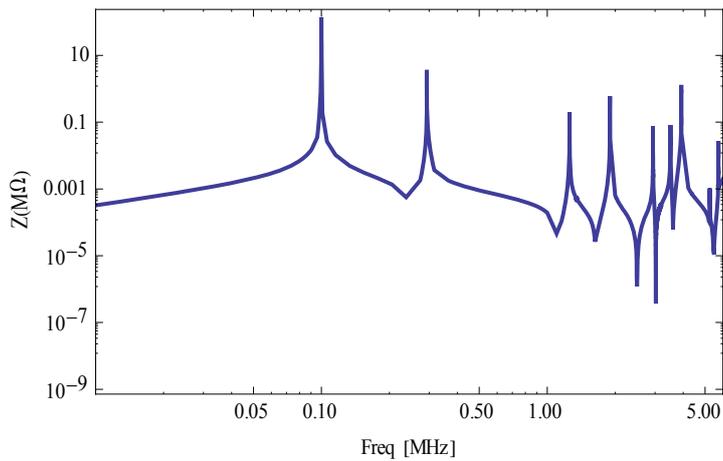


figura: 11.3.3

As regiões de vizinhança dos pólos e zeros da função estão identificadas na figura 11.3.7, através dos sobressaltos da função de transferência e quanto maior a magnitude do pico, isso nos traduz que se está mais próximo do valor da frequência de ressonância.

A figura 11.3.4 mostra a variação da fase da função de transferência:

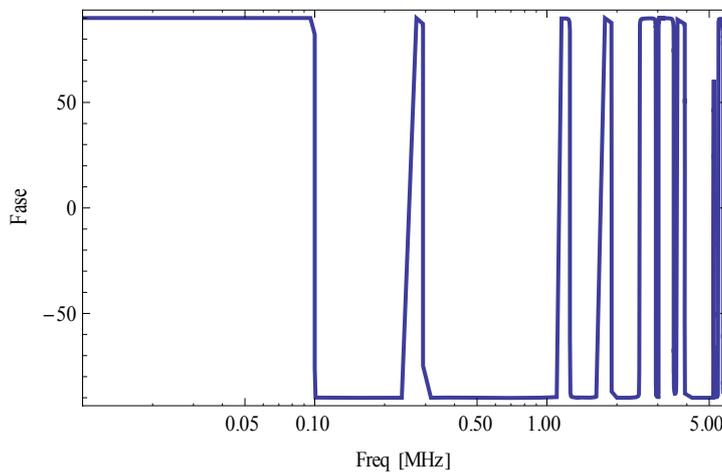


figura 11.3.4

A mudança de fase ocorre nas regiões de sobressaltos, quando o valor da parte imaginária da função e transferência oscila em torno da origem.

Apesar das riquezas das informações obtidas através da comparação entre os valores das magnitudes da função de transferência, separou-se a parte real e imaginária da função de transferência de modo que se possa no final dessa seção avaliar as frequências comuns aos modelos comparados.

Segue abaixo também o estudo das funções de transferência mostradas com os gráficos inicialmente propostos na apresentação do trabalho. Os gráficos apresentam funções com o corte nas suas amplitudes, cujo objetivo, é permitir também uma comparação entre os valores obtidos para as frequências mais próximas da ressonância com elevadas magnitudes com as com as funções de baixa magnitude. Nessa análise deve-se considerar que o objetivo da comparação entre as magnitudes não é o aspecto fundamental e sim os valores das frequências que estão próximos da ressonância.

A figura 11.3.5 mostra a parte real da função de transferência;

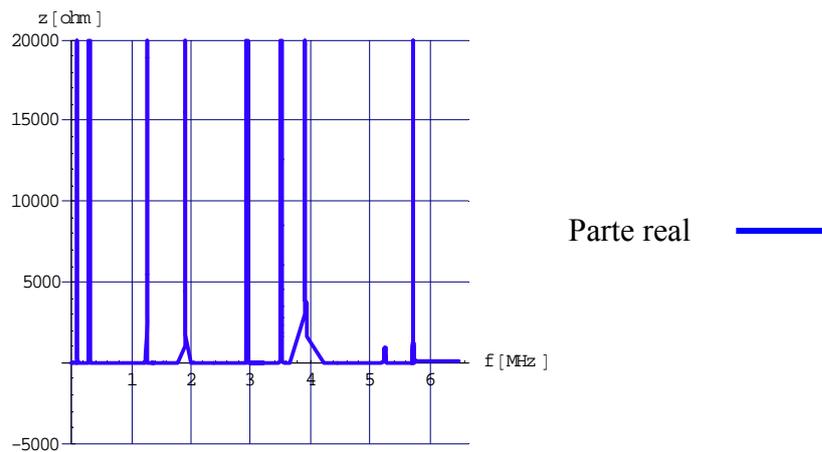


figura 11.3.5

A figura 11.3.6 mostra a parte imaginária da função de transferência;

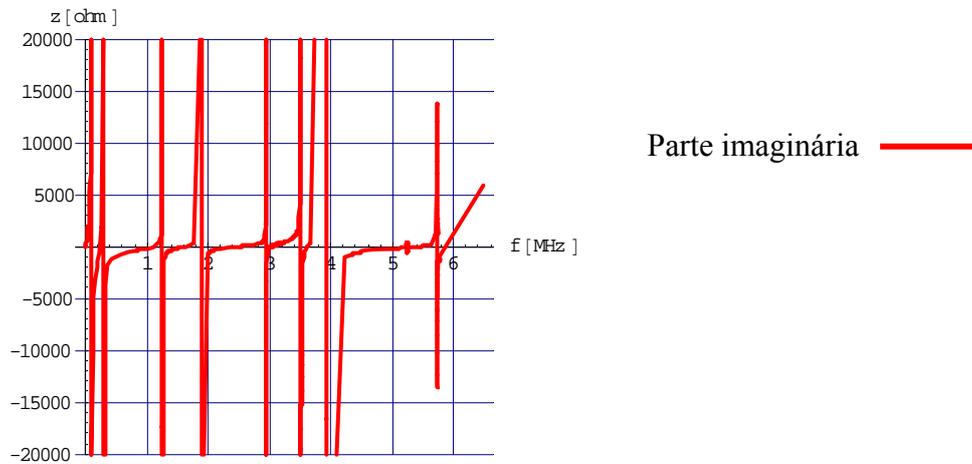


figura 11.3.6

A figura 11.3.7 mostra a parte real e imaginária das funções superpostas.

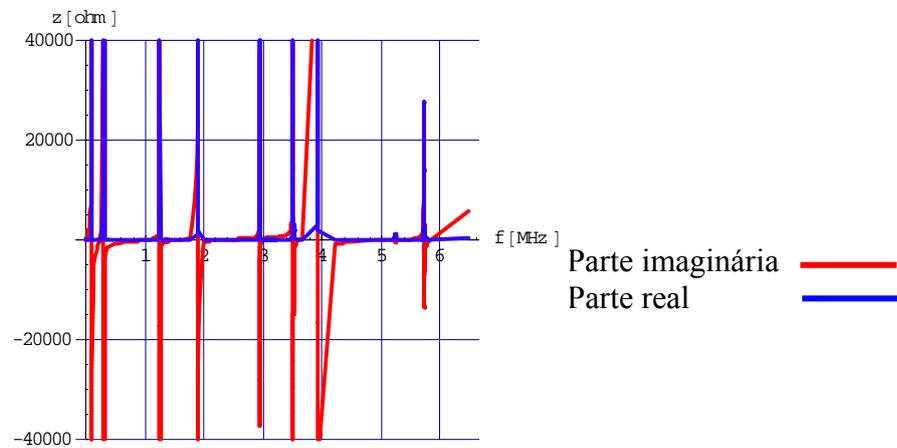


figura 11.3.7

A faixa entre 5 e 5.5 MHz possui uma região de vizinhança que em função das escalas adotadas nos gráficos dificultou a identificação, logo, a escala e a região foi novamente visualizada conforme a figura 11.3.8.

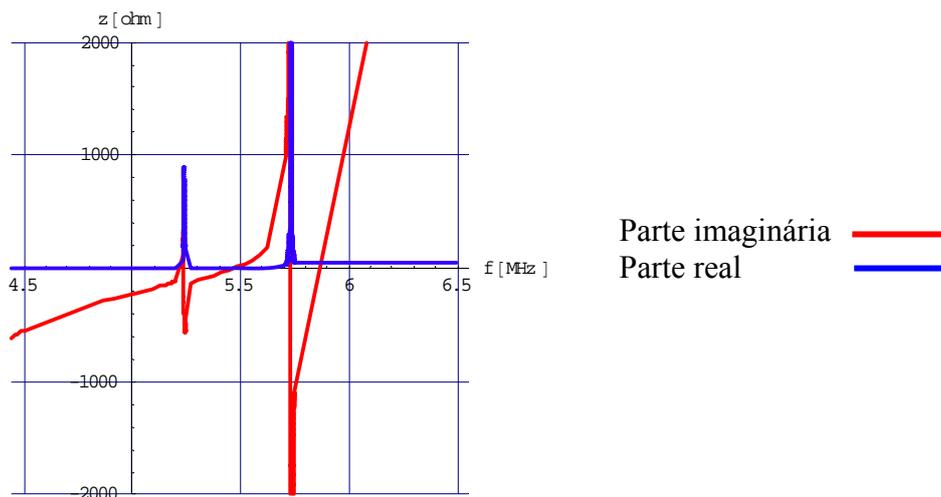


figura: 11.3.8

A função acima foi estabelecida com a adoção de várias frequências que tinham valores próximos das 310 frequências estabelecidas no circuito modelado espira a espira.

A seguir estudou-se o comportamento da função de transferência e das regiões de proximidade dos pólos e zeros da função do caso “f”, e os resultados são apresentados da seguinte forma:

As duas figuras a seguir foram introduzidas por meio da colaboração do Professor Antônio Carlos Siqueira de Lima, participante da minha Banca de Exame e Orientador da revisão deste trabalho. A apresentação das funções com a característica gráfica apresentada foi permitida como avanço do programa computacional empregado, que nesse caso foi o Mathematica, cujos recursos inicialmente empregados eram das versões 3 e 4, e que isso foi permitido a partir da versão 7.

A 11.3.9 mostra a variação da impedância em função da frequência na escala logarítmica linear; essa escala permitiu a comparação entre os diversos pontos de aproximação da região de vizinhança dos pólos e zeros da função, pois não há necessidade de estabelecer um limite de corte no valor da função para comparar valores altos com os de pequena magnitude. A figura 11.3.10 mostra a variação da fase da figura 11.3.9, que também se representou com o mesmo método sugerido pelo Professor.

A figura 11.3.9 mostra o valor absoluto da função de transferência.

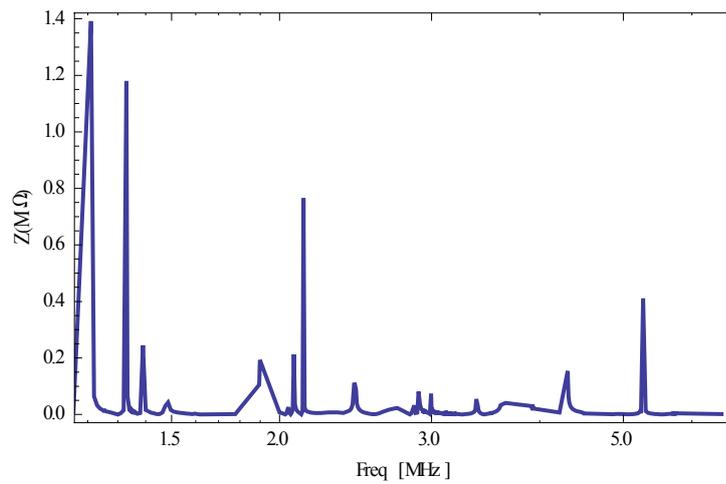


figura 11.3.9

As regiões de vizinhança dos pólos e zeros da função estão identificadas na figura 11.3.9, através dos sobressaltos da função de transferência e quanto maior a magnitude do pico, isso nos traduz que se está mais próximo do valor da frequência de ressonância.

A figura 11.3.10 mostra a variação da fase da função.

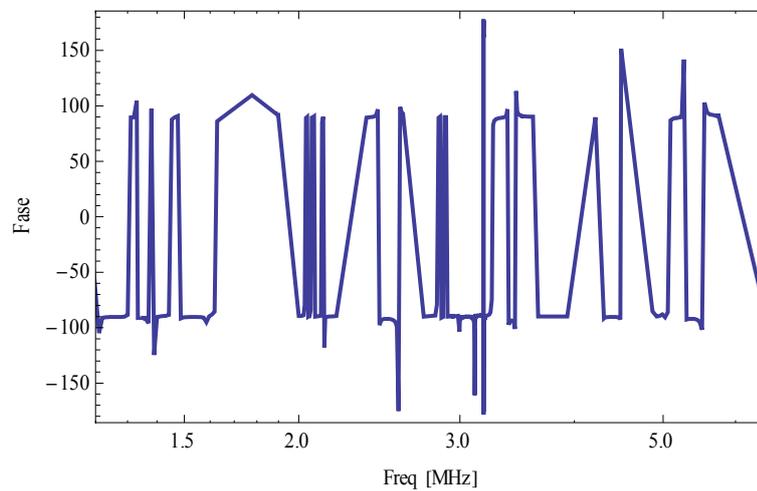


figura: 11.3.10

A mudança de fase ocorre nas regiões de sobressaltos, quando o valor da parte imaginária da função e transferência oscila em torno da origem.

A figura 11.3.10 mostra a variação da fase da função de transferência. A mudança da fase em relação a origem ocorre pela variação dos pólos e zeros da função. A figura 11.3.10 complementa a informação da figura 11.3.9.

Na análise final da função de transferência também foram considerados os gráficos inicialmente propostos, cuja idéia é a melhora da qualidade nas informações e um aprofundamento na possibilidade de obter respostas de rápidas para o entendimento do comportamento da função de transferência. Em todos os casos que foram estudados a função de transferência sofreu o mesmo tipo de análise e estudo sob o ponto de vista das respostas gráficas, mas nesse trabalho foram apresentadas as que pareceram mais significativas para as conclusões.

Segue abaixo também o estudo das funções de transferência mostradas com a análise gráfica inicialmente proposta na apresentação do trabalho. Os gráficos apresentam funções com o corte nas suas amplitudes de forma que se possa comparar com as funções de baixa magnitude.

A figura 11.3.11 mostra a parte real da função de transferência;

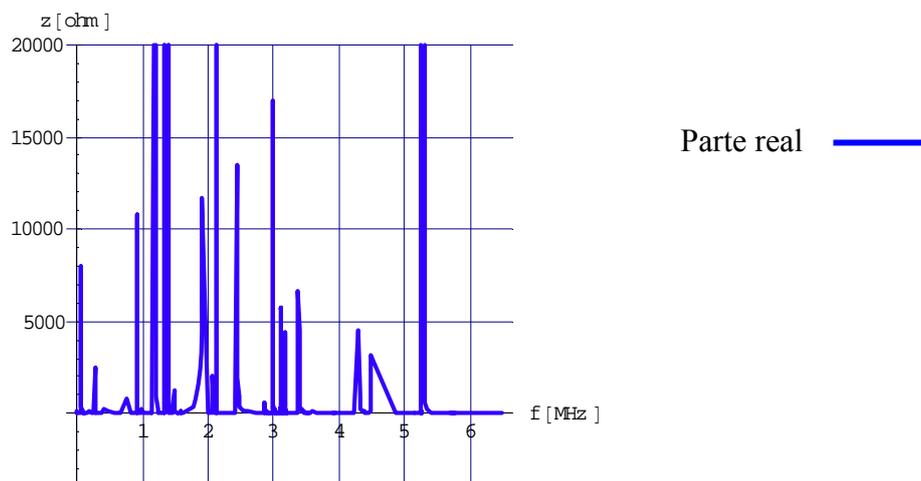


figura: 11.3.11

A figura 11.3.12 mostra a parte imaginária da função de transferência;

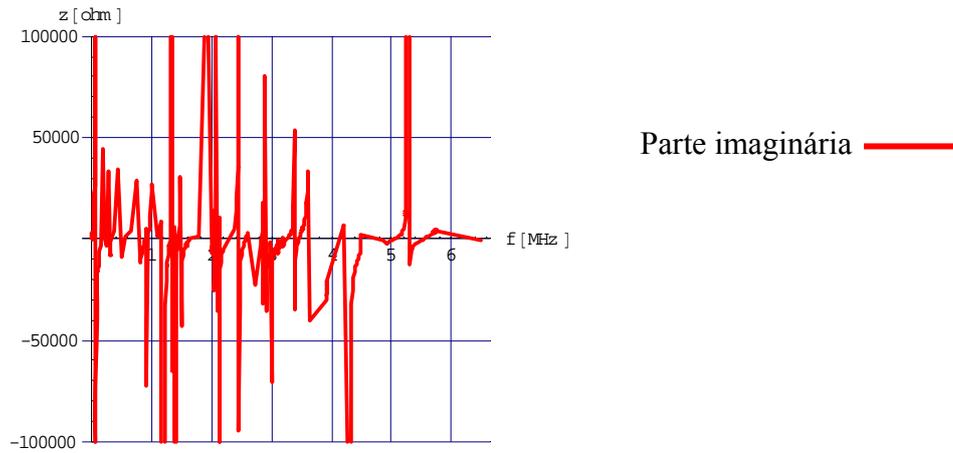


figura: 11.3.12

A figura 11.3.13 mostra a parte real e imaginária das funções superpostas, com a escala ajustada para a melhor identificação da parte real e imaginária.

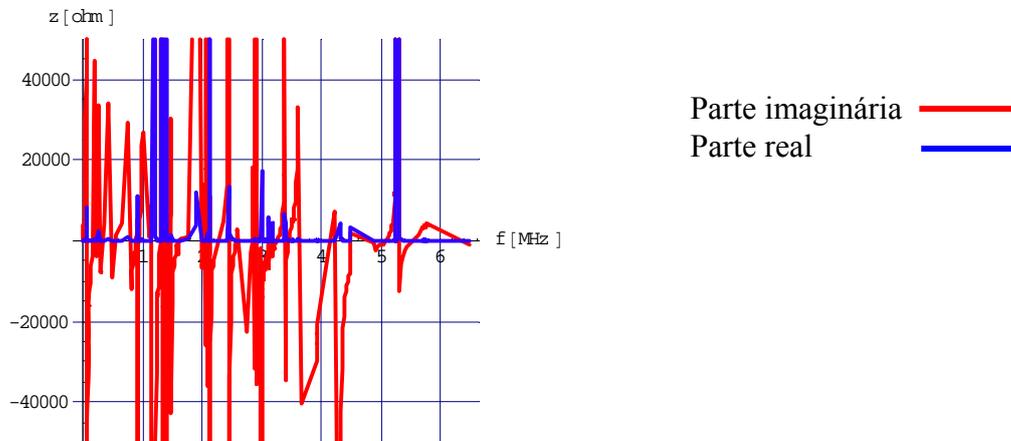


figura: 11.3.13

Para efeito de comparação entre as partes reais dos modelos, segue abaixo a figura 11.3.14, correspondente com a parte real do modelo para alta frequência,

denominado simplificado, e representado na cor azul, e a parte real do modelo para baixa, média e alta frequência, denominado completo, e representado na cor laranja.

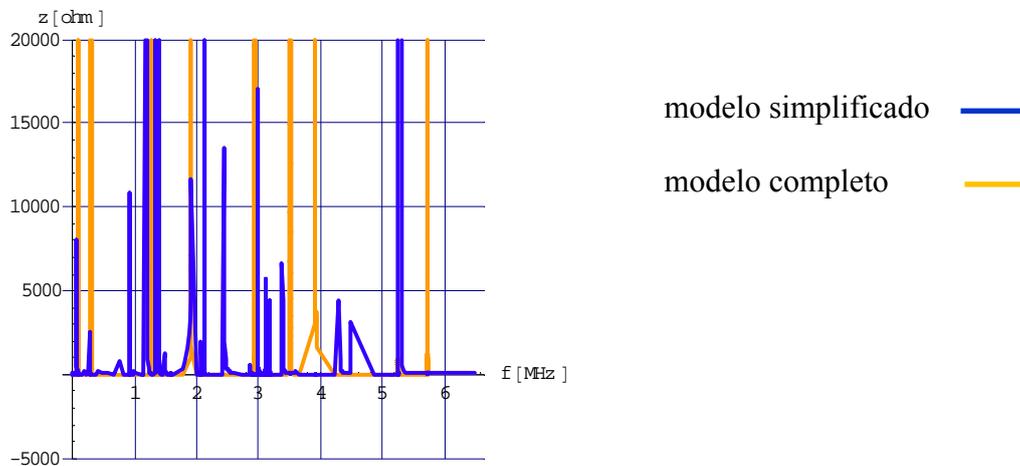


figura: 11.3.14

Comparando de uma forma geral o resultado obtido visto pelo primário do transformador pode-se verificar que as modificações introduzidas resultaram em alterações na resposta de frequência na parte real da função de transferência dos circuitos acima representados.

Observando o gráfico da figura 11.3.13, verificou-se que na faixa de frequência de 0 a 3.5 MHz, a função com o modelo completo apresentou a mesma região de vizinhança dos pólos e zeros que estava representada na no modelo simplificado, porém, em alguns casos com intensidade (pico) menor.

Na faixa de frequência de 0 kHz a 1,0 MHz o modelo completo, mostra diversas regiões de vizinhança dos pólos e zeros das funções, e no modelo simplificado não houve a mesma resposta. A figura 11.3.15 mostra a função de transferência do modelo completo com essa faixa de frequência com a escala modificada.

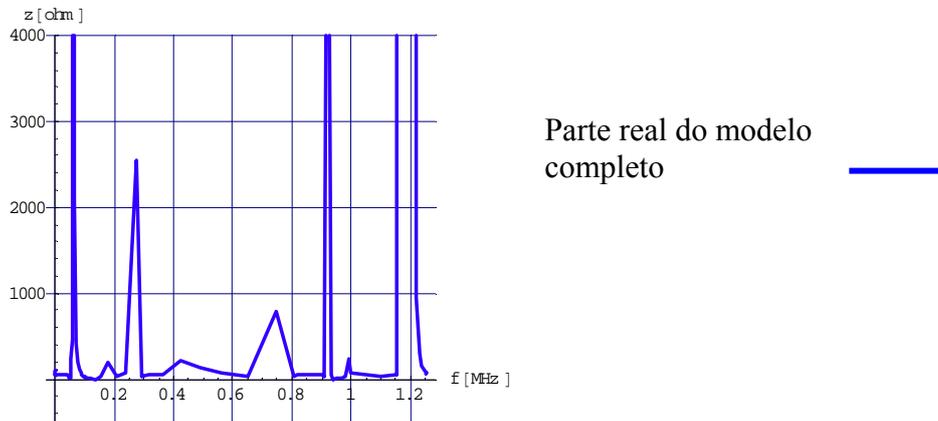


figura: 11.3.15

Na faixa de frequência acima de 3.5 MHz, vista na figura 11.3.16, as funções apresentaram regiões de vizinhança de pólos e zeros diferentes, com exceção da frequência de 5.2 MHz, cuja região foi detalhada para a função de transferência do modelo completo na figura 11.3.8.

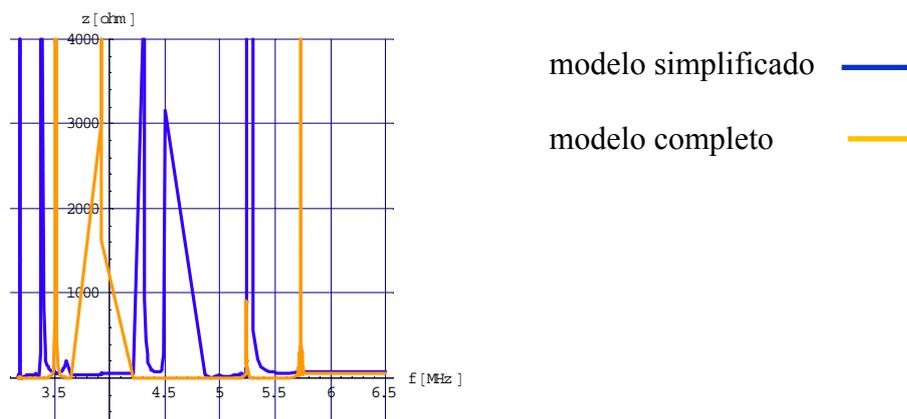


figura: 11.3.16

Verificou-se ainda que no modelo completo essa região apresenta maior semelhança com o comportamento do modelo representado espira por espira com 310 freqüências. Se observarmos sobre o ponto de vista das intensidades nas respostas, pode-se identificar na figura 11.3.17, que a regiões estão representadas com intensidades muito reduzidas e que dentre as possíveis causas da discrepância poderia estar na necessidade do aumento do número de freqüências de forma diferenciada entre os modelos. Nota-se no gráfico da figura 11.3.17 que entre 3.5 e 4.5 MHz pode haver uma região de proximidade dos pólos e zeros da função de transferência, mas que não foi bem representada com as freqüências aplicadas no modelo completo.

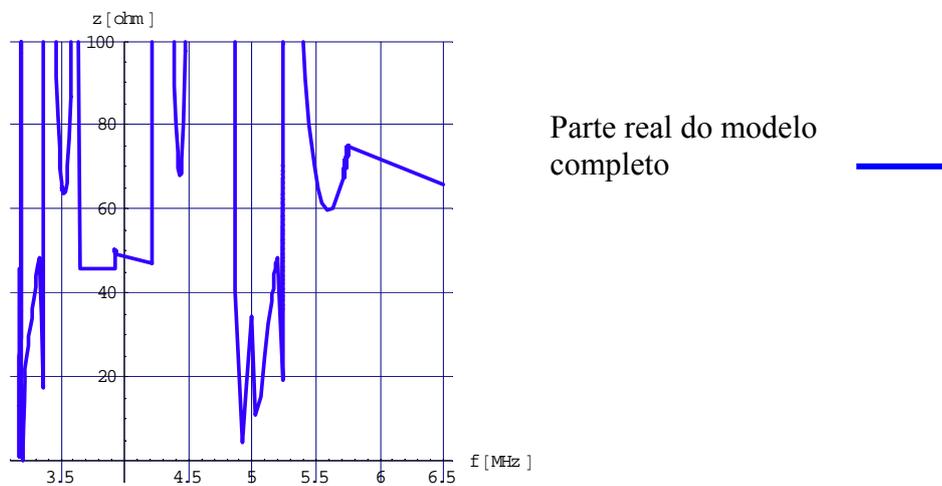


figura: 11.3.17

Nota-se também que as intensidades correspondentes a parte real do circuito não troca a polaridade em relação ao eixo da freqüência, o que corresponde a dissipação de energia (parte real positiva) através da parte ativa. Nessa região algumas intensidades são de baixa magnitude e isso dificulta a identificação da região dos pólos e zeros da função.

Para efeito de comparação entre as partes imaginárias dos modelos, segue abaixo a figura 11.3.18, correspondente com a imaginária do modelo para alta frequência, denominado simplificado, e representado na cor azul, e a parte imaginária do modelo para baixa, média e alta frequência, denominado completo, e representado na cor laranja.

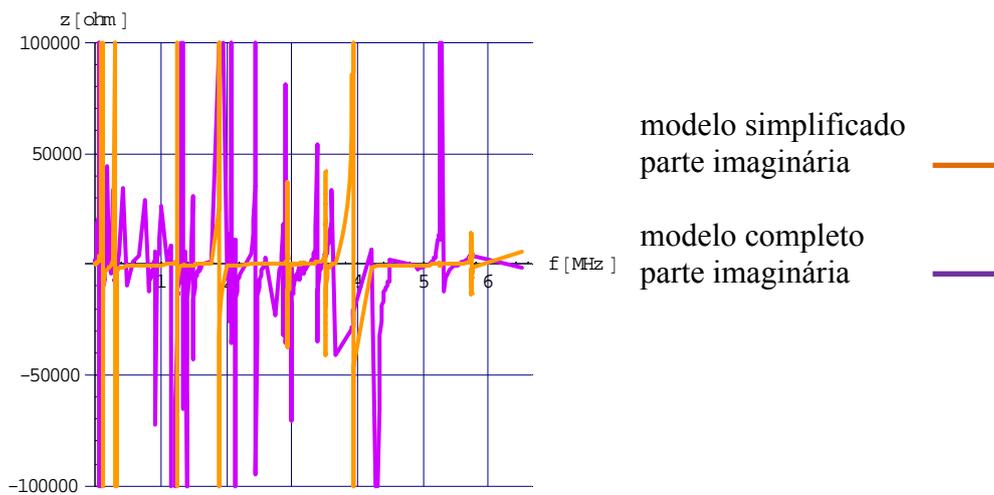


figura: 11.3.18

Observando os resultados obtidos na faixa de 0 a 3 MHz, visto na figura 11.3.19, verificou-se que nas frequências de 0.3 e 1.75 MHz as funções tinham a mesma localização da região de vizinhança de pólos e zeros e que nas demais frequências as respostas são diferentes. A função de transferência do modelo completo tem uma quantidade maior de regiões de vizinhança dos pólos e zeros.

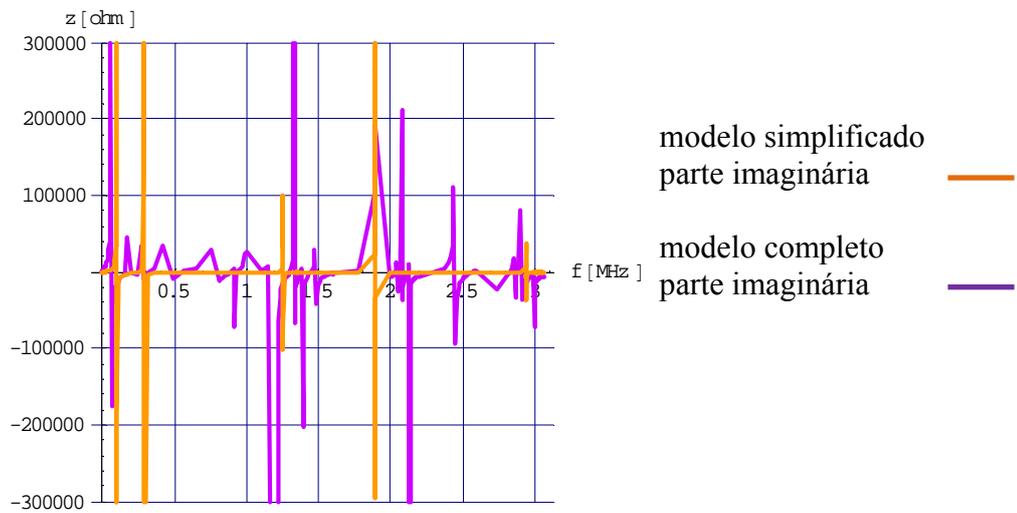


figura 11.3.19

Observando os resultados obtidos na faixa de 3 a 6.4 MHz, visto na figura 11.3.20, verificou-se que somente em torno de 2.9 MHz as funções tinham a mesma localização da região de vizinhança de pólos e zeros, e que nas demais frequências as respostas são diferentes. Quando ampliamos a escala Verificou-se que a função de transferência do modelo completo uma quantidade maior de regiões de vizinhança dos pólos e zeros.

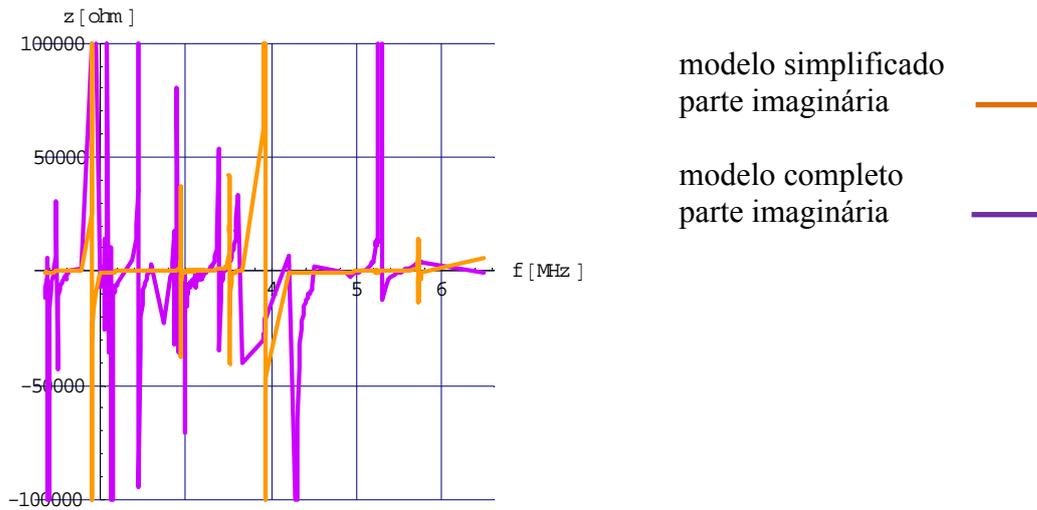


figura: 11.3.20

Considerando o modelo do transformador representado espira a espira (alta frequência), figuras 11.3.21, 11.3.22 e 11.3.23.

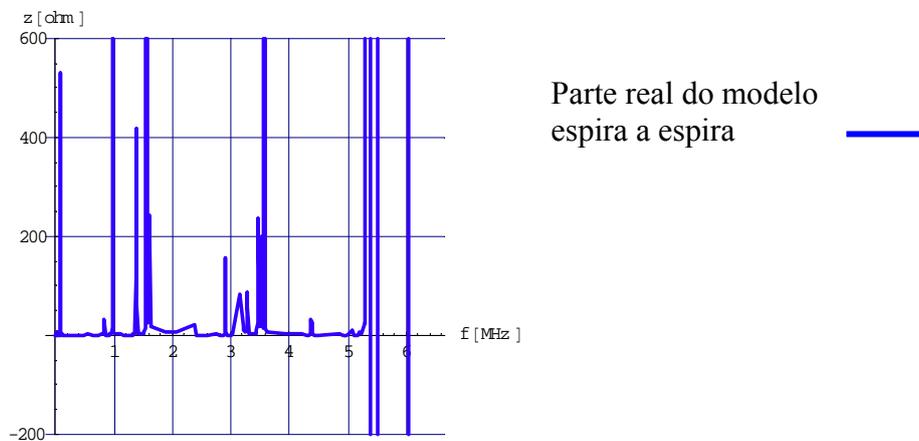


figura: 11.3.21

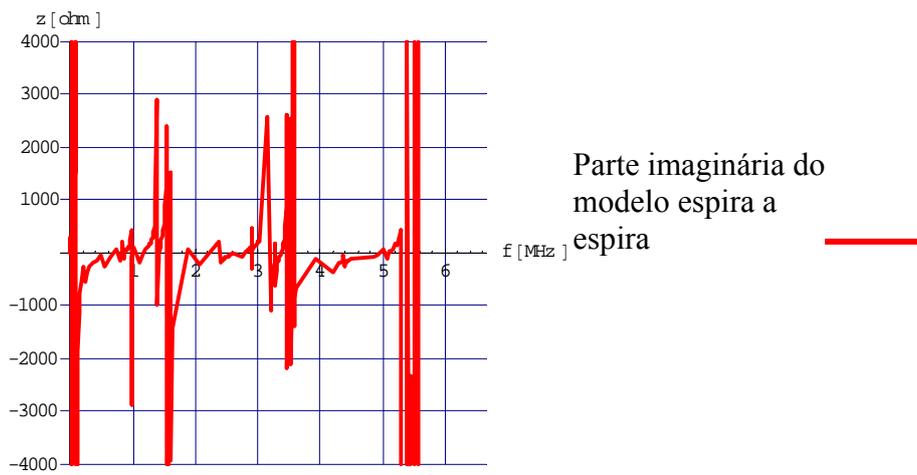


figura: 11.3.22

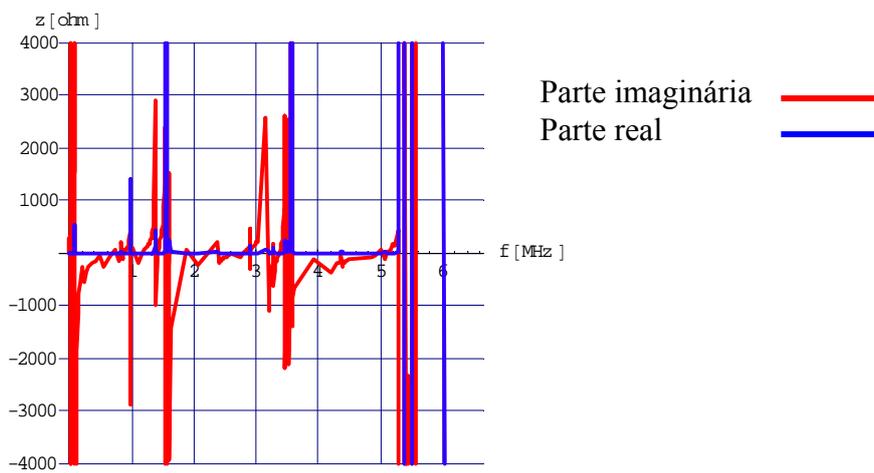


figura: 11.3.23

Agora será comparado o modelo denominado espira a espira e o do conjunto de espiras, modelo completo (baixa, média e alta frequência), e superpondo as figuras 11.3.24, parte real, e 11.3.25, parte imaginária, verificou-se os seguintes resultados:

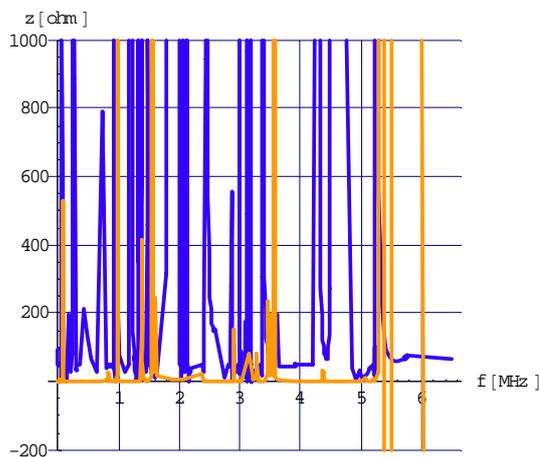


figura: 11.3.24



figura: 11.3.25

modelo espira a espira
parte real ————

modelo completo
parte real ————

modelo espira a espira
parte imaginária ————

modelo completo
parte imaginária ————

De um modo geral, verificou-se que quando as frequências tinham valores próximos ou iguais, as regiões de vizinhança dos pólos e zeros da função de transferência mostraram tipo de resposta semelhante.

Deve-se considerar que uma das premissas adotadas para a simulação com o elevado número de frequências foi aumentar a quantidade de valores, distribuídas em trono da região identificada pela função com 310 frequências.

A quantidade total de frequência (12166) foi adotada após a otimização da memória e velocidade do processamento da máquina (computador: corel 2 duo, centrino, memória de 3Gb) utilizada para a simulação.

Analisando os resultados obtidos de uma forma geral, pode-se verificar que a modelagem do enrolamento do transformador com conjuntos de espiras permitiu: introduzir uma quantidade maior de frequências, redução do tempo de simulação, estudo de uma quantidade maior de ressonâncias identificadas pelas regiões de vizinhança dos pólos e zeros da função de transferência.

Também foram analisadas as funções de transferência sob o ponto de vista dos outros terminais, porém aqui foram apresentados os casos que apresentaram maior relevância.

11.4 - ESTUDO DO COMPORTAMENTO DO MODELO COMPLETO QUANDO SUBMETIDO A TRANSITÓRIOS RÁPIDOS DE CORRENTE.

As características do impulso aplicado ao enrolamento primário de ambos os casos são apresentadas abaixo:

$i(t) = 1$, é a amplitude do impulso considerado.

tempo frente = $1,5\mu s$, é o tempo de duração da frente de onda.

tempo1 = $20\mu s$, é o tempo de duração da intensidade máxima da corrente, cujo valor é constante, e que tem início após o tempo frente.

tempo2 = $100\mu s$, é o tempo de duração da redução na intensidade da corrente, do valor máximo até zero, e que tem início após o tempo1.

$\alpha = 1,5$, é o parâmetro adimensional, cujo valor é positivo para os primeiros impulsos das descargas descendentes negativas.

$$i(t) = 0 \quad \text{para } t \leq 0 \quad (11.4.1)$$

$$i(t) = I_0 \cdot \frac{e^{\frac{\alpha t}{t_f}} - 1}{e^\alpha - 1} \quad \text{para } 0 < t < t_f \quad (11.4.2)$$

$$i(t) = I_0 \quad \text{para } t_f \leq t \leq t_1 \quad (11.4.3)$$

$$i(t) = -\frac{I_0}{(t_2 - t_1)}(t - t_2) \quad \text{para } t_1 < t < t_2 \quad (11.4.4)$$

$$i(t) = 0 \quad \text{para } t \geq t_2 \quad (11.4.5)$$

Corrente no conjunto de espiras 1.

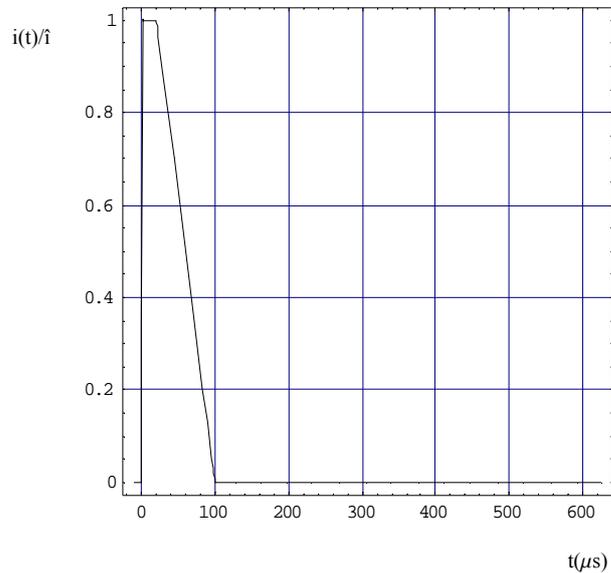


figura:11.4.6

A figura 11.4.6 representa a forma de onda do impulso de corrente aplicado ao primário do transformador, e as demais figuras representam a forma de onda da corrente nas demais partes do enrolamento.

As figuras são apresentadas no domínio do tempo, e o tempo máximo da duração do transitório foi ajustado até um valor bastante reduzido da corrente.

As figuras subseqüentes representam a forma de onda na entrada de cada conjunto de espiras, a seguir denominadas por: Corrente no Conjunto de Espiras “x”.

Agora vamos mostrar as figuras correspondentes à corrente no enrolamento primário do transformador.

O primeiro conjunto de espiras do enrolamento primário foi identificado como “1” e o último “51”, conforme descrito na seção 11.1, deste capítulo.

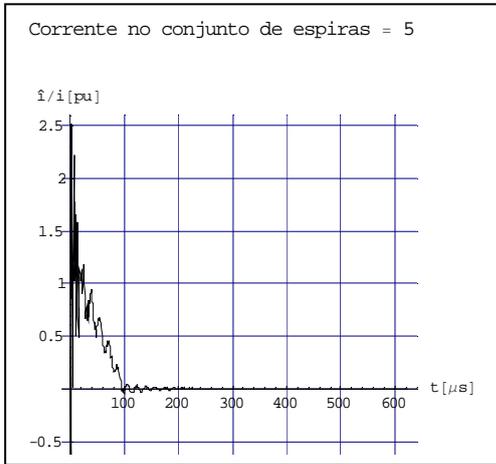


figura:11.4.7

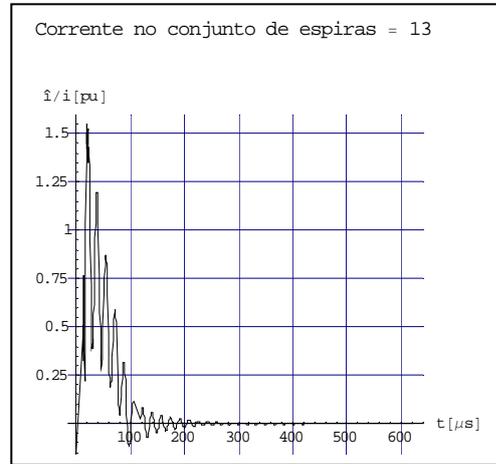


figura:11.4.8

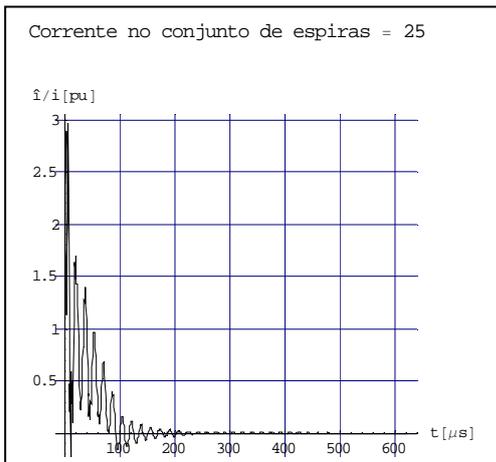


figura:11.4.9

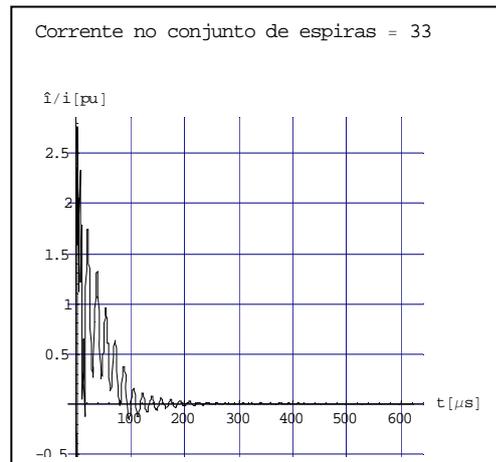


figura:11.4.10

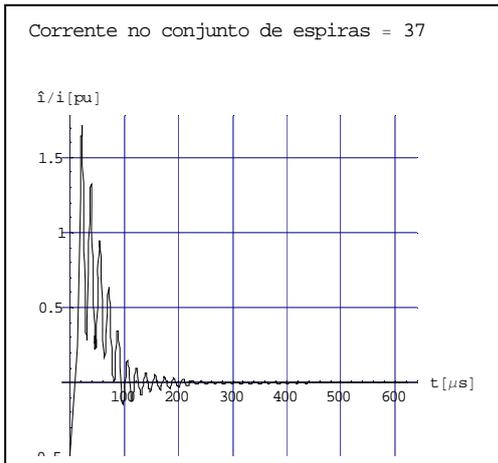


figura:11.4.11

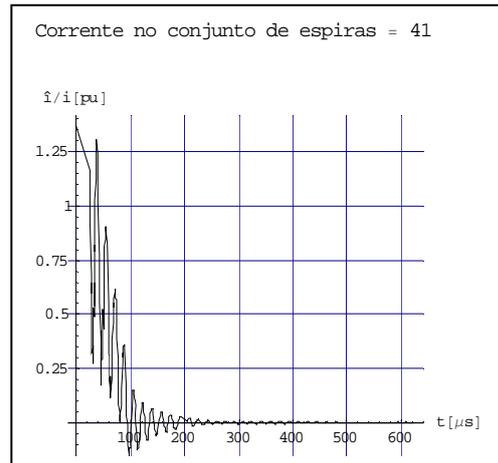


figura:11.4.12

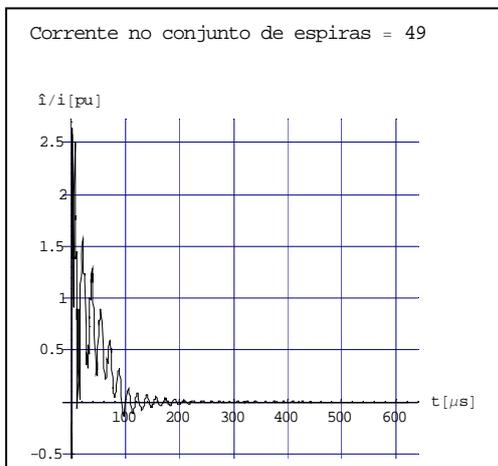


figura:11.4.13

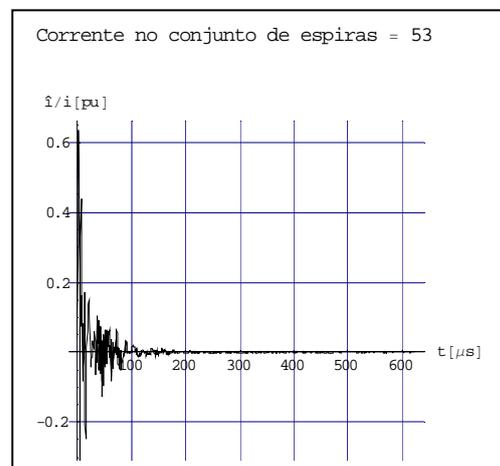


figura:11.4.14

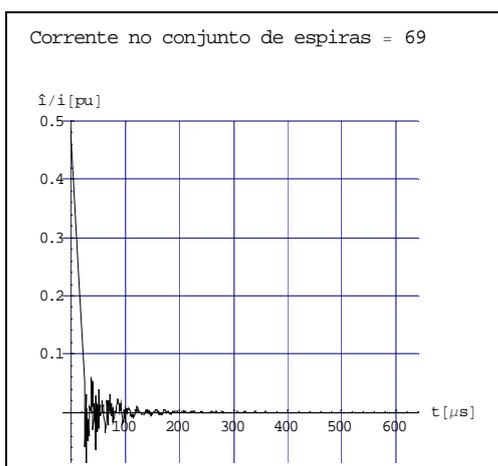


figura:11.4.15

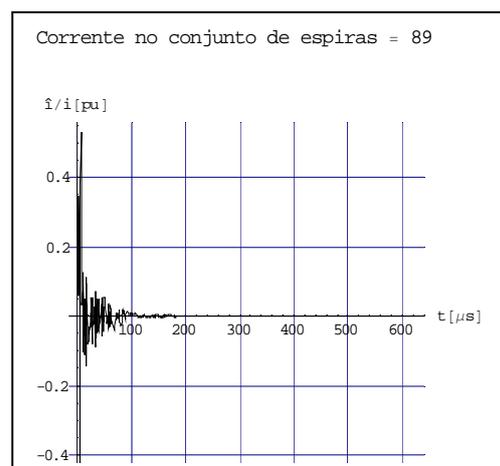


figura:11.4.16

Comentários Específicos:

- Verificou-se em todos os gráficos que próximo da origem do tempo a Transformada Rápida de Fourier encontrou bastante dificuldade em estabilizar a função.
- Verificou-se que as forma de onda de saída apresentava intensidades diferentes para os diversos pontos de medição.
- Verificou-se que no enrolamento primário o transitório de corrente é bastante reduzido após 200 μs .
- Verificou-se que no que no enrolamento secundário o transitório de corrente é bastante reduzido após 100 μs .
- Verificou-se na figura 11.4.4 que algumas frequências provocam intensidades mais acentuadas no valor da corrente. Essas variações podem ter como causa a proximidade da região de frequências indesejáveis.
- Verificou-se que na região compreendida entre o intervalo de tempo de 0 a 50 μs , possui maior oscilação no valor da corrente. Provavelmente podemos associar esse fato ao comportamento das bobinas do circuito indutivo.
- Os poucos gráficos de corrente apresentados estão associados ao enrolamento com bobinas e como houve pouca variação em relação aos estudados, julgou-se, que deveriam ser mostrados somente os que apresentavam modificações significativas.

Comentários Gerais:

- Os gráficos de uma maneira geral apresentam uma boa representação no modelo, porém foram várias as dificuldades advindas do processo matemático utilizando a Transformada Rápida de Fourier. Tentou-se solucionar esse problema da seguinte forma: 1) pela integral de Fourier, mas o tempo para simulação ficou demasiadamente longo, 2) Aumentando o número de pontos de representação Transformada Rápida para 32768 frequências, mas retornamos a dificuldade anterior, 3) tentou-se integrar a função por partes e ainda persistia a dificuldade de integração no intervalo de 0 a $1.5 \mu\text{s}$.
- As variações muito rápidas nos valores da corrente podem ser resultantes do acoplamento magnético mais intenso.
- A elevação da corrente nas primeiras espiras pode ter como causa a superposição de frequências em várias espiras, sendo predominante o efeito da região de proximidade dos pólos em baixa frequência.
- A metodologia aplicada considerando algumas espiras agrupadas em conjuntos se comparada com o processo espira a espira reduziu o tempo de simulação em mais de 50% em relação ao inicial.
- O transitório mostra que quanto mais próxima é a região dos pólos e zeros da função maior a instabilidade da função.

- Pode-se concluir que com a redução das matrizes dos coeficientes de indução, de potencial e a representação em baixa frequência das regiões de vizinhança dos pólos e zeros da função afetou de forma moderada a atenuação da forma de onda no enrolamento primário.
- Com a redução das matrizes dos coeficientes do campo magnético e do campo elétrico pode-se colocar uma maior quantidade de espiras fictícias sem elevar de forma significativa o tempo para obtenção dos resultados.

Agora vamos mostrar as figuras correspondentes às formas de onda das correntes nos enrolamentos do transformador após a filtragem dos efeitos provocados pelas frequências próximas das regiões de vizinhança de pólos e zeros e com a atenuação das oscilações resultantes da utilização da Transformada rápida de Fourier.

As figuras são apresentadas no domínio do tempo e o tempo máximo da duração do transitório foi ajustado até um valor bastante reduzido da tensão no transitório.

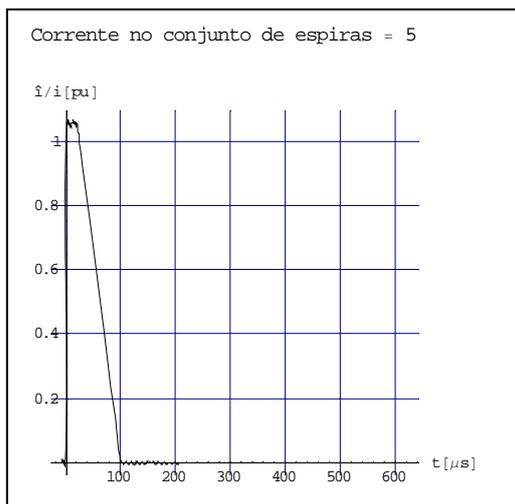


figura:11.4.17

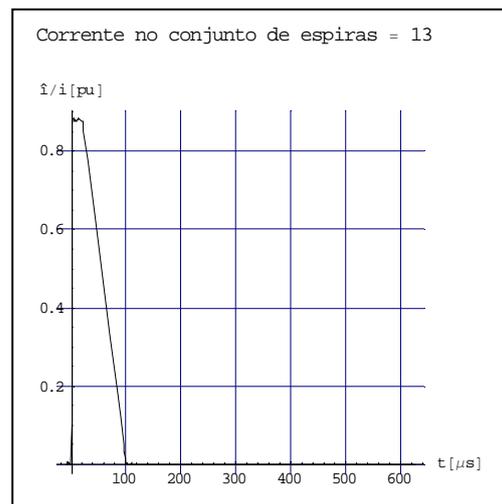


figura:11.4.18

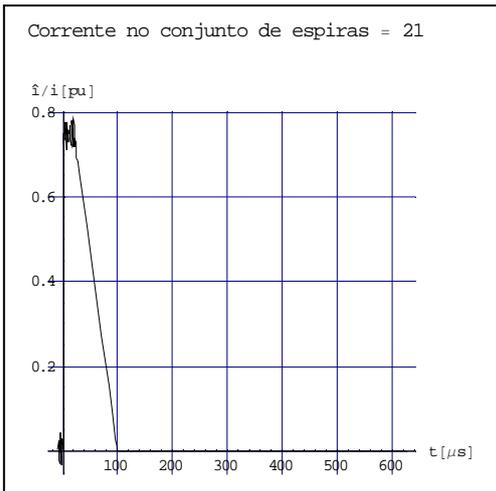


figura:11.4.19

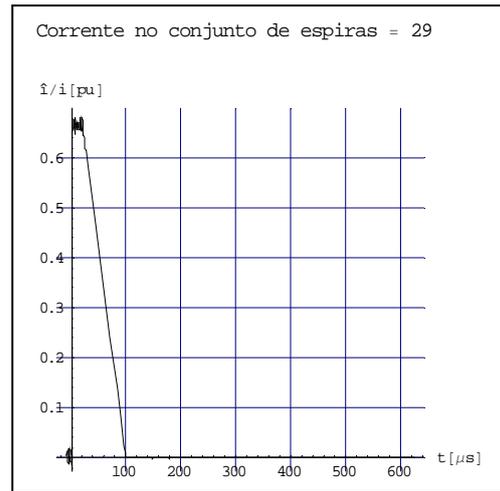


figura:11.4.20

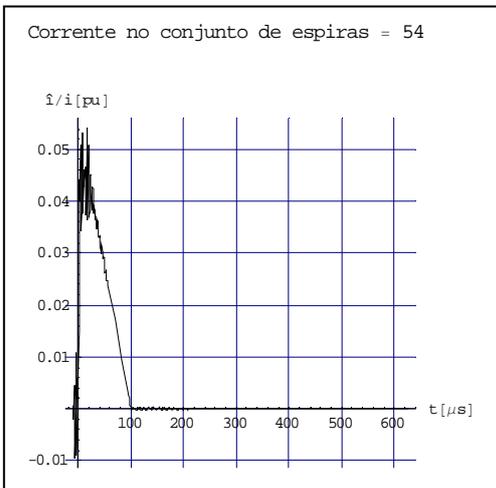


figura:11.4.21

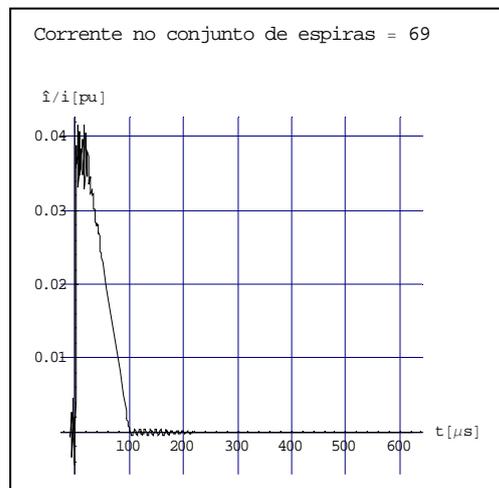


figura:11.4.22

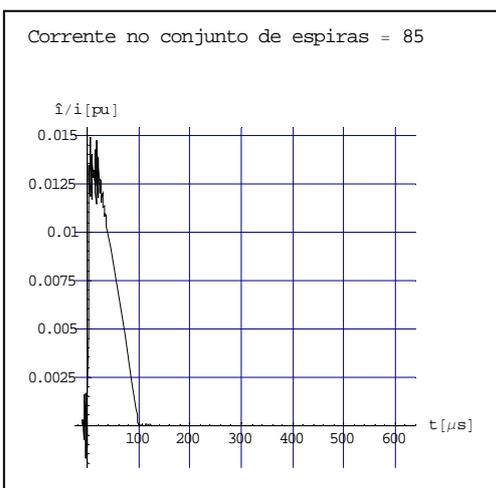


figura:11.4.23

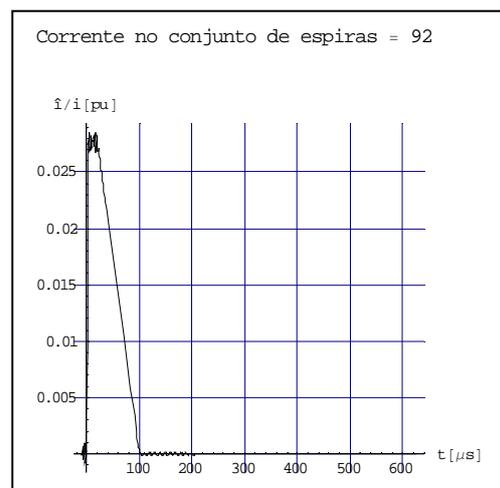


figura:11.4.24

Como base nas figuras onde foi adotada a técnica de filtragem notou-se um aspecto muito diferente das inicialmente levantadas no estudo, mas não significa que estas estejam corretas e as outras estejam erradas e vice versa. Devem-se observar todas as figuras sob vários aspectos, entre eles podemos citar: Algumas regiões de vizinhança da proximidade dos pólos e zeros causam ressonâncias e se a análise for feita somente com a função filtrada, teremos dificuldades em identificar quais os lugares do enrolamento estarão estas ressonâncias; Localização do conjunto de espiras em relação ao enrolamento (início, meio ou fim do enrolamento) que está sob análise, pois os acoplamentos indutivos podem ser mais intensos em uma região do que na outra; A quantidade de espiras que está no conjunto de espiras (neste caso duas ou cinco) pode representar maior capacidade de indução; A influência da localização do núcleo modelado para baixas frequências, pois sabemos que essa localização é definida pela relação entre os acoplamentos elétricos e magnéticos e que não é definida exatamente no meio do enrolamento; O fato de que quanto melhor identificadas as regiões de vizinhança dos pólos e zeros da função e utilizando as mesmas para análise do comportamento do circuito, através de uma função que contenha as mesmas espera-se encontrar algum tipo de problema.

Agora vamos mostrar as figuras correspondentes ao valor da tensão ao longo do tempo no enrolamento do transformador.

Definiu-se “tensão no nó” como: a diferença de potencial entre o terminal de ligação que conforme o caso se localiza no início de cada espira ou no início de cada conjunto de espiras e um ponto de referência comum designado por terminal terra.

A tensão de entrada aplicada nos circuitos foi medida no terminal de ligação do enrolamento primário foi identificado como “tensão no nó 1” e o último do como “tensão no nó 52”. O primeiro nó do enrolamento secundário foi identificado como “tensão no nó 53” e o último como “tensão no nó 93”.

11.5 - ESTUDO DO COMPORTAMENTO DO MODELO COMPLETO QUANDO SUBMETIDO A TRANSITÓRIOS RÁPIDOS DE TENSÃO.

A simulação do comportamento do circuito quando aplicamos uma tensão com características as seguintes características:

$u(t) = 1 =$ amplitude do impulso considerado.

tempo frente = $1,5\mu s =$ tempo de duração da frente de onda.

tempo1 = $20\mu s =$ tempo de duração da intensidade máxima da tensão, cujo valor é constante, e que tem início após o tempo frente.

tempo2 = $100\mu s =$ tempo de duração da redução da intensidade da tensão, do valor máximo até zero, e que tem início após o tempo1.

$\alpha = 1,5 =$ parâmetro adimensional.

$$u(t) = 0 \quad \text{para } t < 0 \quad (11.5.1)$$

$$u(t) = U_0 \cdot \frac{e^{\frac{\alpha t}{t_f}} - 1}{e^\alpha - 1} \quad \text{para } 0 < t < t_f \quad (11.5.2)$$

$$u(t) = U_0 t \quad \text{para } t > t_f \quad (11.5.3)$$

$$u(t) = -\frac{U_0}{(t_2 - t_1)}(t - t_2) \quad \text{para } t_2 > t > t_1 \quad (11.5.4)$$

$$u(t) = 0 \quad \text{para } t > t_2 \quad (11.5.5)$$

A figura 11.5.1 representa a forma de onda do impulso de tensão aplicado ao primário do transformador, e as demais figuras representam a forma de onda da tensão nas demais partes do enrolamento.

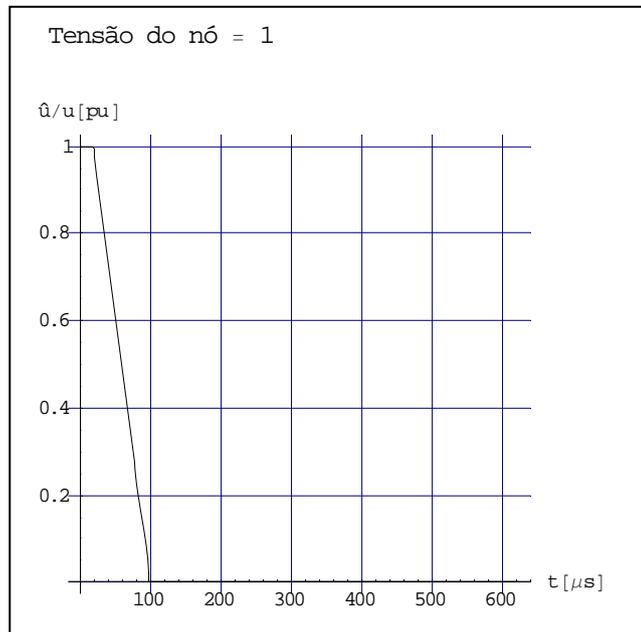


figura:11.5.6

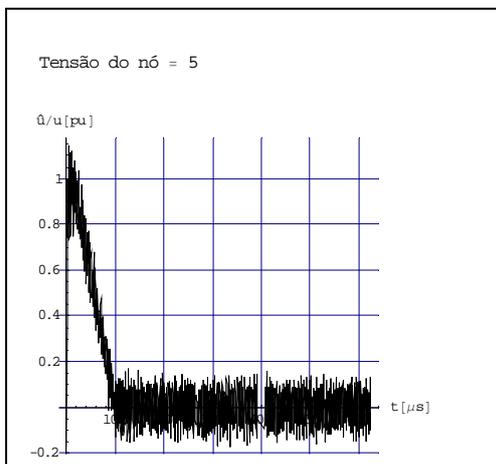


figura:11.5.7

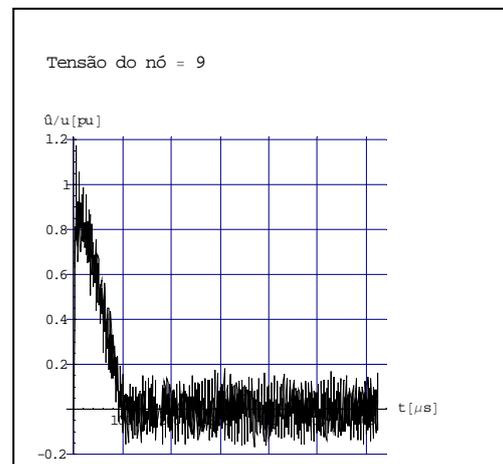


figura:11.5.8

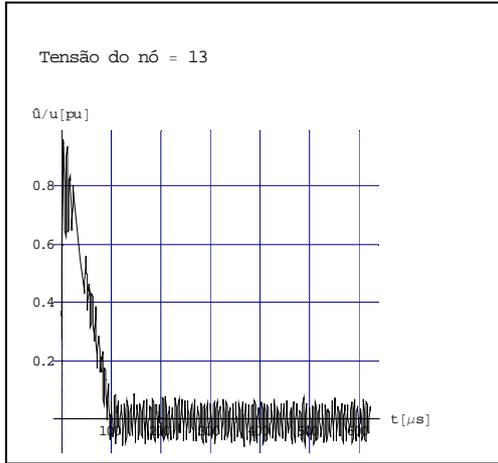


figura:11.5.9

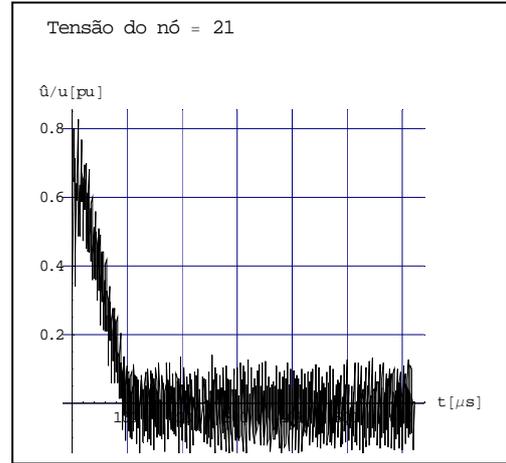


figura:11.5.10

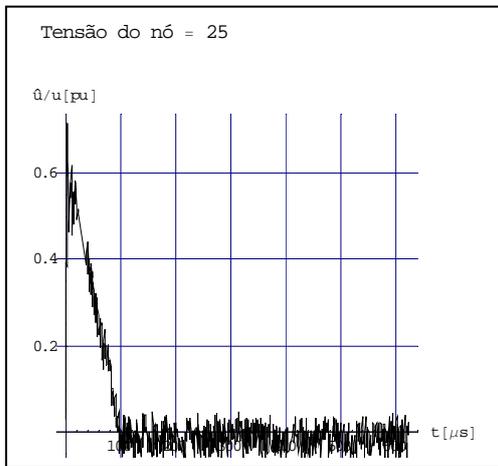


figura:11.5.11

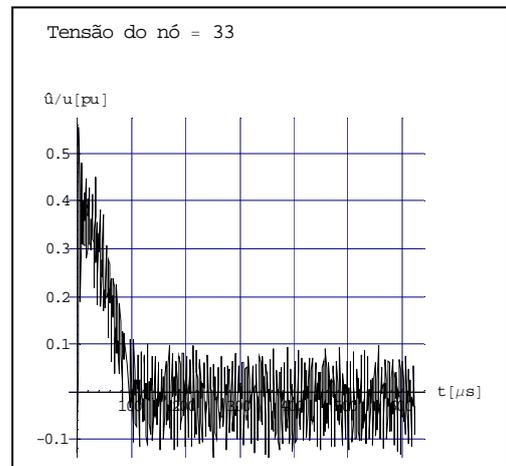


figura:11.5.12

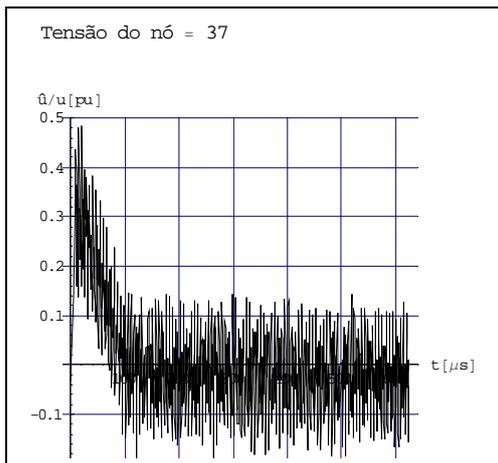


figura:11.5.13

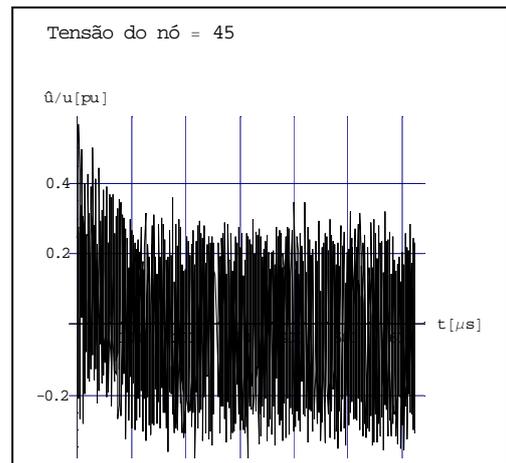


figura:11.5.14

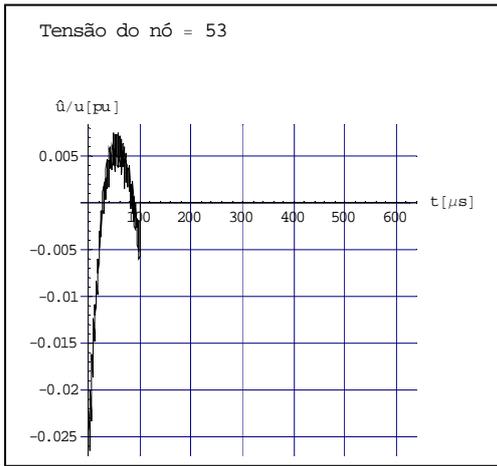


figura:11.5.15

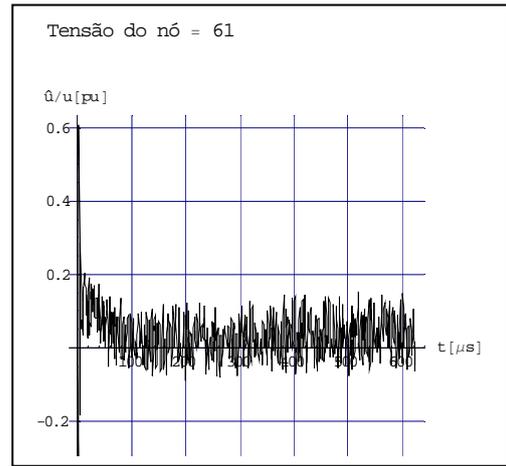


figura:11.5.16

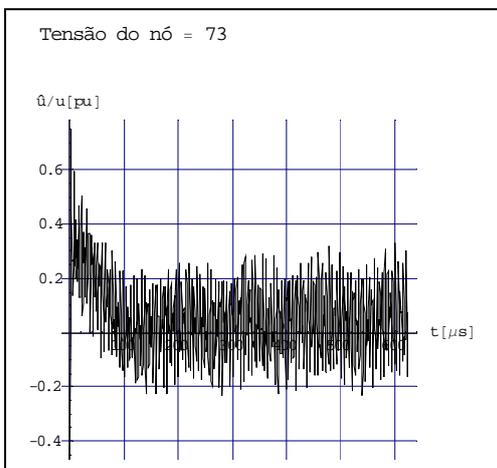


figura:11.5.17

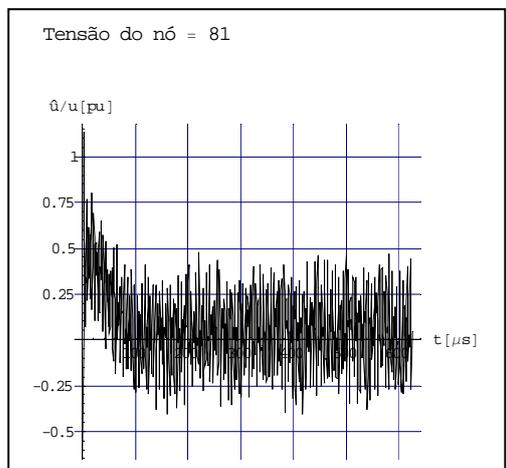


figura:11.5.18

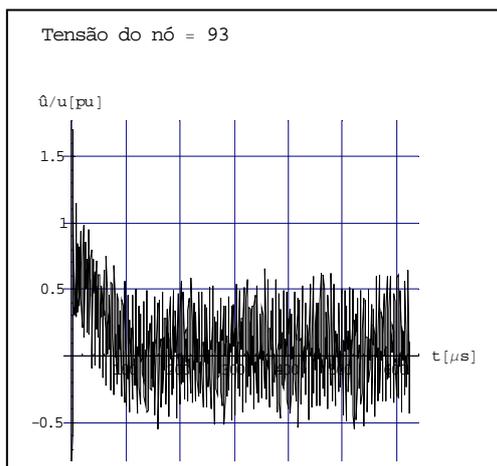


figura:11.5.19

Comentários Específicos:

- A tensão foi normalizada em relação ao valor de entrada.
- Verificou-se nas figuras que no período entre 0 a 100 μs o valor da tensão era de oscilação intensa.
- Verificou-se que no período entre 100 a 625 μs o valor da tensão era de baixa magnitude e oscilante em torno do valor zero.
- Verificou-se na figura 11.5.9 que a tensão no nó 45 parece não convergir após 100 μs e oscila em torno do valor zero.
- Verificou-se na figura 11.5.10 que no terminal do nó 53, início do enrolamento secundário, o valor da tensão é bastante reduzido.
- Verificou-se nas figuras compreendidas entre 11.5.12 a 11.5.14, que o transitório após 100 μs é oscilante em torno do valor zero.

Comentários Gerais:

- Os gráficos de uma maneira geral apresentam uma boa representação dos fenômenos em causa, ou seja, mostram as alterações na forma e nos valores das tensões ao longo do enrolamento. Pode-se dizer que essas alterações têm em grande parte como origem o aumento do número de

freqüências que permitiu uma melhor identificação das regiões de vizinhança dos pólos e zeros da função.

- No que diz respeito às oscilações de baixa magnitude da tensão podem ter como causa as dificuldades advindas do processo matemático utilizando a Transformada Rápida de Fourier.
- O transitório de tensão tem duração significativa.

Agora vamos mostrar as figuras correspondentes às formas de onda das tensões nos enrolamentos do transformador após a filtragem dos efeitos provocados pelas freqüências próximas das regiões de vizinhança de pólos e zeros e com a atenuação das oscilações resultantes da utilização da Transformada rápida de Fourier.

As figuras são apresentadas no domínio do tempo e o tempo máximo da duração do transitório foi ajustado até um valor bastante reduzido da tensão no transitório.

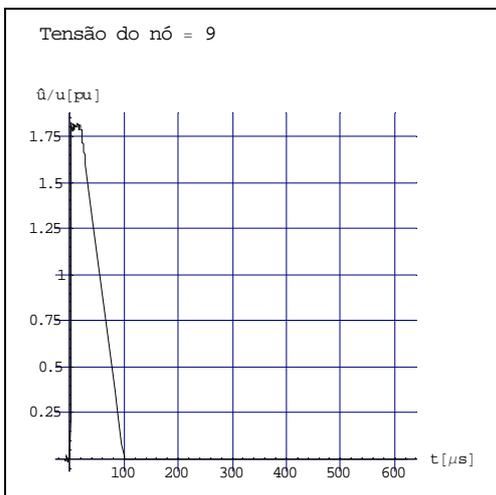


figura:11.5.20

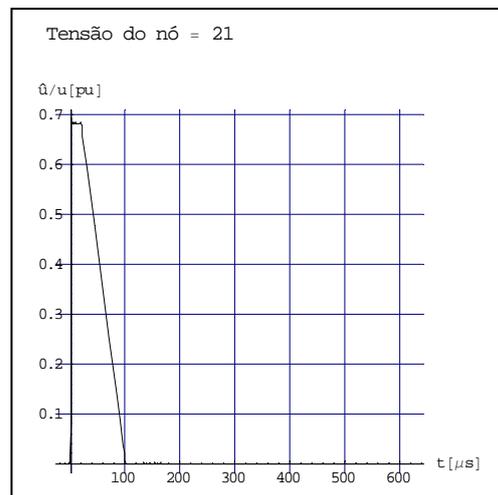


figura:11.5.21

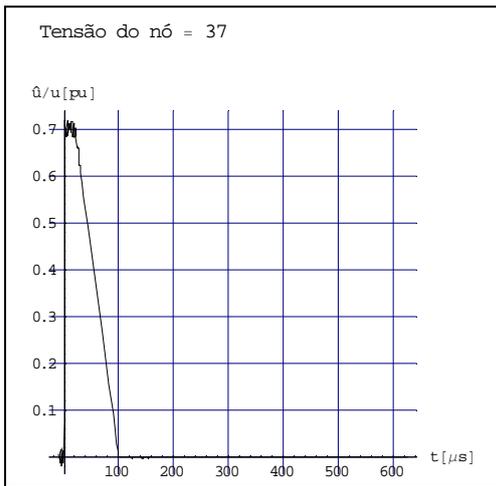


figura:11.5.22

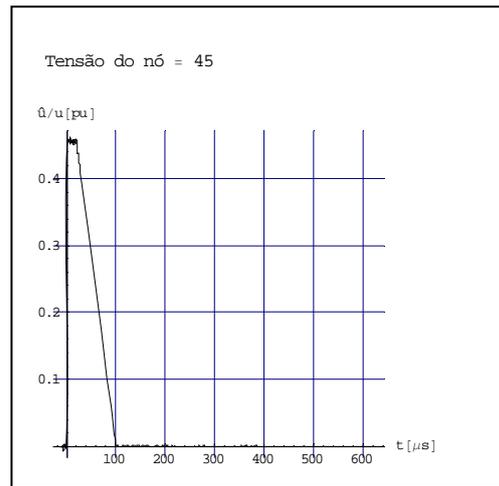


figura:11.5.23

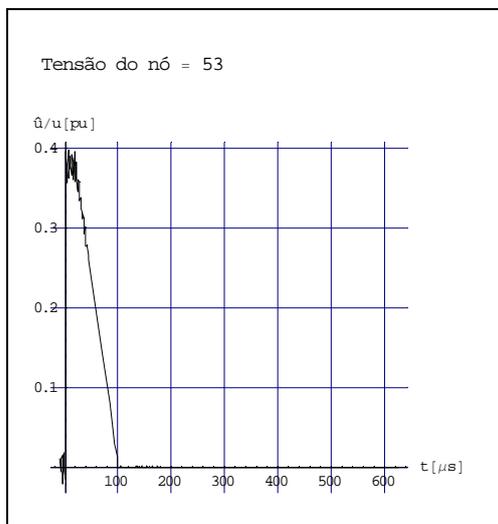


figura:11.5.24

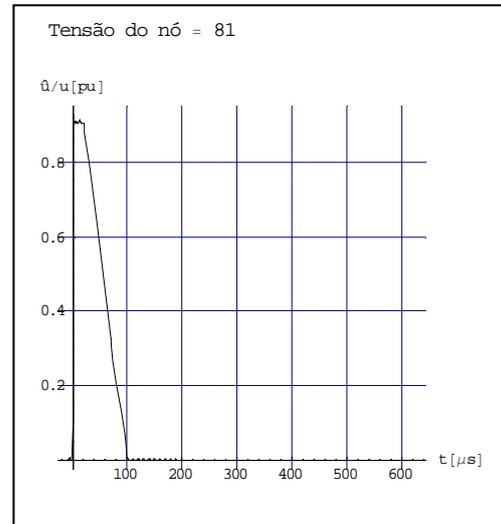


figura:11.5.25

Como base nas figuras onde foi adotada a técnica de filtragem as observações feitas para a análise do comportamento da corrente também se aplica a essa análise da tensão, porém, notou-se que nesse caso a filtragem praticamente elimina as oscilações nos valores da tensão ao longo do enrolamento. Nota-se também que o tempo de amortização adotado na Transformada de Fourier não foi totalmente satisfatório para representar a função, como pode ser visto nas figuras 11.5.17 e 11.5.19, mostra entradas anteriores ao circuito.

Devem-se observar todas as figuras sob vários aspectos, entre eles podemos citar: Algumas regiões de vizinhança da proximidade dos pólos e zeros causam ressonâncias e se a análise for feita somente com a função filtrada, teremos dificuldades

em identificar quais os lugares do enrolamento estarão estas ressonâncias; Localização do conjunto de espiras em relação ao enrolamento (início, meio ou fim do enrolamento) que está sob análise, pois os acoplamentos indutivos podem ser mais intensos em uma região do que na outra; A quantidade de espiras que está no conjunto de espiras (neste caso duas ou cinco) podem representar maior capacidade de indução; A influência da localização do núcleo modelado para baixas frequências, pois sabemos que essa localização é definida pela relação entre os acoplamentos elétricos e magnéticos e que não é definida exatamente no meio do enrolamento; O fato de que quanto melhor identificadas as regiões de vizinhança dos pólos e zeros da função e utilizando as mesmas para análise do comportamento do circuito, através de uma função que contenha as mesmas espera-se encontrar algum tipo de problema.

As respostas a aplicação da corrente e da tensão ao circuito foram determinadas em todas as partes do enrolamento, mas foram mostradas somente as que apresentavam variações significativas na intensidade e forma de onda.

11.6 - COMPARAÇÃO DO COMPORTAMENTO DO MODELO COMPLETO COM O DE ALTA FREQUENCIA QUANDO SUBMETIDOS A TRANSITÓRIOS RÁPIDOS DE TENSÃO.

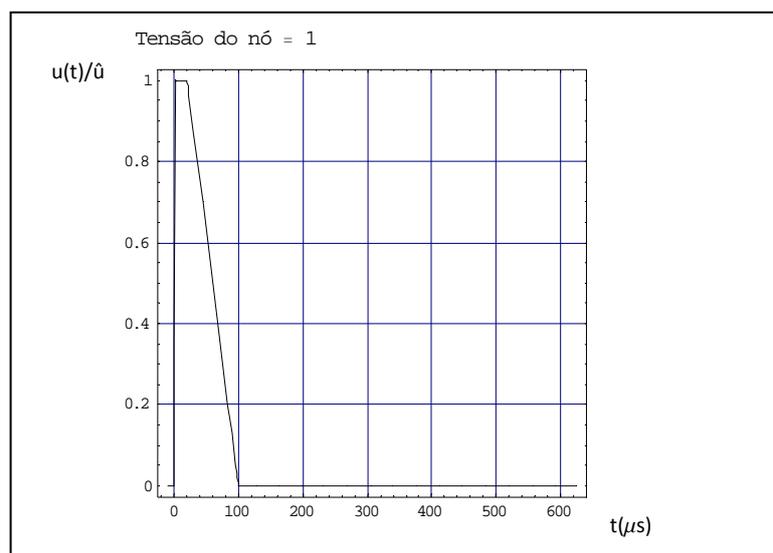


figura: 11.6.1

A figura 11.6.1 representa a forma de onda do impulso de tensão aplicada ao primário do transformador em relação a ponto muito afastado, e as demais figuras representam a forma de onda da tensão em cada terminal (nó) em relação a um ponto muito afastado. Em alguns casos não apresentamos a figura da forma de onda por não sofrer significativa mudança.

As figuras são apresentadas no domínio do tempo e o tempo máximo da duração do transitório foi ajustado até um valor bastante reduzido da tensão no transitório.

Caso: Baixa, média e Alta Frequência (com Filtro)

Caso: Alta Frequência (com Filtro)

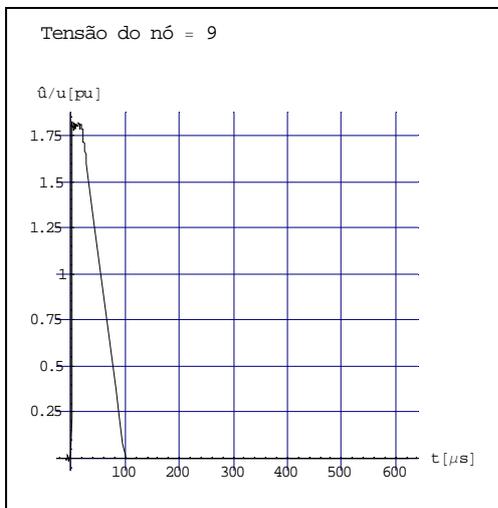


figura:11.6.2

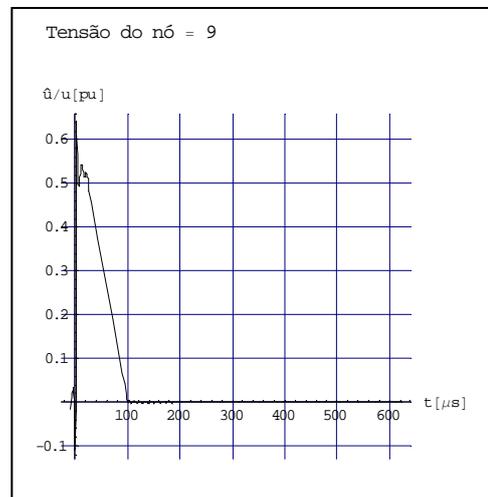


figura:11.6.3

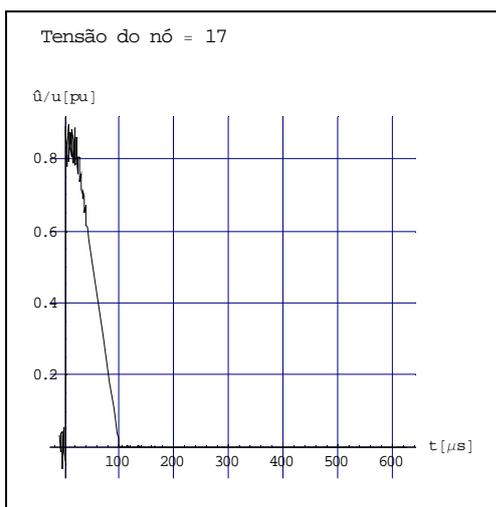


figura: 11.6.4

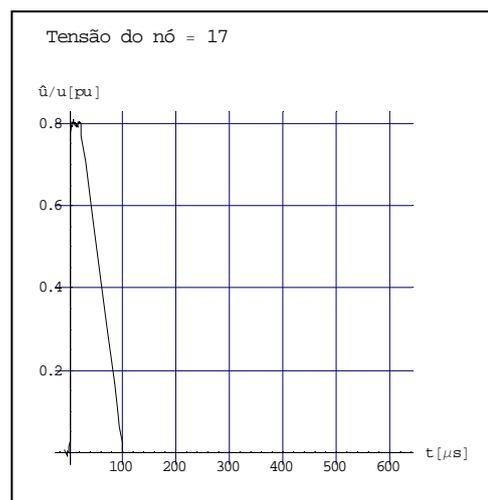


figura: 11.6.5

Caso: Baixa, média e Alta Frequência
(com Filtro)

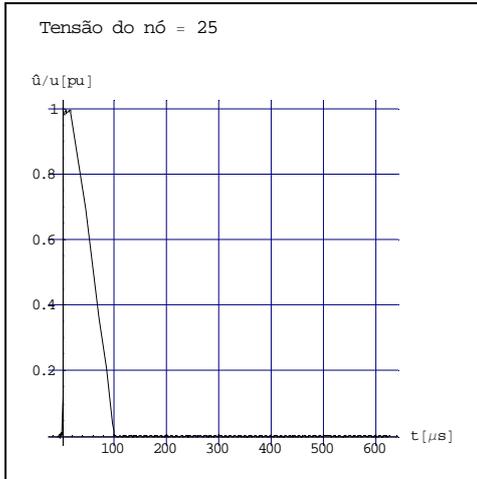


figura:11.6.6

Caso: Alta Frequência (com Filtro)

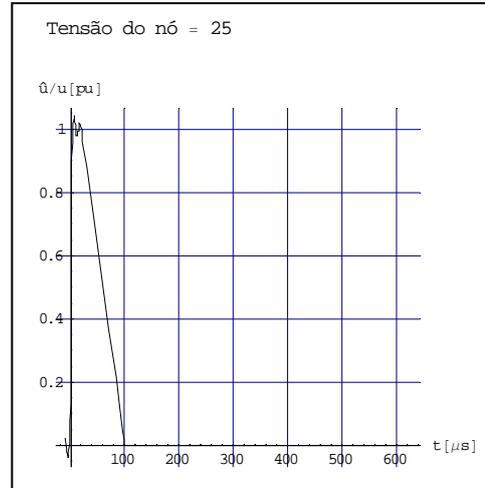


figura:11.6.7

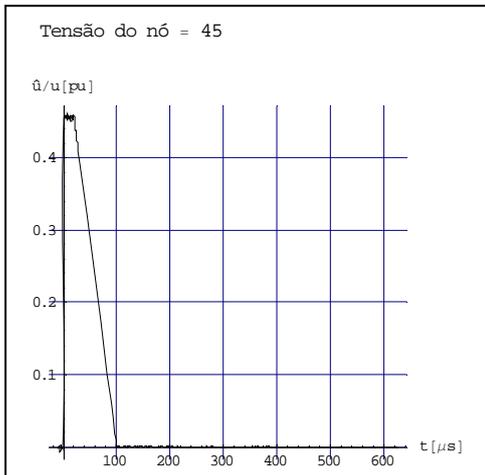


figura:11.6.8

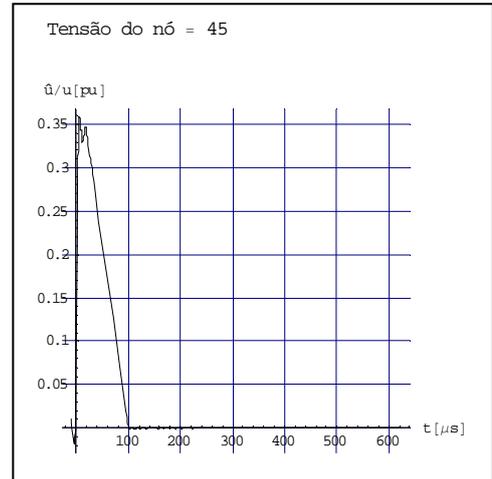


figura: 11.6.9

Caso: Baixa, média e Alta Frequência
(com Filtro)

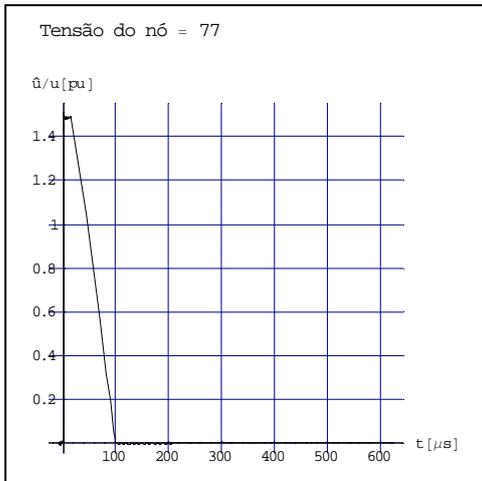


figura:11.6.10

Caso: Alta Frequência (com Filtro)

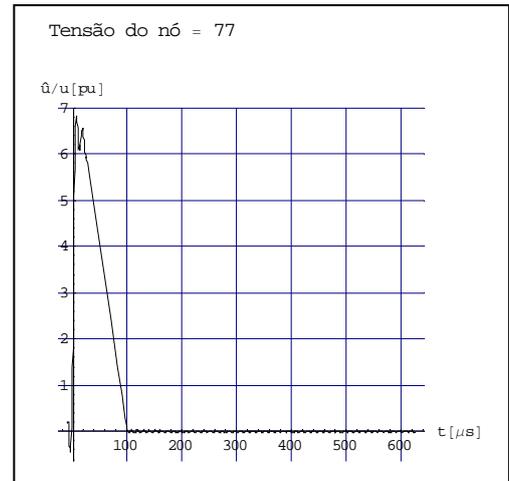


figura:11.6.11

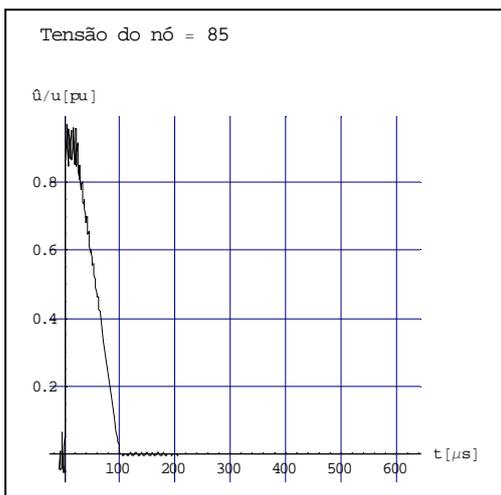


figura:11.6.12

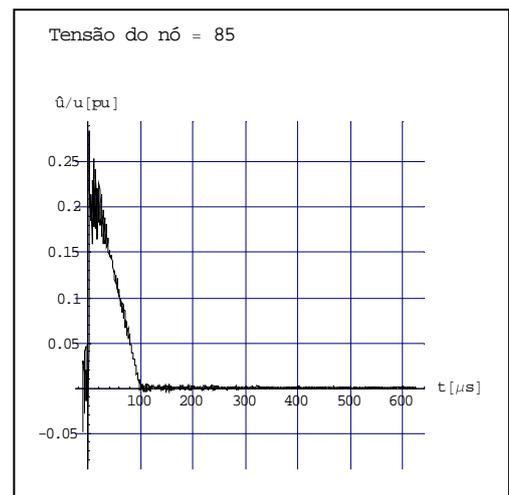


figura: 11.6.13

Comentários Gerais:

- Verificou-se em ambos os gráficos que os valores das tensões em alguns casos ultrapassaram o valor da tensão aplicada ao terminal de entrada “1” em relação a um ponto muito afastado.
- Verificou-se que após 100 μs o valor da tensão é bastante reduzido em todos os gráficos.
- Verificou-se que a resposta da modelo completo é mais estável que a do modelo para alta frequência.
- Verificou-se que o problema no amortecimento do circuito antes da entrada é mais acentuado no modelo para alta frequência.
- As intensidades em algumas partes do enrolamento são mais altas no modelo para alta frequência.
- Na faixa de 0 a 50 μs os gráficos mostram as dificuldades no processo da reconstituição da tensão em função do tempo com o processo da transformada rápida de Fourier.
- Os pólos dominantes têm característica de um circuito R/L.

CAPÍTULO 12

HIPÓTESES DE CÁLCULO, CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Neste capítulo comentaram-se resumidamente as principais hipóteses e considerações de cálculo que foram fundamentais na elaboração do estudo, as conclusões e as propostas para a continuidade do estudo.

12.1 - RESUMO DAS CONSIDERAÇÕES E HIPÓTESES DE CÁLCULO.

Nesta seção apresentam-se as principais hipóteses que foram admitidas no na modelagem do circuito equivalente do Transformador, que resumidamente são apresentadas a seguir:

- ❖ O núcleo foi representado impondo condições de contorno nas interfaces óleo-núcleo através de espiras fictícias.
- ❖ Os coeficientes de indução e de capacidade dos elementos básicos foram calculados para duas situações: espiras que estavam em planos paralelos e ortogonais.
- ❖ A impedância interna dos condutores em função da frequência foi considerada neste estudo.
- ❖ Os campos magnéticos e elétricos foram determinados com base no mesmo referencial e quando foi necessário mudou-se o sistema de coordenadas.
- ❖ Consideraram-se os acoplamentos indutivos e capacitivos entre todos os enrolamentos.
- ❖ O gráfico da função de transferência em função da frequência [0 a 6.49 MHz] com um número de 12166 frequências, distribuídas em sua maioria nas proximidades das regiões de vizinhança dos pólos e zeros da função determinada com 310 frequências.

- ❖ A disposição física e a quantidade das espiras fictícias apresentam papel importante na distribuição de fluxos elétricos e magnéticos na janela do transformador.
- ❖ A modelagem é fundamentada no modelo de parâmetros elétricos distribuídos, sendo os enrolamentos das espiras reais representados espira por espira.
- ❖ Os parâmetros elétricos foram modelados em função da frequência com notação de números complexos.
- ❖ Na determinação das tensões e correntes internas nos enrolamentos do transformador utilizou-se uma metodologia de cálculo que já foi aplicada a circuitos de malha de terra, onde obtemos os valores no tempo das tensões em relação a uma referência e das correntes nas barras. Neste estudo a corrente foi determinada nas espiras e a tensão em cada terminal de ligação das espiras tomando como referência um ponto muito afastado.
- ❖ O núcleo foi modelado para baixas, médias e altas frequências utilizando a relação tensorial entre o fluxo e a corrente e com a curva de magnetização.
- ❖ A determinação do número de espiras que compõe o conjunto de espiras depende dos estudo preliminares de distribuição dos campos e fluxos magnéticos na janela do transformador.
- ❖ A quantidade máxima de frequências foi determinada em função da capacidade máxima de espiras no conjunto de espiras e da capacidade de memória e processamento do computador utilizado.
- ❖ Adotou-se um valor médio para a corrente no mesmo conjunto de espiras.
- ❖ Adotou-se um valor médio para a carga no mesmo conjunto de espiras.
- ❖ Admitiu-se que na representação em baixa frequência que a curva de saturação não apresentava pequenos laços de histerese.

12.2 - CONCLUSÕES.

Nesta seção apresentam-se as principais conclusões obtidas nesse trabalho. Considerando as hipóteses de cálculo acima mencionadas concluiu-se que:

- ☆ Apresenta-se um tratamento que permite a modelagem do núcleo magnético e dos enrolamentos para baixa, média e alta frequências com trechos horizontais e verticais sem a restrição de simetria cilíndrica global.
- ☆ A disposição e distribuição das espiras dos enrolamentos fictícios são fundamentais para a aplicação das condições de contorno na interface óleo-núcleo.
- ☆ A disposição e distribuição das espiras dos enrolamentos principais (reais) podem originar condicionamentos numéricos do tipo associados a singularidades das matrizes básicas envolvidas nos cálculos e para solucionar esse problema é necessário a análise dos fluxos na janela do transformador.
- ☆ As técnicas para determinação da resposta no tempo através da função de transferência ainda devem ser mais bem estudadas, a fim de evitar erros do tipo apresentado na aplicação do impulso de tensão.
- ☆ O modelo apresentado permite considerar explicitamente, de maneira coerente, as impedâncias do transformador em função da frequência.
- ☆ O modelo é bastante robusto apresentando em alguns gráficos, de forma coerente, a resposta em baixas, médias e altas frequências.
- ☆ Os resultados obtidos com a aplicação do impulso de corrente e de tensão no enrolamento primário (após análise dos gráficos de: correntes nos enrolamentos do transformador), são compatíveis com os obtidos em comportamentos de transformadores.

- ☆ Comparando-se os resultados obtidos nos modelos: alta frequência e baixa, média e alta; verificou-se que os resultados são compatíveis com o tipo de estudo e proposta matemática (tratamento numérico) para o condicionamento dos resultados.
- ☆ O trabalho nos permitiu verificar que os resultados obtidos com o uso da Transformada Rápida de Fourier ainda pode ser considerado um atalho no tempo de simulação digital, e que com alguns procedimentos alternativos, como por exemplo: a filtragem dos dados que levam a problemas de condicionamento numérico, os resultados são aceitáveis.

Com a nova modelagem proposta verificamos também que:

- ☆ Em ambas as metodologias a disposição, a quantidade e a distribuição das espiras dos enrolamentos fictícios são fundamentais para a aplicação das condições de contorno na interface óleo-núcleo.
- ☆ A metodologia com conjuntos de espiras nos permite uma melhor representação do núcleo tendo em vista a possibilidade do aumento do número de pontos fictícios, do número de frequências aplicadas no estudo, sem a elevação demasiada no tempo de cálculo na simulação digital.
- ☆ A redução das matrizes dos coeficientes de indução, coeficientes de potencial, campo magnético e campo elétrico, permitiram a representação de transformadores com elevado número de espiras sem que haja elevado tempo de cálculo computacional e alocação de memória.
- ☆ Com a nova metodologia, conjuntos de espiras, a disposição e a distribuição das espiras dos enrolamentos principais (reais) reduziram às singularidades das matrizes básicas envolvidas nos cálculos, porém, a quantidade de espiras no agrupamento final de cada bobina influencia na distribuição de fluxos na janela do transformador.

- ☆ O estudo da quantidade de espiras e da localização dos conjuntos de espiras é necessário para reduzirmos os problemas de condicionamento numérico.
- ☆ As técnicas para determinação da resposta no tempo através da função de transferência apresentaram resultados com intensidades diferentes em ambos os casos, porém, verificou-se a necessidade no aumento do número de frequências e distribuição na faixa que se deseja estudar de modo que venha permitir uma melhor identificação das regiões de vizinhança dos pólos e zeros da função de transferência.
- ☆ A nova metodologia apresentada permite considerar explicitamente, de maneira coerente, as impedâncias do transformador em função da frequência em uma larga faixa de estudo.
- ☆ Verificou-se que o acoplamento RL é mais intenso no caso do enrolamento com conjuntos de espiras.
- ☆ O estudo da metodologia que agrupa as espiras no transformador ainda carece de outras análises, por exemplo, quando submetemos a uma onda oscilatória amortecida com as frequências indesejáveis, identificadas na função de transferência; análise da qualidade da resposta ao impulso de tensão; análise do comportamento com o secundário curto-circuitado quando submetido ao impulso de corrente; análise do comportamento com carga no secundário quando submetido ao impulso de corrente.
- ☆ Outros estudos complementam os aqui apresentados como por exemplo o caso da redução da matriz final com os coeficiente de capacidade, indução, campo elétrico e campo magnético.
- ☆ O método de modelagem do Transformador apresentou de uma maneira geral bons resultados que podem ser usados na prática para:

- Estudo da região de vizinhança dos pólos e zero do circuito equivalente do transformador.
- Determinação de frequências indesejáveis para o Transformador.
- Estudo de condições desfavoráveis nos enrolamentos de Transformadores quando submetidos a impulsos de corrente e tensão sem aplicação de ensaios destrutivos.
- Verificação e melhoria da qualidade dos projetos de Transformadores.
- Estudo das distribuições de campos eletromagnéticos no interior de Transformadores.
- Estudo de ensaios com impulso de corrente e tensão com o secundário curto-circuitado.
- Estudo de comportamento do transformador ligado a circuitos cuja resposta no domínio da frequência seja conhecida.

12.3 - TRABALHOS FUTUROS

Nesta seção apresentam-se as propostas para continuidade deste trabalho características físicas e elétricas fornecidas pelo fabricante do Transformador.

Esgotar o assunto estudado nesse trabalho, Transformadores, é uma presunção que nunca compartilhei, mas a verticalização nos conhecimentos e dos conceitos que norteiam os estudos das Máquinas Elétricas me acompanha desde os tempos em que trabalhei em duas fabricas de Transformadores. O avanço da engenharia através da modelagem e simulação com parâmetros efetivamente calculados se dá a passos lentos, se considerarmos o potencial que ainda temos para trabalhar, e para os estudos aqui apresentados sugiro e pretendo ainda desenvolver trabalhos que permitam:

- Melhorar a interface de entrada de dados para esse tipo de estudo;

- Representar melhor as dimensões físicas do núcleo e do tanque;
- Fazer um cálculo interativo automático para determinação das regiões de vizinhança dos pólos e zeros da função de transferência;
- Considerar os acoplamentos elétricos associados aos isolamentos;
- Incluir nos cálculos os efeitos das resistências mútuas;
- Incluir nos cálculos os efeitos das frequências resultantes da iteração mútua entre frequências;
- Traçar as curvas das distribuições de fluxo na janela do Transformador;
- Simular os efeitos do modelo incorporado à rede elétrica alimentando diversos tipos de cargas;
- Aprofundar o estudo e modelagem do comportamento de Transformadores em sistemas trifásicos de energia e;
- Desenvolver ferramentas de cálculo para a melhoria da passagem do domínio da frequência para o tempo e vice versa.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Neste capítulo mostraram-se as bibliográficas utilizadas no desenvolvimento deste trabalho. Algumas referências serviram de base para a comprovação das teorias que já foram formuladas, e que foram rerepresentadas neste estudo, portando, não estão localizadas na descrição do trabalho, mas que foram, notadamente, fundamentais para o enriquecimento do conhecimento no estudo do Comportamento para Fenômenos Eletromagnéticos de Transformadores. Além disso, existem referências de estudos que já foram empregados em outros trabalhos, como por exemplo, “Malhas de Terra” [24], e que foram testadas e adaptadas na formulação da solução dos circuitos elétricos modelados para Transformadores. Seguem abaixo, as referências mencionadas.

- [1] - ABETTI, P.A., – “Transformers Models for the Determination of Transient Voltages”, Trans. AIEE, p. 468 – 475, 1953.

- [2] - ABRAMOWVITZ, MILTON E STEGUNA, IRENE, – Handbook of mathematical functions with formulas, graphs and mathematics tables, New York, Dover, 1972, p. 1046.

- [3] – BOZORT, R. M., – Ferromagnetism, 1961.

- [4] - CABRAL, SÉRGIO HENRIQUE LOPES, “Análise de Transitórios Elétricos em Transformadores Através do Método TLM”. Tese de Doutorado em Engenharia Elétrica – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2003.

- [5] - CAHEN, F. - Eletrotechnique, tomo3, 1962/1963.

- [6] – DE LEON, F. and SEMLYEN, A. “Complete Transformer Model for Electromagnetic Transients”, IEEE Transactions on Power Delivery, v. 9, n. 1, p. 321-239, Jan. 1994.

- [7] – DOMMEL, HERMANN W. – ‘Transformer models in the simulation of electromagnetic transients’, Power Systems Computation Conference, England, 1975.
- [8] - EDMINISTER, JOSEPH A. – Eletromagnetismo, McGraw-Hill, 1980.
- [9] - FARO, M. A. - Estudo do Circuito Oscilante com Bobina de Núcleo de Ferro Saturado, 1950.
- [10] - FILHO, João Ferreira Lima – “Fenômenos de Propagação Eletromagnética em Transformadores: Análise de Alguns Aspectos”, Tese M. Sc., COPPE/UFRJ,1978.
- [11] – FISCHER, J. E MOSER H. – Die Nachbildung von Magnetisierungskurven Durche Einfache Algebraische Oder Transzendente Funktionen, vol.42, 1956.
- [12] - FREIRE, Gabriel F. O. e Diniz, Aroldo B. – Ondas eletromagnéticas, Rio, Livros Técnicos e Científicos, 1973, p. 247.
- [13] - HAYT, WILLIAN H. Jr. – Engineering electromagnetic, Japan, Kogakusha, 1967, p. 435.
- [14] - HOBSON, J. E., WITZKE - Power Transformers and Reactors, Westinghouse Transmission and Distribution, 1950.
- [15] - JANUÁRIO, M.; RIGONI, M.; BATISTELA, N. J. et al., “Determinação dos Parâmetros de um Modelo de Transformador a partir da Resposta em Freqüência”. In. Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo – 7 CBMAG (Ago. 2006 : Belo Horizonte). Anais. Belo Horizonte, 2006.
- [16] - KRONDL, M. e SCHELEICH, A., – “Predetermination of the transient voltages in transformers subject to impulse voltage”, Bulletin Oerlinkon, n.º 342/343, p. 114 – 133, 1941.

- [17] - MARTIGNONI, A., – Transformadores, Porto Alegre, Globo, 1973, p. 12-20; 227-237.
- [18] – MARTINEZ, J. A. and MORK, B. A., -“Transformer Modeling for Low and Mid-Frequency Transients - a Review”. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 20, n. 2, p. 1625-1632, Apr. 2005.
- [19] – MCNUTT, W. J. - BLALOCK, T. J. e HINTON, R. A. – “Response of Transformer to System Transient Voltages”, Trans. AIEE, p. 457 – 467, 1973.
- [20] - MENDES, José Carlos – “Redução de Falhas em Grandes Transformadores de Alta Tensão”, Tese D.Sc., USP/SP, 1995.
- [21] – NAKRA, H. L.E BARTON, T. H – “Three phase transformer transients”, Trans. AIEE, p. 1810 – 1819, 1973.
- [22] - PALUEFF, K.K., – “Effect of transient voltages on power transformer design”, Trans. AIEE, p. 681 – 706, 1929.
- [23] – PORTELA, CARLOS MANUEL DE JESUS CRUZ MEDEIROS – “Campo Eletromagnético”, Apostila, COPPE/UFRJ, 1999.
- [24] - PORTELA, CARLOS MANUEL DE JESUS CRUZ MEDEIROS – “Frequency and Transient Behavior of Grounding Systems – II, Practical Application Examples”, Proceedings, International Symposium on Electromagnetic Compatibility, Austin – Texas, 1997.
- [25] – PORTELA, CARLOS MANUEL DE JESUS CRUZ MEDEIROS – “Análise de Redes Elétricas”, LISBOA, 1970.
- [26] – PORTELA, CARLOS MANUEL DE JESUS CRUZ MEDEIROS – “Regimes Transitórios”, Apostila, Vol. I, COPPE/UFRJ, 1983.

- [27] – PORTELA, CARLOS MANUEL DE JESUS CRUZ MEDEIROS – “Regimes Transitórios”, Apostila, Vol. II, COPPE/UFRJ, 1983.
- [28] - PORTELA, CARLOS MANUEL DE JESUS CRUZ MEDEIROS. – “Fields and Waves”, Apostila, COPPE/UFRJ, 1995.
- [29] - ROSALES, J. A. and ALVARADO, F. L. “Nonlinear Frequency Dependent Transformer Model for Electromagnetic Transient Studies in Power Systems”. IEEE Transactions Power Apparatus and Systems, v. PAS-101, n. 11, p. 4281–4288, Nov. 1982.
- [30] - RUDENBERG, REINHOLD – “Surge Characteristics of Two Winding Transformers”, Trans. AIEE, vol. 60, p. 1136 – 1144, 1941.
- [31] - SHIBUYA, Y., FUJITA, S. and TAMAKI, E., “Analysis of Very Fast Transients in Transformers”. IEE Proceedings Generation, Transmission and Distribution. v. 148, n. 5, p 377-383, Sept. 2001.
- [32] – SILVA, CLÓVIS JOSÉ DA, – “Modelagem de Transformadores para Fenômenos Transitórios Rápidos”, Tese M. Sc., COPPE/UFRJ, 2004.
- [33] – STEIN, G. M., – “A Study of the Initial Surge Distribution in Concentric Transformer Windings”, Trans. AIEE, p. 877 – 891, 1964.
- [34] - STRATTON, J. A. , Electromagnetic Theory, McGraw – Hill Book Company, Inc., 1941.
- [35] - TORRES, A. L. O. “Diagnóstico de Transformadores de Potência Através da Análise da Resposta em Frequência”. Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2006.