



COPPE/UFRJ

RASTREAMENTO PARA SISTEMAS INCERTOS FORTEMENTE
NÃO-LINEARES COM DIREÇÃO DE CONTROLE DESCONHECIDA

Tiago Roux de Oliveira

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Orientador: Liu Hsu

Rio de Janeiro

Janeiro de 2010

RASTREAMENTO PARA SISTEMAS INCERTOS FORTEMENTE
NÃO-LINEARES COM DIREÇÃO DE CONTROLE DESCONHECIDA

Tiago Roux de Oliveira

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ
COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE)
DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR
EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

Examinada por:

Prof. Liu Hsu, Docteur d'Etat

Prof. Fernando Cesar Lizarralde, D.Sc.

Prof. Marcelo Carvalho Minhoto Teixeira, D.Sc.

Prof. Aldayr Dantas de Araújo, D.Sc.

Prof. José Paulo Vilela Soares da Cunha, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

JANEIRO DE 2010

Oliveira, Tiago Roux de

Rastreamento para Sistemas Incertos Fortemente Não-
Lineares com Direção de Controle Desconhecida/Tiago
Roux de Oliveira. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2010.
XVII, 165 p.: il.; 29,7cm.

Orientador: Liu Hsu

Tese (doutorado) – UFRJ/COPPE/Programa de
Engenharia Elétrica, 2010.

Referências Bibliográficas: p. 148 – 164.

1. Rastreamento global/semi-global. 2. Sistemas não-
lineares incertos. 3. Controle por modos deslizantes.
4. Realimentação de saída. 5. Fenômeno de *peaking*.
6. Direção de controle desconhecida. I. Hsu, Liu.
II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE,
Programa de Engenharia Elétrica. III. Título.

*“Eu não falhei, encontrei 10 mil
soluções que não davam certo.”*

Thomas Edison

Dedicatória

Dedico este trabalho à minha família, em especial aos meus pais, *Delci Teixeira de Oliveira* e *Vera Lúcia Carvalho Roux de Oliveira*. Serei eternamente grato pela educação, formação e inspiração por vocês propiciada. Gratidão é muito pouco a oferecer aqueles que sempre acreditaram no valor do conhecimento e não mediram esforços para que pudesse alcançá-lo.

Dedico também esse trabalho a outras duas pessoas muito especiais para mim. À minha irmã *Mirela Roux de Oliveira* e à minha querida companheira *Lilian Kawakami Carvalho*, pelo carinho, amizade, compreensão e incentivo incondicional.

Certamente vocês tornaram mais fácil essa conquista.

Rio de Janeiro, 25 de janeiro de 2010

TRO

Agradecimentos

Agradeço a Deus por ter iluminado meu caminho e ter me dado sabedoria para superar as inúmeras dificuldades encontradas. Agradeço por ter concluído o doutorado em pouco menos de 4 anos e com a idade de 28 anos, motivos para mim de muita alegria e sensação de dever cumprido.

Devo prestar meu reconhecimento e agradecimento especial ao meu orientador e amigo Prof. Liu Hsu por sua visão prospectiva, seu intenso incentivo à criatividade, busca por novas idéias e capricho matemático. Obrigado pela confiança em mim depositada e pelo aprendizado imensurável. Para mim foi uma honra.

Agradeço a todos os membros da banca de Qualificação, professores Amit Bhaya e Ricardo Takahashi, assim como os membros da banca de Defesa de Tese, pelas valiosas sugestões que contribuíram para o aperfeiçoamento desta Tese. Em especial, gostaria de formalizar meu agradecimento aos professores Marcelo Carvalho Minhoto Teixeira e Aldayr Dantas de Araújo por terem interrompido seus períodos de férias para estarem presentes na minha defesa. A todos vocês, minha admiração e respeito.

Ao amigo Prof. Fernando Cesar Lizarralde, pelos bons ensinamentos e pela parceria fiel nas arquibancadas do Maracanã nos jogos do nosso querido Vasco da Gama. Infelizmente (ou não), nos últimos anos, consegui mais títulos (M.Sc. e D.Sc.) que nosso time de coração.

Ao amigo Prof. Ramon Romankevicius Costa, excelente conselheiro, pela boa convivência e pelo companheirismo ao longo desses anos.

Aos professores da *Universidade do Estado do Rio de Janeiro* (UERJ), José Paulo Vilela Soares da Cunha e Nival Nunes de Almeida que me incentivaram a ingressar na área de controle. Gostaria também de manifestar minha gratidão a eles, por terem me apresentado ao grupo de controle da COPPE/UFRJ e terem tornado possível o início de toda essa caminhada.

Ao amigo e co-autor de todas as 14 publicações (Apêndice A) frutos dessa Tese, Alessandro Jacoud Peixoto, pelos pacientes anos de muito debate teórico e parceria, minha incansável gratidão.

À minha Prof. de inglês Luiza Rizzaro, pelas valiosas dicas nas minhas apresentações em congressos internacionais (ACC 2007 e VSS 2008), ajudando claramente a divulgar os resultados dessa Tese.

Aos companheiros do laboratório e da área de controle, Lilian Kawakami Carvalho, Josiel Alves Gouvêa, Antonio Candea Leite, Eduardo Vieira Leão Nunes, Ademir Rodrigues Pereira, Téo Cerqueira Revoredo, Paula Bastos Garcia Rosa, Marcos Vicente de Brito Moreira e Oumar Diene, pelo intercâmbio de idéias, pela convivência agradável e por contribuírem de forma positiva no desenvolvimento desta Tese.

À equipe técnica do laboratório de controle, Roberto Calvet e Wanderley de Almeida Marques, sempre dispostos, presentes e solidários.

Agradeço ao CNPq e a FAPERJ pelo suporte financeiro. Em particular, agradeço também por ter sido agraciado com a Bolsa Nota 10 durante o meu doutoramento.

A todos vocês, o meu muito obrigado por essa experiência sensacional! Lembrarei um pouco de vocês todos os dias de minha vida.

Por fim, relembro Thomas Edison, convido o leitor a mergulhar nas 4 ou 5 soluções que felizmente deram certo e constituem o corpo desta Tese de Doutorado...

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

RASTREAMENTO PARA SISTEMAS INCERTOS FORTEMENTE
NÃO-LINEARES COM DIREÇÃO DE CONTROLE DESCONHECIDA

Tiago Roux de Oliveira

Janeiro/2010

Orientador: Liu Hsu

Programa: Engenharia Elétrica

Nesta Tese desenvolvem-se estratégias de controle para o rastreamento global ou semi-global em sistemas incertos fortemente não-lineares utilizando apenas realimentação de saída e sem conhecimento da direção de controle.

Assim sendo, propõem-se novos esquemas de controle baseados no conceito de tempo de extinção de pico e período de espera para superar os problemas causados pelo fenômeno de pico, comum nos esquemas via realimentação de saída baseados em observadores de alto ganho, com ganho dinâmico ou fixo, além de sistemas híbridos com funções de monitoração e de chaveamento periódica para remover a clássica hipótese de conhecimento da direção de controle. Para lidar com o problema de incertezas da planta, a lei de controle adotada será baseada no controle robusto por modos deslizantes. A realimentação de saída é feita a partir de observadores da norma do estado que dependem da classe de não-linearidade a ser controlada. Generalizações das estratégias propostas para classes de sistemas não-lineares multivariáveis também são tópicos de interesse desse trabalho.

Os resultados teóricos foram verificados com o auxílio de simulações computacionais e ensaios experimentais em sistemas de servovisão e manipuladores robóticos.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

TRACKING CONTROL FOR UNCERTAIN SYSTEMS WITH STRONG
NONLINEARITIES AND UNKNOWN CONTROL DIRECTION

Tiago Roux de Oliveira

January/2010

Advisor: Liu Hsu

Department: Electrical Engineering

This Thesis addresses the global/semi-global tracking control problem for uncertain systems with strong nonlinearities by using only output-feedback and without knowing the information of the control direction.

In this work it is proposed new control schemes based on the *peak extinction time* and *dwell-time* concepts to overcome the peaking phenomenon usually presented in high-gain observers (with dynamic gain or not) based output-feedback strategies. Furthermore, two novel hybrid solutions via monitoring and periodic switching functions are discussed to cope with the unknown control direction problem. The system uncertainty is handled through the robust sliding mode control, and the output-feedback framework is obtained by means of state norm observers, depending on the class of nonlinearities to be controlled. Extensions of the proposed strategies to classes of multivariable nonlinear systems are also topics of interest.

The theoretical results are corroborated by numerical simulations and experimental tests with a robotics visual servoing system.

Sumário

Lista de Figuras	xiii
Lista de Abreviaturas	xvi
1 Introdução	1
1.1 Objetivo e Proposta do Trabalho	14
1.2 Organização Geral da Tese	15
2 Preliminares	16
2.1 Notação e Terminologia	16
2.2 Definições e Conceitos Básicos	19
3 Direção de Controle Desconhecida: Método da Função Periódica	26
3.1 Formulação do Problema	27
3.1.1 Parametrização do Controle	29
3.1.2 Equações de Erro	30
3.2 Modos Deslizantes e Realimentação de Saída	30
3.2.1 Projeto do Controlador	31
3.2.2 Lei de Controle com Função de Chaveamento Periódica	32
3.2.3 Realização do Modo Deslizante Ideal	32
3.3 Análise de Convergência	35
3.4 Direção de Controle Variante no Tempo	36
3.5 Resultados de Simulação	37
3.6 Otimizador Não-Derivativo Aplicado à Busca Extremal	40
3.7 Conclusões	50

4	Direção de Controle Desconhecida: Função de Monitoração	51
4.1	Formulação do Problema	53
4.2	Observadores da Norma	56
4.3	Controle Vetorial Unitário via Realimentação de Saída	58
4.4	Esquema de Chaveamento e Função de Monitoração	60
4.5	Análise de Estabilidade	61
4.6	Aplicação ao Problema de Servovisão	63
4.6.1	Controle Cinemático Servovisual	63
4.6.2	Controle Vetorial Unitário para Servovisão	66
4.7	Experimentos e Resultados	67
4.7.1	Ambiente Experimental	68
4.7.2	Resultados Experimentais	69
4.8	Conclusões	71
4.9	Demonstração do Teorema 4.1	72
5	Sistemas Fortemente Não-Lineares com Grau Relativo Arbitrário	74
5.1	Exemplo de Motivação	76
5.2	Formulação do Problema	81
5.2.1	Hipóteses Fundamentais	82
5.2.2	Objetivo de Controle	83
5.2.3	Dinâmica do Erro de Rastreamento	83
5.3	Controle por Modos Deslizantes e Realimentação de Saída	84
5.4	Observador de Alto Ganho (HGO)	86
5.5	Estratégia para Evitar Peaking via Dwell-Time	88
5.5.1	Implementação do Dwell-Time	89
5.5.2	Limitante para a Norma do Estado a partir do HGO	91
5.5.3	Implementação da Função de Modulação	91
5.6	Análise de Estabilidade	92
5.7	Esquema para Monitoração de Peaking	94
5.8	Exemplos e Resultados de Simulação	96
5.9	Conclusões	103

5.10	Demonstrações dos Resultados Principais	104
5.10.1	Demonstração do Lema 5.1	104
5.10.2	Demonstração do Teorema 5.1	104
5.10.3	Demonstração do Teorema 5.2	106
5.10.4	Demonstração do Corolário 5.1	109
6	Rastreamento Global via Observador com Ganho Dinâmico	110
6.1	Preliminares	112
6.2	Formulação do Problema	114
6.2.1	Problema de Rastreamento Global Prático	116
6.2.2	Reduzindo o Rastreamento em Regulação	117
6.2.3	Limitantes Auxiliares via Observador da Norma	117
6.3	Controle por Modos Deslizantes e Realimentação de Saída	118
6.4	Observador de Alto Ganho com Ganho Variável	119
6.4.1	Dinâmica do Erro de Observação	120
6.4.2	Projeto da Função de Dominação	121
6.5	Análise de Estabilidade e Resultados Principais	124
6.6	Algoritmo do Controlador	126
6.7	Uma Classe Ilustrativa de Plantas Não-lineares	128
6.8	Conclusões	132
6.9	Detalhes e Demonstrações	133
6.9.1	Condições Geométricas para a Forma Normal	133
6.9.2	Observador da Norma	133
6.9.3	Provas Auxiliares	137
6.9.4	Provas Principais	138
7	Conclusões e Trabalhos Futuros	140
7.1	Contribuições deste Trabalho	140
7.2	Trabalhos Futuros	141
A	Produção Científica	146
	Referências Bibliográficas	148

Lista de Figuras

2.1	Forma normal de um sistema linear $G(s)$. Destacam-se o subsistema interno R/N e o subsistema externo $1/Q$	24
3.1	Controle por modos deslizantes e realimentação de saída usando uma função de chaveamento periódica. O símbolo “ λ/s ” representa a ação integral.	32
3.2	(a) k_p negativo: S_1 (linha contínua) e $\frac{\partial S_1}{\partial \sigma}$ (linha tracejada); (b) k_p positivo: S_2 (linha contínua) e $\frac{\partial S_2}{\partial \sigma}$ (linha tracejada).	34
3.3	(a) saída da planta y (linha contínua) e saída do modelo y_m (linha tracejada), (b) sinal de controle u e (c) variável de deslizamento σ	37
3.4	(a) erro de saída e , (b) variável de deslizamento σ e (c) direção de controle (uma onda quadrada).	38
3.5	(a) erro de saída e sem picos, (b) variável de deslizamento σ e (c) direção de controle (uma onda quadrada).	39
3.6	Efeitos da dinâmica não-modelada e do ruído de medição: saída da planta corrompida por ruído $y+n$ (linha contínua) e saída do modelo de referência y_m (linha tracejada).	40
3.7	Função objetivo $y = 10x/(4 + x^2)$ (linha tracejada) e a busca do ponto ótimo $x^* = 2, y^* = 2.5$ (linha contínua azul), considerando a condição inicial $x(0) = 1, y(0) = 2$	42
3.8	Valor absoluto de $\frac{\partial h(x)}{\partial x} = \frac{40-10x^2}{(4+x^2)^2}$	43
3.9	Saída da planta y (linha contínua) e saída do modelo y_m (linha tracejada) ao longo do tempo t . A saída da planta y tende para o valor máximo $y^* = 2.5$	46
3.10	Estado x ao longo do tempo t : x tende para o valor $x^* = 2$ que maximiza y , considerando $\varepsilon = 0.01$	47

3.11	<i>Zoom</i> no gráfico da variável de deslizamento σ ao longo do tempo t , mostrando as oscilações de x em torno de $x^* = 2$ quando considerado $\varepsilon = 0.1$	47
3.12	Curvas que relacionam o escorregamento das rodas (ζ) \times o coeficiente de atrito (μ) para três tipos diferentes de pista: seca, molhada e de gelo. O coeficiente de escorregamento ótimo para os três tipos de pista é aproximadamente $\zeta^* = 0.3$	49
4.1	Trajетórias de φ_m e $ e $	61
4.2	Problema de servovisão: posições do efetuator do robô x e desejada x_m	64
4.3	Sistemas de Coordenadas: câmera $\bar{E}_c = [\bar{x}_c \ \bar{y}_c \ \bar{z}_c]$, imagem $\bar{E}_v = [\bar{x}_v \ \bar{y}_v \ \bar{z}_v]$ e robô $\bar{E}_b = [\bar{x}_b \ \bar{y}_b \ \bar{z}_b]$. Note que \bar{E}_c e \bar{E}_b estão alinhados apenas com respeito ao eixo- z	65
4.4	Diagrama em blocos: esquema de controle servovisual proposto.	67
4.5	Ambiente Experimental.	68
4.6	Função de Monitoração (φ_m) e norma do erro ($ e $).	70
4.7	Erro de imagem (e) e sinal de controle (u).	71
4.8	Rastreamento de trajetória no plano da imagem.	72
5.1	A região de atração sob realimentação de estados (linha contínua) e a interseção da região de atração sob realimentação de saída com o plano x_1 - x_2 para $\mu = 0.1$ (linha ponto-tracejada) e $\mu = 0.01$ (linha tracejada).	78
5.2	A região de atração sob realimentação de estado (linha contínua) considerando $M = 100$ e a interseção das regiões de atração sob realimentação de saída com o plano x_1 - x_2 para $\mu = 0.01$: output-feedback GBC (linha ponto-tracejada) e output-feedback GBC mais <i>dwell-time</i> (linha tracejada).	79
5.3	Retrato de fase do sistema em malha fechada sob controle via: state-feedback (SF-GBC) e output-feedback (OF-GBC e OF- <i>dwell-time</i>). O estado inicial é $x(0) = [0.1 \ 0.1]^T$ e o parâmetro do HGO $\mu = 0.01$	80
5.4	Controlador por modos deslizantes e realimentação de saída.	85
5.5	HGO e <i>dwell-time</i> : (a) estado do erro x_e , (b) sinal de controle u e (c) <i>zoom</i> no sinal de controle u mostrando o <i>dwell-time</i> $\tau_D = 0.1s$	100

5.6	Transitório não-uniforme para condições iniciais diferentes: (a) $\xi_1(0) = 2$, (b) $\xi_1(0) = 1$ e (c) $\xi_1(0) = 0.01$. Saída da planta $\xi_1 = y$ (HGO e <i>dwell-time</i> : linha contínua; GBC: linha ponto-tracejada) e saída do modelo y_m (linha tracejada).	101
5.7	Desempenho do esquema de monitoração: (a) saída da planta y corrompida por pulsos de perturbação (linha contínua) e saída do modelo de referência y_m (linha tracejada), (b) sinal de controle u e (c) <i>zoom</i> no sinal de controle u mostrando a reinicialização do <i>dwell-time</i> devido ao pulso em $t=1$ s.	102
6.1	Controlador OFSM global usando HGO com ganho variável.	119
6.2	Resultados de Simulação. (a): (linha tracejada) y , (linha contínua) y_m quando μ é mantido constante igual a $\mu = 1$, com $y(0) = 0$ e $\dot{y}(0) = 0$; (b): (linha tracejada) y , (linha contínua) y_m quando $\mu(t)$ é variante no tempo de acordo com (6.25) com $\bar{\mu} = 1$, $y(0) = 5$ e $\dot{y}(0) = 0$; (c): o parâmetro variante no tempo $\mu(t)$	131
6.3	Resultados de Simulação. Estimativas do transitório do HGO (a): (linha contínua) y , (linha tracejada) $\hat{\xi}_1$, (b): (linha contínua) \dot{y} , (linha tracejada) $\hat{\xi}_2$	132

Abreviaturas

ABS : (*Antilock Braking System*)

BIBO : Entrada-Limitada-Saída-Limitada (*Bounded-Input-Bounded-Output*)

BIBS : Entrada-Limitada-Estado-Limitado (*Bounded-Input-Bounded-State*)

B-MRAC : Controlador Adaptativo Binário por Modelo de Referência (*Binary Model Reference Adaptive Control*)

CCD : (*Charge-Coupled Device*)

DOF : Graus de Liberdade (*Degree-of-Freedom*)

ESC : Controle Extremal (*Extremum Seeking Control*)

FOAF : Aproximação por Filtro de Primeira Ordem (*First Order Approximation Filter*)

GAS : Estabilidade Global Assintótica (*Global Asymptotic Stability*)

GBC : Controle Globalmente Limitado (*Globally Bounded Control*)

GES : Estabilidade Global Exponencial (*Global Exponential Stability*)

GUI : Interface Gráfica do Usuário (*Graphical User Interface*)

HFG : Ganho de Alta Frequência (*High Frequency Gain*)

HGO : Observador de Alto Ganho (*High-Gain Observer*)

HOSM : Modos Deslizantes de Ordem Superior (*Higher Order Sliding Modes*)

IOSS : Estável da Entrada/Saída para o Estado (*Input-Output-to-State-Stable*)

ISpS : Estabilidade Prática no Sentido Entrada-Estado (*Input-to-State-Practical-Stability*)

ISS : Estável no Sentido Entrada-Estado (*Input-to-State-Stable*)

LTI : Linear e Invariante no Tempo (*Linear Time Invariant*)

MIMO : Múltiplas Entradas e Múltiplas Saídas (*Multi-Input-Multi-Output*)

MRAC : Controle Adaptativo por Modelo de Referência (*Model Reference Adaptive Control*)

MRC : Controle por Modelo de Referência (*Model Reference Control*)

MRRC : Controle Robusto por Modelo de Referência (*Model Reference Robust Control*)

OFSM : Controle por Modos Deslizantes via Realimentação de Saída (*Output Feedback Sliding Mode*)

OSS : Estável no Sentido Saída-Estado (*Output-to-State-Stable*)

RAM : (*Random-Access Memory*)

RED : Diferenciador Robusto e Exato (*Robust Exact Differentiator*)

RGB : (*Red-Green-Blue*)

SISO : Uma Entrada e Uma Saída (*Single-Input-Single-Output*)

SMC : Controle por Modo Deslizante (*Sliding Mode Control*)

SPR : Estritamente Real Positivo (*Strictly Positive Real*)

VSC : Controle à Estrutura Variável (*Variable Structure Control*)

VS-MRAC : MRAC e Estrutura Variável (*Variable Structure MRAC*)

UO : (*Unboundedness Observability*)

ULLB : (*Ultimately Linearly Lower Bounded*)

UVC : Controle Vetorial Unitário (*Unit Vector Control*)

UV-MRAC : MRAC e Vetor Unitário (*Unit Vector MRAC*)

Capítulo 1

Introdução

Nos últimos anos, a comunidade de controle tem voltado sua atenção à análise e ao projeto de controladores para sistemas não-lineares sem perder de vista problemas que ainda apresentam desafios relevantes a serem explorados mesmo no caso linear, como por exemplo: sistemas incertos com ou sem atraso, sistemas de fase não-mínima, sistemas variantes no tempo e sistemas com ruídos de medição.

A principal motivação para considerar sistemas não-lineares é a importância do efeito das não-linearidades em muitos sistemas de interesse prático, cujas características não-lineares são significativas, bem como a riqueza de material teórico da literatura já desenvolvido nas duas últimas décadas que pode ser considerado agora como a Teoria Moderna de Controle Não-Linear (Khalil, 2002; Krstić *et al.*, 1995; Marino e Tomei, 1995). Dentre os sistemas mencionados incluem-se, os sistemas robóticos (manipuladores, robôs móveis ou veículos), as máquinas elétricas e diversos processos industriais, por exemplo, na Indústria Química e Petroquímica, Siderúrgica e Automobilística. Existem, entretanto, muitas outras aplicações, como por exemplo, sistemas biológicos (Anderson *et al.*, 1992; Sontag, 1998), onde há a necessidade ou a conveniência de se utilizar uma abordagem não-linear, tanto na modelagem do sistema como no projeto do sistema de controle.

A teoria de sistemas não-lineares não é somente importante para explicar fenômenos e comportamentos tipicamente não-lineares, mas também para servir de base para novos conceitos, metodologias e objetivos de controle da Teoria Moderna de Controle Não-Linear, tais como: geometria diferencial e teoria geométrica, linearização por realimentação, sistema inverso e dinâmica não-linear dos zeros, realimen-

tação de estados para sistemas incertos, observadores não-lineares, realimentação de saída de sistemas incertos, *backstepping*, estabilidade entrada-saída e entrada-estado, regulação e rastreamento de saída. Convém lembrar que existem ainda outras abordagens importantes de controle que envolvem não-linearidades intrínsecas, entre elas o controle neural, o controle *fuzzy*, e os sistemas híbridos (chaveados) de controle. Esta teoria abre muitas possibilidades de explorar a facilidade atual de implementar algoritmos de controle de complexidade quase ilimitada através dos computadores e microcontroladores, além de tornar possível sintetizar esquemas de controle mais eficientes do que usando apenas o controle linear.

Controle de Sistemas Incertos Não-lineares

Grande parte da teoria moderna de projeto de controle não-linear desenvolvida até o momento é baseada na hipótese do conhecimento das variáveis de estado do sistema. É sabido, entretanto, que essa hipótese não é válida na prática, pois em geral é possível medir apenas parte das variáveis do vetor de estado devido a limitações de número e localização de sensores. As demais variáveis não são fisicamente ou economicamente disponíveis. No caso de sistemas aproximáveis por um modelo dinâmico linear, é possível utilizar estimadores de estado. Ainda assim, é necessário um conhecimento razoável do modelo do processo, o que não é possível no caso de sistemas incertos (sistemas sujeitos a incertezas paramétricas, dinâmicas não-modeladas e distúrbios externos).

A situação é certamente ainda mais difícil no caso de sistemas não-lineares. Dentre as principais dificuldades em aplicar os recentes avanços no projeto de controle não-linear para sistemas incertos, pode-se apontar a falta de resultados teóricos sobre estimadores de estado para sistemas não-lineares e o fato de que, em geral, o princípio da separação, que permite realizar o projeto do controlador e do observador de modo independente, não é válido para estes sistemas. Por exemplo, sistemas não-lineares podem apresentar o fenômeno de escape em tempo finito (Khalil, 2002), que pode não ser detectável via medição de saída, ou seja, alguns estados do sistema podem escapar enquanto a saída permanece limitada, fato que dificulta ainda mais o projeto desses observadores. Assim, apenas para classes bastante restritas puderam ser propostos observadores com uma justificativa rigorosa de estabilidade e de convergência globais (Arcak e Kokotovic, 2001; Praly e Arcak, 2004).

Quanto às incertezas na modelagem do sistema dinâmico (linear ou não), o controle robusto e o controle adaptativo são as principais estratégias existentes na literatura de controle para lidar com sistemas que possuem modelagem precária, incluindo variação de parâmetros.

Controle Adaptativo × Controle Robusto

A idéia básica do controle adaptativo é calcular o sinal de controle utilizando estimativas dos parâmetros incertos da planta ou, diretamente, dos parâmetros do controlador, que são obtidas através de uma lei de adaptação, com o objetivo de garantir que o sistema permaneça apresentando um desempenho satisfatório, independentemente das incertezas ou variações de parâmetros existentes.

O desenvolvimento do controle adaptativo de sistemas não-lineares foi estimulado pelos avanços obtidos na teoria de sistemas de controle não-lineares realimentados, destacando-se a técnica de linearização por realimentação adaptativa apresentada em (Marino e Tomei, 1995). Entretanto, os resultados obtidos ficaram restritos a plantas que satisfazem uma condição de casamento entre o controle e os parâmetros incertos, chamada de *extended matching condition*. Foi a partir do desenvolvimento da técnica denominada de *backstepping*, apresentada em (Krstić *et al.*, 1995), que este problema pôde ser superado e o controle adaptativo de sistemas não-lineares passou a despertar um interesse crescente na comunidade de controle.

Por outro lado o controle a estrutura variável por modos deslizantes ou, simplesmente, o controle por modos deslizantes (*Sliding Mode Control* – SMC), é uma alternativa de controle robusto muito eficiente para controlar sistemas incertos. A estrutura variável caracteriza-se pela utilização de uma lei de controle descontínua que chaveia, seguindo uma dada regra, entre sistemas com estruturas diferentes, gerando um novo tipo de movimento, denominado *modo deslizante* (Emelyanov, 1970), (Itkis, 1976) e (Utkin, 1978). Em geral, as funções de chaveamento são projetadas de tal forma que as trajetórias do sistema alcancem e mantenham-se em uma superfície no espaço de estado (*superfície de deslizamento*) que é especificada conforme um comportamento dinâmico desejado (Emelyanov, 1970; Takahashi e Peres, 1999a; Utkin, 1992). Este tipo de movimento é, sob certas condições, invariante com relação às incertezas da planta, propriedade conhecida como *princípio da invariância*.

Sistemas a estrutura variável oferecem vantagens significativas: bom comportamento transitório, estabilidade global, capacidade de rejeitar perturbações não-modeladas, insensibilidade a não-linearidades da planta ou variações dos parâmetros. Em particular, alguns autores consideram o controle a estrutura variável baseado em modo deslizante como um método de controle adaptativo robusto (Chien e Fu, 1992; Chien *et al.*, 1996; Hsu e Costa, 1989). A adaptação neste caso é baseada em síntese de sinal e não em estimação paramétrica. Trata-se na verdade de um controlador que leva a objetivos similares aos dos controladores adaptativos, por exemplo, seguir as trajetórias de um modelo de referência a despeito das incertezas, contudo sendo capaz de garantir bons transitórios e rejeição de distúrbios, propriedades essas não alcançadas pela adaptação paramétrica.

SMC via Realimentação de Saída para Rastreamento de Trajetórias

O controle a estrutura variável convencional (*Variable Structure Control – VSC*) também se desenvolveu sob a hipótese de acesso ao estado completo da planta. A utilização de realimentação de saída é ainda mais difícil nesse caso uma vez que, sendo o controlador a estrutura variável baseado em alto ganho, um pequeno atraso, introduzido por uma eventual filtragem do sinal de controle, pode acarretar uma oscilação indesejada conhecida por *chattering* (Utkin, 1992). Para solucionar parcialmente esta dificuldade, o uso de observadores de estado foi inicialmente proposto por Bondarev *et al.* (1985). No entanto, era necessário o conhecimento do modelo da planta. Posteriormente, foram desenvolvidos alguns métodos para SMC por realimentação de saída de sistemas lineares e não-lineares incertos baseados em observadores por modos deslizantes (Edwards e Spurgeon, 1998; Slotine *et al.*, 1987; Walcott e Žak, 1988), observadores com entradas desconhecidas (Freidovich e Khalil, 2008; Takahashi e Peres, 1999b) e observadores de alto ganho (Emelyanov *et al.*, 1992; Esfandiari e Khalil, 1992; Lu e Spurgeon, 1999).

Em particular, a introdução de observadores de alto ganho (*high-gain observers – HGOs*) (Khalil, 2002) permitiu, em teoria, evitar o *chattering* e reconstruir o estado completo do sistema incerto utilizando apenas informações de entrada e saída. Entretanto, nenhum dos métodos baseados em HGO foi capaz de garantir o rastreamento perfeito (assintótico) ou a estabilidade global quando as não-linearidades presentes não satisfazem uma condição Lipschitz global.

Embora HGOs possam satisfazer o princípio da separação para sistemas não-lineares, também podem gerar problemas relacionados à sensibilidade a ruído de medição e acarretar o indesejável fenômeno de *peaking* (Sussmann e Kokotović, 1991) nos sinais do observador e do controlador quando o ganho do observador é demasiadamente aumentado. O fenômeno de *peaking* consiste em picos de grande amplitude e curta duração presentes nas estimativas fornecidas pelo HGO durante seu transitório inicial que se transmitido para a planta, pode degradar o desempenho do sistema ou até mesmo levar à instabilidade. Em (Khalil e Esfandiari, 1993) e (Oh e Khalil, 1997), atenua-se o fenômeno de *peaking* por meio da saturação do sinal de controle mas, como dito anteriormente, apenas resultados de estabilidade semi-global foram obtidos. Além disso, esta estratégia pode prejudicar consideravelmente o transitório quando se deseja aumentar a região de atração, uma vez que é necessário aumentar o nível de saturação e, conseqüentemente, uma quantidade significativa do *peaking* continua sendo transmitida para a planta.

Na maior parte das referências citadas, o objetivo de controle mais frequente é garantir a estabilização robusta por realimentação de saída (Emelyanov *et al.*, 1992; Oh e Khalil, 1995; Walcott e Žak, 1988; Žak e Hui, 1993). O problema de rastreamento de trajetória (Oh e Khalil, 1997), em particular especificado através de um modelo de referência, foi introduzido na literatura de VSC em (Young, 1977), utilizando realimentação de estado. O caso de realimentação apenas da saída foi considerado em (Ambrosino *et al.*, 1984; Bartolini e Zolezzi, 1988; Narendra e Anaswamy, 1989), utilizando a estrutura dos controladores adaptativos por modelo de referência (*model-reference adaptive control* – MRAC) (Sastry e Bodson, 1989).

No passado recente, foram desenvolvidos alguns métodos para rastreamento de trajetória utilizando SMC por realimentação de saída. Em (Hsu e Costa, 1989) foi proposto um método baseado na estrutura do MRAC para plantas lineares de uma entrada e uma saída (SISO) com grau relativo unitário. Seguindo essa abordagem, o controlador por modelo de referência e estrutura variável (*variable structure model reference adaptive control* – VS-MRAC) de Hsu e Costa (1989) foi estendido para sistemas com grau relativo arbitrário em (Hsu *et al.*, 1994, 1997) e, posteriormente, em (Cunha *et al.*, 2009b). Tais controladores baseados em filtragem derivativa foram capazes de garantir estabilidade global e rastreamento com pequeno erro residual.

Em (Nunes *et al.*, 2009), diferenciadores robustos e exatos (*robust exact differentiator* - RED) (Levant, 2003) baseados em modos deslizantes de ordem superior (*higher order sliding mode* - HOSM) foram incorporados através de chaveamento ao VS-MRAC tradicional de modo a também garantir o rastreamento exato.

O caso multivariável foi abordado em (Chien *et al.*, 1996; Tao e Ioannou, 1989) para plantas lineares. Em (Hsu *et al.*, 2002), através do controle vetorial unitário (UVC), a aplicação do controlador VS-MRAC foi estendida para sistemas lineares multivariáveis, dando origem ao controlador adaptativo por modelo de referência e vetor unitário (*unit vector model-reference adaptive control* - UV-MRAC). O controle vetorial unitário foi introduzido por (Gutman, 1979; Gutman e Leitmann, 1975), como uma técnica robusta de controle similar ao VSC. Ambas as estratégias (UVC e VSC) estão baseadas de forma direta ou indireta em modos deslizantes. Uma boa comparação entre o VSC e o UVC e suas respectivas limitações podem ser encontradas em (Cunha, 2004).

Uma vez que o UV-MRAC e o VS-MRAC seguem a abordagem do MRAC (Sastry e Bodson, 1989), observadores explícitos de estado não são utilizados, e em seu lugar, são utilizados sinais filtrados das entradas e das saídas da planta. Sendo assim, o projeto destes controladores não é baseado no modelo da planta e, além disso, o sinal de controle é livre do fenômeno de *peaking*.

A partir do trabalho desenvolvido em (Min e Hsu, 2000), o VS-MRAC (originalmente concebido para plantas lineares) foi estendido para o controle de uma classe de sistemas não-lineares SISO apresentando grau relativo igual ou inferior a dois. Posteriormente, em (Oliveira *et al.*, 2008c), (Oliveira *et al.*, 2007b) e (Peixoto *et al.*, 2007), o VS-MRAC foi reprojetoado para classes mais amplas de sistemas não-lineares com grau relativo arbitrário.

Desta forma, observa-se que esquemas de controle via realimentação de saída para sistemas incertos vêm sendo propostos como solução para problemas clássicos de estabilização, regulação de saída e rastreamento de trajetória (Isidori, 1995). Grandes esforços têm sido feitos para desenvolver soluções globais ou semi-globais, ampliar a classe de sistemas não-lineares abordada e reduzir o conjunto de hipóteses necessárias para projeto.

Neste trabalho, o termo *global* se refere a uma propriedade de estabilidade ou rastreamento que seja independente das condições iniciais do sistema completo em malha fechada, enquanto que *semi-global* se refere a uma propriedade obtida a partir de um conjunto compacto de condições iniciais, que pode ser arbitrariamente aumentado a partir do ajuste de parâmetros do controlador (Khalil e Esfandiari, 1993). De forma geral, resultados globais têm sido sacrificados (obtem-se apenas estabilidade local ou semi-global) para ampliar as classes de sistemas, que vêm sendo caracterizadas por meio de condições dadas em termos de geometria diferencial (Cheng e Lin, 2003; Marino e Tomei, 1995).

Caracterizando a Classe de Sistemas de Interesse

A análise e o projeto de sistemas de controle são profundamente influenciados por cinco conceitos básicos aplicados a sistemas não-lineares, que são: (a) grau relativo, (b) dinâmica dos zeros, (c) formas ou restrições estruturais, (d) taxa de crescimento, e (e) direção de controle.

(a)-(b) Grau Relativo e Dinâmica dos Zeros

Para sistemas lineares com função de transferência escalar, o grau relativo é a diferença entre o número de pólos e o número de zeros. A dinâmica dos zeros corresponde à dinâmica que descreve o comportamento interno da planta quando se escolhe a entrada e as condições iniciais de forma a manter a saída identicamente nula, sendo um caso especial da dinâmica interna. No caso de plantas lineares, esta dinâmica é linear, podendo ser caracterizada pelos zeros da planta (Khalil, 2002).

Com a utilização da teoria de geometria diferencial, diversos conceitos de sistemas lineares foram generalizados para sistemas não-lineares (Khalil, 2002; Marino e Tomei, 1995; Sontag, 1995, 1998; Sontag e Wang, 1995), em particular o grau relativo e a dinâmica dos zeros. O Capítulo 2 apresenta estes conceitos de maneira mais precisa.

Em geral, o grau relativo de sistemas não-lineares é igual ao número de vezes que se deve diferenciar a saída para que a entrada apareça explicitamente na expressão analítica da derivada e é uma função do estado do sistema, ou seja, não é necessariamente constante em todo o espaço de estado e, em contraste com sistemas

lineares, pode até não estar bem definido (Khalil, 2002). Além disso, o grau relativo e a dinâmica dos zeros são características da planta que não podem ser alteradas por meio de realimentação de saída. Por estas razões, sistemas de fase não-mínima (dinâmica dos zeros instável), com grau relativo desconhecido e variante no espaço de estado são mais difíceis de serem controlados (Isidori, 2000), fugindo *a priori* do escopo deste trabalho.

Nesta Tese aborda-se o controle de sistemas não-lineares de *fase mínima* com grau relativo *arbitrário* ($\rho \geq 1$), bem definido e constante em todo o espaço de estado. São considerados sistemas variantes no tempo afins no controle, ou seja, sistemas na forma:

$$\dot{x} = f(x, t) + g(x, t)u, \quad y = h(x, t), \quad \forall t \geq 0, \quad (1.1)$$

onde $u \in \mathbb{R}^m$ é a entrada de controle, $y \in \mathbb{R}^m$ é a saída medida, $x \in \mathbb{R}^n$ é o estado do sistema e $g(x, t) = [g_1(x, t) \ g_2(x, t) \ \dots \ g_m(x, t)]$. Os campos vetoriais $f(x, t) = [f_1(x, t) \ f_2(x, t) \ \dots \ f_n(x, t)]^T : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}^n$ e $g_i(x, t) : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}^n$, $i = 1, \dots, m$ são suficientemente suaves em seus argumentos assim como $h(x, t) : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}^m$ é uma função também suave em seus argumentos. O conceito de taxa de crescimento e as restrições estruturais, apresentados a seguir, serão importantes para caracterizar o campo $f(x, t)$.

(c)-(d) Restrições Estruturais e Taxa de Crescimento

A partir de (Krstić *et al.*, 1995), houve um crescente interesse pelo controle adaptativo de sistemas não-lineares, principalmente após o desenvolvimento da técnica denominada de *backstepping*, originalmente concebida sob a hipótese de acesso completo às variáveis de estado de plantas “triangulares” (por exemplo, $f(x) = [f_1(x_1, y) \ f_2(x_1, x_2, y) \ \dots \ f_n(x_1, \dots, x_n, y)]^T$), onde destaca-se a forma estrutural *strict feedback* e suas versões estendidas (Freeman e Kokotović, 1996).

A versão do *observer backstepping* que utiliza apenas realimentação de saída foi desenvolvida em (Krstić *et al.*, 1995, Capítulo 7) para plantas que possam ser transformadas para a forma *output feedback* (Krstić *et al.*, 1995, pp. 291) ou para a forma *parametric output feedback* (Krstić *et al.*, 1995, pp. 307). Em ambas as formas, as não-linearidades dependem apenas da saída, sendo que, na última, incertezas paramétricas são consideradas. Nesta linha, considera-se em (Marino e Tomei, 1995,

Capítulo 7) uma classe de sistemas não-lineares, observáveis e de fase mínima em que as não-linearidades passam a depender somente da saída após uma transformação de coordenadas apropriada.

As técnicas de estabilização robusta de Teel e Praly (1994), Marino e Tomei (1993b), Marino e Tomei (1995) e Freeman e Kokotović (1993), são exemplos de abordagens via realimentação de saída que permitem considerar incertezas paramétricas figurando de forma não-linear. Foram abordadas plantas SISO invariantes no tempo com $f(x), g(x)$ e $h(x)$ em (1.1), tais que:

$$\dot{x} = \mathcal{A}x + \phi(y, \theta) + \mathcal{B}(\theta)k(y)u, \quad y = \mathcal{C}x, \quad \forall t \geq 0, \quad (1.2)$$

onde $k(y)$ é conhecido, θ é um vetor de parâmetros incertos, ϕ é uma função não-linear com parâmetros incertos,

$$\mathcal{A} = \begin{bmatrix} 0 & & & \\ \vdots & I_{(n-1) \times (n-1)} & & \\ 0 & \dots & & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathcal{B} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & b_\rho(\theta) & \dots & b_n(\theta) \end{bmatrix}^T, \quad \mathcal{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix},$$

e ρ é o grau relativo. Normalmente, considera-se que são conhecidos limitantes superiores das não-linearidades.

Considerando que as incertezas paramétricas figurem de forma linear e que as não-linearidades sejam conhecidas, o problema de rastreamento global via realimentação de saída foi resolvido em (Marino e Tomei, 1993a,b) por meio de uma estratégia baseada em observadores adaptativos. Foram tratados sistemas na forma *parametric output-feedback* (Krstić *et al.*, 1995)

$$\dot{x} = \mathcal{A}x + \varphi_0(y) + \sum_{i=1}^p \theta_i \varphi_i(y) + \mathcal{B}k(y)u, \quad y = \mathcal{C}x, \quad (1.3)$$

onde $\forall i \in \{1, \dots, p\}$, θ_i constitui os parâmetros incertos e φ_i (incluindo φ_0) são funções não-lineares conhecidas.

De forma geral, o controle de sistemas não-lineares incertos utilizando apenas informação de saída tem sido restrito a classes ainda bastante particulares. Muitos resultados seguiram no sentido de ampliar a classe de sistemas. Estratégias globais/semi-globais começaram a ser desenvolvidas para sistemas onde a não-linearidade é triangular nos estados não-medidos. Deste modo, permite-se incertezas paramétricas multiplicando estados não-medidos e não somente funções da saída y .

Os exemplos e contra-exemplos de (Mazenc *et al.*, 1994) indicam que o problema de estabilização *global* por realimentação de saída pode ser impossível de ser resolvido se o campo vetorial $f(x, t)$ em (1.1) crescer muito rápido com respeito aos estados não-medidos. Tendo isso em mente, não é surpreendente que a maioria das estratégias globais propostas na literatura imponha hipóteses restritivas quanto ao crescimento deste campo vetorial, como por exemplo uma restrição de crescimento linear com relação aos estados não-medidos, do tipo:

$$\|f(x, t)\| \leq k_x \|x\| + \varphi(y, t), \quad (1.4)$$

onde a constante $k_x > 0$ é denominada de *taxa de crescimento* e $\varphi(y, t)$ é uma função positiva da saída, possivelmente não-linear em y e uniformemente limitada em t para y fixado. Daqui por diante, plantas da classe (1.1) que satisfaçam (1.4) serão denominadas plantas com crescimento linear nos estados não-medidos ou, simplesmente, plantas com *crescimento linear* (Hsu *et al.*, 2003; Lei e Lin, 2006b).

Em (Lei e Lin, 2006b), foram consideradas não-linearidades independentes do tempo majoráveis linearmente e de forma triangular nos estados não-medidos, como por exemplo:

$$f(x) = \mathcal{A}x + \phi(x), \quad |\phi_i(x)| \leq k_x (|x_1| + \dots + |x_i|), \quad (1.5)$$

onde $i \in \{1, 2, \dots, n\}$, $\phi = [\phi_1 \ \phi_2 \ \dots \ \phi_n]^T \in \mathbb{R}^n$ e a taxa de crescimento constante $k_x > 0$ é desconhecida. Note que, ϕ não precisa, necessariamente, ser triangular com respeito a x . Permite-se, por exemplo, que ϕ_1 seja dado por $\phi_1 = x_1 \sin(x_2)$.

Por outro lado, sistemas na “forma normal perturbada” com estrutura parcialmente triangular representados por:

$$\begin{aligned} \dot{\eta} &= \phi_0(\eta, \xi), \\ \dot{\xi}_1 &= \xi_2 + \phi_1(\eta, \xi_1), \\ \dot{\xi}_2 &= \xi_3 + \phi_2(\eta, \xi_1, \xi_2), \\ &\vdots \\ \dot{\xi}_{\rho-1} &= \xi_\rho + \phi_{\rho-1}(\eta, \xi_1, \dots, \xi_{\rho-1}), \\ \dot{\xi}_\rho &= u + \phi_\rho(\eta, \xi_1, \dots, \xi_\rho), \\ y &= \xi_1, \end{aligned} \quad (1.6)$$

foram abordados em (Kaliora *et al.*, 2006), onde $x^T := [\eta^T, \xi^T] \in \mathbb{R}^n$ com $\eta \in \mathbb{R}^{n-\rho}$ e $\xi = [\xi_1 \ \xi_2 \ \dots \ \xi_{\rho-1}]^T$, ρ é o grau relativo do sistema, ϕ_i pode apresentar a mesma restrição de crescimento que (1.5) ou até condições menos conservadoras $\forall i \in \{1, 2, \dots, \rho\}$ e a dinâmica- η foi assumida estável de ξ para η (*input-to-state stable* - ISS), isto é, o sistema é de fase mínima.

Soluções envolvendo o uso de um controlador linear de alto ganho em conjunto com um HGO linear vêm sendo propostas para essas classes de sistemas. Em geral, quando k_x é constante e conhecido, o uso de um HGO com ganho constante tem se mostrado suficiente (Qian e Lin, 2002). No entanto, para taxas de crescimento constantes, porém desconhecidas, parece ser necessário fazer o ganho do HGO variar (Lei e Lin, 2006b). Recentemente, sistemas com taxa de crescimento dependente da saída $k_x(y)$ também passaram a ser considerados (Krishnamurthy *et al.*, 2002; Lei e Lin, 2006a; Praly, 2001; Praly e Jiang, 2004). Surgiram soluções que utilizam tanto HGO com ganho variante no tempo (Qian *et al.*, 2003) (independentemente da dinâmica do sistema) quanto variando de forma dinâmica, por exemplo, por meio de uma equação de Riccati acionada pela taxa de crescimento $k_x(y)$ (Krishnamurthy e Khorrami, 2002, 2003; Lei e Lin, 2006b; Praly, 2001).

Embora a maioria dos resultados globais descritos na literatura tenha sido obtida considerando sistemas com crescimento linear, não se pode deixar de mencionar que esforços têm sido dedicados ao desenvolvimento de estratégias para sistemas com crescimento superior ao linear, como em (Praly e Arcak, 2004), que trata de sistemas conhecidos, e em (Arcak e Kokotovic, 2001), que considera plantas incertas.

Em sua maioria, as não-linearidades mais fortes ocorrem na saída e/ou em estados não-medidos de subsistemas que apresentem alguma propriedade particular. É o que ocorre com os sistemas em cascata de (Arcak *et al.*, 2001; Praly e Arcak, 2004), com os sistemas-ISS abordados em (Jiang *et al.*, 2004) e em aplicações robóticas que utilizam as propriedades de passividade do robô.

Para casos mais gerais, resultados semi-globais têm sido obtidos com o emprego de observadores de alto ganho (HGO) (Oh e Khalil, 1995, 1997; Qian, 2005). Entretanto, obteve-se rastreamento global em (Gong e Qian, 2007) por meio de uma solução que utiliza um observador inerentemente não-linear que permite tratar termos do tipo x^α , com α pertencendo ao intervalo $[1, 5/3]$, onde x é um estado não-medido.

De modo geral, uma questão que parece encerrada é a impossibilidade de se obter controladores globais, baseados em realimentação de saída em plantas de grau relativo arbitrário superior (maiores que 2) e com não-linearidades com crescimento superior a linear em qualquer estado não-medido. Até o momento, apenas a estabilidade semi-global foi obtida nesses casos. Assim sendo, plantas da classe (1.1) em que o campo vetorial $f(x, t)$ não obedece nenhuma restrição de crescimento particulares como (1.4)-(1.5), ou condições globalmente Lipschitz, serão denominadas plantas ou sistemas *fortemente* não-lineares ou com não-linearidades *fortes*. Essa classe incorpora uma ampla gama de sistemas que será explorada nesta Tese, incluindo, por exemplo, sistemas com não-linearidades polinomiais no estado não-medido que permitem escape em tempo finito (Khalil, 2002).

(e) Direção de Controle

Um desafio adicional para o controle de sistemas incertos é desconsiderar o conhecimento prévio da direção de controle. Para plantas monovariáveis, a direção de controle é o sinal do ganho de alta frequência da planta. Significa também o inverso do sinal da realimentação, ou seja: sinal da realimentação negativo (positivo) quando a direção de controle for positiva (negativa). A definição correspondente para plantas multivariáveis será apresentada posteriormente nos Capítulos 2 e 4.

Problemas como frenagem em sistemas ABS (*Antilock Braking Systems*) formulados por Drakunov *et al.* (1995) e o controle multivariável por servovisão com desconhecimento do ângulo de rotação da câmera em torno do eixo óptico (Oliveira *et al.*, 2007a) são exemplos práticos em que a direção de controle é desconhecida. Vale mencionar que, no contexto de algoritmos de otimização e busca *extremal*, encontra-se conexão entre sistemas por modos deslizantes com direção de controle desconhecida (ou variante) e otimizadores não-derivativos (Korovin e Utkin, 1974; Teixeira e Žak, 1998).

De uma forma geral, o controle de sistemas sem o conhecimento da direção de controle tem atraído a atenção da comunidade de controle adaptativo desde o começo dos anos 80 (Morse, 1982). A primeira solução surgiu em (Nussbaum, 1983), onde o então denominado ganho de *Nussbaum* tornou-se uma ferramenta padrão (Mudgett e Morse, 1985), ainda utilizada em trabalhos recentes de Zhang *et al.* (2000), Imai *et al.* (2001) e Jiang *et al.* (2004).

Embora, teoricamente, esta abordagem possa levar à solução rigorosa do problema, ela também resulta em um comportamento transitório muitas vezes inaceitável além de acarretar problemas de implementação prática (Fu e Barmish, 1986; Mudgett e Morse, 1985).

Para o SMC, poucos resultados estão disponíveis na literatura. Em (Drakunov, 1993), um controlador por modos deslizantes com realimentação de estado foi utilizado para uma ampla classe de sistemas não-lineares incertos. Em (Bartolini *et al.*, 2003), foi proposto um esquema com observador por modos deslizantes para sistemas não-lineares incertos de primeira ordem, onde bons transitórios são obtidos quando comparados com os resultados conseguidos com o ganho de Nussbaum.

Um esquema utilizando SMC e realimentação de saída para rastreamento de plantas lineares incertas SISO foi introduzido em (Yan *et al.*, 2003) utilizando um algoritmo de chaveamento baseado em uma função de monitoração para o erro de saída. Um controlador similar foi apresentado para sistemas não-lineares em (Yan e Xu, 2004) onde a abordagem de controle robusto por modelo de referência (*model reference robust control* – MRRC) (Qu *et al.*, 1994) foi adotada. Entretanto, em ambos (Yan *et al.*, 2003) e (Yan e Xu, 2004), considera-se que a planta possui grau relativo unitário. Em (Oliveira, 2006) e (Yan *et al.*, 2008), desenvolveu-se controladores por modos deslizantes, via realimentação de saída, para plantas lineares incertas SISO, de grau relativo arbitrário, generalizando-se a proposta em (Yan *et al.*, 2003). Posteriormente, a extensão para uma classe ampla de sistemas não-lineares foi apresentada em (Oliveira *et al.*, 2007b), incluindo não-linearidades com crescimento linear nos estados não-medidos.

O objetivo e a proposta deste trabalho podem agora ser destacados.

1.1 Objetivo e Proposta do Trabalho

O foco desta Tese é o problema de rastreamento exato ou prático de trajetória para sistemas não-lineares incertos. Muitas vezes, o rastreamento é obtido não de modo exato. Assim, denomina-se *rastreamento prático* (*practical tracking*) quando for suficiente a especificação de uma tolerância para o erro de rastreamento, definido como o erro entre a trajetória desejada e a saída do sistema.

Mais precisamente, nosso objetivo principal é desenvolver novas soluções globais (ou ao menos semi-globais), via realimentação de saída, para a seguinte classe de sistemas:

- Plantas incertas incluindo não-linearidades fortes no estado não-medido, afins no controle, de fase mínima, com grau relativo bem definido e constante (unitário ou arbitrário).

Busca-se, também, reduzir o conjunto de hipóteses de projeto, em particular, desconsiderando o prévio conhecimento da *direção de controle*.

Entretanto, há dificuldades e desafios para se atingir este objetivo. A principal delas surge ao se tentar suprir a falta dos estados não-medidos, devido à escassez de projetos sistemáticos para observadores de estado quando o sistema apresenta *não-linearidades* e é *incerto*. Além disso, os sistemas com não-linearidades polinomiais nos estados não-medidos considerados aqui apresentam o fenômeno de escape em tempo finito e, o que é mais grave do ponto de vista de realimentação de saída, o escape pode não ser observado na saída, ou seja, alguns estados poderiam escapar mantendo a saída limitada, dificultando a solução por realimentação de saída.

Contudo, essas dificuldades serão superadas com o auxílio de HGOs (com ganho fixo ou dinâmico) e observadores da norma do estado não-medido (*norm observers*) (Krichman *et al.*, 2001) em conjunto com estratégias adequadas a serem definidas. Assim sendo, propõem-se estratégias de controle baseadas no conceito de tempo de extinção de pico (*peaking extinction time*) e período de espera (*dwell-time*) para superar os problemas causados pelo fenômeno de *peaking* do HGO, além de sistemas híbridos com funções de monitoração e de chaveamento periódica para remover a clássica hipótese de conhecimento da direção de controle. Para lidar com as incertezas do sistema, a lei de controle será baseada no controle por modos deslizantes.

1.2 Organização Geral da Tese

No **Capítulo 2**, são apresentadas definições, notações e terminologias básicas utilizadas ao longo do texto. Nos **Capítulos 3 e 4** são desenvolvidas estratégias para lidar com o problema de direção de controle desconhecida para sistemas incertos com grau relativo unitário, lineares e monovariáveis (Capítulo 3) ou não-lineares e multivariáveis (Capítulo 4). Em particular, nesses capítulos os algoritmos propostos também são testados em aplicações de interesse prático como os problemas de busca *extremal* e controle por servovisão robótica. No **Capítulo 5**, é apresentado o controlador livre de *peaking* proposto para sistemas monovariáveis incertos fortemente não-lineares com grau relativo arbitrário. Neste caso, o difícil problema de rastreamento (semi-global) para sistemas contendo não-linearidades com crescimento polinomial no estado não-medido pôde ser resolvido. No **Capítulo 6**, o rastreamento global é garantido para uma ampla classe de sistemas não-lineares, não somente para plantas com não-linearidades globalmente Lipschitz. Diferentemente dos resultados existentes na literatura, o controlador permite que as não-linearidades nos estados não-medidos tenham crescimento linear, com taxa de crescimento dependente inclusive de estados não-medidos da dinâmica interna, ou até mesmo polinomial. Um resumo das contribuições obtidas durante o desenvolvimento deste trabalho e propostas de continuação são apresentados no **Capítulo 7**. Além disso, uma lista de trabalhos publicados até o momento encontra-se no **Apêndice A**. Para facilitar a leitura, todos os capítulos desta Tese foram escritos de modo a serem seguidos de maneira independente sem grandes alterações na compreensão final. Em particular, as hipóteses feitas em um determinado capítulo se restringem a ele de forma a deixá-los auto-contidos na medida do possível.

Capítulo 2

Preliminares

Revisa-se neste capítulo alguns conceitos fundamentais para o desenvolvimento dos algoritmos de controle desta Tese. O leitor poderá passar adiante, caso já esteja familiarizado com estas notações, definições e terminologia.

2.1 Notação e Terminologia

- O máximo intervalo de tempo de definição de uma dada solução da equação diferencial que rege a dinâmica da planta em malha fechada é representado por $\mathcal{I}_0 := [0, t_M)$, onde t_M pode ser finito ou infinito. Para qualquer $t_* \in \mathcal{I}_0$ seja $\mathcal{I}_* := [t_*, t_M)$.
- A norma Euclidiana de um vetor x e a correspondente norma induzida de uma matriz A são denotadas por $|x|$ and $|A|$, respectivamente, enquanto que a norma $\mathcal{L}_{\infty e}$ de um sinal $x(t) : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}^n$ é definida como em (Desoer e Vidyasagar, 1975) ou (Cunha, 2004) e descrita por:

$$\|x_{t,t_*}\| := \sup_{t_* \leq \tau \leq t} |x(\tau)|.$$

Para o instante inicial $t_* = 0$, a notação $\|x_t\|$ é adotada (Ioannou e Sun, 1996).

- Diz-se que $x : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}^n$ é *localmente integrável* se somente se x é integrável em qualquer intervalo limitado (i.e., intervalos tais como $[a, b]$ com $0 \leq a \leq b < \infty$). Além disso, diz-se que $x : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}^n$ **pertence a \mathcal{L}_{∞}** (ou seja, $x \in \mathcal{L}_{\infty}$) se somente se $\|x_t\| < \infty$, exceto por um conjunto de medida nula.

- Utiliza-se $\lambda[A]$ para denotar o espectro de uma matriz A . Por outro lado, $\lambda_{max}(A) := \max_i\{\text{Re}\{\lambda[A]\}\}$ e $\lambda_{min}(A) := \min_i\{\text{Re}\{\lambda[A]\}\}$ denotam os autovalores máximos e mínimos da matriz A , respectivamente.
- Diz-se que uma constante positiva k é de ordem $\tau \in \mathbb{R}^+$ quando existir outra constante positiva \bar{k} , independente de τ , que satisfaça $k \leq \tau\bar{k}$. O símbolo $\mathcal{O}(\tau)$ será utilizado para representar uma constante genérica de ordem τ .
- Uma função $\Psi : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$ pertence à classe \mathcal{K} se for contínua, crescente e $\Psi(0) = 0$. Diz-se que $\Psi(a) \in \mathcal{K}_\infty$ se $\Psi(a) \in \mathcal{K}$ e $\lim_{a \rightarrow +\infty} \Psi(a) = +\infty$. Uma função $\Pi : \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$ pertence à classe \mathcal{KL} se, para cada $t \in \mathbb{R}_+$, $\Pi(\cdot, t) \in \mathcal{K}$ e, para cada $a \in \mathbb{R}_+$, $\Pi(a, \cdot)$ é decrescente com $\lim_{t \rightarrow +\infty} \Pi(a, t) = 0$. As funções \mathcal{K} , \mathcal{K}_∞ e \mathcal{KL} foram definidas assim como em (Khalil, 2002, pp. 144).
- O símbolo “ s ” representa tanto a variável de Laplace quanto o operador diferencial “ d/dt ”, de acordo com o contexto. Assim como em (Ioannou e Sun, 1996), a saída y de um sistema linear e invariante no tempo (LTI) com função de transferência $H(s)$ e entrada u é denotada por $H(s)u$. A convolução $h(t) * u(t)$, sendo $h(t)$ a resposta impulsiva de $H(s)$, será representada eventualmente por $H(s) * u$.
- Seja $\{A_h, B_h, C_h, D_h\}$ uma realização para o sistema LTI, com estado x_h . Esta representação para a convolução é útil principalmente quando o sistema LTI for BIBO (*Bounded-Input-Bounded-Output*) estável pois, neste caso, a saída y pode ser representada por $y = H(s) * u + \pi$, com $\pi = C_h e^{A_h(t-t_*)} x_h(t_*)$ sendo um termo exponencialmente decrescente. Isto permite obter um majorante para $|y|$ da forma¹:

$$|y| \leq \|h\|_1 \|u_{t,t_*}\| + k_h |x_h(t_*)| e^{-\gamma_h(t-t_*)}, \quad \forall t \in \mathcal{I}_*,$$

onde $\|h\|_1 = \int_0^\infty |h(\tau)| d\tau$, $0 < \gamma_h < \min_i\{-\text{Re}\{\lambda[A_h]\}\}$ e $k_h > 0$ é uma constante positiva apropriada. Assim sendo, o termo genérico $\pi(t)$ denotará funções exponencialmente decrescentes, i.e., $|\pi(t)| \leq R e^{-\beta t}$, $\forall t$ e escalares positivos R e β , possivelmente dependentes das condições iniciais do sistema.

¹Ver (Desoer e Vidyasagar, 1975, pp. 23) para mais detalhes.

- Eventualmente, os símbolos Π e π também representarão funções \mathcal{KL} exponenciais genéricas da forma:

$$\Pi(\cdot, t) = \Psi(\cdot)e^{-\gamma_\pi(t-t_*)}, \quad \forall t \in \mathcal{I}_*,$$

onde $\gamma_\pi > 0$ é uma constante genérica e $\Psi \in \mathcal{K}_\infty$ é função da norma dos estados (em $t = t_*$) de filtros BIBO estáveis utilizados na implementação dos controladores propostos nesta Tese. Em determinados momentos, será evidenciada apenas a dependência do tempo, i.e., $\Pi(t)$.

- Uma função ou matriz de transferência é dita estritamente real positiva (*strictly positive real* - SPR) segundo definições encontradas em Slotine e Li (1991), Khalil (2002) ou Ioannou e Sun (1996). No caso escalar, condições necessárias para que uma determinada função de transferência $W(s)$ seja SPR são: $W(s)$ deve ser estritamente estável e de fase mínima, ter grau relativo 0 ou 1 e a curva de Nyquist de $W(jw)$ deve estar inteiramente no semi-plano direito do plano complexo (o deslocamento de fase do sistema a entradas senoidais deve ser sempre menor que 90°).
- Dados um campo vetorial $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ e uma função escalar diferenciável $h : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, a derivada direcional ou derivada de Lie de $h(x)$ ao longo de $f(x)$ é definida por (Khalil, 2002, pp. 510) (Isidori, 1995, pp. 8):

$$L_f h(x) := \frac{\partial h}{\partial x} f(x), \quad \frac{\partial h}{\partial x} := \left[\frac{\partial h}{\partial x_1} \quad \frac{\partial h}{\partial x_2} \quad \cdots \quad \frac{\partial h}{\partial x_n} \right],$$

com $x = [x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_n]^T$. As seguintes notações serão utilizadas:

$$L_g L_f h(x) = \frac{\partial [L_f h]}{\partial x} g(x), \quad L_f^k h(x) = \frac{\partial [L_f^{k-1} h]}{\partial x} f(x),$$

sendo que $g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ é um campo vetorial, $k = 1, 2, \dots$ e $L_f^0 h(x) = h(x)$. Frequentemente omite-se a variável x , ou seja, escreve-se simplesmente $L_f h$, $L_f^k h$ e $L_g L_f h$.

- Uma função $V : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}_+$ é dita como sendo positiva definida se $V(x) > 0$ para todo x diferente de zero e $V(0) = 0$. Ela é positiva semi-definida se $V(0) = 0$ e $V(x) \geq 0$ para $x \neq 0$. A função $V(x)$ é negativa definida (semi-definida), se $-V(x)$ for positiva definida (semi-definida). Uma função $V(x)$ é

dita como sendo radialmente ilimitada, ou própria, se $V(x)$ tende para $+\infty$ quando $|x|$ tende para $+\infty$. Uma função V é suave se possui, em todos os pontos, derivadas de todas as ordens.

2.2 Definições e Conceitos Básicos

Considere o seguinte sistema não-linear geral, com estado x , entrada u e saída y :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u), & x \in \mathbb{R}^n, & u \in \mathbb{R}^m, \\ y &= h(x), & y \in \mathbb{R}^p, \end{aligned} \tag{2.1}$$

onde $f : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ é localmente Lipschitz com $f(0, 0) = 0$, e $h : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$ é contínua com $h(0) = 0$. A entrada $u(\cdot) : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}^m$ é um mapeamento mensurável e localmente essencialmente limitado ($u \in \mathcal{L}_\infty$). A solução definida em algum intervalo máximo $[0, t_{max}(x_0, u))$ de existência é denotada por $x(t, x_0, u)$ para cada condição inicial x_0 e entrada u .

Definição 2.1 *Uma função contínua positiva definida e própria $V : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função de armazenamento se existirem $\underline{\alpha}, \bar{\alpha} \in \mathcal{K}_\infty$ tais que $\underline{\alpha}(|x|) \leq V(x) \leq \bar{\alpha}(|x|)$, $\forall x \in \mathbb{R}^n$.*

Definição 2.2 *O sistema (2.1) é dito ser estável da entrada para o estado (input-to-state stable - ISS), se existirem $\beta \in \mathcal{KL}$ e $\gamma \in \mathcal{K}$ (também referido como ganho-ISS), tais que para todo $x_0, u \in \mathcal{L}_\infty$ e $\forall t \in [0, t_{max})$:*

$$|x(t, x_0, u)| \leq \beta(|x_0|, t) + \gamma(\|u_t\|). \tag{2.2}$$

Definição 2.3 *Uma função de armazenamento suave $V : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função de Lyapunov-ISS (ISS-Lyapunov function) para o sistema (2.1), se existirem $\alpha \in \mathcal{K}_\infty$ e $\sigma \in \mathcal{K}_\infty$, tais que para todo x, u :*

$$\dot{V}(x) \leq -\alpha(|x|) + \sigma(|u|). \tag{2.3}$$

A existência de uma função de Lyapunov-ISS é uma condição equivalente para que o sistema (2.1) seja ISS (Sontag e Wang, 1995).

Definição 2.4 O sistema (2.1) é dito ser praticamente estável da entrada para o estado (*input-to-state practically stable - ISpS*), se existirem $\beta \in \mathcal{KL}$ e $\gamma \in \mathcal{K}$ (também referido como *ganho-ISpS*) e uma constante não-negativa R , tais que para todo $x_0, u \in \mathcal{L}_\infty$ e $\forall t \in [0, t_{max})$:

$$|x(t, x_0, u)| \leq \beta(|x_0|, t) + \gamma(\|u_t\|) + R. \quad (2.4)$$

Se (2.4) for satisfeita com $\gamma(\|u_t\|) \equiv 0$ e $R = 0$, o sistema é classificado globalmente assintoticamente estável (*globally asymptotically stable - GAS*). Se, além disso, a função $\beta \in \mathcal{KL}$ for *exponencial*, o sistema é classificado globalmente exponencialmente estável (*globally exponentially stable - GES*). Para os sistemas variantes no tempo, diz-se estabilidade global assintótica (exponencial) e *uniforme*.

Definição 2.5 O sistema (2.1) é dito ser estável da entrada/saída para o estado (*input-output-to-state stable - IOSS*), se existirem $\beta \in \mathcal{KL}$ e $\gamma_1, \gamma_2 \in \mathcal{K}$, tais que para todo $x_0, u \in \mathcal{L}_\infty$ e $\forall t \in [0, t_{max})$:

$$|x(t, x_0, u)| \leq \beta(|x_0|, t) + \gamma_1(\|u_t\|) + \gamma_2(\|y_t\|). \quad (2.5)$$

Se (2.5) for satisfeita com $\gamma_1(\|u_t\|) \equiv 0$, o sistema é denominado estável no sentido saída-estado (*output-to-state stable - OSS*) (Sontag e Wang, 1995).

Definição 2.6 Uma função de armazenamento suave $V : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função de Lyapunov-IOSS (*IOSS-Lyapunov function*) para o sistema (2.1), se existirem $\alpha \in \mathcal{K}_\infty$ e $\sigma_1, \sigma_2 \in \mathcal{K}_\infty$, tais que para todo x, u :

$$\dot{V}(x) \leq -\alpha(|x|) + \sigma(|u|) + \sigma(|y|). \quad (2.6)$$

A existência de uma função de Lyapunov-IOSS é uma condição equivalente para que o sistema (2.1) seja *IOSS* (Krichman *et al.*, 2001; Sontag e Wang, 1997).

A seguir são resumidos conceitos básicos utilizados nesta proposta de Tese, que estão bem apresentados nos livros (Isidori, 1995; Khalil, 2002) e em alguns artigos a serem mencionados.

Grau Relativo e Ganho de Alta Frequência

Conforme mencionado na introdução, para uma função de transferência escalar, o grau relativo é a diferença entre o número de pólos e de zeros. Também é o número de vezes que a saída $y(t)$ precisa ser diferenciada em relação ao tempo até que a entrada u apareça explicitamente na expressão analítica desta última diferenciação.

Para uma representação linear e invariante no tempo em espaço de estado (A, B, C) de um sistema SISO com função de transferência estritamente própria, utiliza-se os parâmetros de Markov² para definir o grau relativo (ρ). Se $CB \neq 0$ então $\rho = 1$, se $CB = 0$ e $CAB \neq 0$ então $\rho = 2$, etc.

Vale lembrar que o grau relativo de sistemas não-lineares pode não estar bem definido. Considerando a versão monovariável ($m = 1$) e invariante no tempo³ do sistema não-linear dado em (1.1), o grau relativo em um ponto x^o é igual a um, se $L_g h \neq 0$ em $x = x^o$. Isto se deve pelo fato de que

$$\dot{y} = \frac{\partial h}{\partial x} \dot{x} = L_f h + L_g h u,$$

e, portanto, a entrada u aparecerá na expressão de \dot{y} , se o “coeficiente” $L_g h$ for diferente de zero. Se $L_g h$ for nulo, pode-se derivar \dot{y} em relação ao tempo uma vez mais e verificar se a entrada u aparece na expressão de \ddot{y} , etc. O grau relativo é dito *uniforme* (Isidori, 1995) (neste trabalho, será denominado também de *global*) se for bem definido e constante em todo o espaço de estado ($\forall x^o \in \mathbb{R}^n$).

Para o caso multivariável, será adotada a versão multivariável da noção de grau relativo de sistemas não-lineares apresentada em (Isidori, 1995, pp. 220) e repetida, a seguir, por conveniência. Considere a versão invariante no tempo do sistema não-linear multivariável (1.1) reescrito na seguinte forma:

$$\dot{x} = f(x) + \sum_{i=1}^m g_i(x) u_i, \quad y = [h_1(x) \quad h_2(x) \quad \dots \quad h_m(x)]^T. \quad (2.7)$$

²Os parâmetros de Markov $g_i := CA^{i-1}B$ definem a matriz de transferência $G(s) = C(sI - A)^{-1}B$, por meio da expansão $G(s) = \sum_{i=1}^{+\infty} g_i s^{-i}$ (Kailath, 1980).

³A dependência explícita com relação ao tempo pode ser considerada utilizando-se as “Derivadas modificadas de Lie” introduzidas em (Diao e Passino, 2001).

O sistema (2.7) possui *grau relativo vetorial* $\{\rho_1, \dots, \rho_m\}$ em $x = x^o$ se:

(i) Para todo x em uma vizinhança de $x = x^o$, tem-se: $L_{g_j} L_f^k h_i(x) = 0$,
 $\forall i, j \in \{1, \dots, m\}, \forall k \in \{0, \dots, \rho_i - 2\}, \forall x \in \mathbb{R}^n$.

(ii) A matriz

$$K_{px} := \begin{bmatrix} L_{g_1} L_f^{\rho_1-1} h_1(x) & \dots & L_{g_m} L_f^{\rho_1-1} h_1(x) \\ L_{g_1} L_f^{\rho_2-1} h_2(x) & \dots & L_{g_m} L_f^{\rho_2-1} h_2(x) \\ \dots & \dots & \dots \\ L_{g_1} L_f^{\rho_m-1} h_m(x) & \dots & L_{g_m} L_f^{\rho_m-1} h_m(x) \end{bmatrix}$$

for invertível para $x = x^o$.

Diz-se que o grau relativo é *global* se (i) e (ii) forem válidas $\forall x^o \in \mathbb{R}^n$ e *uniforme* quando, além de global, as seguintes igualdades se verificarem $\rho_1 = \dots = \rho_m$. Quando o sistema (2.7) é linear ($f(x) = Ax$, $g(x) = B$ e $h(x) = Cx$) e o grau relativo é uniforme e igual a ρ , a condição (i) pode ser expressa por meio dos parâmetros de Markov $CB \equiv CAB \equiv \dots \equiv CA^{\rho-2}B \equiv 0$ e a matriz K_{px} corresponde ao ganho de alta frequência (*High Frequency Gain* - HFG) da planta que é dado por $K_{px} = K_p = CA^{\rho-1}B$ (invertível). Assim sendo, a noção de que o grau relativo corresponde ao número de vezes que se deve diferenciar a saída até o controle aparecer, pode ser facilmente generalizada para o caso multivariável.

Forma Normal (grau relativo constante)

Por simplicidade, considere o caso monovariável ($m = 1$) e invariante no tempo de (1.1). Seja a seguinte mudança de coordenadas que leva o estado x do sistema original para o estado $\bar{x} = [\eta^T \quad \xi^T]^T$, com η e ξ definidos por:

$$\eta := T_\eta(x) \quad \text{e} \quad \xi = T_\xi(x) := \left[h \quad L_f h(x) \quad L_f^2 h(x) \quad \dots \quad L_f^{\rho-1} h(x) \right]^T, \quad (2.8)$$

onde $T_\eta(x) \in \mathbb{R}^{n \times n - \rho}$ é uma função apropriada. Pode-se mostrar por meio do Teorema de Frobenius, vide Isidori (1995, Proposição 4.1.3, pp 141), que o sistema (1.1) possuir grau relativo ρ em $x = x^o$ é uma condição suficiente para encontrar T_η de tal forma que a transformação $T(x) := \left[T_\eta^T(x) \quad T_\xi^T(x) \right]^T$ seja um difeomorfismo local ($x = x^o$) e, portanto, uma transformação de coordenadas na vizinhança de $x = x^o$.

Além disso, pode-se garantir que existe $T_\eta(x) = [T_{\eta_1}(x) \ \dots \ T_{\eta_{n-\rho}}(x)]^T$ tal que $L_g T_j = 0$ para $j = 1, \dots, n - \rho$ e para todo x em torno de x^o . Note que $y^{(i)} = L_f^i h = \xi_i$, $i = 0, 1, \dots, \rho$ e que para $j = 1, \dots, n - \rho$, tem-se:

$$\frac{dT_{\eta_j}}{dt} = \frac{\partial T_{\eta_j}}{\partial x} [f + gu] = L_f T_{\eta_j} + \underbrace{L_g T_j}_{=0} u = L_f T_{\eta_j}.$$

Nessas novas coordenadas, diz-se que o sistema se encontra na *forma normal* (Isidori, 1995; Khalil, 2002), possibilitando a separação do sistema original em um subsistema *interno*

$$\dot{\eta} = f_0(\eta, \xi), \quad (2.9)$$

e um subsistema *externo*

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_1 &= \xi_2, \\ \dot{\xi}_2 &= \xi_3, \\ &\vdots \\ \dot{\xi}_{\rho-1} &= \xi_\rho, \\ \dot{\xi}_\rho &= L_f^\rho h(x) + L_g L_f^{\rho-1} h(x) u, \end{aligned} \quad (2.10)$$

onde x pode ser escrito em função de η e ξ por meio da inversa do difeomorfismo local $T(x)$. Para se obter uma forma normal global não basta que o grau relativo seja uniforme (global), é necessário que T seja um difeomorfismo global. Para tanto, de acordo com (Khalil, 2002), uma condição suficiente é que o Jacobiano $\partial T(x)/\partial x$ seja invertível $\forall x$ e que $T(x)$ seja próprio ($\lim_{|x| \rightarrow \infty} |T(x)| = \infty$).

Em (Isidori, 1995, Proposição 9.1.1, pp. 428) são fornecidas condições suficientes para se obter a forma normal de plantas monovariáveis. Condições suficientes para a obtenção da forma normal global MIMO são apresentadas em (Isidori, 1995, Proposição 5.1.2, pp. 222).

No caso particular de uma planta linear monovariável em que $f(x) = Ax$, $g(x) = B$ e $h(x) = Cx$, a forma normal global pode ser obtida a partir da função de transferência da planta. Considere a seguinte função de transferência:

$$G(s) := C(sI - A)^{-1}B = k_p \frac{N(s)}{D(s)},$$

onde $N(s)$ e $D(s)$ são polinômios mônicos e coprimos de graus m e n , respectivamente, e $k_p > 0$. Sejam $Q(s)$ o quociente (de grau $\rho = n - m$) e $R(s)$ o resto (de grau $\leq m$) da divisão de $D(s)$ por $N(s)$. Portanto, tem-se:

$$G(s) = k_p \frac{\frac{1}{Q(s)}}{1 + \frac{R(s)}{N(s)} \frac{1}{Q(s)}}. \quad (2.11)$$

A Figura 2.1, destaca o subsistema interno (R/N) e o subsistema externo ($1/Q$) cujas realizações em espaço de estado constituem a forma normal.

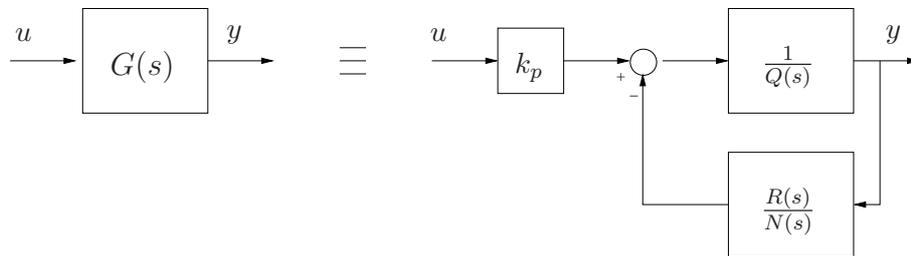


Figura 2.1: Forma normal de um sistema linear $G(s)$. Destacam-se o subsistema interno R/N e o subsistema externo $1/Q$.

Dinâmica dos Zeros

Considere o sistema não-linear (1.1), monovariável ($m = 1$) e com grau relativo igual a um. A lei de controle $u = (L_g h)^{-1}[v - L_f h]$ garante que $\dot{y} = v$. Esta lei realiza o que se denomina de linearização entrada-saída (Marino e Tomei, 1995), pois cancela as não-linearidades presentes na equação de \dot{y} convertendo em $\dot{y} = v$.

Escolhendo-se novas coordenadas em que y seja uma das componentes do vetor de estado, as $n - 1$ equações restantes com $y(t) \equiv 0$ e $v(t) \equiv 0$ constituem a *dinâmica dos zeros*, ou seja, a dinâmica que resulta quando a saída é mantida nula.

No caso de grau relativo igual a dois, o sistema linearizado (via entrada-saída) é um duplo integrador, $\ddot{y} = v$. Neste caso, escolhendo coordenadas em que y e \dot{y} sejam componentes do vetor de estado, a dinâmica dos zeros é descrita pelas $n - 2$ equações restantes fazendo $y(t) \equiv \dot{y}(t) \equiv 0$ e $v(t) \equiv 0$. A dinâmica dos zeros é dada pela dinâmica que resulta do subsistema interno, (2.9), após fazer $\xi = 0, \forall t$.

Equações Diferenciais Descontínuas

No caso da entrada u em (1.1) ser descontínua, o lado direito da equação diferencial (1.1) também será descontínuo. O problema básico destas equações diferenciais é que as teorias convencionais de existência e unicidade de soluções não podem ser aplicadas nos pontos nos quais o lado direito da equação não seja analítico. Nesta proposta, será adotada a definição de Filippov (Filippov, 1964), isto é, as trajetórias definidas como solução de (1.1) satisfazem a inclusão diferencial correspondente a (1.1), em quase todo lugar.

Em particular para o controle por modos deslizantes, a definição de *controle equivalente* durante a fase de deslizamento (Utkin, 1978, Capítulo II) será adotada, assim como o conceito de *controle equivalente estendido* definido em (Hsu e Costa, 1996, Definição 1.2) e (Hsu *et al.*, 2002, Section 2.3) como uma generalização que se aplica ao movimento completo do sistema, i.e., dentro e fora da superfície de deslizamento. O controle equivalente estendido é denotado por $u_{eq}(t)$. O símbolo u sozinho, sem o argumento t , representa a lei de controle chaveada que não é uma função usual do tempo quando o modo deslizante ocorre. Entretanto, u pode sempre ser substituído por $u_{eq}(t)$ no lado direito das equações diferenciais do sistema.

Aproximação por Filtros de Primeira Ordem (FOAFs)

O filtro com função de transferência $c/(s+\gamma)$, ou de forma abreviada, o par (c, γ) , é uma aproximação por filtro de primeira ordem (*first order approximation filter* - FOAF) de uma função ou matriz de transferência $W(s)$ estritamente própria e estável se $|w(t)| \leq ce^{-\gamma t}$, $\forall t \geq 0$, onde $w(t)$ é a resposta ao impulso de $W(s)$ e $c, \gamma > 0$ são constantes apropriadas. Os FOAFs são aplicados na obtenção de sinais limitantes em alguns dos controladores desta proposta de acordo com (Hsu *et al.*, 2003, Lemma 2) e (Hsu *et al.*, 1997, Lemma 3). Neste caso, se u e y são os sinais de entrada e saída de $W(s)$, respectivamente, então podemos escrever $|y(t)| \leq c \exp(-\gamma t) * \bar{u}(t)$, $\forall t \geq 0$, onde $|u(t)| \leq \bar{u}(t)$. É importante mencionar que os FOAFs desempenham papéis similares aos realizados pelos *observadores da norma*, sendo este último definido em equação de estado e apresentado precisamente ao longo dos capítulos adiante.

Capítulo 3

Direção de Controle Desconhecida: Método da Função Periódica

O controle por modos deslizantes (SMC) vem sendo aplicado em sistemas incertos lineares (1.1) reescritos na seguinte forma

$$\dot{x} = Ax + B[u + d(t)], \quad y = Cx, \quad (3.1)$$

onde $x \in \mathbb{R}^n$ é o estado da planta, $u \in \mathbb{R}$ é a entrada, $y \in \mathbb{R}$ é a saída medida, $d \in \mathbb{R}$ é uma perturbação de entrada desconhecida e A, B, C são matrizes (vetores) constantes incertas.

A maior parte dos resultados na literatura assume que a direção de controle, isto é, o sinal do ganho de alta frequência é conhecido. No caso de plantas monovariáveis com grau relativo relativo ρ , isto corresponde a conhecer o sinal do escalar não-nulo $k_p = CA^{\rho-1}B$. Para o controle por modos deslizantes, o caso de plantas com direção de controle incerta foi considerada apenas por poucos autores. Drakunov (1993) propôs uma solução baseada em uma engenhosa função de chaveamento periódica definindo múltiplas superfícies de chaveamento, para as quais ao menos uma seria uma superfície de deslizamento estável, independentemente da direção de controle. Uma desvantagem deste método é a necessidade de se conhecer o vetor de estado completo da planta. Uma outra solução, considerando plantas não-lineares, mas restritas ao caso de primeira ordem, foi proposto em (Bartolini *et al.*, 2003). Mais recentemente, uma abordagem baseada em funções de monitoração foi desenvolvida em (Yan *et al.*, 2008) e (Oliveira *et al.*, 2007b) utilizando-se apenas realimentação de saída.

Essa estratégia mostrou-se eficiente no problema de rastreamento exato de plantas lineares e não-lineares com grau relativo arbitrário.

Neste capítulo, uma nova solução é proposta para plantas com grau relativo unitário. A idéia principal é estender o método simples apresentado por Drakunov utilizando-se apenas realimentação de saída. Isto é realizado por meio de uma parametrização adequada do sinal de controle originada da teoria de controle adaptativo por modelo de referência (MRAC) (Ioannou e Sun, 1996). Embora, essa pareça ser uma generalização natural, uma prova rigorosa para tal combinação até agora não foi apresentada. Uma contribuição deste capítulo é demonstrar que a extensão leva ao rastreamento global exato e à estabilidade uniforme no sentido de que todos os sinais do sistema permanecem uniformemente limitados. Os resultados teóricos são ilustrados por simulações. Algumas considerações sobre a aplicabilidade do esquema de controle resultante são discutidas com respeito aos efeitos críticos de ruído de medição e dinâmicas não-modeladas.

Uma vantagem peculiar da nova abordagem não observada plenamente pelas outras estratégias na literatura é sua robustez com respeito a mudanças frequentes da direção de controle. Essa propriedade motivou a aplicação da função de chaveamento periódica ao problema de controle por busca *extremal* via realimentação de saída de sistemas incertos utilizando otimizadores não-derivativos (Korovin e Utkin, 1974; Teixeira e Žak, 1998).

O conteúdo desse capítulo é fruto de duas publicações apresentadas em periódico (Oliveira *et al.*, 2010a) e em congresso (Oliveira *et al.*, 2008a).

3.1 Formulação do Problema

Considere uma planta linear e invariante no tempo (LTI), observável e controlável descrita por (3.1). O modelo entrada-saída correspondente é dado por

$$y = G(s)[u + d(t)], \quad (3.2)$$

onde $G(s) = C(sI - A)^{-1}B = k_p \frac{N_p(s)}{D_p(s)}$, $k_p \in \mathbb{R}$ é o ganho de alta frequência (HFG) e $N_p(s), D_p(s)$ são polinômios mônicos. Os parâmetros da planta são considerados incertos, mas pertencem a um conjunto compacto Ω_p tal que os limitantes para as incertezas necessários para o projeto do controlador estão disponíveis.

As seguintes hipóteses são admitidas:

- (H1) $G(s)$ é de fase mínima e estritamente própria;
- (H2) a ordem (n) do sistema é conhecida;
- (H3) $G(s)$ tem grau relativo um, i.e., $\rho = 1$;
- (H4) o HFG $k_p = CB$ é constante e um limitante inferior \underline{k}_p é conhecido tal que $0 < \underline{k}_p \leq |k_p|$;
- (H5) a perturbação $d(t)$ é contínua por partes e um limitante superior $\bar{d}(t)$ é conhecido¹ tal que $|d(t)| \leq \bar{d}(t) \leq \bar{d}_{\text{sup}} < +\infty$, $\forall t \geq 0$ e alguma constante $\bar{d}_{\text{sup}} > 0$.

As hipóteses (H1)–(H3) são usuais no controle adaptativo por modelo de referência (Ioannou e Sun, 1996). Em (H4), a clássica hipótese a respeito do conhecimento prévio da direção de controle é removida, i.e., k_p é incerto em *norma* e *sinal*. Em (H5), a perturbação de entrada é assumida ser uniformemente limitada.

O *objetivo de controle* é atingir convergência assintótica do erro de saída

$$e(t) := y(t) - y_m(t) \tag{3.3}$$

para zero, ou para alguma vizinhança residual pequena de zero, enquanto todos os sinais do sistema permaneçam uniformemente limitados.

A trajetória desejada y_m é obtida a partir de (Ioannou e Sun, 1996, Sec. 6.3.1)

$$y_m = M(s) r, \quad M(s) = k_m \frac{N_m(s)}{D_m(s)}, \tag{3.4}$$

onde $M(s)$ é o *modelo de referência*, $r(t)$ é o sinal de referência contínuo por partes e uniformemente limitado, $k_m > 0$ é o ganho de alta frequência de $M(s)$ e $N_m(s), D_m(s)$ são polinômios Hurwitz mônicos. Para plantas com grau relativo unitário, $M(s)$ deve ser estritamente real positiva (*strictly positive real* - SPR) (Hsu e Costa, 1989; Ioannou e Sun, 1996). Com o intuito de simplificar a análise e o sistema de controle em malha fechada, o modelo de referência é dado por

$$M(s) = \frac{k_m}{s + \gamma}, \quad \gamma > 0. \tag{3.5}$$

¹Note que d poderia depender, mesmo não-linearmente, do estado $x(t)$ ou da saída $y(t)$ desde que um majorante $\bar{d}(t)$ fosse conhecido, e.g., $|x|^2/(|x|^2 + 1) \leq 1$ ou $|\cos(y)| \leq 1$.

3.1.1 Parametrização do Controle

Seguindo a descrição padrão do controle adaptativo por modelo de referência (MRAC) (Ioannou e Sun, 1996; Sastry e Bodson, 1989), se a planta e a perturbação $d(t)$ são perfeitamente conhecidas, então a lei de controle que consegue o casamento ideal (*ideal matching control law*) entre a função de transferência do sistema em malha fechada e $M(s)$ é dada por (Cunha *et al.*, 2003)

$$u^* = \theta^{*T} \omega - W_d(s) * d(t), \quad (3.6)$$

onde

$$W_d(s) = 1 - \theta_1^{*T} (sI - \Lambda)^{-1} g, \quad (3.7)$$

o vetor de parâmetros é dado por $\theta^{*T} = [\theta_1^{*T}, \theta_2^{*T}, \theta_3^*, \theta_4^*]$, com $\theta_1^*, \theta_2^* \in \mathbb{R}^{(n-1)}$, $\theta_3^*, \theta_4^* \in \mathbb{R}$ e o vetor regressor é $\omega = [\omega_1^T, \omega_2^T, y, r]^T$. Os filtros de estado (ou filtros de entrada-saída) são dados por

$$\dot{\omega}_1 = \Lambda \omega_1 + gu, \quad \dot{\omega}_2 = \Lambda \omega_2 + gy, \quad (3.8)$$

onde $\Lambda \in \mathbb{R}^{(n-1) \times (n-1)}$ é Hurwitz e $g \in \mathbb{R}^{n-1}$ é escolhido tal que o par (Λ, g) seja controlável, c.f. (Ioannou e Sun, 1996, Sec. 6.3.2). Para $n = 1$ os filtros de entrada-saída não são necessários. *Esses filtros de entrada-saída são necessários devido a falta da medição completa do estado da planta incerta e por isso eles substituem um observador de estado.* A lei de controle (3.6) foi desenvolvida na literatura de controle adaptativo para plantas sem perturbação de entrada ($d(t) \equiv 0$). Aqui, nós incluímos o sinal $W_d(s) * d(t)$ para cancelar o efeito de $d(t)$. Nesta abordagem, o vetor de parâmetros ideais θ^* é tal que a função de transferência da malha fechada de r para y , com $u = u^*$, case $M(s)$ exatamente. Em particular, este casamento com o modelo requer que $\theta_4^* = k_m/k_p$. Visto que os parâmetros da planta são incertos, θ^* não está disponível. Entretanto, assume-se que θ^* é limitado em norma por uma constante conhecida $\bar{\theta}$. Portanto, $\theta^{*T} \omega$ também pode ser limitado em norma com sinais mensuráveis.

Outras estruturas para a realimentação de saída poderiam ter sido empregadas. Contudo escolheu-se aqui a parametrização utilizando os filtros de entrada-saída apenas por simplicidade. Nos próximos capítulos outra formulação baseada em *observadores da norma* será discutida, assim como sua potencialidade inclusive de lidar com sistemas fortemente lineares.

3.1.2 Equações de Erro

Considere o estado aumentado $X := [x^T, \omega_1^T, \omega_2^T]^T$ e uma realização não-mínima $\{A_c, B_c, C_o\}$ de $M(s)$ com vetor de estado X_m . Assim sendo, o estado do erro $X_e := X - X_m$ e o erro de saída satisfazem (Hsu *et al.*, 1994)

$$\dot{X}_e = A_c X_e + B_c k^* [u - u^*], \quad (3.9)$$

$$e = C_o X_e, \quad (3.10)$$

onde $k^* := (\theta_4^*)^{-1} = k_m^{-1} k_p$. De (3.9)–(3.10), o erro de saída pode ser expresso por

$$e = M(s) k^* [u - u^*]. \quad (3.11)$$

3.2 Modos Deslizantes e Realimentação de Saída

Para plantas com $\rho = 1$, $M(s)$ em (3.5) é SPR. Aplicando (Hsu *et al.*, 1997, Lemma 1) na equação do erro (3.11), a estabilidade exponencial global e o rastreamento exato em tempo finito são garantidos com $u = -[\text{sgn}(k_p)] f(t) \text{sgn}(e)$ se a *função de modulação* $f(t)$ satisfaz $f(t) \geq |u^*| + \delta$, com u^* definido em (3.6) e δ sendo uma constante positiva arbitrariamente pequena. A fim de atender a última desigualdade, $f(t)$ pode ser implementada como a seguir:

$$f(t) = \bar{\theta} |\omega(t)| + |\hat{d}(t)| + \delta \quad (3.12)$$

onde $\bar{\theta} \geq |\theta^*|$ é assumido conhecido e $\hat{d}(t)$ é um limitante superior para $|W_d(s) * d(t)|$. Sabendo que $W_d(s)$ em (3.7) é uma função de transferência estável e própria, então, considerando (H5), $\hat{d}(t)$ pode ser escolhida a partir do conceito de FOAFs (Seção 2.2) e de acordo com (Hsu *et al.*, 1997, Lemma 3):

$$\hat{d}(t) = \bar{d}(t) + \frac{c_d}{s + \lambda_d} * \bar{d}(t), \quad (3.13)$$

onde $\lambda_d := \min_i \{-\text{Re}(p_i)\} > 0$, p_i são os autovalores de Λ e $c_d > 0$ é uma constante apropriada.

No esquema acima, o sinal de k_p deve ser conhecido. Com o intuito de relaxar essa condição, um novo método é proposto. A idéia central é utilizar a função de chaveamento periódica de Drakunov combinada com a estrutura de controle por modos deslizantes e realimentação de saída descrita acima.

3.2.1 Projeto do Controlador

O projeto do controlador por modos deslizantes para sistemas MIMO com m entradas e m saídas usualmente consiste em escolher funções de deslizamento $s_i(x)$, ($i = 1, \dots, m$) e projetar leis de controle chaveadas apropriadas tais que as superfícies $s_i(x) = 0$ enfim tornem-se superfícies de deslizamento. Contudo, este projeto geralmente requer o conhecimento da direção de controle.

Em (Drakunov, 1993), uma solução para o caso de direção de controle desconhecida foi proposta baseado em funções auxiliares σ_i , ($i = 1, \dots, m$) definidas a partir de

$$\dot{s}_i = -\lambda \text{sgn}(s_i) + \dot{\sigma}_i.$$

Note que, se σ_i é levado em tempo finito para algum valor constante, então s_i converge para zero também em tempo finito. A estratégia de controle então consiste em particionar o então chamado sub-espço de estados “estendido”, formado pelos vetores $\sigma = [\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_m]^T$, em células ou regiões com fronteiras suaves definidas como o ε -grid:

$$\mathcal{G} = \bigcup_{i=0}^m \bigcup_{k=0, \pm 1, \dots} \{\sigma_i = \varepsilon k\}. \quad (3.14)$$

Dentro de cada célula a lei de controle chaveada deve ser projetada de modo a induzir deslizamento no ε -grid para uma dada direção de controle particular. Além disso, todas as possíveis direções de controle devem ter correspondência com alguma célula na qual o modo deslizante possa ser produzido. A lei de controle chaveada deve ser projetada de tal modo que uma célula apropriada é atingida e o modo deslizante no ε -grid irá ocorrer de forma que cada σ_i torna-se constante após algum tempo finito. Então, o modo deslizante desejado $s_i = 0$ será alcançado em tempo finito independentemente da direção de controle da planta.

No nosso caso de controle escalar, o ε -grid (3.14) pode ser implementado como uma *função de chaveamento periódica* apresentada na próxima seção. O esquema proposto é representado na Fig. 3.1.

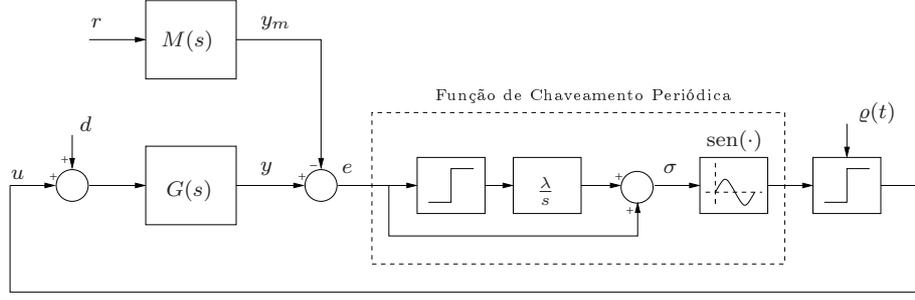


Figura 3.1: Controle por modos deslizantes e realimentação de saída usando uma função de chaveamento periódica. O símbolo “ λ/s ” representa a ação integral.

3.2.2 Lei de Controle com Função de Chaveamento Periódica

O controle por modos deslizantes e realimentação de saída com *função de chaveamento periódica* é dado por

$$u = \varrho(t) \operatorname{sgn} \left(\operatorname{sen} \left[\frac{\pi}{\varepsilon} \sigma(t) \right] \right), \quad (3.15)$$

onde $\varrho(t)$ é uma função nova função de modulação (contínua em t) a ser definida,

$$\sigma(t) = e(t) + \lambda \int_0^t \operatorname{sgn}(e(\tau)) d\tau \quad (3.16)$$

e $\lambda, \varepsilon > 0$ são constantes apropriadas.

3.2.3 Realização do Modo Deslizante Ideal

Considerando (3.11) e $M(s)$ em (3.5), e satisfaz

$$\dot{e}(t) = -\gamma e(t) + k_p [u - u^*(t)] + \Pi(t), \quad (3.17)$$

onde $\Pi(t)$ denota termos transitórios exponencialmente decrescentes devido às condições iniciais do subsistema estável, observável e não-controlável da realização não-mínima $\{A_c, B_c, C_o\}$ de $M(s)$ em (3.11). O termo Π é limitado em norma por $\alpha |X_e(0)| e^{-\beta t}$ com constantes positivas α, β . De (3.16) e (3.17), obtém-se:

$$\dot{\sigma} = \dot{e} + \lambda \operatorname{sgn}(e), \quad (3.18)$$

$$\dot{\sigma} = -\gamma e + k_p [u - u^*] + \Pi + \lambda \operatorname{sgn}(e). \quad (3.19)$$

A seguinte proposição faz papel principal para provar a existência do modo deslizante ideal em nosso esquema via realimentação de saída e direção de controle desconhecida.

Proposição 3.1 *Se ϱ em (3.15) satisfaz*

$$\varrho(t) = \frac{1}{k_p} [\gamma|e(t)| + \lambda] + f(t), \quad (3.20)$$

com $f(t)$ definido em (3.12)-(3.13) e k_p sendo um limitante inferior conhecido para $|k_p|$ em (H_4) , então: **(a)** nenhum escape em tempo finito ocorre nos sinais do sistema e **(b)** o modo deslizante $\sigma = k\varepsilon$ é alcançado em tempo finito para algum inteiro k independentemente da direção de controle.

Prova: **[Propriedade (a)]** – A partir de (3.15) e (3.20), pode-se escrever $\|\varrho_t\|, \|u_t\| \leq K_\omega \|\omega_t\| + K_{rd}$, onde K_ω, K_{rd} são constantes positivas. Essa desigualdade e (3.9)-(3.10) garantem que os sinais do sistema são *regulares* e que podem crescer no máximo exponencialmente (Sastry e Bodson, 1989). Portanto, nenhum escape em tempo finito pode ocorrer.

[Propriedade (b)] – Com base na teoria de estabilidade de Lyapunov de sistemas não-suaves (Shevitz e Paden, 1994), considere a seguinte função não-negativa do tipo Lure (Khalil, 2002)

$$S_1(\sigma) = \int_0^\sigma \operatorname{sgn} \left(\operatorname{sen} \left[\frac{\pi}{\varepsilon} \tau \right] \right) d\tau. \quad (3.21)$$

Visto que $\sigma(t)$ e $S_1(\sigma(t))$ são ambas diferenciáveis (isto é verdade a menos de um conjunto de medida nula), a derivada temporal de S_1 ao longo das trajetórias de (3.19), $\dot{S}_1 = \frac{\partial S_1}{\partial \sigma} \dot{\sigma}$, é dada por

$$\dot{S}_1 = k_p \left[\left(a(t) + \frac{\Pi}{k_p} \right) \operatorname{sgn} \left(\operatorname{sen} \left[\frac{\pi}{\varepsilon} \sigma \right] \right) + \varrho(t) \right], \quad (3.22)$$

onde $a(t) := [-\gamma e - k_p u^* + \lambda \operatorname{sgn}(e)]/k_p$. Note que ϱ em (3.20) satisfaz

$$\varrho(t) \geq |a(t)| + \delta, \quad (3.23)$$

com uma constante arbitrária positiva δ .

Como não é possível ocorrer o escape em tempo finito de acordo com a **[Propriedade (a)]** da proposição, **se $\operatorname{sgn}(k_p) < 0$** , pode-se concluir a partir de (3.22)-(3.23) que $\dot{S}_1 \leq -|k_p|\delta + |\Pi|$ quase em todo lugar (*almost everywhere*), i.e., a menos de um conjunto de medida nula. Além disso, uma vez que Π decresce exponencialmente, existe um tempo finito $t_a \geq 0$ tal que $\dot{S}_1 \leq -\delta_a$ (ou $S_1 \dot{S}_1 \leq -\delta_a S_1$), $\forall t \geq t_a$ e $0 < \delta_a < |k_p|\delta$. Assim, utilizando-se o *Lema da Comparação* (Filippov, 1964),

$S_1(t) \leq -\delta_a(t - t_a) + S_1(t_a)$, $\forall t \geq t_a$. Com algum abuso de notação, $S_1(\sigma(t))$ foi substituído por $S_1(t)$. Consequentemente, existe um instante de tempo finito $t_b \geq t_a$ tal que $S_1(t) = 0$, $\forall t \geq t_b$. Adicionalmente, de (3.21), os pontos correspondentes $\sigma = k\varepsilon$ para os quais $S_1(\sigma) = 0$ ocorrem apenas para valores **pares** de k , ver Fig. 3.2 (a).

Analogamente, se $\text{sgn}(k_p) > 0$ e (3.23) é verificada, pode-se escolher:

$$S_2(\sigma) = \varepsilon - S_1(\sigma)$$

(note que $\frac{\partial S_2}{\partial \sigma} = -\frac{\partial S_1}{\partial \sigma}$), e provar que os pontos correspondentes $\sigma = k\varepsilon$ para os quais $S_2(\sigma) = 0$ ocorrem apenas para valores **ímpares** de k , ver Fig. 3.2 (b).

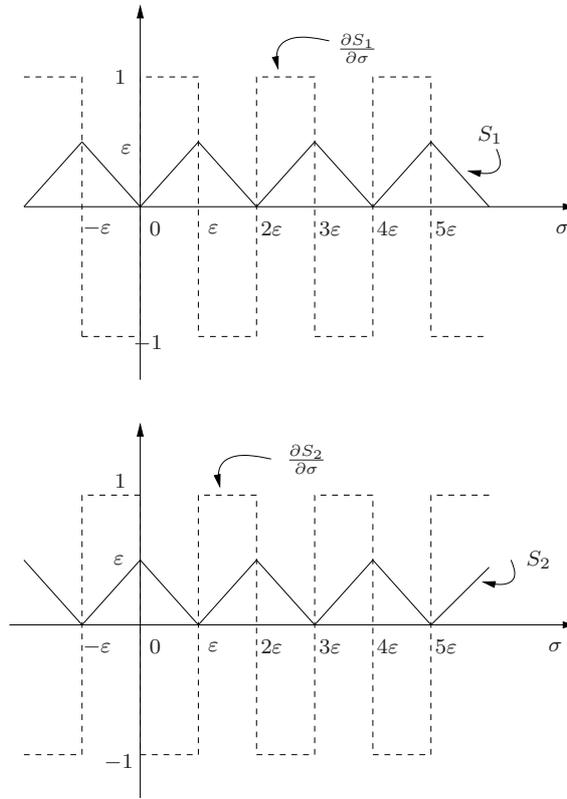


Figura 3.2: (a) k_p negativo: S_1 (linha contínua) e $\frac{\partial S_1}{\partial \sigma}$ (linha tracejada); (b) k_p positivo: S_2 (linha contínua) e $\frac{\partial S_2}{\partial \sigma}$ (linha tracejada).

Nas vizinhanças dos pontos $\sigma = k\varepsilon$, $\text{sgn}(\text{sen}[\frac{\pi}{\varepsilon}\sigma]) = \text{sgn}(\sigma - k\varepsilon)$ para k par ou $\text{sgn}(\text{sen}[\frac{\pi}{\varepsilon}\sigma]) = -\text{sgn}(\sigma - k\varepsilon)$ para k ímpar. Assim sendo, com (3.20), tem-se que, para k par ($\text{sgn}(k_p) < 0$) ou para k ímpar ($\text{sgn}(k_p) > 0$)

$$(\sigma(t) - k\varepsilon) \frac{d}{dt}[\sigma(t) - k\varepsilon] \leq -\delta|\sigma(t) - k\varepsilon| \leq 0, \quad \forall t \geq t_b.$$

Portanto, um modo deslizante ocorre em tempo finito em uma das variedades $\sigma = k\varepsilon$, independentemente de $\text{sgn}(k_p)$. ■

3.3 Análise de Convergência

O resultado principal é agora estabelecido no seguinte teorema:

Teorema 3.1 *Considere a planta (3.1), dada na forma entrada-saída por (3.2), com lei de controle (3.15), função de modulação (3.20) e o modelo de referência (3.4). Assuma que (H1)-(H5) sejam satisfeitas. Então, independentemente da direção de controle, o rastreamento exato da saída $e \equiv 0$ é atingido em tempo finito, o estado completo do erro X_e de (3.9)-(3.10) tende exponencialmente para zero e todos os sinais do sistema em malha fechada permanecem uniformemente limitados.*

Prova: A partir da Proposição 3.1, para qualquer $\text{sgn}(k_p)$, o deslizamento ocorre em uma das variedades $\sigma = k\varepsilon$, $\forall t \geq t_1$, para algum tempo finito $t_1 \geq 0$. Depois disso, $\dot{\sigma} = 0$ e a partir de (3.18), obtém-se a seguinte dinâmica do erro de saída durante o deslizamento:

$$0 = \dot{e}(t) + \lambda \text{sgn}(e(t)), \quad \forall t \geq t_1. \quad (3.24)$$

Assim sendo, $e\dot{e} = -\lambda|e|$, concluindo-se que $e \rightarrow 0$ em algum tempo finito $t_2 \geq t_1$.

Agora, considere a realização detectável e estabilizável (3.9)-(3.10) de $M(s)$. Visto que $e = C_o X_e$ é uma saída de grau relativo um para $M(s)$, o sistema (3.9)-(3.10) pode ser linearmente transformado na *forma regular* (Hsu *et al.*, 2003, 2002; Utkin, 1977):

$$\dot{x}_e = A_{11}x_e + A_{12}e, \quad (3.25)$$

$$\dot{e} = A_{21}x_e + A_{22}e + k_p(u - u^*). \quad (3.26)$$

O vetor de estado dessa realização é $\bar{X}_e^T = [x_e^T, e]$ e A_{11} é Hurwitz. Neste caso, de (3.25) é evidente que a convergência em tempo finito de $e(t)$ para zero implica que $x_e(t)$ tende para zero exponencialmente. Por esta razão, $\bar{X}_e(t)$ e $X_e(t)$ são uniformemente limitados e convergem ao menos exponencialmente para zero à medida que $t \rightarrow \infty$. Finalmente, recordando que X_m é uniformemente limitado, então $X = X_e + X_m$ (Seção 3.1.2) e todos os sinais da malha fechada são também uniformemente limitados. ■

3.4 Direção de Controle Variante no Tempo

Nesta seção consideramos a robustez do algoritmo do Teorema 3.1 com respeito a variação no tempo do sinal de k_p . Por simplicidade, assumamos que a variação de k_p é dada por saltos e que a condição de controlabilidade $|k_p| \geq \underline{k}_p$ seja mantida $\forall t$. Assim, visto que as funções S_1 ou S_2 sempre decrescem com uma taxa mínima (vide prova da Proposição 3.1), é fácil concluir que:

- Se o intervalo de tempo entre os saltos é longo o bastante, então a convergência para um equilíbrio $\sigma = k\varepsilon$ (para um k par ou ímpar) e $e = 0$ serão alcançadas entre duas mudanças de sinal de k_p . Quando a direção de controle muda, o equilíbrio anterior torna-se instável e o sistema se move em direção ao equilíbrio- σ vizinho, distante ε do anterior (por exemplo, veja Fig. (3.4)).

Vamos denotar por σ_0 o valor do equilíbrio- σ antes da mudança de direção de controle. Assim sendo, após ocorrer a mudança, $\sigma = \sigma_0 + \tilde{\sigma}$, onde $\tilde{\sigma}$ é a variação de σ durante transição para o novo ponto de equilíbrio. Claramente, $|\tilde{\sigma}| \leq \varepsilon$. Agora, introduzindo a variável $z = e - \tilde{\sigma}$, obtém-se de (3.18):

$$\dot{z} = -\lambda \operatorname{sgn}(z + \tilde{\sigma}), \quad (3.27)$$

pela qual pode-se concluir facilmente que, durante a transição para o novo equilíbrio, $|z(t)| \leq \|\tilde{\sigma}_t\| \leq \varepsilon$ é verificada visto que $|z| \leq \tilde{\sigma}$ ou $\operatorname{sgn}(z) = \operatorname{sgn}(\tilde{\sigma})$. Consequentemente, durante o transitório, $|e(t)| \leq 2\varepsilon$. Portanto, o transitório do erro de rastreamento causado por mudanças da direção de controle pode ser feito arbitrariamente pequeno reduzindo-se ε (por exemplo, veja Fig. (3.5)).

- Se o tempo entre as mudanças é pequeno o bastante, σ será limitado pela vizinhança- ε à direita ou à esquerda de um ponto de equilíbrio “par” ou “ímpar”. Assim sendo, o erro de rastreamento será novamente limitado por $|e(t)| \leq 2\varepsilon$.

Embora, a solução para o problema geral de rastreamento de sistemas incertos com dimensão arbitrária e direção de controle variante no tempo ou dependente do estado via *realimentação de saída* ainda esteja em aberto, nossa contribuição dá um resposta parcial para o problema, quando consideramos sistemas com grau relativo um e uma variação descontínua do HFG realizada por saltos.

Mais adiante, esse resultado nos motivará a explorar o algoritmo proposto para resolver o problema de controle por busca extremal (Ariyur e Krstić, 2003), onde as mudanças do $\text{sgn}(k_p)$ ocorrem de modo contínuo.

3.5 Resultados de Simulação

Para ilustrar o desempenho do controlador proposto, considere a planta linear instável (3.2) com função de transferência $G(s) = k_p \frac{s+1}{(s+2)(s-1)}$, $k_p = 1$ e grau relativo $\rho = 1$. O objetivo de controle é rastrear a saída do modelo de referência $M(s) = \frac{3}{s+3}$ acionado por $r(t) = 2 \sin(2t)$, enquanto a perturbação de entrada $d(y, t) = \sin(4t) + y^2/(y^2+1)$ é rejeitada. A planta é assumida *incerta*, e apenas o limitante em norma $\bar{\theta}$ para θ^* é conhecido (vide (3.12)). Assim, a função de modulação $\varrho(t)$ em (3.15) é implementada utilizando-se (3.20) e (3.12), com $\bar{\theta} = 5$ e $\delta = 0.1$. Os demais parâmetros envolvidos em (3.15), (3.13) e (3.20) são: $\varepsilon = 1$, $c_d = 1$, $\lambda_d = 1.8$, $\bar{d}(t) = 2$, $\underline{k}_p = 0.5$, $\gamma = 3$ e $\lambda = 10$. Além disso, $\Lambda = -2$ e $g = 1$ em (3.8).

O método de Euler com passo de integração $h = 10^{-4}$ s é usado para a integração numérica. As condições iniciais da planta são $y(0) = 5$, $\dot{y}(0) = 2$ e uma estimativa incorreta da direção de controle é assumida em $t = 0$ s, isto é, $\text{sgn}(k_p) < 0$.

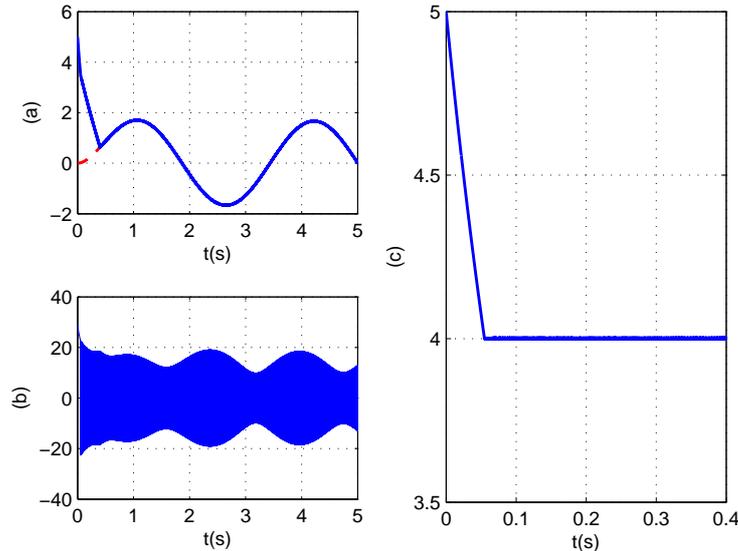


Figura 3.3: (a) saída da planta y (linha contínua) e saída do modelo y_m (linha tracejada), (b) sinal de controle u e (c) variável de deslizamento σ .

A Fig. 3.3 (a), mostra que um perfeito seguimento do modelo é obtido com o controlador proposto. A Fig. 3.3 (b)-(c) mostra o correspondente sinal de controle e a variável de deslizamento σ . Pode-se notar que o deslizamento ideal $\sigma = 4$ é atingido em tempo finito ($t \approx 0.05$ s) e que o sistema é capaz de rejeitar completamente a perturbação $d(t)$.

A Fig. 3.4 apresenta o desempenho do sistema de controle sujeito à direção de controle variante no tempo utilizando-se $\varepsilon = 1$. Uma notável alteração no erro de rastreamento do sistema (aparecimento de picos ou distúrbios na resposta) pode ser observada após trocas na direção de controle nos instantes $t = 1, 2, \dots, 9$ s, vide Fig. 3.4 (a) e (c). A Fig. 3.4 (b) aponta o comportamento da variável de deslizamento σ nesta situação com $\varepsilon = 1$.

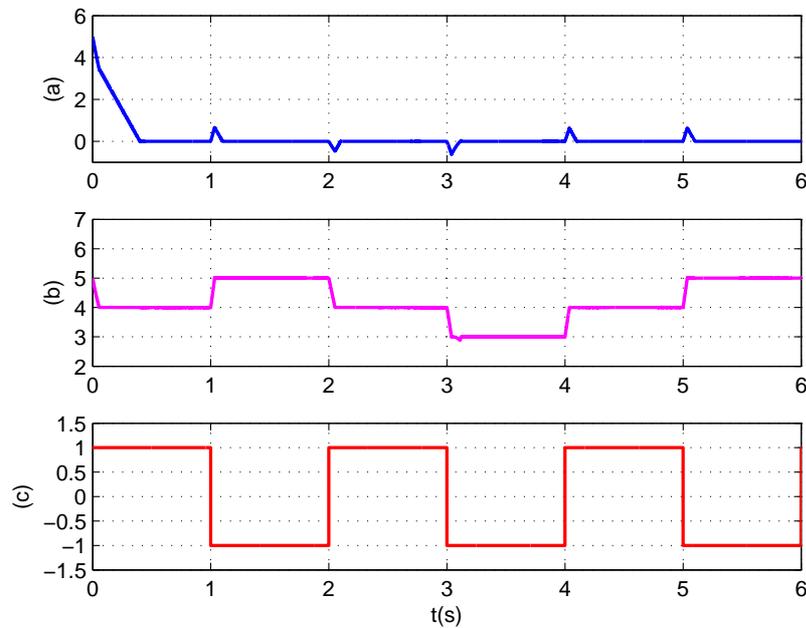


Figura 3.4: (a) erro de saída e , (b) variável de deslizamento σ e (c) direção de controle (uma onda quadrada).

Por outro lado, quando $\varepsilon = 0.01$, o erro de rastreamento e fica praticamente inalterado para essas mesmas variações na direção de controle. A Fig. 3.5 (a)-(c) ilustra a excelente resposta do esquema proposto.

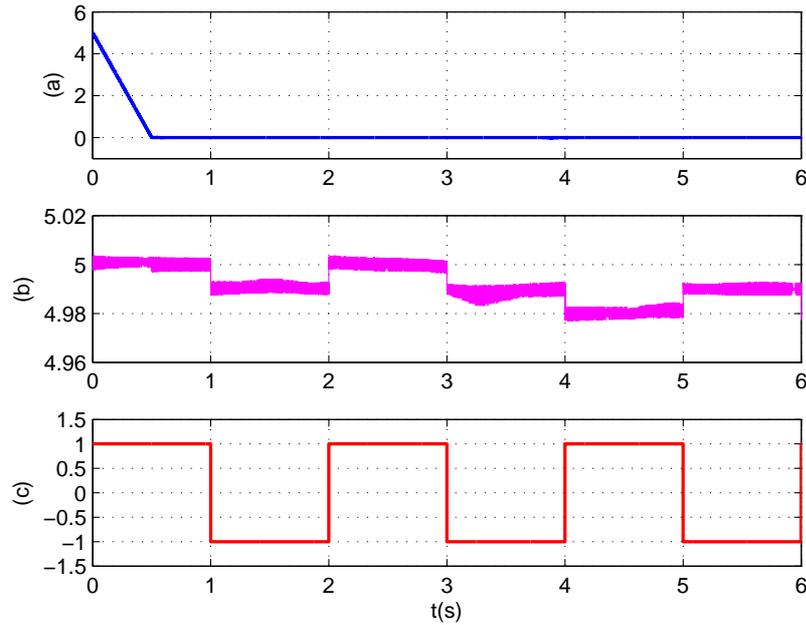


Figura 3.5: (a) erro de saída e sem picos, (b) variável de deslizamento σ e (c) direção de controle (uma onda quadrada).

Finalmente, a Fig. 3.6 mostra o desempenho de rastreamento e a robustez do sistema na presença de uma dinâmica não-modelada de atuador $D(s) = \frac{1}{0.25s+1}$ e ruído de medição $n(t)$. O sinal $n(t)$ é obtido de um bloco gerador de ruído do SIMULINK/MATLAB denominado *band-limited white noise generator*. Neste bloco, é necessário ajustar dois parâmetros para configurar o sinal de ruído: o *noise power* e o *sampling time*. A potência de ruído (*noise power*) escolhida foi 5×10^{-7} enquanto que o *sampling time* escolhido foi igual ao passo de integração (10^{-4} s), garantindo assim uma amplitude de ruído com $|n(t)| \leq 0.25$. Mesmo sujeito a essas condições adversas, o rastreamento é preservado e o erro de saída é mantido dentro de limites aceitáveis (convergência para um pequeno conjunto residual). Além disso, é bem conhecido que dinâmica não-modelada e ruído de medição podem causar *chattering*² no sinal de controle (Utkin *et al.*, 1999). Contudo, este pode ser atenuado utilizando-se o método da camada de fronteira (*boundary layer method*) (Edwards e Spurgeon, 1998; Slotine e Li, 1991) às custas de um erro de rastreamento maior.

²O fenômeno de *chattering* consiste em oscilações de alta frequência do sinal de controle por modos deslizantes devido a imperfeições no chaveamento provocados por não-idealidades dos atuadores, dinâmicas não-modeladas e ruídos de medição.

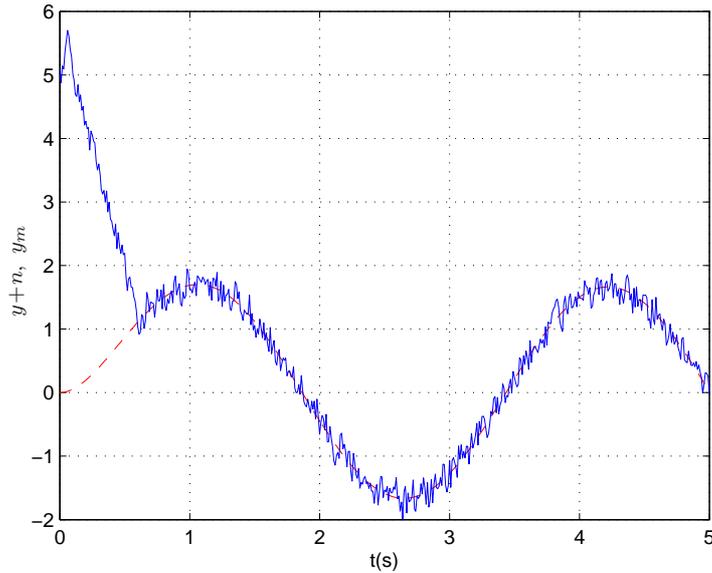


Figura 3.6: Efeitos da dinâmica não-modelada e do ruído de medição: saída da planta corrompida por ruído $y + n$ (linha contínua) e saída do modelo de referência y_m (linha tracejada).

3.6 Otimizador Não-Derivativo Aplicado à Busca Extremal

Em muitas aplicações, o ponto de operação desejado ou “ótimo” de um processo ocorre justamente num ponto de extremo (máximo ou mínimo) de uma não-linearidade que está relacionada com a eficiência do sistema. O problema já foi formulado há muito tempo (1940-1960), mas o interesse foi reavivado graças a recente prova formal de estabilidade de esquemas bastante gerais de controle *extremal* (Ariyur e Krstić, 2003). Na literatura moderna, tal controle é referido por “Extremum Seeking Control” (ESC). O livro recente (Ariyur e Krstić, 2003) inclui diversas aplicações, bem como extenso material teórico contendo provas de estabilidade de alguns esquemas gerais de controle *extremal*. Na área de Controle de Processos Industriais, diversos artigos tratam o problema de otimização em tempo real e uma das abordagens mais utilizadas é o ESC. Outra aplicação recente se refere à área de robótica. Trata-se de um importante problema de navegação que consiste da busca de uma fonte de emissão de algum sinal medido por sensores de um robô móvel que não dispõe de medida de sua posição (Zhang *et al.*, 2007).

Também, na indústria automobilística pode-se citar o problema de projetar sistemas de controle de freio ABS (*Antilock Bracking System*) (Drakunov *et al.*, 1995; Will *et al.*, 1998). Neste caso, o ESC aparece de modo natural, pois se deve procurar a rotação das rodas do veículo necessária para maximizar a força de atrito com o solo. O ESC, ou simplesmente, Controle *Extremal*, tem conexão estreita com o bem conhecido problema de Otimização em Tempo Real.

Os mais populares algoritmos para otimização sem restrição utilizam informação da derivada ou do gradiente da função objetivo. Entretanto, em muitos problemas de controle *extremal* mencionados acima o gradiente da função objetivo pode não ser acessível em tempo real ou ser muito dispendioso ter essa informação. Portanto, existe uma necessidade clara de algoritmos de otimização não-derivativos (Diene e Bhaya, 2002; Korovin e Utkin, 1974; Teixeira e Žak, 1998).

Como visto na Seção 3.4, o método da função periódica é robusto com respeito a mudanças do tipo salto na direção de controle. Conforme será mostrado a seguir, toda vez que o sistema se aproxima de um ponto de extremo e cruza-o, isso corresponderá a mudanças do sinal de k_p , mas que dessa vez ocorrem de modo contínuo. É mostrado também que o algoritmo funciona mesmo quando a condição de controlabilidade $|k_p| \geq \underline{k}_p$ falha temporariamente. Isso nos motiva explorar o algoritmo da função periódica para resolver o problema de controle por busca *extremal*.

Assim sendo, inspirados nas idéias de (Korovin e Utkin, 1974; Pan *et al.*, 2003) e (Bhaya e Kaszkurewicz, 2006), nas quais interpreta-se algoritmos de otimização como sistemas de controle em malha fechada, propõe-se nesta seção um otimizador não-derivativo robusto unidimensional baseado na função de chaveamento periódica descrita neste capítulo. A diferença essencial com relação às abordagens de Ariyur e Krstić (2003) reside no fato de que, em vez de adaptação, utiliza-se na abordagem aqui proposta modos deslizantes, além de não se requerer sinais de excitação (tipicamente senoidais) para “estimar” o gradiente da função objetivo. Uma das vantagens da abordagem escolhida neste projeto com respeito, por exemplo, a (Korovin e Utkin, 1974) ou (Pan *et al.*, 2003) é poder garantir resultados de convergência não apenas locais (ou seja, para quaisquer condições iniciais). Outra contribuição seria a potencialidade de obtermos algoritmos para o controle *extremal* apenas com realimentação de saída, e ainda assim, para sistemas incertos de qualquer ordem.

• **Formulando o Problema de Busca Extremal**

Considere que a função suave $y = h(x)$ a qual deseja-se maximizar seja *desconhecida* (i.e., não se conhece $h(\cdot)$ ou o seu gradiente) e tenha um único ponto de máximo x^* no interior do intervalo fechado $[a, b]$. Assume-se também que, $\forall x \in [a, b]$, existam constantes finitas $\underline{L} \geq 0$ e $\bar{L} > 0$ tais que

$$\underline{L} \leq \left| \frac{\partial h(x)}{\partial x} \right| \leq \bar{L}. \quad (3.28)$$

A função objetivo $y = 10x/(4+x^2)$ usada em nosso problema de otimização/busca extremal tem um ponto de máximo $x^* = 2$ no intervalo de interesse $[a, b] = [0, 10]$, como mostrado na Fig. 3.7 (linha tracejada). O valor absoluto da derivada de y com relação a x é apresentado na Fig. 3.8, onde os limitantes inferior $\underline{L} = 0$ e superior $\bar{L} \geq 2.5$ são claros.

A seguir, descreve-se o funcionamento do otimizador não-derivativo proposto. Primeiramente, mostraremos que o problema de busca extremal pode ser reescrito como um problema de rastreamento em que não se conhece a informação da direção de controle.

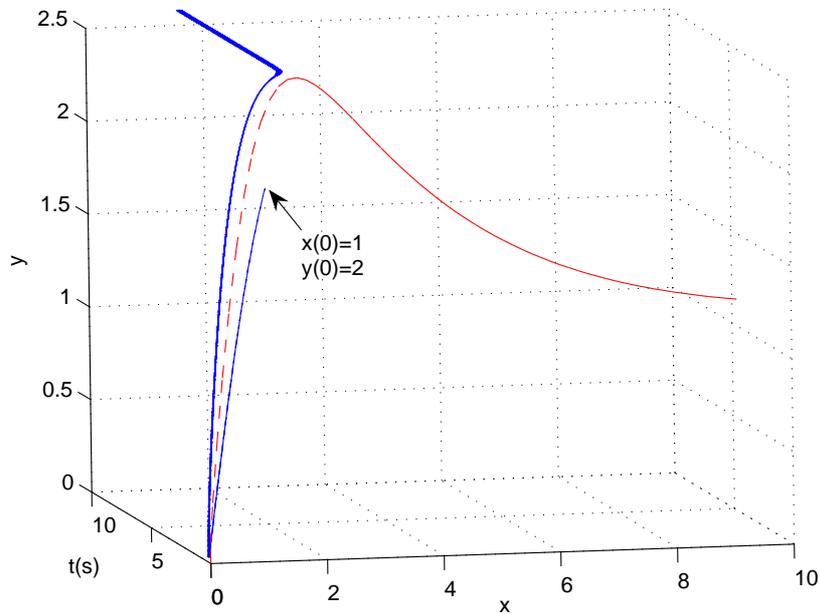


Figura 3.7: Função objetivo $y = 10x/(4+x^2)$ (linha tracejada) e a busca do ponto ótimo $x^* = 2, y^* = 2.5$ (linha contínua azul), considerando a condição inicial $x(0) = 1, y(0) = 2$.

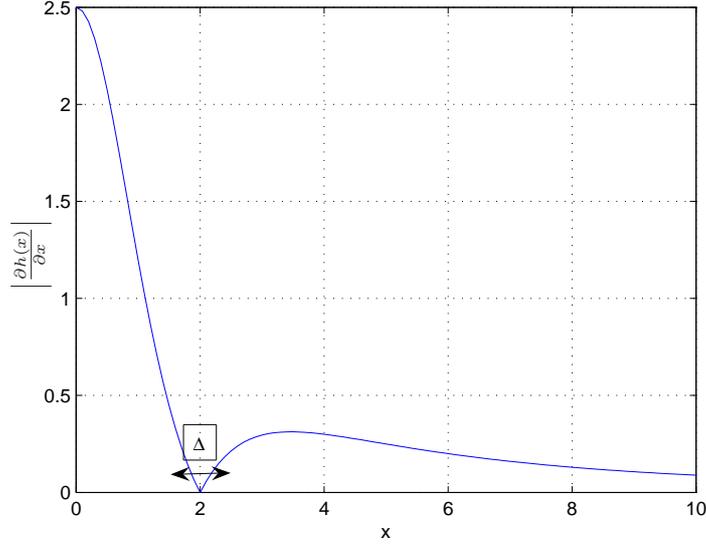


Figura 3.8: Valor absoluto de $\frac{\partial h(x)}{\partial x} = \frac{40-10x^2}{(4+x^2)^2}$.

Considere o seguinte sistema auxiliar de primeira ordem com saída não-linear e HFG dependente do estado x :

$$\dot{x} = u, \quad y = h(x) = \frac{10x}{4+x^2}, \quad (3.29)$$

onde $\dot{y} = k_p(x)u$, $k_p(x) = \frac{\partial h(x)}{\partial x}$ pode ser considerado como o HFG e a condição inicial é $x(0) = 1$ (e $y(0) = 2$).

Visto que $k_p(x)|_{x=x^*} = 0$, o HFG $k_p(x)$ não tem um limitante inferior $\underline{k}_p > 0$ $\forall x \in [0, 10]$. Contudo, para um dado $\Delta > 0$, existe $\underline{k}_p > 0$ tal que $\underline{k}_p \leq |k_p(x)|$, $\forall x \in \mathcal{I} := [0, x^* - \frac{\Delta}{2}] \cup [x^* + \frac{\Delta}{2}, 10]$, vide Fig. 3.8.

O modelo de referência é escolhido como sendo

$$\dot{y}_m = 1, \quad y_m(0) = 0, \quad (3.30)$$

de modo que a saída do modelo $y_m(t) = t$ seja estritamente crescente com o tempo.

Note que a escolha desse modelo é de fundamental importância uma vez que nossa estratégia é baseada no seguimento de trajetória e neste caso quando fizermos a saída da planta y rastrear a saída do modelo ilimitado y_m , iremos forçar que y atinja seu valor máximo $y^* = h(x^*)$. Para contornar o problema de termos um sinal ilimitado na malha fechada, podemos saturar a saída do modelo em um limitante superior grosseiro conhecido para y^* e assim não afetar em nada o desempenho do sistema. Neste exemplo a amplitude do sinal y_m foi saturada no valor 100.

Assim sendo, a partir da definição do erro de rastreamento $e := y - y_m$, obtém-se a seguinte equação dinâmica para $e(t)$:

$$\dot{e} = k_p(x)u - 1. \quad (3.31)$$

No que se segue, prova-se que a lei de controle (3.15)-(3.16), com ganho de controle ou função de modulação

$$\varrho(t) = (\lambda + 1)/\underline{k}_p + \delta \quad (3.32)$$

($\delta > 0$ é uma constante arbitrária pequena), leva o estado x para uma vizinhança- Δ ($x \notin \mathcal{I}$) do ponto de máximo desconhecido $x^* = 2$ definida por $\mathcal{D}_\Delta = \{x : |x - x^*| < \Delta/2\}$. Note que, isso não implica que $x(t)$ permanece em $\mathcal{D}_\Delta, \forall t$.

Observação 3.1 (*Sistemas de Ordem Qualquer*) Apesar da formulação do problema de busca extremal ter sido realizada a partir de um cenário particular, considerando o sistema unidimensional (3.29), sistemas mais gerais com grau relativo unitário (de ordem qualquer, $x \in \mathbb{R}^n$) poderiam ser considerados utilizando a parametrização de controle utilizada na Seção 3.1.1 e a função de modulação dada na Proposição 3.1. Para isto, bastaríamos definir uma saída linear $y_L = Cx$ conhecida para o sistema em questão, formulando a parametrização de controle e construindo o vetor regressor ω com ela, além de reescrever (3.29) com $y = h(y_L)$ conforme feito em (Oliveira et al., 2010a).

- **Atratividade de \mathcal{D}_Δ**

Primeiramente, note que x pode crescer no máximo linearmente visto que a norma de u em (3.15) é majorada por uma constante. Assim sendo, assuma que $x(t) \in \mathcal{I}, \forall t$. Assim como na Proposição 3.1, pode-se verificar que $\dot{S}_i \leq -|k_p|\delta$ (para $i = 1, 2$), uma vez que $\underline{k}_p \leq |k_p(x)|$ para $x \in \mathcal{I}$. Note que neste caso $\Pi \equiv 0$ e $a(t) = [\lambda \text{sgn}(e) - 1]/k_p$. Portanto, pode-se concluir que $\exists t_s < \infty$ tal que $S_i(t) = 0, \forall t \geq t_s$ e um modo deslizante em σ será alcançado em tempo finito. Consequentemente, $\dot{\sigma} = 0$ e $e\dot{e} = -\lambda|e| \leq 0, \forall t \geq t_s$. Para t grande, $y_m > y^* \geq y$, $\text{sgn}(e) = -1$ assegurando que y cresce com taxa constante ($\dot{y} = 1 + \lambda$), isto é, y se aproxima de y^* . Então, x é levado para o interior de \mathcal{D}_Δ , o que é uma contradição. Portanto, \mathcal{D}_Δ é alcançada em tempo finito, independentemente de $\text{sgn}(k_p)$. Consequentemente, $x(t)$ permanece ou oscila em torno de \mathcal{D}_Δ , e y em torno de $y^*, \forall t$.

Observação 3.2 (Oscilações em torno do Ponto Extremo)

Essas oscilações vêm das mudanças recorrentes na direção de controle no ponto extremo (x^*, y^*) onde $k_p(x^*) = 0$ ou são devido à perda de força de controle sempre que $k_p(x) \rightarrow 0$ e a relação $\underline{k}_p \leq |k_p(x)|$ é violada. Durante essas oscilações, σ vai de uma superfície de deslizamento $\sigma = k\varepsilon$ (k par quando $\text{sgn}(k_p) < 0$) para outra (k ímpar quando $\text{sgn}(k_p) > 0$).

• **Oscilações de Ordem $\mathcal{O}(\varepsilon)$**

A seguir mostra-se que as oscilações em torno de y^* podem ser restritas a ordem $\mathcal{O}(\varepsilon)$, com ε em (3.15). Note que Δ pode ser feita arbitrariamente pequena permitindo-se um \underline{k}_p menor (vide Fig. 3.8). Assim, se $x(t)$ permanece em \mathcal{D}_Δ , $\forall t$, a vizinhança correspondente de y^* pode ser feita de ordem $\mathcal{O}(\varepsilon)$ com um \underline{k}_p apropriado. Caso contrário, se x oscila em torno de \mathcal{D}_Δ , o mesmo é verificado visto que o tempo gasto para alcançar um modo deslizante em σ é também de ordem $\mathcal{O}(\varepsilon)$.

De fato, recordando que após um tempo finito $t_{y^*} > 0$, $\text{sgn}(e) = -1$ é satisfeito, pode-se concluir a partir de (3.16) que

$$\sigma(t) = y(t) - y_m(t) - \lambda t, \quad \forall t > t_{y^*}. \quad (3.33)$$

Note que, quando $\sigma(t)$ está em deslizamento, então \mathcal{D}_Δ é invariante. Agora, se o sistema atinge a fronteira de \mathcal{D}_Δ e $\sigma(t)$ não está em deslizamento, considere $t_2 \geq t_1 > t_{y^*}$ e suponha que $t \in [t_1, t_2]$, onde t_1 é o tempo no qual $x(t)$ alcança a fronteira de \mathcal{D}_Δ e t_2 é o primeiro instante de tempo quando $\sigma(t)$ atinge a próxima superfície de deslizamento $\sigma(t) = \sigma(t_2)$ ou $x(t)$ chega à fronteira de \mathcal{D}_Δ novamente. Note que, para $t \in [t_1, t_2]$, tem-se $x(t) \in \mathcal{I}$ e $|\sigma(t_2) - \sigma(t_1)| \leq 2\varepsilon$.

A partir de (3.33), pode-se escrever

$$\tilde{\sigma} = \tilde{y} - [\delta_M + \lambda](t_2 - t_1), \quad (3.34)$$

onde $\tilde{\sigma} := \sigma(t_2) - \sigma(t_1)$, $\tilde{y} := y(t_2) - y(t_1)$, $\delta_M = 1$ quando $y_m(t) = t$ e $\delta_M = 0$ quando y_m está saturado. Além disso, de (3.34), pode-se também escrever

$$|\tilde{y}| \leq |\tilde{\sigma}| + [\delta_M + \lambda](t_2 - t_1). \quad (3.35)$$

Por hipótese, $x(t) \in \mathcal{I}$ para $t \in [t_1, t_2]$. Então, a partir de (3.18), (3.31) e (3.32), tem-se $|\dot{\sigma}(t)| > \delta$, $\forall t \in [t_1, t_2]$, e $(t_2 - t_1) \leq |\tilde{\sigma}|/\delta$. Assim sendo, lembrando que $|\tilde{\sigma}| \leq 2\varepsilon$, pode-se garantir que $(t_2 - t_1)$ e \tilde{y} em (3.35) são de ordem $\mathcal{O}(\varepsilon)$.

• Simulação Numérica

Nas simulações a seguir, nós ajustamos o limitante inferior $k_p = 0.5\varepsilon$ em (3.32) e inicializamos ε com um valor não tão pequeno. Depois decrescemos ε até que a variação de y seja enfim pequena, *i.e.*, $|y - y^*| \rightarrow \mathcal{O}(\varepsilon)$. Os parâmetros de projeto considerados foram: $\varepsilon = 0.01$, $\lambda = 0.1$ e $\delta = 0.1$.

Como mostrado nas Figs. 3.9 e 3.10, y rastreia y_m até que x alcança a vizinhança do ponto de máximo $x^* = 2$. Posteriormente, o rastreamento exato não é mais obtido, porém y fica “preso” em alguma vizinhança- ε de $y^* = 2.5$ (vide Fig. 3.7) e y_m cresce até atingir o valor 100 da saturação.

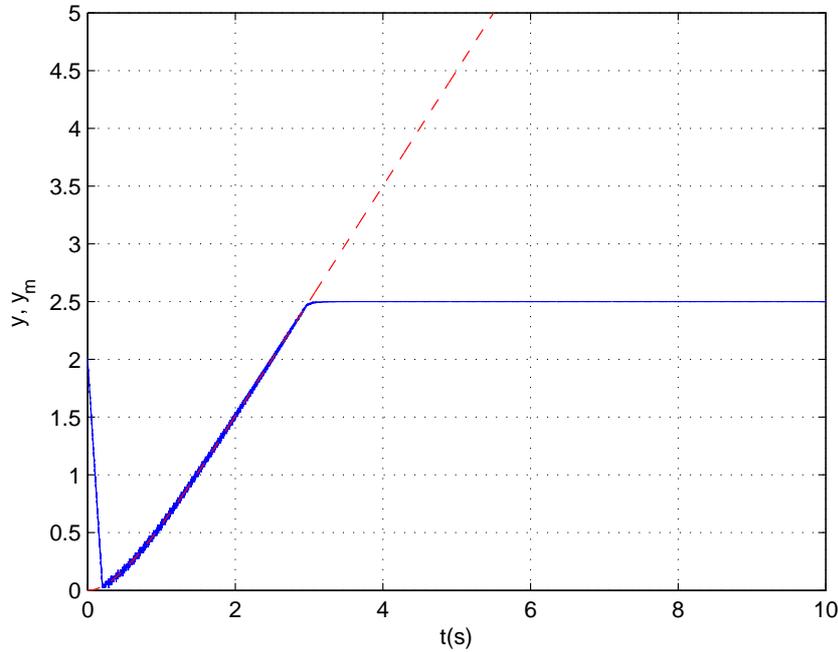


Figura 3.9: Saída da planta y (linha contínua) e saída do modelo y_m (linha tracejada) ao longo do tempo t . A saída da planta y tende para o valor máximo $y^* = 2.5$.

Como podemos observar comparando a Fig. 3.10 e a Fig. 3.11, a amplitude das oscilações de x em torno de x^* pode ser reduzida como desejado apenas reduzindo-se suficientemente a distância ε entre as variedades.

Na Fig. 3.11, considerando $\varepsilon = 0.1$, pode-se checar a variável de deslizamento σ ao longo do tempo e as respectivas mudanças por entre as variedades- σ (k é par ou ímpar) toda vez que x cruza $x^* = 2$.

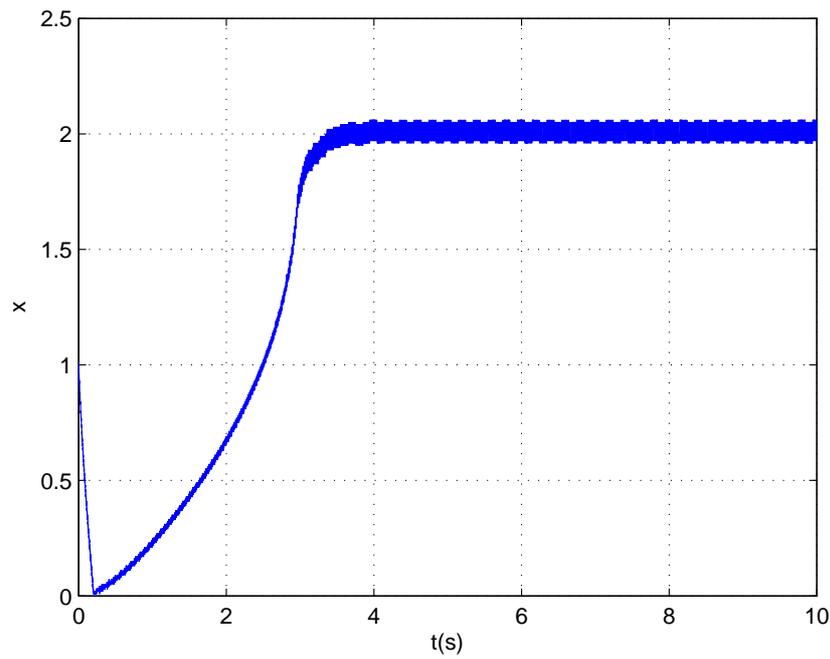


Figura 3.10: Estado x ao longo do tempo t : x tende para o valor $x^* = 2$ que maximiza y , considerando $\varepsilon = 0.01$.

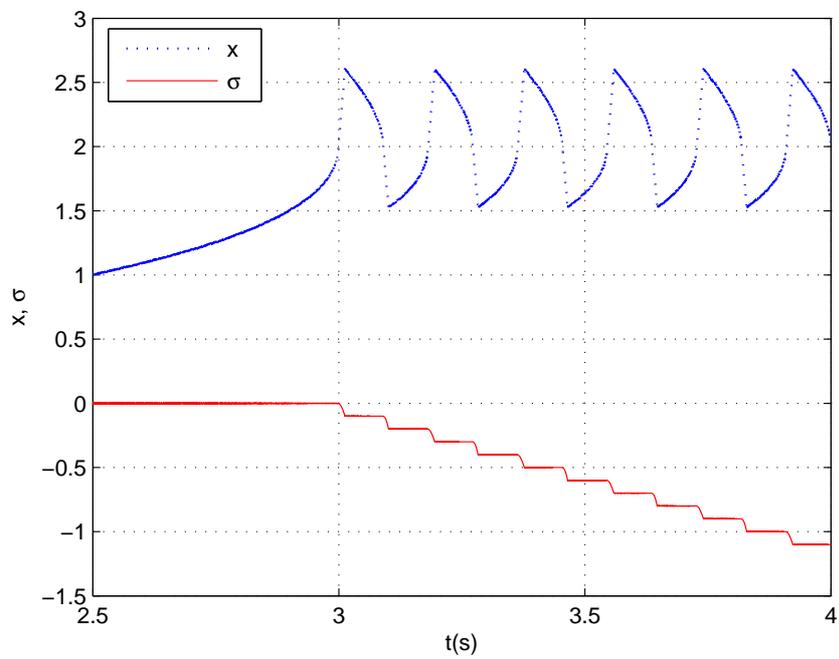


Figura 3.11: *Zoom* no gráfico da variável de deslizamento σ ao longo do tempo t , mostrando as oscilações de x em torno de $x^* = 2$ quando considerado $\varepsilon = 0.1$.

Note que, a partir de (3.33), $\sigma \rightarrow -\infty$ quando $t \rightarrow +\infty$. Entretanto, esse fenômeno não é nocivo uma vez que σ é apenas uma escala modificada de tempo no argumento da função seno na lei de controle (3.15). Além disso, a aparente “explosão” da variável σ pode ser evitada através de uma simples reinicialização do integrador em (3.16).

• Aplicação Freio ABS

O travamento da roda durante a frenagem impacta de forma adversa a estabilidade do veículo. Assim, o sistema de freio ABS foi projetado para prevenir o travamento das rodas, reduzir a distância de parada do veículo e melhorar sua dirigibilidade. Um melhor desempenho do sistema ABS depende na identificação adequada do tipo de superfície da pista. Até o momento, não há sensores que possam identificar corretamente o tipo de superfície e tornar esta informação disponível para o controlador ABS. Contudo, o tipo de superfície pode ser inferido a partir da pressão exercida pelo freio, medidas de escorregamento da roda e comparações entre índices de desaceleração (Drakunov *et al.*, 1995; Will *et al.*, 1998).

Um dos objetivos do sistema ABS é regular o escorregamento da roda de forma que o coeficiente de adesão da pista seja maximizado. Por outro lado, isto implica na minimização da distância de parada do veículo. Todavia, essa faixa de escorregamento desejado depende do tipo de superfície da pista. Por exemplo, o valor ótimo de escorregamento para uma pista de gelo é diferente do valor para uma pista de asfalto seco. Curvas típicas que relacionam o escorregamento das rodas (ζ) *versus* o coeficiente de adesão ou atrito (μ) são semelhantes às apresentadas na Fig. 3.12. Nesta figura mostramos três curvas características para diferentes tipos de pista: seca, molhada e de gelo.

Primeiro, relembando a equação do coeficiente de escorregamento ζ apresentada em (Ariyur e Krstić, 2003), temos:

$$\zeta = \frac{v - wR}{v},$$

onde v é a velocidade linear, w a velocidade angular e R o raio da roda. Deste modo, temos um $\zeta_{min} = 0$ quando $v = wR$ (carro em movimento) e $\zeta_{max} = 1$ quando $w = 0$ (travamento da roda).

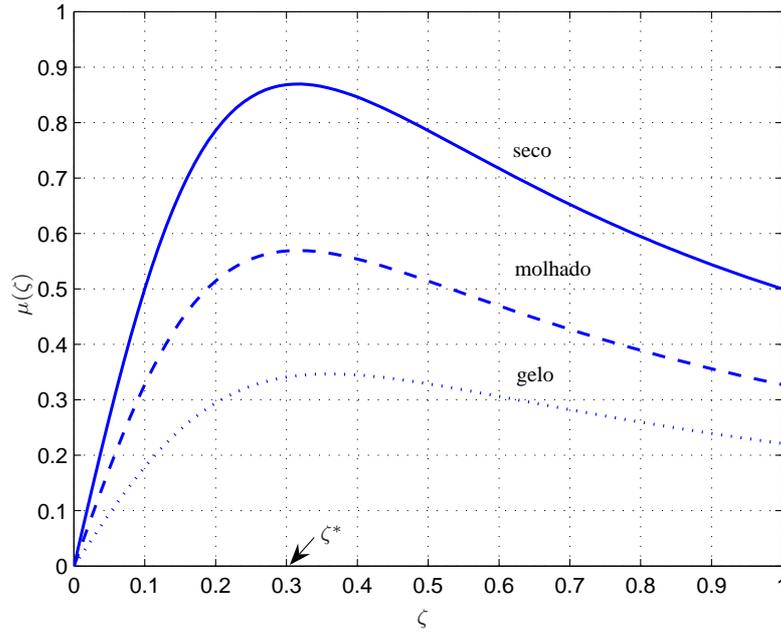


Figura 3.12: Curvas que relacionam o escorregamento das rodas (ζ) \times o coeficiente de atrito (μ) para três tipos diferentes de pista: seca, molhada e de gelo. O coeficiente de escorregamento ótimo para os três tipos de pista é aproximadamente $\zeta^* = 0.3$.

Na frenagem sem ABS, quando o motorista pisa no freio, ele faz instantaneamente $w = 0$ (trava a roda) com o objetivo de parar o carro. No entanto, o coeficiente de atrito $\mu(\zeta)$ não é máximo (ótimo) para o valor de $\zeta = 1$ (ver Fig. 3.12). Assim, o carro continua em movimento com as rodas travadas até que depois de um certo tempo aquele atrito referente ao “escorregamento máximo” ($\zeta = 1$) faz com que o carro pare.

No freio ABS é feito algo mais inteligente. Quando o motorista pisa no freio, w não vai diretamente para zero. Primeiro é feita a busca pelo valor ótimo ζ^* correspondente ao maior coeficiente de atrito. Com esse valor em mãos, o controlador de torque ajusta w , de forma a manter $\zeta \approx \zeta^*$ (correspondendo a um valor próximo ao máximo atrito da pista) e conseqüentemente o veículo pára mais rapidamente (sem travar as rodas) do que comparado ao sistema de freio convencional.

Uma idéia imediata para trabalho futuro é utilizar o otimizador proposto acima para fazer uma busca *on-line* do valor ótimo do escorregamento da roda que corresponde a máxima desaceleração do veículo. Assim poderíamos usar a saída do otimizador não-derivativo como *setpoint* de uma malha de controle de frenagem (controle de torque). Neste caso, o controle de frenagem e o otimizador são utilizados juntos para regular o torque de frenagem do veículo de modo a manter o escorregamento da roda em seu valor ótimo e minimizar assim a distância de parada. Além disso, o controlador proposto não requereria um conhecimento *a priori* do tipo de superfície da pista nem a relação entre o coeficiente de adesão e o escorregamento da roda.

3.7 Conclusões

Neste capítulo foi proposto um controlador por modelo de referência e modos deslizantes baseado em função de chaveamento periódica e realimentação de saída para plantas SISO lineares, incertas com grau relativo unitário e direção de controle desconhecida. A abordagem resultante garante convergência em tempo finito do erro de rastreamento para zero e também convergência exponencial global do estado completo do erro para zero. Resultados de simulação foram apresentados para ilustrar o desempenho e robustez na presença de dinâmicas não-modeladas e ruído de medição. Além do problema de rastreamento, o método proposto mostrou-se eficaz também no problema de otimização em tempo real aplicado ao controle por busca *extremal*.

A generalização para sistemas não-lineares com grau relativo arbitrário e a extensão para sistemas multivariáveis poderão ser tópicos interessantes para trabalhos futuros. No entanto, a generalização para sistemas não-lineares gerais (incluindo não-linearidades não somente uniformemente limitadas) é mais complicada visto que a partir da Proposição 3.1 faz-se necessário garantir que os sinais do sistema não escapem em tempo finito. Deste modo, a técnica apresentada na prova da proposição deverá ser reformulada ou reestudada.

Capítulo 4

Direção de Controle Desconhecida: Função de Monitoração

O projeto de controladores por realimentação de saída de sistemas incertos sem o conhecimento do sinal do ganho de alta frequência (direção de controle) tem sido um problema instigante desde o começo dos anos 80 (Mudgett e Morse, 1985). Na literatura de controle adaptativo, o então denominado ganho de Nussbaum (Nussbaum, 1983) vem sendo utilizado na tentativa de relaxar essa hipótese, incluindo o caso de sistemas multivariáveis (Wu e Zhou, 2004; Zhang e Ge, 2007). Contudo, essa abordagem é discutível do ponto de vista prático devido a grandes transitórios, excessivo esforço de controle e falta de robustez que pode resultar (Fu e Barmish, 1986; Mudgett e Morse, 1985).

Mais recentemente, controladores baseados em realimentação de saída e modos deslizantes para rastreamento de sistemas SISO incertos lineares e não-lineares com direção de controle desconhecida e grau relativo arbitrário foram introduzidos em (Yan *et al.*, 2008) e (Oliveira *et al.*, 2007b), respectivamente. Em lugar do ganho de Nussbaum, a direção de controle foi ajustada a partir de funções de monitoração.

Como visto no Capítulo 3, outras soluções elaboradas são encontradas na literatura de SMC, entretanto elas estão restritas ao caso SISO de primeira ordem ou com grau relativo dois (Bartolini *et al.*, 2003), (Bartolini *et al.*, 2009), ou ainda, são baseadas em realimentação de estados (Drakunov, 1993).

Neste capítulo, estende-se a aplicabilidade da função de monitoração para plantas não-lineares multivariáveis (MIMO) com grau relativo unitário utilizando-se a

abordagem do controle por vetor unitário e modos deslizantes. O novo desafio é que o ganho de alta frequência é uma matriz, não simplesmente um escalar. Além disso, diferentemente de trabalhos anteriores (Cunha, 2004; Hsu *et al.*, 2003) e graças a uma formulação utilizando *observadores da norma*, aqui os termos não-lineares são permitidos serem dependentes do estado, incluindo não-linearidades fortes (por exemplo, polinomiais) e descasadas com respeito a entrada de controle. A motivação principal de usarmos o vetor unitário (Baida, 1993; Hsu *et al.*, 2002) em vez da função de chaveamento “ $\text{sgn}(\cdot)$ ” é que um menor conhecimento da matriz de ganho de alta frequência (HFG) K_p é requerido, quando comparado com as restrições impostas em (Edwards e Spurgeon, 1998) ou a propriedade de K_p ser positiva definida em outras abordagens (Chien *et al.*, 1996; Tao e Ioannou, 1989). De fato, se o controle vetorial unitário é utilizado, a única exigência sobre a matriz de HFG é que $-K_p$ seja Hurwitz e essa condição é necessária e suficiente para a atratividade da superfície de deslizamento como provado em (Baida, 1993; Hsu *et al.*, 2002)¹.

Neste capítulo, K_p é desconhecida e incerta. Inspirados pelos recentes desenvolvimentos de esquemas de controle supervisorio (Hespanha *et al.*, 2003) e nos *spectrum-unmixing sets* referidos em (Martensson, 1991; Ryan, 1993), propõe-se um mecanismo de chaveamento que escolha uma matriz pré-compensadora S_q apropriada em um conjunto indexado finito de matrizes \mathcal{Q} através de uma função de monitoração adequada, de tal forma que a lei de controle vetorial unitária pré-multiplicada por S_q possa garantir que $-K_p S_q$ seja Hurwitz para algum S_q , $q \in \mathcal{Q}$. A estabilidade assintótica global com respeito a um conjunto compacto e o rastreamento exato da saída da planta são demonstrados.

Uma aplicação no problema de controle por servovisão com incerteza nos parâmetros de calibração da câmera será usada para ilustrar a eficácia do controlador multivariável proposto em situações práticas. Particularmente, a restrição usual no ângulo de orientação da câmera $\psi \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$, presente em (Kelly *et al.*, 1999; Papanikolopoulos e Khosla, 1994; Zengeroglu *et al.*, 1999), pode ser removida.

O conteúdo desse capítulo é fruto de quatro publicações apresentadas nos periódicos (Oliveira *et al.*, 2010d, 2007b) e nos congressos (Oliveira *et al.*, 2007a, 2009b).

¹Como mostrado em (Baida, 1993; Hsu *et al.*, 2002), nenhuma condição necessária e suficiente é conhecida para VSC utilizando função de chaveamento “ $\text{sgn}(\cdot)$ ” de dimensão maior do que dois, i.e., $\text{sgn}(x) = [\text{sgn}(x_1) \text{sgn}(x_2) \dots \text{sgn}(x_n)]^T$ para $x \in \mathbb{R}^n$ e $n > 2$.

4.1 Formulação do Problema

Este capítulo considera o problema de rastreamento global de sistemas não-lineares MIMO (1.1) transformáveis na *forma normal* (Khalil, 2002):

$$\dot{\eta} = \phi_0(\eta, y, t), \quad (4.1)$$

$$\dot{y} = K_p u + \phi_1(\eta, y, t), \quad (4.2)$$

onde $u \in \mathbb{R}^m$ é a entrada de controle, $y \in \mathbb{R}^m$ é a saída mensurável e os estados $\eta \in \mathbb{R}^{n-m}$ do subsistema- η , referido por “dinâmica interna”, não estão disponíveis. As funções incertas ϕ_0 e ϕ_1 são contínuas por partes em t e localmente Lipschitz contínuas nos outros argumentos. Para cada solução de (4.1)–(4.2), existe um intervalo máximo de definição dado por $[0, t_M)$, onde t_M pode ser finito ou infinito.

Adicionalmente, considera-se que a matriz de HFG K_p é desconhecida (diz-se também que a direção de controle da planta é desconhecida) com parâmetros incertos pertencendo a algum conjunto compacto Ω_p . Em Ω_p , é assumido apenas que:

(H1) (Direção de Controle) (i) $\det(K_p) \neq 0$, (ii) existe uma constante *conhecida* $c > 0$ tal que $|K_p^{-1}| \leq c$ e (ii) existe um conjunto indexado finito \mathcal{Q} de matrizes *conhecidas* $S_q \in \mathbb{R}^{m \times m}$ tal que $-K_p S_q$ é Hurwitz para algum $q \in \mathcal{Q}$.

De acordo com (H1), foca-se o caso mais simples de grau relativo um deixando-se o caso de grau relativo arbitrário e direção de controle desconhecida para trabalhos futuros. Como mencionado acima, a condição Hurwitz é necessária e suficiente para a atratividade da superfície de deslizamento no controle por vetor unitário e modos deslizantes (Baida, 1993; Hsu *et al.*, 2002). Essa hipótese relaxa significativamente a condição essencial de positividade e simetria da matriz K_p presente em (Chien *et al.*, 1996; Tao e Ioannou, 1989).

A simetria é uma propriedade não-genérica, podendo ser destruída por incertezas arbitrariamente pequenas. Além disso, se K_p é positiva definida, então $-K_p$ é Hurwitz, entretanto a recíproca não é verdadeira.

Para o caso SISO, (H1) pode ser interpretada por: as primeiras duas condições indicam que o escalar $K_p \neq 0$ pode ser positivo ou negativo, isto é, a direção de controle é desconhecida. Além disso, neste caso o conjunto indexado é $\mathcal{Q} = \{0, 1\}$ e um escalar S_q ($S_0 = -1, S_1 = 1$) é necessário para fazer $-K_p S_q$ negativo.

Aqui, um mecanismo de chaveamento proverá uma troca cíclica através dos elementos do conjunto indexado finito \mathcal{Q} (Ryan, 1993). Outras possibilidades para essa troca, como por exemplo escolher aquela matriz que dê o melhor seguimento poderiam ser adotadas (Freidovich e Khalil, 2007). A existência de \mathcal{Q} é garantida pela teoria dos *spectrum-unmixing sets* apresentada em (Martensson, 1991).

Problema de Rastreamento Global

O objetivo é encontrar uma lei de controle dinâmica u , via realimentação de saída e sem o conhecimento da direção de controle da planta, para levar o *erro de saída ou de rastreamento*

$$e(t) = y(t) - y_m(t) \quad (4.3)$$

exponencialmente para zero (rastreamento exato), começando-se de qualquer condição inicial da planta/controlador e mantendo-se todos os sinais da malha fechada limitados uniformemente, apesar das incertezas. A *trajetória desejada* $y_m(t)$ é assumida ser gerada pelo seguinte *modelo de referência*:

$$\dot{y}_m = A_m y_m + r, \quad A_m = -\text{diag} \{ \gamma_1, \dots, \gamma_m \}, \quad (4.4)$$

onde $r, y_m \in \mathbb{R}^m$, $\gamma_i > 0$ ($i = 1, \dots, m$) e $r(t)$ é assumida contínua por partes e uniformemente limitada.

A fim de atingir o objetivo de controle, nossa estratégia requer um observador da norma (*norm observer*) (Krichman *et al.*, 2001; Sontag e Wang, 1997) para o estado η da dinâmica interna (4.1), de acordo com a seguinte definição e hipótese.

Definição 4.1 *Um observador da norma de primeira ordem para o subsistema (4.1) é um sistema dinâmico SISO da forma (relembrando que y é a saída da planta):*

$$\dot{\bar{\eta}} = -\lambda_o \bar{\eta} + \varphi_o(y, t), \quad (4.5)$$

com entrada $\varphi_o(y, t)$ e saída $\bar{\eta}$, tal que: (i) $\lambda_o > 0$ é uma constante, (ii) $\varphi_o(y, t)$ é uma função não-negativa, contínua em y e contínua por partes em t , satisfazendo $\varphi_o \leq \Psi_o(|y|) + k_o$, para alguma $\Psi_o \in \mathcal{K}$ e alguma constante $k_o \geq 0$ e (iii) para cada estado inicial $\eta(0)$ e $\bar{\eta}(0)$

$$|\eta(t)| \leq |\bar{\eta}(t)| + \bar{k}_o (|\bar{\eta}(0)| + |\eta(0)|) e^{-\lambda_o t}, \quad (4.6)$$

$\forall t \in [0, t_M)$, com alguma constante $\bar{k}_o > 0$.

(H2) (Observabilidade da Norma) O subsistema interno (4.1) admite um *observador da norma* conhecido (4.5) com φ_o e λ_o também *conhecidos*.

É sabido que no caso invariante no tempo, se o subsistema interno (4.1) é ISS, então ele admite tal *observador da norma* e a planta é de fase mínima.

Na Seção 4.2 (*Observadores da Norma*), dois casos são apresentados onde (4.5) pode ser implementado para o subsistema interno variante no tempo. O primeiro deles incorpora uma classe de não-linearidades ϕ_0 onde uma condição de crescimento linear é imposta apenas no estado não-medido η . No outro caso, adaptado de (Jiang *et al.*, 2004), ilustra um caso onde não-linearidades polinomiais fortes em η são também permitidas. Em ambos os casos, (4.1) possui uma relação ISS com respeito a funções apropriadas de y e t .

De forma a obter um limitante em norma para ϕ_1 em (4.2), assume-se que:

(H3) (Funções Limitantes) Existe uma função não-negativa $\varphi_1(|\eta|, y, t)$ conhecida, classe \mathcal{K}_∞ e localmente Lipschitz em $|\eta|$, contínua em y e contínua por partes em t tal que $|\phi_1(\eta, y, t)| \leq \varphi_1(|\eta|, y, t)$.

Note que, (H3) não é restritiva visto que ϕ_1 é assumida contínua em η . Além disso, diferentemente de (Cunha, 2004; Hsu *et al.*, 2003), nenhuma condição particular de crescimento é imposta na função limitante φ_1 .

Do Problema de Rastreamento para o Problema de Regulação

A partir de (4.2)–(4.4), a dinâmica do erro e pode ser escrita como

$$\dot{e} = A_m e + K_p(u - u^*), \quad (4.7)$$

onde

$$u^* := K_p^{-1}(-\phi_1 + A_m y + r). \quad (4.8)$$

Deste modo, o problema de rastreamento global pode ser reformulado como um problema de regulação descrito a seguir. Encontrar uma lei de controle u baseada em modos deslizantes e realimentação de saída de forma que, para toda a condição inicial $(\eta(0), e(0), \bar{\eta}(0))$: (i) as soluções de (4.2), (4.5) e (4.7) são limitadas e (ii) $e(t)$ tende exponencialmente para zero quando $t \rightarrow \infty$.

A lei de controle ideal u^* (4.8) é considerada como uma perturbação de entrada casada em (4.7). De (H1)–(H3), u^* pode ser limitado em norma por sinais disponíveis

$$|u^*| \leq c [\varphi_1(2|\bar{\eta}|, y, t) + |A_m y + r|] + \pi_1, \quad (4.9)$$

a menos do termo exponencial decrescente $\pi_1 := k_1(|\bar{\eta}(0)| + |\eta(0)|)e^{-\lambda_0 t}$, onde $k_1 > 0$ é uma constante, c é dada em (H1) e π_1 vem do termo exponencial em (4.6). Para obtermos esta desigualdade, utilizamos o fato de que φ_1 é localmente Lipschitz em seu primeiro argumento e que $\psi(a + b) \leq \psi(2a) + \psi(2b)$, $\forall a, b \geq 0$ e $\psi \in \mathcal{K}$.

4.2 Observadores da Norma

Neste capítulo, assume-se que é possível obter um *observador da norma* da forma (4.5) para o estado η do sistema interno $\dot{\eta} = \phi_0(\eta, y, t)$, dado em (4.1). Nesta seção, caracteriza-se classes de plantas não-lineares MIMO e exemplos para os quais esse *observador da norma* possa ser implementado. Em ambos os casos, obtém-se uma função de armazenamento $V(\eta)$ satisfazendo $\underline{\alpha}(|\eta|) \leq V(\eta) \leq \bar{\alpha}(|\eta|)$, com $\underline{\alpha}(\sigma) = \underline{\lambda}\sigma^2$, $\bar{\alpha}(\sigma) = \bar{\lambda}\sigma^2$ e $\underline{\lambda}, \bar{\lambda}$ conhecidos tais que

$$\frac{\partial V}{\partial \eta} \phi_0(\eta, y, t) \leq -\alpha(|\eta|) + \gamma(y, t), \quad \forall t \in [0, t_M], \quad (4.10)$$

onde $\alpha \in \mathcal{K}$ e γ são funções *conhecidas*. Além disso, γ é uma função não-negativa, contínua em y e contínua por partes em t satisfazendo $\varphi \leq \Psi_\gamma(|y|) + k_\gamma$, para algum $\Psi_\gamma \in \mathcal{K}$ e constante $k_\gamma \geq 0$. Isso assegura que o sistema interno (4.1) tem uma relação ISS de γ para η , o que corresponde a uma generalização do conceito de fase mínima e permite concluir que se y estiver limitada, η também estará.

A função classe- \mathcal{K} $\alpha_1 := \alpha \circ \bar{\alpha}^{-1}$ é dita *ultimately linearly lower bounded* (ULLB), significando que existe $\epsilon \geq 0$, tal que $\alpha_1(\sigma) \geq 2\lambda\sigma$, $\forall \sigma \geq \epsilon$ e algum $\lambda > 0$. Em particular, se α_1 é linear, i.e., se $\alpha_1(\sigma) = 2\lambda_1\sigma$ (para algum $\lambda_1 > 0$), podemos fazer $\epsilon = 0$ e $\lambda \leq \lambda_1$. Além disso, se α_1 é não-linear, podemos tomar $\epsilon > 0$ e $\lambda < \alpha_1(\epsilon)/(2\epsilon)$. Note que a propriedade ULLB é menos conservativa que o conceito de função *stiffening*² introduzido em (Arcak *et al.*, 2002) no contexto de estabilidade absoluta.

²De acordo com (Arcak *et al.*, 2002), a não-linearidade $\alpha_1(\sigma)$ é *stiffening* se para **todo** $\lambda > 0$, existe $\epsilon > 0$ tal que $\sigma \geq \epsilon \Rightarrow \alpha_1(\sigma) \geq \lambda\sigma$. Em outras palavras, $\alpha_1(\sigma)/\sigma$ é crescente e não-negativa no intervalo $\sigma \in (0, \infty)$ e portanto $\alpha_1(\cdot)$ cresce mais rapidamente que uma função linear.

Levando em consideração a função ULLB α_1 detalhada acima, o *observador da norma* (4.5) pode enfim ser obtido seguindo os próximos passos.

Considere a notação $\dot{V} = \frac{\partial V}{\partial \eta} \phi_0(\eta, y, t)$ e escolha λ como descrito acima para um dado $\epsilon \geq 0$. A partir de (4.10), pode-se escrever $\dot{V} \leq -\alpha_1(V) + \gamma(y, t)$ ou, equivalentemente,

$$\dot{V} \leq -2\lambda V + [2\lambda V - \alpha_1(V)] + \gamma(y, t).$$

Agora, dado um V , tem-se que $V \leq \epsilon$ ou $V > \epsilon$. Portanto, $\dot{V} \leq -2\lambda V + [2\lambda\epsilon + \alpha_1(\epsilon)] + \gamma$ ou $\dot{V} \leq -2\lambda V + \gamma$, e conseqüentemente $\dot{V} \leq -2\lambda V + [2\lambda\epsilon + \alpha_1(\epsilon)] + \gamma$. Assim sendo, utilizando-se o *Teorema da Comparação* (Khalil, 2002), conclui-se que

$$V \leq e^{-2\lambda t} * \gamma_1(y(t), t) + V(\eta(0)) e^{-2\lambda t},$$

onde $\gamma_1 = \gamma + 2\lambda\epsilon + \alpha_1(\epsilon)$ é *conhecido*. Finalmente, pode-se implementar um *observador da norma* da forma (4.5) para o estado η , com $\varphi_o(y, t) = \sqrt{\gamma_1(y, t)/\lambda}$ e $\lambda_o = \lambda$, aplicando-se a função $\underline{\alpha}^{-1}$ em ambos os lados da última desigualdade.

(a) Sistema interno com crescimento linear no estado não-medido

Considere a classe de plantas não lineares MIMO (4.1)–(4.2) com a função ϕ_0 dada por

$$\phi_0(\eta, y, t) = A_0\eta + \bar{\phi}_0(\eta, y, t), \quad (4.11)$$

onde A_0 e $\bar{\phi}_0$ podem ser incertas. Considera-se que todas as incertezas paramétricas pertençam a um conjunto compacto Ω_0 tal que os limitantes para as incertezas necessários para o projeto do *observador da norma* estejam disponíveis.

Em Ω_0 , assume-se que: (i) A_0 é Hurwitz, (ii) existem constantes positivas *conhecidas* c_0, c_1, c_2 tal que $|P| < c_0$, $\lambda_{max}(P) < c_1$ e $\lambda_{min}(P) > c_2$, onde $P = P^T > 0$ é a solução de $A_0^T P + P A_0 = -I$ e (iii) existe uma constante *conhecida* $\mu \geq 0$ e uma função também *conhecida* φ_0 tal que

$$|\bar{\phi}_0| \leq \mu|\eta| + \bar{\varphi}_0(y, t), \quad (4.12)$$

onde $\bar{\varphi}_0$ é não-negativa, contínua em y , contínua por partes em t e satisfaz $\bar{\varphi}_0 \leq \Psi_0(|y|) + k_0$, para algum $\Psi_0 \in \mathcal{K}$ e alguma constante $k_0 \geq 0$. Agora, utilizando-se a seguinte função quadrática $V(\eta) = \eta^T P \eta$ pode-se obter a desigualdade (4.10) com

$$\alpha(|\eta|) = \frac{|\eta|^2}{2} \quad \text{e} \quad \gamma(y, t) = \frac{8c_0^2}{1 - 2c_0\mu} \bar{\varphi}_0^2(y, t),$$

contanto que $\mu < 1/(2c_0)$. Portanto, a função $\alpha_1(\sigma) = \sigma/(2\lambda_{max}(P))$ e definindo $c_3 = 8c_0^2/(1 - 2c_0\mu)$, o *observador da norma* (4.5) pode ser implementado com $\lambda_o < 1/(4c_1)$ e $\varphi_o(y, t) = \sqrt{c_3/c_2} \bar{\varphi}_0(y, t)$.

(b) Sistema interno sem restrição linear de crescimento no estado não-medido

Para ilustrar que a aplicabilidade da estratégia proposta não está restrita a plantas não-lineares com $\phi_0(\eta, y, t)$ limitado de forma afim com a norma do estado não-medido η , como em (4.11) e (4.12), considera-se um caso simples invariante no tempo adaptado de (Jiang *et al.*, 2004), onde $\phi_0 \in \mathbb{R}$ é dado por

$$\phi_0(\eta, y, t) = -\eta^5 - \eta^2|y|^2. \quad (4.13)$$

Neste caso, a dinâmica do η é ISS com respeito a y e a função de Lyapunov-ISS é $V(\eta) = \eta^2/2$. Assim, tem-se que $\dot{V} = -\eta^6 - \eta^3|y|^2$ e aplicando-se a desigualdade de Young ao termo $\eta^3|y|^2$ tem-se que $\eta^3|y|^2 \leq \eta^6/2 + |y|^4/2$ e, conseqüentemente, $\dot{V} \leq -\eta^6/2 + |y|^4/2$. Por esta razão, pode-se obter a desigualdade (4.10) com $\alpha(|\eta|) = \eta^6/2$ e $\gamma(y, t) = |y|^4/2$. Assim sendo, $\alpha_1(\sigma) = \sigma^3/2$ e o *observador da norma* (4.5) pode ser implementado com $\lambda_o < \epsilon^2/4$ e $\varphi_o(y, t) = \sqrt{|y|^4/2 + 2\lambda_o\epsilon + \epsilon^3/2}$.

4.3 Controle Vetorial Unitário via Realimentação de Saída

Essa seção e a próxima apresentam a primeira generalização dos controladores propostos em (Yan *et al.*, 2008) e (Oliveira *et al.*, 2007b) para uma classe de plantas não-lineares MIMO com direção de controle desconhecida e grau relativo unitário.

Seja q^* o índice *desconhecido* do conjunto indexado finito \mathcal{Q} dado em (H1) para o qual a matriz correspondente $\mathcal{S} = S_{q^*}$ também *desconhecida* assegura que $-K_p\mathcal{S}$ seja Hurwitz. Portanto, a equação de Lyapunov $(K_p\mathcal{S})^T P + P(K_p\mathcal{S}) = I$ tem uma *única* solução $P = P^T > 0$. Caso haja mais de um índice q^* em \mathcal{Q} que faça $-K_p\mathcal{S}$ Hurwitz, então a solução $P = P^T > 0$ da equação de Lyapunov não será única.

Agora, se a direção de controle fosse conhecida (q^* conhecido), poderíamos aplicar a seguinte lei de controle vetorial unitário³ (UVC) (Hsu *et al.*, 2002)

$$u = -\mathcal{S}\varrho(\bar{\eta}, y, t) \frac{e}{|e|}, \quad e \neq 0, \quad (4.14)$$

em (4.7) e verificar que, se a função de modulação ϱ satisfaz

$$\varrho \geq c_d |u^*(t)| + c_e |e| + \delta, \quad \delta \geq 0, \quad (4.15)$$

a menos do termo exponencial decrescente $c_d \pi_1$, então a derivada de Dini temporal de $V = \sqrt{e^T P e}$ ao longo das soluções de (4.7) satisfaz:

$$\dot{V} \leq -\lambda_m V + \frac{c_d \pi_1}{2\sqrt{\lambda_{\min}(P)}}, \quad \forall t \in [t_i, t_M),$$

para qualquer $t_i \in [0, t_M)$, onde $0 < \lambda_m < \min_i \{|\gamma_i|\}$, $i = 1, \dots, m$ em (4.4), $c_d \geq 2|PK_p|$, $c_e \geq |A_m^T P + P A_m| + \lambda_m$ e π_1 vindo de (4.9). Além disso, se $\gamma_i = \lambda_m$ ($\forall i$), pode-se escolher $c_e = 0$. A partir do *Lema da Comparação* (Filippov, 1964), tem-se:

$$|e(t)| \leq \zeta(t), \quad \zeta(t) := |e(t_i)| e^{-\lambda_m(t-t_i)} + \pi_2, \quad \forall t \in [t_i, t_M), \quad (4.16)$$

com $\pi_2 := \Psi_2(|\bar{\eta}(0)| + |\eta(0)|) e^{-\lambda_c t}$, $\Psi_2 \in \mathcal{K}$ e $0 < \lambda_c < \min\{\lambda_o, \lambda_m\}$ (vide Hsu *et al.* (2002, Lemma 1) para maiores detalhes).

O principal problema é que q^* é desconhecido e, portanto, não podemos implementar a lei UVC em (4.14). Em (Yan *et al.*, 2008) e (Oliveira *et al.*, 2007b), um esquema de chaveamento baseado em função de monitoração foi desenvolvido para lidar com a falta de conhecimento da direção de controle. Entretanto, apenas plantas SISO foram consideradas. Naquele caso, K_p era um escalar e depois de um número finito de trocas do sinal da lei de controle ($S_q = \pm 1$), a direção de controle correta pôde ser detectada. Para plantas não-lineares MIMO, a lei UVC é redefinida como

$$u = -S_q \varrho(\bar{\eta}, y, t) \frac{e}{|e|}, \quad e \neq 0, \quad \forall t \in [0, t_M), \quad (4.17)$$

onde ϱ satisfaz (4.15) e o mecanismo de chaveamento também baseado em função de monitoração é utilizado para decidir quando a matriz estática pré-compensadora S_q (Hespanha *et al.*, 2003) deva ser chaveada dentro da coleção de matrizes com $q \in \mathcal{Q}$.

³Visto que $e = 0$ corresponde a um conjunto de medida nula no sentido de Lebesgue, então, de acordo com a Teoria de Filippov, o valor do sinal de controle neste ponto é irrelevante. Contudo, com a finalidade de manter a consistência matemática, assume-se que $u = 0$ se $e = 0$.

4.4 Esquema de Chaveamento e Função de Monitoração

Agora construiremos a função de monitoração φ_m baseada em um limitante para a norma de e dado em (4.16). Relembrando que (4.16) é válido apenas se a matriz S_q é correta ($S_q = \mathcal{S}$), parece natural utilizarmos ζ como *benchmark* e decidir quando um chaveamento de S_q é necessário, ou seja, o chaveamento ocorrerá apenas quando (4.16) for violada. Todavia, como π_2 não é mensurável, considera-se a seguinte função, definida no intervalo $[t_k, t_{k+1})$, para substituir ζ :

$$\varphi_k(t) = |e(t_k)|e^{-\lambda_m(t-t_k)} + a(k)e^{-\lambda_c t}, \quad (4.18)$$

onde o instante de chaveamento t_k ajusta a mudança de índice $q \in \mathcal{Q}$, e assim comuta ciclicamente as matrizes S_q , e $a(k)$ é qualquer sequência positiva monotonicamente crescente e ilimitada. A função de monitoração φ_m pode, portanto, ser definida como

$$\varphi_m(t) := \varphi_k(t), \quad \forall t \in [t_k, t_{k+1}) \subset [0, t_M). \quad (4.19)$$

Note que a partir de (4.18) e (4.19), tem-se $|e(t_k)| < \varphi_k(t_k)$ at $t=t_k$. Por esta razão, o instante de chaveamento t_k é definido quando a função de monitoração $\varphi_m(t)$ encontra $|e(t)|$, isto é,

$$t_{k+1} := \begin{cases} \min\{t > t_k : |e(t)| = \varphi_k(t)\}, & \text{se este existir,} \\ t_M, & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (4.20)$$

onde $k \in \{0, 1, \dots\}$ e $t_0 := 0$ (vide Fig. 4.1). A seguinte desigualdade é obtida diretamente da definição (4.19)

$$|e(t)| \leq \varphi_m(t), \quad \forall t \in [0, t_M). \quad (4.21)$$

A Fig. 4.1 ilustra a norma do erro de rastreamento $|e|$ assim como a função de monitoração φ_m .

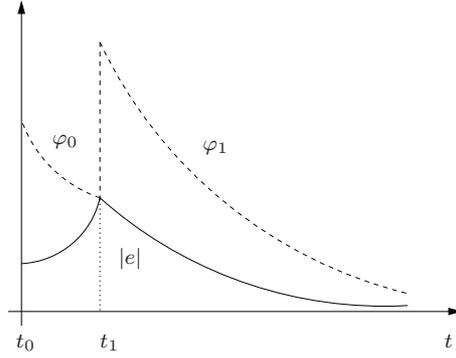


Figura 4.1: Trajetórias de φ_m e $|e|$.

Observação 4.1 (Soluções Ilimitadas e Infinitos Chaveamentos) *De acordo com (A2) e a Definição 4.1, o sistema em malha fechada (4.1)–(4.2) com a lei de controle (4.17) tem uma propriedade denominada unboundedness observability (UO), no sentido de que qualquer escape em tempo finito (ou mesmo infinito) de algum sinal do sistema pode ser observado na saída y . Assim, qualquer eventual escape é evitado se y (ou o erro de rastreamento e) permanece uniformemente limitado. Portanto, pela “característica exponencial decrescente” da função de monitoração φ_m em (4.19), é claro que soluções ilimitadas podem ocorrer apenas se φ_m apresentar um infinito número de chaveamentos ($k \rightarrow +\infty$).*

4.5 Análise de Estabilidade

A fim de levar em conta todas as condições iniciais do sistema em malha fechada, considere

$$z^T(t) := [z^0(t), e^T(t)], \quad z^0(t) := [|\eta(0)|, |\bar{\eta}(0)|]e^{-\gamma t}, \quad (4.22)$$

onde z^0 denota o *estado transitório* (Hsu *et al.*, 2002) e $\gamma > 0$ é uma constante genérica. O resultado principal é agora estabelecido.

Teorema 4.1 *Considere sistemas não-lineares transformáveis na forma normal (4.1)–(4.2) com lei de controle UVC (4.17) e função de monitoração (4.18)–(4.19). Assuma que (H1)–(H3) sejam verificadas. Se a função de modulação satisfaz (4.15), então o chaveamento da direção de controle termina após um número finito de chaveamentos. O sistema completo do erro (4.7) com estado $z(t)$ é globalmente assintoticamente estável com respeito a um conjunto compacto independente das condições iniciais e por fim exponencialmente convergente para zero. Além disso, todos os sinais do sistema em malha fechada permanecem uniformemente limitados e se $\delta > 0$ em (4.15), então o modo deslizante $e \equiv 0$ é alcançado em tempo finito.*

Prova: Ver Seção 4.9. ■

Observação 4.2 (Conjuntos Compactos e Transitórios Iniciais) *Note que os resultados de estabilidade com respeito a um conjunto compacto, não necessariamente pequeno, leva em conta o transitório inicial enquanto a função de monitoração ainda não parou de chavear. Isso significa que, mesmo que os erros iniciais sejam muito pequenos, o transitório inicial pode não ser correspondentemente pequeno.*

Observação 4.3 (Seleção da matriz S_q) *Sabe-se que se $-K_p S_q$ é Hurwitz todas as trajetórias do sistema convergem para a origem do espaço de estados do erro (Hsu et al., 2002, Lemma 1). Além disso, se $-K_p S_q$ não é Hurwitz, então para quase toda condição inicial (ou seja, exceto para um conjunto de medida nula) as trajetórias do sistema divergem ilimitadamente ou não convergem para a origem. Isso é uma contradição, visto que se o processo de chaveamento da direção de controle termina, de acordo com o Teorema 4.1, o estado do erro deve convergir para a origem. Então, quase sempre, a última matriz S_q selecionada faz com que $-K_p S_q$ seja Hurwitz.*

Observação 4.4 (Grau Relativo Arbitrário) *A generalização para sistemas não-lineares com grau relativo arbitrário é consideravelmente mais complexa. Alguns resultados preliminares podem ser encontrados em (Oliveira et al., 2007b) para o caso SISO. Analogamente a (Nunes e Oliveira et al., 2010), a idéia chave para superar o obstáculo do grau relativo é introduzir um compensador híbrido combinando, através de chaveamento, um observador de alto ganho (HGO) (Khalil, 2002) com um diferenciador robusto e exato (RED), baseado em modos deslizantes de ordem superior*

(Fridman et al., 2008), para atingirmos estabilidade global prática e uniforme, além de rastreamento assintótico exato.

Observação 4.5 (Direção de Controle Variante no Tempo) Assim como no método da função periódica apresentado no Capítulo 3, o esquema aqui desenvolvido baseado em função de monitoração será eficaz no tratamento de sistemas com direção de controle variante no tempo, ou seja $K_p(t)$. Contudo, é correto pensar que essa dependência com o tempo também não poderá ser arbitrária, o que demanda alguma hipótese sobre o comportamento das mudanças da direção de controle e ao mesmo tempo evitar o fenômeno de escape em tempo finito não excluído a priori para os sistemas não-lineares aqui tratados. Neste sentido, bastaria assumir que as mudanças na direção de controle são tais que estas não possam resultar em um comportamento Zeno ou no fenômeno de Fuller (Van der Schaft e Schumacher, 2000), isto é, não poderá haver um número infinito de chaveamentos da função de monitoração em um intervalo de tempo finito.

4.6 Aplicação ao Problema de Servovisão

Para ilustrar a aplicabilidade do esquema de chaveamento e monitoração proposto, considera-se um caso simples onde a planta é um integrador MIMO sem subsistema interno. O esquema de controle proposto é utilizado para resolver o problema de controle por servovisão para um manipulador robótico de 6-DOF realizando movimentos planares no espaço cartesiano e utilizando uma câmera fixa, não-calibrada, com eixo óptico ortogonal ao espaço de trabalho do robô.

O modelo simplificado para o movimento de um ponto do efetuador do robô (alvo) no sistema de coordenadas da imagem da câmera, assim como os sistemas de coordenadas do robô, da imagem e da câmera são ilustrados nas Figs. 4.2 e 4.3.

4.6.1 Controle Cinemático Servovisual

Primeiramente, considera-se o problema de controle cinemático para um robô manipulador não-redundante. Nesta abordagem, a posição do efetuador do robô $x \in \mathbb{R}^n$ é dada pelo mapeamento cinemático direto $x = f(\theta)$, onde $\theta \in \mathbb{R}^m$ é o vetor de ângulos das juntas do manipulador e $m \geq n$.

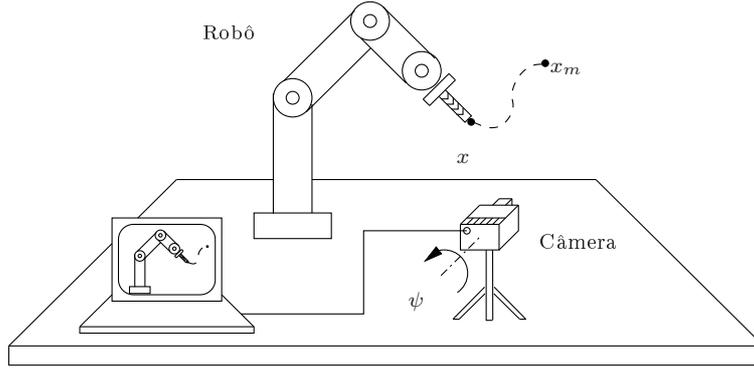


Figura 4.2: Problema de servovisão: posições do efetuador do robô x e desejada x_m .

A cinemática diferencial pode ser obtida a partir da derivada temporal do mapeamento cinemático direto sendo dada por

$$\dot{x} = J(\theta) \dot{\theta},$$

onde $J(\theta) = \frac{\partial f}{\partial \theta} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ é o Jacobiano do manipulador. Esse modelo pode ser aplicado a maioria dos robôs comerciais com elevado fator de redução nas engrenagens e/ou quando a velocidade da tarefa é lenta. Assim sendo, considerando $\dot{\theta}_i$ como a entrada de controle v_i ($i = 1, \dots, m$), obtém-se o seguinte sistema

$$\dot{x} = J(\theta) v. \quad (4.23)$$

Uma lei de controle cartesiana u pode ser transformada em sinais de controle das juntas utilizando-se

$$v = J^{-1}(\theta) u, \quad (4.24)$$

desde que u não leve o robô manipulador para configurações com singularidades, ou seja, $J(\theta)$ é não-singular.

Agora o problema de controle por servovisão de um robô manipulador será considerado. Neste contexto, a abordagem por servovisão é utilizada para fecharmos a malha de controle de posição do efetuador do robô. Seja $y \in \mathbb{R}^2$ a posição do efetuador e $y_m \in \mathbb{R}^2$ a trajetória desejada a ser efetuada por um alvo fixado na extremidade do braço robótico, ambas expressas no plano de coordenadas da imagem da câmera. O objetivo de controle pode ser descrito por fazer

$$y \rightarrow y_m(t), \quad e = y - y_m \rightarrow 0, \quad (4.25)$$

onde $e \in \mathbb{R}^2$ é o erro de imagem.

Aqui, considera-se que o robô manipulador realiza movimentos planares no espaço cartesiano e, portanto, $n = m = 2$ e $x \in \mathbb{R}^2$. Considerando uma câmera CCD (*charge-coupled device*) monocular fixa com eixo óptico *perpendicular* ao sistema de coordenadas do robô, a transformação câmera/espço de trabalho (Hutchinson *et al.*, 1996) pode ser representada por

$$y = K_p x + y_0, \quad (4.26)$$

com

$$K_p = \frac{f_0}{f_0 + z_0} \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 \\ 0 & \alpha_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\text{sen}(\psi) \\ \text{sen}(\psi) & \cos(\psi) \end{bmatrix},$$

onde y_0 é um termo constante que depende da posição do sistema de coordenadas da câmera com respeito ao sistema de coordenadas do robô, K_p é a *matriz de transformação câmera/espço de trabalho* e considera o ângulo de orientação ou desalinhamento da câmera ψ (vide Fig. 4.2) com respeito ao sistema de coordenadas do robô, f_0 é a distância focal da câmera, z_0 é a distância (profundidade) do sistema de coordenadas da imagem da câmera com relação ao espaço de trabalho do robô (em geral $z_0 \gg f_0$), e $\alpha_1, \alpha_2 > 0$ são fatores de escala da câmera [pixel/mm].

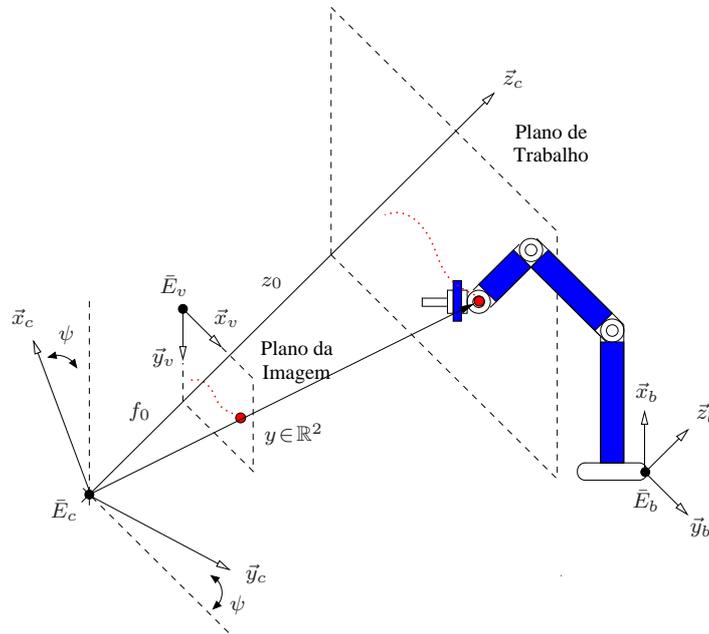


Figura 4.3: Sistemas de Coordenadas: câmera $\bar{E}_c = [\vec{x}_c \ \vec{y}_c \ \vec{z}_c]$, imagem $\bar{E}_v = [\vec{x}_v \ \vec{y}_v \ \vec{z}_v]$ e robô $\bar{E}_b = [\vec{x}_b \ \vec{y}_b \ \vec{z}_b]$. Note que \bar{E}_c e \bar{E}_b estão alinhados apenas com respeito ao eixo- z .

O problema de controle cartesiano no sistema de coordenadas da imagem da câmera é descrito a partir de (4.26) por

$$\dot{y} = K_p u, \quad (4.27)$$

onde $u \in \mathbb{R}^2$ é a lei de controle a ser projetada.

Baseado em (4.27) e considerando uma lei de controle *feedforward* mais proporcional dada por

$$u = K_p^{-1}[\dot{y}_m + K(y_m - y)], \quad (4.28)$$

tem-se que a dinâmica do erro de imagem é governada por $\dot{e} + K e = 0$. Assim, por uma escolha apropriada da matriz positiva definida K , $e \rightarrow 0$ exponencialmente quando $t \rightarrow +\infty$.

Entretanto, assumindo que os parâmetros intrínsecos e extrínsecos do modelo da câmera são *incertos* (câmera não-calibrada), a matriz de transformação K_p também é incerta. Conseqüentemente, a lei de controle (4.28) não garante rastreamento assintótico da trajetória desejada, uma vez que o sistema em malha fechada não é perfeitamente linearizado.

Neste contexto, alguns esquemas adaptativos foram propostos com o intuito de lidar com as incertezas nos parâmetros de calibração da câmera (Astolfi *et al.*, 2002; Kelly *et al.*, 1999; Papanikolopoulos e Khosla, 1994; Zachi *et al.*, 2006; Zergeroglu *et al.*, 1999). Contudo, é sabido que estratégias adaptativas podem resultar em comportamento transitório ruim e falta de robustez a dinâmicas não-modeladas. Além disso, devido a restrições dos algoritmos de controle, nessas abordagens o ângulo de orientação da câmera ψ deve ser escolhido dentro da faixa $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$.

4.6.2 Controle Vetorial Unitário para Servovisão

No que se segue, a combinação do controlador vetorial unitário e o esquema de chaveamento baseado em função de monitoração são aplicados para resolver o problema de controle por servovisão de manipuladores robóticos na presença de incertezas nos parâmetros da câmera e sujeito a *qualquer* desalinhamento do ângulo da mesma.

Para ilustrar a propriedade de rejeição de perturbação do esquema proposto, adicionamos uma perturbação artificial $d(\theta) = [\theta_1^2 \ \theta_2^2]^T$ à entrada de controle u utilizando-se medidas θ obtidas de *encoders* do robô. Então, a partir do mapeamento cinemático inverso e (4.26), o problema de controle cartesiano no sistema de coordenada da imagem pode ser reescrito como (4.2) com um $\phi_1(y, t)$ apropriado.

A função de monitoração φ_m (4.18)-(4.19) é utilizada para trocar a matriz S_q em (4.17). O conjunto finito de matrizes S_q , $q \in \mathcal{Q} = \{0, 1, 2, 3\}$ pode ser escolhido como:

$$S_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad S_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad S_2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad S_3 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Assim, para qualquer ângulo de desalinhamento ψ , $-K_p S_q$ é Hurwitz para algum S_q e a restrição usual $|\psi| < \frac{\pi}{2}$ pode ser removida. O diagrama em blocos do sistema de controle é apresentado na Fig. 4.4.

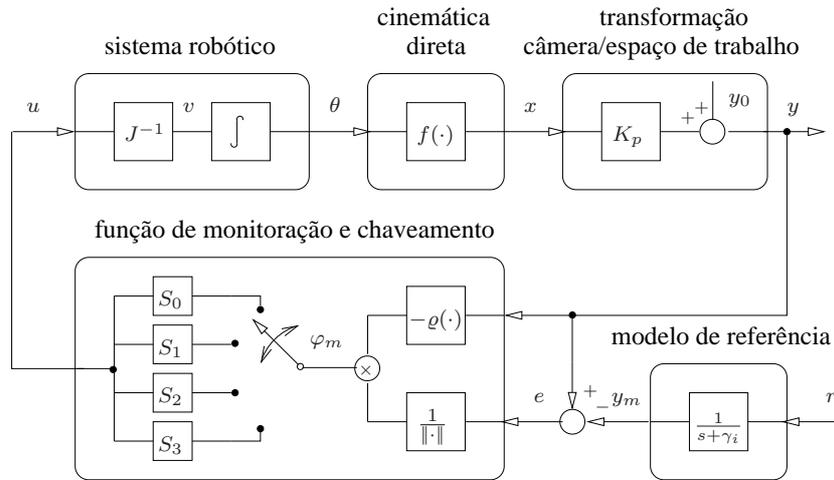


Figura 4.4: Diagrama em blocos: esquema de controle servovisual proposto.

4.7 Experimentos e Resultados

Nesta seção descreve-se o ambiente experimental utilizado para a obtenção dos resultados e testes realizados que ilustram o desempenho do esquema de controle proposto.

4.7.1 Ambiente Experimental

Os resultados experimentais foram obtidos através da implementação do controlador proposto em um robô manipulador de 6-DOF Zebra Zero (Integrated Motions, Inc.). Os efeitos dinâmicos são desprezíveis neste robô devido ao seu elevado fator de redução nas engrenagens das juntas e ao alto ganho na sua malha de controle de velocidade.

Uma câmera KP-D50 CCD (Hitachi, Ltd.) com distância focal $f_0 = 6$ [mm] e fatores de escala $\alpha_1 = 119$ e $\alpha_2 = 102$ [pixel/mm] foi montada em frente ao Zebra Zero (vide Fig. 4.5 do ponto de vista da câmera com $\psi \approx 0$). A profundidade média do plano da imagem para o espaço de trabalho do robô é $z_0 = 1$ [m]. A característica da imagem (*target*) extraída são as coordenadas do centróide de um disco vermelho fixado no punho do robô. As imagens de 640×480 [pixel] são capturadas utilizando-se uma placa *Meteor frame-grabber* (Matrox, Ltd.) com taxa de amostragem de 30 *frames* por segundo.

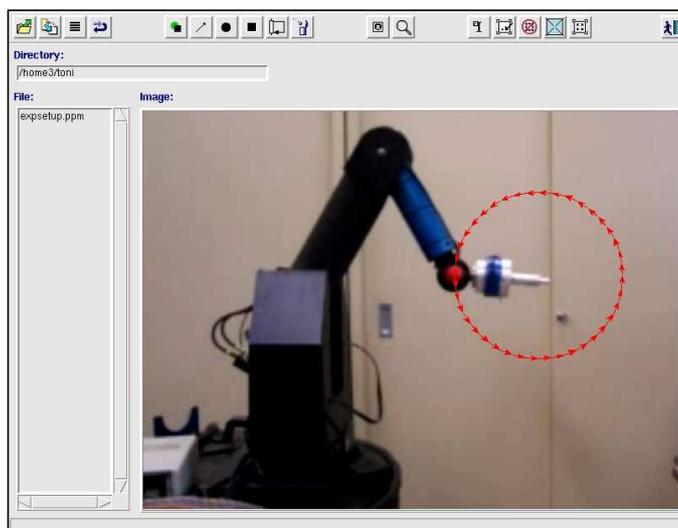


Figura 4.5: Ambiente Experimental.

O controlador servovisual é codificado em linguagem C e executado a cada 35.0 [ms] em um processador *Pentium Pro* 200 MHz com 64 Mbytes de memória RAM utilizando o sistema operacional Linux. O controle de velocidade das juntas gerado pela lei de controle servovisual alimenta a placa ISA do Zebra Zero, fechando a malha de velocidade a partir de um microcontrolador HCTL1100 (HP Inc.) operando em modo de velocidade proporcional com período de amostragem de 0.52 [ms].

O processamento de imagem no formato RGB é realizado em uma subjanela de tamanho 100×100 [pixel]. A primeira estimativa das coordenadas do centróide são executadas *off-line* utilizando-se uma Interface Gráfica de Usuário (GUI) desenvolvida em linguagem Tcl/Tk (Leite e Lizarralde, 2006) como mostrado na Fig. 4.5. Durante a execução da tarefa, a característica da imagem é computada utilizando o algoritmo de momentos de imagens (Haralick e Shapiro, 1993). Devido a sensibilidade ao ruído, o ganho proporcional na malha de controle de velocidade não é grande o suficiente para eliminar o erro em regime permanente devido aos efeitos da gravidade. Essa perturbação foi identificada *off-line* utilizando um método baseado em mínimos quadrados e depois efetivamente compensada (Spong e Vidyasagar, 1989).

4.7.2 Resultados Experimentais

Os testes experimentais são realizados sem qualquer procedimento de calibração. A trajetória desejada y_m é gerada pelo modelo (4.4), com $\gamma_1 = \gamma_2 = 1$, e $r^T = [r_1, r_2]$ com sinais de referência

$$r_1 = y_1(0) + c_a R [1 - \cos(\omega_r t)], \quad (4.29)$$

$$r_2 = y_2(0) + c_b R [\text{sen}(\omega_r t)], \quad (4.30)$$

onde $y^T(0) = [y_1(0), y_2(0)]$ é a posição inicial das coordenadas do centróide no sistema de coordenadas da imagem, c_a e c_b são parâmetros constantes que determinam a direção de movimento, R e ω_r são o raio e a velocidade angular da trajetória de referência, respectivamente.

Nesses experimentos, o robô manipulador tem que executar o rastreamento de uma trajetória circular especificada no sistema de coordenadas da imagem com $R = 40$ [pixel] e $\omega_r = \frac{\pi}{5}$ [rad/s]. Outros parâmetros relevantes são: $y_1(0) = 330$ [pixel], $y_2(0) = 275$ [pixel] e $c_a = c_b = 1$. O ângulo inicial de rotação da câmera considerado foi $\psi \approx \pi$ [rad].

A função de monitoração φ_m é obtida a partir de (4.18)-(4.19) com $a(k) = k + 1$, $\lambda_m = \lambda_c = 0.9$. Uma constante de valor 15 foi adicionada a φ_m para reduzir modificações espúrias na direção de controle devido a ruídos de medição. Além disso, sabe-se que o ruído de medição causa *chattering* no sinal de controle. Entretanto, como mencionado no exemplo da Seção 3.5 no Capítulo 3, este pode ser suavizado

utilizando-se o método da camada de fronteira (Edwards e Spurgeon, 1998) na lei de controle UVC. A função de modulação foi implementada a fim de satisfazer (4.15) e um limitante superior para $d(\theta)$ foi obtido utilizando-se o mapeamento cinemático direto. Todos os testes foram pensados de forma a evitar singularidades no Jacobiano em (4.24). Com o intuito de simplificar a implementação do controlador, a função de modulação foi escolhida constante (igual a 28), que mostrou-se suficiente para garantir o rastreamento desejado.

A Fig. 4.6 mostra o comportamento da função de monitoração φ_m e da norma do erro $|e|$. O sinal de controle foi inicializado com a matriz S_0 (que não é a matriz correta para $\psi = \pi$). Em seguida, o ângulo de orientação da câmera foi modificado para $\psi \approx \pi/2$. Note que, apenas no quarto chaveamento (SW) pelo conjunto inde-
xado \mathcal{Q} , isto é $k = 4$, a matriz correta S_0 é novamente selecionada (considerando agora que $\psi = \pi/2$ e $-K_p S_0$ é Hurwitz) e depois disso $|e| \rightarrow 0$.

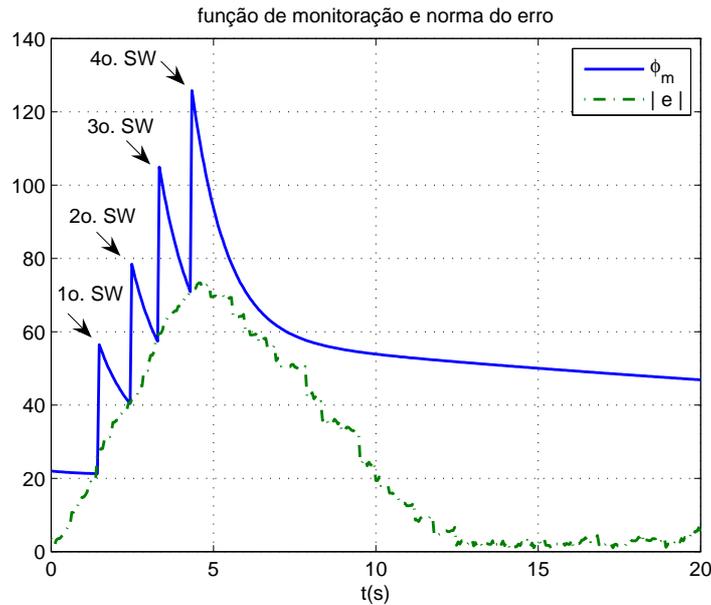


Figura 4.6: Função de Monitoração (φ_m) e norma do erro ($|e|$).

A Fig. 4.7 descreve o erro de imagem e e o sinal de controle u , respectivamente. Note que, a convergência assintótica do erro para um conjunto residual é evidente. A trajetória do alvo é ilustrada na Fig. 4.8, onde observa-se que o rastreamento é alcançado mesmo para $|\psi| > \pi/2$ e mudanças em ψ artificialmente introduzidas durante o experimento.

Apesar das incertezas cinemáticas devido a flexibilidade do manipulador robótico e a não-linearidades do tipo *backlash* provenientes de folgas nas engrenagens das juntas do robô, o controlador vetorial unitário e por modos deslizantes proposto mostrou-se bastante robusto e conseguiu garantir um excelente desempenho no rastreamento de trajetória.

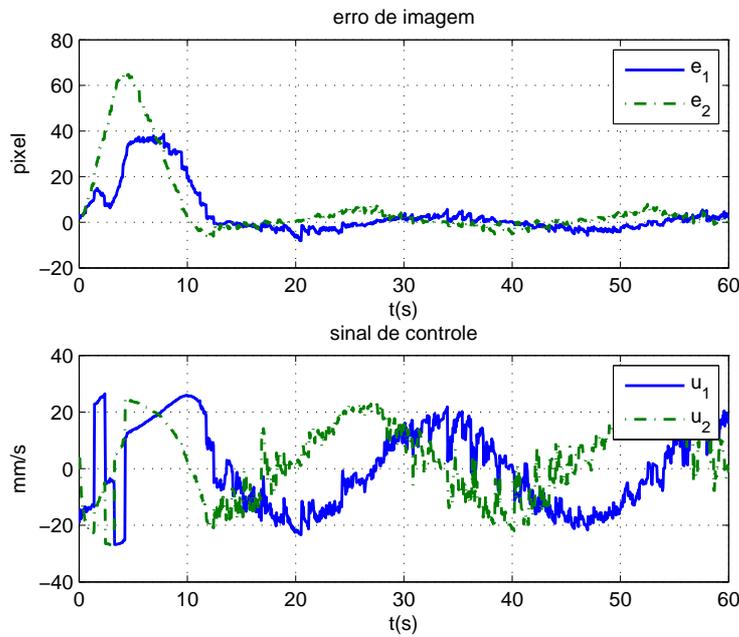


Figura 4.7: Erro de imagem (e) e sinal de controle (u).

4.8 Conclusões

Um controlador por modos deslizantes utilizando a função de monitoração foi recentemente introduzido para sistemas não-lineares SISO com direção de controle desconhecida (Oliveira *et al.*, 2007b). Neste capítulo, a abordagem proposta permite incluir não-linearidades fortes no estado não-medido e lidar com sistemas multivariáveis e de grau relativo um. A estratégia é baseada no controle vetorial unitário por realimentação de saída para gerar o modo deslizante ideal e em um esquema de monitoração para reduzir o conhecimento sobre a matriz de HFG usualmente requerido por outros métodos. A estabilidade global assintótica com respeito a um conjunto compacto e o rastreamento exato da saída são provados. O controlador proposto foi testado com sucesso em um experimento de servovisão robótica. Além disso, foi removida a restrição sobre o ângulo de orientação da câmera usualmente requerido nas estratégias adaptativas.

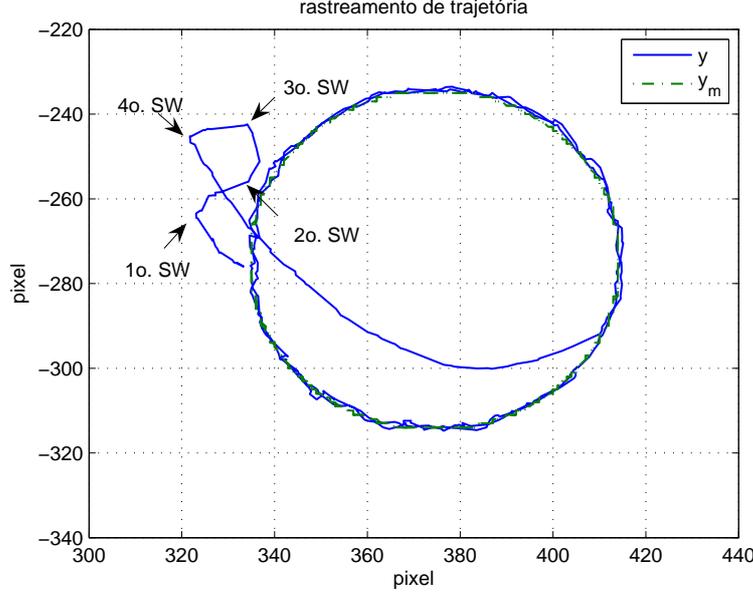


Figura 4.8: Rastreamento de trajetória no plano da imagem.

4.9 Demonstração do Teorema 4.1

Daqui em diante, $k_i > 0$ denota constantes independentes das condições iniciais e $\Psi_i(\cdot) \in \mathcal{K}$. A prova é conduzida em quatro partes a seguir.

(1) *O chaveamento da direção de controle termina:* Motivado pela Observação 4.1, suponha por contradição que as trocas ou chaveamentos de S_q em (4.17) ocorram sem parar $\forall t \in [0, t_M)$, onde t_M pode ser finito ou infinito. Então, $a(k)$ em (4.18)-(4.19) cresce ilimitadamente à medida que $k \rightarrow +\infty$. Assim sendo, existe um valor finito κ tal que para $k \geq \kappa$: (i) o termo $a(k)e^{-\lambda ct}$ será um majorante de $|\pi_2(t)|$ em (4.16) e (ii) $-K_p S_q$ é Hurwitz. A partir de (i), $\varphi_m(t) > \zeta(t)$, $\forall t \in [t_\kappa, t_{\kappa+1})$, com ζ em (4.16). A partir de (ii), ζ é um limitante válido para $|e|$. Conseqüentemente, nenhum chaveamento ocorrerá após $t = t_\kappa$, i.e., $t_{\kappa+1} = t_M$ (veja (5.28)), levando-nos assim a uma contradição. Deste modo, o chaveamento de φ_m (4.19) tem que parar após um número finito de chaveamentos $k = N$ e $t_N \in [0, t_M)$.

(2) *Estabilidade com respeito a um conjunto compacto:* Não é difícil concluir que N pode ser relacionado com $|z(0)|$, visto que $\pi_2(0) \leq k_1|z(0)|$ por definição. De fato, pode-se escrever $N \leq \Psi_1(|z(0)|) + k_2$. Assim, tem-se que $a(N) \leq \Psi_2(|z(0)|) + k_3$. Agora, a partir de (4.18)-(4.21), $\|e(t)\| \leq \|e(t_k)\| + a(k)$, $\forall t \in [t_k, t_{k+1})$ e a simples desigualdade linear recursiva $\|e(t_{k+1})\| \leq \varphi_k \leq \|e(t_k)\| + a(k)$ pode ser obtida, levando à conclusão que $\|e(t_k)\| \leq \|e(0)\| + Na(N)$. Conseqüentemente, obtém-se $|z(t)| \leq \Psi_3(|z(0)|) + c_z$, $\forall t \in [0, t_M)$, onde c_z é uma constante positiva. Deste modo, dado $R > c_z$, para $|z(0)| < R_0$ com $R_0 \leq \Psi_3^{-1}(R - c_z)$, tem-se que $|z(t)|$ estará sempre limitado por R à medida que $t \rightarrow t_M$. Isso implica que $z(t)$ é uniformemente limitado e não pode escapar em tempo finito, isto é, $t_M = +\infty$. Por esta razão, a estabilidade com respeito à bola de raio c_z é garantida para $z(0)$ dentro da bola- R_0 . Uma vez que R e, portanto, R_0 podem ser escolhidos arbitrariamente grandes, a estabilidade global é concluída.

(3) *Sinais limitados e convergência exponencial para zero:* Uma vez que o chaveamento da direção de controle pára e φ_m converge para zero exponencialmente, então, conclui-se (independentemente de uma matriz $-K_p S_q$ Hurwitz ser selecionada em $k = N$) que $e(t)$ e $z(t)$ em (4.22) convergirão para zero ao menos exponencialmente. Relembrando que y_m é uniformemente limitado e que $y = e + y_m$, a partir de (H2) conclui-se que todos os sinais do sistema em malha fechada são uniformemente limitados.

(4) *Modo Deslizante Ideal:* É sabido que se $-K_p S_q$ é Hurwitz, todas as trajetórias do sistema convergem para a origem do espaço de estado do erro (Cunha *et al.*, 2003, Lemma 1). Além disso, se $-K_p S_q$ não é Hurwitz, então para quase toda condição inicial (i.e., exceto para um conjunto de medida nula) as trajetórias do sistema divergem ilimitadamente ou não convergem para a origem. Isso é uma contradição, visto que se o processo de chaveamento cessa, de acordo com o item (3) acima, o estado deve convergir para a origem. Assim, *quase sempre*, a última matriz S_q selecionada é tal que $-K_p S_q$ seja Hurwitz. Portanto, a partir de (Cunha *et al.*, 2003, Lemma 1), podemos adicionalmente concluir que $e(t)$ torna-se identicamente nulo após um tempo finito desde que $\delta > 0$ em (4.15). ■

Capítulo 5

Sistemas Fortemente Não-Lineares com Grau Relativo Arbitrário

O rastreamento de trajetórias para sistemas incertos fortemente não-lineares com grau relativo arbitrário vem sendo reconhecido como um problema desafiador nos últimos anos e não é surpreendente que a maioria dos resultados com realimentação de saída impõem hipóteses restritivas nos campos vetoriais não-lineares tais como condições de crescimento particular ou a existência de uma constante de Lipschitz global. Até agora, resultados de estabilidade global têm sido obtidos apenas para uma classe restrita de plantas não-lineares e é sabido que há plantas muito simples com não-linearidades polinomiais que não podem ser globalmente estabilizadas por realimentação de saída (Andrieu e Praly, 2009; Mazenc *et al.*, 1994).

Em geral, para resolver o problema, alguma estimativa do estado da planta, ou ao menos da sua norma, é necessária. Neste sentido, observadores de alto ganho (HGO) são utilizados devido a sua robustez a incertezas paramétricas e erro de estimação arbitrariamente pequeno. Entretanto, o preço a ser pago é a geração do fenômeno de *peaking* que potencialmente pode levar a transitórios ruins ou mesmo à instabilidade quando o *peaking* é transmitido para a planta (Sussmann e Kokotović, 1991).

Esfandiari e Khalil (1992), Teel e Praly (1995) e Oh e Khalil (1997) propuseram estratégias baseadas no *globally bounded control* (GBC), que consiste essencialmente em saturar o sinal de controle a fim de evitar os efeitos danosos do fenômeno de *peaking*. Contudo, o GBC não pode garantir estabilidade global para classes muito simples porém relevantes, como por exemplo, para plantas lineares instáveis ou

sistemas não-lineares globalmente Lipschitz. Com o intuito de aumentar o domínio de estabilidade, o nível de saturação do sinal de controle tem de ser aumentado. Isso por outro lado pode resultar em transitórios inaceitáveis visto que quantidades significativas do *peaking* continuam sendo transmitidas para a planta.

Em (Oliveira *et al.*, 2008c), foram propostas duas estratégias de controle por modos deslizantes que evitam os efeitos do *peaking* de acordo com a classe de sistemas não-lineares a ser controlada. No caso mais simples de sistemas com condição de crescimento linear nos estados não-medidos, obtém-se estimativas para a norma do estado completo via *observadores da norma* (Capítulo 4, Definição 4.1) ou, de forma similar, a partir dos filtros de entrada-saída descritos no Capítulo 3 - equação (3.8). De modo geral, tais estimadores da norma não são triviais de serem projetados uma vez que sua existência está ligada ao conhecimento de uma função de Lyapunov-IOSS (Krichman *et al.*, 2001; Sontag e Wang, 1997). Deste modo, para incluir sistemas mais gerais com não-linearidades fortes nos estados não-medidos (por exemplo, polinomiais), a segunda estratégia apresentada em (Oliveira *et al.*, 2008c) e consolidada em (Oliveira *et al.*, 2010b) é revisitada neste capítulo. Esta estratégia obtém estimativas para a norma do estado via alto ganho, ou seja, a partir de observadores de alto ganho (HGO). O *peaking* no sinal de controle é evitado completamente introduzindo-se o conceito de período de espera ou *dwell-time* (De Persis *et al.*, 2002; Freidovich e Khalil, 2007; Hespanha *et al.*, 2003) na ativação do sinal de controle.

Algumas vantagens obtidas com o controlador desenvolvido neste capítulo são comportamento transitório uniforme, estabilidade global ou semi-global, aumento do domínio de estabilidade, menor erro residual no rastreamento de trajetória, recuperação do desempenho dos controladores baseados em realimentação de estados (*state-feedback performance recovery*) com menores ganhos para o observador e uma consequente maior robustez a ruídos de medição, quando comparado com a abordagem GBC utilizada em (Oh e Khalil, 1997; Teel e Praly, 1995). Uma outra novidade apresentada aqui é um *esquema de monitoração* que é utilizado como *detector de peaking* induzido por perturbações exógenas na saída da planta. Assim, os efeitos do fenômeno de *peaking* gerado por perturbações de saída não-suaves podem ser automaticamente suavizados. Simulações ilustram a eficácia da estratégia de controle proposta.

O conteúdo desse capítulo é fruto de cinco publicações apresentadas nos periódicos (Oliveira *et al.*, 2010b,c) e nos congressos (Oliveira *et al.*, 2008b,c, 2009a).

5.1 Exemplo de Motivação

Considere o seguinte sistema não-linear de segunda ordem, tomado emprestado de (Khalil, 2002, p. 614)

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = x_2^3 + u, \quad y = x_1,$$

que pode ser globalmente estabilizado pelo controlador via realimentação de estado dado por: $u = -x_2^3 - x_1 - x_2$. Para implementar essa lei de controle utilizando apenas as medidas da saída y , podemos utilizar o seguinte controlador baseado em observador de alto ganho (HGO)

$$u = -\hat{x}_2^3 - \hat{x}_1 - \hat{x}_2, \quad \dot{\hat{x}}_1 = \hat{x}_2 + (2/\mu)(y - \hat{x}_1), \quad \dot{\hat{x}}_2 = (1/\mu^2)(y - \hat{x}_1),$$

onde $\mu > 0$ é um pequeno parâmetro e $1/\mu$ é visto como o ganho do HGO. O ganho do observador posiciona os auto-valores do HGO em $-1/\mu$. As condições iniciais escolhidas são $x_1(0) = 0.1$, $x_2(0) = \hat{x}_1(0) = \hat{x}_2(0) = 0$. Aqui, o erro de estimação $\tilde{x} := x - \hat{x}$ conterá um termo da forma $(1/\mu)e^{-at/\mu}$ para algum $a > 0$. Apesar deste termo exponencial decair rapidamente, ele exhibe um comportamento impulsivo onde o transitório chega a valores da ordem $\mathcal{O}(1/\mu)$ à medida que $\mu \rightarrow 0$. Esse comportamento é conhecido como fenômeno de *peaking* (Sussmann e Kokotović, 1991), (Khalil, 2002). No presente exemplo, o *peaking* é induzido pela diferença $[y(0) - \hat{x}_1(0)]/\mu$ quando μ é pequeno.

O impacto do *peaking* no sinal de controle pode ser observado quando este é transmitido para a planta, o que também induz *peaking* no estado da planta. Assim, se o estado é afastado do domínio de atração, isso pode instabilizar o sistema. De fato, isso é o que ocorre neste exemplo quando decrescemos μ para 0.004 e o sistema apresenta um escape em tempo logo após $t = 0.07s$ (curvas não mostradas).

Felizmente, como mostrado em (Esfandiari e Khalil, 1992), (Oh e Khalil, 1995)- (Teel e Praly, 1995), o sinal de *peaking* pode ser enfrentado saturando-se o sinal de controle fora de uma região compacta de interesse a fim de proteger a planta do *peaking*.

De fato, definindo-se a função de saturação como

$$\text{sat}(v) = \begin{cases} v, & \text{if } |v| \leq M \\ M \text{sgn}(v), & \text{if } |v| > M, \end{cases}$$

onde a constante $M > 0$ é o nível de saturação máximo, o sinal de controle saturado

$$u = \text{sat}(-\hat{x}_2^3 - \hat{x}_1 - \hat{x}_2),$$

com $M = 1$ recupera o mesmo desempenho da resposta sob realimentação de estado quando μ é diminuído para valores pequenos o bastante. Além disso, o sistema não apenas permanece estável, mas a região de atração sob esse *globally bounded control* (GBC) via realimentação de saída se aproxima da região de atração sob o outro utilizando realimentação de estados à medida que μ tende para zero (Atassi e Khalil, 1999), (Atassi e Khalil, 2001).

Contudo, um interessante e importante efeito que aparentemente permaneceu despercebido na literatura foi por nós observado. A fim de aumentarmos a região de atração utilizando o projeto do GBC (via realimentação de saída ou estado), o nível de saturação do controle M tem que ser aumentado em geral. Entretanto, essa mudança sozinha pode resultar em degradação do transitório assim como uma prévia contração da região de atração. Esse efeito pode ser explicado intuitivamente pelo fato de que, para um μ fixo, uma maior energia do *peaking* pode ser transmitida para a planta. Com o intuito de evitar essa situação, o parâmetro μ tem que ser também reduzido o suficiente, conforme os resultados de *performance recovery* em (Atassi e Khalil, 1999).

O retrato de fase do sistema em malha fechada sob $u = \text{sat}(-x_2^3 - x_1 - x_2)$ com $M = 1$ tem uma região de atração limitada por um ciclo limite. Na Fig. 5.1, a interseção da fronteira da região de atração correspondente a $u = \text{sat}(-\hat{x}_2^3 - \hat{x}_1 - \hat{x}_2)$ com o plano x_1 - x_2 se aproxima do ciclo limite quando μ tende a zero.

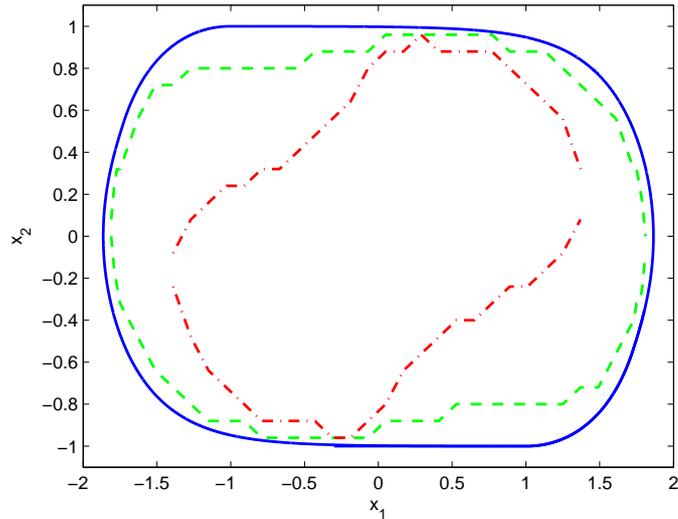


Figura 5.1: A região de atração sob realimentação de estados (linha contínua) e a interseção da região de atração sob realimentação de saída com o plano x_1 - x_2 para $\mu = 0.1$ (linha ponto-tracejada) e $\mu = 0.01$ (linha tracejada).

Na Fig. 5.2, M foi ampliado para 100 e um acentuado *encolhimento* da região de atração pode ser observado com o parâmetro do HGO fixado em $\mu = 0.01$. Para recuperar o domínio da realimentação de estados, μ tem que ser aproximadamente 20 vezes. Isso pode causar dificuldades em aplicações no mundo real devido ao aumento de sensibilidade a ruído de medição. Além disso, como mostrado na Fig. 5.3, o desempenho é deteriorado em termos de um grande transitório do erro, particularmente para condições iniciais pequenas dentro do domínio de atração. Uma redução muito intensa de μ , abaixo de 0.00017 (cerca de 60 vezes!), é necessária para recuperar o desempenho transitório do controlador via realimentação de estados.

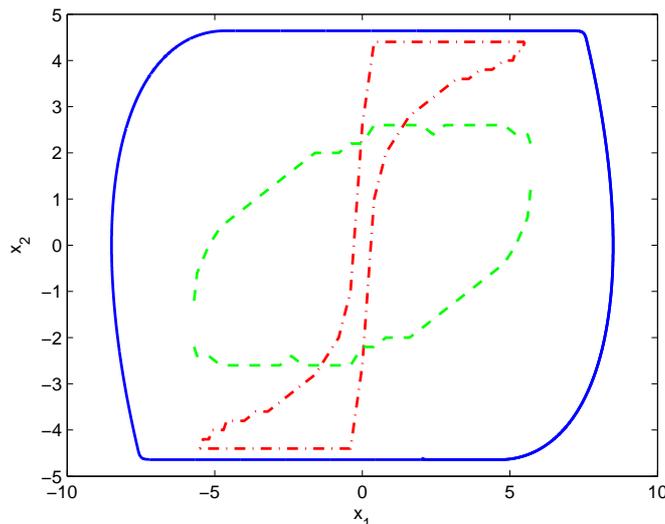


Figura 5.2: A região de atração sob realimentação de estado (linha contínua) considerando $M = 100$ e a interseção das regiões de atração sob realimentação de saída com o plano x_1 - x_2 para $\mu = 0.01$: output-feedback GBC (linha ponto-tracejada) e output-feedback GBC mais *dwell-time* (linha tracejada).

A partir deste simples exemplo, é razoável esperar que leis de controle que evitem o *peaking* completamente podem prover maiores regiões de atração e melhor desempenho transitório. Com esta finalidade, nós propomos um “*dwell-time*” na ativação do sinal de controle e mostramos que isso realmente é verdade. Seguindo essa estratégia, a lei de controle $u = -\hat{x}_2^3 - \hat{x}_1 - \hat{x}_2$ é aplicada apenas após um certo intervalo de tempo τ_D , escolhido grande o bastante, permitindo que o transitório nos estados do HGO se acomode, e pequeno o suficiente para evitar qualquer eventual escape em tempo finito. O cálculo exato e um mecanismo prático de sintonia para o *dwell-time* τ_D serão apresentados mais adiante. Por definição, para $t \leq \tau_D$, fazemos $u := 0$. Naturalmente, outras possibilidades para especificar o valor de u durante o *dwell-time* poderiam ser imaginadas. Podemos checar as melhoras obtidas quando um *dwell-time* de $\tau_D = 0.05$ s é introduzido no projeto do GBC, inicialmente com o mesmo parâmetro $\mu = 0.01$. Quando comparado ao GBC tradicional, aumentando-se o nível de saturação para $M = 100$, uma redução apenas de 4 vezes (ao invés de 20 vezes) do parâmetro μ é necessária para recuperar o *domínio de atração* da realimentação de estados.

Além disso, deve-se destacar que nenhuma redução adicional é requerida para o *state-feedback performance recovery*, enquanto que para o GBC tradicional, uma redução total de 60 vezes foi necessária, vide Fig. 5.3.

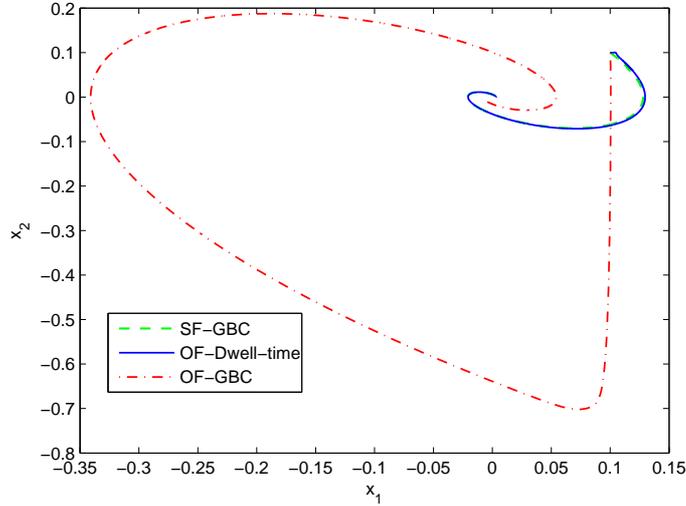


Figura 5.3: Retrato de fase do sistema em malha fechada sob controle via: state-feedback (SF-GBC) e output-feedback (OF-GBC e OF-*dwell-time*). O estado inicial é $x(0)=[0.1 \ 0.1]^T$ e o parâmetro do HGO $\mu = 0.01$.

Aqui, foi verificado por simulações que um ganho inaceitável para o HGO pode ser necessário para assegurar um perfeito *state-feedback performance recovery* o que pode impedir sua aplicação na prática, principalmente devido aos problemas de discretização e sensibilidade a ruído de medição. Isso pode ser explicado visto que o nível de saturação utilizado no GBC ainda permite a transmissão de uma parcela da energia do *peaking* para a planta. Essa recuperação é mais crítica se for desejável garantir grandes domínios de atração uma vez que um maior nível de saturação é necessário. Neste caso, se o ganho do HGO não é acrescido severamente, isso pode resultar em transitórios não-uniformes em todo o domínio (particularmente para condições iniciais pequenas) já que uma maior energia do *peaking* é então transmitida para a planta.

Os experimentos acima foram conduzidos com o *dwell-time* sendo aplicado no contexto do GBC. Entretanto, vale a pena mencionar que nossa estratégia não requer um *globally bounded control* (ou função de saturação). Assim, além dos resultados semi-globais já esperados com o GBC (exceto para casos particulares, *e.g.*, o duplo integrator (Stoorvogel *et al.*, 2004)), a abordagem via *dwell-time* abre a possibilidade de obtermos estabilidade ou rastreamento global quando a globalidade é impedida pela saturação, por exemplo em lidar com plantas instáveis em malha aberta.

5.2 Formulação do Problema

Considere a classe de sistemas incertos SISO não-lineares (1.1), afins no controle e transformáveis por um difeomorfismo global $(\bar{x}, t) = T(x, t)$ na seguinte *forma normal* (Khalil, 2002) particular:

$$\dot{\eta} = A_0\eta + f_0(x, t), \quad \dot{\xi} = A_\rho\xi + B_\rho k_p(x, t)[u + d_\phi(x, t)], \quad y = C_\rho\xi, \quad (5.1)$$

onde $u \in \mathbb{R}$ é a entrada de controle, $y \in \mathbb{R}$ é a saída medida, $\bar{x}^T := [\eta^T \ \xi^T] \in \mathbb{R}^n$ é o estado não-disponível com $\eta \in \mathbb{R}^{n-\rho}$ e $\xi = [y \ \dot{y} \ \dots \ y^{(\rho-1)}]^T$, A_0 é uma matriz constante incerta de dimensão apropriada e a tripla (A_ρ, B_ρ, C_ρ) está na forma controlador de Brunovsky, isto é, representando uma cadeia de ρ integradores (Marino e Tomei, 1995). O sistema não-linear (5.1) tem grau relativo arbitrário ρ bem definido e constante em todo o espaço de estado, o escalar k_p é o ganho de alta frequência (HFG) da planta e f_0, d_ϕ são vistas como perturbações não-lineares incertas, variantes no tempo e dependentes do estado.

Por exemplo, sistemas “triangulares” como em (1.6) incluindo termos $\phi_0(x, t) \in \mathbb{R}^{n-\rho}$ e $\phi_i(x, t), \forall i \in \{1, 2, \dots, \rho\}$ com não-linearidades polinomiais fortes no estado não-medido x são exemplos de classes que podem ser transformadas em (5.1). Deste modo, o fenômeno de escape em tempo finito não pode ser evitado *a priori* e, assim, para cada solução de (5.1), o máximo intervalo de tempo de definição de solução é $[0, t_M)$, onde t_M pode ser finito ou infinito e depende das condições iniciais da planta e da escolha da lei de controle. Daqui em diante, \mathcal{I}_D denota um sub-intervalo de $[0, t_M)$ e será definido precisamente mais adiante (Seção 5.5.1).

5.2.1 Hipóteses Fundamentais

Todos os parâmetros incertos pertencem a um conjunto compacto Ω_p tal que os limitantes para as incertezas necessários para o projeto do controlador estão disponíveis. Em Ω_p e $\forall(x, t) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}_+$, assume-se que: **(H1)** $f_0(x, t) \in \mathbb{R}^{n-\rho}$ é localmente Lipschitz em x ($\forall x$) e contínua por partes em t ($\forall t$); **(H2)** $d_\phi(x, t) \in \mathbb{R}$ é contínua em x e t ; **(H3)** o $\text{sgn}(k_p)$ é constante, conhecido e $|k_p(x, t)| \geq \underline{k}_p$, onde $\underline{k}_p > 0$ é um limitante inferior (constante) conhecido para k_p .

Nossas hipóteses adicionais são:

- (H4)** Na dinâmica interna- η , A_0 é Hurwitz e $|f_0| \leq \epsilon|\eta| + \varphi_0(|\xi|, t)$, para $\epsilon \in [0, \bar{\epsilon}]$, onde $\bar{\epsilon} \geq 0$ é uma constante conhecida e φ_0 é uma função não-negativa conhecida, contínua por partes e uniformemente limitada em t e classe \mathcal{K} em $|\xi|$.
- (H5)** Existe uma função classe \mathcal{K} localmente Lipschitz $\varphi_d(|x|)$ e uma constante $c_d \geq 0$, ambas conhecidas, tal que $|d_\phi(x, t)| \leq \varphi_d(|x|) + c_d$.
- (H6)** Existem funções localmente Lipschitz $\varphi_{T1}, \varphi_{T2} \in \mathcal{K}_\infty$ e constantes $k_{T1}, k_{T2} \geq 0$ conhecidas tais que $|\bar{x}| \leq \varphi_{T1}(|x|) + k_{T1}$ e $|x| \leq \varphi_{T2}(|\bar{x}|) + k_{T2}$.

De acordo com (H4), se $\bar{\epsilon}$ for suficientemente pequeno, a planta não-linear (5.1) é de fase mínima e, analogamente ao realizado na Seção 4.2 - item (a), é possível encontrarmos um limitante para a norma de η a partir de um *observador da norma* adequado para a dinâmica interna em (5.1). Além disso, classes mais gerais (e.g., polinomial em η) poderiam ser consideradas para o subsistema- η , vide (Oliveira *et al.*, 2010b, 2009a). Entretanto, optou-se aqui pela classe com crescimento linear em η apenas por simplicidade. É importante salientar que encontrar um *observador da norma* apenas para o subsistema- η é uma tarefa muito mais simples do que obtermos um outro para o estado completo x, \bar{x} como em (Kaliora *et al.*, 2006) ou (Hsu *et al.*, 2003).

Note que (H5)-(H6) não são restritivas visto que T, T^{-1} e d_ϕ são contínuas em seus argumentos. Além disso, nenhuma condição particular de crescimento é imposta às funções limitantes $\varphi_{T1}, \varphi_{T2}, \varphi_d$ e, assim sendo, um limitante para a norma da perturbação não-linear casada d_ϕ pode também ser obtido.

5.2.2 Objetivo de Controle

O objetivo é projetar uma lei de controle dinâmica u , via realimentação de saída, para garantir estabilidade global ou semi-global e rastreamento assintótico da saída. Assim, o *erro de rastreamento ou de saída*

$$e(t) = y(t) - y_m(t) \quad (5.2)$$

deve tender para zero ou para algum conjunto residual pequeno próximo de zero (rastreamento prático), mantendo-se todos os sinais do sistema em malha fechada limitados, independente das incertezas, partindo-se de quaisquer condições iniciais ou de condições iniciais dentro de um conjunto compacto arbitrariamente grande.

A *trajetória desejada* $y_m(t)$ é gerada pelo seguinte *modelo de referência*:

$$y_m = M(s)r = \frac{k_m}{L(s)(s + a_m)} r, \quad k_m, a_m > 0, \quad (5.3)$$

onde $r(t)$ é assumida contínua por partes, uniformemente limitada e o polinômio Hurwitz $L(s)$ é dado por

$$L(s) := s^{\rho-1} + a_{\rho-2}s^{\rho-2} + \dots + a_0. \quad (5.4)$$

5.2.3 Dinâmica do Erro de Rastreamento

Considere a realização mínima de $M(s)$ em (5.3) dada por:

$$\dot{\xi}_m = A_m \xi_m + B_m k_m r, \quad y_m = C_m \xi_m, \quad (5.5)$$

onde $\xi_m^T := [y_m \ \dot{y}_m \ \dots \ y_m^{(\rho-1)}]$, $B_m := B_\rho$, $C_m := C_\rho$ e $A_m := A_\rho + B_\rho K_m$, com K_m obtido a partir dos coeficientes do polinômio característico de $M(s)$. Agora, considere a dinâmica- ξ dada em (5.1). Substituindo-se u por $u + K_m \xi / k_p - K_m \xi / k_p$, tem-se

$$\dot{\xi} = A_m \xi + B_m k_p [u - K_m \xi / k_p + d_\phi], \quad y = C_m \xi. \quad (5.6)$$

A partir de (5.5) e (5.6), o estado do erro $x_e := \xi - \xi_m$ e o erro de rastreamento $e(t)$ satisfazem

$$\dot{x}_e = A_m x_e + k_p B_m [u + d], \quad e = C_m x_e, \quad (5.7)$$

onde a *perturbação equivalente de entrada* é definida por

$$d(x, t) := -k_m r / k_p - K_m \xi / k_p + d_\phi(x, t). \quad (5.8)$$

5.3 Controle por Modos Deslizantes e Realimentação de Saída

Quando apenas y está disponível para realimentação, a *superfície de deslizamento* pode ser escolhida como

$$\hat{\sigma} := S\hat{x}_e = 0, \quad S := [a_0 \quad \dots \quad a_{\rho-2} \quad 1], \quad \hat{x}_e := \hat{\xi} - \xi_m, \quad (5.9)$$

onde $a_0, \dots, a_{\rho-2}$ é definido em (5.4), tal que (A_m, B_m, S) com estado x_e em (5.7) seja estritamente real positivo (*strictly positive real* – SPR) (Marino e Tomei, 1995) e $\hat{\xi}$ é uma estimativa de ξ fornecida pelo HGO devido sua robustez a perturbações e incertezas paramétricas. A lei de controle u é definida por

$$u = -[\text{sgn}(k_p)]\varrho(\chi, t)\text{sgn}(\hat{\sigma}(t)), \quad (5.10)$$

onde a *função de modulação* $\varrho(\chi, t)$ é uma função escalar não-negativa absolutamente contínua em ξ , contínua por partes e limitada em t (para cada ξ fixado).

O sinal $\chi(t)$ é uma função escalar não-negativa absolutamente contínua, obtida a partir de sinais disponíveis e que limita superiormente a norma do estado da planta $|x|$, a menos de termos exponencialmente decrescentes e ao menos em algum sub-intervalo $\mathcal{I}_D \subset [0, t_M)$. Deste modo, é desejável obter um *limitante em norma livre de peaking* χ tal que

$$|d(x, t)| + \delta \leq \varrho(\chi, t), \quad \forall t \in \mathcal{I}_D, \quad (5.11)$$

a menos de termos exponencialmente decrescentes, onde $\delta > 0$ é uma constante arbitrariamente pequena. Diferentemente do caso de grau relativo um, a desigualdade (5.11) não é suficiente para alcançarmos rastreamento global ou semi-global devido a perturbações provenientes da estimação inexata do HGO. Entretanto, sendo o *erro de estimação* dado por

$$\tilde{x}_e := x_e - \hat{x}_e = \xi - \hat{\xi}, \quad (5.12)$$

o seguinte lema para realimentação de saída pode ser enunciado.

Lema 5.1 (Propriedade ISS de $|\tilde{x}_e|$ para x_e)

Considere a dinâmica que governa x_e em (5.7) com saída $\hat{\sigma} = Sx_e - S\tilde{x}_e$, u dado em (5.10), ρ satisfazendo (5.11) e d em (5.8). Então, (5.7) é ISS com respeito a \tilde{x}_e e a seguinte desigualdade se verifica

$$|x_e(t)|, |e(t)| \leq k_e |\tilde{x}_e(t)| + \pi_e, \quad \forall t \in \mathcal{I}_D,$$

onde π_e denota um termo que decai exponencialmente e $k_e > 0$ é uma constante apropriada.

Prova: Ver Seção 5.10.1. ■

Com base no *Lema 5.1*, o objetivo é fornecer uma estimativa $\hat{\xi}$ por meio de um HGO com ganho apropriado tal que a norma do erro de observação $|\tilde{x}_e(t)|$ seja arbitrariamente pequena, e concluir rastreamento (prático) global ou semi-global.

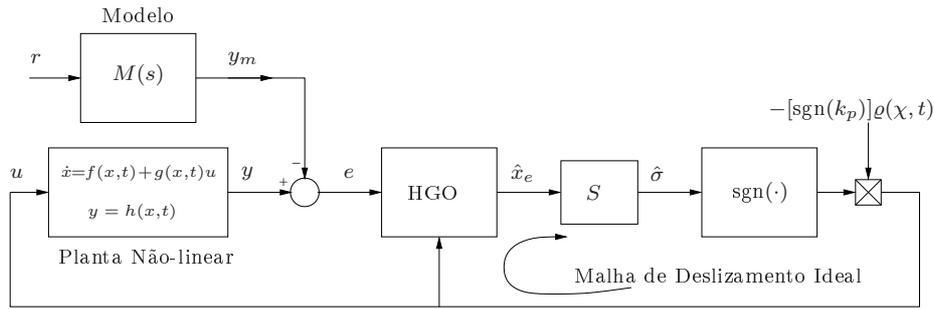


Figura 5.4: Controlador por modos deslizantes e realimentação de saída.

No esquema proposto e representado na Fig. 5.4, um eventual *peaking* em $\hat{\sigma}$ é bloqueado pela função $\text{sgn}(\cdot)$ em (5.10) e o sinal de controle u é livre de *peaking* visto que χ é implementado utilizando-se apenas sinais disponíveis bem condicionados, livres de *peaking* em \mathcal{I}_D . A seguir, é dada uma descrição detalhada do controlador proposto, enfatizando-se o projeto do HGO e introduzindo-se a estratégia livre de *peaking* utilizada para obtermos χ em sistemas fortemente não-lineares.

5.4 Observador de Alto Ganho (HGO)

Uma vez que o estado ξ em (5.1) não é medido, a estimativa $\hat{\xi}$ usada na superfície de deslizamento (5.9) é fornecida pelo HGO:

$$\dot{\hat{\xi}} = A_\rho \hat{\xi} + k_p^{\text{nom}} B_\rho u + H_\mu L_o C_\rho (\xi - \hat{\xi}), \quad (5.13)$$

onde $L_o := [l_1 \dots l_\rho]^T$ e $H_\mu := \text{diag}(\mu^{-1}, \dots, \mu^{-\rho})$. O ganho do observador L_o é tal que $N(s) = s^\rho + l_1 s^{\rho-1} + \dots + l_\rho$ é Hurwitz e k_p^{nom} é um valor nominal para k_p . Uma vez que deseja-se que as incertezas e perturbações tenham efeitos desprezíveis em \hat{x}_e (5.9), a norma de H_μ deverá ser grande (alto ganho), impondo-se assim que o parâmetro constante μ seja pequeno o bastante. Além disso, μ é escolhido suficientemente pequeno a fim de reduzir o erro residual de estimação e a velocidade de resposta do observador.

Dinâmica do Erro do Observador de Alto Ganho

A transformação (Cunha *et al.*, 2009b; Oh e Khalil, 1997)

$$\zeta := T_\mu \tilde{x}_e, \quad T_\mu := [\mu^\rho H_\mu]^{-1}, \quad (5.14)$$

é fundamental para representar a dinâmica de \tilde{x}_e em coordenadas convenientes ζ , que torna-se por fim arbitrariamente pequeno quando $\mu \rightarrow 0$. Primeiro, note que:

$$(i) \quad T_\mu (A_\rho - H_\mu L_o C_\rho) T_\mu^{-1} = \frac{1}{\mu} A_o \quad \text{e} \quad (ii) \quad T_\mu B_\rho = B_\rho,$$

onde $A_o := A_\rho - L_o C_\rho$. Assim sendo, subtraindo (5.13) da dinâmica de ξ em (5.1) e aplicando as relações (i) e (ii) acima, a dinâmica do erro de observação de \tilde{x}_e (5.12) na nova coordenada ζ (5.14) é dada por:

$$\mu \dot{\zeta} = A_o \zeta + B_\rho [\mu \nu], \quad \nu := (k_p - k_p^{\text{nom}}) u + k_p d_\phi. \quad (5.15)$$

Claramente, se ν é uniformemente limitado independentemente de μ , então ζ é residualmente de ordem $\mathcal{O}(\mu)$.

Fenômeno de Peaking e Tempo de Extinção de Pico

Como é bem conhecido, as estimativas do HGO contém *peaking* à medida que $\mu \rightarrow 0$ (Esfandiari e Khalil, 1992), (Khalil, 2002). De fato, como comentado na Seção 5.1, o limitante em norma para o erro de estimação \tilde{x}_e contém um termo transitório da forma

$$p(t, \mu^{-1}) := \frac{k_1}{\mu^{\rho-1}} |\tilde{x}_e(0)| e^{-\frac{\lambda_1}{\mu} t}, \quad k_1 \geq 1, \quad \lambda_1 > 0, \quad (5.16)$$

que corresponde ao transitório do erro com $\nu = 0$ em (5.15). Isso indica a possível ocorrência de grandes amplitudes de pico da ordem de $1/\mu^{\rho-1}$ no erro de estimação durante o transitório inicial. Note que, k_1 e λ_1 são constantes conhecidas que dependem apenas dos parâmetros do HGO e podem ser facilmente obtidas como a seguir. Uma estimativa do transitório do erro ζ em (5.15) com $\nu = 0$ pode ser obtida da equação de Lyapunov $PA_o + A_o^T P = -I$ (ver, *e.g.* (Slotine e Li, 1991)) e a partir da transformação (5.14).

Um conceito instrumental na nossa estratégia via *dwell-time* para evitar *peaking* é que aquele do tempo de extinção de pico (*peak extinction time*) t_e introduzido em (Cunha *et al.*, 2009b) que é baseado na dinâmica (5.15) do erro de estimação \tilde{x}_e com $\nu \equiv 0$, dada por

$$\dot{\tilde{x}}_e(t) = A_e(\mu^{-1}) \tilde{x}_e(t), \quad t \geq 0, \quad (5.17)$$

onde $A_e(\mu^{-1}) := A_\rho - H_\mu L_o C_\rho$ é uma matriz Hurwitz.

Definição 5.1 *O tempo de extinção de pico (t_e) do HGO é o menor valor de tempo tal que a desigualdade*

$$|\tilde{x}_e(t)| \leq |\tilde{x}_e(0)|, \quad \forall t \geq t_e \geq 0, \quad \forall \tilde{x}_e(0), \quad (5.18)$$

é verificada para a equação homogênea (5.17) com um dado valor do parâmetro $\mu \in (0, 1]$.

O cálculo exato do *peak extinction time* de um HGO pode ser difícil. Entretanto, um limitante superior conveniente \bar{t}_e pode ser obtido de (5.17) e (5.18) com $\nu \equiv 0$, o que leva à

$$\frac{k_1}{\mu^{\rho-1}} e^{-\frac{\lambda_1}{\mu} t} \leq 1, \quad \forall t \geq \bar{t}_e \geq 0, \quad (5.19)$$

onde $\bar{t}_e \geq t_e$, resultando em

$$\bar{t}_e = (\rho - 1)\lambda_1^{-1} \mu [(\rho - 1)^{-1} \ln(k_1) - \ln(\mu)], \quad (5.20)$$

que é similar à eq. (31) de (Atassi e Khalil, 1999). Pode-se concluir que \bar{t}_e é uniformemente limitado com respeito ao parâmetro $\mu \in (0, 1]$ e tende a zero quando $\mu \rightarrow +0$, visto que $k_1 \geq 1$, $\lambda_1 > 0$ e $\rho \geq 2$ são constantes.

O tempo de extinção de pico é análogo ao *return time* definido em (Boyd *et al.*, 1994, Sec. 5.2.3), onde o problema de encontrar majorantes para o *return time* é formulado. Concluindo, apesar de t_e ser desconhecido, pode-se obter um limitante superior *conhecido* $\bar{t}_e(\mu) \in \mathcal{K}$ tal que $t_e(\mu) \leq \bar{t}_e(\mu)$.

Na próxima seção, este conceito será crucial no projeto de uma lei de controle livre de *peaking*.

5.5 Estratégia para Evitar Peaking via Dwell-Time

Nesta seção, assim como em (Oh e Khalil, 1995, 1997), utiliza-se as estimativas do HGO (com *peaking*) não apenas para definir a superfície de deslizamento, mas também as utilizamos para obtermos χ e uma função de modulação $\varrho(\chi, t)$ adequada. Em (Oh e Khalil, 1995, 1997), o fenômeno de *peaking* é evitado utilizando-se funções de saturação na lei de controle (GBC). Como consequência, o “esforço” de controle necessário deve ser primeiramente estimado de modo a podermos ajustar corretamente o nível de saturação e garantirmos assim a estabilidade semi-global.

O maior problema desta abordagem é que para estendermos o domínio de estabilidade, é necessário aumentarmos o nível de saturação. Deste modo, uma energia considerável do *peaking* é ainda transmitida para a planta, o que resulta em degradação do comportamento transitório, principalmente para condições iniciais pequenas, e contração do domínio de estabilidade.

A partir dos resultados de Atassi e Khalil (1999), se o parâmetro do HGO $\mu \rightarrow 0$, os esquemas via realimentação de saída baseados em GBC e HGO recuperam tanto a região de atração quanto o bom comportamento transitório de um GBC usando realimentação de estados. Embora a afirmação anterior seja verdadeira, se o nível de saturação for aumentado com o intuito de alcançarmos maiores domínios de atração e o parâmetro μ do HGO não for alterado, uma maior energia do *peaking* será transmitida para a planta, levando a transitórios ainda grandes (especialmente para as condições iniciais menores), *contração* da região de atração e degradação do desempenho do sistema. Neste caso, o parâmetro μ para *performance recovery* tem que ser fortemente reduzido e foi verificado por simulações discutidas nas Seções 5.1 e 5.8 que este é significantemente menor que o μ requerido em estratégias que evitem completamente o fenômeno de *peaking*. Isso pode ser explicado pelo fato de que a transmissão da energia de *peaking* para a planta é completamente evitada nos esquemas por último mencionados. Deste modo, quando o *peaking* é completamente eliminado, pode-se esperar maiores domínios de atração e um transitório mais uniforme em todo o domínio para um dado ganho do HGO (ou um μ fixo).

Inspirados pelos recentes esquemas baseados no controle supervisorio e com chaveamento (De Persis *et al.*, 2002; Freidovich e Khalil, 2007; Hespanha *et al.*, 2003), assim como o estado da arte de controle digital (Astrom e Wittenmark, 1996) em manter o sinal de controle fixo durante intervalos de tempo, propõe-se uma nova estratégia baseada no conceito de tempo de espera ou *dwell-time* de modo a lidar com os problemas induzidos pelo *peaking* comentados anteriormente. O novo esquema é desenvolvido tentando preservar as qualidades do controle por modos deslizantes baseado em realimentação de estado, tais como: bom comportamento transitório e estabilidade global ou semi-global, sem aumentar excessivamente o ganho do HGO.

5.5.1 Implementação do Dwell-Time

A **idéia chave** consiste em combinar as estimativas de alto ganho do HGO com uma estratégia apropriada, baseada no conceito de *dwell-time*, de forma a obter um limitante em norma χ livre de *peaking* para o estado da planta x . Neste sentido, aplica-se as estimativas do HGO apenas depois de um certo *dwell-time* τ_D , que é escolhido grande o bastante para permitir que o transitório devido ao *peaking* no

estado $\hat{\xi}$ do HGO acomode-se, e pequeno o suficiente para garantir que as trajetórias do sistema não deixem um determinado conjunto compacto, evitando-se assim o escape em tempo finito.

Para uma dada condição inicial e enquanto $u = 0$, se x escapa em algum tempo finito t_1^* , então t_1^* é independente do controlador e do parâmetro μ . Assim, escolhendo-se o *dwell-time* assim como em (Oliveira *et al.*, 2010b):

$$\tau_D := \bar{t}_e(\mu) \in \mathcal{K}, \quad (5.21)$$

e fazendo-se o sinal de controle igual a zero $\forall t \in [0, \tau_D)$, qualquer escape em tempo finito de x é evitado $\forall t \in [0, \tau_D)$ para $\mu \in (0, 1]$ suficientemente pequeno, ao menos se as condições iniciais comecem dentro de algum conjunto compacto. Além disso, a partir de (5.13) pode-se concluir que $\hat{\xi}$ é uniformemente limitado em $[0, \tau_D)$ notando-se que $A_\rho - H_\mu L_o C_\rho$ é uma matriz Hurwitz. Deste modo, reduzindo-se μ , pode-se garantir que o estado aumentado $x_a(t) := [x^T \ \hat{\xi}^T]^T$ é uniformemente limitado em $[0, \tau_D)$ e o transitório com *peaking* dos estados do HGO acomode-se após τ_D .

Agora, define-se o intervalo $\mathcal{I}_D := [\tau_D, t^*)$, onde $t^* \in [\tau_D, t_M)$ é o primeiro instante de tempo tal que x_a saia de uma dada bola compacta $\mathcal{B} = \{x_a : |x_a(t)| \leq R\}$ de raio $R > |x_a(\tau_D)|$. Qualquer eventual escape em tempo finito durante o intervalo \mathcal{I}_D pode depender da escolha da lei de controle. Essa dependência será rigorosamente considerada na análise, onde mostraremos que o escape em tempo finito é realmente evitado e o rastreamento global/semi-global de trajetória é garantido.

Observação 5.1 (*Sintonia Prática do Dwell-time*) *Assuma que as condições iniciais estejam dentro de algum conjunto compacto que, no espírito da estabilidade semi-global, pode ser feito tão grande quanto deseje-se. A fim de simplificar a implementação do dwell-time, uma constante $\bar{\tau}_D$ poderia ser usada em vez do cálculo exato de \bar{t}_e . Neste caso, poderíamos iniciar com valores não tão pequenos de $\bar{\tau}_D, \mu$ e depois diminuir $\bar{\tau}_D$ até que o escape em tempo finito fosse evitado durante $[0, \tau_D)$. Posteriormente, diminuiríamos μ até que nenhuma porção do peaking fosse detectável. Note que, de acordo com (5.21), existe ao menos um valor τ_D para cada μ fixo. Assim sendo, é sempre possível escolher constantes $\bar{\tau}_D$ e μ tais que fazendo $\tau_D = \bar{\tau}_D$, tem-se $\bar{t}_e(\mu) \leq \tau_D < t_M$. Além disso, pode ser verificado que a sintonia prática tanto como o cálculo preciso em (5.21) podem levar a valores similares para μ , que não são necessariamente tão pequenos quanto aqueles obtidos com o GBC.*

5.5.2 Limitante para a Norma do Estado a partir do HGO

Devido à propriedade de alto ganho do HGO, pode-se mostrar que: enquanto o estado aumentado x_a permanece dentro da bola \mathcal{B} , $\forall t \in [\tau_D, t^*)$, o erro de observação \tilde{x}_e (5.12) pode ser feito arbitrariamente pequeno reduzindo-se o parâmetro μ do HGO. De fato, se μ é suficientemente pequeno tal que $\tau_D(\mu) \in [0, t^*)$, tem-se que $\forall t \in [\tau_D, t^*)$ [vide (Oliveira *et al.*, 2010b, Section 7.2)]:

$$|\tilde{x}_e(t)| = |\xi(t) - \hat{\xi}(t)| \leq \mathcal{O}(\mu), \quad (5.22)$$

$$|x(t)| - \pi(t) \leq \varphi_{T_2} \left(|\bar{\eta}(t)| + |\hat{\xi}(t)| + \Delta \right) + k_{T_2} := \chi(t), \quad (5.23)$$

onde $\hat{\xi}$ é a estimativa do HGO para ξ , $\Delta > 0$ é uma constante que majora o efeito do erro de estimação $\mathcal{O}(\mu)$ em (5.22) e a constante k_{T_2} é dada em (H6). O filtro (FOAF) não-linear $\bar{\eta}(t) = \frac{c_0}{s+\lambda_0} \varphi_0(|\hat{\xi}(t)| + \Delta, t)$ é o *observador da norma* projetado para a dinâmica- η em (5.1) com constantes apropriadas $c_0, \lambda_0 > 0$ e φ_0 dada em (H4), considerando-se $\bar{\epsilon}$ em (H4) suficientemente pequeno [vide (Hsu *et al.*, 2003, Lemma 2)]. Note que, para provarmos (5.23) utilizamos a relação $|x(t)| \leq |\eta(t)| + |\xi(t)|$, a desigualdade $|\eta(t)| \leq |\bar{\eta}(t)|$ válida $\forall t \in [\tau_D, t^*)$, a menos de algum termo exponencialmente decrescente $\pi(t)$, e a hipótese (H6), de onde também aparece $\varphi_{T_2}(\cdot)$.

Observação 5.2 (*Forma Normal Sem Dinâmica dos Zeros*) *Se o sistema já se encontra na forma normal (5.1) sem a dinâmica- η , a saída do observador da norma $\bar{\eta}$ em (5.23) pode ser eliminada e o limitante menos conservador $\chi(t) := |\hat{\xi}(t)| + \Delta$, $\forall t \in [\tau_D, t^*)$, referente à norma do estado $\xi(t)$ pode ser obtido.*

5.5.3 Implementação da Função de Modulação

A partir de (H5), (5.8) e (5.23), pode-se escrever $|d| \leq \hat{d} + \pi_d$, com

$$\hat{d}(t) := (k_m|r| + |K_m|\chi)/\underline{k}_p + \varphi_d(2\chi) + c_d, \quad (5.24)$$

notando-se que $\underline{k}_p > 0$ é um limitante inferior conhecido para k_p e $\varphi_d(\chi + \pi) \leq \varphi_d(2\chi) + \varphi_d(2\pi)$, onde $\pi_d(t) = \varphi_d(2\pi)$ é um termo exponencialmente decrescente.

A função de modulação livre de *peaking* $\varrho(\chi, t)$ pode então ser obtida tal que (5.11) seja válida $\forall t \in [\tau_D, t^*)$:

$$\varrho(\chi, t) = \begin{cases} 0 & , \forall t \in [0, \tau_D) \\ \hat{d}(t) + \delta & , \text{ caso contrário.} \end{cases} \quad (5.25)$$

5.6 Análise de Estabilidade

A fim de considerar todas as condições iniciais envolvidas no sistema do erro (5.7) e (5.14)-(5.15), seja:

$$z^T(t) := [z^0(t), x_e^T(t), \tilde{x}_e^T(t)], \quad z^0(t) := [\eta^T(0) \ x_\rho^T(0)] e^{-\gamma_0 t}, \quad (5.26)$$

onde z^0 denota o *estado transitório* (Hsu et al., 1997) devido às condições iniciais dos subsistemas correspondentes à dinâmica- η e aos filtros usados na função de modulação e $\gamma_0 > 0$ é uma constante genérica. O resultado principal é agora estabelecido.

Teorema 5.1 (Resultados Semi-globais) *Considere a classe de sistemas não-lineares transformáveis em (5.1), a lei de controle dada por (5.10) e (5.25), o observador de alto ganho (5.13) e o modelo de referência em (5.3). Assuma que as hipóteses (H1)-(H6) sejam satisfeitas. Então, para $\mu \in (0, 1]$ suficientemente pequeno, o sistema completo do erro (5.7) e (5.14)-(5.15), com estado $z(t)$ definido em (5.26), é semi-globalmente exponencialmente estável com respeito a um conjunto residual pequeno de ordem $\mathcal{O}(\mu)$ independente das condições iniciais. Além disso, todos os sinais do sistema em malha fechada são uniformemente limitados.*

Prova: Ver Seção 5.10.2. ■

Teorema 5.2 (Resultados Globais) *Sob as condições do Teorema 5.1, se adicionalmente as hipóteses (H4) e (H5) forem satisfeitas com $\varphi_0(\cdot, t)$ e $\varphi_d(\cdot)$ sendo funções classe- \mathcal{K} globalmente Lipschitz e o ganho de alta frequência $k_p(x, t)$ for uniformemente limitado, então, para $\mu \in (0, 1]$ suficientemente pequeno, o sistema completo do erro (5.7) e (5.14)-(5.15), com estado $z(t)$ definido em (5.26), é globalmente exponencialmente estável com respeito a um conjunto residual pequeno de ordem $\mathcal{O}(\mu)$ independente das condições iniciais. Além disso, todos os sinais do sistema em malha fechada são uniformemente limitados.*

Prova: Ver Seção 5.10.3. ■

Corolário 5.1 (Malha de Deslizamento Ideal) *Adicionalmente as hipóteses dos Teoremas 5.1 e 5.2, se $\rho \geq |K_m| |\xi_m| + |k_m| |r| + \delta$ com $\delta > 0$, então o modo deslizante ideal $\hat{\sigma}(t) \equiv 0$ é alcançado em tempo finito e o fenômeno de chattering (Edwards e Spurgeon, 1998) no sinal de controle é evitado (vide Fig. 5.4).*

Prova: Ver Seção 5.10.4. ■

Observação 5.3 (Ausência de Peaking) *Uma vez que o peaking não é transmitido para o estado da planta x , pode-se concluir que x_e é livre de peaking notando-se que x_e em (5.7) é ISS com respeito a $[u+d(x,t)]$ e que a lei de controle u (5.10) é livre de peaking por construção.*

Observação 5.4 (Conjuntos Residuais Menores) *O conjunto residual nos Teoremas 5.1 e 5.2 são de ordem $\mathcal{O}(\mu)$, enquanto que na abordagem GBC combinada com modos deslizantes (Oh e Khalil, 1995, 1997) esse conjunto é de ordem $\mathcal{O}(\sqrt{\mu})$. Em ambos os casos, a amplitude do erro de rastreamento depende em regime da pequenez do parâmetro μ do HGO.*

Observação 5.5 (Domínio de Atração) *No Teorema 5.1, o sistema de controle é semi-global em apenas um único parâmetro (μ), enquanto que na abordagem GBC (Oh e Khalil, 1995, 1997) mais um parâmetro precisa ser ajustado: o nível de saturação. Conjectura-se aqui que essa dependência em dois parâmetros é a razão para os menores domínios de atração observados nas simulações com o GBC nas Seções 5.1 e 5.8, quando comparado com nossa estratégia para um mesmo μ . Como esperado, a saturação pode reduzir o domínio de atração. De fato, aumentando-se o nível de saturação, enquanto μ é fixado, o domínio de atração com o GBC é reduzido devido a amplitudes maiores do peaking transmitidas para a planta permitidas pelos níveis maiores de saturação.*

Observação 5.6 (Comportamento Transitório e Ruído de Medição)

Como visto na Observação 5.5, para ampliarmos a região de atração para o GBC, um caminho natural é aumentar o nível de saturação. Entretanto, se μ não é alterado, o desempenho pode ser degradado visto que uma maior energia do peaking pode ser transmitida para a planta. Isso pode afetar o desempenho transitório, particularmente para condições iniciais pequenas. Assim, o desempenho transitório pode tornar-se não-uniforme dentro da região de atração, como mostrado na Fig. 5.3. Para se obter performance recovery, o aumento do nível de saturação tem que ser coordenado com uma redução de μ , i.e., um aumento do ganho do observador. O que foi descoberto é que a redução requerida para um bom performance recovery é completamente severa para o GBC. Como resultado, comparando o GBC com a abordagem via dwell-time, o primeiro requer um μ de ordem de magnitude menor que o caso da estratégia com

dwell-time (ver Seção 5.1 e Exemplo 5.3). A possibilidade de utilizar um maior μ na estratégia via *dwell-time*, é relevante na prática visto que um dos defeitos do HGO é sua sensibilidade a ruído de medição, que cresce quando μ torna-se menor.

5.7 Esquema para Monitoração de Peaking

Para implementar a estratégia baseada em HGO e *dwell-time*, é necessário saber o instante de tempo arbitrário inicial de modo a manter o sinal de controle igual a zero durante o período τ_D . Enquanto essa tarefa parece fácil quando o sistema é inicializado, isto será difícil de ser realizado se o sistema estiver sujeito a perturbações exógenas que causem mudanças abruptas na saída da planta (por exemplo, devido a falhas intermitentes de sensores (Li e Tao, 2009) ou sensores de natureza binária (Yin *et al.*, 2009) utilizados em aplicações de comunicação móvel) e, conseqüentemente, induzam outro *peaking* nos estados do HGO após o período de *dwell-time* inicial.

A fim de lidar com o fenômeno de *peaking* após essa fase inicial, um *esquema de monitoração* é proposto a seguir para detecção do mesmo. Se o sistema é livre de perturbações exógenas de saída, $|\hat{\xi}| \leq |\xi| + \mathcal{O}(\mu)$ é um limitante natural para $\hat{\xi}$ obtido a partir de (5.22), $\forall t \geq \tau_D$. Além disso, como estabelecido nos Teoremas 5.1 e 5.2, ξ tende para ξ_m exponencialmente. Neste caso, existe um tempo finito $t_a \geq 0$ tal que $|\hat{\xi}| \leq |\xi_m| + \mathcal{O}(\mu)$, $\forall t \geq t_a$. Assim, a seguinte *função de monitoração* Φ pode ser definida

$$|\hat{\xi}(t)| < |\xi_m(t)| + \alpha := \Phi(t), \quad (5.27)$$

onde $\alpha > 0$ é uma constante de projeto apropriada tal que Φ seja um limitante em norma para $|\hat{\xi}|$, $\forall t \geq \tau_D$ e μ suficientemente pequeno. Uma vez que α pode ser escolhido suficientemente grande, existe $\alpha^* > \mathcal{O}(\mu)$ tal que, para todo $\alpha > \alpha^*$, a desigualdade (5.27) é satisfeita, $\forall t \geq \tau_D$. Neste caso, α^* deveria assumir valores da ordem do transitório de $|\xi|$, que é livre de *peaking*. Assim sendo, para α suficientemente grande, porém bem abaixo da ordem do *peaking*, o esquema de monitoração é eficiente não apenas após o rastreamento já ter sido alcançado, mas $\forall t \geq \tau_D$. Note que após o sistema começar a se comportar próximo das trajetórias do modelo, teríamos que $|\hat{\xi}| - |\xi_m| \leq \mathcal{O}(\mu)$, e assim poderíamos reduzir α de modo a obtermos melhores resultados, assim como no GBC se o nível de saturação fosse reduzido.

Lembrando que (5.27) é válida somente se o sistema é livre de perturbações de saída, utiliza-se Φ como um *benchmark* para detectar se a desigualdade em (5.27) é violada. Por essa razão, o *instante de detecção* \bar{t}_i é definido por

$$\bar{t}_{i+1} := \begin{cases} \min\{t > \bar{t}_i + \tau_D : |\hat{\xi}(t)| \geq \Phi(t)\}, & \text{se existir,} \\ +\infty, & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (5.28)$$

onde $i \in \mathcal{I} := \{0, 1, 2, \dots\}$ e $\bar{t}_0 := 0$. Assim, (5.27)-(5.28) em conjunto com a estratégia de *dwell-time* formam um *esquema de monitoração* para detectar e evitar o fenômeno de *peaking* no sinal de controle também válido $\forall t \geq \tau_D$. Em poucas palavras, o sinal de controle aplicado à planta é igual a zero durante o intervalo $[\bar{t}_i, \bar{t}_i + \tau_D)$ e é dado por (5.10) e (5.25) caso contrário. Os passos para implementar o esquema de monitoração são dados no algoritmo a seguir.

ALGORITMO PARA MONITORAÇÃO DE PEAKING

Passo 1. Defina o instante de detecção inicial $\bar{t}_0 := 0$, o conjunto indexado $\mathcal{I} := \{0, 1, 2, \dots\}$ e o valor inicial para $i \in \mathcal{I}$, isto é, $i := 0$.

Passo 2. Para $t \geq \bar{t}_i$, feche a malha de controle com u definido por (5.10) e $\varrho(\chi, t)$ em (5.25), alterando o instante inicial de 0 para \bar{t}_i . Cheque continuamente (5.27), $\forall t \geq \bar{t}_i + \tau_D$.

Passo 3. Quando um novo *peaking* for detectado de acordo com (5.28), faça $i := i + 1$ e volte para o Passo 2.

O esquema de monitoração proposto é aplicável a classes de perturbações não-suaves de saída em que os efeitos de *peaking* desapareçam após o intervalo selecionado de *dwell-time* e tais que as ocorrências de *peaking*, possivelmente múltiplas dentro do *dwell-time*, sejam separadas por períodos de tempo suficientemente grandes entre elas. Deste modo, os efeitos do *dwell-time* são absorvidos pelas propriedades de estabilidade da lei de controle por modos deslizantes durante o período sem *peaking*.

Na próxima seção, o algoritmo para detecção de *peaking* é testado com perturbações de saída do tipo pulso. No futuro, será desejável caracterizar classes mais gerais de perturbações de saída que possam ser incluídas na abordagem proposta.

5.8 Exemplos e Resultados de Simulação

Para ilustrar a aplicabilidade do esquema proposto em uma ampla classe de sistemas não-lineares, nós consideramos aqui três exemplos acadêmicos porém não triviais. Simulações numéricas foram realizadas a fim de apontar suas vantagens e a sua eficiência em neutralizar o fenômeno de *peaking*. Nós mostramos que escolhendo o *dwell-time* como um limitante superior para o tempo de extinção de pico, é possível melhorar o desempenho de esquemas de controle baseados em HGO uma vez que nenhuma energia do *peaking* é transmitida para a planta.

O **Exemplo 5.1** mostra que a classe de sistemas tratada aqui engloba as formas padrão *output-feedback* e *parametric strict-feedback* (Krstić *et al.*, 1995) ou ainda sistemas não-triangulares (Isidori, 1999), e permite não-linearidades com crescimento de ordem superior nos estados não-medidos.

O **Exemplo 5.2** ilustra a aplicabilidade do esquema de controle livre de *peaking* proposto para um sistema do mundo real, tratando do problema prático de estabilização de um mancal magnético.

O **Exemplo 5.3** ilustra o desempenho do esquema proposto em um sistema que a presença de *peaking* no sinal de controle pode prejudicar o transitório, levar à instabilidade (contração do domínio de atração) e ao escape em tempo finito. Com ele também são apresentadas as vantagens da estratégia livre de *peaking* via *dwell-time* sobre outros controladores por realimentação de saída baseados em GBC, todos utilizando HGOs. Em comparação com o GBC, é verificado que maiores domínios de atração e um comportamento transitório uniforme podem ser alcançados com o esquema de *dwell-time* proposto utilizando-se um mesmo ganho de HGO. Em geral, o esquema de controle com *dwell-time* demanda um menor ganho do observador quando comparado com os GBCs tradicionais. Esse resultado também nos leva a presumir que o controlador proposto pode ser menos sensível a ruídos de medição.

Como mencionado anteriormente, uma desvantagem intrínseca na ativação do sinal de controle com o *dwell-time* é que ela pode falhar em sistemas reais visto que perturbações não-suaves podem excitar o *peaking* quando o ganho do observador é alto (Khalil, 2004). Deste modo, no **Exemplo 5.3**, nós também ilustramos o esquema de monitoração para a detecção e combate ao *peaking* originado por distúrbios externos, o que viabiliza a implementação prática da estratégia de *dwell-time*.

Outros exemplos, resultados de simulação e comparações podem ser encontrados em (Oliveira *et al.*, 2010b) e (Oliveira *et al.*, 2008c, 2009a), onde também são ilustradas as vantagens de se aplicar o pequeno atraso inicial τ_D na lei de controle.

Exemplo 5.1 (Sistema Polinomial Não-triangular) *Considere a seguinte planta de 4ª ordem com grau relativo $\rho=3$*

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -x_1^5 + \theta x_1^2 x_2^4 x_4^8 [1 + \cos(t)] \\ \dot{x}_2 &= x_3 + \frac{\theta x_3^3}{3} + \text{sen}(t) \\ \dot{x}_3 &= x_4 + \frac{x_4^6 - \theta x_3^2}{\theta x_3^2 + 1} x_4 \\ \dot{x}_4 &= u + \phi(x, \theta, t) \\ y &= x_2,\end{aligned}$$

O sistema variante no tempo acima não é triangular (Marino e Tomei, 1995) nem satisfaz qualquer condição particular de crescimento nos estados não-medidos x_1 , x_3 e x_4 , tal como requerido em outros métodos existentes (Andrieu e Praly, 2009; Qian, 2005; Yan *et al.*, 2009).

Calculando-se as derivadas temporais \dot{y} , \ddot{y} e $\ddot{\ddot{y}}$, pode-se obter (5.1) a partir do difeomorfismo global $T(\bar{x}, t) = [\bar{x}_1 \quad \bar{x}_2 \quad (\bar{x}_3 + \theta \bar{x}_3^3/3 + \text{sen}t) \quad (\bar{x}_4 + \bar{x}_4^7 + \text{cost})]$, com $k_p = 1 + 7\bar{x}_4^6$, $d_\phi = k_p \phi - \text{sen}(t)$ e ϕ sendo qualquer função não linear. Apesar da dinâmica de x_1 (dinâmica interna ou subsistema- η) não satisfazer a hipótese (H4), conforme mostrado em (Oliveira *et al.*, 2010b, 2009a), ela admite um observador da norma com saída $\bar{\eta}$ que é um majorante para $|\eta|$ requerido em (5.23).

Como mostrado em (Sepulchre *et al.*, 1997, Chapter 4), para se evitar o efeito instabilizante do peaking, é requerido que os estados com peaking sejam excluídos dos termos cruzados na dinâmica interna (termos que conectam os estados externos ξ aos estados internos η na forma normal), tais como $\theta x_1^2 x_2^4 x_4^8$ no sistema acima, ou que a condição de crescimento com respeito ao estado η seja linear (hipótese (H4)). Deste modo, a propriedade de ausência de peaking é necessária para a estabilização global ou semi-global se nenhuma restrição severa adicional é feita ao subsistema- η . Isso pode explicar o porquê da maioria dos controladores globais (Andrieu e Praly, 2009) e semi-globais (Qian, 2005; Teel e Praly, 1995) utilizando realimentação de estados estimados de HGOs (com peaking) assumirem que o subsistema- η é ISS apenas

com respeito a saída livre de peaking y ou que a planta não tenha dinâmica interna. Nenhuma dessas considerações é feita no presente exemplo ou neste capítulo.

O sistema considerado envolve a incerteza paramétrica $0 \leq \theta \leq 1$ com limitantes conhecidos e neste caso o problema de controle por realimentação apenas de saída torna-se ainda mais desafiador. De fato, poucos resultados estão disponíveis na literatura lidando com a incerteza associada aos estados não-medidos (Qian e Lin, 2002). Note que $T(\cdot)$ depende do parâmetro incerto θ . Isso significa que o estado transformado não seria acessível mesmo se o estado original x fosse mensurável. Felizmente, isso não é um problema na nossa abordagem visto que o controlador é baseado em realimentação de saída. Apesar da natureza desafiante do exemplo, utilizando-se o Teorema 5.1 é possível construir diretamente um SMC via realimentação de saída da forma (5.10) com ganho de controle (5.25), resolvendo assim o problema de rastreamento (semi-global) para o sistema apresentado.

Exemplo 5.2 (Aplicação Prática) Considere o seguinte modelo de um grau de liberdade de um mancal magnético extraído de (Atassi e Khalil, 2001)

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = x_3 + x_3|x_3|, \quad \dot{x}_3 = u, \quad y = x_1,$$

onde o objetivo de controle é estabilizar o sistema em $x = 0$ utilizando-se a posição do rotor x_1 , enquanto que a velocidade x_2 e o fluxo magnético x_3 não estão disponíveis para realimentação. A dificuldade principal é o termo quadrático no estado não-medido x_3 . Entretanto, o objetivo de controle pode ser alcançado com o esquema proposto neste artigo simplesmente notando-se que o sistema em questão pode ser levado para a forma normal (5.1), sem dinâmica interna e sem perturbação de entrada ($d_\phi \equiv 0$), utilizando a seguinte transformação de coordenadas $T(x) = [x_1 \quad x_2 \quad x_3(1 + |x_3|)]$. A princípio nem é necessário que o mapeamento $T(x)$ seja um difeomorfismo (não é necessária a existência da inversa T^{-1}), o que mostra que a hipótese sobre a existência do difeomorfismo poderia ser relaxada. De fato, após a transformação, tem-se que

$$\dot{\xi}_1 = \xi_2, \quad \dot{\xi}_2 = \xi_3, \quad \dot{\xi}_3 = k_p(x_3)u, \quad y = \xi_1,$$

onde o ganho de alta frequência $k_p = 1 + 2|x_3|$ é positivo e não se anula ($k_p = 1$). Sendo assim, pelo Teorema 5.1, ao menos a estabilização ($r(t) \equiv 0$) semi-global é assegurada.

Exemplo 5.3 (*Vantagens de se Evitar o Peaking via Dwell-time*)

Considere o sistema não-linear já representado na forma normal (5.1) sem dinâmica- η e com grau relativo $\rho=3$:

$$\dot{\xi}_1 = \xi_2, \quad \dot{\xi}_2 = \xi_3, \quad \dot{\xi}_3 = k_p[u + \theta\xi_j^p], \quad y = \xi_1,$$

que não é globalmente rastreável ou estabilizável por nenhuma das estratégias via realimentação dinâmica da saída existentes na literatura (Andrieu e Praly, 2009) para p arbitrário e índice j sendo 2 ou 3. Este fato pode ser provado utilizando-se argumentos similares àqueles apresentados em (Mazenc et al., 1994). Em (Qian, 2005), a fim de solucionar o problema de estabilização semi-global por realimentação de saída, o expoente p e o índice j deveriam estar restritos a $p \in [1, 3)$ e $j = 2$. Por outro lado, o controlador por realimentação de saída aqui proposto estende essa classe de sistemas, visto que quaisquer p e j podem ser agora tolerados.

Assim sendo, para ilustrar todo o potencial da nossa estratégia de controle, nas simulações a seguir, iremos considerar uma não-linearidade forte (cúbica) no estado não-medido ξ_3 de forma que $d_\phi = \theta\xi_3^3$ ($p = j = 3$) em (5.1). Além disso, o HFG satisfaz $k_p > 1$ e $|\theta| \leq 2$ e as simulações foram realizadas com $\theta = 1$ e $k_p = 1.5$ como os parâmetros reais da planta.

O objetivo de controle é rastrear a saída y_m do modelo de referência $M(s) = \frac{1}{(s+1)^3}$ com realização no espaço de estados (5.5), $r(t) = 2 \text{ sen}(\pi t)$ e $K_m = [-1 \ -3 \ -3]^T$. Os parâmetros do HGO são: $\mu = 0.01$, $k_p^{nom} = 1$, $N(s) = (s+5)^3$ e $L_o = [15 \ 75 \ 125]^T$. A função de modulação (5.25) é calculada com $\delta = 1$ e o limitante para $d(x, t)$ em (5.8) é dado por

$$\hat{d}(t) = |r| + |y| + 2(|\hat{\xi}_3| + \Delta) + 2(|\hat{\xi}_3| + \Delta)^3,$$

onde $\Delta = 0.2$ é adicionado a $|\hat{\xi}_3|$ de forma a majorar o erro de estimação de ordem $\mathcal{O}(\mu)$ (5.22) do HGO após a fase de peaking.

Neste exemplo, como o sistema tem uma não-linearidade forte no estado não-medido, se o peaking das estimativas do HGO fosse transmitido completamente para a planta, um escape em tempo finito teria acontecido. De fato, considerando o estado inicial $\xi(0) = [1 \ 0 \ 0]^T$, o escape em tempo finito ocorre em $t = 0.262$ s (curvas não mostradas). Contudo, a estratégia de controle livre de peaking baseada em HGO e dwell-time com $\tau_D = 10\mu = 0.1$ em (5.21) resulta em um excelente rastreamento das

trajetórias do modelo e elimina o escape em tempo finito para as mesmas condições iniciais, vide Fig. 5.5.

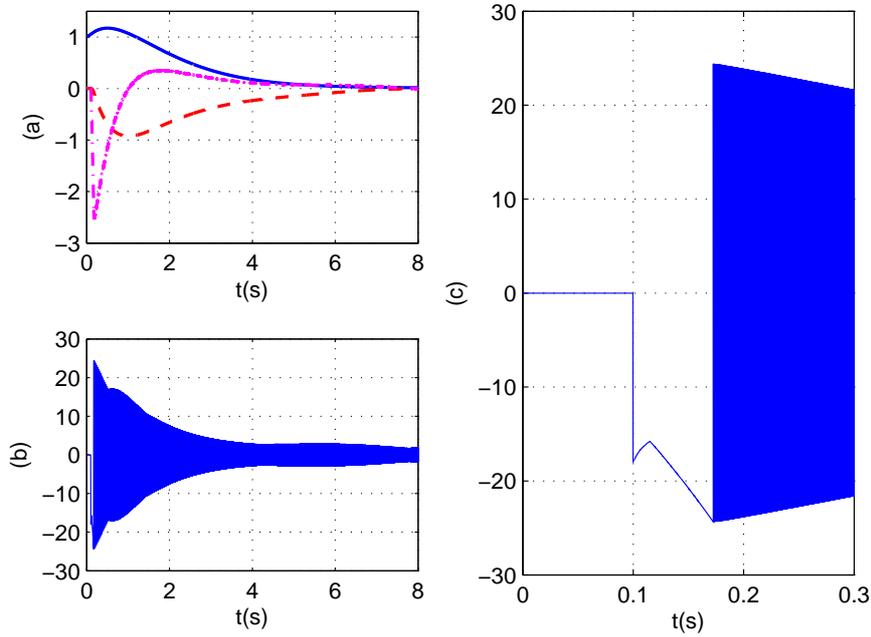


Figura 5.5: HGO e *dwell-time*: (a) estado do erro x_e , (b) sinal de controle u e (c) *zoom* no sinal de controle u mostrando o *dwell-time* $\tau_D = 0.1$ s.

Um modo alternativo para se evitar o *peaking* consiste em aplicar a estratégia de controle GBC (Oh e Khalil, 1997) utilizando-se um nível de saturação apropriado M que considere o esforço de controle necessário. Entretanto, como esperado, a saturação pode reduzir o domínio de atração. Quando o parâmetro μ é fixado e aumentamos M , esse domínio é reduzido devido aos maiores níveis de *peaking* transmitidos para a planta. De fato, para $\xi(0) = [\xi_1(0) \ 0 \ 0]^T$ (todas as demais condições iniciais são nulas), $\mu = 0.01$ e $M = 500$, o rastreamento é alcançado apenas com $|\xi_1(0)| \leq 2$. Por outro lado, o domínio¹ de atração em nosso esquema é consideravelmente maior ($|\xi_1(0)| \leq 8$) para o mesmo $\mu = 0.01$. Além disso, quando $\xi_1(0) = 2$, nosso esquema apresenta uma máxima amplitude de controle igual a 500. Deste modo, para garantirmos uma comparação justa entre os dois controladores, considera-se $\xi_1(0) = 2$ e $\mu = 0.01$, enquanto que $M = 500$ na estratégia GBC.

¹Para obtermos o domínio $|\xi_1(0)| \leq 8$ com o controlador GBC, μ deveria ser reduzido 10 vezes.

• **Comportamento Transitório Uniforme**

Na Fig. 5.6 (a), pode-se observar que para $\xi_1(0) = 2$, o desempenho de ambos os controladores é similar. No entanto, para condições iniciais menores ($\xi_1(0) = 1$ e 0.01), uma degradação significativa da resposta transitória do erro de rastreamento é observada com a abordagem GBC comparada com a resposta com o esquema baseado em HGO e *dwell-time* ($\tau_D = 0.1$) ilustradas na Fig. 5.6 (b)-(c). Isso ocorre porque com o controlador proposto a magnitude de controle é automaticamente ajustada e torna-se menor para condições iniciais menores, resultando em um comportamento transitório mais **uniforme** em todo o domínio de atração. Por outro lado, na abordagem GBC, um domínio de atração maior requer um nível de saturação maior, assim como um ganho maior do HGO (parâmetro μ menor). A não ser que μ seja reduzido ainda mais, os efeitos danosos do *peaking* não são evitados, especialmente para as condições iniciais menores, impedindo assim um comportamento transitório mais uniforme.

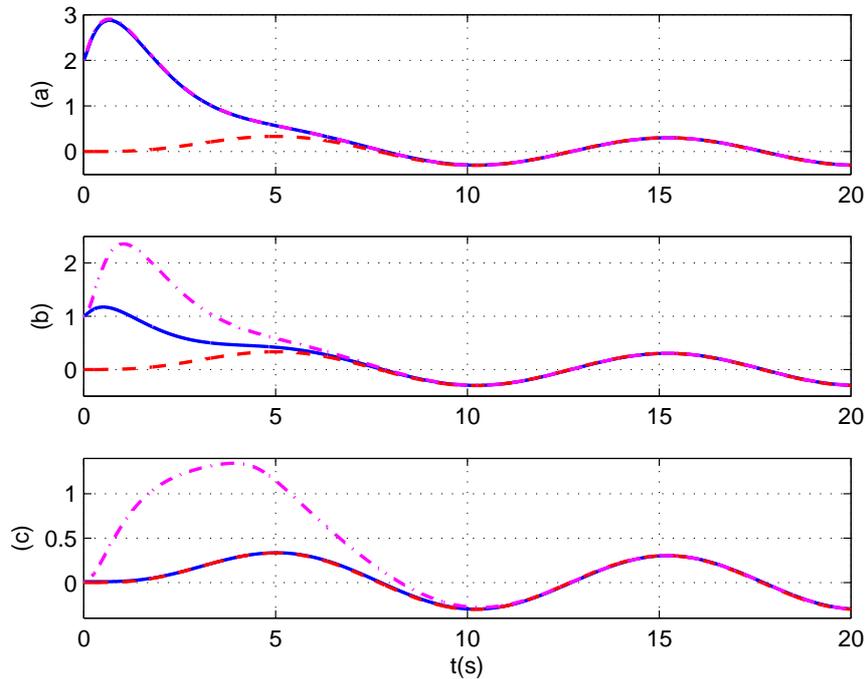


Figura 5.6: Transitório não-uniforme para condições iniciais diferentes: (a) $\xi_1(0) = 2$, (b) $\xi_1(0) = 1$ e (c) $\xi_1(0) = 0.01$. Saída da planta $\xi_1 = y$ (HGO e *dwell-time*: linha contínua; GBC: linha ponto-tracejada) e saída do modelo y_m (linha tracejada).

Podemos concluir que a estratégia de dwell-time garante uma maior região de atração, sem prejudicar o comportamento transitório, e com um ganho de observação menor ($1/\mu$) que o GBC.

• **Exemplo de Monitoração-Detecção de Peaking**

Após o controlador ter sido inicializado, um peaking no HGO provocado por perturbações não-suaves externas pode levar o sistema à instabilidade. Essa situação pode ser observada quando escolhemos $\xi(0) = [0.5 \ 0.5 \ 0]^T$ e inserimos pulsos de amplitude 0.15 e duração 0.0001s na saída da planta y nos instantes $t=1, 2, \dots, 5$ s. Essa pequena perturbação é suficiente para induzir peaking nos estados do HGO e provocar escape em tempo finito em $t=1.06$ s (curvas não mostradas). Por outro lado, a estratégia de dwell-time associada ao esquema de monitoração (5.27)-(5.28), considerando $\alpha = 2$, $\mu = 0.001$ e $\tau_D = 10\mu$ lida graciosamente com essa situação, preservando o seguimento de trajetória como mostrado na Fig. 5.7.

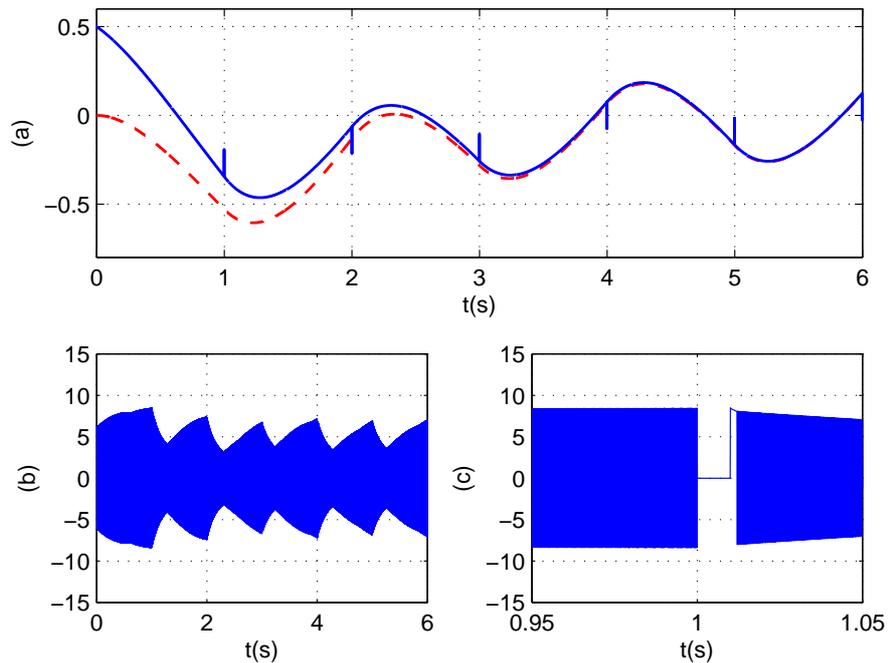


Figura 5.7: Desempenho do esquema de monitoração: (a) saída da planta y corrompida por pulsos de perturbação (linha contínua) e saída do modelo de referência y_m (linha tracejada), (b) sinal de controle u e (c) zoom no sinal de controle u mostrando a reinicialização do dwell-time devido ao pulso em $t=1$ s.

5.9 Conclusões

O controlador por modos deslizantes e realimentação de saída para rastreamento de trajetórias de sistemas fortemente não-lineares incertos desenvolvido neste capítulo utiliza as estimativas do HGO no cálculo da lei de chaveamento e no ganho de controle (ou função de modulação). Devido à estratégia de *dwell-time* na ativação do sinal de controle, o esquema proposto é livre de *peaking*. Foi provado através de um novo lema para o controle por OFSM (Lema 5.1) que a abordagem proposta garante ao menos a estabilidade exponencial semi-global, com respeito a um pequeno conjunto residual independente das condições iniciais, sem a necessidade de fazer uso da saturação na lei de controle. O único parâmetro requerido para aumentar o domínio de estabilidade (região de atração) é o ganho do observador. Um esquema de monitoração simples e intuitivo foi também proposto para evitar o *peaking* induzido por classes de perturbações exógenas de saída.

Acreditamos que a estratégia livre de *peaking* proposta pode ser combinada às várias metodologias de alto-ganho existentes na literatura utilizando HGO para proporcionar comportamento transitório melhor e uniforme, maiores regiões de atração e robustez a perturbações de saída.

A extensão da estratégia apresentada para sistemas com direção de controle desconhecida ($\text{sgn}(k_p)$ desconhecido) pode ser facilmente realizada utilizando-se a generalização da técnica de *funções de monitoração* do Capítulo 4 para sistemas SISO não-lineares de grau relativo arbitrário apresentada em (Oliveira *et al.*, 2007b).

5.10 Demonstrações dos Resultados Principais

5.10.1 Demonstração do Lema 5.1

Introduzindo a transformação de coordenadas $\bar{x}_e = T_n x_e$, com $T_n := [I \ S^T]^T$ e S definido em (5.9), o sistema (5.7) pode ser levado para a forma normal. Logo, pode-se concluir que (5.7) é OSS com respeito à saída de grau relativo unitário Sx_e , ou seja, x_e e e satisfazem

$$|x_e|, |e| \leq k_1 |Sx_e| + \pi_1, \quad (5.29)$$

com $k_1 > 0$ sendo uma constante e π_1 um termo exponencialmente decrescente que depende do valor do estado x_e no início do intervalo \mathcal{I}_D . Note que, para todo \tilde{x}_e , ou $|Sx_e| \leq |S\tilde{x}_e|$ ou $|Sx_e| > |S\tilde{x}_e|$. Sendo assim, ou $|Sx_e| \leq |S\tilde{x}_e|$ ou $\text{sgn}(\hat{\sigma}) = \text{sgn}(Sx_e)$. Considere o último caso.

Utilizando-se a função de energia $V = x_e^T P x_e$, onde $P = P^T > 0$ é a solução de $A_m^T P + P A_m = -I$, pode-se concluir que a derivada temporal de V ao longo das soluções de (5.7) satisfaz $\dot{V} \leq -|x_e|^2 - 2k_p |Sx_e| [\varrho - |d|]$, ou, equivalentemente,

$$\dot{V} \leq -|x_e|^2 - 2|Sx_e| [k_p \varrho - |k_p d|],$$

onde \underline{k}_p é o limitante inferior de k_p definido em (H3). Desta forma, como ϱ em (5.10) satisfaz (5.11), $\forall t \in \mathcal{I}_D$, tem-se que $\dot{V} \leq -|x_e|^2$, que juntamente com o caso $|Sx_e| \leq |S\tilde{x}_e|$ leva à desigualdade $|Sx_e| \leq |S\tilde{x}_e| + \pi_2$, onde π_2 é um termo exponencialmente decrescente. Consequentemente, a partir de (5.29), a dinâmica que governa x_e é ISS com respeito a \tilde{x}_e , $\forall t \in \mathcal{I}_D$. ■

5.10.2 Demonstração do Teorema 5.1

Antes de tudo, como explicado na Seção 5.5.1, relembre que o escape em tempo finito é evitado durante $[0, \tau_D)$, $x_a(t) = [x^T \ \hat{\xi}^T]^T$ é uniformemente limitado em $[0, \tau_D)$ e o transitório do *peaking* nos estados do HGO se assentou após o *dwell-time* τ_D , uma vez que μ é escolhido suficientemente pequeno. Assim sendo, considere o intervalo $\mathcal{I}_D := [\tau_D, t^*)$, o instante de tempo $t^* \in [\tau_D, t_M)$, o estado aumentado $x_a(t) := [x^T \ \hat{\xi}^T]^T$ e a bola $\mathcal{B} := \{x_a : |x_a(t)| \leq R\}$ de raio $R > |x_a(\tau_D)|$, todos definidos no final da Seção 5.5.1.

Convergência e a exclusão do escape em tempo finito: A partir de (5.22), verifica-se que a desigualdade $|\tilde{x}_e| \leq \mathcal{O}(\mu)$ é válida $\forall t \in \mathcal{I}_D$ e μ suficientemente pequeno. Portanto, de acordo com o *Lema 5.1*, pode-se verificar diretamente que $x_e(t)$ é limitado $\forall t \in \mathcal{I}_D$ e pode ser feito arbitrariamente pequeno reduzindo-se μ e as condições iniciais, visto que π_e é um termo exponencialmente decrescente relacionado à condição inicial do sistema em malha fechada.

Como $x_e = \xi - \xi_m$ e $\tilde{x}_e = \xi - \hat{\xi}$, tem-se que $|\xi|$ e $|\hat{\xi}|$ são também limitados por uma outra bola relacionada a R . Relembrando que $\bar{\xi}(t) := |\hat{\xi}(t)| + \Delta \geq |\xi(t)|$ em (5.23), $\forall t \in \mathcal{I}_D$, pode-se verificar a partir de (H4) e (H6) que $|\eta|$, $|\bar{\eta}|$ e, conseqüentemente, $x_a(t) = [x^T \ \hat{\xi}^T]^T$ são também limitados por uma bola relacionada a R . Visto que o estado do sistema não deixa uma bola compacta, então pode-se concluir a partir do Teorema da Continuidade de equações diferenciais [vide (Miller e Michel, 1982, Corollary 3.2)] que t^* e t_M são na realidade $+\infty$ de modo que qualquer eventual escape em tempo finito é evitado.

Portanto, todos os sinais em malha fechada são uniformemente limitados e, em particular, o estado completo do erro $z(t)$ em (4.22). Além disso, a partir do majorante fornecido no *Lema 5.1*, tem-se que $z(t) \rightarrow \mathcal{O}(\mu)$ exponencialmente e assim a seguinte desigualdade se verifica:

$$|z(t)| \leq \beta_0(|z(\tau_D)|)e^{-\lambda_0(t-\tau_D)} + \mathcal{O}(\mu), \quad \forall t \geq \tau_D, \quad (5.30)$$

onde $\lambda_0 > 0$ é uma constante e $\beta_0 \in \mathcal{K}_\infty$.

Estabilidade semi-global: Lembrando que o *dwell-time* τ_D tende a zero quando $\mu \rightarrow 0$ e que $u = 0$, $\forall t \in [0, \tau_D)$, τ_D torna-se tão pequeno à medida que μ é reduzido de forma que as normas do estado da planta $|x|$ e do estado do erro de rastreamento $|x_e|$ permanecem próximas do conjunto de condições iniciais $\forall t \in [0, \tau_D)$. Assim sendo, recordando que $\nu = k_p d_\phi(x, t)$ durante o *dwell-time*, a partir de (5.14)-(5.15) e da hipótese (H5), pode-se escrever que $|\tilde{x}_e(t)| \leq p(t, \mu^{-1}) + \mu \Psi(x(0)) + \mathcal{O}(\mu)$, $\forall t \in [0, \tau_D)$ e μ suficientemente pequeno, com $p(t, \mu^{-1})$ definido em (5.16) e $\Psi(\cdot)$ sendo uma função classe- \mathcal{K} .

Finalmente, podemos estender os resultados $\forall t \in [0, +\infty)$ e considerar esse intervalo na desigualdade (5.30), obtendo assim:

$$|z(t)| \leq \bar{\beta}_0(|z(0)|)e^{-\lambda_0 t} + \mathcal{O}(\mu), \quad \forall t, \quad (5.31)$$

onde $\underline{\lambda}_0 > 0$ é uma constante e $\bar{\beta}_0 \in \mathcal{K}_\infty$. Note que para $|z(0)|$ e μ suficientemente pequenos, tem-se que $|z(t)|$ estará sempre limitado por uma bola compacta relacionada a R ($\forall t$). Como R e $|z(0)|$ podem ser escolhidos arbitrariamente grandes quando $\mu \rightarrow 0$, a estabilidade exponencial semi-global do sistema do erro é obtida.

Resíduo independente das condições iniciais: Note que o conjunto residual de ordem $\mathcal{O}(\mu)$ satisfaz $\mathcal{O}(\mu) \leq k\mu$, onde a constante $k > 0$ pode ser uma função das condições iniciais do sistema em malha fechada, devido à análise baseada na bola \mathcal{B} . Entretanto, para μ suficientemente pequeno e dependente das condições iniciais, o conjunto residual pode ser feito *independente* das condições iniciais. De fato, dada uma constante arbitrária $\bar{\mu}$, tem-se que $\mathcal{O}(\mu) \leq \mathcal{O}(\bar{\mu})$ para $\mu \leq \mathcal{O}(\bar{\mu})/k$. ■

5.10.3 Demonstração do Teorema 5.2

No Teorema 5.1 (caso semi-global), a desigualdade (5.22) foi utilizada para obter uma função de modulação ϱ livre de pico satisfazendo $\varrho \geq |d|$. Isso permitiu usar o *Lema 5.1* para concluir o resultado semi-global. Por outro lado, a desigualdade (5.22) não pode ser utilizada diretamente para obtermos resultados globais, uma vez que esta é válida somente para x_a dentro da bola \mathcal{B} .

Entretanto, se a dinâmica- η for ausente², o ganho de alta frequência k_p for uniformemente limitado ($|k_p| \leq \bar{k}_p$, com $\bar{k}_p > 0$ constante) e d_ϕ for globalmente Lipschitz (em (H5), φ_d é linear), pode-se obter a equação do erro (5.7) com d satisfazendo $|k_p d| \leq |k_m||r| + |K_m||\xi| + k_0|\xi| + k_1$, sendo k_0 e k_1 constantes positivas independentes das condições iniciais (bola \mathcal{B}), tais que $|d_\phi| \leq k_0|\xi| + k_1$. Em outras palavras, neste caso encontra-se um limitante superior para a norma de $k_p d$ afim em $|\xi|$.

²Esta condição apenas simplifica o desenvolvimento, basta considerar φ_0 em (H4) sendo uma função classe- \mathcal{K} globalmente Lipschitz.

Além disso, pode-se escolher ϱ de forma que $|\underline{k}_p \varrho| = k_2 + k_3 |\hat{\xi}|$, com constantes k_2, k_3 satisfazendo $k_2 > |k_m| |r| + k_1$ e $k_3 \geq |K_m| + k_0$. Portanto, lembrando que $|\tilde{x}_e| = |\xi - \hat{\xi}| \geq |\xi| - |\hat{\xi}|$, a seguinte desigualdade pode ser verificada

$$\underline{k}_p \varrho - |k_p d| \geq -k_4 |\tilde{x}_e|, \quad (5.32)$$

onde k_4 é uma constante positiva.

(1) *Propriedade ISS de \tilde{x}_e para x_e :*

De (5.32) e seguindo a demonstração do *Lema 5.1* para o caso em que $|Sx_e| > |S\tilde{x}_e|$, pode-se verificar que a dinâmica de x_e é ISS com respeito a \tilde{x}_e , $\forall t \in [\tau_D, t_M)$, uma vez que

$$\dot{V} \leq -|x_e|^2 + 2k_4 |Sx_e| |\tilde{x}_e|, \quad (5.33)$$

independentemente da desigualdade $\varrho \geq |d|$ ser verificada ou não. De fato, considere os seguintes casos: (i) $|x_e| \leq |\tilde{x}_e|(4k_4|S|)$ ou (ii) $|x_e| > |\tilde{x}_e|(4k_4|S|)$. Para o caso (ii), tem-se de (5.33) que $\dot{V} \leq -\lambda_1 V$, onde $0 < \lambda_1 < 1/2$ é uma constante apropriada. Portanto, utilizando a desigualdade de Rayleigh e considerando o caso (i), pode-se concluir que

$$|x_e(t)| \leq \beta_1 (|x_e(0)|) e^{-\lambda_2 t} + k_5 |\tilde{x}_e(t)|, \quad \forall t \in [\tau_D, t_M), \quad (5.34)$$

onde $\lambda_2, k_5 > 0$ são constantes e $\beta_1 \in \mathcal{K}_\infty$.

(2) *Propriedade ISpS de x_e para \tilde{x}_e :*

Por outro lado, pode-se demonstrar a partir de (5.15) que a dinâmica que governa \tilde{x}_e é ISpS com respeito a x_e , $\forall t \in [\tau_D, t_M)$, com ganho-ISpS da ordem $\mathcal{O}(\mu)$.

De fato, recordando que $\hat{\xi} = \xi - \tilde{x}_e$, $\tilde{x}_e = T_\mu^{-1} \zeta$ e $\xi = x_e + \xi_m$, pode-se reescrever $\hat{\xi}$ como $\hat{\xi} = -T_\mu^{-1} \zeta + x_e + \xi_m$. Além disso, como $|T_\mu^{-1}| \leq 1$, tem-se que $|\hat{\xi}| \leq |\zeta| + |x_e| + k_6$, onde $k_6 \geq |\xi_m|$ é uma constante.

Portanto, pode-se obter um majorante afim em $|x_e| + |\zeta|$ para a função de modulação ϱ . Agora, considere o sinal ν dado em (5.15). Como $|d_\phi| \leq k_0 |\xi| + k_1$ e $\bar{k}_p \geq |k_p| \geq \underline{k}_p > 0$, pode-se escrever que $|\nu| \leq k_7 |u| \leq k_7 \varrho$ e também obter um majorante afim em $|x_e| + |\zeta|$ para a norma do sinal ν :

$$|\nu| \leq k_8 (|x_e| + |\zeta|) + k_9, \quad (5.35)$$

onde k_7, k_8 e k_9 são constantes positivas.

Considere agora a dinâmica de ζ descrita em (5.15) e a função de energia $V = \zeta^T P \zeta$, onde $P = P^T > 0$ é a solução de $A_o^T P + P A_o = -I$. Então, a derivada temporal de V ao longo das soluções de (5.15) satisfaz $\mu \dot{V} = -|\zeta|^2 + (\mu\nu)k_p[2\zeta^T P B_\rho]$ e, de (5.35), tem-se que $\mu \dot{V} \leq -|\zeta|^2 + \mathcal{O}(\mu)|\zeta|^2 + \mathcal{O}(\mu)|\zeta||x_e| + \mathcal{O}(\mu)|\zeta|$. Agora, considere dois casos: (i) $|\zeta| < 4\mathcal{O}(\mu)|x_e| + 4\mathcal{O}(\mu)$ ou (ii) $|\zeta| \geq 4\mathcal{O}(\mu)|x_e| + 4\mathcal{O}(\mu)$. Para o caso (ii), tem-se que $\mathcal{O}(\mu)|x_e|, \mathcal{O}(\mu) \leq |\zeta|/4$ e, portanto, a seguinte desigualdade se verifica: $\mu \dot{V} \leq -|\zeta|^2 + \mathcal{O}(\mu)|\zeta|^2 + |\zeta|^2/4 + |\zeta|^2/4$, ou, equivalentemente,

$$\mu \dot{V} \leq -[1/2 - \mathcal{O}(\mu)]|\zeta|^2,$$

de onde pode-se concluir que $\mu \dot{V} \leq -\lambda_3 V$, com uma constante apropriada $\lambda_3 > 0$ e μ suficientemente pequeno. Logo, considerando o caso (i) e utilizando a desigualdade de Rayleigh, pode-se concluir que

$$|\tilde{x}_e| \leq \beta_2(|\tilde{x}_e(0)|)e^{-\lambda_3 t} + \mathcal{O}(\mu)|x_e| + \mathcal{O}(\mu), \quad \forall t \in [\tau_D, t_M), \quad (5.36)$$

onde $\beta_2 \in \mathcal{K}_\infty$. Em (5.36), o limitante superior para a norma de \tilde{x}_e foi obtido utilizando o fato de que $\tilde{x}_e = T_\mu^{-1} \zeta$ implica em $|\tilde{x}_e| \leq |\zeta|$, pois $|T_\mu^{-1}| \leq 1$ para $\mu < 1$.

(3) *Rastreamento Global Prático:*

O *rastreamento global prático* pode ser obtido substituindo-se (5.36) em (5.34) e fazendo μ suficientemente pequeno (independente das condições iniciais). Seguindo os passos apresentados na prova do *Teorema 5.1*, o intervalo $\forall t \in [0, t_M)$ realmente pode ser considerado também nas desigualdades (5.34) e (5.36). Note que a análise acima está diretamente relacionada com o Teorema de Pequenos Ganhos Não-linear de Jiang *et al.* (1994). Entretanto, aqui não utiliza-se a formulação com normas infinitas, sendo assim mais direta e menos conservadora.

Uma vez que μ é independente das condições iniciais do sistema em malha fechada, conseqüentemente, o conjunto residual de ordem $\mathcal{O}(\mu)$ é também independente. A prova de que todos os sinais no sistema de controle estão uniformemente limitados e da não ocorrência de escape em tempo finito é diretamente obtida do fato de que x_e, \tilde{x}_e e $z(t) \rightarrow \mathcal{O}(\mu)$ exponencialmente e lembrando que $\bar{\xi}(t) := |\hat{\xi}(t)| + \Delta \geq |\xi(t)|$ em (5.23) é uniformemente limitado, visto que $\hat{\xi} = \xi - \tilde{x}_e$ e $\xi = x_e + \xi_m$.

■

5.10.4 Demonstração do Corolário 5.1

Relembrando que $A_\rho = A_m - B_\rho K_m$, $\hat{\xi} = \hat{x}_e + \xi_m$, $\hat{\xi} = x_e + \xi_m - \tilde{x}_e$, $\hat{x}_e = x_e - \tilde{x}_e$ e $\tilde{x}_e = T_\mu^{-1}\zeta$, pode-se verificar a partir de (5.13) que $\dot{\hat{x}}_e = A_m \hat{x}_e + B_\rho u + \varsigma_m + \varsigma_e$, onde $\varsigma_m = -B_\rho(K_m \xi_m + k_m r)$ e $\varsigma_e = (B_\rho K_m + H_\mu L_o C_\rho)(\tilde{x}_e - x_e) + H_\mu L_o e$. Note que, de acordo com os *Teoremas 5.1 e 5.2*, todos os sinais do sistema em malha fechada são uniformemente limitados em norma e $z(t) \rightarrow \mathcal{O}(\mu)$. Então, existe um tempo finito $T_1 > 0$ tal que $|\varsigma_e| \leq \delta_1$, $\forall t \geq T_1$, e qualquer $\delta_1 > 0$. Agora, considere a função de energia $V = \hat{x}_e^T P \hat{x}_e$, onde $P = P^T > 0$ é a solução de $A_m^T P + P A_m = -Q$, com $Q = Q^T > 0$ e $P B_\rho = S^T$ (lembrar que o sistema (A_m, B_ρ, S) é estritamente real positivo). Então, calculando \dot{V} ao longo das soluções da dinâmica que governa \hat{x}_e , pode-se verificar que a condição para a existência de modo deslizante $\dot{\sigma} < 0$ é verificada para algum tempo finito $T_2 \geq T_1$ desde que $\rho \geq \varsigma_m + \delta$, onde $\delta > 0$ é uma constante arbitrária. ■

Capítulo 6

Rastreamento Global via Observador com Ganho Dinâmico

Diversas abordagens para lidar com o problema de rastreamento via controle por modos deslizantes e realimentação de saída (output-feedback sliding mode (OFSM) control) para sistemas incertos com grau relativo arbitrário vêm sendo propostas na literatura de controle (Edwards *et al.*, 2006; Hsu *et al.*, 2002, 2006; Sabanovic *et al.*, 2004; Yu e Xu, 2002). Dentre essas estratégias, destacam-se aquelas que utilizam HGOs (Cunha *et al.*, 2009b; Oh e Khalil, 1997) no projeto de controle. Outras abordagens baseadas no controle por modos deslizantes de alta ordem (higher order sliding mode - HOSM) conseguem atingir rastreamento exato através dos bem conhecidos diferenciadores robustos e exatos (robust exact differentiators - RED) de Levant (2003). Contudo, propriedades de estabilidade e/ou convergência desses esquemas de controle são garantidas apenas localmente. Como discutido na introdução dessa Tese, a maioria das estratégias baseadas em OFSM obtêm resultados globais apenas sob severas hipóteses tais como campos vetoriais limitados linearmente ou uniformemente limitados (Cunha *et al.*, 2009b; Hsu *et al.*, 2002, 2006).

Plantas não-lineares mais gerais foram tratadas no capítulo anterior e em (Esfandiari e Khalil, 1992; Hsu *et al.*, 2006; Oh e Khalil, 1997; Oliveira *et al.*, 2007b), entretanto apenas rastreamento semi-global pôde ser concluído. Isto não é surpreendente visto que, como mostrado em (Mazenc *et al.*, 1994), para sistemas com não-linearidades polinomiais nos estados não-medidos, o problema de estabilização ou rastreamento global via realimentação de saída pode não ter solução.

Além do controle por modos deslizantes, muitas outras abordagens para solucionar o problema de realimentação global de saída foram propostos baseados em *backstepping*, HGOs com ganho variável (Ahrens e Khalil, 2007; Krishnamurthy *et al.*, 2003, 2002; Lei e Lin, 2005; Praly, 2001), homogeneidade (Andrieu *et al.*, 2007, 2009) ou algum tipo de adaptação (Marino e Tomei, 1995). Contudo, nenhum resultado global foi apresentado para a classe de sistemas considerada no presente capítulo no domínio de OFSM, onde a robustez e a possibilidade de obter excelentes respostas transitórias são vantagens reconhecidas e importantes.

Acredita-se que a classe de sistemas abordada aqui está no estado da arte do controle por realimentação de saída com resultados globais comumente considerada por outros autores (Andrieu *et al.*, 2007, 2009; Kaliora *et al.*, 2006; Lei e Lin, 2005; Praly, 2001; Praly e Jiang, 2004). Nós tratamos com plantas não-lineares variantes no tempo, de fase mínima, afins no controle, transformáveis para a forma normal e para as quais é possível implementar um observador da norma do estado. Essa classe inclui sistemas nas formas *output-feedback* e *parametric strict feedback*, sistemas triangulares com condição de crescimento linear no estado não-medido e taxa de crescimento possivelmente dependente de estados da dinâmica interna, da saída e do tempo. Não-linearidades polinomiais nos estados não-medidos da dinâmica interna e da saída da planta são também permitidos.

Neste capítulo, nós estendemos a aplicabilidade dos resultados utilizando HGO com ganho dinâmico originalmente propostos por Peixoto *et al.* (2007), e anteriormente restritos a sistemas com crescimento linear nos estados não-medidos e taxa de crescimento constante e conhecida, para uma classe mais ampla de não-linearidades. O resultado principal é mostrar que o controle por OFSM baseado em um HGO com ganho dinâmico pode também ser usado para a classe no estado da arte de sistemas não-lineares, garantindo rastreamento global e prático. Diferentemente da maioria dos esquemas existentes, o ganho do HGO não é atualizado através da solução da equação de Riccati (Andrieu *et al.*, 2007; Kaliora *et al.*, 2006; Praly, 2001) mas, ao contrário, nós utilizamos funções simples (e.g., polinomiais) baseadas em sinais medidos, além de técnicas de majoração-dominância (*domination*) (Andrieu *et al.*, 2007, 2009; Lei e Lin, 2005). Aparentemente, esse é o primeiro trabalho a conseguir esses resultados em OFSM para a classe de plantas aqui considerada.

Como evidenciado no capítulo anterior, uma desvantagem das estratégias de controle baseadas em HGO é o fenômeno de *peaking* (Sussmann e Kokotović, 1991), que pode degradar o desempenho do sistema ou mesmo levar à instabilidade. Técnicas para se evitar o *peaking* através de saturação do sinal de controle já haviam sido propostas em (Esfandiari e Khalil, 1992; Oh e Khalil, 1997), porém essa abordagem leva apenas a resultados locais ou semi-globais. Aqui, seguindo (Cunha *et al.*, 2009b) e diferentemente do Capítulo 5, o *peaking* no sinal de controle é evitado utilizando-se sinais medidos que não são baseados em alto ganho para gerar a magnitude da lei de controle por modos deslizantes. As estimativas do HGO são utilizadas apenas para formar a superfície de deslizamento.

Estabilidade global com respeito a um conjunto compacto e convergência exponencial para um conjunto residual pequeno no espaço de estado do erro são provadas. Exemplos acadêmicos ilustram a classe de sistemas e o comportamento variante no tempo do ganho do HGO.

O conteúdo desse capítulo é fruto de duas publicações apresentadas no periódico (Peixoto e Oliveira *et al.*, 2009b) e no congresso (Peixoto, Oliveira e Hsu, 2009a).

6.1 Preliminares

Relembrando, as seguintes notações e terminologia serão utilizadas:

- A norma-2 (Euclidiana) de um vetor $x = [x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_n]^T$ e a correspondente norma induzida de uma matriz A são denotadas por $|x|$ e $|A|$, respectivamente. O símbolo $\lambda[A]$ denota o espectro de A e $\lambda_m[A] = -\max_i \{Re\{\lambda[A]\}\}$.
- A norma $\mathcal{L}_{\infty e}$ de um sinal $x(t) \in \mathbb{R}^n$ é definida como $\|x_t\| := \sup_{0 \leq \tau \leq t} |x(\tau)|$.
- Funções classe \mathcal{K} e \mathcal{K}_∞ são definidas de acordo com (Khalil, 2002, p. 144). ISS, OSS e IOSS significam Input-State-Stable (ou Stability), Output-State-Stable (ou Stability) e Input-Output-State-Stable, respectivamente (Sontag e Wang, 1995).
- (i) α denota funções classe- \mathcal{K} ; (ii) β denota funções classe- \mathcal{K}_∞ ; (iii) π denota funções classe- \mathcal{KL} ; (iv) Ψ denota funções classe- \mathcal{K} conhecidas; (v) φ e $\bar{\varphi}$ denotam funções não-negativas conhecidas.

Considere sistemas não-lineares SISO da forma

$$\dot{x} = f(x, t) + g(x, t)u, \quad (6.1)$$

$$y = h(x, t), \quad (6.2)$$

onde $u \in \mathbb{R}$ é a entrada de controle (descontínua), $y \in \mathbb{R}$ é a saída medida, x é o estado e as funções incertas $f(\cdot, \cdot)$, $g(\cdot, \cdot)$ e $h(\cdot, \cdot)$ são suficientemente suaves para garantir existência local e unicidade de solução a partir de qualquer condição inicial (x_0, t_0) . Para cada solução de (6.1) existe um intervalo de tempo máximo de definição dado por $[0, t_M)$, onde t_M pode ser finito ou infinito. Portanto, o escape em tempo finito não pode ser excluído *a priori*. A definição de solução de Filippov é adotada (Filippov, 1964), assim como o conceito de controle equivalente estendido (Hsu *et al.*, 2002, Section 2.3). Denota-se o sinal de controle equivalente (contínuo por partes) simplesmente por $u(t)$.

Assim como nos Capítulos 4 e 5, nossa estratégia de realimentação de saída conta com a implementação de um observador ou estimador da norma do estado da planta x . Na definição a seguir: (i) seja u a entrada da planta; (ii) y é a saída da planta; (iii) γ_o é uma função suave; e (iv) $\varphi_o(\cdot, \cdot, t)$ e $\bar{\varphi}_o(\cdot, t)$ são funções não-negativas, contínuas por partes e limitadas em t (como definido em (Kaliora *et al.*, 2006)), além de serem contínuas em seus outros argumentos.

Definição 6.1 *Um observador da norma para o sistema (6.1)–(6.2) é um sistema dinâmico de ordem- m da forma:*

$$\tau_1 \dot{\omega}_1 = -\omega_1 + u, \quad (6.3)$$

$$\tau_2 \dot{\omega}_2 = \gamma_o(\omega_2) + \tau_2 \varphi_o(\omega_1, y, t), \quad (6.4)$$

com estados $\omega_1 \in \mathbb{R}$, $\omega_2 \in \mathbb{R}^{m-1}$ e constantes positivas τ_1, τ_2 tais que para $t \in [0, t_M)$: (i) se $|\varphi_o|$ é uniformemente limitada por uma constante $c_o > 0$, então $|\omega_2|$ pode escapar no máximo exponencialmente e existe $\tau_2^*(c_o)$ tal que a dinâmica- ω_2 é BIBS (Bounded-Input-Bounded-State) estável w.r.t. φ_o para $\tau_2 \leq \tau_2^*$; (ii) para cada $x(0), \omega_1(0), \omega_2(0)$, existe $\bar{\varphi}_o$ tal que

$$|x(t)| \leq \bar{\varphi}_o(\omega(t), t) + \pi_o(t), \quad \omega := [\omega_1 \ \omega_2^T \ y]^T, \quad (6.5)$$

onde $\pi_o := \beta_o(|\omega_1(0)| + |\omega_2(0)| + |x(0)|)e^{-\lambda_o t}$ com $\beta_o \in \mathcal{K}_\infty$ e constante positiva λ_o . ■

6.2 Formulação do Problema

Considera-se o problema de rastreamento global de sistemas da forma (6.1)–(6.2) transformáveis para a forma normal (Khalil, 2002):

$$\dot{\eta} = f_0(x, t), \quad (6.6)$$

$$\dot{\xi} = A_\rho \xi + b_\rho k_p(x, t) [u + d(x, t)], \quad y = c_\rho \xi, \quad (6.7)$$

onde o estado transformado é definido como

$$\bar{x} := [\eta^T \ \xi^T]^T = T(x, t). \quad (6.8)$$

O subsistema- η representa a dinâmica interna com $\eta \in \mathbb{R}^{n-\rho}$ e o estado da dinâmica externa (ξ) é dado por

$$\xi := [y \ \dot{y} \ \dots \ y^{(\rho-1)}]^T. \quad (6.9)$$

O par (A_ρ, b_ρ) está na forma canônica controlador de Brunovsky, i.e.,

$$A_\rho = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}; \quad b_\rho = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (6.10)$$

e $c_\rho = [1 \ 0 \ \dots \ 0]$, além disso, $d(x, t)$ é considerada como uma perturbação não-linear casada e $k_p(x, t)$ é o ganho de alta frequência (high frequency gain - HFG) da planta assumido não-nulo. Note que é assumido, portanto, que a planta (6.1)–(6.2) tem um grau relativo ρ forte¹.

Observação 6.1 (Forma Normal) *Para plantas invariantes no tempo, a hipótese de grau relativo uniforme (Isidori, 1995; Khalil, 2002) é uma condição necessária e suficiente para a existência de uma mudança de coordenadas local (difeomorfismo local) que transforma (6.1)–(6.2) em (6.6)–(6.7). Aqui, não é requerido que o mapeamento $T(x, t)$ (6.8) seja invertível, mas somente uma transformação global. Uma condição suficiente para assegurar que a planta variante no tempo (6.1)–(6.2) seja transformável na forma normal é dada na Seção 6.9.1.*

¹Esta terminologia é utilizada em (Diao e Passino, 2001), onde a dependência do tempo é considerada na então chamada “derivada de Lie modificada”.

Na seguinte hipótese, formula-se as restrições impostas sobre $T(x, t)$, $k_p(x, t)$ e $d(x, t)$, onde a dependência em $y = h(x, t)$ é explicitamente dada a fim de obtermos majorantes menos conservadores.

Antes de tudo, para $i = 1, 2, 3$, sejam: (a) $\varphi_i(|x|, y, t)$ funções não-negativas, crescentes e contínuas em $|x|$, contínuas em y , limitadas (majoradas) e contínuas por partes em t ; (b) $\bar{\varphi}_i(y, t)$ funções não-negativas contínuas em y e limitadas e contínuas por partes em t ; e (c) $\alpha_i(|x|)$ funções classe- \mathcal{K} localmente Lipschitz.

Hipótese 1 *Existem funções conhecidas $\varphi_i, \bar{\varphi}_i, \alpha_i$ e uma constante positiva conhecida c_p tais que as seguintes desigualdades são verificadas $\forall x, y, \forall t \in [0, t_M)$:*

$$\begin{aligned}\beta_T(|x|) + \gamma_T(y, t) &\leq |T(x, t)| \leq \varphi_1(|x|, y, t), \\ 0 < c_p &\leq k_p(x, t) \leq \varphi_2(|x|, y, t), \\ |d(x, t)| &\leq \varphi_3(|x|, y, t),\end{aligned}$$

onde φ_i satisfaz $\varphi_i(|x|, y, t) \leq \alpha_i(|x|) + \bar{\varphi}_i(y, t)$, β_T é alguma função classe- \mathcal{K}_∞ e γ_T é uma função escalar não-negativa e contínua em y e contínua por partes e uniformemente limitada em t .

O limitante inferior para $|T|$ assegura que se \bar{x} estiver limitado, então x também estará e o limitante inferior para k_p garante que ele é positivo (sem perda de generalidade)². Por outro lado, as funções que limitam superiormente ou majoram T , k_p e d são utilizadas para obtermos limitantes em norma implementáveis para ξ , k_p e d a partir do vetor de estado ω do *observador da norma* (6.3)–(6.4).

De modo geral, os majorantes dados na Hipótese 1 impõem restrições significativas apenas com respeito a dependência no tempo, visto que $f(x, t)$, $g(x, t)$ e $h(x, t)$ são suficientemente suaves (por hipótese) para que T , k_p e d sejam contínuos em x .

Adicionalmente, assume-se que:

Hipótese 2 (Fase Mínima) *Existe uma função de armazenamento $V(\eta)$ satisfazendo $\underline{\beta}(|\eta|) \leq V(\eta) \leq \bar{\beta}(|\eta|)$ com $\underline{\beta}, \bar{\beta} \in \mathcal{K}_\infty$, tal que:*

$$\frac{\partial V}{\partial \eta} f_0(x, t) \leq -\beta_0(|\eta|) + \varphi_0(|\xi|, t),$$

²O caso com $\text{sgn}(k_p)$ desconhecido (direção de controle desconhecida) poderia ser considerado utilizando-se a generalização da técnica de funções de monitoração para grau relativo arbitrário introduzida em (Oliveira *et al.*, 2007b).

$\forall x, y, \forall t \in [0, t_M)$, para algum $\beta_0 \in \mathcal{K}_\infty$ e alguma função escalar não-negativa $\varphi_0(|\xi|, t)$, contínua em $|\xi|$ e contínua por partes e limitada em t .

A Hipótese 2 garante que a dinâmica interna (6.6) tem uma propriedade semelhante à ISS com respeito a uma função apropriada de ξ e t . Por essa razão, isso corresponde à uma generalização do conceito de plantas de fase mínima e possibilita concluirmos que se ξ estiver uniformemente limitado, então η também estará.

Hipótese 3 (Observabilidade da Norma) A planta (6.1)–(6.2) admite um observador da norma (Definição 6.1) para funções $\gamma_o, \varphi_o, \bar{\varphi}_o$ conhecidas e constantes positivas τ_1, τ_2 .

É bem conhecido da literatura que, no caso invariante no tempo, se a planta (6.1)–(6.2) for IOSS (Sontag e Wang, 1997) então ela admite um *observador da norma* de acordo com a Hipótese 3. Na Seção 6.7, apresenta-se uma classe mais geral de plantas não-lineares e variantes no tempo para a qual é possível encontrarmos um *observador da norma* como (6.3)–(6.4). Tal classe engloba plantas com condição de crescimento linear nos estados não-medidos e taxa de crescimento possivelmente dependente de η, y e t . É importante salientar que não-linearidades fortes (polinomiais) em η e y são permitidas.

6.2.1 Problema de Rastreamento Global Prático

O objetivo é encontrar uma lei de controle dinâmica u via realimentação de saída para levar o *erro de rastreamento ou de saída*

$$e(t) = y(t) - y_m(t) \quad (6.11)$$

exponencialmente para zero ou alguma vizinhança pequena de zero (rastreamento prático), partindo-se de quaisquer condições iniciais da planta e do controlador e mantendo todos os sinais da malha-fechada limitados uniformemente, apesar das incertezas do sistema. A *trajetória desejada* $y_m(t)$ é assumida ser gerada pelo seguinte *modelo de referência*:

$$\dot{\xi}_m = A_m \xi_m + b_\rho k_m r, \quad A_m = A_\rho + b_\rho K_m, \quad y_m = c_m^T \xi_m, \quad (6.12)$$

onde $\xi_m := [y_m \quad \dot{y}_m \quad \dots \quad y_m^{(\rho-1)}]^T$, $k_m > 0$ é constante, $K_m \in \mathbb{R}^{1 \times \rho}$ é tal que A_m seja Hurwitz e $r(t)$ é assumida contínua por partes e uniformemente limitada.

6.2.2 Reduzindo o Rastreamento em Regulação

Subtraindo (6.12) de (6.7) tem-se

$$\dot{\xi}_e = A_m \xi_e + b_p k_p [u + d_e], \quad e = c_m^T \xi_e, \quad (6.13)$$

onde $\xi_e := \xi - \xi_m$ é o estado do erro de rastreamento, $c_m^T = [1 \ 0 \cdots \ 0]$ (então $e = \xi_1 - \xi_{m1} = y - y_m$) e a *perturbação equivalente de entrada* d_e é definida por

$$k_p d_e(x, \xi, t) := k_p d(x, t) - K_m \xi - k_m r. \quad (6.14)$$

O problema de rastreamento pode ser formulado como um problema de regulação que consiste em encontrar uma lei de controle por modos deslizantes via realimentação de saída (OFSM) u tal que e seja regulado globalmente para uma vizinhança de zero, i.e., para quaisquer condições $x(0), \omega_1(0), \omega_2(0)$: (i) as soluções de (6.3), (6.4), (6.6) e (6.7) sejam uniformemente limitadas e (ii) a saída $e = \xi_1 - \xi_{m1}$ de (6.13), i.e., o erro de rastreamento (6.11), tenda para uma vizinhança de zero quando $t \rightarrow \infty$.

6.2.3 Limitantes Auxiliares via Observador da Norma

Os seguintes majorantes para ξ , k_p e d são obtidos, a menos de termos exponencialmente decrescentes, a partir das funções limitantes dadas na Hipótese 1 e do *observador da norma* formulado na Definição 6.1 (detalhes na Seção 6.9.3):

$$|\xi| \leq \psi_1(\omega, t) + \pi_1, \quad (6.15)$$

$$k_p(x, t) \leq \psi_2(\omega, t) + \pi_1, \quad (6.16)$$

$$|d(x, t)| \leq \psi_3(\omega, t) + \pi_1, \quad (6.17)$$

onde $\psi_i(\omega, t) := \varphi_i(2\bar{\varphi}_o, y, t) + \bar{\varphi}_i(y, t)$ ($i = 1, 2, 3$) e $\pi_1 = \beta_1(|\omega(0)| + |x(0)|)e^{-\lambda_o t}$ com algum $\beta_1 \in \mathcal{K}_\infty$ e λ_o na Definição 6.1.

Assim, com c_p definido na Hipótese 1 e a partir de (6.14) pode-se verificar que $|d_e| \leq |d| + (|K_m||\xi| + k_m|r|)/c_p$. Além disso, de (6.15) e (6.17), a seguinte desigualdade se verifica:

$$|d_e(x, \xi, t)| + \delta \leq \varrho(\omega, t) + \pi_2, \quad (6.18)$$

onde δ é uma constante não-negativa arbitrária,

$$\varrho(\omega, t) := \psi_3 + (|K_m|\psi_1 + k_m|r|)/c_p + \delta, \quad (6.19)$$

e $\pi_2 := |K_m|\pi_1/c_p + \pi_1$.

6.3 Controle por Modos Deslizantes e Realimentação de Saída

Assim como realizando no Capítulo 5, quando apenas y está disponível para realimentação, pode-se escolher

$$\hat{\sigma} := S\hat{\xi}_e = 0, \quad \hat{\xi}_e := \hat{\xi} - \xi_m, \quad (6.20)$$

como a superfície de deslizamento, onde S é tal que (A_m, b_ρ, S) é estritamente real positivo (strictly positive real - SPR) e $\hat{\xi}$ é uma estimativa de ξ (6.9) fornecida pelo HGO. A lei de controle u é dada por

$$u = -\varrho(\omega, t) \operatorname{sgn}(\hat{\sigma}(t)). \quad (6.21)$$

Assim, definindo o *erro de estimação* como

$$\tilde{\xi}_e := \xi_e - \hat{\xi}_e = \xi - \hat{\xi}, \quad (6.22)$$

o seguinte lema pode ser enunciado.

Lema 6.1 (Propriedade ISS de $|\tilde{\xi}_e|$ para ξ_e) *Considere a dinâmica que governa ξ_e em (6.13) com saída $\hat{\sigma} = S\xi_e - S\tilde{\xi}_e$, u dado em (6.21), ϱ em (6.19) e d_e em (6.14). Então, (6.13) é ISS com respeito a $\tilde{\xi}_e$ e a seguinte desigualdade se verifica*

$$|\xi_e(t)| \leq k_e |\tilde{\xi}_e(t)| + \pi_e,$$

sendo $\pi_e := \beta_e(|\omega(0)| + |x(0)| + |\xi_e(0)|)e^{-\lambda_e t}$, $\beta_e \in \mathcal{K}_\infty$, $0 < \lambda_e < \min\{\lambda_m[A_m], \lambda_o\}$, λ_o dada na Definição 6.1 e $k_e > 0$ uma constante apropriada.

Prova: A demonstração é idêntica àquela realizada para o Lema 5.1 e apresentada no Capítulo 5. ■

Nosso objetivo é fornecer uma estimativa $\hat{\xi}$ por meio de um HGO tal que a norma do erro de observação $|\tilde{\xi}_e(t)|$ seja arbitrariamente pequena e utilizar o Lema 6.1 para concluir o rastreamento prático e global. Como demonstrado em (Peixoto, 2007) e constatado no Capítulo 5, um HGO com ganho constante não é capaz de atender de forma global o objetivo traçado para uma classe geral de plantas não-lineares e desta forma, seguindo a filosofia apresentada em (Peixoto *et al.*, 2007), nós iremos adotar um HGO com ganho variável para atingirmos o rastreamento global.

Assim como no capítulo anterior, um eventual *peaking* (Sussmann e Kokotović, 1991) em $\hat{\sigma}$ é bloqueado pela função $\text{sgn}(\cdot)$ em (6.21) e o sinal de controle u é livre de *peaking* visto que $\varrho(\omega, t)$ é implementado utilizando-se apenas sinais disponíveis bem condicionados (sem *peaking*). O esquema proposto é representado na Fig. 6.1.

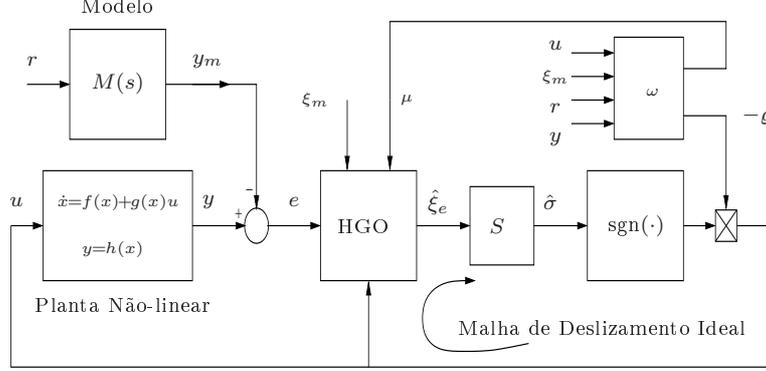


Figura 6.1: Controlador OFSM global usando HGO com ganho variável.

6.4 Observador de Alto Ganho com Ganho Variável

O HGO é dado por

$$\dot{\hat{\xi}} = A_\rho \hat{\xi} + b_\rho u + H_\mu L_o (y - c_\rho \hat{\xi}), \quad (6.23)$$

onde L_o e H_μ são dados por

$$L_o := [l_1 \ \dots \ l_\rho]^T \text{ e } H_\mu := \text{diag}(\mu^{-1}, \dots, \mu^{-\rho}). \quad (6.24)$$

O ganho do observador L_o é tal que $s^\rho + l_1 s^{\rho-1} + \dots + l_\rho$ é Hurwitz. Neste capítulo, ao invés de usarmos um parâmetro μ constante, introduzimos um parâmetro $\mu = \mu(t) \neq 0, \forall t \in [0, t_M)$ variável, da forma

$$\mu(\omega, t) := \frac{\bar{\mu}}{1 + \psi_\mu(\omega, t)}, \quad (6.25)$$

onde ψ_μ , chamada **função de dominação**, é uma função não-negativa (a ser definida) contínua em seus argumentos e $\bar{\mu} > 0$ é uma constante de projeto.

Para cada trajetória do sistema, μ é absolutamente contínua e $\mu \leq \bar{\mu}$. Note que μ é limitada para t em qualquer sub-intervalo finito de $[0, t_M)$. Portanto,

$$\mu(\omega, t) \in [\underline{\mu}, \bar{\mu}], \quad \forall t \in [t_*, t_M), \quad (6.26)$$

para algum $t_* \in [0, t_M)$ e $\underline{\mu} \in (0, \bar{\mu})$.

Deste modo, considerando a planta SISO não-linear (6.1)–(6.2) transformável na forma normal (6.6)–(6.7) sob as Hipóteses 1–3, lei de controle (6.21), com ϱ dado por (6.19) e observador de alto ganho (6.23) com μ sendo dado por (6.25) e função de dominação apropriada ψ_μ . Então, para constantes $\tau_2, \bar{\mu} > 0$ suficientemente pequenas, são garantidas estabilidade assintótica global (*global asymptotic stability* - GAS) do sistema do erro com respeito a um conjunto compacto e convergência exponencial do estado do sistema do erro para um conjunto residual de ordem $\bar{\mu}$, com ambos os conjuntos sendo independentes das condições iniciais do sistema. Além disso, todos os sinais do sistema em malha fechada são uniformemente limitados. A análise de estabilidade detalhada e o enunciado formal do resultado principal (Teorema 6.1) serão apresentados posteriormente na Seção 6.5.

6.4.1 Dinâmica do Erro de Observação

A transformação (Cunha *et al.*, 2009b)(Oh e Khalil, 1997)

$$\zeta := T_\mu \tilde{\xi}_e, \quad T_\mu := [\mu^\rho H_\mu]^{-1}, \quad (6.27)$$

é fundamental para representar a dinâmica de $\tilde{\xi}_e$ em um sistema de coordenadas conveniente que nos permite mostrar que $\tilde{\xi}_e$ fica arbitrariamente pequeno, a menos de termos exponencialmente decrescentes. Primeiro, a partir de (6.10), (6.24) e (6.27), note que:

$$T_\mu (A_\rho - H_\mu L_o c_\rho) T_\mu^{-1} = \frac{1}{\mu} A_o, \quad (6.28)$$

$$T_\mu b_\rho = b_\rho, \quad (6.29)$$

$$\dot{T}_\mu T_\mu^{-1} = \frac{\dot{\mu}}{\mu} \Delta, \quad (6.30)$$

onde $A_o := A_\rho - L_o c_\rho$ e $\Delta := \text{diag}(1 - \rho, 2 - \rho, \dots, 0)$. Em seguida, subtraindo-se (6.23) de (6.7) e aplicando-se as relações acima, a dinâmica de $\tilde{\xi}_e$ (6.22) na nova coordenada ζ (6.27) é dada por:

$$\mu \dot{\zeta} = [A_o + \dot{\mu}(t)\Delta]\zeta + b_\rho[\mu\nu], \quad (6.31)$$

onde

$$\nu := (k_p - 1)u + k_p d. \quad (6.32)$$

6.4.2 Projeto da Função de Dominação

O ganho do HGO é inversamente proporcional ao pequeno parâmetro μ , e é permitido ser variante no tempo a fim de garantir o rastreamento global. Nesta seção, nossa tarefa é estabelecer as propriedades que a função de dominação $\psi_\mu(\omega, t)$ em (6.25) deve possuir para que $\mu|\nu|$ e $|\dot{\mu}|$ sejam suficientemente pequenas, ao menos após um um intervalo de tempo finito. Consequentemente, após um tempo finito, $\dot{\mu}$ não afeta a estabilidade de A_o em (6.31) e ζ ou $\tilde{\xi}_e$ podem ser feitos arbitrariamente pequenos, a menos de termos exponencialmente decrescentes.

Limitantes Superiores Auxiliares

Note que, a partir da definição de u (6.21), tem-se $|u(t)| \leq \varrho(\omega, t)$. Assim, a partir dos limitantes superiores (6.16) e (6.17), o sinal ν (6.32) satisfaz

$$|\nu| \leq \psi_\nu(\omega, t) + \pi_3, \quad (6.33)$$

onde $\psi_\nu := \varrho\psi_2 + \varrho + \varrho^2 + \psi_2\psi_3 + \psi_2^2 + \psi_3^2$ é conhecido e $\pi_3 := 3\pi_1^2$. Então, de (6.25) e (6.33), pode-se escrever

$$\mu|\nu| \leq \frac{\psi_\nu}{1 + \psi_\mu} \bar{\mu} + \mu\pi_3. \quad (6.34)$$

Com o intuito de desenvolver um majorante para $|\dot{\mu}|$, nós precisaremos de um limitante superior para $|\dot{\omega}|$. A partir de (6.9), tem-se $|\dot{y}| \leq |\xi|$ e, de (6.15), pode-se verificar que $|\dot{y}| \leq \psi_1(\omega, t) + \pi_1$. Além disso, da Definição 6.1 e de (6.21), $\dot{\omega}_1$ e $\dot{\omega}_2$ satisfazem $\tau_1|\dot{\omega}_1| \leq |\omega_1| + \varrho(\omega, t)$ e $\tau_2|\dot{\omega}_2| \leq |\gamma_o(\omega_2)| + \tau_2|\varphi_o|$, respectivamente. Portanto, pode-se concluir que

$$|\dot{\omega}| \leq \psi_\omega(\omega, t) + \pi_1, \quad (6.35)$$

onde $\psi_\omega(\omega, t) := \psi_1 + |\omega_1|/\tau_1 + \varrho/\tau_1 + |\gamma_o|/\tau_2 + |\varphi_o|$ é conhecido. Finalmente, multiplicando-se (6.25) e (6.35), conseguimos

$$\mu|\dot{\omega}| \leq \frac{\psi_\omega}{1 + \psi_\mu} \bar{\mu} + \mu\pi_1. \quad (6.36)$$

Propriedades da Função de Dominação

Nós começamos escolhendo a função de dominação ψ_μ em (6.25) para que as seguintes propriedades sejam satisfeitas com ψ_ν em (6.33) e ψ_ω em (6.35):

(P0) $\psi_\nu, \psi_\omega \leq c_{\mu 0}(1 + \psi_\mu), \forall t \in [0, t_M)$, sendo $c_{\mu 0} \geq 0$ uma constante *conhecida*.

Se ψ_μ satisfaz (P0) então, a partir de (6.34) e (6.36), $\mu|\nu|$ e $\mu|\dot{\omega}|$ podem ser limitadas por

$$\mu|\nu| \leq \mathcal{O}(\bar{\mu}) + \mu\pi_3. \quad (6.37)$$

$$\mu|\dot{\omega}| \leq \mathcal{O}(\bar{\mu}) + \mu\pi_1. \quad (6.38)$$

A fim de obtermos um majorante para $|\dot{\mu}|$, $\dot{\mu}$ pode ser calculado diferenciando-se (6.25):

$$\dot{\mu}(t) = -\frac{\mu^2}{\bar{\mu}} \left[\frac{\partial \psi_\mu}{\partial \omega} \dot{\omega} + \frac{\partial \psi_\mu}{\partial t} \right] = -\frac{\frac{\partial \psi_\mu}{\partial \omega}}{1 + \psi_\mu} \mu \dot{\omega} - \frac{\frac{\partial \psi_\mu}{\partial t}}{1 + \psi_\mu} \mu. \quad (6.39)$$

Note que, $\dot{\mu}$ é um sinal contínuo por partes que pode ser limitado superiormente por

$$|\dot{\mu}(t)| \leq \frac{\left| \frac{\partial \psi_\mu}{\partial \omega} \right|}{1 + \psi_\mu} \mu |\dot{\omega}| + \frac{\left| \frac{\partial \psi_\mu}{\partial t} \right|}{1 + \psi_\mu} \mu. \quad (6.40)$$

Nossa estratégia é projetar $\psi_\mu(\omega, t)$ tal que a seguinte propriedade adicional seja satisfeita:

(P1) $\left| \frac{\partial \psi_\mu}{\partial \omega} \right|, \left| \frac{\partial \psi_\mu}{\partial t} \right| \leq c_{\mu 1}(1 + \psi_\mu), \forall t \in [0, t_M)$, sendo $c_{\mu 1} \geq 0$ uma constante *conhecida*.

Essa propriedade é trivialmente satisfeita por uma função polinomial ψ_μ com coeficientes positivos (vide Seção 6.4.2).

Agora, com ψ_μ satisfazendo (P1), tem-se que:

$$|\dot{\mu}(t)| \leq c_{\mu 1} \mu |\dot{\omega}| + c_{\mu 1} \mu. \quad (6.41)$$

Consequentemente, de (6.41), (6.37) e (6.38) a seguinte desigualdade pode ser obtida:

$$|\dot{\mu}(t)|, \mu|\nu| \leq \mathcal{O}(\bar{\mu}) + \mu\pi_4, \quad (6.42)$$

onde $\pi_4 := c_{\mu 1}\pi_1 + \pi_3$.

Note que, a partir de (6.5) e da Hipótese 1, se qualquer sinal do sistema em malha fechada escapa em tempo finito, então ω também escapa. Realmente, de acordo com a Hipótese 3, o sistema goza da propriedade denominada *unboundedness observability* (UO) (Angeli e Sontag, 1999). Nós usaremos este fato para projetar $\psi_\mu(\omega, t)$ de modo que se ω escapa em algum tempo finito então $\psi_\mu(\omega, t)$ também escapa não posteriormente a este instante. A partir de (6.25), isso irá garantir que o segundo termo no lado direito de (6.42) será de ordem $\mathcal{O}(\bar{\mu})$, antes de qualquer eventual escape em tempo finito.

Com essa finalidade, ψ_μ deve ser projetado para satisfazer a propriedade:

(P2) $\|\omega_t\|e^{-\lambda_\mu t} \leq \psi_\mu(\omega, t)$, $\forall \omega, \forall t \in [0, t_M)$, sendo λ_μ uma constante positiva de projeto.

O termo exponencial com taxa λ_μ atua como um fator de esquecimento que permite um projeto para ψ_μ menos conservador. Relembrando que π_4 pode ser escrito como $\pi_4 = \beta_4(|\omega(0)| + |x(0)|)e^{-\lambda_4 t}$, com $\beta_4 \in \mathcal{K}_\infty$ e λ_4 sendo uma constante positiva, então, se ψ_μ satisfaz (P2), a seguinte relação pode ser obtida

$$\mu\pi_4 \leq \bar{\mu} \frac{\pi_4}{1 + \psi_\mu} \leq \bar{\mu} \frac{\beta_4(|\omega(0)| + |x(0)|)e^{-\lambda_4 t}}{1 + \|\omega_t\|e^{-\lambda_\mu t}}, \quad (6.43)$$

$\forall t \in [0, t_M)$. Pode-se mostrar que (vide Section 6.9.3) o lado direito de (6.43) é majorado por $\bar{\mu}$, ao menos após algum tempo finito ($t_\mu \geq 0$). Finalmente, se ψ_μ é projetado para que (P0)–(P2) sejam satisfeitas, então de (6.42) e (6.43) pode-se verificar que existe um tempo finito $t_\mu \in [0, t_M)$ tal que:

$$|\omega|, |\zeta| \leq \beta_5(|\omega(0)| + |x(0)| + |\zeta(0)|), \quad \forall t \in [0, t_\mu), \quad (6.44)$$

$$|\dot{\mu}(t)|, \mu|\nu| \leq \mathcal{O}(\bar{\mu}), \quad \forall t \in [t_\mu, t_M), \quad (6.45)$$

com algum $\beta_5 \in \mathcal{K}_\infty$. Para compreender que (6.44) e (6.45) são satisfeitas, veja a Seção 6.9.3 no final deste capítulo.

Um Projeto Específico para o Ganho Dinâmico (μ)

A hipótese a seguir é útil para determinar ao menos uma classe específica de μ 's variantes no tempo, satisfazendo as propriedades listadas acima, ao preço de algum conservadorismo.

Hipótese 4 *Existe um polinômio $\bar{p}_\mu(|\omega|)$ em $|\omega|$, com coeficientes reais positivos, tal que as funções $\varphi_o, \bar{\varphi}_o$ (Hipótese 3) e as funções limitantes $\varphi_i, \bar{\varphi}_i$ (Hipótese 1) satisfazem ($i = 1, 2, 3$):*

$$|\gamma_o(\omega_2)|, |\varphi_o(\omega_1, y, t)| \leq \bar{p}_\mu(|\omega|),$$

$$\varphi_i(2\bar{\varphi}_o(\omega, t), y, t), \bar{\varphi}_i(y, t) \leq \bar{p}_\mu(|\omega|).$$

Essa hipótese não é tão restritiva visto que apenas condições de crescimento polinomial são impostas à $\varphi_o, \bar{\varphi}_o, \gamma_o, \varphi_i, \bar{\varphi}_i$. Agora, lembrando que $\psi_\nu(\omega, t)$ em (6.33) e $\psi_\omega(\omega, t)$ em (6.35) são dadas por $\psi_\nu(\omega, t) = \varrho\psi_2 + \varrho + \varrho^2 + \psi_2\psi_3 + \psi_2^2 + \psi_3^2$ e $\psi_\omega(\omega, t) = \psi_1 + |\omega_1|/\tau_1 + \varrho/\tau_1 + |\gamma_o|/\tau_2 + |\varphi_o|$, respectivamente, onde $\psi_i = \varphi_i(2\bar{\varphi}_o, y, t) + \bar{\varphi}_i(y, t)$ ($i = 1, 2, 3$) em (6.15)–(6.17). Então, com a Hipótese 4, pode-se facilmente obter um polinômio $p_\mu(|\omega|)$ em $|\omega|$, com coeficiente reais positivos, tal que:

$$\psi_\nu, \psi_\omega \leq p_\mu(|\omega|). \quad (6.46)$$

Aqui, nós escolhemos ψ_μ como:

$$\psi_\mu(\omega, t) := p_\mu(|\omega|) + \|\omega_t\|e^{-\lambda_\mu t}, \quad (6.47)$$

onde $\lambda_\mu > 0$ é uma constante de projeto. Não é difícil verificar que (6.47) satisfaz (P0) e (P2). Para compreender como (P1) também é satisfeita, veja a Seção 6.9.3.

6.5 Análise de Estabilidade e Resultados Principais

A fim de considerar todas as condições iniciais de todos os sinais envolvidos no sistema do erro (6.13) e (6.31), seja:

$$z^T(t) := [z^0(t), \xi_e^T(t), \zeta^T(t)], \quad z^0(t) := z^0(0)e^{-\lambda t} \quad (6.48)$$

na qual $z^0(0) := [\eta^T(0) \ \omega^T(0)]$ e $\lambda > 0$ é uma constante genérica. A análise de estabilidade é conduzida através dos seguintes passos:

Passo-1 Primeiramente, nós demonstramos que $|z(t)|$ é uniformemente limitado por uma função classe- \mathcal{K}_∞ de $|z(0)|$, $\forall t \in [0, t_\mu)$.

Passo-2 Depois, para $t \in [t_\mu, t_M)$ nós provamos que a norma do erro de observação é limitada por $|\tilde{\xi}_e(t)| \leq \beta_{z1}(|z(0)|)e^{-\lambda_{z1}t} + \mathcal{O}(\bar{\mu})$, onde $\lambda_{z1} > 0$ é uma constante e $\beta_{z1} \in \mathcal{K}_\infty$, desde que $\bar{\mu}$ seja escolhido suficientemente pequeno e (P0)–(P1) sejam satisfeitas.

Passo-3 Aplicando-se o Lema 6.1, pode-se também verificar que $|\xi_e|, |z(t)| \leq \beta_{z2}(|z(0)|)e^{-\lambda_{z2}t} + \mathcal{O}(\bar{\mu})$, onde $\lambda_{z2} > 0$ é uma constante e $\beta_{z2} \in \mathcal{K}_\infty$. Além disso, $z(t)$ não pode escapar em tempo finito.

Passo-4 Finalmente, verifica-se que nenhum sinal da malha fechada pode escapar em tempo finito e que são uniformemente limitados $\forall t$, contanto que τ_2 (na Definição 6.1) seja escolhido suficientemente pequeno.

O seguinte teorema resume o resultado principal.

Teorema 6.1 *Considere a planta não-linear SISO (6.1)–(6.2) transformável na forma normal (6.6)–(6.7) sob as Hipóteses 1–3. Seja a lei de controle dada por (6.21), com ϱ em (6.19) e considere o observador de alto ganho (6.23) com μ dado por (6.25) e a função de dominação ψ_μ projetada tal que as propriedades (P0)–(P2) sejam verificadas. Então, para constantes $\tau_2, \bar{\mu} > 0$ suficientemente pequenas, existem $\beta_z(\cdot) \in \mathcal{K}_\infty$ e constantes positivas a, b tais que o estado completo do erro z (6.48) satisfaz*

$$|z(t)| \leq [\beta_z(|z(0)|) + b] e^{-at} + \mathcal{O}(\bar{\mu}), \quad (6.49)$$

$\forall t \geq 0$ e $\forall z(0)$, i.e., GAS uniforme do sistema do erro com respeito ao conjunto compacto $\{z : |z| \leq b\}$ e convergência exponencial de $z(t)$ para um conjunto residual de ordem $\mathcal{O}(\bar{\mu})$ são garantidas, com ambos os conjuntos sendo independentes das condições iniciais. Além disso, todos os sinais do sistema em malha fechada são uniformemente limitados.

Prova: Ver Seção 6.9.4. ■

O fenômeno de *chattering* de frequência finita (Edwards e Spurgeon, 1998) é evitado e um modo deslizante ideal é produzido graças à uma malha de deslizamento ideal formada em torno da função relé (vide Fig. 6.1), de acordo com o seguinte corolário.

Corolário 6.1 (Modo Deslizante Ideal) *Adicionalmente as hipóteses do Teorema 6.1, se $\varrho \geq |K_m||\xi_m| + |k_m||r| + \delta$ com $\delta > 0$, então o modo deslizante $\hat{\sigma} \equiv 0$ é alcançado em tempo finito.*

Prova: A demonstração segue os passos daquela realizada para o Corolário 5.1 e apresentada no Capítulo 5. ■

Observação 6.2 (Chattering no Controle) *A importância da existência do modo deslizante ideal já foi discutida em vários trabalhos, e.g., (Bondarev et al., 1985; Hsu, 1997; Utkin, 1992). Isto se deve porque, na ausência de ruído, a frequência do chattering pode ser arbitrariamente aumentada reduzindo-se o período de amostragem na implementação digital em tempo real do esquema de controle. Em muitas aplicações, como em conversores ou acionamentos elétricos, o chattering com frequência suficientemente alta é aceitável e preserva as vantagens do controle por modos deslizantes. Ao contrário, quando filtros diferenciadores causais lineares são utilizados para reconstruir os estados requeridos na função de chaveamento $\hat{\sigma}$, pequenos e inevitáveis atrasos são introduzidos na malha de alta frequência e isso geralmente leva ao chattering com frequência limitada, independentemente do período de amostragem, o que deteriora o desempenho do controle por modos deslizantes.*

Observação 6.3 (Ausência de Peaking) *Pode-se concluir que ξ_e é livre de peaking notando-se que (6.13) é ISS com respeito a u e que a função $\text{sgn}(\cdot)$ em u (6.21) bloqueia qualquer eventual peaking presente em $\hat{\xi}$ para u .*

6.6 Algoritmo do Controlador

O projeto completo do controlador é resumido na Tabela 6.1. Os parâmetros de projeto podem ser obtidos como a seguir.

Primeiramente, nós projetamos o *observador da norma* para a o estado da planta x , de acordo com a Definição 6.1, e transformamos o sistema original para a forma normal. A partir da funções limitantes $\bar{\varphi}_o, \varphi_i, \bar{\varphi}_i$ ($i = 1, 2, 3$), dadas nas Hipóteses 1–3, obtém-se: as funções ψ_i , a função de modulação (ganho de controle) (6.19) ϱ e as funções limitantes ψ_ω e ψ_ν .

Depois, projeta-se a função de dominação ψ_μ satisfazendo as propriedades (P0)–(P2). A constante $\lambda_\mu \geq 0$ é arbitrária e L_o é tal que $s^\rho + l_1 s^{\rho-1} + \dots + l_\rho$ seja Hurwitz.

O HGO pode ser implementado a partir de (6.23). Assim, a lei de controle (6.21) é implementada com superfície de deslizamento (6.20) escolhida para que (A_m, b_ρ, S) seja SPR.

A partir das funções φ_o, γ_o e da constante τ_1 dada na Hipótese 3, implementa-se o *observador da norma*. Finalmente, por simulação, nós iniciamos o algoritmo com valores não tão pequenos de $\bar{\mu}, \tau_2$ e depois diminuimos $\bar{\mu}$ até que um rastreamento aceitável seja obtido, que é garantido pela análise de estabilidade. Posteriormente, nós diminuimos τ_2 a fim de assegurar que ω_2 seja limitado (vide Definição 6.1).

Tabela 6.1: Algoritmo proposto para atingir rastreamento global com HGO dinâmico e controle por modos deslizantes livre de *peaking*.

Modelo de Referência (6.12)	$\dot{\xi}_m = A_m \xi_m + b_\rho k_m r, \quad \xi_m := [y_m \quad \dot{y}_m \quad \dots \quad y_m^{(\rho-1)}]^T.$
Erro de Saída (6.11)	$e = y - y_m.$
Observador da Norma (6.4)	$\tau_1 \dot{\omega}_1 = -\omega_1 + u$ e $\tau_2 \dot{\omega}_2 = \gamma_o(\omega_2) + \tau_2 \varphi_o(\omega_1, y, t)$ (vide Def. 6.1).
Limitantes Auxiliares	$\psi_i(\omega, t) := \varphi_i(2\bar{\varphi}_o, y, t) + \bar{\varphi}_i(y, t)$ ($i = 1, 2, 3$), com $\varphi_i, \bar{\varphi}_i$ em H1.
Função de Modulação (6.19)	$\varrho(\omega, t) := \psi_3(\omega, t) + K_m \psi_1(\omega, t) + k_m r + \delta.$
Função de Dominação	$\psi_\nu(\omega, t) := \varrho \psi_2 + \varrho + \varrho^2 + \psi_2 \psi_3 + \psi_2^2 + \psi_3^2,$ $\psi_\omega(\omega, t) := \psi_1 + \omega_1 /\tau_1 + \varrho/\tau_1 + \gamma_o /\tau_2 + \varphi_o ,$ $\psi_\mu(\omega, t)$ satisfazendo (P0)(P1)(P2).
HGO (6.23)	$\dot{\hat{\xi}} = A_\rho \hat{\xi} + b_\rho u + H_\mu L_o (y - c_\rho \hat{\xi})$
(6.25)	$L_o = [l_1 \quad \dots \quad l_\rho]^T, \quad H_\mu = \text{diag}(\mu^{-1}, \dots, \mu^{-\rho}),$ $\mu(\omega, t) := \frac{\bar{\mu}}{1 + \psi_\mu(\omega, t)},$ sendo $\bar{\mu}$ uma constante de projeto.
Superfície de Deslizamento (6.20)	$\hat{\sigma} := S(\hat{\xi} - \xi_m) = 0$ com (A_m, b_ρ, S) SPR.
Lei de Controle (6.21)	$u = -\varrho(\omega, t) \text{sgn}(\hat{\sigma}(t)).$

6.7 Uma Classe Ilustrativa de Plantas Não-lineares

Nós podemos controlar plantas (6.1)–(6.2) da forma

$$\dot{\eta} = \phi_0(x, y, t), \quad (6.50)$$

$$\begin{aligned} \dot{v}_1 &= v_2 + \phi_1(x, y, t), \\ &\vdots \end{aligned} \quad (6.51)$$

$$\dot{v}_{\rho-1} = v_\rho + \phi_{\rho-1}(x, y, t),$$

$$\dot{v}_\rho = k_u u + \phi_\rho(x, y, t),$$

$$y = v_1,$$

transformáveis para a forma normal (vide Observação 6.1) satisfazendo a Hipótese 1. O estado x é particionado em $x^T := [\eta^T \ v^T]$, com $v \in \mathbb{R}^\rho$, e $k_u > 0$ sendo uma constante. Note que esse sistema não está nem na forma triangular nem é invariante no tempo como em (Praly e Jiang, 2004).

Agora, nós formularemos condições suficientes para $\phi^T = [\phi_1 \ \dots \ \phi_\rho]$ tais que (6.50)–(6.51) satisfaça a hipótese de fase mínima (Hipótese 2) e a hipótese sobre a existência de um *observador da norma* (Hipótese 3).

Assim como em (Choi e Lim, 2005; Praly e Jiang, 2004; Qian e Lin, 2002), considera-se que:

(C0) (Condição de Triangularidade) Para $i = 1, \dots, \rho$:

$$|\phi_i| \leq \varphi_r(|\eta|, y, t)(|v_1| + \dots + |v_i|) + \varphi_v(|\eta|, y, t),$$

$\forall t \in [0, t_M)$, onde $\bar{\varphi}_r, \bar{\varphi}_v$ são funções *conhecidas* não-negativas, contínuas em y e contínuas por partes e limitadas em t satisfazendo $\varphi_r(|\eta|, y, t) \leq \Psi_r(|\eta|) + \bar{\varphi}_r(y, t)$ e $\varphi_v(|\eta|, y, t) \leq \Psi_v(|\eta|) + \bar{\varphi}_v(y, t)$ com funções $\Psi_r, \Psi_v \in \mathcal{K}$ localmente Lipschitz também *conhecidas*.

Para o subsistema η , nós admitimos que pode-se obter uma função de armazenamento $V(\eta)$ satisfazendo $\underline{\alpha}(|\eta|) \leq V(\eta) \leq \bar{\alpha}(|\eta|)$, com $\underline{\alpha}(\sigma) = \underline{\lambda}\sigma^2$, $\bar{\alpha}(\sigma) = \bar{\lambda}\sigma^2$ e $\underline{\lambda}, \bar{\lambda}$ *conhecidos* de modo que a seguinte condição é verificada.

(C1) Existem funções *conhecidas* não-negativas $\varphi_\eta(y, t)$, contínuas em y , contínuas por partes e limitadas em t e um $\alpha \in \mathcal{K}$ também *conhecido* tal que $\forall t \in [0, t_M)$:

$$\frac{\partial V(\eta)}{\partial \eta} \phi_0 \leq -\alpha(|\eta|) + \varphi_\eta(y, t), \quad (6.52)$$

onde a função classe- \mathcal{K} $\alpha \circ \bar{\alpha}^{-1}$ é *stiffening*³ no intervalo $(0, \infty)$.

Note que, (C1) implica na Hipótese 2. Além disso, (C0) e (C1) nos permitem implementar o seguinte *observador da norma* de 3ª ordem para x :

$$\tau_1 \dot{\omega}_1 = -\omega_1 + u, \quad (6.53)$$

$$\dot{\omega}_{21} = -c_0 \omega_{21} + \varphi_1(y, t), \quad (6.54)$$

$$\tau_2 \dot{\omega}_{22} = -(1 - e^{-\omega_{22}}) + \tau_2 \varphi_2(\omega_{21}) + \tau_2 \varphi_3(y, t), \quad (6.55)$$

que está em concordância com a Definição 6.1. A dinâmica de ω_{21} fornece um majorante para $|\eta|$, enquanto que a dinâmica de ω_{22} provém um majorante para $|v|$, de modo que:

$$|x| \leq \varphi_4(\omega_1, \omega_{21}, y, t, \tau_2) + c_1 e^{c_2 |\omega_{22}|} + \pi, \quad (6.56)$$

sendo c_0, c_1, c_2 constantes não-negativas, $\pi := \beta_0(|\omega(0)| + |x(0)|)e^{-\lambda_o t}$ e $\tau_1, \tau_2, \lambda_o$ constantes positivas de projeto. Na Seção 6.9.2, são dados os passos necessários para obtermos as funções $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ e φ_4 do *observador da norma*. A seguir, ilustra-se a classe de sistemas através de um não-trivial exemplo acadêmico.

Exemplo 6.1 (Classe de Sistemas) *Considere a seguinte planta não-linear de 4ª ordem e grau relativo $\rho = 3$:*

$$\dot{\eta} = -\eta^5 - |y|\eta^2 + y\theta(t), \quad (6.57)$$

$$\dot{v}_1 = v_2 + \eta y^2,$$

$$\dot{v}_2 = v_3 + \frac{v_3^2}{4 + 4v_3^2} \text{sen}(v_2) + \eta^2 y v_2,$$

$$\dot{v}_3 = u + \eta^2 y v_2^{2/3} v_3^{1/3},$$

$$y = v_1, \quad (6.58)$$

³Assim como em (Arcak *et al.*, 2002), nós dizemos que $\alpha_1(\sigma)$ é *stiffening* se para todo $\lambda > 0$, existe $\epsilon > 0$ tal que $\sigma \geq \epsilon \Rightarrow \alpha_1(\sigma) \geq \lambda \sigma$. Uma condição menos conservadora sobre $\alpha \circ \bar{\alpha}^{-1}$ tal qual a condição ULLB introduzida no Capítulo 4 poderia ser utilizada ao invés da restrição *stiffening*.

na qual $\theta(t)$ é uma função variante no tempo uniformemente limitada. Os termos não-lineares na dinâmica de v satisfazem (C0) com $\varphi_r = \eta^2|y|$ e $\varphi_v = |\eta|y^2 + 0.25$ e a dinâmica interna, adaptada de (Jiang et al., 2004, Ex. 1), satisfaz (C1) com $V(\eta) = \eta^2/2$, $\alpha = |\eta|^6/4$ e $\varphi_\eta = y^2[1 + \theta^2]/2 + 0.5^{1/3}$. O termo cruzado $v_2^{2/3}v_3^{1/3}$ foi inspirado em (Qian e Lin, 2002, Ex. 2.4) e (Choi e Lim, 2005). Note que o sistema é não-triangular mas é transformável para a forma normal (6.6)–(6.7). Além disso, a partir do cálculo das derivadas temporais $\dot{y}, \ddot{y}, \dddot{y}$ pode-se obter $T(x, t), k_p(x, t)$ e $d(x, t)$ satisfazendo a Hipótese 1. A Hipótese 3 também é verificada e os passos para construirmos o observador da norma (6.53)–(6.55) são fornecidos na Seção 6.9.2. ■

No próximo exemplo, nós focamos apenas em observar o comportamento variante no tempo de $\mu(t)$.

Exemplo 6.2 (Resultados de Simulação) Nós consideramos o caso simples, sem dinâmica dos zeros e grau relativo dois ($\rho=2$), onde (6.50)–(6.51) é reduzido para:

$$\begin{aligned}\dot{v}_1 &= v_2, \\ \dot{v}_2 &= k_u u - \delta_1 v_2 + \delta_2 y^2 + \delta_3 \text{sen}(2\pi\delta_4 t), \\ y &= v_1.\end{aligned}$$

A planta já está na forma normal (6.6)–(6.7) (com $T = I$), na qual $\xi = x$, $k_p = k_u$ e $k_p d = -\delta_1 \xi_2 + \delta_2 y^2 + \delta_3 \text{sen}(2\pi\delta_4 t)$. A Hipótese 1 é satisfeita com: $\varphi_1 = \gamma_T = \bar{\varphi}_1 = 1$, $\alpha_1 = \beta_T = 0$, $c_p = 1$, $\varphi_2 = \bar{\varphi}_2 = 2$, $\alpha_2 = 0$, $\alpha_3 = 3|x|$, $\bar{\varphi}_3 = 3y^2 + 2$ e $\varphi_3 = \alpha_3 + \bar{\varphi}_3$.

Os parâmetros incertos são: $1 \leq k_u \leq 2$, $1 \leq \delta_1, \delta_2 < 3, 0.5 \leq \delta_3 < 2$ e $8 \leq \delta_4 \leq 10$. Os parâmetros reais da planta, assumidos desconhecidos, são $k_u = 2$, $\delta_1 = 2$, $\delta_2 = 1$, $\delta_3 = 0.7$ e $\delta_4 = 10$.

Naturalmente, a Hipótese 2 (e (C1)) são inexistentes neste caso. Além disso, visto que $\delta_1 > 0$, não é difícil verificar que a Hipótese 3 é satisfeita com o observador da norma de 2ª ordem da Tabela 6.1, sendo: $\tau_1 = \tau_2 = 1$, $\gamma_o = -\omega_2$, $\varphi_o = 8|\omega_1| + 3y^2 + 2$ e $\bar{\varphi}_o = 2|\omega_1| + |\omega_2| + |y|$. Note que, como $v_1 = y$ é medido, apenas um limitante para a norma de $v_2 = \dot{y}$ é necessário.

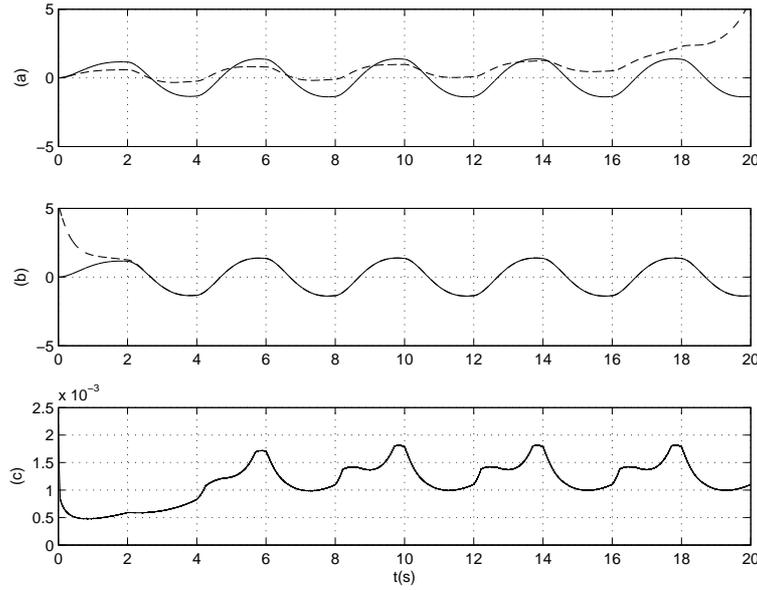


Figura 6.2: Resultados de Simulação. (a): (linha tracejada) y , (linha contínua) y_m quando μ é mantido constante igual a $\mu = 1$, com $y(0) = 0$ e $\dot{y}(0) = 0$; (b): (linha tracejada) y , (linha contínua) y_m quando $\mu(t)$ é variante no tempo de acordo com (6.25) com $\bar{\mu} = 1$, $y(0) = 5$ e $\dot{y}(0) = 0$; (c): o parâmetro variante no tempo $\mu(t)$.

Na Tabela 6.1, o par (A_ρ, b_ρ) está na forma canônica de Brunovsky (com $\rho=2$) e a trajetória desejada y_m é gerada com $k_m = 4$, $A_m = A_\rho + b_\rho K_m$, $K_m = [-4 \quad -2]$ e $r = \text{sgn}(\sin(0.5\pi t))$. As funções de modulação e dominação são dadas por $\varrho = 15|\omega_1| + 7.4|\omega_2| + 4.4|y| + 3y^2 + 4|r| + 2.1$ e $\psi_\mu = 56|\omega_1| + 28|\omega_2| + 13|y| + 15y^2 + 22$, respectivamente. Além disso, o HGO e a superfície de deslizamento são implementados com $l_1 = 2$, $l_2 = 1$ e $S = [2 \quad 1]$.

Para $y(0) = 0$ e $\dot{y}(0) = 0$, com um constante e grande valor de $\mu(t) = \bar{\mu} = 1$, uma aparente degradação na precisão do rastreamento em malha fechada (y nem mesmo converge para y_m) é observado na Fig. 6.2 (a). Além disso, para $y(0) = 5$ e $\dot{y}(0) = 0$, a saída da planta escapa em $t \approx 1.79s$ (curva não mostrada). Por outro lado, quando o parâmetro $\mu(t)$ variante no tempo é implementado com o mesmo grande valor em $\bar{\mu} = 1$, a saída da planta converge para a trajetória desejada a partir de $y(0) = 5$, como mostrado na Fig. 6.2 (b). Neste caso, a evolução de $\mu(t)$ ao longo do tempo é mostrada na Fig. 6.2 (c), a partir da qual pode-se verificar que uma constante $\mu = \bar{\mu} = 0.0005$ poderia ser usada. Entretanto, esse valor não é conhecido a priori. Além do mais, muito cuidado deve ser tomado ao reduzir $\bar{\mu}$, visto que existe um compromisso entre robustez a ruído de medição e a precisão do rastreamento.

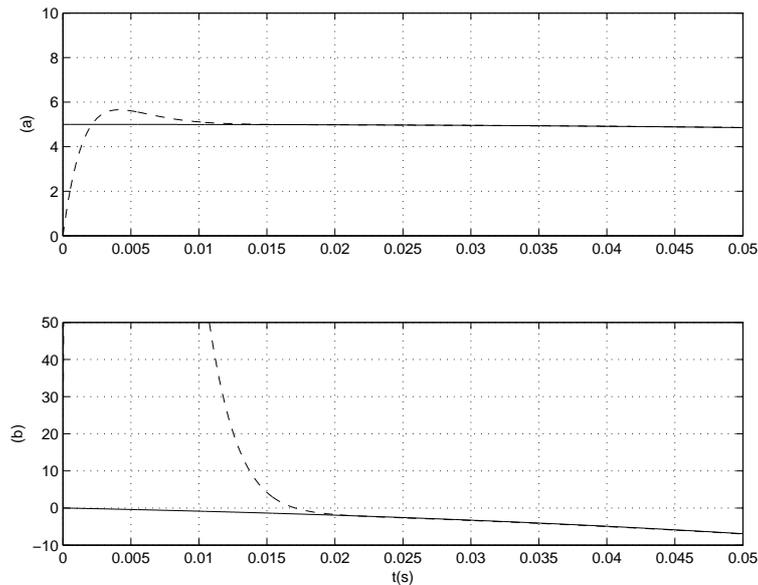


Figura 6.3: Resultados de Simulação. Estimativas do transitório do HGO (a): (linha contínua) y , (linha tracejada) $\hat{\xi}_1$, (b): (linha contínua) \dot{y} , (linha tracejada) $\hat{\xi}_2$.

Na Fig. 6.3, o transitório do estado estimado $\hat{\xi}$ é apresentada. A Fig. 6.3(a) mostra a convergência rápida de $\hat{\xi}_1$ para a saída da planta y . A Fig. 6.3(b) mostra o *peaking* presente em $\hat{\xi}_2$ que também converge para \dot{y} após um rápido transitório.

■

6.8 Conclusões

O desafiador problema de rastreamento global para sistemas SISO não-lineares incertos e variantes no tempo foi resolvido através do controle por modos deslizantes utilizando somente realimentação de saída. Foi considerada uma ampla classe de plantas que incluem não-linearidades majoradas de forma afim no estado não-medido com taxa de crescimento dependente não-linearmente de estado internos e da saída medida. Este capítulo mostra que é possível aplicar técnicas de dominação (*domination*) e projetar um HGO com ganho dinâmico a fim de obter rastreamento global e prático via controle por modos deslizantes e realimentação de saída, livre de *peaking*. Acreditamos que esse seja o primeiro resultado global no contexto de SMC para a classe de sistemas considerada.

6.9 Detalhes e Demonstrações

6.9.1 Condições Geométricas para a Forma Normal

A fim de considerar explicitamente a dependência do tempo de $f(x, t)$ em (6.1), seja: $\beta_k := L_f \beta_{k-1} + \frac{\partial \beta_{k-1}}{\partial t} + \frac{\partial [L_f^{k-1} h]}{\partial t}$, para $k \in \{1, \dots, \rho\}$ e $\beta_0 := 0$. Uma condição suficiente para garantir que a planta *variante no tempo* (6.1)–(6.2) é transformável para a forma normal é dada por: $L_g[L_f^k h + \beta_k] \equiv 0$ ($k \in \{0, \dots, \rho - 2\}$), onde a derivada de Lie de uma função h ao longo de um campo vetorial f é denotada por $L_f h$, como em (Khalil, 2002, pp. 510). Neste caso, a transformação $T(x, t) = [\eta^T \ T_\xi^T(x, t)]^T$ é tal que $T_\xi := [L_f^0 h + \beta_0, L_f h + \beta_1, \dots, L_f^{\rho-1} h + \beta_{\rho-1}]^T$. Adicionalmente, o HFG da planta $k_p(x, t) = L_g[L_f^{\rho-1} h + \beta_{\rho-1}]$, a perturbação de entrada $d(x, t) = (L_f^\rho h + \beta_\rho)/k_p$ e T devem satisfazer a Hipótese 1.

6.9.2 Observador da Norma

Nesta seção, considera-se sistemas na forma (6.50)–(6.51) satisfazendo (C0) e (C1) da Seção 6.7. A seguir, nós fornecemos os passos para a obtenção do *observador da norma* (6.53)–(6.55), de acordo com a Definição 6.1.

- **Limitante para $|\eta|$: obtendo c_0 e φ_1 em (6.54)**

A partir de (C1), a função α_1 é *stiffening*. Isso garante que $\alpha_1(\sigma) > \lambda\sigma$, $\forall \sigma > \epsilon$, para qualquer $\epsilon > 0$ e $0 < \lambda < \alpha_1(\epsilon)/\epsilon$. Além disso, de (6.52), pode-se escrever $\dot{V} \leq -\alpha_1(V) + \varphi_\eta(y, t)$ ou, equivalentemente, $\dot{V} \leq -\lambda V + [\lambda V - \alpha_1(V)] + \varphi_\eta(y, t)$. Agora, dado qualquer V , ou $V \leq \epsilon$ ou $V > \epsilon$. Conseqüentemente, ou $\dot{V} \leq -\lambda V + [\lambda\epsilon + \alpha_1(\epsilon)] + \varphi_\eta$ ou $\dot{V} \leq -\lambda V + \varphi_\eta$, o que nos faz concluir que $\dot{V} \leq -\lambda V + [\lambda\epsilon + \alpha_1(\epsilon)] + \varphi_\eta$. Portanto, usando o Teorema da Comparação (Khalil, 2002), obtém-se

$$V \leq e^{-c_0 t} * \varphi_1(y, t) + V(\eta(0))e^{-c_0 t},$$

onde $\varphi_1 = \varphi_\eta + c_0\epsilon + \alpha_1(\epsilon)$, $c_0 = \lambda$ são *conhecidos* e o operador $*$ denota a convolução pura. Relembrando que $\underline{\lambda}|\eta|^2 \leq V$, então pode-se obter $|\eta| \leq \sqrt{|\omega_{21}|/\underline{\lambda}} + \pi_0$, com ω_{21} em (6.54) e π_0 sendo um termo exponencialmente decrescente dependente de $|\eta(0)|$ e $|\omega_{21}(0)|$.

• **Limitante para $|v|$: obtendo φ_2 e φ_3 em (6.55)**

Será útil reescrever (6.51) na forma compacta

$$\dot{v} = A_\rho v + b_\rho k_u u + \phi(x, t), \quad (6.59)$$

onde (A_ρ, b_ρ) é o par canônico de Brunovsky e aplicar a mudança de variável $\bar{v} = v - b_\rho k_u \tau_1 \omega_1$ para obtermos:

$$\dot{\bar{v}} = A_\rho \bar{v} + b_\rho k_u \omega_1 + \phi.$$

Pela observabilidade do par (A_ρ, c_ρ) , onde $c_\rho = [1 \ 0 \ \dots \ 0]$, existe uma matriz $P = P^T > 0$ e um vetor coluna arbitrário L satisfazendo $A_L^T P + P A_L = -I$, sendo $A_L = A_\rho - L c_\rho$ uma matriz Hurwitz.

Agora, considerando $T := \text{diag}(1, \varepsilon, \varepsilon^2, \dots, \varepsilon^{\rho-1})$ e uma constante $\varepsilon > 0$ qualquer, as seguintes propriedades podem ser checadas: (i) $T A_\rho T^{-1} = \varepsilon^{-1} A_\rho$, (ii) $c_\rho T^{-1} = c_\rho$ e (iii) $T b_\rho = b_\rho \varepsilon^{\rho-1}$. Assim, somando e subtraindo o termo $(\varepsilon T)^{-1} L c_\rho \bar{v}$ na dinâmica de \bar{v} , pode-se escrever $\dot{\bar{v}} = [A_\rho - (\varepsilon T)^{-1} L c_\rho] \bar{v} + b_\rho k_u \omega_1 + \phi + (\varepsilon T)^{-1} L y$. Além disso, aplicando-se a transformação $\vartheta = T \bar{v}$ e considerando as propriedades (i)–(iii) acima, tem-se que

$$\dot{\vartheta} = \varepsilon^{-1} A_L \vartheta + b_\rho \varepsilon^{\rho-1} k_u \omega_1 + \varepsilon^{-1} L y + T \phi.$$

O passo chave é notar que, devido à condição de triangularidade (C0):

$$|T \phi| \leq k_\vartheta \varphi_r |\vartheta| + \varphi_\vartheta,$$

onde k_ϑ é independente de ε . Em seguida, utilizando-se a derivada de Dini⁴ e o limitante superior Ψ_v dado em (C0), a derivada temporal de $V := (\vartheta^T P \vartheta)^{1/2}$ ao longo da solução da dinâmica de ϑ satisfaz

$$\dot{V} \leq -\frac{c_1}{\varepsilon} V + c_2 \varphi_r V + \bar{\varphi}_1(\omega_{21}, \omega_1, y, t, \varepsilon) + \pi_1,$$

onde π_1 é um termo exponencialmente decrescente e a função não-negativa $\bar{\varphi}_1$, assim como, as constantes não-negativas c_1, c_2 são todas *conhecidas*, satisfazendo $c_1 \leq 1/(2\lambda_{\max}(P))$, $c_2 \geq |P|k_\vartheta/\lambda_{\min}(P)$ e $[|b_\rho \varepsilon^{\rho-1} k_u \omega_1 + \varepsilon^{-1} L y| + \varphi_\vartheta]c_3 \leq \bar{\varphi}_1 + \pi_1$, com $c_3 \geq |P|/\sqrt{\lambda_{\min}(P)}$.

⁴Para evitarmos a derivada de Dini, poderíamos ter utilizado a relação $ab \leq a^2 + b^2$, válida $\forall a, b > 0$, à custa de algum conservadorismo.

Portanto, dado qualquer V , ou

$$V \leq \bar{\varphi}_1 \quad \text{ou} \quad \dot{V} \leq -\frac{c_1}{\varepsilon}V + c_2\varphi_r V + V + \pi_1. \quad (6.60)$$

Agora, considere

$$\bar{\varphi}_4(\omega_{21}, y, t) := \varphi_2(\omega_{21}) + \varphi_3(y, t), \quad (6.61)$$

com as funções não-negativas φ_2, φ_3 em (6.55) a serem determinadas. Assim, (6.55) pode ser escrita como

$$\dot{\omega}_{22} = -\frac{1}{\tau_2}\gamma(\omega_{22}) + \bar{\varphi}_4, \quad (6.62)$$

como $\gamma(\sigma) := 1 - e^{-\sigma}$. Consequentemente, utilizando-se a função limitante Ψ_r , dada em (C0), devemos escolher $\bar{\varphi}_4$ em (6.61) (e as funções φ_2, φ_3) a fim de satisfazer:

$$c_2\varphi_r + 1 \leq \bar{\varphi}_4(\omega_{21}, y, t).$$

• **Limitante para $|v|$**

O limitante para o subsistema- v pode ser obtido considerando-se dois casos para a taxa de crescimento $\varphi_r(|\eta|, y, t)$: $\varphi_r > k_r$ e $\varphi_r \leq k_r$, onde $k_r = 3/(c_2\tau_2)$ e τ_2 é a constante positiva de projeto em (6.62).

Caso 1: Neste caso, tem-se $3/\tau_2 \leq c_2k_r + 1 \leq c_2\varphi_r + 1 \leq \bar{\varphi}_4$. Deste modo, pode-se verificar que

$$\gamma(\sigma) \leq 2 \leq \tau_2\bar{\varphi}_4 - 1, \quad \forall \sigma. \quad (6.63)$$

Agora, considere $W := \ln(V + 1)$ (Kaliora *et al.*, 2006). Então, $\dot{W} = \dot{V}/(V + 1)$ e, a partir de (6.60), pode-se escrever

$$V \leq \bar{\varphi}_3 \quad \text{or} \quad \dot{W} \leq -\frac{1}{\tau_2}\gamma(W) + \bar{\varphi}_4 + \pi_1, \quad (6.64)$$

com $\varepsilon = c_1\tau_2$, $\bar{\varphi}_3 := \bar{\varphi}_1|_{\varepsilon=c_1\tau_2}$ e notando-se que $V/(V + 1)$, $1/(V + 1) \leq 1$.

Agora, dado qualquer W , temos duas possibilidades: $W < \omega_{22}$ ou $W \geq \omega_{22}$. Considerando o último caso, pode-se escrever $-\gamma(\omega_{22}) \geq -\gamma(W)$, visto que γ é uma função crescente. Por essa razão, a partir de (6.64) e (6.62), tem-se que $\dot{\omega}_{22} \geq \dot{W} - \pi_1$. Além do mais, de (6.63), $\dot{\omega}_{22}$ também satisfaz $\dot{\omega}_{22} \geq 1/\tau_2$. Consequentemente, somando as duas últimas desigualdades obtém-se

$$\dot{W} - 2\dot{\omega}_{22} \leq -\frac{1}{\tau_2} + \pi_1.$$

Recordando que $\pi_1 = \beta_1 e^{-\lambda_1 t}$ e fazendo $\bar{W} = W + \pi_1/\lambda_1$, para alguma constante positiva λ_1 e $\beta_1 \in \mathcal{K}_\infty$. Então, tem-se $\dot{\bar{W}} - 2\dot{\omega}_{22} \leq -\frac{1}{\tau_2}$, a partir do qual pode-se concluir que, $\bar{W} \leq 2\omega_{22} - t/\tau_2 + |\bar{W}(0) - 2\omega_{22}(0)|$. Note que, é sempre possível encontrar um termo exponencialmente decrescente que seja um majorante para a função afim no tempo acima, i.e., $-t/\tau_2 + |\bar{W}(0) - 2\omega_{22}(0)| \leq \pi_2$, onde $\pi_2 := \beta_2(|\bar{W}(0)| + |\omega_{22}(0)|)e^{-\lambda_2 t}$, com $\beta_2 \in \mathcal{K}_\infty$ e alguma constante $\lambda_2 > 0$. Finalmente, dado W , pode-se concluir que $W \leq 2|\omega_{22}| + \pi_2 + \pi_1/\lambda_1$ e, utilizando o Teorema da Comparação (Khalil, 2002) e relembrando que $V = e^W - 1$, podemos escrever

$$V \leq e^{2|\omega_{22}|} + \pi_3, \quad (6.65)$$

sendo π_3 um termo exponencial decrescente.

Caso 2: Assuma que $\varphi_r \leq k_r$ e faça $\varepsilon = c_1/(c_2 k_r + 2)$ em (6.60). Desta forma, pode-se escrever:

$$V \leq \bar{\varphi}_2 \quad \text{or} \quad \dot{V} \leq -V + \pi_1, \quad (6.66)$$

na qual $\bar{\varphi}_2 = \bar{\varphi}_1|_{\varepsilon=c_1/(c_2 k_r + 2)}$. Neste caso, somando os dois limitantes obtidos de (6.66), podemos escrever também

$$V \leq \bar{\varphi}_2 + \pi_4, \quad (6.67)$$

sendo π_4 um termo exponencial decrescente. Assim, a partir de (6.65) e (6.67) tem-se

$$V \leq e^{2|\omega_{22}|} + \bar{\varphi}_1(\omega_{21}, \omega_1, y, t, \varepsilon) + \pi_5, \quad (6.68)$$

com $\varepsilon = c_1/(3/\tau_2 + 2)$ e utilizando-se a desigualdade de Rayleigh, pode-se obter um limitante superior para v .

Finalmente, juntando-se os majorantes para $|v|$ e $|\eta|$, podemos obter a função não-negativa φ_4 e as constantes não-negativas em (6.56).

6.9.3 Provas Auxiliares

- **Demonstrações das Desigualdades (6.15), (6.16) e (6.17)**

Do *observador da norma* do estado da planta, tem-se $|x| \leq \bar{\varphi}_o(\omega, t) + \pi_o$. Note que, para qualquer função crescente $\psi : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$, pode-se escrever $\psi(a + b) \leq \psi(2a) + \psi(2b)$, $\forall a, b \in \mathbb{R}^+$. Visto que φ_i ($i = 1, 2, 3$) são funções não-negativas e crescentes em seu primeiro argumento, então $\varphi_i(|x|, y, t) \leq \varphi_i(2\bar{\varphi}_o, y, t) + \varphi_i(2\pi_o, y, t)$. Além disso, pode-se também concluir da Hipótese 1 que $\varphi_i(2\pi_o, y, t) \leq \alpha_i(2\pi_o) + \bar{\varphi}_i(y, t)$ e, visto que $\alpha_i \in \mathcal{K}$ são funções localmente Lipschitz, $\alpha_i(2\pi_o) \leq \pi_1$, onde $\pi_1 = \beta_1(|\omega(0)| + |x(0)|)e^{-\lambda_o t}$ com algum $\beta_1 \in \mathcal{K}_\infty$. Portanto, pode-se escrever $\varphi_i(|x|, y, t) \leq \psi_i(\omega, t) + \pi_1$, com $\psi_i(\omega, t) := \varphi_i(2\bar{\varphi}_o, y, t) + \bar{\varphi}_i(y, t)$. Recordando que $[\eta^T \ \xi^T]^T = T(x, t)$, então $|\xi| \leq |T(x, t)|$. Assim, da Hipótese 1, tem-se $|\xi| \leq \varphi_1(|x|, y, t)$. Conseqüentemente, ξ , k_p e d satisfazem (6.15), (6.16) e (6.17). ■

- **Demonstrações das Desigualdades (6.44) e (6.45)**

Se $\beta_4(|\omega(0)| + |x(0)|) \leq 1$ ou t_M é infinito, a demonstração é trivial devido ao termo exponencial decrescente $e^{-\lambda_4 t}$. Agora, considere que $\beta_4(|\omega(0)| + |x(0)|) > 1$ e t_M seja finito. Então, tem-se: (i) $e^{-\lambda_\mu t} \geq e^{-\lambda_\mu t_M}$, $\forall t \in [0, t_M)$; (ii) $\exists t_1 \in [0, t_M)$ tal que $\|\omega_t\| \geq \delta$, $\forall t \in [t_1, t_M)$, onde δ é uma constante arbitrária. Portanto, de (i) e (ii) e considerando $\delta \geq (\beta_4 - 1)e^{\lambda_\mu t_M}$, tem-se também que o lado direito de (6.43) é limitado por $\bar{\mu}$. Além disso, durante o intervalo $[0, t_\mu)$, por definição de t_μ , tem-se que $|\omega(t)| \leq \beta_5(|\omega(0)| + |x(0)|)$. Notando que (i) $e^{\lambda_\mu t_\mu}$ pode ser majorado por uma função classe- \mathcal{K} de $|\omega(0)| + |x(0)|$ e (ii) ζ (6.31) escapa no máximo exponencialmente, podemos concluir que $|\zeta|$ e $|\omega|$ podem ser majorados por uma função classe- \mathcal{K} de $|\omega(0)| + |x(0)| + |\zeta(0)|$. ■

- **Provando que (6.47) Satisfaz (P1)**

Primeiramente, note que para qualquer função absolutamente contínua $g(t)$, $\|g_t\| = |g(t)|$ ou $\|g_t\|$ é uma constante positiva. Portanto, $\left| \frac{d\|g_t\|}{dt} \right| \leq 1$, quase sempre (*almost everywhere*), conseqüentemente, $\left| \frac{\partial \psi_\mu}{\partial |\omega|} \right| \leq \left| \frac{dp_\mu(|\omega|)}{d|\omega|} \right| + e^{-\lambda_\mu t}$. Além disso, uma vez que $dp(a)/da \leq k_1 p(a)$, onde $p(a)$ é qualquer polinômio em a com coeficientes reais positivos e k_1 é uma constante apropriada, pode-se também escrever que $\left| \frac{\partial \psi_\mu}{\partial |\omega|} \right| \leq k_1 p_\mu(|\omega|) + e^{-\lambda_\mu t}$. Como $\left| \frac{\partial |\omega|}{\partial \omega} \right| \leq 1$, então $\left| \frac{\partial \psi_\mu}{\partial \omega} \right| \leq \left| \frac{\partial \psi_\mu}{\partial |\omega|} \right|$ e pode-se concluir que (P1) é satisfeita, visto que $\frac{\partial \psi_\mu}{\partial t} = -\lambda_\mu \|\omega_t\| e^{-\lambda_\mu t}$. ■

6.9.4 Provas Principais

- **Prova do Teorema 6.1**

Passo-1: A partir da Definição 6.1, da Hipótese 1 e de (6.44), pode-se verificar que $|z(t)| \leq \beta_1(|z(0)|) + k_1$, $\forall t \in [0, t_\mu]$, onde $\beta_1 \in \mathcal{K}_\infty$ e $k_1 \geq 0$ é uma constante.

Passo-2: Considere a dinâmica- ζ (6.31) e a função de armazenamento $V = \zeta^T P \zeta$, onde $P = P^T > 0$ é a solução de $A_o^T P + P A_o = -I$. Então, a derivada temporal de V ao longo das trajetórias de (6.31) satisfaz $\mu \dot{V} = -|\zeta|^2 + (\dot{\mu})[2\zeta^T P \Delta \zeta] + (\mu\nu)[2\zeta^T P b_\rho]$. Agora, projetando μ para satisfazer (P0)–(P2), (6.45) é válida e a seguinte desigualdade é verificada $\forall t \in [t_\mu, t_M)$: $\mu \dot{V} \leq -|\zeta|^2 + \mathcal{O}(\bar{\mu})k_1|\zeta|^2 + \mathcal{O}(\bar{\mu})k_2|\zeta|$, sendo $k_1 := 2|P||\Delta|$ e $k_2 := 2|P||b_\rho|$. Além disso, visto que $ab < a^2 + b^2$, para quaisquer números a, b reais positivos, então

$$\mu \dot{V} \leq -[1 - \mathcal{O}(\bar{\mu})k_1 - \mathcal{O}(\bar{\mu})]|\zeta|^2 + \mathcal{O}(\bar{\mu}),$$

da qual pode-se concluir que $\mu \dot{V} \leq -\lambda_1 V + \mathcal{O}(\bar{\mu})$, com uma constante apropriada $\lambda_1 > 0$. Agora, seja $V \leq 2\mathcal{O}(\bar{\mu})/\lambda_1$ ou $\mu \dot{V} \leq -\lambda_1 V/2$. Considere o último caso. Como $\mu < \bar{\mu}$, logo $\dot{V} \leq -\lambda_1 V/(2\bar{\mu})$. Conseqüentemente, conclui-se que $|\zeta|, |\tilde{\xi}_e| \leq \beta_2(|\zeta(0)|)e^{-\lambda_2 t} + \mathcal{O}(\bar{\mu})$, $\forall t \in [t_\mu, t_M)$, com uma constante apropriada $\lambda_2 > 0$ e algum $\beta_2 \in \mathcal{K}_\infty$. Na última desigualdade, o limitante para $|\tilde{\xi}_e|$ foi obtido notando-se que $\tilde{\xi}_e = T_\mu^{-1} \zeta$ implica em $|\tilde{\xi}_e| \leq |\zeta|$, visto que $|T_\mu^{-1}| \leq 1$ para $\mu < 1$.

Passo-3: A partir do Lema 6.1, existe uma propriedade ISS de $|\tilde{\xi}_e|$ para ξ_e e, considerando o majorante dado no **Passo-1**, pode-se concluir que $|\xi_e|, |z(t)| \leq [\beta_3(|z(0)|) + k_3]e^{-\lambda_3 t} + \mathcal{O}(\bar{\mu})$, $\forall t \in [0, t_M)$, com constantes apropriadas $\lambda_3 > 0$, $k_3 \geq 0$ e algum $\beta_3 \in \mathcal{K}_\infty$. Assim, $|z(t)|$ não pode escapar em tempo finito, sendo uniformemente limitado em $\mathcal{I} := [0, t_M)$ (UB \mathcal{I}).

Passo-4: Uma vez que $z(t)$ é UB \mathcal{I} , então ξ_e , $\sigma = S\xi_e$, ζ e $\xi = \xi_e + \xi_m$ são UB \mathcal{I} e, a partir da Hipótese 2, η, \bar{x} são também UB \mathcal{I} . Além disso, de acordo com o limitante inferior para $|T(x, t)|$ dado na Hipótese 1 tem-se que x é UB \mathcal{I} . Assim, as funções limitantes superiores dadas na Hipótese 1 garantem que d, k_p, d_e são também UB \mathcal{I} . Agora, reescrevendo (6.13) na forma normal, pode-se escrever $\dot{\sigma} = -\lambda_4\sigma + k_4(u + d_e)$, para algumas constantes $\lambda_4, k_4 > 0$. Além disso, pela linearidade da solução da última equação, pode-se também escrever $\sigma = \sigma_1 + \sigma_2$, onde $\dot{\sigma}_1 = -\lambda_4\sigma_1 + k_4u$ e $\dot{\sigma}_2 = -\lambda_4\sigma_2 + k_4d_e$, com condições iniciais apropriadas. Portanto, visto que σ e d_e são UB \mathcal{I} , σ_2 e σ_1 também são. Neste caso, qualquer sinal satisfazendo $\dot{\sigma}_3 = -\lambda_5\sigma_3 + k_5u$, onde $\lambda_5, k_5 > 0$ são constantes, é também UB \mathcal{I} , em particular, ω_1 definido em (6.3). Como y, ω_1 são UB \mathcal{I} e φ_o é contínuo por partes em seus argumentos, então a dinâmica- ω_2 , na Definição 6.1, não pode escapar em tempo finito. Finalmente, pode-se concluir que todos os sinais do sistema não podem escapar em tempo finito, i.e., $t_M \rightarrow \infty$. Assim sendo, a partir do **Passo-3**, pode-se verificar diretamente que o sistema do erro é GAS com respeito a um conjunto compacto $\{z : |z| \leq b\}$ e que $z(t)$ é exponencialmente convergente para um conjunto residual de ordem $\mathcal{O}(\bar{\mu})$.

Todos os sinais em malha fechada são uniformemente limitados: Podemos subsequentemente concluir que $|\xi|, y, |\eta|, |x|, \sigma_1$ e ω_1 convergem para um conjunto de ordem $\mathcal{O}(|r| + k_5)$ após um tempo finito, onde k_5 é uma constante positiva dependente das perturbações variantes no tempo. Assim, existe τ_2 suficientemente pequeno e independente das condições iniciais, que assegura que ω_2 é limitado após algum tempo finito. Finalmente, pode-se concluir que todos os sinais do sistema são UB $\forall t$. ■

Capítulo 7

Conclusões e Trabalhos Futuros

Neste trabalho, o controle por realimentação de saída para rastreamento global/semi-global de um sinal de referência foi analisado e projetado para uma ampla classe de sistemas não-lineares incertos. As contribuições e as propostas de continuação podem ser resumidas da seguinte forma.

7.1 Contribuições deste Trabalho

1. Desenvolvimento de duas técnicas utilizando modos deslizantes e realimentação de saída para lidar com o desconhecimento da direção de controle em sistemas incertos lineares monovariáveis (método da função periódica) e não-lineares multivariáveis (função de monitoração).
 - (a) O método baseado em função periódica foi aplicado no problema de síntese de estratégias de otimização e controle *extremal* sem cálculo do gradiente da função objetivo. Mostrou-se que perto dos pontos extremos, pode-se interpretar a busca do máximo (mínimo) como um problema de controle com direção de controle variável.
 - (b) A estratégia baseada em função de monitoração foi testada em um experimento de servovisão robótica com câmera descalibrada, permitindo remover a hipótese usual feita nos esquemas de controle servovisuais adaptativos de que o ângulo de desalinhamento ψ da câmera deveria estar restrito ao intervalo $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ rad.

2. Desenvolvimento de controladores via realimentação de saída baseados em *observadores da norma* e observadores de alto ganho em conjunto com estratégias livres de pico para sistemas não-lineares incertos com grau relativo arbitrário.

- (a) Para resolver o problema de realimentação de saída, i.e., sem a medição completa dos estados da planta, os controladores foram baseados em observadores de alto ganho, porém, eram livres de pico de controle. Mostrou-se que entre as vantagens de se evitar o pico de controle incluíam-se: o aumento do domínio de estabilidade e a preservação de transitório uniforme em tal domínio. Para incluir não-linearidades mais gerais, foi utilizado o conceito de *dwell-time* na ativação do sinal de controle. Tal estratégia permitiu a inclusão de não-lineares fortes, não só dependentes da saída medida, mas também de estados não-medidos, o que é sabidamente mais difícil de tratar.
- (b) Desenvolvimento de um esquema de monitoração para lidar com o fenômeno de pico induzido por perturbações exógenas na saída da planta em sistemas de controle baseados em alto ganho.
- (c) Generalização da estratégia proposta em (Peixoto *et al.*, 2007) utilizando observadores com ganho dinâmico para obter rastreamento global para uma classe mais ampla de não-linearidades que àquela abordada anteriormente na literatura.

7.2 Trabalhos Futuros

Os seguintes tópicos de pesquisa para a continuação deste trabalho são propostos.

1. Ampliação da Classe de Sistemas Multivariáveis

Extensão da classe de sistemas multivariáveis com grau relativo arbitrário e não uniforme para realizar o controle de rastreamento global e exato, utilizando filtros híbridos baseados em HOSM (High Order Sliding Modes) análogos aos aplicados em (Nunes *et al.*, 2009; Oliveira *et al.*, 2007b) para o caso SISO.

Um primeiro passo foi dado em (Nunes e Oliveira *et al.*, 2010). Entretanto, mesmo no caso linear, se o grau relativo vetorial não for uniforme e até mesmo não bem definido, como temos até o presente momento considerado, tal generalização ainda está por ser feita. Dois casos poderão ser explorados: (a) matriz de ganho de alta frequência conhecida; (b) matriz de ganho de alta frequência incerta. Generalizações das metodologias desenvolvidas (funções de monitoração e periódica, observadores de alto ganho constante ou variável e *dwell-time*) para esse caso multivariável mais geral é uma outra possibilidade a ser investigada.

2. Ampliação da Classe de Plantas Não-lineares

Obtenção de classes de sistemas não-lineares com rastreamento global.

- (a) Investigar a possibilidade de contemplar sistemas não-lineares na saída, com a dificuldade extra dos termos não-lineares figurarem de forma multiplicativa (Krishnamurthy *et al.*, 2002) e não apenas de forma aditiva (Marino e Tomei, 1995) utilizando-se observadores (HGO) com ganho constante. O seguinte sistema ilustra a classe proposta, onde y é a saída mensurável,

$$\dot{x} = A(y)x + B(y)u + \phi(y), \quad y = h(x). \quad (7.1)$$

- (b) Caracterizar uma outra possível classe de sistemas fortemente não-lineares, além daquela abordada no Capítulo 6, com a qual se pode obter resultado de rastreamento global utilizando o controle a estrutura variável via realimentação de saída. Um resultado imediato, não divulgado nesta Tese, é para a classe de manipuladores robóticos com juntas de revolução (Besançon *et al.*, 2003; Dixon *et al.*, 2004; Loria e Melhem, 2002) e não-linearidades quadráticas no estado não-medido, constituindo um exemplo para o qual já podemos garantir rastreamento global usando apenas medidas de posição em conjunto com a estratégia de controle baseada em observadores de alto ganho com ganho dinâmico (variável) proposta no Capítulo 6.

3. Síntese de Controladores de Rastreamento para Sistemas Incertos de Fase Não-mínima

Na literatura, o difícil problema de controle de rastreamento para plantas de fase não-mínima por realimentação de saída já foi considerado por diversos autores, no contexto de controle por modos deslizantes. Entretanto, as soluções apresentadas são ainda muito restritivas. Por exemplo, em (Baev *et al.*, 2008), é necessário conhecer a dinâmica dos zeros, o que significa que se requer um forte conhecimento *a priori* do sistema incerto. Tais hipóteses simplificadoras não são feitas nesta Tese. Já em outro recente resultado sobre o problema (Isidori, 2000; Isidori e Marconi, 2008), estabeleceu-se que é necessário alterar a saída controlada por um bloco em paralelo com a planta. Nós acreditamos que a extensão de nossos métodos para o caso de plantas de fase não-mínima seja possível utilizando essa metodologia.

4. Formas Simples para Compensação de Grau Relativo Incerto

Devido ao fato de que a complexidade do projeto do controlador tende a aumentar com o grau relativo da planta, o controle via realimentação de saída de sistemas com grau relativo grande pode tornar-se difícil de ser implementado com sucesso. Inspirado na formulação do item anterior para lidar com a questão de fase não-mínima, um filtro apropriado pode ser colocado em *paralelo* com plantas de grau relativo arbitrário tal que a combinação planta-filtro seja de grau relativo unitário (Finney e Heck, 1995; Kaufman *et al.*, 1997). Pouca informação da planta incerta seria necessária para o projeto do filtro em paralelo. Deste modo, os controladores para sistemas com grau relativo unitário propostos aqui e outros baseados em alto ganho, adaptação robusta e estrutura variável poderiam ser utilizados para controlar de uma maneira simples plantas com grau relativo arbitrário.

Nesta mesma linha, um outro problema igualmente interessante e ainda pouco estudado na literatura seria o de lidar com sistemas com grau relativo incerto ou mesmo desconhecido (Bartolini *et al.*, 2008).

5. Controle Extremal

Desenvolver o algoritmo de controle *extremal* por realimentação de saída para sistemas incertos:

- (a) Baseado em funções de chaveamento periódicas para casos SISO (monovariáveis) mais gerais, e.g., com grau relativo qualquer, contendo não linearidades, ou em presença de ruído de medição.
- (b) Mesmos objetivos acima, porém utilizando funções de monitoração.
- (c) Generalização para plantas multivariáveis e aplicações experimentais.

6. Aplicação das Estratégias de Direção de Controle Desconhecida em Sistemas Antibloqueio de Freios (ABS)

Desenvolvimento de um controlador robusto baseado no otimizador não-derivativo apresentado no Capítulo 3 ou outro baseado em função de monitoração (Capítulo 4) para sistemas ABS (*Antilock Braking System*). O otimizador não-derivativo (Korovin e Utkin, 1974; Teixeira e Žak, 1998) pode ser utilizado para encontrar o valor ótimo de deslizamento da roda de um veículo de forma a maximizar o coeficiente de atrito de frenagem. O controlador robusto calcula o torque de frenagem de modo a forçar que o deslizamento real rastreie o deslizamento ótimo da roda. Deste modo, o torque de frenagem reduz a distância de parada do veículo (Ariyur e Krstić, 2003; Will *et al.*, 1998).

7. Controle Adaptativo de Sistemas com Ganho de Alta Frequência Incerto via Funções de Monitoração ou de Chaveamento Periódica

As soluções conhecidas para esse problema baseiam-se no ganho de Nussbaum [vide (Ioannou e Sun, 1996; Nussbaum, 1983)], que infelizmente só tem valor teórico gerando transitórios inaceitáveis ou tendo grande sensibilidade a ruídos e a dinâmicas não-modeladas. Uma alternativa seria realizar a adaptação usando funções de monitoração (ou de chaveamento periódica) em vez do ganho de Nussbaum.

Neste caso, estaríamos pela primeira vez resolvendo o problema de direção de controle desconhecida para um esquema adaptativo legítimo sem fazer uso do ganho de Nussbaum. A vantagem com relação a utilizar modos deslizantes seria a de evitar o fenômeno de *chattering* (Edwards e Spurgeon, 1998).

Uma possibilidade seria utilizarmos o controlador adaptativo binário por modelo de referência (*binary model reference adaptive control* - B-MRAC) proposto em (Hsu e Costa, 1990) ou o controlador em modo dual adaptativo/robusto de Cunha *et al.* (2009a) que combinam as propriedades de transitório e robustez do controle por modos deslizantes e as propriedades de estado estacionário de sistemas com parâmetros adaptativos. Entretanto, uma outra questão ainda em aberto em ambos os controladores adaptativos mencionados, e que merece ser investigada, é a falta de desenvolvimento teórico completo que prove a aparente robustez destes controladores a perturbações de entrada e dinâmicas não-modeladas.

8. Estudo da Complexidade e Fragilidade dos Controladores

Motivados pelo bom comportamento dos algoritmos de controle aqui propostos testados via simulações e experimentos, seria interessante fazer um estudo, desenvolvendo ferramentas, que avaliasse a complexidade e a fragilidade dos controladores de forma a investigar a influência de problemas práticos de implementação, tais como: ruído de medição (e.g., quantização), dinâmicas e perturbações não-modeladas, discretização do controlador, *chattering* ou atrasos na malha de controle, dentre outros.

Apêndice A

Produção Científica

Neste apêndice encontram-se as 14 publicações realizadas durante o Doutorado que resumem os principais resultados obtidos até o momento.

Artigos em Periódicos Internacionais:

1. Oliveira, T. R., Peixoto, A. J., Nunes, E. V. L. and Hsu, L. (2007), “*Control of uncertain nonlinear systems with arbitrary relative degree and unknown control direction using sliding modes*”, International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, v. 21, pp. 692-707 - (Oliveira *et al.*, 2007b).
2. Oliveira, T. R., Peixoto, A. J. and Hsu, L. (2010), “*Sliding mode control of uncertain multivariable nonlinear systems with unknown control direction via switching and monitoring function*”, IEEE Transactions on Automatic Control, **aceito para publicação** - (Oliveira *et al.*, 2010d).
3. Oliveira, T. R., Peixoto, A. J., Costa, R. R. and Hsu, L. (2010), “*Dwell-time and disturbance monitoring for peaking avoidance and performance improvement in high-gain observer based sliding mode control*”, Dynamics of Continuous, Discrete and Impulsive Systems (Special Issue in Honor of Professor Khalil’s 60th Birthday), **aceito para publicação** - (Oliveira *et al.*, 2010b).
4. Oliveira, T. R., Hsu, L. and Peixoto, A. J. (2010), “*Output-feedback global tracking for plants with unknown control direction via periodic switching function*”, Automatica, **submetido para publicação** - (Oliveira *et al.*, 2010a).
5. Peixoto, A. J., Oliveira, T. R., Hsu, L., Lizarralde, F. and R. R. Costa (2010), “*Global tracking sliding mode control for a class of nonlinear systems via variable gain observer*”, International Journal of Robust and Nonlinear Control, **aceito para publicação** - (Peixoto *et al.*, 2010).

Artigos em Periódicos Nacionais:

1. Oliveira, T. R., Peixoto, A. J. and Hsu, L. (2010), “*Controle por realimentação de saída para sistemas incertos fortemente não-lineares*”, Controle & Automação (Artigo Convidado do Congresso Brasileiro de Automática 2008), **aceito para publicação** - (Oliveira *et al.*, 2010c).

Artigos em Congressos Internacionais:

1. Oliveira, T. R., Peixoto, A. J. and Hsu, L. (2007), “*Sliding mode output tracking of uncertain nonlinear systems with unknown control direction*”, 26th American Control Conference, pp. 3831-3836 - (Oliveira *et al.*, 2007a).
2. Oliveira, T. R., Hsu, L. and Peixoto, A. J. (2008), “*Output-feedback sliding mode control of uncertain systems with unknown control direction: a periodic switching function approach*”, 10th IEEE International Workshop on Variable Structure Systems, pp. 118-123 - (Oliveira *et al.*, 2008a).
3. Oliveira, T. R., Hsu, L. and Peixoto, A. J. (2008), “*Peaking free output-feedback control of uncertain nonlinear systems*”, 27th American Control Conference, pp. 389-394 - (Oliveira *et al.*, 2008c).
4. Oliveira, T. R., Peixoto, A. J., Leite, A. C. and Hsu, L. (2009), “*Sliding mode control of uncertain multivariable nonlinear systems applied to uncalibrated robotics visual servoing*”, 28th American Control Conference, pp. 71-76 - (Oliveira *et al.*, 2009b).
5. Oliveira, T. R., Peixoto, A. J. and Hsu, L. (2009), “*Dwell-time and monitoring schemes for peaking avoidance in high-gain observer based output-feedback control*”, 48th IEEE International Conference on Decision and Control, pp. 7557-7562 - (Oliveira *et al.*, 2009a).
6. Peixoto, A. J., Oliveira, T. R. and Hsu, L. (2009), “*Global tracking output-feedback sliding mode control design via norm estimators and variable high gain observer*”, 48th IEEE International Conference on Decision and Control, pp. 6083-6088 - (Peixoto *et al.*, 2009).
7. Nunes, E. V. L., Oliveira, T. R., Peixoto, A. J. and Hsu, L. (2010), “*Global exact tracking for uncertain multivariable linear systems by output feedback sliding mode control*”, 29th American Control Conference, **aceito para publicação** - (Nunes *et al.*, 2010).

Artigos em Congressos Nacionais:

1. Oliveira, T. R., Hsu, L. and Peixoto, A. J. (2008), “*Peaking free high-gain observer based sliding mode control for uncertain systems with strong nonlinearities*”, 17th Brazilian Conference on Automatic Control - (Oliveira *et al.*, 2008b).

Referências Bibliográficas

- Ahrens, J.H., e Khalil, H.K. (2007), “Closed-Loop Behavior of a Class of Nonlinear Systems Under EKF-Based Control,” *IEEE Trans. Aut. Contr.*, 52(3), 536–540.
- Ambrosino, G., Celentano, G., e Garofalo, F. (1984), “Variable structure MRAC systems,” *Int. J. Contr.*, 39(6), 1339–1349.
- Anderson, R.M., May, R.M., e Anderson, B. (eds.) (1992), *Infectious Diseases of Humans: Dynamics and Control*, Oxford Science Publications.
- Andrieu, V., e Praly, L. (2009), “A unifying point of view on output feedback designs for global asymptotic stabilization,” *Automatica*, 45, 1789–1798.
- Andrieu, V., Praly, L., e Astolfi, A. (2007), “Asymptotic tracking of a state trajectory by output-feedback for a class of non linear systems,” in *CDC*, New Orleans (LA), pp. 5228–5233.
- Andrieu, V., Praly, L., e Astolfi, A. (2009), “High gain observers with updated gain and homogeneous correction terms,” *Automatica*, 45(2), 422–428.
- Angeli, D., e Sontag, E. (1999), “Forward completeness, unboundedness observability, and their Lyapunov characterizations,” *Systems & Contr. Letters*, 38(5), 209–217.
- Arcak, M., Angeli, D., e Sontag, E. (2001), “Stabilization of cascades using integral input-to-state stability,” in *Proc. IEEE Conf. on Decision and Control*, Orlando, Florida USA, pp. 3814–3819.
- Arcak, M., e Kokotovic, P. (2001), “Nonlinear Observers: A Circle Criterion Design and Robustness Analysis,” *Automatica*, (37), 1923–1930.

- Arcak, M., Larsen, M., e Kokotović, P. (2002), “Boundedness without absolute stability in systems with stiffening nonlinearities,” *European J. of Control.*, 8(3), 243–250.
- Ariyur, K.B., e Krstić, M. (2003), *Real-Time Optimization by Extremum-Seeking Control*, John Wiley & Sons, Inc.
- Astolfi, A., Hsu, L., Netto, M., e Ortega, R. (2002), “Two Solutions to the Adaptive Visual Servoing Problem,” *IEEE Trans. Robotics and Automation*, 18(3), 387–392.
- Astrom, K.J., e Wittenmark, B. (1996), *Computer-Controlled Systems: Theory and Design*, 3rd ed., Prentice Hall.
- Atassi, A.N., e Khalil, H.K. (1999), “A separation principle for the stabilization of a class of nonlinear systems,” *IEEE Trans. Aut. Contr.*, 44, 1672–1687.
- Atassi, A.N., e Khalil, H.K. (2001), “A separation principle for the control of a class of nonlinear systems,” *IEEE Trans. Aut. Contr.*, 46, 742–746.
- Baev, S., Shtessel, Y., e Shkolnikov, I. (2008), “Nonminimum-phase output tracking in causal systems using higher-order sliding modes,” *Int. J. Robust and Nonlinear Contr.*, 18, 454–467.
- Baida, S.V. (1993), “Unit sliding mode control in continuous- and discrete-time systems,” *Int. J. Contr.*, 57(5), 1125–1132.
- Bartolini, G., Ferrara, A., e Giacomini, L. (2003), “A Switching Controller for Systems with Hard Uncertainties,” *IEEE Trans. on Circuits and Systems.*, 50(8), 984–990.
- Bartolini, G., Pisano, A., e Usai, E. (2009), “On the second-order sliding mode control of nonlinear systems with uncertain control direction,” *Automatica*, 45, 2982–2985.
- Bartolini, G., Pisano, A., e Usai, L. (2008), “On an output-feedback stabilization problem with uncertainty in the relative degree,” *Int. J. of Robust and Nonlinear Control*, 7, 741–755.

- Bartolini, G., e Zolezzi, T. (1988), “The V.S. approach to the model reference control of nonminimal phase linear plants,” *IEEE Trans. Aut. Contr.*, 33(9), 859–863.
- Besaçon, G., Battilotti, S., e Lanari, L. (2003), “A new separation result for a class of quadratic-like systems with application to Euler-Lagrange models,” *Automatica*, 39, 1085–1093.
- Bhaya, A., e Kaszkurewicz, E. (2006), *Control Perspectives on Numerical Algorithms and Matrix Problems*, SIAM.
- Bondarev, A.G., Bondarev, S.A., Kostyleva, N.E., e Utkin, V.I. (1985), “Sliding modes in systems with asymptotic state observers,” *Autom. Remote Control*, 46(6), 679–684.
- Boyd, S., El Ghaoui, L., Feron, E., e Balakrishnan, V. (1994), *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*, SIAM.
- Cheng, D., e Lin, W. (2003), “On p-normal forms of nonlinear systems,” *IEEE Trans. Aut. Contr.*, 48(7), 1242–1248.
- Chien, C.J., e Fu, L.C. (1992), “A new robust model reference control with improved performance for a class of multivariable unknown plants,” *Int. J. Adaptive Contr. Signal Process.*, 6, 69–93.
- Chien, C.J., Sun, K.C., Wu, A.C., e Fu, L.C. (1996), “A robust MRAC using variable structure design for multivariable plants,” *Automatica*, 32(6), 833–848.
- Choi, H.L., e Lim, J.T. (2005), “Global Exponential Stabilization of a Class of Nonlinear Systems by Output Feedback,” *IEEE Trans. Aut. Contr.*, 50(2), 255–257.
- Cunha, C.D., Araújo, A.D., e Mota, F.C. (2009a), “Controlador em modo dual adaptativo robusto para plantas com grau relativo arbitrário,” *Controle & Automação*, 20, 72–82.
- Cunha, J.P.V.S. (2004), “Controle de Sistemas Multivariáveis Incertos por Realimentação de Saída e Modo Deslizante,” Ph.D. thesis, Programa de Engenharia Elétrica, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro.

- Cunha, J.P.V.S., Costa, R.R., Lizarralde, F., e Hsu, L. (2009b), “Peaking free variable structure control of uncertain linear systems based on a high-gain observer,” *Automatica*, 45, 1156–1164.
- Cunha, J.P.V.S., Hsu, L., Costa, R.R., e Lizarralde, F. (2003), “Output-feedback model-reference sliding mode control of uncertain multivariable systems,” *IEEE Trans. Aut. Contr.*, 48(12), 2245–2250.
- De Persis, C., De Santis, R., e Morse, A.S. (2002), “Nonlinear switched systems with state dependent dwell-time,” in *Proc. IEEE Conf. on Decision and Control*, December, pp. 4419–4424.
- Desoer, C.A., e Vidyasagar, M. (1975), *Feedback Systems: Input-Output Properties*, Academic Press, Inc.
- Diao, Y., e Passino, K.M. (2001), “Adaptive Control fo a Class of Nonlinear Time-Varying Systems,” in *Proc. American Contr. Conf.*, June, Arlington, pp. 4161–4166.
- Diene, O., e Bhaya, A. (2002), “Otimizadores Analógicos Neurais Não-Derivativos,” *Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação Engenharia Elétrica, UFRJ, Rio de Janeiro*.
- Dixon, W.E., Zergeroglu, E., e Dawson, D.M. (2004), “Global robust output feedback tracking control of robot manipulators,” *Robotica*, 22, 351–357.
- Drakunov, S. (1993), “Sliding Mode Control of the Systems with Uncertain Direction of Control Vector,” in *Proc. IEEE Conf. on Decision and Control*, San Antonio, pp. 2477–2478.
- Drakunov, S., Özgüner, U., Dix, P., e Ashrafi, B. (1995), “ABS Control Using Optimum Search via Sliding Modes,” *IEEE Trans. Contr. Syst. Tech.*, 3(1), 79–85.
- Edwards, C., Colet, E.F., e Fridman, L. (eds.) (2006), *Advances in Variable Structure and Sliding Mode Control*, Springer-Verlag.

- Edwards, C., e Spurgeon, S.K. (1998), *Sliding Mode Control: Theory and Applications*, Taylor & Francis Ltd.
- Emelyanov, S.V. (1970), *Theory of variable structure systems*, Nauka.
- Emelyanov, S.V., Korovin, S.K., Nersisyan, A.L., e Nisenzon, Y.Y. (1992), “Discontinuous output feedback stabilizing an uncertain MIMO plant,” *Int. J. Contr.*, 55(1), 83–107.
- Esfandiari, F., e Khalil, H.K. (1992), “Output feedback stabilization of fully linearizable systems,” *Int. J. Contr.*, 56, 1007–1037.
- Filippov, A.F. (1964), “Differential equations with discontinuous right-hand side,” *American Math. Soc. Translations*, 42(2), 199–231.
- Finney, J.D., e Heck, B.S. (1995), “Simplified output control via parallel compensation,” in *Proc. American Contr. Conf.*, Seattle, pp. 3478–3482.
- Freeman, R., e Kokotović, P. (1993), “Design of ‘softer’ robust nonlinear control laws,” *Automatica*, 29, 1425–1437.
- Freeman, R., e Kokotović, P. (1996), “Tracking controllers for systems linear in the unmeasured states,” *Automatica*, 32, 735–746.
- Freidovich, L.B., e Khalil, H.K. (2007), “Lyapunov-based switching control of nonlinear systems using high-gain observers,” *Automatica*, (43), 150–157.
- Freidovich, L.B., e Khalil, H.K. (2008), “Performance recovery of feedback-linearization-based designs,” *IEEE Trans. Aut. Contr.*, 53(10), 2324–2334.
- Fridman, L., Shtessel, Y., Edwards, C., e Yan, X.G. (2008), “Higher-order sliding-mode observer for state estimation and input reconstruction in nonlinear systems,” *Int. J. of Robust and Nonlinear Control*, 18, 399–412.
- Fu, M., e Barmish, B. (1986), “Adaptive stabilization of linear systems via switching control,” *IEEE Trans. Aut. Contr.*, 31(12), 1097–1103.
- Gong, Q., e Qian, C. (2007), “Global practical tracking of a class of nonlinear systems by output feedback,” *Automatica*, 43, 184–189.

- Gutman, S. (1979), “Uncertain dynamical systems – a Lyapunov min-max approach,” *IEEE Trans. Aut. Contr.*, 24(3), 437–443.
- Gutman, S., e Leitmann, G. (1975), “Stabilizing control for linear systems with bounded parameters and input uncertainty,” in *Proc. 7th IFIP Conf. on Optimization Techniques*, Nice, France, pp. 8–14.
- Haralick, R.M., e Shapiro, L.G. (1993), *Computer and Robot Vision*, Vol. II, Addison-Wesley Inc.
- Hespanha, J.P., Liberzon, D., e Morse, A. (2003), “Overcoming the limitations of adaptive control by means of logic-based switching,” *Systems & Contr. Letters*, 49, 49–65.
- Hsu, L. (1997), “Smooth Sliding Control of uncertain Systems based on a Prediction error,” *Int. Journal of Robust and Nonlinear Control*, 7, 353–372.
- Hsu, L., Araújo, A.D., e Costa, R.R. (1994), “Analysis and design of I/O based variable structure adaptive control,” *IEEE Trans. Aut. Contr.*, 39(1), 4–21.
- Hsu, L., e Costa, R.R. (1989), “Variable structure model reference adaptive control using only input and output measurement: Part I,” *Int. J. Contr.*, 49(2), 399–416.
- Hsu, L., e Costa, R.R. (1990), “Binary control approach to design globally exponential stable systems,” in *Proc. of the 7th International Conf. on Systems Engineering*, Las Vegas, USA.
- Hsu, L., e Costa, R.R. (1996), “Adaptive control with sliding modes: theory and applications,” in *Minicourse Proc. XI Congresso Brasileiro de Automática*, São Paulo, pp. 39–60.
- Hsu, L., Costa, R.R., e Cunha, J.P.V.S. (2003), “Model-reference output-feedback sliding mode controller for a class of multivariable nonlinear systems,” *Asian Journal of Control*, 5(4), 543–556.

- Hsu, L., Cunha, J.P.V.S., Costa, R.R., e Lizarralde, F. (2002), “Multivariable output-feedback sliding mode control,” in *Variable Structure Systems: Towards the 21st Century* eds. X. Yu e J.X. Xu, Springer-Verlag, pp. 283–313.
- Hsu, L., Lizarralde, F., e Araújo, A.D. (1997), “New results on output-feedback variable structure adaptive control: design and stability analysis,” *IEEE Trans. Aut. Contr.*, 42(3), 386–393.
- Hsu, L., Peixoto, A.J., Cunha, J.P.V.S., Costa, R.R., e Lizarralde, F. (2006), “Output Feedback Sliding Mode Control for a Class of Uncertain Multivariable Systems with Unmatched Nonlinear Disturbances,” in *Advances in Variable Structure and Sliding Mode Control* Springer-Verlag, pp. 195–225.
- Hutchinson, S., Hager, G., e Corke, P. (1996), “A tutorial on visual servo control,” *IEEE Transactions Robotics and Automation*, 12(5), 651–670.
- Imai, A., Costa, R., e Hsu, L. (2001), “Multivariable MRAC using Nussbaum gain,” in *In proceedings of 2001 Int. symposium on adaptive and intelligent systems and control*.
- Ioannou, P.A., e Sun, J. (1996), *Robust Adaptive Control*, Prentice-Hall.
- Isidori, A. (1995), *Nonlinear Control Systems*, 3rd ed., Springer.
- Isidori, A. (1999), *Nonlinear Control Systems II*, 1st ed., Springer.
- Isidori, A. (2000), “A tool for semiglobal stabilization of uncertain non-minimum-phase nonlinear systems via output feedback,” *IEEE Trans. Aut. Contr.*, 45(10), 1817–1827.
- Isidori, A., e Marconi, L. (2008), “A note on robust output feedback stabilization of nonlinear nonminimum phase systems,” in *Proceedings of the 17-th IFAC World Congress*, Seoul.
- Itkis, U. (1976), *Control Systems of Variable Structure*, Wiley.

- Jiang, Z.P., Mareels, I., Hill, D.J., e Huang, J. (2004), “A unifying framework for Global regulation nonlinear output feedback: from ISS to iISS,” *IEEE Trans. Aut. Contr.*, 49(4), 549–562.
- Jiang, Z.P., Teel, A.R., e Praly, L. (1994), “Small-Gain Theorem for ISS Systems and Applications,” *Mathematics of Control, Signals and Systems*, (7), 95–120.
- Kailath, T. (1980), *Linear Systems*, Prentice Hall.
- Kaliora, G., Astolfi, A., e Praly, L. (2006), “Norm Estimators and Global Output Feedback Stabilization of Nonlinear Systems with ISS Inverse Dynamics,” *IEEE Trans. Aut. Contr.*, 51(3), 493–498.
- Kaufman, H., Barkana, I., e Sobel, K. (eds.) (1997), *Direct Adaptive Control Algorithms: Theory and Applications*, Springer.
- Kelly, R., Reyes, R., Moreno, J., e Hutchinson, S. (1999), “A two loops direct visual control of direct-drive planar robots with moving target,” *Proc. IEEE Conf. Robotics & Automation*, pp. 599–604.
- Khalil, H.K. (2002), *Nonlinear Systems*, 3rd ed., Prentice Hall.
- Khalil, H.K. (2004), “Performance recovery under output feedback sampled-data stabilization of a class of nonlinear systems,” *IEEE Trans. Aut. Contr.*, 49, 2173–2184.
- Khalil, H.K., e Esfandiari, F. (1993), “Semiglobal Stabilization of a Class of Nonlinear Systems Using Output Feedback,” *IEEE Trans. Aut. Contr.*, 38(9), 1412–1415.
- Korovin, S.K., e Utkin, V.I. (1974), “Using Sliding Modes in Static Optimization and Nonlinear Programming,” *Automatica*, 10, 525–532.
- Krichman, M., Sontag, E.D., e Wang, Y. (2001), “Input-output-to-state stability,” *SIAM J. Contr. Optim.*, 39(6), 1874–1928.

- Krishnamurthy, P., e Khorrami, F. (2002), “Generalized Adaptive Output-Feedback Form with Unknown Parameters Multiplying High Output Relative-Degree States,” *Proc. IEEE Conf. on Decision and Control*, pp. 1503–1508.
- Krishnamurthy, P., e Khorrami, F. (2003), “A Dual High Gain Controller for the Uncertain Generalized Output-Feedback Canonical Form with Appended Dynamics Driven by all States,” *Proc. American Contr. Conf.*, pp. 4766–4771.
- Krishnamurthy, P., Khorrami, F., e Chandra, R.S. (2003), “Global High-Gain-Based Observer and Backstepping Controller for Generalized Output-Feedback Canonical Form,” *IEEE Trans. Aut. Contr.*, 48(12), 2277–2284.
- Krishnamurthy, P., Khorrami, F., e Jiang, Z.P. (2002), “Global output feedback tracking for nonlinear systems in generalized output-feedback canonical form,” *IEEE Trans. Aut. Contr.*, 47(5), 814–819.
- Krstić, M., Kanellakopoulos, I., e Kokotović, (eds.) (1995), *Nonlinear and adaptive control design*, John Wiley & Sons, Inc.
- Lei, H., e Lin, W. (2005), “Universal output feedback control of nonlinear systems with unknown growth rate,” in *Proceedings of the 16th IFAC World Congress*, July, Prague, Czech Republic.
- Lei, H., e Lin, W. (2006a), “A Robust Servomechanism Problem for Uncertain Nonlinear Systems,” *Proc. American Contr. Conf.*, pp. 5819–5824.
- Lei, H., e Lin, W. (2006b), “Universal Adaptive Control of Nonlinear Systems with Unknown Growth Rate by Output Feedback,” *Automatica*, 42, 1783–1789.
- Leite, A.C., e Lizarralde, F. (2006), “Application of Tcl/Tk for a Robotic System,” in *Proceedings of 13th Annual Tcl/Tk Conference*, pp. 1–3.
- Levant, A. (2003), “Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control,” *Int. J. Contr.*, 76(9), 924–941.

- Li, S., e Tao, G. (2009), “Feedback based adaptive compensation of control system sensor uncertainties,” *Automatica*, 45, 393–404.
- Loria, A., e Melhem, K. (2002), “Position Feedback Global Tracking Control of EL Systems: A State Transformation Approach,” *IEEE Trans. Aut. Contr.*, 47(5), 841–847.
- Lu, X.Y., e Spurgeon, S.K. (1999), “Output feedback stabilization of MIMO nonlinear systems via dynamic sliding mode,” *Int. J. of Robust and Nonlinear Control*, 9, 275–305.
- Marino, R., e Tomei, P. (1993a), “Global adaptive output feedback control of nonlinear systems, part I: Linear parametrization,” *IEEE Trans. Aut. Contr.*, 38, 17–32.
- Marino, R., e Tomei, P. (1993b), “Global adaptive output feedback control of nonlinear systems, part II: Nonlinear parametrization,” *IEEE Trans. Aut. Contr.*, 38, 33–48.
- Marino, R., e Tomei, P. (1995), *Nonlinear Control Design. Geometric, Adaptive and Robust*, 1st ed., Prentice Hall.
- Martensson, B. (1991), “The unmixing problem,” *IMA J. Math. Contr. Info.*, 8, 367–377.
- Mazenc, F., Praly, L., e Dayawansa, W. (1994), “Global stabilization by output feedback: examples and counterexamples,” *Systems & Contr. Letters*, 23, 119–125.
- Miller, R.K., e Michel, A.N. (1982), *Ordinary Differential Equations*, 1st ed., Academic Press.
- Min, L.J., e Hsu, L. (2000), “Sliding controller for output feedback of uncertain nonlinear systems: global and semi-global results,” in *Proc. 6th IEEE Int. Workshop on Variable Structure Sys.*, December, Gold Coast, Australia, pp. 169–178.

- Morse, A. (1982), “Recent problems in parameter adaptive control,” in *Colloquium on Development and Utilization of Mathematical Models in Automat. Contr.*, pp. 733–740.
- Mudgett, D., e Morse, A. (1985), “Adaptive stabilization of linear systems with unknown high frequency gains,” *IEEE Trans. Aut. Contr.*, 30, 549–554.
- Narendra, K., e Annaswamy, A. (1989), *Stable Adaptive Systems*, Prentice Hall.
- Nunes, E.V.L., Hsu, L., e Lizarralde, F. (2009), “Global Exact Tracking for Uncertain Systems using Output-Feedback Sliding Mode Control,” *IEEE Trans. Aut. Contr.*, 54(5), 1141–1147.
- Nunes, E.V.L., Oliveira, T.R., Peixoto, A.J., e Hsu, L. (2010), “Global exact tracking for uncertain multivariable linear systems by output feedback sliding mode control,” in *Proc. American Contr. Conf.*, (aceito para publicação).
- Nussbaum, R. (1983), “Some results on a conjecture in parameter adaptive control,” *Systems & Contr. Letters*, 3, 243–246.
- Oh, S., e Khalil, H.K. (1995), “Output feedback stabilization using variable structure control,” *Int. J. Contr.*, 62(4), 831–848.
- Oh, S., e Khalil, H.K. (1997), “Nonlinear output-feedback tracking using high-gain observer and variable structure control,” *Automatica*, 33(10), 1845–1856.
- Oliveira, T.R., “Controle por Modos Deslizantes de Sistemas Incertos com Direção de Controle Desconhecida,” Master’s thesis, Programa de Engenharia Elétrica, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro (2006).
- Oliveira, T.R., Hsu, L., e Peixoto, A.J. (2008a), “Output-feedback sliding mode control of uncertain systems with unknown control direction: a periodic switching function approach,” in *10th International Workshop on Variable Structure Systems*, June, Antalya, pp. 118–123.
- Oliveira, T.R., Hsu, L., e Peixoto, A.J. (2008b), “Peaking free high-gain observer based sliding mode control for uncertain systems with strong nonlinearities,” in *Congresso Brasileiro de Automática*, Setembro, Juiz de Fora.

- Oliveira, T.R., Hsu, L., e Peixoto, A.J. (2008c), “Peaking Free Output-Feedback Control of Uncertain Nonlinear Systems,” in *Proc. American Contr. Conf.*, June, Seattle, pp. 389–394.
- Oliveira, T.R., Hsu, L., e Peixoto, A.J. (2010a), “Output-feedback global tracking for plants with unknown control direction via periodic switching function,” *Automatica*, (submetido para publicação).
- Oliveira, T.R., Peixoto, A.J., Costa, R.R., e Hsu, L. (2010b), “Dwell-time and disturbance monitoring for peaking avoidance and performance improvement in high-gain observer based sliding mode control,” *Dynamics of Continuous, Discrete and Impulsive Systems (Special Issue in Honor of Professor Khalil’s 60th Birthday)*, (aceito para publicação).
- Oliveira, T.R., Peixoto, A.J., e Hsu, L. (2007a), “Sliding mode output tracking of uncertain nonlinear systems with unknown control direction,” in *Proc. American Contr. Conf.*, New York, pp. 3831–3836.
- Oliveira, T.R., Peixoto, A.J., e Hsu, L. (2009a), “Dwell-time and monitoring schemes for peaking avoidance in high-gain observer based output-feedback control,” in *Proc. IEEE Conf. on Decision and Control*, December, Shanghai, pp. 7557–7562.
- Oliveira, T.R., Peixoto, A.J., e Hsu, L. (2010c), “Controle por realimentação de saída para sistemas incertos fortemente não-lineares,” *Controle & Automação (Artigo Convidado do Congresso Brasileiro de Automática 2008)*, (aceito para publicação).
- Oliveira, T.R., Peixoto, A.J., e Hsu, L. (2010d), “Sliding mode control of uncertain multivariable nonlinear systems with unknown control direction via switching and monitoring function,” *IEEE Trans. Aut. Contr.*, (aceito para publicação).
- Oliveira, T.R., Peixoto, A.J., Leite, A.C., e Hsu, L. (2009b), “Sliding mode control of uncertain multivariable nonlinear systems applied to uncalibrated robotics visual servoing,” in *Proc. American Contr. Conf.*, June, St. Louis, pp. 71–76.

- Oliveira, T.R., Peixoto, A.J., Nunes, E.V.L., e Hsu, L. (2007b), “Control of uncertain nonlinear systems with arbitrary relative degree and unknown control direction using sliding modes,” *Int. J. Adaptive Contr. Signal Process.*, 21, 692–707.
- Pan, Y., Özgüner, U., e Acarman, T. (2003), “Stability and performance improvement of extremum seeking control with sliding mode,” *Int. J. Contr.*, 76(9/10), 968–985.
- Papanikolopoulos, N., e Khosla, P. (1994), “Adaptive Robotic Visual Tracking: Theory and Experiments,” *IEEE Trans. Aut. Contr.*, 38(3), 429–445.
- Peixoto, A.J. (2007), “Rastreamento de Trajetória por Modos Deslizantes de uma Classe de Sistemas Não-lineares Incertos via Realimentação de Saída,” Ph.D. thesis, Programa de Engenharia Elétrica, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro.
- Peixoto, A.J., Hsu, L., Costa, R.R., e Lizarralde, F. (2007), “Global Tracking Sliding Mode Control for Uncertain Nonlinear Systems Based on Variable High Gain Observer,” in *Proc. IEEE Conf. on Decision and Control*, New Orleans, pp. 2041–2046.
- Peixoto, A.J., Oliveira, T.R., e Hsu, L. (2009), “Global tracking output-feedback sliding mode control design via norm estimators and variable high gain observer,” in *Proc. IEEE Conf. on Decision and Control*, December, Shanghai, pp. 6083–6088.
- Peixoto, A.J., Oliveira, T.R., Hsu, L., Lizarralde, F., e Costa, R.R. (2010), “Global tracking sliding mode control for a class of nonlinear systems via variable gain observer,” *Int. J. of Robust and Nonlinear Control*, (sob revisão).
- Praly, L. (2001), “Asymptotic stabilization via output feedback for lower triangular systems with output dependent incremental rate,” in *Proc. IEEE Conf. on Decision and Control*, Orlando, pp. 3808–3813.
- Praly, L., e Arcak, M. (2004), “A relaxed condition for stability of nonlinear observer-based controllers,” *Systems & Contr. Letters*, 53, 311–320.

- Praly, L., e Jiang, Z. (2004), “Linear Output Feedback with Dynamic High Gain for Nonlinear Systems,” *Systems & Contr. Letters*, 53, 107–116.
- Qian, C., e Lin, W. (2002), “Output feedback control of a class of nonlinear systems: a nonseparation principle paradigm,” *IEEE Trans. Aut. Contr.*, 47(10), 1710–1715.
- Qian, C., Schrader, C.B., e Lin, W. (2003), “Global regulation of a class of uncertain nonlinear systems using time-varying output feedback,” in *Proc. American Contr. Conf.*, Denver, CO, pp. 1542–1547.
- Qian, C. (2005), “Semi-Global stabilization of a class of uncertain nonlinear systems by linear output feedback,” *IEEE Trans. on Circuits and Sytems II*, 52(4), 218–222.
- Qu, Z., Dorsey, J., e Dawson, D. (1994), “Model Reference Robust Control of a Class of SISO Systems,” *IEEE Trans. Aut. Contr.*, 39(11), 2219–2234.
- Ryan, E.P. (1993), “Adaptive stabilization of multi-input nonlinear systems,” *Int. J. of Robust and Nonlinear Control*, 3(2), 169–181.
- Sabanovic, A., Fridman, L., e Spurgeon, S.K. (eds.) (2004), *Variable Structure Systems: From Principles to Implementation (IEE Control Engineering)*, Academic Press, Inc.
- Sastry, S., e Bodson, M. (1989), *Adaptive Control: Stability, Convergence and Robustness*, Prentice-Hall.
- Sepulchre, R., Janković, M., e Kokotović, P. (1997), *Constructive Nonlinear Control*, 1st ed., Springer.
- Shevitz, D., e Paden, B. (1994), “Lyapunov stability theory of nonsmooth systems,” *IEEE Trans. Aut. Contr.*, 39(9), 1910–1914.
- Slotine, J., e Li, W. (1991), *Applied Nonlinear Control*, Prentice-Hall.
- Slotine, J.J.E., Hedrick, J.K., e Misawa, E.A. (1987), “On sliding observers for nonlinear systems,” *ASME J. Dynamic Systems Measurement and Control*, 109, 245–252.

- Sontag, E.D. (1995), “On the input-to-state stability property,” *European J. of Control.*, 1, 24–36.
- Sontag, E.D. (1998), “Comments on Integral Variants of ISS,” *Systems & Contr. Letters*, 34, 93–100.
- Sontag, E.D., e Wang, Y. (1995), “On characterizations of the input-to-state stability property,” *Systems & Contr. Letters*, 24, 351–359.
- Sontag, E.D., e Wang, Y. (1997), “Output-to-state stability and detectability of nonlinear systems,” *Systems & Contr. Letters*, 29, 279–290.
- Spong, M.W., e Vidyasagar, M. (1989), *Robot Dynamics and Control*, John Wiley & Sons.
- Stoorvogel, A.A., Shi, G., e Saberi, A. (2004), “External stability of a double integrator with saturated linear control laws,” *Dynamics of Continuous, Discrete and Impulsive Systems (Series B: Applications and Algorithms)*, 11(4/5), 429–451.
- Sussmann, H.J., e Kokotović, P.V. (1991), “The peaking phenomenon and the global stabilization of nonlinear systems,” *IEEE Trans. Aut. Contr.*, 36(4), 424–440.
- Takahashi, R.H.C., e Peres, P.L.D. (1999a), “ H_2 guaranteed cost switching surface design for sliding modes with nonmatching disturbances,” *IEEE Trans. Aut. Contr.*, 44(11), 2214–2218.
- Takahashi, R.H.C., e Peres, P.L.D. (1999b), “Unknown input observers: a unifying approach,” *European J. of Control.*, 5(2), 261–275.
- Tao, G., e Ioannou, P.A. (1989), “A MRAC for multivariable plants with zero residual tracking error,” in *Proc. IEEE Conf. on Decision and Control*, Tampa, USA, pp. 1597–1600.
- Teel, A., e Praly, L. (1994), “Global stabilizability and observability imply semi-global stabilizability by output feedback,” *Systems & Contr. Letters*, 22, 313–325.

- Teel, A., e Praly, L. (1995), “Tools for semiglobal stabilization by partial state and output feedback,” *SIAM J. Contr. Optim.*, 33(5), 1443–1488.
- Teixeira, M.C.M., e Žak, S.H. (1998), “Analog Neural Nonderivative Optimizers,” *IEEE Trans. on Neural Networks*, 9(4), 629–638.
- Utkin, V., Guldner, J., e Shi, J. (1999), *Sliding Mode Control in Electromechanical Systems*, Taylor & Francis Ltd.
- Utkin, V.I. (1977), “Variable structure systems with sliding modes,” *IEEE Trans. Aut. Contr.*, 22, 212–222.
- Utkin, V.I. (1978), *Sliding Modes and Their Application in Variable Structure Systems*, MIR.
- Utkin, V.I. (1992), *Sliding Modes in Control and Optimization*, Springer-Verlag.
- Van der Schaft, A., e Schumacher, H. (2000), *An Introduction to Hybrid Dynamical Systems*, Springer, London.
- Walcott, B.L., e Žak, S. (1988), “Combined observer-controller synthesis for uncertain dynamical systems with applications,” *IEEE Trans. Syst. Man and Cyber.*, 18(1), 88–104.
- Will, A.B., Hui, S., e Žak, S.H. (1998), “Sliding Mode Wheel Slip Controller for an Antilock Braking System,” *Int. J. Veh. Design*, 19(4), 523–539.
- Wu, Y., e Zhou, Y. (2004), “Output feedback control for MIMO non-linear systems with unknown sign of the high frequency gain matrix,” *Int. J. Contr.*, 77(1), 9–18.
- Yan, L., Hsu, L., Costa, R.R., e Lizarralde, F. (2008), “A variable structure model reference robust control without a prior knowledge of high frequency gain sign,” *Automatica*, 44, 1036–1044.
- Yan, L., Hsu, L., Costa, R., e Lizarralde, F. (2003), “Variable Structure Model Reference Adaptive Control for Systems with Unknown High Frequency Gain,” in *Proc. IEEE Conf. on Decision and Control*, Hawaii, pp. 3525–3530.

- Yan, L., e Xu, J. (2004), “A Model Reference Robust Control with Unknown High Frequency Gain Sign,” *Proc. American Contr. Conf.*, pp. 3291–3296.
- Yan, X.G., Spurgeon, S.K., e Edwards, C. (2009), “On discontinuous static output feedback control for linear systems with nonlinear disturbances,” *Systems & Contr. Letters*, 58, 314–319.
- Yin, G., Wang, L.Y., e Kan, S. (2009), “Tracking and identification of regime-switching systems using binary sensors,” *Automatica*, 45, 944–955.
- Young, K.K.D. (1977), “Asymptotic stability of model reference systems with variable structure control,” *IEEE Trans. Aut. Contr.*, 22(2), 279–281.
- Yu, X., e Xu, J.X. (eds.) (2002), *Variable Structure Systems: Towards the 21st Century*, Springer-Verlag.
- Zachi, A.R.L., Hsu, L., Ortega, R., e Lizarralde, F. (2006), “Dynamic control of uncertain manipulators through immersion and invariance adaptive visual servoing,” *The International Journal of Robotics Research*, 25(11), 1149–1159.
- Žak, S.H., e Hui, S. (1993), “Output feedback variable structure controllers and state estimators for uncertain/nonlinear dynamic systems,” *IEE Proc.-D.*, 140(1), 41–50.
- Zergeroglu, E., Dawson, D.M., de Queiroz, M.S., e Nagarkatti, S. (1999), “Robust visual-servo control of robot manipulators in the presence of uncertainty,” *Proc. IEEE Conf. on Decision and Control*, pp. 4137–4142.
- Zhang, C., Arnold, D., Ghods, N., Siranosian, A., e Krstić, M. (2007), “Source seeking with non-holonomic unicycle without position measurement and with tuning of forward velocity,” *Systems & Contr. Letters*, 56, 245–252.
- Zhang, T.P., e Ge, S.S. (2007), “Adaptive neural control of MIMO nonlinear state time-varying delay systems with unknown dead-zones and gain signs,” *Automatica*, 43, 1021–1033.

Zhang, Y., Wen, C., e Soh, Y. (2000), "Adaptive backstepping control design for systems with unknown high-frequency gain," *IEEE Trans. Aut. Contr.*, 45(12), 2350–2354.