



COPPE/UFRJ

METODOLOGIA PARA ANÁLISE DE LINHAS DE TRANSMISSÃO
INCLUINDO MODELOS DO ARCO SECUNDÁRIO

Gilson Ferreira dos Santos Junior

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Orientadores: Maurício Aredes

Antonio Carlos Siqueira de Lima

Rio de Janeiro
Outubro de 2009

METODOLOGIA PARA ANÁLISE DE LINHAS DE TRANSMISSÃO
INCLUINDO MODELOS DO ARCO SECUNDÁRIO

Gilson Ferreira dos Santos Junior

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ
COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE) DA
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM
CIÊNCIAS EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

Aprovada por:



Prof. Maurício Aredés, Dr.-Ing.



Prof. Antonio Carlos Siqueira de Lima, D.Sc.



Prof. Sandoval Carneiro Júnior, Ph.D.



Prof. Rubens de Andrade Junior, D.Sc.



Prof. Washington Luiz Araújo Neves, Ph.D.



Dr. João Clavio Salari Filho, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

OUTUBRO DE 2009

Santos Junior, Gilson Ferreira dos

Metodologia para Análise de Linhas de Transmissão
Incluindo Modelos de Arco Secundário/ Gilson Ferreira dos
Santos Junior. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2009.

IX, 135 p.: il.; 29,7 cm.

Orientadores: Maurício Aredes

Antonio Carlos Siqueira de Lima

Tese (doutorado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de
Engenharia Elétrica, 2009.

Referências Bibliográficas: p. 123-129.

1. Linhas de transmissão. 2. Arco secundário. 3.
Transitórios eletromagnéticos. I. Aredes, Maurício *et al.* II.
Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa
de Engenharia Elétrica. III. Título.

Este trabalho é dedicado às minhas duas famílias – a primeira formada por meus pais e da qual me despeço ao fim deste ano; e a segunda, minha futura esposa Adriana. Com elas relembrei a lição de que, mesmo em um curto intervalo de tempo, uma grande força de vontade produz um impulso considerável nas coisas.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradeço a Deus. Tenho a plena certeza de que, quando revir as cenas da minha vida, nos momentos dedicados à elaboração deste trabalho só haverá um par de pegadas na areia. Sem esse apoio – que claramente notei, por exemplo, quando da minha disposição fora do comum nos momentos de possível cansaço –, a história deste trabalho teria tido desfecho menos favorável.

Agradeço a meus pais Vera Lúcia e Gilson, que se uniram à ajuda Divina. Este trabalho foi uma grande oportunidade para descobrir de onde sempre tirei a determinação que me dá o prazer e o estímulo para atingir meus objetivos. Também eles têm sua responsabilidade nesta conquista, pois sempre tiveram palavras renovadoras nos momentos de algum desânimo.

À minha querida noiva e futura esposa Adriana, agradeço por ter rapidamente compreendido a importância que o alcance desta meta tinha para mim e para a família que formaremos. Mais que um título, a elaboração deste trabalho representou o exercício de importantes valores humanos como força de vontade, dedicação e entrega ao trabalho. Uma jornada como esta certamente servirá de exemplo a nossos filhos.

Aos meus professores Maurício e Antonio Carlos, agradeço por terem me recebido e orientado como aluno em dedicação parcial, com todas as dificuldades que esta situação impõe. É certamente mais gratificante concluir um trabalho no qual os mestres têm plena confiança. Ao Prof. Antonio Carlos, agradeço especialmente a notável disposição às discussões técnicas sobre linhas de transmissão que se transformaram nos fundamentos desta pesquisa.

Agradeço a meus amigos e sócios Fábio e Rodrigo, com os quais tão bem eu pratico as saudáveis leis da compensação. A disposição deles em liderar nossa empresa sem minha ajuda e sem questionamentos é a força motriz de um entendimento que já dura cinco anos e que se estendeu para além do ambiente empresarial.

Por fim, obrigado a todos os amigos que me ajudaram, estimularam e confiaram na obtenção deste título, em especial ao Dr. Carlos Fernando Soares. É praticamente impossível caminhar sozinho e a ajuda que recebi deles motivou ainda mais cada um dos passos que consegui dar.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

METODOLOGIA PARA ANÁLISE DE LINHAS DE TRANSMISSÃO INCLUINDO MODELOS DO ARCO SECUNDÁRIO

Gilson Ferreira dos Santos Junior

Outubro/2009

Orientadores: Maurício Aredes
Antonio Carlos Siqueira de Lima

Programa: Engenharia Elétrica

Este trabalho apresenta modelos e ferramentas desenvolvidos para a análise, no domínio do tempo, de arcos secundários em linhas de transmissão com programas de simulação de transitórios eletromagnéticos. Além de modelos que representam as principais grandezas elétricas de arcos secundários, encontra-se ainda uma representação genérica de elementos lineares de sistemas de potência por meio da matriz de admitância nodal ao longo de uma faixa de frequências pré-estabelecida. Mostra-se a aplicação com sucesso desta metodologia à modelagem de linhas de transmissão e equivalentes de rede, utilizando uma série de procedimentos e técnicas específicas, que incluem o ajuste vetorial (*vector fitting*) de \mathbf{Y}_{bus} por funções racionais de comportamento passivo. Investigam-se diversos aspectos da implementação computacional dos modelos, enfocando o ATP (*Alternative Transients Program*), de uso gratuito e mundialmente difundido. O trabalho inclui uma extensa discussão a respeito das diversas formulações existentes na literatura para o cálculo dos parâmetros elétricos básicos – impedância longitudinal e admitância transversal – de linhas de transmissão a fim de estabelecer qualitativa e quantitativamente as diferenças entre eles. Por fim, apresenta-se uma simulação-exemplo com os modelos desenvolvidos, a fim de ilustrar suas aplicações no estudo do arco secundário no domínio do tempo.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

METHODOLOGY FOR THE ANALYSIS OF TRANSMISSION LINES
INCLUDING SECONDARY ARC MODELS

Gilson Ferreira dos Santos Junior

October/2009

Advisors: Maurício Aredes
Antonio Carlos Siqueira de Lima

Department: Electrical Engineering

This work presents some models and tools for the time domain analysis of secondary arcs in transmission lines using electromagnetic transients programs. It includes models to represent the main electrical variables of secondary arcs, as well as a generic representation of linear power systems elements by their nodal admittance matrix in a pre-established frequency range. The successful application of this methodology to transmission line and network equivalents is shown, using a number of specific techniques such as \mathbf{Y}_{bus} vector fitting to passive rational functions. Some aspects of computational implementation are investigated, focusing on ATP (Alternative Transients Program), a worldwide known and free of charge software. The work also includes a detailed discussion on the many formulae that can be found in the literature for the calculation of basic transmission lines electrical parameters – longitudinal impedance and transversal admittance – to establish qualitatively and quantitatively the differences between them. Finally, an example case using the developed models is carried out in ATP, to illustrate their application in the time domain analysis of the secondary arc.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	1
1.1. HISTÓRICO RESUMIDO DO SETOR ELÉTRICO BRASILEIRO.....	2
1.2. CARACTERÍSTICAS DO SISTEMA DE TRANSMISSÃO BRASILEIRO	5
1.3. MOTIVAÇÃO	7
1.4. OBJETIVOS	9
1.5. METODOLOGIA	10
2 IMPEDÂNCIA E ADMITÂNCIA DE LINHAS DE TRANSMISSÃO	11
2.1. REVISÃO DA LITERATURA.....	13
2.1.1. <i>Modelos de Cabos Infinitos</i>	14
2.1.2. <i>Modelos de Cabos Finitos</i>	22
2.2. SELEÇÃO DOS MODELOS.....	27
2.2.1. <i>Modelos de Cabos Infinitos</i>	27
2.2.2. <i>Modelos de Cabos Finitos</i>	42
2.3. RESUMO DO CAPÍTULO	45
3 MODELO DE ELEMENTOS DE REDE NO DOMÍNIO DO TEMPO A PARTIR DA MATRIZ DE ADMITÂNCIA NODAL	47
3.1. METODOLOGIA	48
3.2. <i>VECTOR FITTING</i>	53
3.3. VERIFICAÇÃO DA PASSIVIDADE	56
3.4. ALGUNS ASPECTOS DE IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL	58
3.5. RESUMO DO CAPÍTULO	60
4 APLICAÇÃO DO MODELO ÀS LINHAS DE TRANSMISSÃO E EQUIVALENTES DE REDE	62
4.1. LINHAS DE TRANSMISSÃO.....	63
4.1.1. <i>Equações Básicas</i>	63
4.1.2. <i>Matrizes Equivalentes</i>	65
4.1.3. <i>Circuitos Equivalentes</i>	68
4.1.4. <i>Implementação Computacional</i>	70
4.2. EQUIVALENTES DE REDE	90
4.2.1. <i>Revisão da Literatura</i>	92
4.2.2. <i>Implementação Computacional</i>	94
4.3. REVISÃO DO CAPÍTULO.....	97

5	MODELAGEM DO ARCO SECUNDÁRIO	99
5.1.	REVISÃO DA LITERATURA.....	100
5.2.	SELEÇÃO DO MODELO	103
5.3.	ESTUDOS DO ARCO SECUNDÁRIO.....	105
5.4.	IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL.....	107
5.5.	RESUMO DO CAPÍTULO	110
6	SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS.....	112
6.1.	ANÁLISE EM REGIME PERMANENTE.....	113
6.2.	ANÁLISE NO DOMÍNIO DO TEMPO	115
7	CONCLUSÕES E PESQUISAS FUTURAS.....	120
7.1.	CONCLUSÕES	120
7.2.	TEMAS PARA PESQUISAS FUTURAS	122
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	123
	APÊNDICE	130

1 INTRODUÇÃO

Estudos sobre linhas de transmissão em um país com características como as do Brasil têm grande relevância em todas as fases dos empreendimentos, desde o planejamento até a manutenção.

O parque transmissor nacional é bastante extenso e conta com linhas aéreas cujas tensões variam numa faixa de 69 até 750 kV, incluindo um bipólo em corrente contínua ± 600 kV. A alimentação dos grandes centros de consumo é fortemente dependente do desempenho deste parque, principalmente no que diz respeito à continuidade do abastecimento de energia elétrica. Este desempenho está diretamente associado ao comportamento das linhas sob defeitos comuns a qualquer sistema elétrico – curtos-circuitos envolvendo uma ou mais de suas fases.

Neste trabalho, o interesse recai sobre a análise da manobra monofásica, isto é, o desligamento (e posterior religamento) apenas da fase defeituosa quando da ocorrência de um curto-circuito monofásico. Este primeiro capítulo introduz o assunto, destacando a importância deste tipo de manobra para a continuidade da alimentação dos centros de consumo.

A discussão se inicia por um histórico resumido do setor elétrico brasileiro, a fim de situar o leitor no contexto do desenvolvimento dos parques gerador e transmissor. Em seguida, as características principais do sistema de transmissão são apresentadas bem como a motivação para o desenvolvimento deste trabalho, seus objetivos e a metodologia aqui empregada.

1.1. HISTÓRICO RESUMIDO DO SETOR ELÉTRICO BRASILEIRO

A formação do Sistema Elétrico Brasileiro data do final do século XIX, quando Thomas Edison obteve do imperador D. Pedro II o privilégio para a exploração da iluminação pública no país.

Desde então, e até a década de 1930, a potência instalada em usinas – em sua maioria hidroelétricas a fio d’água que, embora com pouca capacidade de armazenamento, já aproveitavam o grande potencial hidroelétrico do país – cresceu de 12 MW para 780 MW. A criação do CNAE (Conselho Nacional de Águas e Energia), em 1939, foi um marco da fase de afirmação da geração de energia elétrica a partir de fontes hidráulicas no país, ocorrida na primeira metade do século XX.

Após o fim da Segunda Guerra Mundial, o sistema ganhou forte impulso com a construção, iniciada em 1948, da Usina de Paulo Afonso I, a primeira usina brasileira de grande porte. Construída pela CHESF (Companhia Hidroelétrica do São Francisco), empresa do governo federal criada três anos antes, sua capacidade era de 180 MW.

A década de 1950 foi marcada por uma crise energética que ameaçava os estados de São Paulo, Rio de Janeiro e Belo Horizonte, os três principais centros socioeconômicos brasileiros, principalmente no que diz respeito ao Plano de Metas traçado naquela época. Uma das tentativas de reduzir os efeitos da crise foi a constituição da Central Elétrica de Furnas, em 1957, para operar a Usina Hidroelétrica (UHE) Furnas, com potência instalada de 1.216 MW. Além disso, em 1960, é criado o Ministério das Minas e Energia.

A criação da Eletrobrás (Centrais Elétricas Brasileiras S.A.), empresa do governo federal com a função de coordenar o setor elétrico brasileiro – naquele momento em franco desenvolvimento –, data de 1962. A empresa englobou como

subsidiárias as pré-existentes CHESF e FURNAS. Nesta década, os governos de Brasil e Paraguai travaram intensas negociações para o aproveitamento dos grandes recursos hidráulicos do Rio Paraná, principalmente no trecho até a foz do Rio Iguaçu. Em 1968, foi criada a ELETROSUL Centrais Elétricas S.A., terceira subsidiária da Eletrobrás e com operação focada na região sul do país. Outro fato notável nesta década é a unificação da frequência nacional em 60 Hz, extinguindo a frequência de 50 Hz utilizada até então em estados como o Rio de Janeiro e Rio Grande do Sul.

A década de 1970 começa com a criação da ELETRONORTE (Centrais Elétricas do Norte do Brasil S.A.), quarta subsidiária da Eletrobrás e responsável pela construção da usina hidroelétrica de Tucuruí. Mais tarde, a empresa incorporou a geração e o abastecimento de energia elétrica aos nove estados da Amazônia Legal (AC, AP, AM, MA, MT, PA, RO, RR e, mais recentemente, TO). Além disso, com a evolução das negociações entre Brasil e Paraguai, criou-se em 1974 a Itaipu Binacional, cuja função era gerenciar a construção da usina de Itaipu, que se transformaria na maior usina do mundo em geração de energia. Sua primeira unidade geradora, com potência de 700 MW, entrou em operação em 1984. A partir daí, e até 2007, duas a três unidades – de um total de vinte – entraram em operação ano a ano, totalizando uma potência instalada atual de 14.000 MW. Também em 1974 foi criado o CEPEL (Centro de Pesquisas de Energia Elétrica), ligado à Eletrobrás e cujo objetivo era acelerar o desenvolvimento tecnológico e de pesquisas no setor elétrico brasileiro.

A crise originada pelo choque do petróleo de 1979 provocou grande estagnação no setor elétrico brasileiro na década de 1980, reduzindo os investimentos de 2% para 0,8% do PIB. As próprias usinas de Itaipu e de Tucuruí, esta última a maior hidroelétrica totalmente nacional, hoje com 4.200 MW, sofreram com a crise, entrando em operação somente em 1984. Até 1991, por exemplo, apenas 600 MW foram adicionados ao parque gerador das regiões sudeste e sul. Por outro lado, a primeira usina nuclear brasileira, Angra I, entrou em operação em 1985, com capacidade de geração de 687 MW.

O agravamento da crise no início da década de 1990 afetou ainda mais o setor elétrico brasileiro, com um aumento sistemático da dívida das concessionárias estaduais, que atrasavam o pagamento da energia suprida pelas concessionárias federais e por Itaipu. Em 1993, o governo brasileiro deu início ao processo desestatização do

setor, decorrente da política de redução da presença do Estado na economia. Foi só em 1995, entretanto, que ocorreu o primeiro marco deste processo, com o leilão da ESCELSA (Espírito Santo Centrais Elétricas S.A.).

Também nos anos 90 foi criada a ANEEL (Agência Nacional de Energia Elétrica), que assumiu as funções do extinto DNAEE (Departamento Nacional de Águas e Energia Elétrica) de regular e fiscalizar o setor elétrico. A profunda reformulação que ocorria na época continuava com a criação das duas últimas subsidiárias da Eletrobras: a CGTEE (Companhia de Geração Térmica de Energia Elétrica) e a ELETRONUCLEAR (Eletrobrás Termonuclear S/A), ambas em 1997. Mesmo com a enorme predominância da geração de energia elétrica a partir de fontes hídricas, a criação destas empresas traduz a consolidação da exploração da geração térmica e nuclear no Brasil.

Em 1998, o antigo GCOI (Grupo Coordenador da Operação Interligada) é extinto e, para seu lugar, é criado o ONS (Operador Nacional do Sistema Elétrico), cujo objetivo principal era coordenar e controlar as operações de instalação dos sistemas interligados. Também em 1998 o sistema elétrico brasileiro perderia sua denominação original para ser conhecido como SIN (Sistema Interligado Nacional), após a construção da Interligação Norte-Sul I, unindo subestações nas regiões de atuação de FURNAS e ELETRONORTE. A década termina com a entrada em operação de Angra 2, no ano de 2000, com uma potência de 1.350 MW.

O século XXI começou mal para o SIN, com o racionamento de energia de 2001, necessário para evitar o colapso da oferta de energia elétrica na época. Este, caso ocorresse, seria resultante da união da insuficiência de investimentos em geração e transmissão com condições hidrológicas notadamente desfavoráveis nas regiões SE e NE. Em 2003, o governo propôs novas mudanças na legislação do setor, com o objetivo de garantir o abastecimento de energia do país, assegurar a adequação de tarifas para o consumidor e permitir a retomada de investimentos. Estas mudanças se consolidaram em um novo modelo, aprovado em 2004 e que, dentre outras realizações, instituiu a EPE (Empresa de Pesquisa Energética) para subsidiar o planejamento dos empreendimentos de energia elétrica, petróleo, gás natural e fontes de energias alternativas.

Este é o modelo atual do setor elétrico brasileiro, que define a oferta de menor tarifa como critério para participação nas licitações de novos empreendimentos e estabelece contratos de venda de energia de longo prazo. Neste modelo, tem-se uma participação já bem difundida de empresas de capital privado, inclusive de origem estrangeira (Espanha, Itália e Chile, por exemplo).

É importante destacar também que a remuneração dos agentes responsáveis pelos empreendimentos de transmissão depende fortemente de uma disponibilidade contínua de suas instalações para o transporte de energia. Neste contexto, eventos como o desligamento total das linhas ocasionam perda de faturamento dos agentes, além, possivelmente, de falta de energia aos consumidores finais.

1.2. CARACTERÍSTICAS DO SISTEMA DE TRANSMISSÃO BRASILEIRO

Ao longo do item 1.1, dois aspectos principais podem ser percebidos a respeito da criação e do desenvolvimento do sistema elétrico brasileiro:

- em suas etapas de franco desenvolvimento, o país optou por construir usinas hidroelétricas de porte cada vez maior para alimentar seus centros de consumo, mesmo remotos;
- nas décadas de 1980 e 1990, os investimentos em infra-estrutura foram insuficientes para acompanhar o crescimento da demanda de energia elétrica.

É importante notar que, mesmo com a adoção da geração térmica e das fontes de energia alternativa, uma das principais características do SIN é a forte predominância até os dias atuais de fontes provenientes da energia hidráulica.

Sendo assim, a distribuição geográfica de rios e cidades dá origem a distâncias significativas entre os grandes centros de geração e de consumo da energia elétrica. É notável, por exemplo, a maior concentração de metrópoles nas regiões Sul e Sudeste do país, assim como de rios e afluentes na região Norte. Segundo informações de julho de 2005 [1], somente 68% do potencial hidrelétrico brasileiro total foi inventariado, o que

corresponderia a uma potência de cerca de 180 GW; 80 GW ainda permanecem não inventariados.

Este panorama, embora simplificado, denota a forte dependência que o Brasil tem de longas linhas de transmissão, responsáveis pelo transporte da energia desde as fontes até as cargas: o comprimento total das linhas que atravessam o país, segundo dados de dezembro de 2005, é superior a 83.000 km [2].

Tecnicamente falando, as linhas de transmissão apresentam uma interação eletrostática entre suas fases que é função direta de seu comprimento total e inversa da separação entre fases. Na ocorrência de defeitos monofásicos com o aparecimento de arcos elétricos (por exemplo, ao longo de uma cadeia de isoladores), tal interação pode dificultar ou até mesmo impossibilitar a extinção destes com o desligamento somente da fase defeituosa, prejudicando o correspondente religamento e podendo causar riscos à estabilidade do sistema.

De fato, foi só mais recentemente que o Brasil passou a incorporar a manobra monofásica a suas linhas de transmissão. Anteriormente, era comum a manobra trifásica, mesmo no caso de defeitos monofásicos, o que eliminava a interação entre fases ao se desligar a linha por completo.

Pode-se ter uma idéia da importância da manobra monofásica ao se ponderar que: (i) 70% [3] a 95% [4] do total de defeitos em uma linha de alta tensão são monofásicos; e (ii) é possível manter até 55% da potência transferida pré-falta por uma linha de transmissão com manobra monofásica, contra 0% na manobra trifásica. A perda momentânea da totalidade da potência transportada por uma linha não conduz um sistema necessariamente à instabilidade, especialmente se este for densamente interligado, mas pode representar um razoável risco de apagões em sistemas fracos.

Durante um defeito monofásico temporário com atuação dos disjuntores terminais das linhas, há o aparecimento de um arco elétrico, frequentemente dividido em primário e secundário. O arco primário, cuja corrente corresponde às elevadas correntes de falta tipicamente observadas, surge logo após o estabelecimento do defeito; o arco secundário, por sua vez, surge após a abertura monofásica dos disjuntores e tem correntes tipicamente menores que as do arco primário (da ordem de dezenas ou centenas de ampères). Como mencionado anteriormente, no caso da manobra

monofásica, sua extinção está condicionada, dentre outros fatores, à intensidade da interação eletromagnética e eletrostática entre as fases da linha. Sendo assim, três hipóteses são possíveis na manobra monofásica:

- aguarda-se a auto-extinção do arco elétrico para religar a fase desligada devido ao defeito;
- projeta-se um equipamento para reduzir o tempo de auto-extinção do arco, caso este seja demasiadamente longo;
- no caso de não haver auto-extinção, projeta-se um equipamento para forçá-la.

1.3. MOTIVAÇÃO

A incorporação da manobra monofásica às linhas de transmissão brasileiras mencionada anteriormente é justificada pela ampla necessidade de fortalecer o sistema, evitando a retirada completa de linhas importantes. Entretanto, é fundamental que sua adoção esteja associada a estudos que identifiquem a extinção ou não do arco.

Tais estudos possuem certas particularidades que podem dificultar a obtenção de resultados adequados, dentre as quais estão a modelagem física e matemática dos elementos envolvidos. Na verdade, no panorama atual do SIN, não é rara a realização de análises simplificadas ou expeditas, o que aumenta o risco de conclusões errôneas.

Dentre as características a serem observadas em um estudo detalhado da manobra monofásica, destacam-se:

- o comportamento do arco secundário, seja em regime permanente ou transitório, é dependente da interação eletromagnética e eletrostática entre as fases de uma linha de transmissão e dos elementos às quais seus terminais estão conectados [5];
- conforme dados experimentais [6], a dinâmica do arco possui constantes de tempo que variam de unidades a centenas de μs . Como a modelagem dos elementos do problema quase sempre envolve processos numéricos no

domínio da frequência, tais constantes de tempo justificam a utilização de um espectro de frequências atingindo unidades de MHz;

- deste modo, um estudo adequado do problema estaria condicionado à representação da linha e dos elementos ligados aos seus terminais nesta faixa de frequências;
- por serem elementos não-lineares, a modelagem dos arcos no domínio do tempo é menos laboriosa que no domínio da frequência. Os equipamentos para facilitar/forçar a extinção destes arcos são também comumente não-lineares, o que reforça a utilização de métodos no domínio do tempo;
- por outro lado, a modelagem de equivalentes de rede e linhas de transmissão incluem sólidas formulações no domínio da frequência, onde podem ser levados diretamente em consideração efeitos como a variação dos parâmetros do solo e o efeito pelicular;
- a modelagem de equivalentes de rede no domínio da frequência difere da obtenção de equivalentes de curto-circuito a 60 Hz. Em princípio, exige a disponibilidade de informações a respeito do comportamento de um grande número de elementos – transformadores, linhas e bancos de capacitores, dentre outros – em função da frequência ou, alternativamente, experiência do estudioso na representação de um sistema simplificado, mas com comportamento aproximadamente equivalente;
- ao longo da história, a modelagem das linhas de transmissão recebeu uma série de contribuições que, entretanto, não vêm sendo incorporadas a alguns estudos devido, em grande parte, a dificuldades numéricas.

Os estudos de transitórios eletromagnéticos no domínio do tempo conduzidos no SIN, sob a responsabilidade do ONS, utilizam o ATP (*Alternative Transients Program*) como sua ferramenta principal. Embora robusto devido às contribuições recebidas ao longo de várias décadas de uso, o programa não dispõe de interface gráfica própria e apresenta poucas possibilidades de comunicação com programas similares mais atuais como o MATLAB/Simulink, da MathWorks, ou o PSCAD/EMTDC, do Manitoba HVDC Research Centre. Além disso, o panorama atual de desenvolvimento

do ATP não é dos mais animadores no que diz respeito à incorporação de novos modelos de simulação.

Tanto o ATP quanto simuladores mais atuais carecem de modelos específicos para a realização de estudos envolvendo altas frequências, tipicamente até as unidades de MHz. A possibilidade de desenvolvimento, pelo usuário, de modelos capazes de substituir os modelos-padrão destes programas incorporando melhorias e novas contribuições – unida ao que foi exposto anteriormente neste item – se constitui a principal motivação para a execução deste trabalho.

1.4. OBJETIVOS

Os principais objetivos deste trabalho estão relacionados na lista a seguir:

- apresentar os modelos de arco secundário desenvolvidos e consolidados na literatura, enfocando aquele considerado mais adequado ao estudo do problema da sua extinção, levando em conta aspectos como viabilidade de implementação e acurácia;
- implementar o modelo escolhido utilizando parâmetros e características consolidados em ensaios de laboratório;
- apresentar e analisar formulações para a modelagem de linhas de transmissão, buscando estabelecer quantitativamente o erro cometido ao se adotar as formulações convencionais nos estudos do arco secundário;
- apresentar um modelo de linhas de transmissão criado pelo usuário baseado na síntese de funções racionais no domínio da frequência, visando a simulação da extinção do arco secundário. Neste trabalho, o modelo foi implementado no ATP, simulador de uso gratuito e mundialmente difundido;
- desenvolver um modelo representativo de equivalentes de rede adequado à simulação do arco secundário, isto é, na faixa de frequências até a ordem de MHz;

- realizar uma simulação-exemplo, utilizando os novos modelos, de um sistema no domínio do tempo no qual o arco secundário não se extingue automaticamente ou leve um tempo demasiadamente longo para se extinguir. Ainda em ambiente de simulação, propor uma solução para forçar ou agilizar a extinção, por exemplo, alterando a impedância equivalente do sistema ou injetando correntes de compensação.

1.5. METODOLOGIA

Este trabalho foi dividido em sete capítulos, nos quais este está incluído. Após esta introdução, o capítulo 2 aborda o primeiro passo para a modelagem das linhas de transmissão – o cálculo de seus parâmetros elétricos básicos. O item apresenta as diversas abordagens propostas na literatura ao longo do tempo, com destaque para as mais promissoras à utilização em uma faixa de frequências até as unidades de MHz.

Em seguida, propõe-se no capítulo 3 um modelo de elementos de rede genéricos no domínio do tempo a partir de sua matriz de admitância nodal Y_{bus} que utiliza o método de espaço de estados em conjunto com a integração numérica trapezoidal ou a convolução recursiva.

O capítulo 4 descreve a aplicação da metodologia desenvolvida no capítulo 3 à modelagem de linhas de transmissão e equivalentes de rede, incluindo-se simulações-exemplo em ATP para sua validação. No capítulo 5, são discutidos os modelos de arco secundário existentes na literatura, assim como uma proposição de modelagem a ser empregada em estudos no domínio do tempo utilizando o ATP.

O capítulo 6 enfoca um exemplo de simulação computacional com os modelos desenvolvidos neste trabalho, incluindo um caso no qual o arco secundário não se autoextingue e necessita de um dispositivo específico para este fim. Por fim, o capítulo 7 conclui o trabalho e resume os principais aspectos discutidos, além de destacar assuntos que podem ser fruto de pesquisa futura tomando como base os resultados aqui obtidos.

2

IMPEDÂNCIA E ADMITÂNCIA DE LINHAS DE TRANSMISSÃO

Os requisitos de modelagem dos elementos de sistemas de potência dependem da natureza do estudo sendo executado. Uma análise de fluxo de potência e curto-circuito em regime permanente, por exemplo, comumente trabalha com modelos a frequência industrial, enquanto simulações de transitórios frequentemente requerem transformações tempo/frequência e, portanto, precisão em uma faixa de frequências compatível com a dinâmica do fenômeno sob estudo.

Trata-se, portanto, de um processo que envolve uma natural reflexão a respeito de simplificações e aproximações a serem adotadas. Esta reflexão se acentua no caso de uma linha de transmissão, devido a uma série de dados praticamente inviáveis de serem levantados de forma precisa – tais como topografia e tipos de solos –, além da presença de diversos componentes de diferentes formas geométricas (cabos, estruturas, fundações e cadeias de isoladores, dentre outros).

É deste panorama que resultam os diversos modelos existentes na literatura e nas ferramentas de simulação do comportamento das linhas. Cada um deles possui seu grau de imprecisões e simplificações, podendo ser suficientes em certas análises e

produzir erros consideráveis em outras. É função primordial do estudioso fazer a distinção de acordo com o problema.

A adoção de hipóteses simplificativas pode sim provocar reduções no esforço analítico e computacional, mas também pode originar erros significativos. Por outro lado, considerar um nível muito grande de detalhes em cada aspecto da modelagem pode tornar o trabalho inviável.

Comumente, o processo de modelagem de uma linha passa pela consideração dos seguintes aspectos:

- escolha do domínio do tempo ou da frequência para o estabelecimento do modelo;
- espectro de frequências envolvido;
- variação de tipos e topografias dos solos ao longo do comprimento da linha;
- diversidade de elementos a serem modelados (cabos, estruturas, cadeias de isoladores e aterramento).

A elaboração de modelos de linhas no domínio da frequência, apesar de ser a mais difundida, possui desvantagens associadas à representação de não-linearidades (como o efeito corona, por exemplo) e ao processo de inversão frequência/tempo. A estas desvantagens, somam-se ainda as dificuldades relativas à modelagem sob frequências a partir de MHz, nas quais as ondas eletromagnéticas possuem um comprimento de onda reduzido e seu efeito de propagação – em geral desprezado na teoria de circuitos – passa a ter relevância.

Em linhas aéreas, foco principal deste trabalho, a proximidade dos condutores com o solo acaba por trazer uma série de particularidades que tornam inevitáveis as aproximações. Dentre estes particulares estão a topografia irregular e a medição dos parâmetros elétricos do solo (condutividade, permitividade e permeabilidade).

Por fim, os cabos condutores são sustentados pelas estruturas com a ajuda de cadeias de isoladores e assumem a forma geométrica de uma catenária ao longo de todo o comprimento da linha, o que torna variável a distância condutor-solo. Desprezar tal

variação – assim como desconsiderar a existência das estruturas –, por exemplo, pode conduzir a erros significativos se o interesse recair sobre o cálculo do campo eletromagnético no solo, especialmente na proximidade das torres.

Como comentado anteriormente, a modelagem de linhas de transmissão proposta neste trabalho se fundamenta na representação de sua matriz de admitância nodal Y_{bus} , que depende essencialmente da impedância longitudinal e da admitância transversal. Assim, as seções subsequentes deste capítulo buscam identificar modelos considerados adequados à representação das linhas até frequências típicas de estudos da dinâmica do arco secundário, levando em conta, particularmente, a implementação computacional.

2.1. REVISÃO DA LITERATURA

É importante destacar que a formulação convencional para cálculo da impedância e da admitância das linhas de transmissão considera um modelo no qual os cabos são infinitamente longos e com raios muito inferiores às distâncias que os separam. Tais hipóteses conduzem a valores destes parâmetros uniformemente distribuídos ao longo do comprimento das linhas, motivo pelo qual são chamados neste caso de unitários.

Entretanto, com o aumento da frequência para a casa dos MHz – e a correspondente diminuição do comprimento de onda para poucas centenas de metros –, atinge-se o limite de validade da hipótese de propagação de ondas planas, uma das principais do modelo de cabos de comprimento infinito. Nesta faixa de frequências, de fato, obtém-se uma modelagem mais adequada a partir da consideração de ondas esféricas, substituindo-se os cabos infinitos pelo conceito de eletrodos de comprimento finito.

Como se verá adiante, ambas as formulações são adequadas às simulações de transitórios no domínio do tempo e mesmo do arco secundário, desde que cada uma seja considerada na sua faixa adequada de aplicação.

2.1.1. MODELOS DE CABOS INFINITOS

Neste tipo de modelagem, grande parte das dificuldades associadas à determinação da impedância longitudinal unitária Z e da admitância transversal unitária Y encontra-se no fato de que elas são calculadas por meio da equação transcendental

$$Z(\gamma) \cdot Y(\gamma) = \gamma^2, \quad (1)$$

onde γ é a constante de propagação do sistema e Z e Y foram expressos como função dela a fim de evidenciar o caráter transcendental da equação. É importante destacar também que o termo “longitudinal” faz referência à direção de propagação da energia. Por simplicidade, refere-se neste contexto a uma linha monofásica.

Uma das primeiras contribuições para a solução desta equação nas linhas de transmissão aéreas foi dada na década de 1920 por John R. Carson [7], que considerou o efeito da propagação das ondas eletromagnéticas no solo em sua formulação para a determinação da impedância longitudinal, tendo em vista que o solo não é um condutor ideal. A propagação foi considerada do tipo TEM (*Transverse Electric and Magnetic*), no qual os vetores dos campos elétrico e magnético são ambos perpendiculares à direção de propagação. Como mencionado no início do capítulo, este tipo é predominante até a faixa das centenas de MHz [8], caracterizando-se pelas relações

$$\begin{aligned} \vec{E}_x = 0, \vec{E}_y = 0, \vec{E}_z \neq 0, \text{ no solo e} \\ \vec{E}_x \neq 0, \vec{E}_y \neq 0, \vec{E}_z = 0, \text{ no ar,} \end{aligned} \quad (2)$$

onde a direção z é a direção de propagação.

Carson supôs um valor inicialmente nulo de γ para a determinação de Z e Y , o que elimina o caráter transcendental de (1), mas resulta numa aproximação válida somente nas condições em que o efeito da propagação das ondas não é decisivo: em frequências até cerca de 1 MHz e/ou na presença de um solo essencialmente condutivo.

Correspondendo, portanto, a uma aproximação, ainda assim a impedância longitudinal Z calculada pela formulação de Carson se caracteriza pela solução de integrais infinitas com integrandos complexos, dadas, para cada dupla de cabos “ m ” e “ n ”, por

$$Z_{mn} = j \cdot \omega \cdot \frac{\mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot \ln\left(\frac{D_{mn}}{d_{mn}}\right) + \frac{\mu_g}{\pi} \cdot \omega \cdot \int_0^\infty \left(\sqrt{\tau^2 + j} - \tau\right) \cdot e^{-2 \cdot \alpha \cdot (h_m + h_n) \cdot \tau} \cdot \cos(x_{mn} \cdot \tau) \cdot d\tau, \quad (3)$$

onde:

- j é a unidade imaginária;
- ω é a frequência angular;
- μ_0 e μ_g são as permeabilidades magnéticas do ar e do solo;
- d_{mn} é a distância entre os condutores “m” e “n” ($d_{mm} = r_m$, onde r_m é o raio do condutor “m”);
- D_{mn} é a distância entre o condutor “m” e a imagem do condutor “n”;
- $\alpha = \sqrt{\omega \cdot \mu_g \cdot \sigma_g}$, onde σ_g é a condutividade do solo, suposta homogênea;
- h_m e h_n são as alturas verticais em relação ao solo dos condutores “m” e “n”, respectivamente;
- x_{mn} é a distância horizontal entre os condutores “m” e “n” ($x_{mm} = 0$).

As relações (2) e a expressão da impedância mútua (3) podem ser melhor compreendidas com o auxílio da Figura 1.

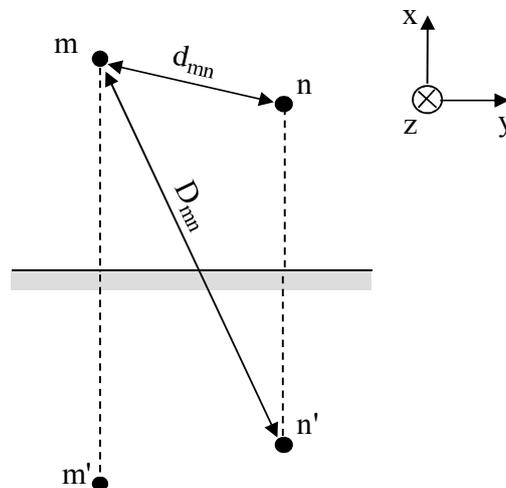


Figura 1 – Cabos “m” e “n” e suas imagens.

Na formulação de Carson, os elementos da matriz \mathbf{Z} expressos por (3) referem-se à impedância externa aos condutores, isto é, à propagação das ondas no ar e no solo. Deste modo, aos elementos Z_{mm} deve-se ainda acrescentar a impedância interna dos condutores, isto é, o termo correspondente à propagação das ondas no interior dos mesmos, conhecido desde a década de 1910 e igual a [9]

$$Z_{mm} = j \cdot \frac{\omega \cdot \mu_{wm}}{2 \cdot \pi \cdot \rho_1} \cdot \frac{I_0(\rho_1) \cdot K_1(\rho_0) + I_1(\rho_0) \cdot K_0(\rho_1)}{I_1(\rho_1) \cdot K_1(\rho_0) - I_1(\rho_0) \cdot K_1(\rho_1)}, \quad (4)$$

onde:

- μ_{wm} é a permeabilidade do condutor “m”;
- $\rho_1 = r_{1m} \cdot \sqrt{j \cdot \omega \cdot \mu_{wm} \cdot \sigma_{wm}}$ e $\rho_0 = r_{0m} \cdot \sqrt{j \cdot \omega \cdot \mu_{wm} \cdot \sigma_{wm}}$, onde r_{0m} e r_{1m} são os raios interno e externo do condutor “m” e σ_{wm} é sua condutividade;
- I e K são as funções modificadas de Bessel de primeira e segunda espécie, respectivamente, e cujas ordens são indicadas pelos índices 0 ou 1.

Os diversos elementos Z_{mn} formam a matriz de impedância longitudinal \mathbf{Z} , quadrada de dimensão igual ao número de condutores da linha e cuja unidade, no sistema internacional, é Ω/m . Em linhas de transmissão, frequentemente, prefere-se o quilômetro como unidade de comprimento, tendo em vista sua grande extensão.

No que se refere à admitância transversal unitária, o cálculo tradicional é feito a partir dos coeficientes

$$A_{mn} = \ln \left(\frac{D_{mn}}{d_{mn}} \right). \quad (5)$$

A determinação da matriz \mathbf{Y} considera o solo como um condutor ideal, sendo feita por

$$\mathbf{Y} = j \cdot \omega \cdot 2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \mathbf{A}^{-1}, \quad (6)$$

onde ϵ_0 é a permissividade do ar. A dimensão de \mathbf{Y} no SI é S/m, sendo comum também a preferência pelo quilômetro como unidade de comprimento.

Foram basicamente a determinação trabalhosa, os possíveis erros numéricos na integração infinita e a premissa inicial da propagação instantânea em (3), além dos

argumentos complexos de (4), que motivaram a continuação das pesquisas a respeito dos parâmetros elétricos das linhas, principalmente da impedância longitudinal.

Na década de 1960, publicou-se um dos principais estudos [10] eliminando a aproximação de tratar o solo como um condutor ideal no cálculo da admitância transversal. A metodologia desenvolvida propõe coeficientes de correção f_{cmn} à matriz A , dados pela extensa relação de expressões

$$f_{cmn} = 1 + \left(\frac{\frac{p}{A_{mn}}}{\omega \cdot 2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 - q} \right)^2 - \frac{\frac{q}{A_{mn}}}{\omega \cdot 2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0}$$

$$p = \frac{\sigma_g}{\pi \cdot (\sigma_g^2 + \omega^2 \cdot \varepsilon_g^2)} \cdot \left(K_0(|u|) + \frac{\omega \cdot \varepsilon_g}{\sigma_g} \cdot \text{Arg}(e^{K_0(|u|)}) \right)$$

$$q = \frac{\sigma_g}{\pi \cdot (\sigma_g^2 + \omega^2 \cdot \varepsilon_g^2)} \cdot \left(\text{Arg}(e^{K_0(|u|)}) - \frac{\omega \cdot \varepsilon_g}{\sigma_g} \cdot K_0(|u|) \right) \quad (7)$$

$$u = k_0 \cdot D_{mn} \cdot (1 + \Delta k_0)$$

$$\Delta k_0 = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{fp}{\ln\left(\frac{D_{mn}}{d_{mn}}\right)} - j \cdot \omega \cdot \frac{2 \cdot \varepsilon_0}{\sigma_g + j \cdot \omega \cdot \varepsilon_g} \cdot \frac{K_0\left(k_0 \cdot \frac{D_{mn}}{2}\right)}{\ln\left(\frac{D_{mn}}{d_{mn}}\right)} \right)$$

$$fp = \frac{2}{D_{mn} \cdot k_g^2} \cdot \left(k_0 \cdot K_1(k_0 \cdot D_{mn}) - \sqrt{k_g^2 + k_0^2} \cdot K_1\left(\sqrt{k_g^2 + k_0^2} \cdot D_{mn}\right) \right),$$

onde:

- ε_g é a permissividade do solo;
- a função Arg representa o argumento de um número complexo;
- k_0 é a constante de propagação no ar, dada por $k_0 = j \cdot \omega \cdot \sqrt{\mu_0 \cdot \varepsilon_0}$;
- k_g é a constante de propagação no solo, dada por $k_g = \sqrt{j \cdot \omega \cdot \mu_g \cdot (\sigma_g + j \cdot \omega \cdot \varepsilon_g)}$.

Os elementos da matriz A passariam então a ser determinados por

$$A'_{mn} = f_{cmn} \cdot A_{mn}, \quad (8)$$

enquanto \mathbf{Y} continuaria da forma descrita em (6), substituindo-se \mathbf{A} por \mathbf{A}' . Há que se considerar que as expressões em (7) além de também envolverem integrais – nas funções de Bessel –, conduzem a fatores de correção bastante próximos da unidade em uma série de condições comuns às linhas aéreas, particularmente sob frequência industrial e para solos considerados típicos. Tais fatos levaram à não utilização generalizada desta contribuição na admitância transversal unitárias das linhas atualmente.

De volta à determinação de \mathbf{Z} , na década de 1970, a expressão (4) foi aproximada [11], removendo a necessidade do cálculo de funções de Bessel com argumentos complexos, o que resultou na expressão

$$Z_{mm} = j \cdot \frac{\omega \cdot \mu_m}{2 \cdot \pi \cdot \rho_1} \cdot \text{Coth} \left(\sqrt[3]{\frac{15}{32}} \cdot \rho_1 \right) + \frac{0,356}{\sigma_m \cdot \pi \cdot r_1^2}. \quad (9)$$

Ainda nesta década, as pesquisas iniciadas na década de 1950 sobre as limitações de aplicabilidade da formulação de Carson foram consolidadas em um trabalho [12] que propunha soluções baseadas nos potenciais de Hertz e eliminava a maioria das hipóteses iniciais de Carson, mantendo apenas a de que os condutores deviam estar afastados do solo (e entre si) de uma distância muito superior a seus raios. Na verdade, este trabalho foi o ponto de partida de uma série de pesquisas posteriores sobre o assunto [13], [14], [15], [16], dentre as quais as duas últimas – datadas da década de 1990 – se destacam por proporem soluções simplificadas para a implementação computacional no domínio da frequência.

A linha de pesquisa desenvolvida nestas quatro últimas referências reescreve (1), para o caso específico de um único condutor, da forma

$$\frac{\pi}{j \cdot \omega \cdot \mu_0} \cdot Z_{\text{int}}(\gamma) + \frac{1}{2} \cdot \Lambda(\gamma) + S_{1g}(\gamma) - \frac{\gamma^2}{k_0^2} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \Lambda(\gamma) + S_{2g}(\gamma) \right) = 0 \quad (10)$$

$$\Lambda(\gamma) = K_0 \left(j \cdot \sqrt{k_0^2 - \gamma^2} \cdot r_1 \right) - K_0 \left(j \cdot \sqrt{(k_0^2 - \gamma^2) \cdot (4 \cdot h^2 + r_1^2)} \right),$$

onde $Z_{\text{int}}(\gamma)$ é a impedância interna do condutor, reescrita agora como

$$Z_{\text{int}}(\gamma) = \frac{\omega \cdot \mu_w}{2 \cdot \pi \cdot r_1} \cdot \frac{u_w}{k_w^2} \cdot \frac{I_0(j \cdot u_w \cdot r_1) \cdot K_1(j \cdot u_w \cdot r_0) + I_1(j \cdot u_w \cdot r_0) \cdot K_0(j \cdot u_w \cdot r_1)}{I_1(j \cdot u_w \cdot r_1) \cdot K_1(j \cdot u_w \cdot r_0) - I_1(j \cdot u_w \cdot r_0) \cdot K_1(j \cdot u_w \cdot r_1)} \quad (11)$$

$$u_w = \sqrt{k_w^2 - \gamma^2},$$

e k_w é a constante de propagação no condutor, dada por $k_w = \sqrt{j \cdot \omega \cdot \mu_w \cdot (\sigma_w + j \cdot \omega \cdot \epsilon_w)}$. Note-se a semelhança entre o valor de k_w e a expressão $\sqrt{j \cdot \omega \cdot \mu_{wm} \cdot \sigma_{wm}}$ em (4). As funções $S_{1g}(\gamma)$ e $S_{2g}(\gamma)$ são integrais de Sommerfeld dadas por

$$S_{1g}(\gamma) = \frac{1}{2} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-u_0 \cdot 2 \cdot h}}{u_0 + u_g} \cdot e^{-j \cdot r_1 \cdot \lambda} \cdot d\lambda$$

$$S_{2g}(\gamma) = \frac{1}{2} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-u_0 \cdot 2 \cdot h}}{k_g^2 \cdot k_0^{-2} \cdot u_0 + u_g} \cdot e^{-j \cdot r_1 \cdot \lambda} \cdot d\lambda \quad (12)$$

$$u_0 = \sqrt{\lambda^2 + \gamma^2 - k_0^2}$$

$$u_g = \sqrt{\lambda^2 + \gamma^2 - k_g^2}.$$

É evidente que a solução da equação integral (10) não é trivial, demandando um esforço computacional elevado e, de certa forma, incompatível com o cálculo de linhas trifásicas em uma larga faixa de frequências. Por outro lado, aproximações podem ser feitas [16], sem que se defina $\gamma = 0$ e considerando linhas multifásicas. O resultado, embora não exato, pode ainda ser adequado, dependendo do espectro de frequências desejado.

Uma destas aproximações é a suposição inicial $\gamma \cong k_0$, o que reduz não só as integrais de Sommerfeld $S_{1g}(\gamma)$ e $S_{2g}(\gamma)$ como também as funções de Bessel presentes em $\Lambda(\gamma)$ a expressões logarítmicas simples. Assim, considerando uma linha multifásica, a equação (10) deixa novamente de ser transcendental e se reduz a [14], [15]

$$\gamma_i^2 \cdot \mathbf{1} - \mathbf{P}^t = 0$$

$$\mathbf{P} = \mathbf{Z}' \cdot \mathbf{Y}' \quad (13)$$

Em (13), o índice t indica transposição, γ_i são as constantes de propagação e as matrizes de impedância longitudinal e admitância transversal foram escritas \mathbf{Z}' e \mathbf{Y}' pois correspondem agora às aproximações logarítmicas, dadas por

$$\mathbf{Z}' = \mathbf{Z}'_{\text{int}} + \mathbf{Z}'_e + \mathbf{Z}'_g$$

$$Z'_{\text{int}(mm)} = \frac{\omega \cdot \mu_{wm}}{2 \cdot \pi \cdot r_{1m}} \cdot \frac{1}{k_{wm}} \cdot \frac{I_0(jk_{wm}r_{1m}) \cdot K_1(jk_{wm}r_{0m}) + I_1(jk_{wm}r_{0m}) \cdot K_0(jk_{wm}r_{1m})}{I_1(jk_{wm}r_{1m}) \cdot K_1(jk_{wm}r_{0m}) - I_1(jk_{wm}r_{0m}) \cdot K_1(jk_{wm}r_{1m})}$$

$$Z'_{\text{int}(mn)} = 0$$

$$Z'_{e(mn)} = j \cdot \omega \cdot \frac{\mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot A_{mn}$$

$$\mathbf{Z}'_g = j \cdot \omega \cdot \frac{\mu_0}{\pi} \cdot \mathbf{F}_{1g}$$

$$F_{1g(mn)} = \frac{1}{2} \cdot \ln \left(\frac{h_m + h_n + j \cdot x_{mn} + \xi_1}{h_m + h_n + j \cdot x_{mn}} \right), \quad \xi_1 = \frac{2}{\sqrt{k_0^2 - k_g^2}}$$

$$\mathbf{Y}' = \mathbf{Y}'_e + \mathbf{Y}'_g$$

$$\mathbf{Y}'_e = j \cdot \omega \cdot 2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \mathbf{A}^{-1}$$

$$\mathbf{Y}'_g = j \cdot \omega \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \mathbf{F}_{2g}^{-1}$$

$$F_{2g(mn)} = \xi_2 \cdot \ln \left(\frac{h_m + h_n + j \cdot x_{mn} + \xi_3}{h_m + h_n + j \cdot x_{mn}} \right), \quad \xi_2 = \frac{k_0^2}{k_0^2 + k_g^2}, \quad \xi_3 = \frac{k_0^2 + k_g^2}{k_0^2 \cdot \sqrt{k_0^2 - k_g^2}}$$

As parcelas no cálculo de \mathbf{Z}' e \mathbf{Y}' podem ser entendidas como a superposição de três efeitos individuais:

- \mathbf{Z}'_e e \mathbf{Y}'_e correspondem a considerar condutores e solo idealmente condutivos;
- \mathbf{Z}'_g e \mathbf{Y}'_g correspondem a considerar o solo com condutividade finita;
- \mathbf{Z}'_{int} corresponde a considerar os condutores com condutividade finita.

Após a solução de (13), a impedância longitudinal e a admitância transversal são definitivamente calculadas, com uma ligeira modificação nas parcelas com índice g :

$$\begin{aligned}
\mathbf{Z}'' &= \mathbf{Z}'_{\text{int}} + \mathbf{Z}'_e + \mathbf{Z}''_g \\
\mathbf{Y}'' &= \mathbf{Y}'_e + \mathbf{Y}''_g \\
\mathbf{Z}''_g &= j \cdot \omega \cdot \frac{\mu_0}{\pi} \cdot \mathbf{F}_{1g} - \frac{1}{j \cdot \omega \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \mathbf{F}_{3g} \cdot \mathbf{P}' \\
\mathbf{Y}''_g &= j \cdot \omega \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot (\mathbf{F}_{2g} - \mathbf{F}_{3g})^{-1} \\
F_{3g(mn)} &= \xi_2 \cdot \ln \left(\frac{h_m + j \cdot x_{mn} + \xi_3}{h_m + j \cdot x_{mn}} \right)
\end{aligned} \tag{16}$$

Na década de 1980, mostrou-se [17] que uma adaptação da teoria das imagens do eletromagnetismo – a introdução do plano complexo de retorno – também representa uma boa aproximação para o modelo de Carson, com a vantagem de tornar desnecessário o cálculo das integrais.

Ao invés de considerar as imagens dos condutores localizadas a uma distância $2 \cdot h$ destes, como ocorre no caso tradicional do solo idealmente condutivo, acrescenta-se a este valor a distância complexa $2 \cdot p$, que representa o efeito da propagação das ondas no solo. O valor de p foi determinado originalmente pela expressão

$$p = \frac{1}{\sqrt{j \cdot \omega \cdot \mu_g \cdot \sigma_g}} \tag{17}$$

e o esquema das imagens considerando o plano complexo de retorno à distância p está mostrado na Figura 2.

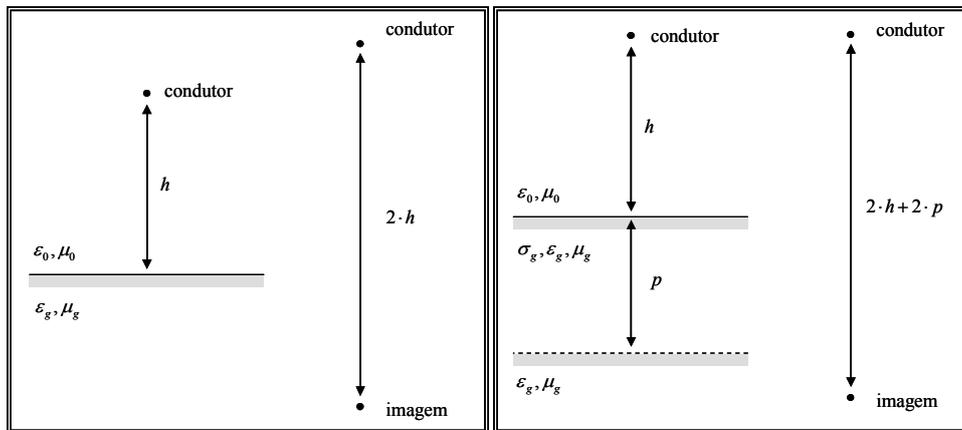


Figura 2 – Esquema do plano complexo de retorno.

Mais recentemente, novos trabalhos [18], [19] propuseram uma nova aproximação às integrais de Carson, por meio de uma expressão logarítmica dupla – e, conseqüentemente, de um plano complexo de retorno também duplo [19]. Embora de fato representem melhores aproximações às integrais de Carson, ainda não vem sendo adotadas amplamente.

Em resumo, para o cálculo da impedância longitudinal, duas metodologias despontam como promissoras à implementação computacional: a formulação do plano complexo de retorno e a formulação proposta por D’Amore & Sarto [16]. Para a admitância transversal, as expressões de D’Amore & Sarto também surgem como alternativa à formulação convencional com as matrizes de coeficientes de potencial.

No item 2.2.1 estes modelos serão vistos em maior detalhe, não só em relação às suas semelhanças e discrepâncias em uma larga faixa de frequências, mas também considerando o fato de que será necessário um ajuste da matriz \mathbf{Y}_{bus} originada de \mathbf{Z} e \mathbf{Y} .

2.1.2. MODELOS DE CABOS FINITOS

Um dos principais cientistas que contribuíram para à modelagem das linhas de transmissão por eletrodos de comprimento finito foi Franz Ernst Neumann, físico e matemático alemão, que se dedicou, dentre outros assuntos, à indução de correntes elétricas.

Sua conhecida expressão para a indutância mútua entre dois cabos condutores c_i e c_j separados por uma distância R_{ij} , dada por

$$M_{ij} = \frac{\mu_0}{4 \cdot \pi} \cdot \oint_{c_i} \oint_{c_j} \frac{ds_i \cdot ds_j}{|R_{ij}|}, \quad (18)$$

foi publicada entre 1845 e 1847 e serviu como base para o desenvolvimento da modelagem de condutores de linhas utilizando o conceito de condutores finitos.

De fato, no final da década de 1980, este tipo de abordagem ganhou espaço na literatura internacional com a publicação de uma metodologia [20] utilizando (18) para o cálculo da indutância mútua entre condutores horizontais de comprimento finito. Tal metodologia serviu como base aos trabalhos de Ametani [21], [22] e Portela [23] a partir da década de 1990, que a generalizaram para condutores em qualquer posição.

De acordo com a modelagem proposta por Ametani, a matriz de impedâncias longitudinais de um sistema multicondutor é dada por

$$\mathbf{Z} = j \cdot \omega \cdot \frac{\mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot \mathbf{P}, \quad (19)$$

onde \mathbf{P} é uma matriz de coeficientes dependente do posicionamento e do comprimento dos condutores – e suas respectivas imagens – que pode ser expressa, no caso de condutores horizontais, por

$$\begin{aligned} P_{ij} &= \frac{M_d - M_i}{2} \\ M_d &= x_i \cdot \ln \left(\frac{x_i - x_{j1} + \sqrt{(x_i - x_{j1})^2 + d_{ij}^2}}{x_i - x_{j2} + \sqrt{(x_i - x_{j2})^2 + d_{ij}^2}} \right) \\ &\quad - x_{j1} \cdot \ln \left(\frac{x_i - x_{j1} + \sqrt{(x_i - x_{j1})^2 + d_{ij}^2}}{-x_{j1} + \sqrt{x_{j1}^2 + d_{ij}^2}} \right) \\ &\quad + x_{j2} \cdot \ln \left(\frac{x_i - x_{j2} + \sqrt{(x_i - x_{j2})^2 + d_{ij}^2}}{-x_{j2} + \sqrt{x_{j2}^2 + d_{ij}^2}} \right) \\ &\quad - \sqrt{(x_i - x_{j1})^2 + d_{ij}^2} + \sqrt{(x_i - x_{j2})^2 + d_{ij}^2} \\ &\quad + \sqrt{x_{j1}^2 + d_{ij}^2} - \sqrt{x_{j2}^2 + d_{ij}^2} \\ M_i &= x_i \cdot \ln \left(\frac{x_i - x_{j1} + \sqrt{(x_i - x_{j1})^2 + S_{ij}^2}}{x_i - x_{j2} + \sqrt{(x_i - x_{j2})^2 + S_{ij}^2}} \right) \\ &\quad - x_{j1} \cdot \ln \left(\frac{x_i - x_{j1} + \sqrt{(x_i - x_{j1})^2 + S_{ij}^2}}{-x_{j1} + \sqrt{x_{j1}^2 + S_{ij}^2}} \right) \\ &\quad + x_{j2} \cdot \ln \left(\frac{x_i - x_{j2} + \sqrt{(x_i - x_{j2})^2 + S_{ij}^2}}{-x_{j2} + \sqrt{x_{j2}^2 + S_{ij}^2}} \right) \\ &\quad - \sqrt{(x_i - x_{j1})^2 + S_{ij}^2} + \sqrt{(x_i - x_{j2})^2 + S_{ij}^2} \\ &\quad + \sqrt{x_{j1}^2 + S_{ij}^2} - \sqrt{x_{j2}^2 + S_{ij}^2} \\ d_{ij} &= \sqrt{(h_i - h_j)^2 + y^2} \\ S_{ij} &= \sqrt{(h_i + h_j + 2 \cdot p)^2 + y^2} \end{aligned} \quad (20)$$

As variáveis de (20) estão ilustradas pela Figura 3, enquanto o valor de p é o mesmo de (17). Para o cálculo da impedância própria, faz-se $d_{ii} = r_i$ e $y = 0$. A admitância transversal é calculada por expressão similar a (19), qual seja:

$$\mathbf{Y} = j \cdot \omega \cdot 2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot x^2 \cdot \mathbf{P}^{-1}. \quad (21)$$

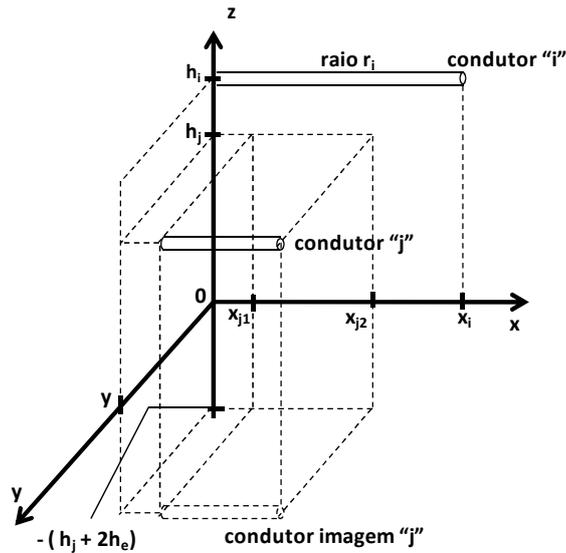


Figura 3 – Posicionamento de condutores finitos horizontais.

É importante notar, em (21), que o valor de x é o comprimento dos condutores que formam o sistema, suposto idêntico para todos eles.

A metodologia adotada por Portela se baseia na teoria das ondas eletromagnéticas esféricas e é adequada para a representação de eletrodos de formas genéricas. Neste caso, a impedância longitudinal e a admitância transversal são calculadas a partir dos potenciais vetor e escalar gerados por um eletrodo de comprimento L , que representa um segmento de cabo condutor.

Considerando uma disposição conforme a Figura 4 e uma corrente transversal no eletrodo dada por i_t , o potencial escalar gerado em um ponto qualquer, em relação a outro muito afastado é dado por [24]

$$u_0 = \frac{i_t}{4 \cdot \pi \cdot L \cdot j \cdot \omega \cdot \epsilon_0} \cdot \ln \left(\frac{R_1 + R_2 + L}{R_1 + R_2 - L} \right). \quad (22)$$

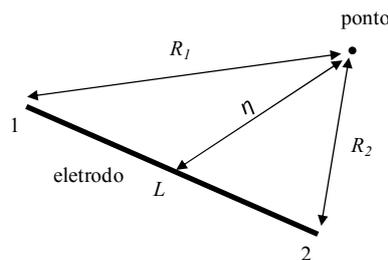


Figura 4 – Eletrodo representando um segmento de condutor de uma LT.

Incluiu-se o índice “0” ao potencial escalar expresso em (22) por ter-se desprezado o efeito de propagação da onda eletromagnética desde o condutor até o ponto de cálculo. Além disso, o termo σ_0 foi considerado nulo por estar-se considerando como meio o ar. Como mencionado anteriormente, este efeito se torna relevante à medida em que a constante de propagação γ no meio aumenta, sendo tipicamente importante em frequências elevadas. A incorporação deste efeito ao cálculo do potencial escalar pode ser feito por

$$u = e^{-\gamma \cdot \eta} \cdot u_0 = e^{-\gamma \cdot \eta} \cdot \frac{i_t}{4 \cdot \pi \cdot L \cdot j \cdot \omega \cdot \epsilon_0} \cdot \ln \left(\frac{R_1 + R_2 + L}{R_1 + R_2 - L} \right), \quad (23)$$

onde η é a distância do centro do condutor ao ponto de cálculo do potencial e γ é a constante de propagação no ar, anteriormente referida como k_0 em (7).

A admitância transversal própria deste eletrodo pode ser obtida pela divisão da corrente i_t pela tensão média gerada em sua superfície, expressa por

$$\bar{u} = \frac{1}{L} \cdot \int_0^L u \cdot dR, \quad (24)$$

onde dR é um elemento infinitesimal do eletrodo. O desenvolvimento da integral de (24) – e a subsequente divisão por i_t – conduz à expressão relativamente simples da impedância transversal própria de um condutor finito imerso no ar, dada por

$$Z_{tp} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot L \cdot j \cdot \omega \cdot \epsilon_0} \cdot \left[\ln \left(\frac{\sqrt{1 + \left(\frac{r}{L}\right)^2}}{\frac{r}{L}} \right) - \sqrt{1 + \left(\frac{r}{L}\right)^2} + \frac{r}{L} \right]. \quad (25)$$

A admitância transversal do condutor é dada pelo inverso do valor encontrado em (25). Para o cálculo da admitância transversal mútua entre dois condutores (por facilidade de cálculo, considerando-os com o mesmo comprimento L), divide-se a corrente i_t do primeiro pelo potencial médio gerado por ela na superfície do segundo. Isto corresponde a calcular o inverso de

$$Z_{tm} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot L^2 \cdot j \cdot \omega \cdot \epsilon_0} \cdot \int_0^L e^{-\gamma \cdot \eta} \cdot \ln \left(\frac{R_1 + R_2 + L}{R_1 + R_2 - L} \right) \cdot dR. \quad (26)$$

No caso dos eletrodos estarem acima e próximos o suficiente da superfície do solo (como é o caso das linhas de transmissão aéreas), procedimento semelhante pode ser utilizado, substituindo-se agora o potencial escalar de (22) por

$$u_0 = \frac{i_l}{4 \cdot \pi \cdot L \cdot j \cdot \omega \cdot \varepsilon_0} \cdot \left[\ln \left(\frac{R_1 + R_2 + L}{R_1 + R_2 - L} \right) + \Gamma_r \cdot \ln \left(\frac{R'_1 + R'_2 + L}{R'_1 + R'_2 - L} \right) \right], \quad (27)$$

onde Γ_r é o coeficiente de reflexão dado por $\frac{(j \cdot \omega \cdot \varepsilon_0) - (\sigma_g + j \cdot \omega \cdot \varepsilon_g)}{(j \cdot \omega \cdot \varepsilon_0) + (\sigma_g + j \cdot \omega \cdot \varepsilon_g)}$ e R'_1 e R'_2 são as distâncias correspondentes a R_1 e R_2 , mas referentes às imagens dos eletrodos, conforme a teoria convencional das imagens.

As impedâncias longitudinais podem ser calculadas a partir da corrente longitudinal i_L nos condutores e do potencial vetor gerado por ela, dado por

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 \cdot i_L \cdot L}{4 \cdot \pi} \cdot \ln \left(\frac{R_1 + R_2 + L}{R_1 + R_2 - L} \right) \quad (28)$$

e utilizado para determinar a tensão entre os terminais do eletrodo, a partir da equação

$$\Delta u = j \cdot \omega \cdot \int_0^L \vec{A} \cdot d\vec{l} . \quad (29)$$

Em (29), $d\vec{l}$ é um vetor infinitesimal na direção do segmento, com sentido do ponto 1 para o ponto 2. Deste modo, a impedância longitudinal própria de um condutor finito imerso em ar é dada por

$$Z_{lp} = j \cdot \omega \cdot \frac{\mu_0 \cdot L}{2 \cdot \pi} \cdot \left[\ln \left(\frac{\sqrt{1 + \left(\frac{r}{L} \right)^2}}{\frac{r}{L}} \right) - \sqrt{1 + \left(\frac{r}{L} \right)^2} + \frac{r}{L} \right]. \quad (30)$$

É importante lembrar que ao valor de Z_{lp} determinado acima, deve-se adicionar a impedância interna do condutor finito, calculada a partir de (4). De forma semelhante à que foi feita para a admitância transversal, a impedância interna mútua é dada por

$$Z_{lm} = j \cdot \omega \cdot \frac{\mu_0}{4 \cdot \pi} \cdot \cos \phi \cdot \int_0^L e^{-\gamma \cdot \eta} \cdot \ln \left(\frac{R_1 + R_2 + L}{R_1 + R_2 - L} \right) \cdot dR, \quad (31)$$

onde ϕ é o ângulo formado pelas retas que passam nos eixos dos dois condutores. Na impedância longitudinal, o efeito de proximidade do solo não pode ser rigorosamente incorporado de forma semelhante à que foi feita para a admitância transversal, sendo necessária, para o atendimento das condições de fronteira, a consideração do dipólo de Hertz.

Entretanto, de forma simplificada, pode-se lançar mão do conceito do plano complexo de retorno, da mesma maneira como em (20). Neste caso, supõe-se o condutor-imagem a uma distância adicional $2\cdot p$ abaixo do nível do solo e utiliza-se o coeficiente de reflexão do solo ideal.

2.2. SELEÇÃO DOS MODELOS

O item anterior procurou apresentar a grande variedade de formulações para o cálculo da impedância longitudinal e da admitância transversal de uma linha de transmissão, considerando tanto os condutores com comprimento finito quanto infinito.

Neste item, propõe-se uma verificação da aplicabilidade destas formulações para o estudo em questão neste trabalho: a representação adequada de uma linha de transmissão em uma faixa de frequências até a ordem de dezenas de MHz, considerada suficiente tendo em vista as constantes de tempo típicas dos arcos secundários, na faixa de unidades e dezenas de μs .

2.2.1. MODELOS DE CABOS INFINITOS

A Tabela 1 a seguir apresenta um resumo das formulações para condutores infinitos apresentadas no item 2.1.1, a fim de facilitar a comparação entre elas.

Tabela 1 – Formulações sob análise.

Item	Admitância Transversal	Impedância Longitudinal
(a)	Coeficientes de potencial de Maxwell	Carson
(b)	Arismunandar	Plano Complexo de Retorno
(c)	D'Amore & Sarto	D'Amore & Sarto

Antes de passar à comparação propriamente dita, estabelece-se previamente a metodologia a ser utilizada:

- as formulações para a determinação da admitância transversal serão comparadas primeiramente para o caso de linhas monofásicas, com apenas um modo de propagação, numa faixa de frequências variando de 10^{-1} até 10^6 Hz. A partir desta frequência, utilizar-se-á a modelagem de cabos finitos do próximo item;
- o mesmo acontecerá para a impedância longitudinal, e a comparação se dará tanto nas partes real e imaginária da grandeza quanto na velocidade de propagação e na constante de atenuação;
- em seguida, após uma pré-classificação, as formulações serão comparadas no caso de uma linha trifásica, por intermédio da velocidade de propagação e da constante de atenuação de cada um dos três modos.

É importante lembrar, portanto, que estas duas últimas grandezas estão relacionadas à constante de propagação da onda eletromagnética na linha, dada, no caso monofásico, por (1). No caso trifásico, as constantes de propagação não são comumente expressas em forma matricial, sendo mais comum a utilização da transformação modal para o desacoplamento do sistema. Assim, no domínio de modos para linhas trifásicas, há três constantes de propagação, dadas por

$$\gamma^2 = \text{eig}(\mathbf{Z} \cdot \mathbf{Y}), \quad (32)$$

onde γ é agora um vetor e a função $eig()$ corresponde aos autovalores da matriz dentro dos parênteses. Para cada um dos modos, ao qual corresponde uma constante de propagação γ_k , podem ser definidas a constante de atenuação α e a velocidade de propagação v , por meio das expressões

$$\begin{aligned} \alpha_k &= \text{Re}[\gamma_k] \\ v_k &= \frac{\omega}{\beta} = \frac{\omega}{\text{Im}[\gamma_k]}, \end{aligned} \quad (33)$$

cujas unidades são Np/m e m/s. Todas estas grandezas são função da frequência angular ω .

Dando início à comparação entre os modelos pela admitância transversal, cujo cálculo é em geral mais simples que a impedância longitudinal, pode-se mencionar que apenas a formulação (a) tem aplicação generalizada em modelos e estudos de linhas de transmissão. Seja, portanto, uma linha monofásica com retorno pelo solo e sem cabos pára-raios, cuja geometria é apresentada na Figura 5.

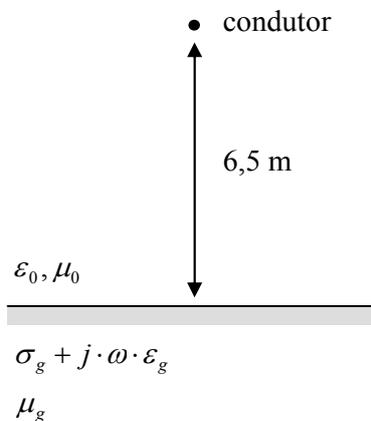


Figura 5 – Geometria da LT monofásica considerada para seleção de modelos.

A tensão nominal da linha é de $\frac{34,5}{\sqrt{3}}$ kV e o cabo condutor é tipo ACSR, bitola 4/0 AWG, com raios interno e externo respectivamente iguais a 4,77 mm e 14,31 mm e com resistência à corrente contínua igual a 0,2667 Ω /km. A permeabilidade magnética relativa do cabo é considerada unitária.

Ao invés de se usar um modelo elétrico de solo tradicional, no qual a permissividade é desprezada frente à condutividade, adotar-se-á neste trabalho a expressão a seguir, baseada em um número elevado de medições e tipos de solos e válida até 2 MHz [25]:

$$\sigma_g + j \cdot \omega \cdot \varepsilon_g = \sigma_0 + \Delta i \cdot \left[\cot\left(\frac{\pi}{2} \cdot \alpha\right) + j \right] \cdot \left(\frac{f}{10^6}\right)^\alpha, \quad (34)$$

onde $\sigma_0 = 0,001$ S/m, $\Delta i = 0,01171$ S/m, $\alpha = 0,706$ e f é a frequência em Hz. A permeabilidade relativa do solo também é considerada unitária.

As figuras geradas neste item e no subsequente foram produzidas com o programa Mathematica v6.0 para Windows, da Wolfram Research. As expressões discutidas até aqui foram implementadas da forma como foram apresentadas. Sendo assim, para um espectro de frequências até 2 MHz, o comportamento da parte imaginária de Y encontra-se ilustrado na Figura 6. Como pode ser observado, os três métodos conduzem a valores essencialmente iguais em toda a faixa de frequências considerada.

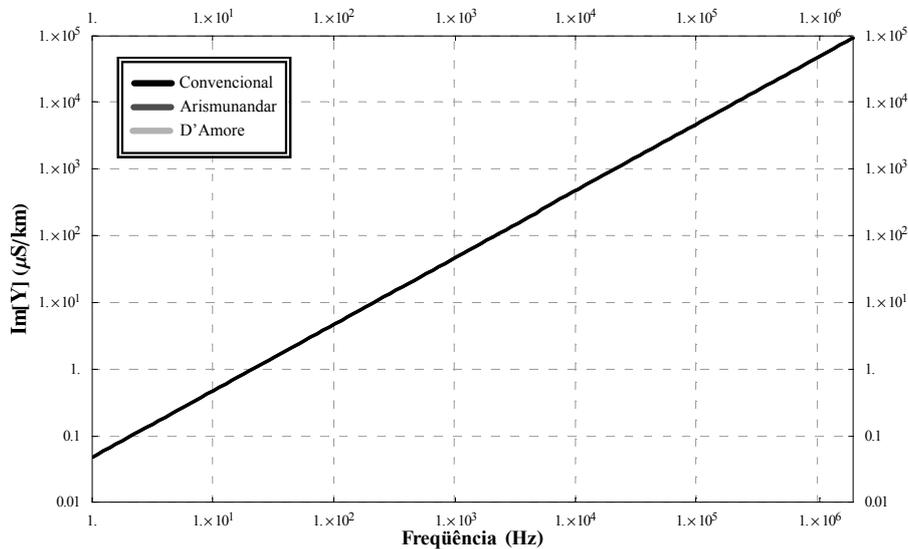


Figura 6 – Admitância transversal: parte imaginária.

Uma idéia melhor da ordem de grandeza das discrepâncias entre as formulações pode ser obtida com a Figura 7. Nesta, pode-se concluir que as

discrepâncias entre os três modelos surgem a partir de cerca de 2 kHz, sendo o maior valor encontrado ligeiramente superior a 0,2%, próximo à frequência de 1 MHz.

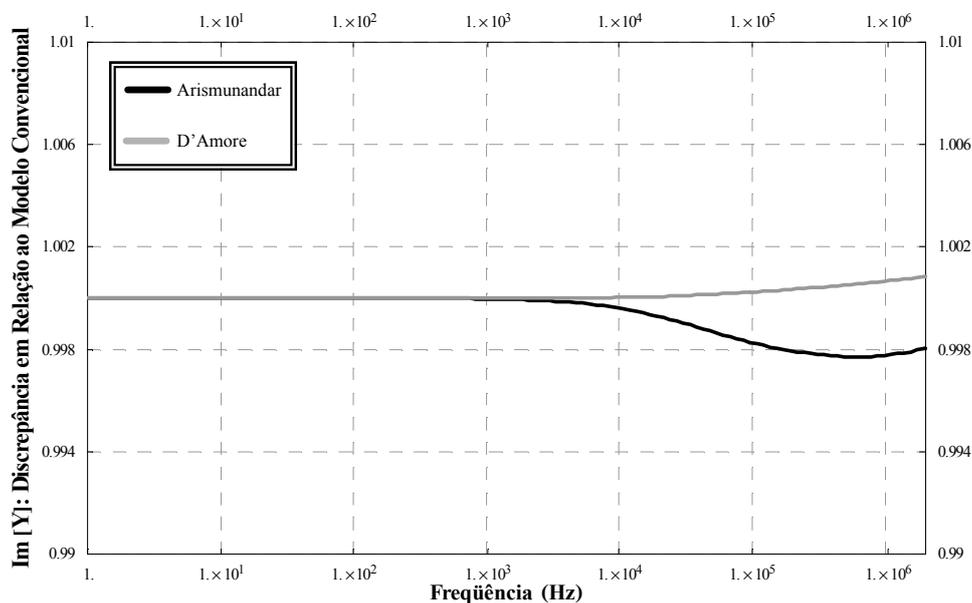


Figura 7 – Admitância transversal: parte imaginária – discrepâncias.

Sendo assim, em princípio, não se justifica a adoção da formulação (b) de Arismunandar para o cálculo de Y , tendo em vista sua relativa complexidade e sua baixa discrepância em relação às demais formulações. No caso trifásico, como será visto adiante, serão comparadas mais a fundo as formulações convencional (a) e de D'Amore/Sarto (c), ambas apresentando uma discrepância máxima de 0,1% no espectro considerado. É interessante ressaltar que esta última conduz a valores não nulos de condutância transversal (parte real de Y), conforme a Figura 8, o que não ocorre na formulação convencional.

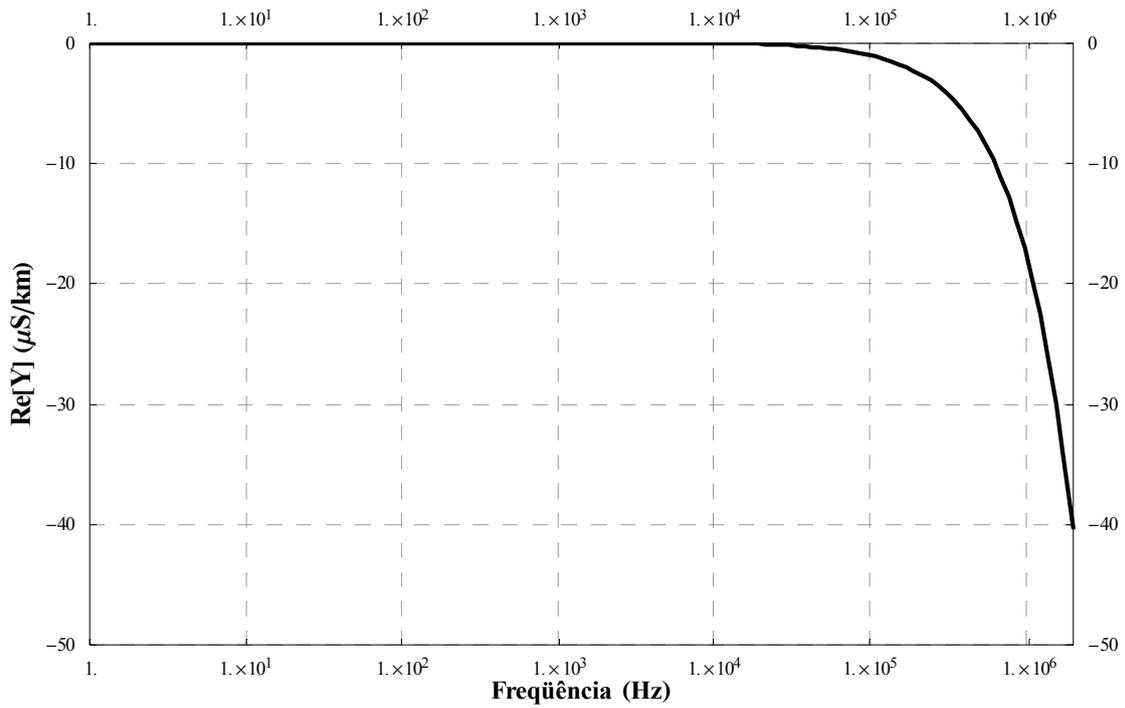


Figura 8 – Admitância transversal: parte real.

No que diz respeito à impedância longitudinal, as principais expressões para seu cálculo são as originadas nos trabalhos de Carson (a), Deri (b) e D'Amore/Sarto (c), e os os resultados referentes à parte real de Z são mostrados na Figura 9.

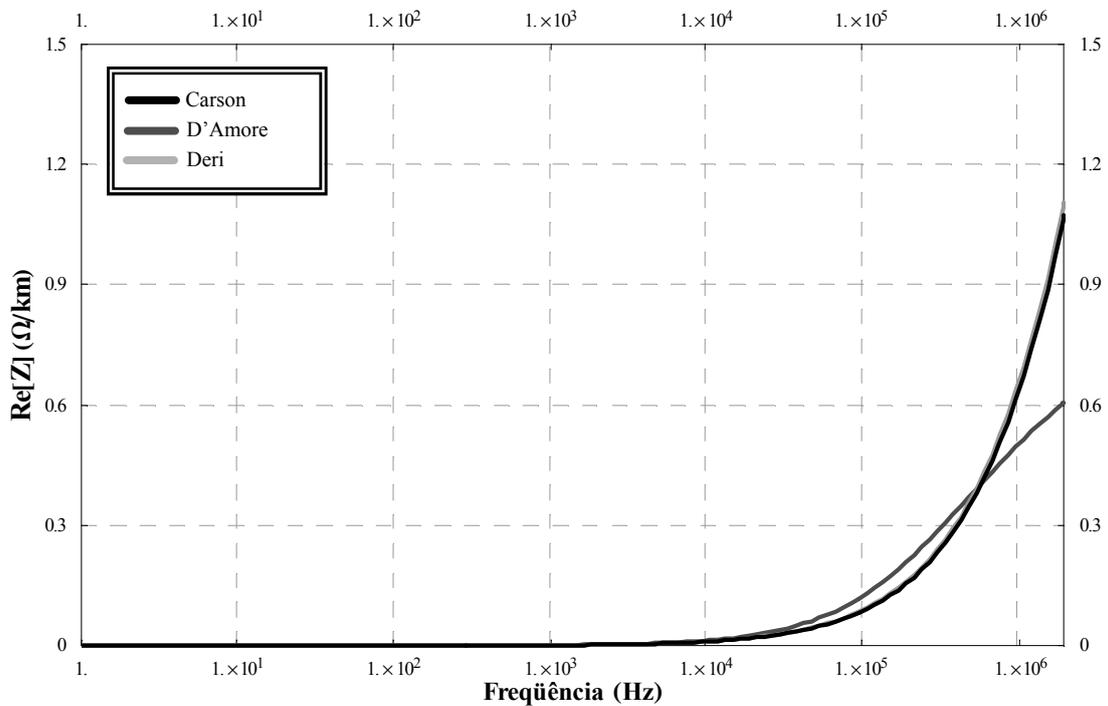


Figura 9 – Impedância longitudinal: parte real.

A discrepância entre os valores obtidos, mais evidente a partir dos 50 kHz, pode ser explicada pelo fato de que as formulações originais de Carson e Deri modelam o solo apenas pela sua condutância à corrente contínua σ_0 , ao contrário do que ocorre na modelagem de D'Amore & Sarto, que propõe o cálculo da constante de propagação no solo k_g já com os parâmetros $\sigma_g + j\omega\epsilon_g$.

Ainda a respeito da Figura 9, observa-se a concordância entre as formulações de Deri e Carson na faixa de frequências considerada, comprovando a eficiente aproximação das integrais infinitas pelo plano complexo de retorno. Na verdade, a máxima discrepância encontrada entre as duas formulações para o caso em estudo é de aproximadamente 3,5%, próximo a 1 MHz, como mostra a Figura 10.

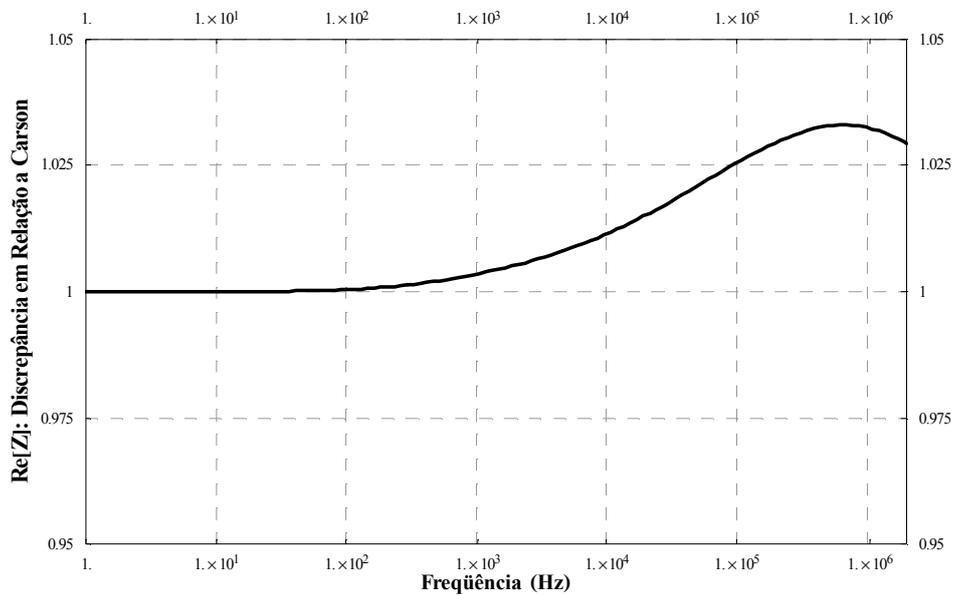


Figura 10 – Impedância longitudinal: parte real – discrepância Carson x Deri.

O comportamento da parte imaginária de Z – ilustrado na Figura 11 – é similar ao da parte real, com os modelos de Carson e Deri aproximadamente idênticos ao longo da faixa de frequências, ambos distanciando-se gradativamente do modelo de D'Amore/Sarto, mas desta vez nas baixas frequências.

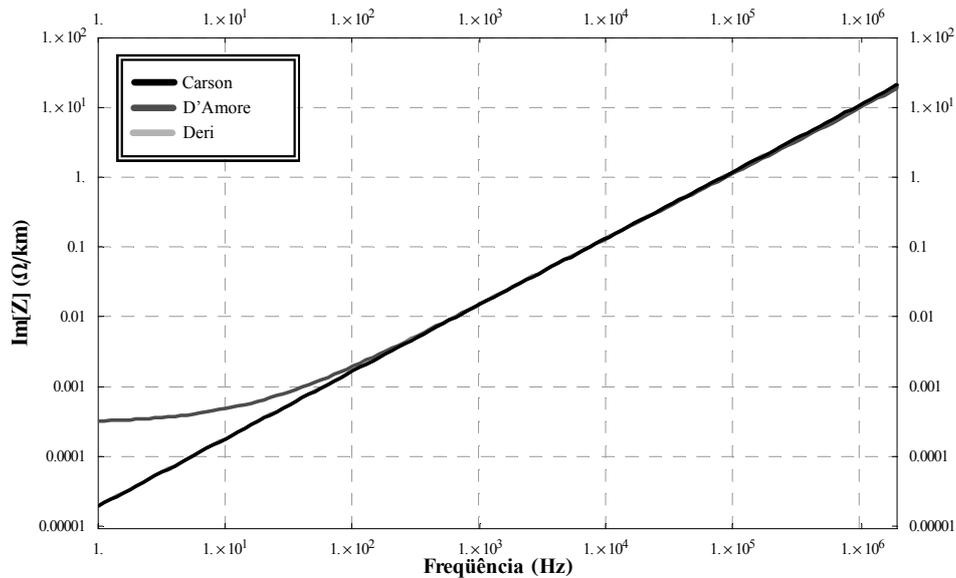


Figura 11 – Impedância longitudinal: parte imaginária.

Recalculando-se Z a partir das formulações de Carson e Deri considerando-se a representação completa do solo pela expressão (34) [26] – e não apenas pela condutância em corrente contínua σ_0 –, nota-se que as discrepâncias mostradas na Figura 9 e na Figura 11 são eliminadas, conforme apresentado na Figura 12 e na Figura 13.

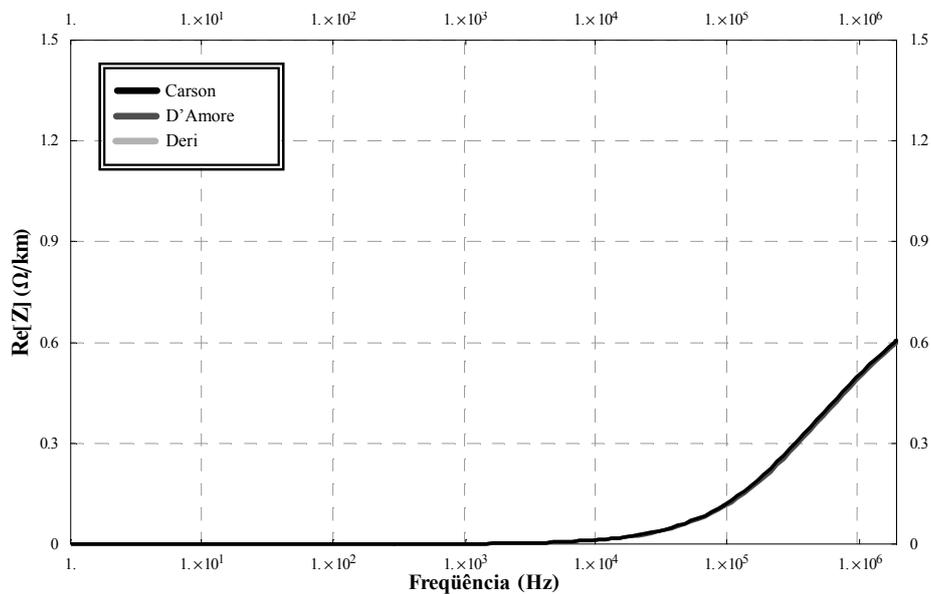


Figura 12 – Impedância longitudinal: parte real.

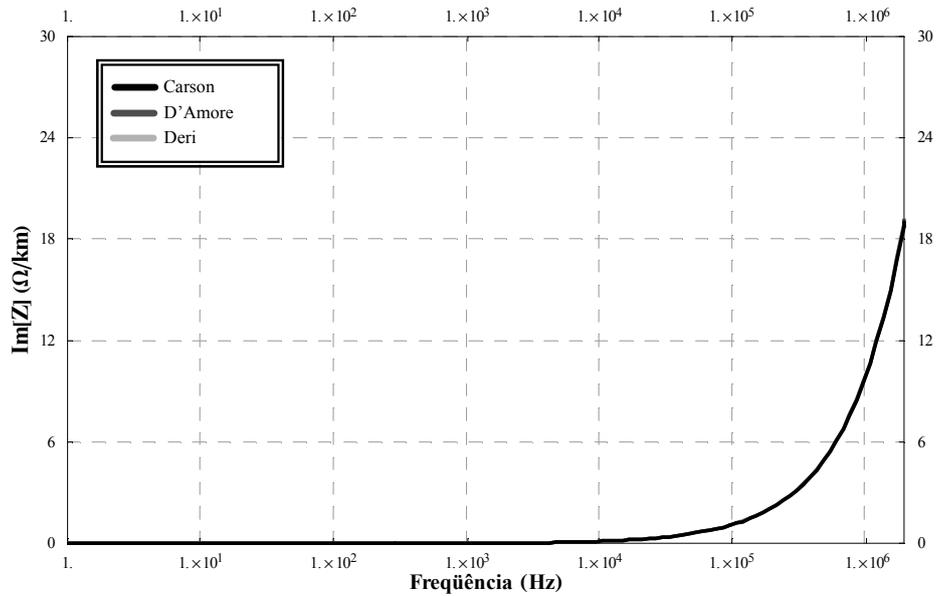


Figura 13 – Impedância longitudinal: parte imaginária.

Sendo assim, para a comparação no caso trifásico, serão consideradas somente as formulações de Deri (b) e D'Amore/Sarto (c), tendo em vista a forte concordância da primeira com a formulação original de Carson, bastante mais complexa para implementação computacional.

Antes de passar ao caso trifásico, contudo, faz-se uma breve análise das grandezas expressas em (33) para a linha monofásica, por meio da Figura 14 e da Figura 15.

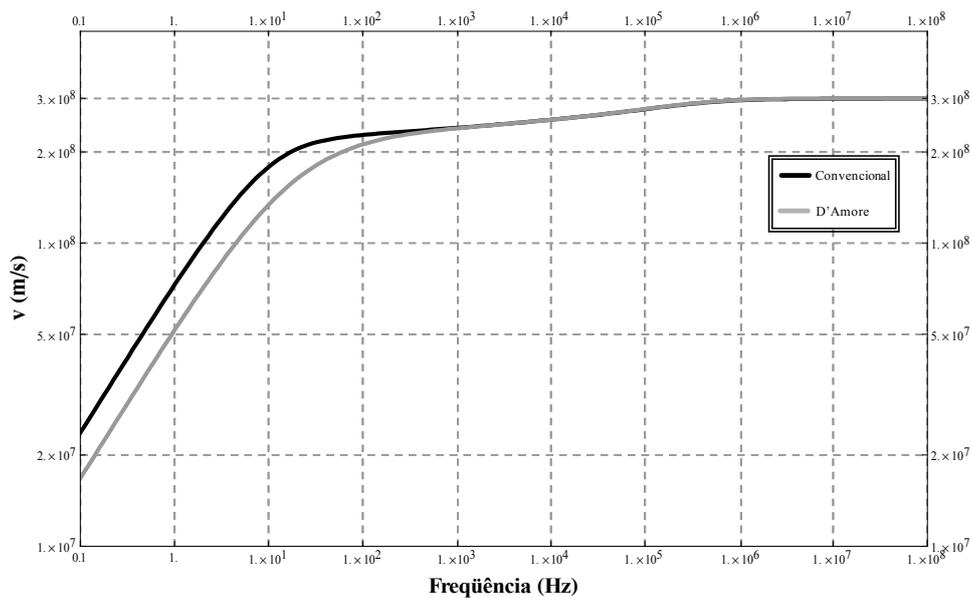


Figura 14 – Velocidade de propagação.

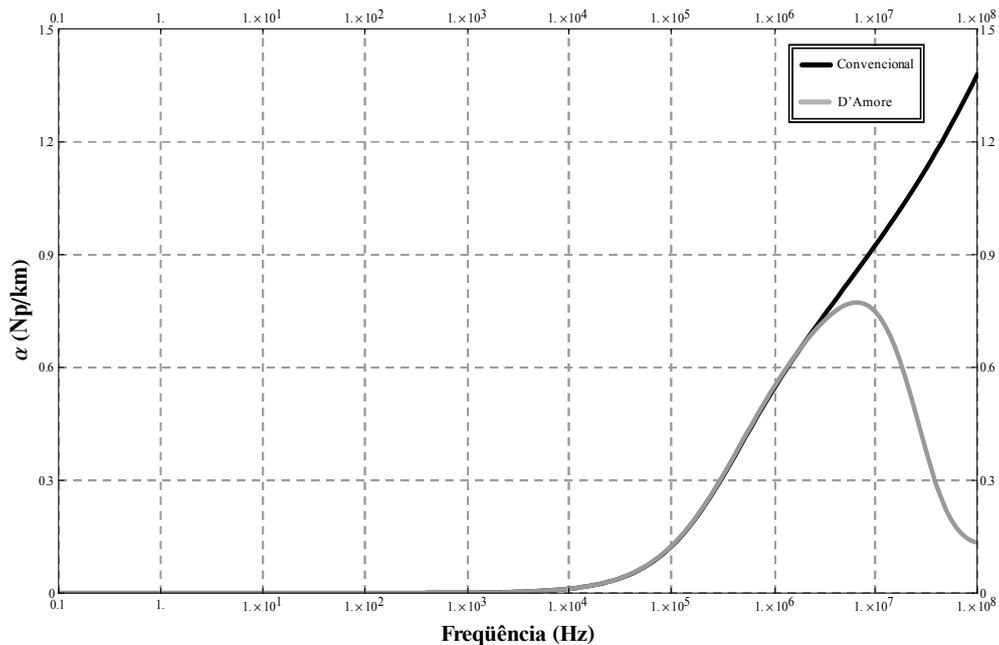


Figura 15 – Constante de atenuação.

As figuras anteriores mostram que, embora haja uma aparente concordância nos valores de Z e Y , a velocidade de propagação e a atenuação da onda eletromagnética propagando-se na linha são razoavelmente diferentes. No caso da primeira, discrepâncias de cerca 30% ocorrem nas baixas frequências, com uma coincidência de resultados a partir de 1 kHz.

No que diz respeito à atenuação, os valores de ambas as formulações são essencialmente coincidentes até frequências superiores às unidades de MHz. Observa-se um comportamento com atenuação sempre crescente no modelo convencional, o que não ocorre no de D'Amore/Sarto. A rigor, um elemento com atenuação tendendo para infinito é mesmo de difícil compreensão física. Deve-se ressaltar, entretanto, que dentro da faixa de frequências até 2 ou 3 MHz, as constantes de atenuação são coincidentes.

Para o caso trifásico, considerar-se-á uma linha de transmissão não transposta com a geometria definida na Figura 16, semelhante a algumas LTs 500 kV brasileiras, cujos cabos são 4 x ACSR 954 MCM, 45/7, Rail (condutores) e aço 3/8" EHS, 7 fios (pararraios).

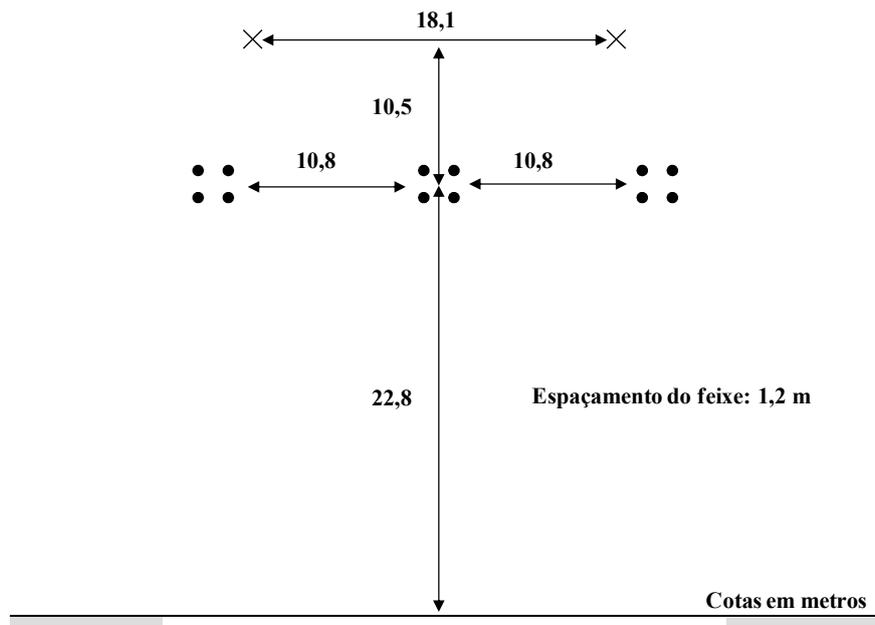


Figura 16 – Geometria da LT trifásica considerada para seleção de modelos.

Nos resultados a seguir, as matrizes \mathbf{Z} e \mathbf{Y} são sempre 3×3 , com o efeito dos subcondutores e dos cabos parraraios incluído por meio da redução de Kron. Para os subcondutores, promovem-se alterações nas linhas e colunas correspondentes a eles de forma a considerar as seguintes propriedades, válidas para todas as fases:

$$\begin{aligned} v_{a1} = v_{a2} = \dots = v_{an} = v_a \\ i_{a1} + i_{a2} + \dots + i_{an} = i_a \end{aligned} \quad (35)$$

Um aspecto que requer atenção especial é a determinação das constantes de propagação a partir de \mathbf{Z} e \mathbf{Y} por meio de (32). Sendo \mathbf{Z} e \mathbf{Y} tipicamente matrizes quadradas de dimensão 3, há três autovalores γ_k^2 , dispostos em forma de um vetor. Os métodos convencionais para a determinação destas grandezas frequentemente ocasionam trocas entre eles, fazendo com que a constante de propagação de um modo possa ser erradamente atribuída a outro modo ao longo da faixa de frequências considerada. Esta troca, também extensiva aos autovetores, requer ainda maior cautela quando a linha é modelada no domínio de modos.

Há algumas metodologias na literatura aplicáveis à solução deste problema, isto é, à obtenção de uma correta ordenação dos autovalores. Dentre elas, destaca-se o método de Newton-Raphson para a solução direta da equação

$$\left(\mathbf{Y} \cdot \mathbf{Z} - \gamma_k^2 \cdot \mathbf{1}\right) \cdot \mathbf{T}_{ik} = 0, k = \{1, \dots, n\}, \quad (36)$$

onde n é o número de modos, $\mathbf{1}$ é a matriz unidade e \mathbf{T}_{ik} é o autovetor do produto $\mathbf{Y} \cdot \mathbf{Z}$ correspondente ao k -ésimo autovalor γ_k^2 .

Neste trabalho, contudo, optou-se por um método alternativo e de implementação mais simples, tendo em vista que a modelagem da linha será feita em componentes de fase e que a transformação modal será utilizada somente nesta comparação. Trata-se de uma rotina de correlação entre os autovalores de uma determinada frequência $\gamma_k^2(\omega_n)$ e os da frequência seguinte $\gamma_k^2(\omega_{n+1})$, baseada no fato de que autovetores pertencentes ao mesmo conjunto de autovalores são aproximadamente ortogonais de uma frequência para a seguinte.

Com base neste critério, um procedimento simples [27], [28] para a verificação da ordenação dos autovalores pode ser adotado, conforme listado a seguir:

- para cada frequência angular ω_n (com exceção da última considerada no espectro), determina-se a transposta da matriz de autovetores $\mathbf{T}_i(\omega_n)$, isto é, $[\mathbf{T}_i(\omega_n)]^T$;
- para a frequência angular imediatamente seguinte, isto é, ω_{n+1} , determina-se a transposta e complexa conjugada da matriz de autovetores $\mathbf{T}_i(\omega_{n+1})$, isto é, $[\mathbf{T}_i(\omega_{n+1})]^{T*}$;
- calcula-se o valor absoluto do produto entre as matrizes anteriores, isto é, $\mathbf{corr} = \left| [\mathbf{T}_i(\omega_{n+1})]^{T*} \cdot [\mathbf{T}_i(\omega_n)]^T \right|$;
- na matriz **corr** resultante, obtém-se a posição dos elementos de maior valor em cada linha;
- caso não tenha havido troca de autovalores, os elementos de maior valor deverão estar localizados na diagonal principal, isto é, corresponderão a $corr_{11}$, $corr_{22}$ e $corr_{33}$. Caso contrário, eles estarão localizados genericamente em posições $corr_{ij}$. Neste caso, o índice “i” dos elementos de

maior valor indica a posição do autovalor na frequência angular ω_n , enquanto o índice “j” indica a posição do autovalor na frequência angular ω_{n+1} .

O procedimento acima foi programado com sucesso no programa Mathematica e eliminou todas as trocas de autovalores que de fato ocorriam ao longo do espectro de frequências aqui considerado.

Como a linha é considerada não transposta, observa-se tipicamente a ocorrência de dois modos similares, com um terceiro diferente. No caso das linhas idealmente transpostas, os modos positivo e negativo são idênticos, enquanto o modo zero é diferente dos demais.

Em primeiro lugar, do mesmo modo como feito no caso monofásico, apresentam-se os gráficos relativos à velocidade de propagação.

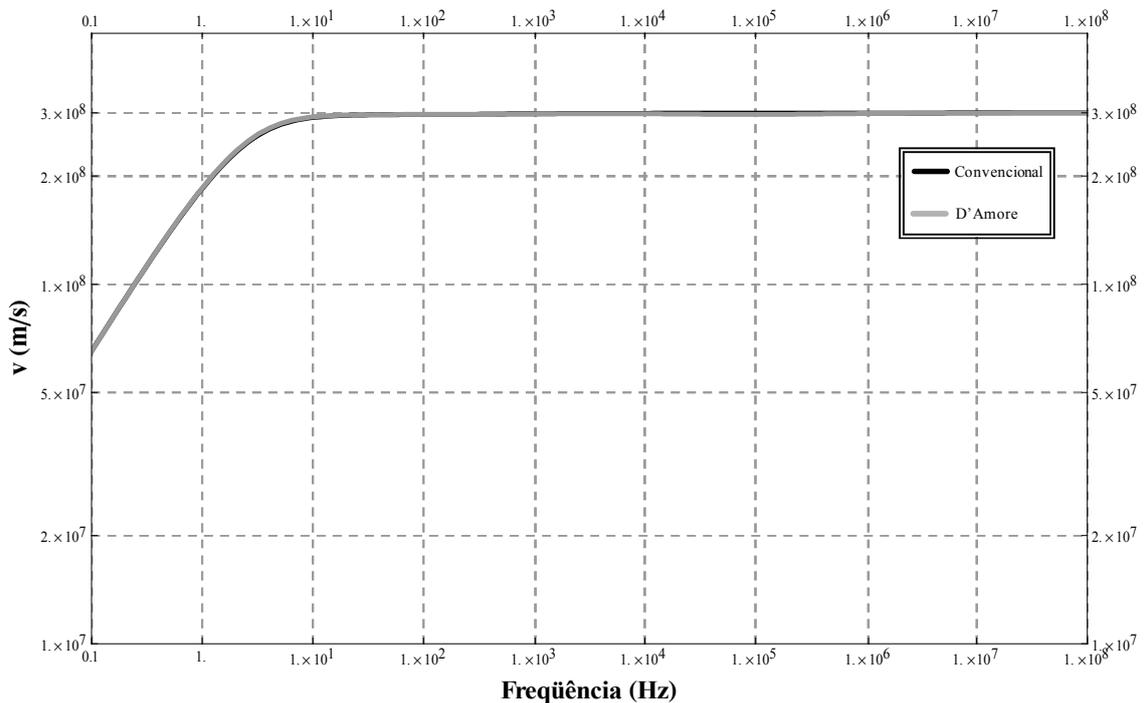


Figura 17 – Velocidade de propagação, modo 1.

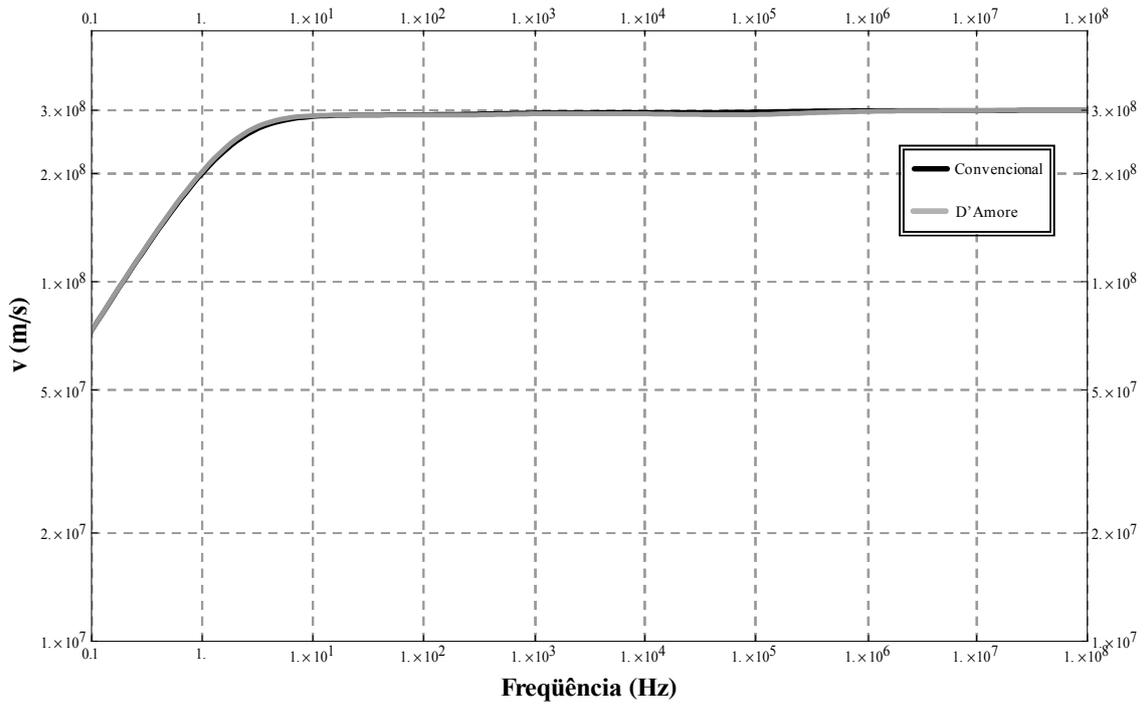


Figura 18 – Velocidade de propagação, modo 2.

Observa-se, na Figura 17 e na Figura 18, semelhança entre as velocidades de propagação dos modos 1 e 2, semelhantes entre si. A Figura 19 apresenta a comparação entre as velocidades de propagação do modo 3.

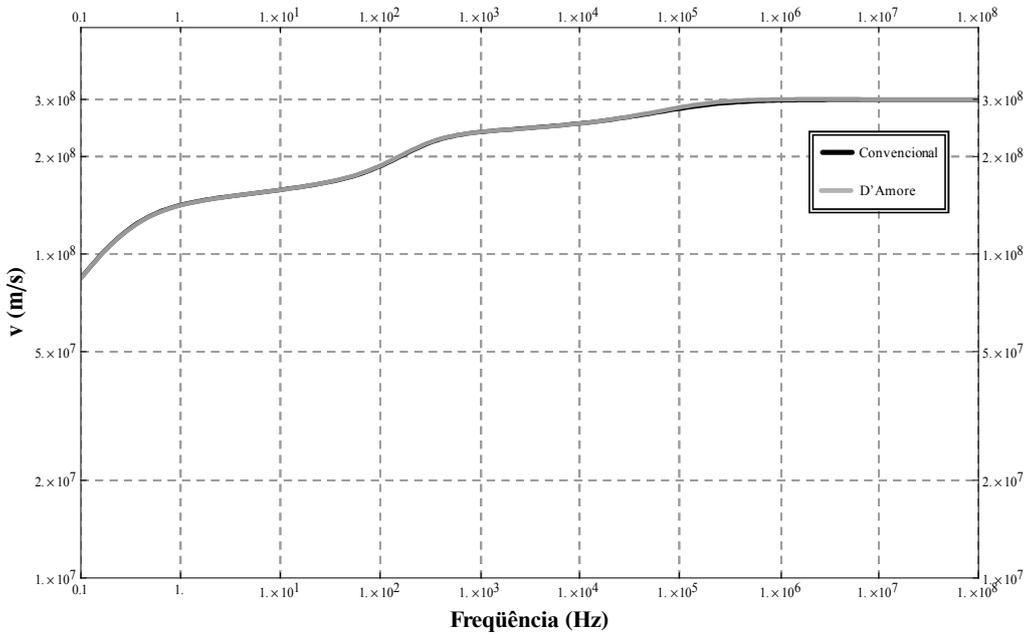


Figura 19 – Velocidade de propagação, modo 3.

Como pode ser observado nas três figuras anteriores, as velocidades de propagação dos três modos, calculadas pelos métodos convencional e de D'Amore/Sarto, são essencialmente coincidentes ao longo de toda a faixa de frequências considerada. No que diz respeito à constante de atenuação, assim como no caso monofásico, ficam mais evidentes as diferenças entre os modelos, conforme mostrado na Figura 20, na Figura 21 e na Figura 22.

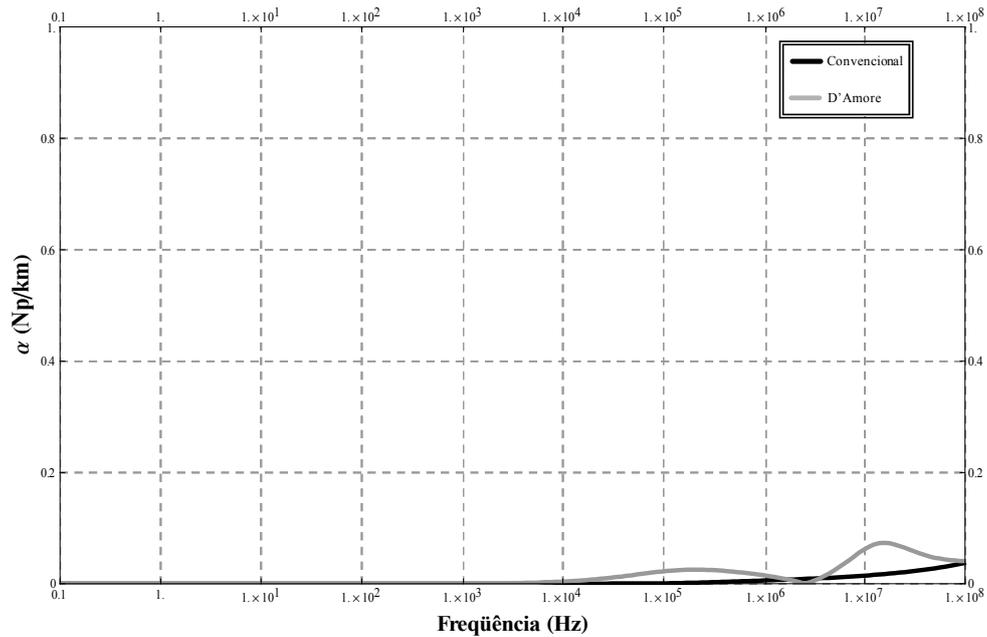


Figura 20 – Constante de atenuação, modo 1.

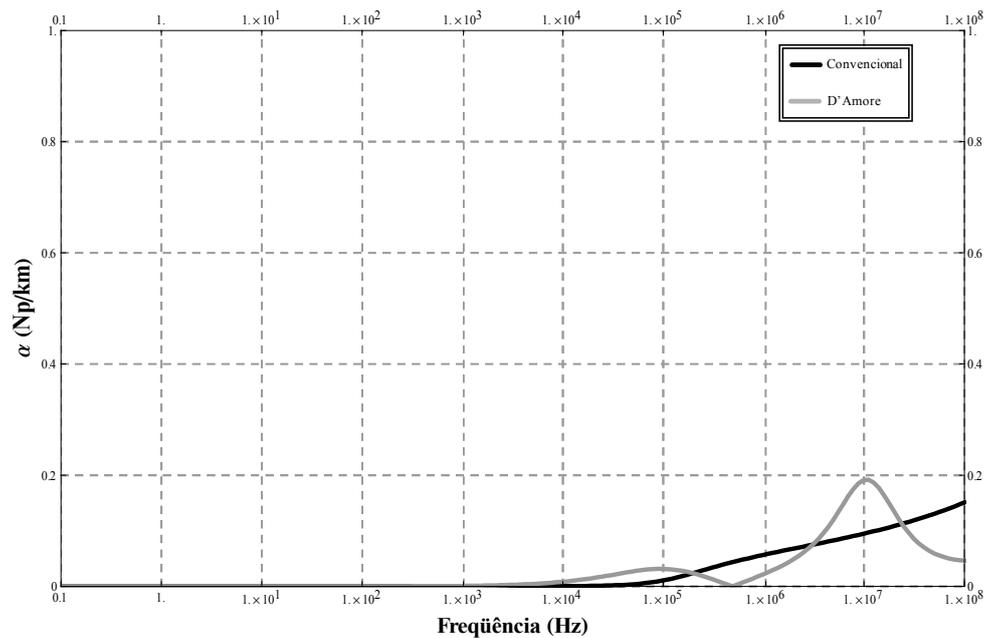


Figura 21 – Constante de atenuação, modo 2.

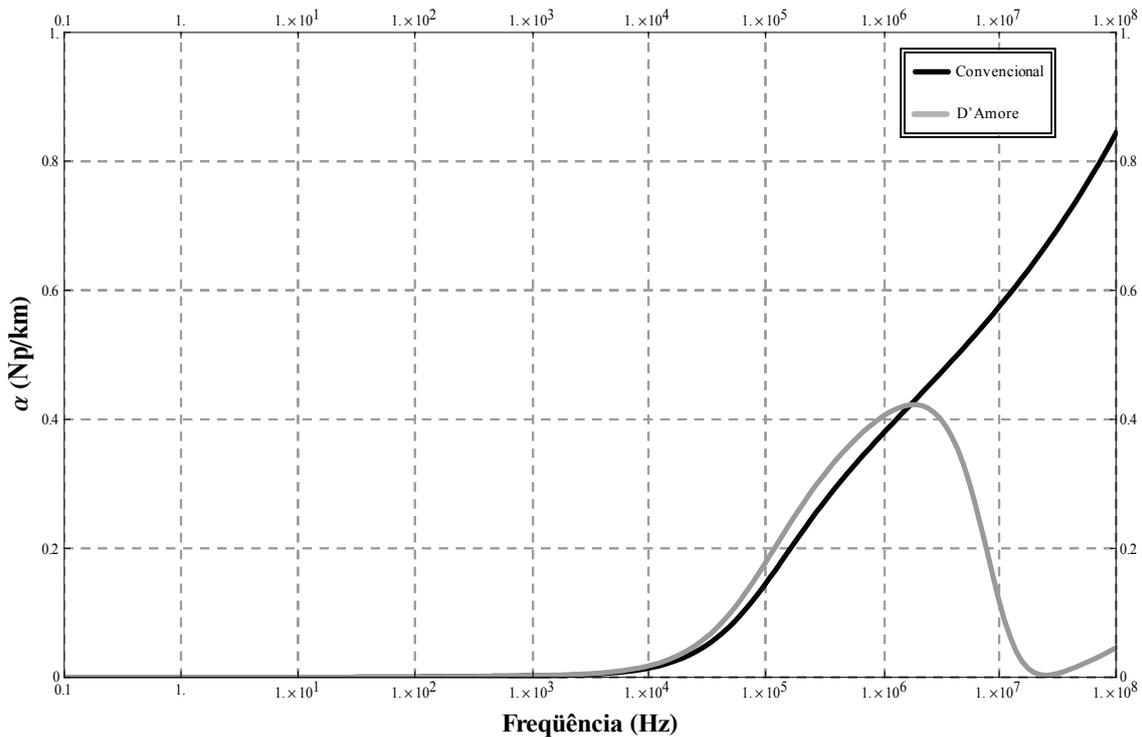


Figura 22 – Constante de atenuação, modo 3.

Também no caso trifásico, à semelhança do monofásico, a modelagem convencional conduz a constantes de atenuação com crescimento monotônico na frequência; a modelagem de D'Amore & Sarto, por sua vez, conduz a valores oscilantes, mas sempre finitos.

Deste modo, embora possa, em princípio, parecer adequado utilizar amplamente as expressões de D'Amore/Sarto para representar as linhas de transmissão no âmbito deste trabalho, sugere-se ainda alguma cautela neste ponto da pesquisa. Isto porque um aspecto a ser discutido em mais detalhes no capítulo 4 requererá especial atenção, qual seja, a implementação computacional do modelo por meio do ajuste por funções racionais de matriz \mathbf{Y}_{bus} .

2.2.2. MODELOS DE CABOS FINITOS

Da mesma forma como foi feito no item anterior com as formulações que consideram os cabos da linha com comprimento infinito, compara-se agora as metodologias de cálculo de impedância longitudinal e admitância transversal para eletrodos finitos. Na verdade, inclui-se também neste item uma comparação dos

resultados obtidos em ambas as grandezas considerando-se os cabos como condutores finitos e infinitos.

Seja, portanto, a mesma linha monofásica considerada no item anterior, com um único cabo condutor ACSR 4/0 AWG, suspenso a 6,5 m do solo. Nesta comparação de metodologias, será utilizado um cabo condutor com 4,0 m de comprimento.

A Figura 23 apresenta uma comparação, em escala log-log, entre a admitância transversal calculada pela formulação de Ametani e a formulação convencional discutida no item referente à modelagem de condutores infinitos.

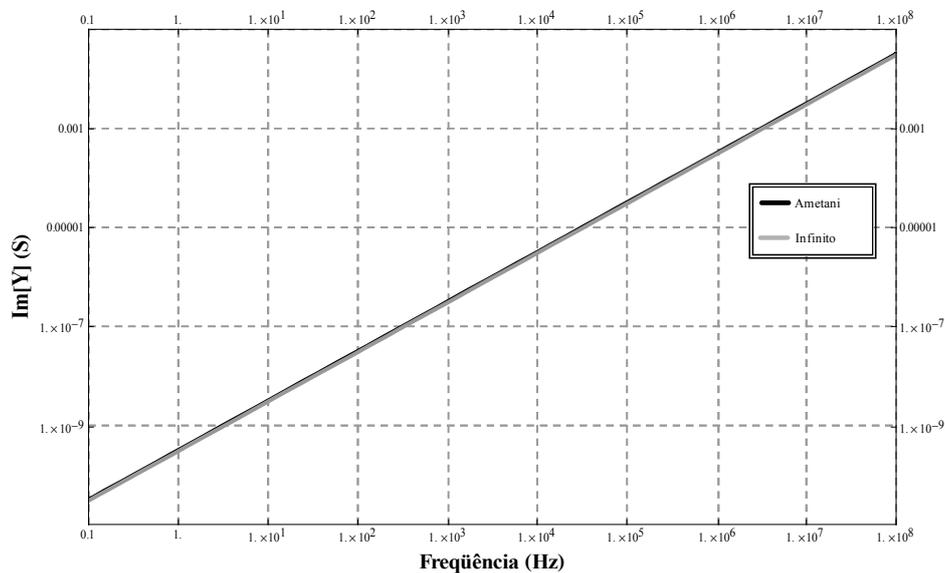


Figura 23 – Comparação com formulação para cabos infinitos: admitância.

Como se pode observar, a formulação de Ametani conduz a resultados ligeiramente superiores aos da formulação para cabos infinitos. No que diz respeito à comparação com a formulação de Portela, ambas são praticamente coincidentes até a faixa das centenas de MHz, como mostra a Figura 24. Na verdade, a discrepância entre as duas modelagens é inferior a 2% até cerca de 20 MHz.

É importante lembrar que, em tão alta frequência, outros efeitos aqui não considerados passam também a se tornar importantes, dentre os quais pode-se citar especificamente o da radiação das ondas eletromagnéticas. Assim, e havendo necessidade explícita de modelagem até a faixa das unidades de MHz, considerar-se-á

um espectro de frequências até 10 MHz, na qual os modelos são essencialmente coincidentes.

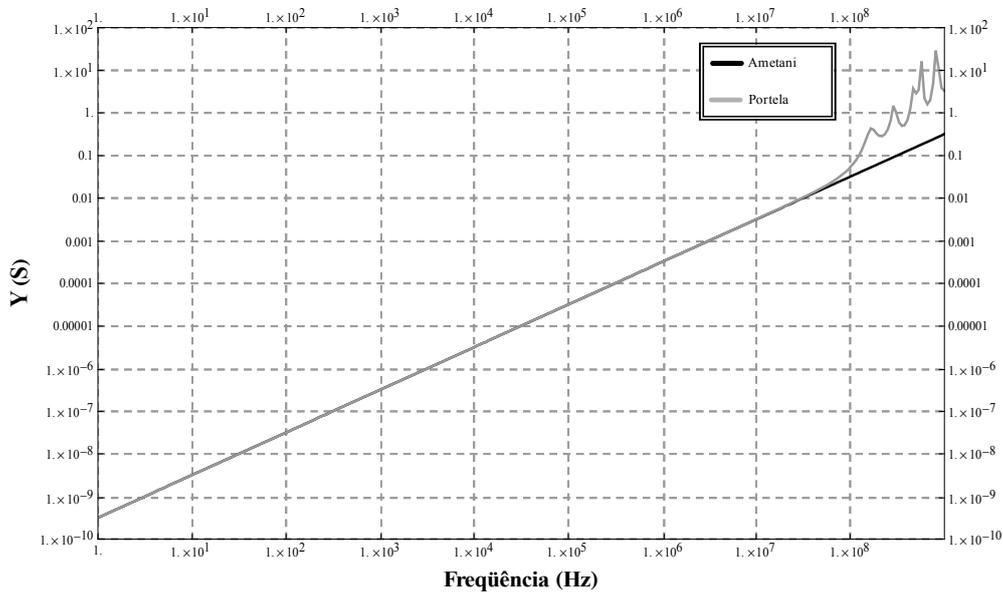


Figura 24 – Comparação Ametani x Portela: admitância.

Na Figura 25, encontra-se uma comparação entre a formulação de Ametani e a de Deri, para o cálculo da impedância longitudinal. Desta vez, a metodologia para condutores finitos conduz a valores inferiores aos encontrados para os condutores infinitos.

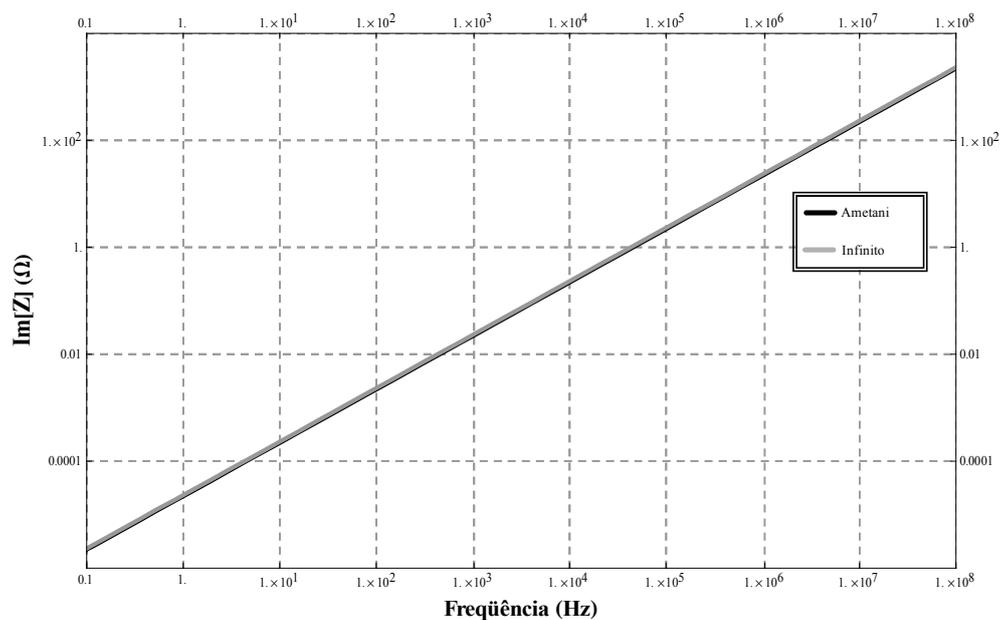


Figura 25 – Comparação com formulação para cabos infinitos: impedância.

A comparação entre a formulação de Ametani e de Portela para a impedância longitudinal conduz a resultados semelhantes aos encontrados para o caso da admitância transversal: ambas as formulações são coincidentes até a faixa de frequência de dezenas de MHz, conforme mostra a Figura 26. Neste caso, a discrepância entre os modelos é inferior a 2% até cerca de 30 MHz.

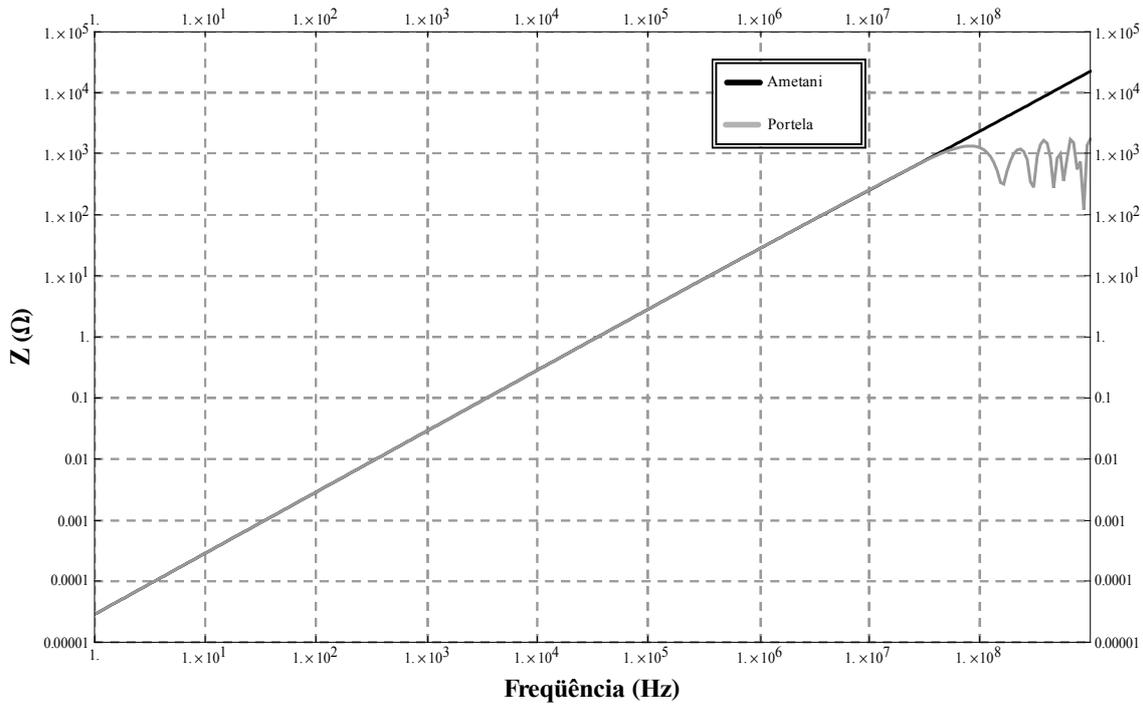


Figura 26 – Comparação Ametani x Portela: impedância.

Considerando, portanto, as baixas discrepâncias entre as formulações de Ametani e Portela em um espectro de frequências até a ordem de 20 MHz, será adotada neste trabalho a formulação de Ametani, mais simples e que conduz a um menor esforço computacional. Deve-se lembrar que a formulação de Portela contém integrais numéricas que elevam o tempo computacional para o cálculo das grandezas.

2.3. RESUMO DO CAPÍTULO

Neste capítulo foram apresentadas diversas expressões para o cálculo dos parâmetros básicos de uma linha de transmissão, quais sejam, sua impedância longitudinal e admitância transversal. Um estudo comparativo das principais metodologias desenvolvidas ao longo da história e divulgadas na literatura internacional foi realizado, buscando definir as que serão utilizadas neste trabalho.

Elas foram divididas em dois grupos – as que consideram a propagação de ondas planas em cabos condutores com comprimento infinito e as que se baseiam em ondas esféricas, em eletrodos de comprimento finito. No primeiro grupo, a definição da formulação a ser empregada aguarda uma investigação mais detalhada da implementação computacional do modelo – a ser feita no capítulo 4, principalmente no que diz respeito à representação por funções racionais. No segundo grupo, selecionou-se a formulação de Ametani para utilização neste trabalho, tendo em vista sua maior simplicidade – o que conduz a menor esforço computacional – e sua boa concordância com a metodologia mais completa das ondas esféricas utilizada na formulação de Portela.

3

MODELO DE ELEMENTOS DE REDE NO DOMÍNIO DO TEMPO A PARTIR DA MATRIZ DE ADMITÂNCIA NODAL

Após o cálculo dos parâmetros elétricos básicos das linhas de transmissão, propõe-se neste capítulo uma pausa na abordagem específica das mesmas, para que se possa observar de forma mais ampla uma das contribuições deste trabalho: a concepção de modelos e ferramentas adequadas para a simulação, no domínio do tempo e em programas de transitórios eletromagnéticos, de linhas de transmissão sujeitas a transitórios de frequências na faixa das unidades de MHz, como os arcos secundários. Dentre estas contribuições, destaca-se um modelo de linhas de transmissão mais flexível e suscetível à incorporação de melhorias que os encontrados nos programas de simulação atuais.

Entretanto, como será visto adiante, a metodologia aqui empregada permite a representação não só de linhas de transmissão, mas também de vãos específicos de uma linha por meio de eletrodos de comprimento finito, equivalentes de rede ou quaisquer elementos lineares com parâmetros variantes na frequência. No capítulo 4, retornar-se-á à discussão da modelagem das linhas de transmissão, para demonstrar a aplicação dos conhecimentos abordados neste capítulo.

3.1. METODOLOGIA

Seja um elemento representado por sua matriz de admitâncias nodais \mathbf{Y}_{bus} no domínio da frequência, de forma que

$$\mathbf{I}(s) = \mathbf{Y}_{bus}(s) \cdot \mathbf{V}(s), \text{ onde} \quad (37)$$

$\mathbf{I}(s)$ é o vetor de correntes injetadas nos terminais do elemento, $\mathbf{V}(s)$ são as tensões nestes terminais e $s = j\omega$, conforme a Figura 27.

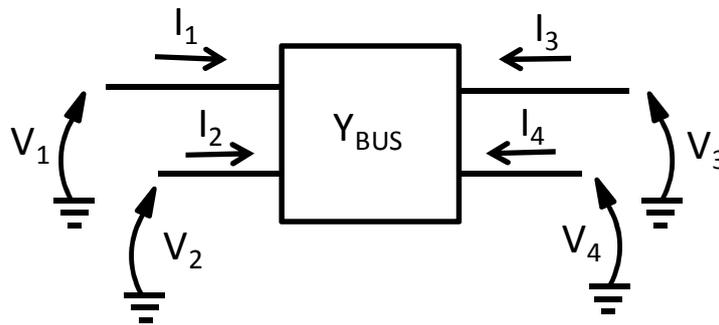


Figura 27 – Correntes e tensões nos terminais de um elemento genérico.

As dimensões das grandezas na equação (37) estão de acordo com o número de terminais do elemento. Em uma linha de transmissão monofásica, por exemplo, \mathbf{Y}_{bus} é uma matriz quadrada 2×2 , enquanto \mathbf{I} e \mathbf{V} são vetores-coluna de dimensão 2; em uma linha trifásica sem cabos pararraios ou com o efeito destes incorporado às fases, \mathbf{Y}_{bus} tem dimensão 6×6 .

Para uma melhor apresentação didática da metodologia, considere-se por ora um circuito RL série monofásico como o da Figura 28.

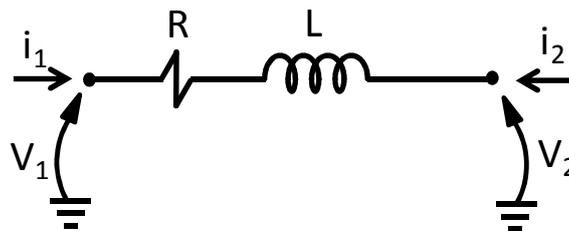


Figura 28 – Circuito RL série.

A matriz \mathbf{Y}_{bus} deste elemento é dada por

$$\mathbf{Y}_{\text{bus}} = \begin{bmatrix} \frac{1/L}{s + R/L} & -\frac{1/L}{s + R/L} \\ -\frac{1/L}{s + R/L} & \frac{1/L}{s + R/L} \end{bmatrix}. \quad (38)$$

Expandindo-se (37) e eliminando a representação matricial, obtém-se

$$\begin{aligned} I_1(s) &= \frac{1/L}{s + R/L} \cdot V_1(s) - \frac{1/L}{s + R/L} \cdot V_2(s) \\ I_2(s) = -I_1(s) &= -\frac{1/L}{s + R/L} \cdot V_1(s) + \frac{1/L}{s + R/L} \cdot V_2(s) \end{aligned} \quad (39)$$

No domínio do tempo, a expressão de $I_1(s)$ pode ser escrita por meio de variáveis de estado na forma [29]

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= a \cdot x_1(t) + v_1(t) \\ \dot{x}_2(t) &= a \cdot x_2(t) + v_2(t) \\ i_1(t) &= r_1 \cdot x_1(t) + r_2 \cdot x_2(t), \text{ onde} \\ i_1(t) &= -i_2(t) \end{aligned} \quad (40)$$

$a = -R/L$ é o pólo comum e $r_1 = -r_2 = 1/L$ são os resíduos. Passando-se ao domínio discreto, pode-se escrever, utilizando integração numérica trapezoidal e após alguma manipulação algébrica,

$$\begin{aligned} x_1(n) &= \alpha \cdot x_1(n-1) + v_1(n-1) \\ x_2(n) &= \alpha \cdot x_2(n-1) + v_2(n-1) \\ i_1(n) &= c_1 \cdot x_1(n) + c_2 \cdot x_2(n) + g_1 \cdot v_1(n) + g_2 \cdot v_2(n) \\ i_2(n) &= c_2 \cdot x_1(n) + c_1 \cdot x_2(n) + g_2 \cdot v_1(n) + g_1 \cdot v_2(n) \end{aligned} \quad (41)$$

Em (41), n é o n -ésimo passo de simulação (Δt) e as variáveis c e g são dadas por

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{2 + a \cdot \Delta t}{2 - a \cdot \Delta t} \quad \mu = \frac{\Delta t}{2 - a \cdot \Delta t} \\ c_k &= r_k \cdot \mu \cdot (\alpha + 1), \quad k = \{1, 2\} \text{ e } g_k = r_k \cdot \mu, \end{aligned} \quad (42)$$

onde α , c_k e g_k são constantes. Se for utilizada a convolução recursiva no lugar da integração trapezoidal, as expressões destas constantes passam a ser dadas por

$$\begin{aligned}\alpha &= e^{-a \cdot \Delta t} \\ \lambda &= -\frac{1}{a} \cdot \left(1 + \frac{1 - \alpha}{a \cdot \Delta t}\right) \\ \mu &= \frac{1}{a} \cdot \left(\alpha + \frac{1 - \alpha}{a \cdot \Delta t}\right)\end{aligned}\tag{43}$$

$$c_k = r_k \cdot (\alpha \cdot \lambda + \mu), \quad k = \{1, 2\} \text{ e } g_k = r_k \cdot \lambda.$$

Neste trabalho, contudo, a ênfase recai sobre a integração trapezoidal, utilizada nos programas de simulação tipo ATP. Observa-se ainda que as expressões (41) podem ser representadas pelo circuito elétrico da Figura 29.

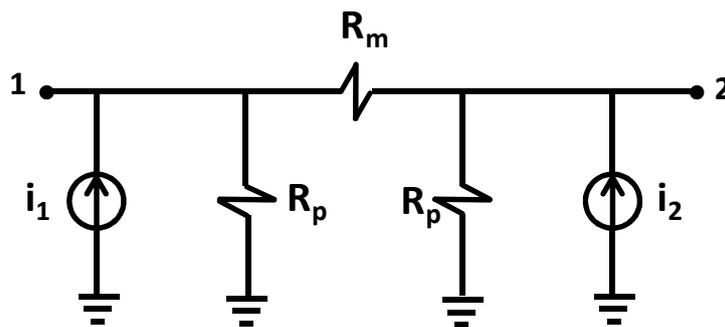


Figura 29 – Representação do circuito RL série no domínio do tempo.

Com o sentido indicado na Figura 29, os valores das fontes de corrente são dados por

$$\begin{aligned}i_1(n) &= -[c_1 \cdot x_1(n) + c_2 \cdot x_2(n)] \\ i_2(n) &= -[c_2 \cdot x_1(n) + c_1 \cdot x_2(n)]\end{aligned}\tag{44}$$

As condutâncias foram representadas pelas resistências r_p e r_m , cujos valores são

$$\begin{bmatrix} r_p & r_m \\ r_m & r_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_1 & g_2 \\ g_2 & g_1 \end{bmatrix}^{-1}.\tag{45}$$

Um modelo como o da Figura 29 pode ser diretamente incorporado aos simuladores de transitórios eletromagnéticos, já que utilizam somente resistências cujos

valores são fixos ao longo de toda a simulação e fontes de corrente cujos valores são determinados por expressões matemáticas de forma relativamente simples.

Estendendo este exemplo simples a um sistema com N_p pólos – mas ainda monofásico –, a equação (39) passa a se escrever

$$\begin{aligned} I_1(s) &= \sum_{k=1}^{N_p} \frac{r_{11k}}{s - a_k} \cdot V_1(s) + \sum_{k=1}^{N_p} \frac{r_{12k}}{s - a_k} \cdot V_2(s) \\ I_2(s) &= \sum_{k=1}^{N_p} \frac{r_{12k}}{s - a_k} \cdot V_1(s) + \sum_{k=1}^{N_p} \frac{r_{22k}}{s - a_k} \cdot V_2(s) \end{aligned} \quad \text{e,} \quad (46)$$

em vez de somente duas, há agora $2 \cdot N_p$ variáveis de estado, sendo N_p para cada tensão terminal, conforme as expressões

$$\begin{aligned} x_{1k}(n) &= \alpha_k \cdot x_{1k}(n-1) + v_1(n-1) \\ x_{2k}(n) &= \alpha_k \cdot x_{2k}(n-1) + v_2(n-1) \end{aligned}, \quad k = \{1, \dots, N_p\}. \quad (47)$$

As fontes de corrente da Figura 29 passam a ter os valores de

$$\begin{aligned} i_1(n) &= - \sum_{k=1}^{N_p} [c_{11k} \cdot x_{1k}(n) + c_{12k} \cdot x_{2k}(n)] \\ i_2(n) &= - \sum_{k=1}^{N_p} [c_{12k} \cdot x_{1k}(n) + c_{22k} \cdot x_{2k}(n)] \end{aligned} \quad (48)$$

e as constantes são calculadas por

$$\begin{aligned} \alpha_k &= \frac{2 + a_k \cdot \Delta t}{2 - a_k \cdot \Delta t} \quad \mu_k = \frac{\Delta t}{2 - a_k \cdot \Delta t} \\ c_{ijk} &= r_{ijk} \cdot \mu_k \cdot (\alpha_k + 1) \\ g_{ij} &= \sum_{k=1}^{N_p} r_{ijk} \cdot \mu_k \end{aligned} \quad (49)$$

Como se verá no item a seguir, matrizes \mathbf{Y}_{bus} de elementos genéricas podem ser da forma

$$\begin{aligned} I_1(s) &= \sum_{k=1}^{N_p} \frac{r_{11k}}{s - a_k} \cdot V_1(s) + \sum_{k=1}^{N_p} \frac{r_{12k}}{s - a_k} \cdot V_2(s) + (d_{11} + s \cdot e_{11}) \cdot V_1(s) + (d_{12} + s \cdot e_{12}) \cdot V_2(s) \\ I_2(s) &= \sum_{k=1}^{N_p} \frac{r_{12k}}{s - a_k} \cdot V_1(s) + \sum_{k=1}^{N_p} \frac{r_{22k}}{s - a_k} \cdot V_2(s) + (d_{12} + s \cdot e_{12}) \cdot V_1(s) + (d_{22} + s \cdot e_{22}) \cdot V_2(s) \end{aligned} \quad (50)$$

Neste caso, às correntes expressas em (48) deve-se acrescentar uma parcela adicional dada por

$$\begin{aligned} i_1'(n) &= -i_1'(n-1) + \frac{4 \cdot e_1}{\Delta t} \cdot v_1(n-1) + \frac{4 \cdot e_2}{\Delta t} \cdot v_2(n-1) \\ i_2'(n) &= -i_2'(n-1) + \frac{4 \cdot e_2}{\Delta t} \cdot v_1(n-1) + \frac{4 \cdot e_1}{\Delta t} \cdot v_2(n-1) \end{aligned} \quad (51)$$

Além disso, à matriz de condutâncias de (45) deve-se acrescentar os termos

$$\begin{bmatrix} r_p & r_m \\ r_m & r_p \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} g_1 & g_2 \\ g_2 & g_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_1 & d_2 \\ d_2 & d_1 \end{bmatrix} + \frac{2}{\Delta t} \cdot \begin{bmatrix} e_1 & e_2 \\ e_2 & e_1 \end{bmatrix} \right)^{-1} \quad (52)$$

Nota-se também que os mesmos conjuntos de pólos foram utilizados para as admitâncias próprias e mútuas em (46). Como será mostrado no item 3.2, isto ocorre na modelagem de diversos equipamentos de sistemas de potência e permite uma simplificação da representação da rede [30].

Para a situação trifásica com cabos pararraios eliminados ou inexistentes, há seis terminais e expressões semelhantes a (46), (47), (48), (49) são utilizadas, levando-se em conta que o número de correntes e tensões passa de dois para seis e que haverá $6 \cdot N_p$ variáveis de estado.

Além de um conjunto único de pólos, considerações de simetria também ajudam a reduzir o número de variáveis necessárias aos cálculos. No caso monofásico, em geral, $Y_{11} = Y_{22}$ e $Y_{12} = Y_{21}$, bastando, portanto, a considerando de c_{11} e c_{12} . No caso trifásico, tem-se comumente 12 elementos c_{ij} diferentes, e 21 resistências entre os 6 terminais, conforme ilustrado na Figura 30.

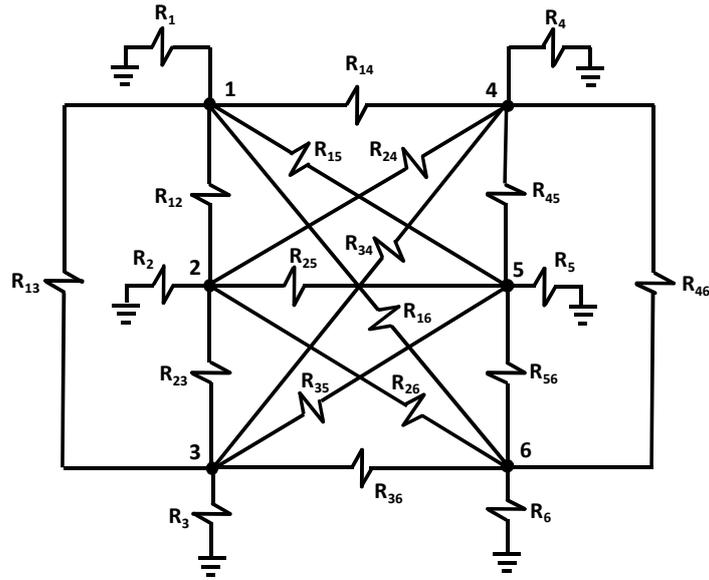


Figura 30 – Resistências em um circuito com seis terminais.

3.2. VECTOR FITTING

A aplicação da metodologia apresentada no item anterior depende do conhecimento dos pólos e resíduos das frações que compõem os elementos da matriz \mathbf{Y}_{bus} . No caso de um circuito RL série monofásico, o problema tornou-se demasiadamente simples por tratar-se de um sistema de apenas um pólo e dois resíduos diferentes, todos pertencentes ao conjunto de números reais. Um circuito RLC, por exemplo, apresenta dois pólos distintos e complexos conjugados.

Uma das características que torna o modelo apresentado neste capítulo bastante atrativo é o fato de que qualquer matriz \mathbf{Y}_{bus} pode ser representada por um conjunto de pólos e resíduos como expresso em (46), mesmo que não possuam expressões analíticas simples. Para isto, utiliza-se aqui um procedimento de ajuste de pólos e resíduos do tipo de mínimos quadrados conhecido como *vector fitting* [30], [31].

O termo *vector fitting* refere-se originalmente ao ajuste de m funções $F_i(s)$ ($1 \leq i \leq m$), cujos valores $F_i(s_k)$ em pontos $s_k = j \cdot \omega_k$ ($1 \leq k \leq n$) são dispostos em forma de uma matriz $m \times n$. O ajuste de cada função $F_i(s)$ é da forma de frações parciais

$$F_i(s) \cong \sum_{k=1}^{Np} \frac{r_{ik}}{s - p_{ik}} + d_i + s \cdot e_i, \quad (53)$$

onde N_p é o número de pólos da aproximação (que deve ser no máximo igual ao número de pontos n), r_{ik} são os resíduos, p_{ik} são os pólos e d_i e e_i são números reais. Se $m = 1$, o problema se reduz ao ajuste de uma única função; se, por outro lado, busca-se ajustar os elementos de uma matriz como \mathbf{Y}_{bus} , com funções $F_{ij}(s_k)$, a matriz de pontos passa a ser tridimensional com dimensão $m \times n \times k$. Tipicamente, em elementos trifásicos, $m = n = 6$.

Originalmente desenvolvido em 1996 e mais tarde aprimorado, o método consiste em determinar as variáveis r_{ik} , p_{ik} , d_i e e_i de forma que uma aproximação de mínimos quadrados de $F_i(s)$ seja obtida em um intervalo de frequências definido. Embora trate-se de um problema não-linear – evidenciado pela existência de incógnitas no denominador em (53) –, a solução pode ser obtida em duas etapas lineares: (i) a identificação dos pólos p_{ik} ; e (ii) a identificação dos resíduos r_{ik} .

A primeira etapa corresponde a uma engenhosa operação matemática na qual, inicialmente, arbitra-se um conjunto de pólos \bar{p}_{ik} e, em seguida, promove-se uma manipulação algébrica em $F_i(s)$, multiplicando-a por uma função $\sigma_i(s)$ que atenda às condições

$$\sigma_i(s) \cong \sum_{k=1}^{N_p} \frac{\bar{r}_{ik}}{s - \bar{p}_{ik}} + 1 \quad (54)$$

$$\sigma_i(s) \cdot F_i(s) \cong \sum_{k=1}^{N_p} \frac{r_{ik}}{s - \bar{p}_{ik}} + d_i + s \cdot e_i, \text{ onde}$$

\bar{r}_{ik} é um conjunto de resíduos desconhecido. Note-se que tanto $\sigma_i(s)$ quanto $\sigma_i(s) \cdot F_i(s)$ têm o mesmo conjunto de pólos \bar{p}_{ik} , embora as demais variáveis possam ser diferentes. Substituindo $\sigma_i(s)$ na segunda linha de (54) pelo valor estabelecido na primeira linha, tem-se a equação

$$\left(\sum_{k=1}^{N_p} \frac{\bar{r}_{ik}}{s - \bar{p}_{ik}} + 1 \right) \cdot F_i(s) \cong \sum_{k=1}^{N_p} \frac{r_{ik}}{s - \bar{p}_{ik}} + d_i + s \cdot e_i, \quad (55)$$

cujas incógnitas são \bar{r}_{ik} , r_{ik} , d_i e e_i . Como $F_i(s)$ é conhecida em vários pontos s_k , pode-se escrever um sistema tipo $\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{B}$, no qual o vetor \mathbf{x} corresponde às incógnitas.

Deve-se notar que, como é pré-requisito que $N_p \leq n$, o sistema possui mais equações que incógnitas, devendo ser resolvido pelo método dos mínimos quadrados. Representando as frações parciais de (55) sob forma de um produto de pólos e zeros, tem-se

$$\prod_{k=1}^{N_p} \frac{(s - \bar{z}_{ik})}{s - \bar{p}_{ik}} \cdot F_i(s) \cong e_i \cdot \prod_{k=1}^{N_p} \frac{(s - z_{ik})}{s - \bar{p}_{ik}} \quad (56)$$

ou, alternativamente,

$$F_i(s) \cong e_i \cdot \prod_{k=1}^{N_p} \frac{(s - z_{ik})}{s - \bar{z}_{ik}}. \quad (57)$$

Nota-se que os pólos de $F_i(s)$, correspondem aos zeros de $\sigma_i(s)$, já que os pólos \bar{p}_{ik} arbitrados inicialmente foram cancelados. Com as incógnitas \bar{r}_{ik} , r_{ik} , d_i e e_i já obtidas pela solução de (55), a determinação dos zeros de $\sigma_i(s)$ – pólos de $F_i(s)$ – a partir das frações parciais com resíduos é imediata. A existência de pólos instáveis, no semiplano complexo direito, pode ser evitada mediante a troca do sinal de suas partes reais (rebatimento de pólos instáveis).

Para uma melhor precisão do método, o processo descrito nesta etapa pode ser iterativo. Assim, os pólos encontrados passam a ser uma nova estimativa, isto é, $\bar{p}_{ik} = p_{ik}$. Assim, o *vector fitting* pode ser entendido como um processo de realocação de pólos.

A segunda etapa do processo corresponde à solução de (53) considerando agora conhecidos os pólos p_{ik} , determinados na primeira etapa. Novamente, trata-se de um problema com mais equações que incógnitas, a ser também resolvido pelo método dos mínimos quadrados.

As observações sobre o método listadas a seguir merecem destaque:

- no caso de um ajuste de um vetor de funções $F_i(s)$, todas as linhas “i” terão os mesmos pólos p_{ik} ;
- os sistemas tipo $\mathbf{A} \mathbf{x} = \mathbf{B}$ podem se tornar mal-condicionados no caso de uma má escolha de pólos iniciais \bar{p}_{ik} . Uma sugestão do autor do método é

utilizar como estimativa inicial $\bar{p}_{ik} = -\alpha_{ik} \pm j\beta_{ik}$, onde β_{ik} são valores linearmente espaçados na faixa de frequências de interesse e $\alpha_{ik} = \frac{\beta_{ik}}{100}$. Isto será discutido quando da aplicação do método à modelagem de linhas de transmissão, no capítulo 4.

O método vem sendo divulgado à comunidade científica por seus autores desde 1998, sob a forma de rotinas implementadas em linguagem MATLAB. Atualmente, encontra-se em sua terceira versão, com a incorporação das seguintes estratégias:

- na segunda versão, em 2006, a função $\sigma_i(s)$ foi ligeiramente modificada para permitir uma melhor realocação de pólos [32];
- na terceira versão, em 2008, aumentou-se a rapidez computacional do método ao se utilizar somente parte da decomposição QR na solução do sistema linear $\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{B}$. Esta estratégia conduz a resultados mais significativos em sistemas com elementos com grande número de entrada e saídas.

3.3. VERIFICAÇÃO DA PASSIVIDADE

O método descrito no item anterior permite que os elementos de uma matriz \mathbf{Y}_{bus} sejam ajustados por meio de frações parciais estritamente próprias ($d = 0, e = 0$), próprias ($d \neq 0, e = 0$) ou impróprias ($e \neq 0$). Com estes parâmetros, unidos aos pólos e resíduos, é possível a modelagem dos elementos por meio de sistemas tipo equivalentes de Norton, isto é, fontes de corrente em paralelo com condutâncias constantes e de valor real.

Entretanto, a simulação deste modelo só é possível se houver garantias de que ele é passivo, isto é, não gera energia. Caso contrário, comportamentos divergentes ao longo do tempo podem ser obtidos. Tivessem sido utilizados outros métodos de inversão frequência/tempo, tais como a transformada de Laplace com variável complexa $s = c + j \cdot \omega$, a passividade estaria inerentemente garantida, não havendo necessidade de um método de pós-processamento para garanti-la.

Contudo, na integração trapezoidal a partir de funções $Y(j \cdot \omega)$, o ajuste de pólos cuja parte real está no semiplano da esquerda não é suficiente para um comportamento passivo; além disso, é necessário ainda que [33], [34]

$$\begin{aligned} eig(\text{Re}(Y(s))) &> 0 \\ eig(\mathbf{d}) &> 0 \\ eig(\mathbf{e}) &> 0. \end{aligned} \tag{58}$$

Infelizmente, não há atualmente métodos que incorporem as condições de (58) ao ajuste por funções racionais, de forma que a passividade esteja assegurada quando o elemento assim modelado interage com o resto do sistema de potência. Deste modo, é necessária uma análise posterior dos parâmetros ajustados em (53).

A garantia da passividade pode ser feita por meio de perturbações nos resíduos r_{ik} [35], de forma a minimizar as alterações ao ajuste por meio do método de mínimos quadrados. Outra maneira [36] seria perturbar os pólos a_k no lugar dos resíduos, mas este procedimento aumenta as alterações no modelo.

Além disso, o processo original de perturbações nos resíduos não distinguia frequências dentro ou fora do espectro considerado no ajuste das funções, o que tornava difícil a remoção de violações de passividade fora da faixa sem alterar significativamente o modelo dentro da faixa.

Recentemente, um método de perturbação rápida de resíduos (FRP, na sigla em inglês para *Fast Residues Perturbation*) foi desenvolvido [33] e propôs a perturbação dos autovalores dos resíduos, combinada com a avaliação de passividade pelos autovalores da matriz Hamiltoniana. Trata-se de um processo robusto e iterativo que pode ser resumido pelo problema de otimização com restrições dado por

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{Y} &= \sum_{k=1}^{N_p} \frac{\Delta \mathbf{r}_k}{s - p_k} + \Delta \mathbf{d} + s \cdot \Delta \mathbf{e} \cong 0 \\ eig(\text{Re}(\mathbf{Y} + \Delta \mathbf{Y})) &> 0 \\ eig(\mathbf{d} + \Delta \mathbf{d}) &> 0 \\ eig(\mathbf{e} + \Delta \mathbf{e}) &> 0, \end{aligned} \tag{59}$$

onde todas as grandezas em negrito são matrizes quadradas de ordem igual ao número de terminais do elemento sendo modelado. As perturbações aos autovalores aplicadas

no procedimento descrito em [33] são de primeira ordem, dadas no caso de uma matriz genérica \mathbf{F} por

$$\Delta\lambda_k = \frac{\mathbf{T}_k^T \cdot \Delta\mathbf{F} \cdot \mathbf{T}_k}{\mathbf{T}_k^T \cdot \mathbf{T}_k}, \quad (60)$$

onde \mathbf{T}_k é o autovetor de \mathbf{F} associado ao autovalor λ_k . É importante observar que a perturbação dos autovalores das matrizes \mathbf{r} , \mathbf{d} e \mathbf{e} – cada uma tomando o lugar de \mathbf{F} em (60) – reduz o número de variáveis a serem calculadas, em relação às matrizes completas.

Não é escopo desta pesquisa ir mais a fundo no que diz respeito ao procedimento de verificação da passividade aqui utilizado. Assim como no caso do *vector fitting*, ele encontra-se implementado em rotinas MATLAB divulgadas à comunidade científica. Neste ponto do trabalho, é suficiente ratificar que trata-se de um passo fundamental à correta modelagem dos elementos no domínio do tempo, sem o qual a função ajustada pode tornar-se facilmente não-passiva.

3.4. ALGUNS ASPECTOS DE IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

A implementação do modelo apresentado nos itens 3.1 e 3.2 em simuladores de transitórios eletromagnéticos pode ser feita de forma relativamente direta, mas é importante destacar algumas características a serem observadas neste processo.

O primeiro deles é a linguagem de programação a ser utilizada. O ATP dispõe da linguagem MODELS para a representação de modelos definidos pelo usuário (MDU). Ainda que ela própria seja uma linguagem de programação, é possível também utilizar funções externas (*foreign functions*) em C ou FORTRAN. O PSCAD/EMTDC também utiliza estas duas últimas na programação de seus MDUs.

Como já mencionado, este trabalho enfoca a implementação computacional em ATP, tendo em vista sua robustez e larga utilização no SIN. Considerando sua utilização para representar linhas de transmissão trifásicas formadas por cabos finitos e infinitos cujos detalhes de modelagem serão discutidos no capítulo 4, é de grande importância a

utilização da simetria de \mathbf{Y}_{bus} para minimizar o número de funções diferentes a serem ajustadas. A matriz \mathbf{Y}_{bus} de uma linha trifásica com seis terminais é da forma

$$\mathbf{Y}_{\text{bus}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B} & \mathbf{A} \end{bmatrix}, \text{ onde} \quad (61)$$

\mathbf{A} e \mathbf{B} são matrizes 3x3 cujos elementos abaixo da diagonal principal são iguais aos correspondentes acima da mesma. Assim, cada uma dessas matrizes possui apenas seis elementos diferentes, levando a um total de doze elementos diferentes em \mathbf{Y}_{bus} .

Outro ponto a se destacar é que, como mencionado no item 3.2, o conjunto de pólos ajustados é o mesmo para as doze funções de \mathbf{Y}_{bus} , sendo N_{pr} pólos reais e $2 \cdot N_{pi}$ pólos complexos conjugados.

Embora a linguagem FORTRAN permita a definição de variáveis de tipo complexo, o mesmo não ocorre com as linguagens MODELS e C. Nestes casos, faz-se necessária a utilização de vetores de dimensão 2 para cada valor α_k e c_{ijk} , na forma $\alpha_k = \alpha_{kr} + j \cdot \alpha_{ki}$, o que também deve ser feito para as variáveis de estado associadas aos pólos complexos. Sendo assim, e supondo uma linha trifásica cujos elementos de \mathbf{Y}_{bus} foram ajustados com $(N_{pr} + 2 \cdot N_{pi})$ pólos, seriam necessários em linguagem MODELS ou C:

- uma variável α para representar os pólos com dimensão $(N_{pr} + 4 \cdot N_{pi})$;
- seis variáveis x_i para representar as variáveis de estado, cada uma com dimensão $(N_{pr} + 4 \cdot N_{pi})$ ou, alternativamente, uma única variável x com dimensão $6 \cdot (N_{pr} + 4 \cdot N_{pi})$;
- doze variáveis c_{ij} para representar os coeficientes do cálculo das correntes a serem injetadas nos terminais, cada uma com dimensão $(N_{pr} + 4 \cdot N_{pi})$. Alternativamente, pode-se representar uma única variável c com dimensão $12 \cdot (N_{pr} + 4 \cdot N_{pi})$.

Dependendo da extensão do espectro de frequências desejado, o ajuste pode resultar em um número total elevado de pólos. Apenas a título ilustrativo, para dar idéia de ordem de grandeza, caso sejam utilizados 200 pólos num ajuste para uma faixa de

frequências desde 10^{-1} até 10^5 Hz, sendo 10 deles reais, a variável c teria dimensão 4.680.

Uma forma de reduzir este valor é levar em conta as propriedades de que (i) as correntes injetadas nos terminais a cada passo de cálculo têm, é claro, valor real, embora sejam o resultado de expressões com números complexos; e (ii) embora haja $2 \cdot N_{pi}$ pólos complexos, N_{pi} deles são o complexo conjugado dos outros N_{pi} .

Com esta propriedade, as variáveis α , x_i e c_{ij} podem ter suas dimensões reduzidas para $(N_{pr} + 2 \cdot N_{pi})$, $6 \cdot (N_{pr} + 2 \cdot N_{pi})$ e $12 \cdot (N_{pr} + 2 \cdot N_{pi})$, respectivamente, ficando as expressões das correntes injetadas com a forma [37]

$$i_i(n) = - \sum_{k=1}^{N_{pr}} \sum_{j=1}^6 c_{ijk} \cdot x_{jk}(n) - 2 \cdot \text{Re} \left[\sum_{k=N_{pr}+1}^{N_{pr}+N_{pi}} \sum_{j=1}^6 c_{ijk} \cdot x_{jk}(n) \right]. \quad (62)$$

Ainda assim, no desenvolver deste trabalho notou-se algumas dificuldades com o uso simplificado da linguagem MODELS, principalmente no que diz respeito à velocidade de processamento e à armazenagem dos valores da variável de estado de um passo de integração para o seguinte, conforme necessidade expressa em (47).

Nas linhas trifásicas, o elevado número de dimensões das variáveis, em conjunto com esta armazenagem, inviabilizou a implementação, motivo pelo qual deu-se sempre preferência à utilização de funções externas. Neste trabalho, utilizou-se a linguagem C para o cálculo das correntes injetadas nos terminais dos elementos.

No Apêndice podem ser encontrados alguns trechos da programação feita ao longo deste trabalho, e mais detalhes a respeito da implementação computacional dos modelos até agora descritos são discutidos no capítulo 4.

3.5. RESUMO DO CAPÍTULO

Neste capítulo foi apresentada uma metodologia para a representação de elementos de sistemas de potência a partir de sua matriz de admitância nodal \mathbf{Y}_{bus} . Mostrou-se como este modelo pode ser implementado em um programa de transitórios eletromagnéticos, desde que seus pólos e resíduos sejam conhecidos.

Para isto, foi apresentado o *vector fitting*, método de ajuste de pólos e resíduos utilizando mínimos quadrados, que aproxima funções no domínio da frequência por funções racionais próprias ou impróprias. Além disso, estabeleceu-se a necessidade da verificação da passividade do modelo ajustado, sob pena de que eles produzam simulações divergentes no domínio do tempo.

Por fim, alguns aspectos de implementação computacional destes procedimentos foram discutidos, de modo a alertar o leitor a respeito de possíveis dificuldades a serem encontradas na tentativa de reproduzir os resultados aqui encontrados.

4

APLICAÇÃO DO MODELO ÀS LINHAS DE TRANSMISSÃO E EQUIVALENTES DE REDE

Após o cálculo dos parâmetros básicos das linhas de transmissão (capítulo 2) e a apresentação do modelo de elementos de sistemas de potência a partir de sua matriz de admitância nodal (capítulo 3), busca-se neste capítulo aplicar os conhecimentos adquiridos até aqui na concepção de modelos definidos pelo usuário para programas de simulação de transitórios eletromagnéticos como o ATP.

De forma muito simplificada, poder-se-ia dizer que a principal tarefa deste capítulo é a determinação da matriz Y_{bus} dos elementos que necessitam ser representados, em particular das linhas de transmissão. Como se verá, contudo, desde esta determinação até o ajuste por *vector fitting*, a verificação da passividade e finalmente a programação no ATP há uma série de particularidades para as quais deve-se estar atento.

Os dois primeiros itens deste capítulo abordam a determinação de Y_{bus} para as linhas de transmissão e para equivalentes de rede. No terceiro item, enfoca-se a implementação computacional do modelo em ATP.

4.1. LINHAS DE TRANSMISSÃO

O capítulo 2 foi concluído com a definição de expressões para o cálculo da impedância longitudinal e da admitância transversal das linhas de transmissão. Neste item, mostra-se como estes valores são utilizados para a determinação da matriz de admitâncias nodais das linhas, bem como apresentam-se diversos aspectos relacionados ao comportamento desta matriz em função da frequência. A discussão inicia-se pelas equações básicas das linhas de transmissão e como elas são solucionadas com a ajuda das matrizes equivalentes, dentre as quais inclui-se Y_{bus} .

4.1.1. EQUAÇÕES BÁSICAS

Um circuito elétrico está completamente solucionado quando são conhecidas as tensões em todos os nós e as correntes em todos os elementos do mesmo. Com estes valores, é possível obter outros resultados deles dependentes, como potências ativa e reativa, fatores de potência, impedâncias equivalentes e componentes harmônicos, dentre outros. Portanto, os modelos de elementos de um sistema elétrico visam estabelecer relações entre suas grandezas terminais – tipicamente tensões e correntes.

O caso da linha de transmissão é um tanto particular, já que seus terminais encontram-se afastados por distâncias comumente da ordem de dezenas ou centenas de quilômetros, o que evidencia o efeito de propagação das ondas eletromagnéticas, irrelevante em elementos concentrados, isto é, cuja distância entre terminais é desprezível.

É por este motivo que uma linha pode ser analisada tanto do ponto de vista da teoria de circuitos elétricos quando da teoria dos campos e ondas eletromagnéticas. Enquanto no primeiro caso pode-se lançar mão de um circuito equivalente concentrado, no segundo utilizam-se as equações de Maxwell e as condições de contorno como base para a obtenção dos campos elétrico e magnético que se propagam longitudinal e transversalmente à direção da linha.

Embora constituam abordagens diferentes, um ponto comum entre ambas são os conceitos de impedância e admitância, representando o quociente entre tensões e correntes ou entre campos elétricos e magnéticos. As equações básicas das linhas

relacionam Z e Y com a determinação de tensões e correntes ao longo da linha e, particularmente, em seus terminais.

Assim, considerando inicialmente o domínio do tempo e a linha monofásica da Figura 31 – representada tipicamente por um modelo de cabos infinitamente longos –, podem-se estabelecer as relações

$$\begin{aligned} -\frac{dv(x,t)}{dx} &= R \cdot i(x,t) + L \cdot \frac{di(x,t)}{dt} \\ -\frac{di(x,t)}{dx} &= G \cdot v(x,t) + C \cdot \frac{dv(x,t)}{dt} \end{aligned} \quad (63)$$

onde $v(x,t)$ e $i(x,t)$ são a tensão transversal e a corrente longitudinal da linha. As grandezas R , L , G e C são a resistência e a indutância longitudinais e a condutância e capacitância transversais.

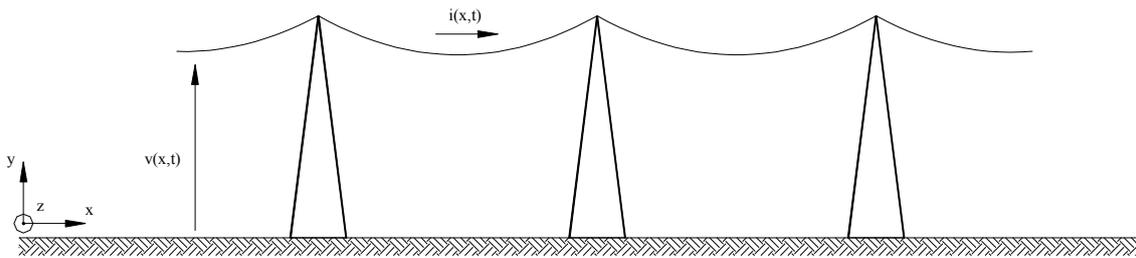


Figura 31 – Tensão e corrente numa linha de transmissão.

Transformando (63) para o domínio da frequência, passa-se a ter

$$\begin{aligned} -\frac{dV(x)}{dx} &= (R + j \cdot \omega \cdot L) \cdot I(x) \\ -\frac{dI(x)}{dx} &= (G + j \cdot \omega \cdot C) \cdot V(x) \end{aligned} \quad (64)$$

onde ω é a frequência angular do sinal senoidal considerado na expansão $v(x,t) = \text{Re}\{V(x) \cdot e^{j \cdot \omega t}\}$ ou $v(x,t) = \text{Im}\{V(x) \cdot e^{j \cdot \omega t}\}$. Se $v(x,t)$ não for senoidal de frequência angular ω , a equação (64) pode ser utilizada em conjunto com o teorema de Fourier. Alternativamente, a transformação para o domínio da frequência pode ser feita no domínio s com a transformação de Laplace.

É a partir de (64) que surgem os conceitos de impedância longitudinal e admitância transversal discutidos no capítulo 2, relacionando-as com as grandezas R , L , G e C da forma

$$\begin{aligned} Z(\omega) &= R + j \cdot \omega \cdot L \\ Y(\omega) &= G + j \cdot \omega \cdot C \end{aligned} \quad (65)$$

Destaca-se que, em geral, R , L , G e C são também dependentes da frequência. A solução do sistema de equações diferenciais em (64) empregando a definição (65) conduz a

$$\begin{aligned} V(x) &= V_r \cdot \cosh(\gamma \cdot x) + Z_c \cdot I_r \cdot \sinh(\gamma \cdot x) \\ I(x) &= V_r \cdot \frac{1}{Z_c} \cdot \sinh(\gamma \cdot x) + I_r \cdot \cosh(\gamma \cdot x) \end{aligned} \quad (66)$$

onde V_r e I_r são as representações complexas da tensão e corrente no extremo receptor da linha, x é uma distância genérica contada a partir deste extremo e

$$\begin{aligned} Z_c &= \sqrt{\frac{Z}{Y}} \\ \gamma &= \sqrt{Z \cdot Y} \end{aligned} \quad (67)$$

Z_c é denominada impedância característica e γ é a constante de propagação da linha. Definindo d como o comprimento total da mesma e fazendo $x = d$ em (66), calculam-se $V(x)$ e $I(x)$ no extremo gerador da mesma, dando a estas variáveis a denominação de V_s e I_s , respectivamente. Logo,

$$\begin{aligned} V_s &= V_r \cdot \cosh(\gamma \cdot d) + Z_c \cdot I_r \cdot \sinh(\gamma \cdot d) \\ I_s &= V_r \cdot \frac{1}{Z_c} \cdot \sinh(\gamma \cdot d) + I_r \cdot \cosh(\gamma \cdot d) \end{aligned} \quad (68)$$

4.1.2. MATRIZES EQUIVALENTES

A solução das equações das linhas de transmissão representada pelas expressões (68) é comumente representada em forma matricial, o que resulta em

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma \cdot d) & Z_c \cdot \sinh(\gamma \cdot d) \\ \frac{1}{Z_c} \cdot \sinh(\gamma \cdot d) & \cosh(\gamma \cdot d) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix} \quad (69)$$

A matriz quadrada em (69) relaciona as grandezas no extremo gerador com as correspondentes no extremo receptor, sendo a base para a representação da linha como um quadripólo

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix}, \quad (70)$$

onde A, B, C e D são definidos por associação com (69). Para as linhas de transmissão, assim como para a grande maioria dos elementos de sistemas de potência, vale a relação

$$A \cdot D - B \cdot C = 1. \quad (71)$$

Os quadripólos são especialmente úteis na formação de uma cascata de linhas entre dois pontos “a” e “e”, passando pelos pontos intermediários “b”, “c” e “d”, quando tem-se

$$\begin{bmatrix} V_a \\ I_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_3 & B_3 \\ C_3 & D_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_4 & B_4 \\ C_4 & D_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_d \\ I_d \end{bmatrix}. \quad (72)$$

Os pontos “b”, “c” e “d” poderiam ser, por exemplo, pontos de transposição após 1/6, 1/2 e 5/6 do comprimento da linha. Neste trabalho, uma matriz de quadripólo como a de (70) será denominada genericamente “imitância”, juntamente com a letra **W**.

Em linhas multifásicas, toda a formulação acima continua válida, com a necessidade de ajustes dimensionais, conforme o resumo

$$\begin{aligned} \mathbf{V}(x) &= \cosh(\boldsymbol{\gamma} \cdot x) \cdot \mathbf{V}_r + [\mathbf{Z}_c \sinh(\boldsymbol{\gamma} \cdot x)] \cdot \mathbf{I}_r \\ \mathbf{I}(x) &= [\mathbf{Z}_c^{-1} \cdot \sinh(\boldsymbol{\gamma} \cdot x)] \cdot \mathbf{V}_r + \cosh(\boldsymbol{\gamma} \cdot x) \cdot \mathbf{I}_r \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\gamma} &= \sqrt{\mathbf{Z} \cdot \mathbf{Y}} \\ \mathbf{Z}_c &= \mathbf{Y}^{-1} \cdot \boldsymbol{\gamma} \end{aligned} \quad (73)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_s \\ \mathbf{I}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\boldsymbol{\gamma} \cdot d) & \mathbf{Z}_c \cdot \sinh(\boldsymbol{\gamma} \cdot d) \\ \mathbf{Z}_c^{-1} \cdot \sinh(\boldsymbol{\gamma} \cdot d) & \cosh(\boldsymbol{\gamma} \cdot d) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{V}_r \\ \mathbf{I}_r \end{bmatrix} = \mathbf{W} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{V}_r \\ \mathbf{I}_r \end{bmatrix}.$$

É importante notar que a matriz **W** tem dimensão igual ao dobro do número de condutores restantes após a eliminação – ou não – dos subcondutores e dos cabos pararraios. Embora os termos hiperbólicos possam ser calculados por exponenciais – e

estas expandidas em séries com convergência rápida –, pode-se evitar este tipo de operação matricial lançando-se mão do domínio modal na determinação de \mathbf{W} .

Neste domínio, tensões e correntes são desacopladas, isto é, a tensão em um modo só depende da corrente naquele modo. Ressalta-se que uma linha de n fases possui, genericamente, n modos diferentes, cujas tensões e correntes são dadas por

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_{abc} &= \mathbf{T}_v \cdot \mathbf{V}_{123} \\ \mathbf{I}_{abc} &= \mathbf{T}_i \cdot \mathbf{I}_{123}\end{aligned}\quad (74)$$

onde \mathbf{T}_v e \mathbf{T}_i são matrizes formadas pelos autovetores de $\mathbf{Z} \cdot \mathbf{Y}$ e $\mathbf{Y} \cdot \mathbf{Z}$, respectivamente, e grandezas com índices abc estão em componentes de fase, enquanto as com índices 123 estão em componentes de modo [38].

Cabe lembrar que as matrizes de impedâncias longitudinais e de admitâncias transversais em componentes de modo, dadas por

$$\begin{aligned}\mathbf{Z}_{123} &= \mathbf{T}_v^{-1} \cdot \mathbf{Z} \cdot \mathbf{T}_i \\ \mathbf{Y}_{123} &= \mathbf{T}_i^{-1} \cdot \mathbf{Y} \cdot \mathbf{T}_v\end{aligned}\quad (75)$$

são diagonais, o que reflete o desacoplamento. Os n autovalores de $\mathbf{Z} \cdot \mathbf{Y}$ (ou $\mathbf{Y} \cdot \mathbf{Z}$), correspondem ao quadrado das constantes de propagação de cada modo γ_k , $k = \{1, \dots, n\}$, que não devem ser confundidos com a matriz de constantes de propagação $\boldsymbol{\gamma}$ de (78).

Com estas ferramentas, os valores **ABCD** de \mathbf{W} podem ser dados por

$$\begin{aligned}\mathbf{A} &= \mathbf{T}_v \cdot \text{diag}[\cosh(\gamma_k \cdot d)] \cdot \mathbf{T}_v^{-1} \\ \mathbf{B} &= \mathbf{Y}^{-1} \cdot \mathbf{T}_i \cdot \text{diag}[\gamma_k \cdot \sinh(\gamma_k \cdot d)] \cdot \mathbf{T}_i^{-1} \\ \mathbf{C} &= \mathbf{Z}^{-1} \cdot \mathbf{T}_v \cdot \text{diag}[\gamma_k \cdot \sinh(\gamma_k \cdot d)] \cdot \mathbf{T}_v^{-1} \\ \mathbf{D} &= \mathbf{T}_i \cdot \text{diag}[\cosh(\gamma_k \cdot d)] \cdot \mathbf{T}_i^{-1}\end{aligned}\quad (76)$$

onde $\text{diag}[]$ é uma matriz diagonal de dimensão n cujos elementos são o conteúdo dentro dos colchetes. Note-se que **ABCD** estão em componentes de fase, tendo o domínio modal sido utilizado apenas no cálculo das constantes de propagação. Por fim, a propriedade (71) no caso multifásico toma a forma

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{D}^T - \mathbf{B} \cdot \mathbf{C}^T = \mathbf{1}, \quad (77)$$

onde $\mathbf{1}$ é a matriz identidade.

A matriz de imitâncias \mathbf{W} apresentada em (73) corresponde a uma solução de (64) e, conseqüentemente – após uma conversão para o domínio do tempo –, de (63). Há ainda outras formas de apresentação desta solução, convenientes em alguns estudos, como manipulações em \mathbf{W} ou um circuito equivalente para a solução de problemas envolvendo outros elementos de circuitos ou mesmo outras linhas de transmissão.

Destaca-se aqui a transformação de \mathbf{W} na matriz de admitâncias nodais \mathbf{Y}_{bus} que, em vez de relacionar as grandezas nos terminais gerador e receptor, relaciona tensões e correntes injetadas nos terminais. Com alguma manipulação algébrica pode se obter \mathbf{Y}_{bus} a partir de (73):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_s \\ \mathbf{I}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_c \cdot \coth(\gamma \cdot d) & -\mathbf{Y}_c \cdot \operatorname{csch}(\gamma \cdot d) \\ -\mathbf{Y}_c \cdot \operatorname{csch}(\gamma \cdot d) & \mathbf{Y}_c \cdot \coth(\gamma \cdot d) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{V}_s \\ \mathbf{V}_r \end{bmatrix}, \quad (78)$$

onde a matriz \mathbf{Y}_c é a admitância característica da linha, correspondente à inversa de \mathbf{Z}_c . Utilizando novamente as constantes de propagação dos modos γ_k , pode-se escrever

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_c \cdot \coth(\gamma \cdot d) &= \left(\mathbf{Z} \cdot \mathbf{T}_v \cdot \operatorname{diag}[\gamma_k \cdot \coth(\gamma_k \cdot d)] \cdot \mathbf{T}_v^{-1} \right)^{-1} \\ -\mathbf{Y}_c \cdot \operatorname{csch}(\gamma \cdot d) &= \left(\mathbf{Z} \cdot \mathbf{T}_v \cdot \operatorname{diag}[\gamma_k \cdot \operatorname{csch}(\gamma_k \cdot d)] \cdot \mathbf{T}_v^{-1} \right)^{-1}. \end{aligned} \quad (79)$$

4.1.3. CIRCUITOS EQUIVALENTES

No início deste capítulo mencionou-se que a principal tarefa nesta fase da pesquisa era a determinação das matrizes de admitância nodal das linhas de transmissão. As discussões e expressões do item anterior são suficientes para a modelagem das linhas utilizando as formulações que consideram condutores infinitos.

Para modelos baseados nas formulações para eletrodos finitos, os conceitos de \mathbf{Z}_c , \mathbf{Y}_c e γ_k , tais como foram apresentados, não são de compreensão imediata. Neste caso, é conveniente uma abordagem ligeiramente diferente, a partir de um circuito equivalente para linhas de transmissão. Sendo assim, calcula-se uma matriz \mathbf{Z} e \mathbf{Y} para um sistema de condutores de comprimento L , dispostos conforme uma geometria pré-estabelecida (como a ilustrada na Figura 16, por exemplo) e sendo Z_{ij} e Y_{ij} impedâncias e admitâncias próprias e mútuas dadas pelas expressões do item 2.1.2. É importante ressaltar também que este comprimento deve ser suficientemente pequeno para manter

válidas as condições de aplicabilidade das expressões apresentadas naquele item. Tipicamente, isto corresponde a obedecer à propriedade

$$|k_0 \cdot L| \ll 1, \quad (80)$$

onde k_0 é a constante de propagação no ar. Como k_0 é função direta da frequência, nota-se que L diminui com o aumento desta. Outro critério que pode ser utilizado é que a menor dimensão representada no circuito deve ser muito menor que um quarto do comprimento de onda da maior frequência de interesse [39], [40]. Em seguida, representa-se o sistema por um circuito equivalente tipo “ π ” (dois ramos verticais separados por um ramo horizontal) ou “T” (dois ramos horizontais separados por um ramo vertical), que relaciona tensões e correntes nos terminais. O circuito tipo “ π ” está representado na Figura 32.

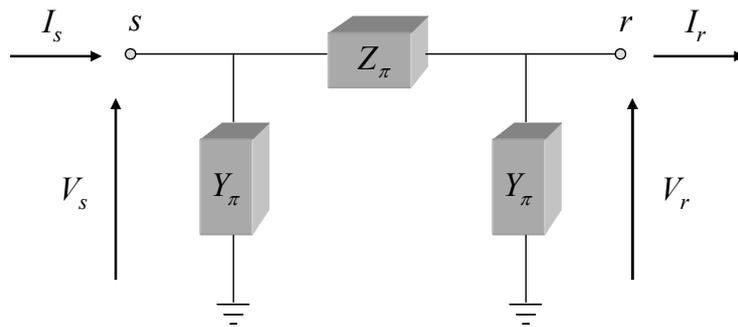


Figura 32 – Circuito π -equivalente de uma linha.

Para condutores finitos representados por suas matrizes \mathbf{Z} e \mathbf{Y} , os parâmetros \mathbf{Z}_π e \mathbf{Y}_π são dados por

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_\pi &= \mathbf{Z} \\ \mathbf{Y}_\pi &= \frac{\mathbf{Y}}{2} \end{aligned} \quad (81)$$

Utilizando raciocínio semelhante ao que foi feito em (73), pode-se relacionar as grandezas em um terminal com as do outro no circuito π por

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_s \\ \mathbf{I}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} + \frac{\mathbf{Z} \cdot \mathbf{Y}}{2} & \mathbf{Z} \\ \frac{\mathbf{Y}}{2} \cdot \left(2 + \frac{\mathbf{Z} \cdot \mathbf{Y}}{2}\right) & \mathbf{1} + \frac{\mathbf{Y} \cdot \mathbf{Z}}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{V}_r \\ \mathbf{I}_r \end{bmatrix} = \mathbf{W} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{V}_r \\ \mathbf{I}_r \end{bmatrix}, \quad (82)$$

onde $\mathbf{1}$ é novamente a matriz identidade. Por fim, calcula-se a cascata (associação série) de vários destes circuitos, até o comprimento d total que se deseja modelar. Isto corresponde a multiplicar sucessivamente a matriz \mathbf{W} , d/L vezes, obtendo-se

$$\mathbf{W}_{tot} = \left[\begin{array}{cc} \mathbf{1} + \frac{\mathbf{Z} \cdot \mathbf{Y}}{2} & \mathbf{Z} \\ \frac{\mathbf{Y}}{2} \cdot \left(2 + \frac{\mathbf{Z} \cdot \mathbf{Y}}{2} \right) & \mathbf{1} + \frac{\mathbf{Y} \cdot \mathbf{Z}}{2} \end{array} \right]^{\frac{d}{L}} \quad (83)$$

Uma opção interessante seria escolher L de modo que d/L seja uma potência de 2, o que reduz sensivelmente o número de produtos matriciais a serem calculados [41].

Por fim, para a obtenção da matriz \mathbf{Y}_{bus} a partir das matrizes \mathbf{ABCD} de \mathbf{W}_{tot} , podem ser utilizadas as seguintes propriedades

$$\mathbf{Y}_{bus} = \left[\begin{array}{cc} \mathbf{D} \cdot \mathbf{B}^{-1} & \mathbf{C} - \mathbf{D} \cdot \mathbf{B}^{-1} \cdot \mathbf{A} \\ -\mathbf{B}^{-1} & \mathbf{B}^{-1} \cdot \mathbf{A} \end{array} \right] \quad (84)$$

É precisamente esta propriedade que foi utilizada para a transformação de \mathbf{W} em \mathbf{Y}_{bus} em (78).

4.1.4. IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

Até este ponto do trabalho, foram discutidos somente aspectos teóricos, sem envolver diretamente as simulações computacionais às quais os modelos em desenvolvimento se prestarão. Neste item, passa-se às diversas questões a respeito da implementação dos modelos em ATP e simuladores semelhantes. Também aqui apresentam-se as primeiras simulações com os modelos desenvolvidos neste trabalho.

O primeiro ponto que merece destaque é exatamente o fato de que toda a metodologia discutida até aqui pode ser diretamente programada não apenas no ATP, mas em qualquer simulador no domínio do tempo que utiliza passo fixo, integração trapezoidal e que permite a concepção de modelos definidos pelo usuário. Dentre eles, destaca-se o PSCAD/EMTDC.

No ATP, modelos criados pelo usuário podem ser representados pela linguagem MODELS ou TACS, sendo a segunda, em princípio, inadequada à modelagem aqui proposta. A linguagem MODELS é bastante mais flexível e poderosa

que a TACS, possuindo estrutura semelhante a linguagens de programação de uso difundido como FORTRAN e C. Por esta razão, foi escolhida para os modelos de elementos a partir da matriz \mathbf{Y}_{bus} . Como será visto no próximo capítulo, a linguagem TACS será conveniente na modelagem do arco secundário.

Basicamente a linguagem MODELS pode funcionar de duas formas distintas: (i) recebendo como entrada sinais medidos no circuito e fornecendo saídas a elementos controláveis externamente como fontes ou resistores, por exemplo; (ii) em conjunto com o elemento não-linear 94, nos modos de Thèvenin, Norton e iterativo. Os modos Thèvenin e iterativo da opção (ii) são resolvidos simultaneamente com o resto do circuito, enquanto o modo Norton e a opção (i) introduzem um passo de integração de atraso entre a solução do circuito e a solução do modelo definido pelo usuário [42].

Conforme discutido no item 3.1, o modelo proposto recebe como entrada as tensões nos terminais do elemento e fornece como saída as correntes injetadas nestes mesmos terminais, de acordo com (41) e a Figura 29. Deste modo, é direta a associação deste tipo de modelo com o modo Norton. Neste trabalho, optou-se pela troca de informações entre o circuito e o novo modelo, o que conduz exatamente aos mesmos resultados da utilização do elemento 94 operando em modo Norton, inclusive o atraso de um passo de integração em relação às grandezas do restante do circuito. Como se verá um pouco mais adiante neste item, este atraso pode desempenhar papel expressivo no funcionamento dos modelos desenvolvidos.

Outro ponto a se destacar é o fato de que as correntes podem ser calculadas por programação em linguagem nativa MODELS ou por meio de uma função externa escrita em C ou FORTRAN, por exemplo. Ambas as possibilidades foram investigadas, considerando-se primeiramente uma linha de transmissão monofásica com dois terminais. A seção “EXEC” do código em linguagem MODELS para linhas monofásicas encontra-se na Figura 33.

```

EXEC
  i1:=0
  FOR k:= 1 TO 4*np-1 BY 2
  DO
    IF (k<2*np) THEN
      x1[k]:=alpha[k]*delay(x1[k], timestep)-alpha[k+1]*delay(x1[k+1], timestep)+
delay(v1, timestep)
    ELSE
      x1[k]:=alpha[k]*delay(x1[k], timestep)-alpha[k+1]*delay(x1[k+1], timestep)+
delay(v2, timestep)
    ENDIF
    x1[k+1]:=alpha[k]*delay(x1[k+1], timestep)+alpha[k+1]*delay(x1[k], timestep)
    i1:=i1-(c[k]*x1[k]-c[k+1]*x1[k+1])
  ENDFOR
  i2:=0
  FOR k:= 1 TO 4*np-1 BY 2
  DO
    IF (k<2*np) THEN
      x2[k]:=alpha[k]*delay(x2[k], timestep)-alpha[k+1]*delay(x2[k+1], timestep)+
delay(v2, timestep)
    ELSE
      x2[k]:=alpha[k]*delay(x2[k], timestep)-alpha[k+1]*delay(x2[k+1], timestep)+
delay(v1, timestep)
    ENDIF
    x2[k+1]:=alpha[k]*delay(x2[k+1], timestep)+alpha[k+1]*delay(x2[k], timestep)
    i2:=i2-(c[k]*x2[k]-c[k+1]*x2[k+1])
  ENDFOR
ENDEXEC

```

Figura 33 – Código em linguagem MODELS para linhas monofásicas.

Neste código, np é o número de pólos total do ajuste de \mathbf{Y}_{bus} por *vector fitting*. Como mencionado anteriormente, as variáveis complexas são representadas por vetores de dimensão 2. A função $delay(x, y)$ fornece o valor da variável x num intervalo de tempo $t-y$, onde t é o instante atual de simulação. As constantes $alpha$ e c foram declaradas em um arquivo-texto, incluído no modelo por meio de um comando `$INCLUDE`.

Deixando-se temporariamente de lado aspectos específicos do ajuste de \mathbf{Y}_{bus} e enfocando o desempenho computacional do programa, uma simulação de 20 ms do transitório de energização da linha a partir de uma fonte CC de 1 V [43] com passo de integração de $0,5 \mu s$ foi demasiadamente lenta. Em um computador de mesa com processador AMD Athlon64 X2 de 2,4 GHz, 4 GB de memória RAM e sistema operacional Windows Vista 32 bits, o tempo gasto pela simulação foi de 97,0 s.

Além disso, a alocação de memória para as variáveis cujos valores históricos precisam ser resgatados foi tão grande que inviabilizou o passo seguinte de se modelar a linha trifásica. Por estes motivos, a programação em linguagem nativa MODELS foi abandonada, passando-se à utilização de funções externas. Dentre as linguagens de mais fácil utilização com a linguagem MODELS estão o FORTRAN e o C, tendo sido esta

última a adotada neste trabalho. Reforça-se que o FORTRAN também poderia ter sido utilizado, sendo a escolha pelo C motivada pela existência de pesquisas recentes sobre modelos criados pelo usuário em ATP [44].

A utilização de funções externas em ATP requer a compilação de uma versão modificada (MYTPBIG.EXE) do arquivo executável do ATP (TPBIG.EXE) contendo as funções que se deseja utilizar. Embora não seja escopo deste trabalho o detalhamento de todo o procedimento de compilação, o Apêndice contém uma listagem dos arquivos MAKEFILE, FGNMOD.F e MODELO.C, este último contendo a função externa a ser executada.

Com o uso de funções externas, o uso da linguagem MODELS fica restrito somente à declaração de variáveis e à chamada da função, conforme o trecho de código na Figura 34, válido para a linha monofásica.

```
MODEL LTMono
DATA np
INPUT v1,v2
OUTPUT i1,i2
VAR i1,i2
    i[1..2]

FUNCTION f1 FOREIGN ATP_MONO {ixarg:3}

EXEC
    i[1..2] := f1(np,v1,v2)
    i1:=i[1]
    i2:=i[2]
ENDEXEC
```

Figura 34 – Código em linguagem MODELS com chamada a *foreign function*.

Observe-se que, neste caso, todas as variáveis estão definidas em C, inclusive as variáveis de estado e os coeficientes α e c . Com isto, o tempo de execução do mesmo transitório de energização foi reduzido para somente 0,3 s.

Para efeito de comparação entre os resultados obtidos com o modelo concebido nesta pesquisa e o modelo tipo JMarti do ATP, considere-se a linha de transmissão monofásica apresentada anteriormente na Figura 5, com somente um cabo condutor tipo ACSR 4/0 AWG suspenso a 6,5 m da superfície do solo (modelado somente pela sua condutividade, de valor igual a $5 \cdot 10^{-3}$ S/m, já que nos modelos atualmente presentes no ATP, não é possível modelar a permissividade do solo, nem mesmo variações na condutividade).

Embora a energização de uma linha com uma fonte CC de 1 V diretamente em seu terminal gerador se afaste da realidade, o exemplo tem valor didático tendo em vista que permite a utilização de grande parte do espectro de frequências da modelagem.

A matriz Y_{bus} da linha foi calculada ao longo de um espectro de frequências desde 10^{-1} até 10^5 Hz, num total de 1.000 pontos (200 pontos espaçados logaritmicamente em toda a faixa somados a 800 pontos espaçados linearmente entre 10^3 e 10^5 Hz), um processo que demorou pouco mais de 5 s. O ajuste por *vector fitting* desta matriz foi feito com 150 pólos, sendo 16 reais e 134 complexos, e demorou ao todo 19 s: 9 s para o ajuste e 10 s para a verificação da passividade. O erro quadrático médio do ajuste foi de $1,031 \cdot 10^{-8}$.

Os comportamentos das funções Y_{11} e Y_{12} em função da frequência são apresentados na Figura 35 – gerada com o MATLAB, versão 7.6.0 para Windows –, juntamente com os resultados do ajuste passivo (em cinza).

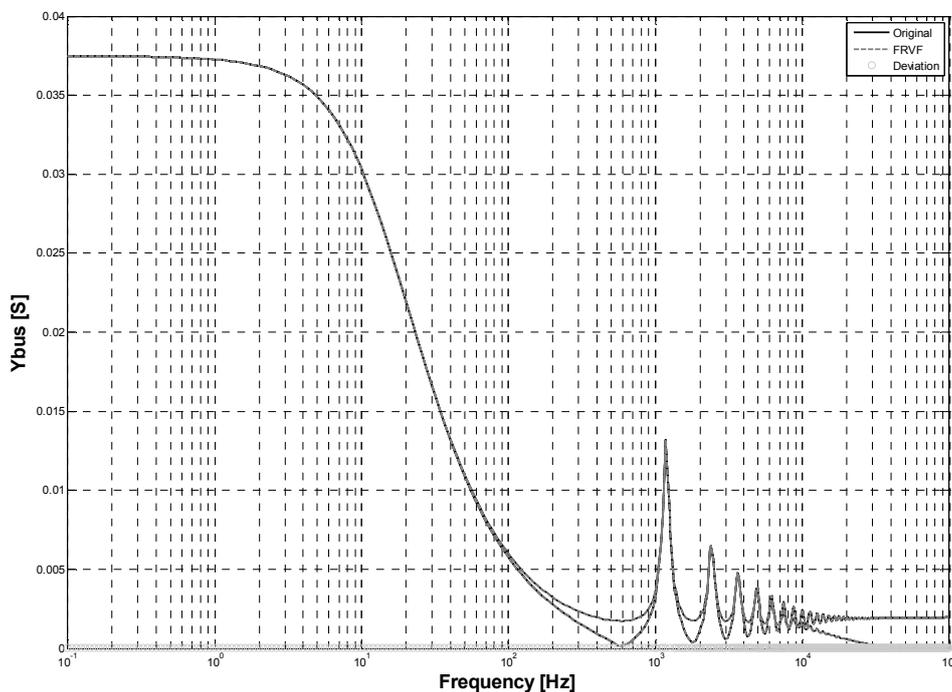


Figura 35 – Ajuste passivo de Y_{bus} em uma linha monofásica.

Neste primeiro ajuste, análises da sensibilidade a alterações em alguns parâmetros foram realizadas, relatando-se as seguintes conclusões:

- os pólos iniciais \bar{p}_k foram considerados complexos e linearmente espaçados no espectro de frequências considerado;
- houve 2 intervalos de violação de passividade, ambos nos autovalores da parte real de \mathbf{Y}_{bus} . Duas iterações foram suficientes para removê-los, causando uma discrepância máxima de $6,709 \cdot 10^{-7}$ no ajuste passivo, em relação ao ajuste não-passivo;
- os pesos a serem aplicados no processo de ajuste foram todos iguais à unidade. Trata-se da opção que, em todos os casos executados nesta tese, produz o menor erro quadrático médio de ajuste. Pesos inversamente proporcionais ao módulo, por exemplo, ajustam melhor os menores valores de \mathbf{Y}_{bus} , deixando os maiores – os que mais contribuem para o erro RMS – com maior erro.

O resultado obtido para a tensão no terminal receptor da linha monofásica (cujo comprimento foi considerado igual a 100 km) em vazio encontra-se na Figura 36. A linha em preto corresponde à simulação com o modelo JMarti do ATP, com ajuste na mesma faixa de frequências proposta para o novo modelo, enquanto a linha em cinza corresponde à simulação com o modelo apresentado neste trabalho.

Como se pode observar, há um ligeiro atraso do novo modelo em relação ao modelo padrão do ATP, mais evidente a partir da metade da simulação. A fim de aprofundar a investigação, a simulação foi realizada também no programa Mathematica, com as mesmas expressões (e mesmos coeficientes) programadas em C, resultando no mesmo atraso. Neste caso em particular, portanto, não se pode atribuir o atraso à defasagem de um passo de integração do ATP.

Adicionalmente, neste exemplo, o cálculo dos parâmetros unitários foi feito pela formulação convencional, isto é, impedância longitudinal pelo método do plano complexo de retorno e admitância transversal pelos coeficientes de potencial, o que também elimina discrepâncias de modelagem.

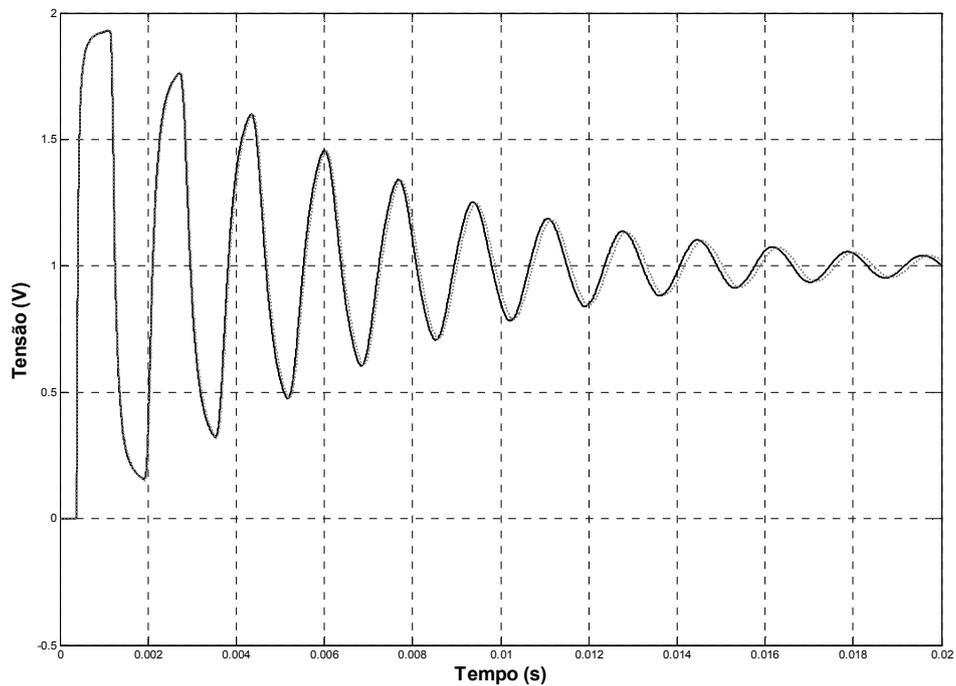


Figura 36 – Energização de uma linha monofásica.

Uma análise adicional pode ser feita a partir da comparação entre os resultados do modelo desenvolvido neste trabalho com o de [24], no qual foi desenvolvida uma metodologia robusta e genérica para a avaliação de transitórios eletromagnéticos produzidos por descargas atmosféricas, tanto no domínio do tempo quanto da frequência. Para isto, considere-se a situação descrita no item 4.5.1 daquela referência, cujos dados são repetidos aqui por facilidade de referência.

Trata-se do cálculo das tensões terminais de um cabo condutor horizontal de alumínio com 1,0 km de comprimento, 50 mm de diâmetro, suspenso a uma altura de 20,0 m em relação ao solo e alimentado por uma fonte de corrente em seu extremo receptor, cuja forma de onda – ilustrada na Figura 37 e em (85) – representa a onda de uma descarga atmosférica.

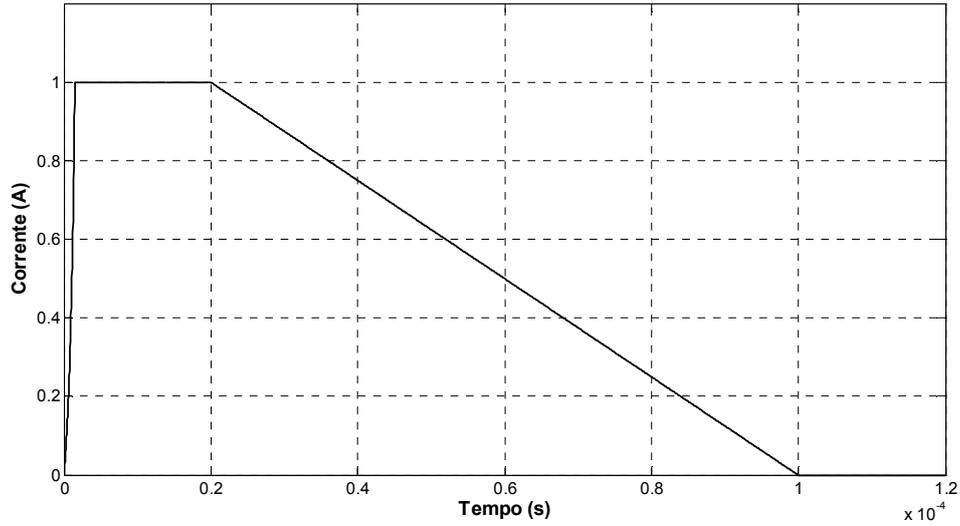


Figura 37 – Fonte de corrente injetada no extremo emissor da LT.

$$i(t) = \begin{cases} I_0 \cdot \frac{e^{\frac{\alpha \cdot t}{t_f}} - 1}{e^{\alpha} - 1} & \text{para } t \leq t_f \\ I_0 & \text{para } t_f < t \leq t_1 \\ I_0 \cdot \frac{t - t_2}{t_1 - t_2} & \text{para } t_1 < t \leq t_2 \\ 0 & \text{para } t > t_2 \end{cases} \quad (85)$$

Nesta simulação, foram utilizados os valores $I_0 = 1$ A, $\alpha = 2$, $t_f = 1,5$ μ s, $t_1 = 20$ μ s e $t_2 = 100$ μ s. No terminal receptor, há uma resistência cujo valor foi considerado igual a (a) 221 Ω ; (b) 442 Ω ; e (c) 663 Ω . Tais valores correspondem a, aproximadamente, 0,5, 1,0 e 1,5 vezes a impedância de onda do cabo. O solo, por sua vez, foi modelado de acordo com (34), sendo aqui $\sigma_0 = 0,0005$ S/m, $\Delta i = 0,01171$ S/m, $\alpha = 0,706$.

A Figura 38 e a Figura 39 apresentam os resultados obtidos em [24] para os três valores de resistência, (a), (b) e (c).

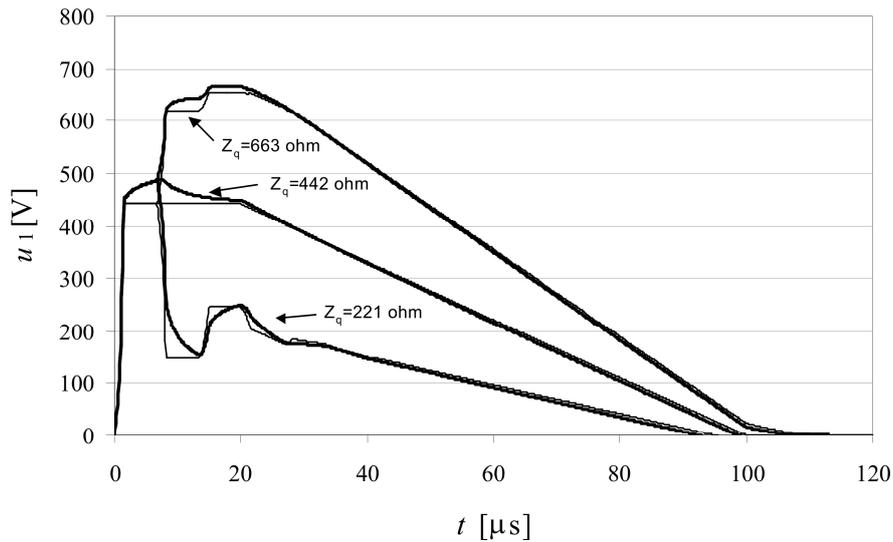


Figura 38 – Tensão no terminal emissor (obtida de [24]).

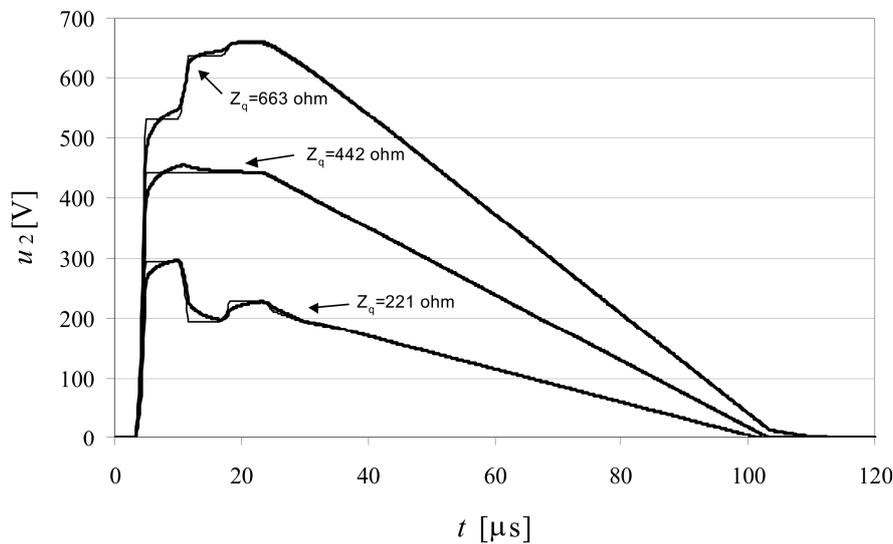


Figura 39 – Tensão no terminal receptor (obtida de [24]).

Tendo em vista a rápida dinâmica da onda injetada, utilizou-se uma modelagem com 1500 pontos, distribuídos em um espectro de frequência de 10^{-1} a 10^7 Hz, além de um total de 150 pólos, sendo 14 reais e 138 complexos. O erro médio quadrático obtido com esta configuração foi de $4,743 \cdot 10^{-5}$. A verificação de passividade detectou cinco violações, corrigindo-as e produzindo uma simulação convergente, conforme mostram a Figura 40 e a Figura 41.

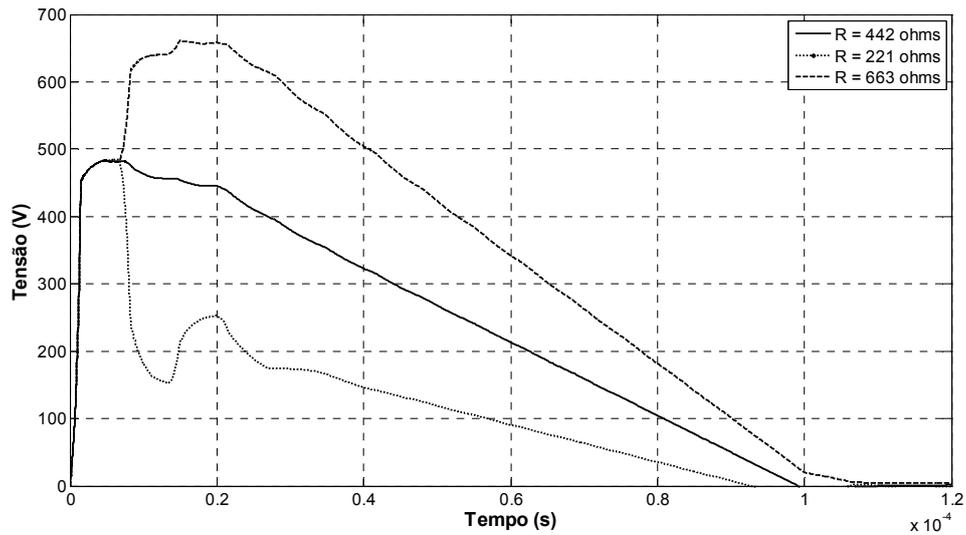


Figura 40 – Tensão no terminal emissor (modelo deste trabalho).

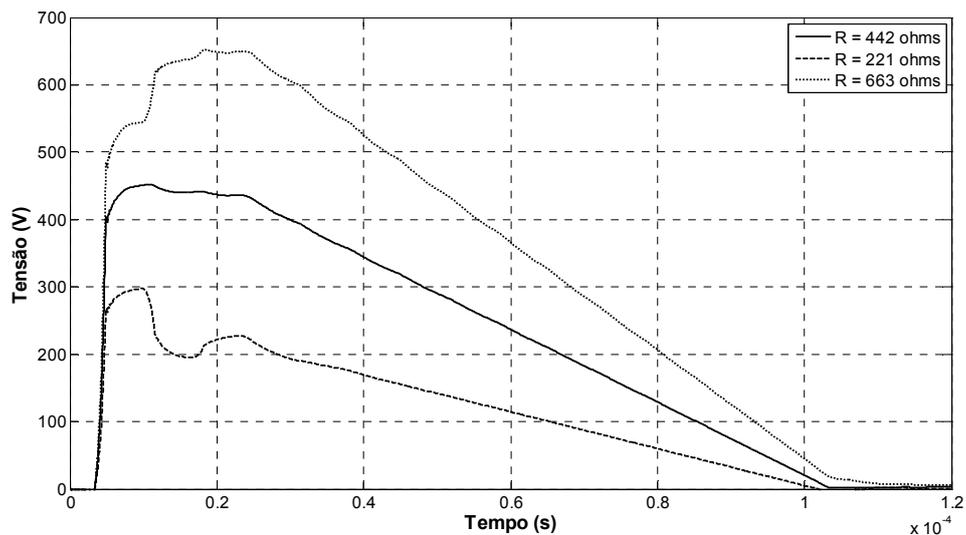


Figura 41 – Tensão no terminal receptor (modelo deste trabalho).

Como se pode observar comparando as figuras acima, a modelagem desenvolvida no âmbito deste trabalho produz resultados bastante coerentes com os apresentados em [24].

Embora corresponda a uma extensão do monofásico, o caso trifásico demanda maior esforço, tendo em vista a necessidade de ajuste em doze funções Y_{ij} ao invés de apenas duas. Neste caso, nota-se a necessidade de um ajuste bem mais rigoroso das

funções, com maior número de pólos numa faixa de frequências semelhante às da linha monofásica.

Seja, portanto, a linha trifásica cuja geometria é ilustrada pela Figura 42. Esta linha – aqui considerada com comprimento de 60 km – será utilizada daqui para a frente, neste capítulo e no capítulo 6 e possui quatro subcondutores ACSR 954 MCM, 45/7, Rail por fase, com dois cabos pararraios de aço galvanizado EHS 7 fios.

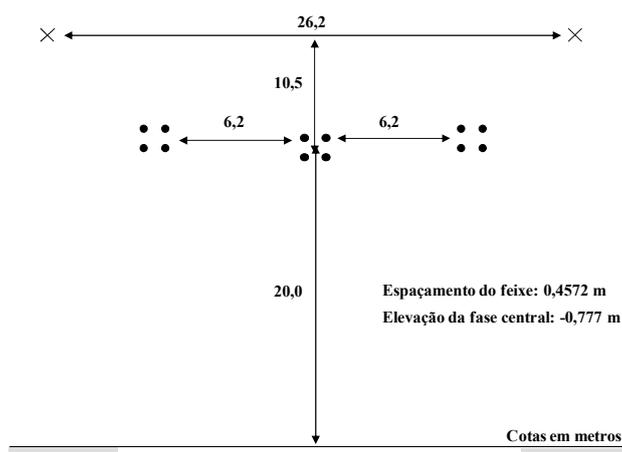


Figura 42 – Geometria de linha trifásica para estudo de energização.

O ajuste de Y_{bus} – mostrado na Figura 43 – foi feito na mesma faixa de frequências do caso monofásico (10^{-1} a 10^5 Hz, num total de 800 pontos), utilizando desta vez um total de 240 pólos, sendo 14 reais e 226 complexos. O processo durou ao todo pouco mais de 10 min (50 s para o ajuste e o resto para a verificação da passividade) e produziu um erro quadrático médio de $3,151 \cdot 10^{-7}$. O erro máximo causado pela verificação de passividade foi de $6,204 \cdot 10^{-6}$. Destaca-se que a verificação da passividade no caso trifásico não pôde ser executada em MATLAB versão 32 bits, devido a limitações nas dimensões máximas dos vetores. Foi necessário, neste caso, a execução do procedimento em ambiente 64 bits.

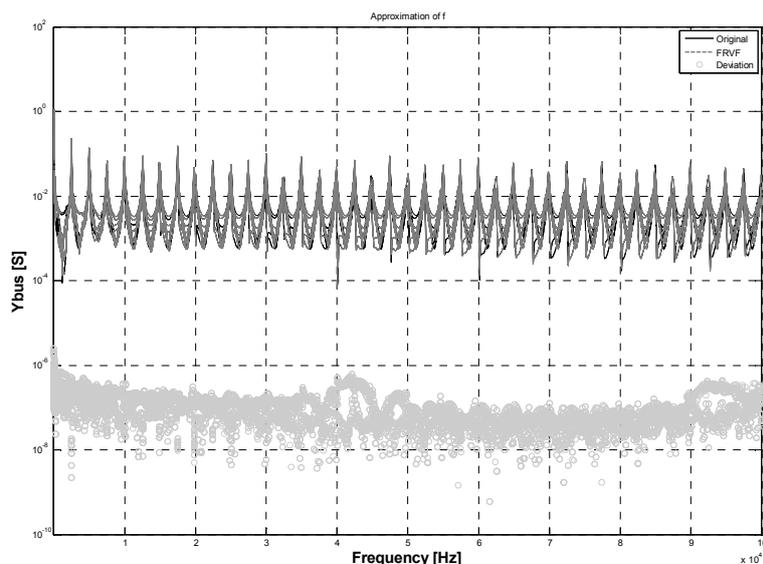


Figura 43 – Ajuste passivo de Y_{bus} em uma linha trifásica.

Nota-se também que o número de pólos de Y_{bus} é maior no caso trifásico que no monofásico, devido ao fato de que o número de modos da linha trifásica é maior que o da monofásica. Tipicamente, como já visto, há dois modos semelhantes (aéreos) e um distinto (modo terra), de forma que, para um mesmo comprimento de linha, esperam-se ajustes com pelo menos o dobro de pólos para a linha trifásica.

Outro detalhe é que a distribuição dos pólos é aproximadamente linear ao longo do espectro de frequências. Por este motivo, caso se pretendesse um ajuste até 10^6 Hz, em vez de 10^5 Hz, o número de pólos para um ajuste adequado seria bem maior; basta verificar que a largura da banda entre 10^5 e 10^6 Hz é de $9 \cdot 10^5$ Hz, bem maior que todo o espectro aqui ajustado. É importante recordar do capítulo 2, contudo, que o aumento da frequência faz a modelagem por meio da propagação de ondas planas se aproximar de seu limite de validade. Deste modo, neste trabalho, linhas baseadas na formulação para cabos infinitos serão modeladas somente até a frequência de 10^5 Hz; a partir deste ponto, serão utilizados os modelos de linha com base em eletrodos finitos.

Aproveitando-se desta discussão a respeito do espectro de frequências, pode-se agora finalmente lançar mais detalhes sobre a questão que havia ficado pendente no final do item 2.2.1. Naquele momento, optou-se por não decidir a respeito da utilização generalizada da formulação de D'Amore & Sarto para a determinação dos parâmetros unitários das linhas consideradas formadas por cabos condutores infinitos.

Como expresso em (78), Y_{bus} é calculada por meio de expressões hiperbólicas cujos argumentos são o produto $\gamma \cdot d$. Em tais funções, está implícito o cálculo de termos tipo $e^{\gamma d}$ e $e^{-\gamma d}$, que necessitam de uma infinidade de pólos em seu ajuste por frações parciais na frequência. Deste modo, quanto mais pronunciado for o argumento $\gamma \cdot d$ – e, conseqüentemente, os termos $e^{\gamma d}$ –, maior é a dificuldade em se conseguir um bom ajuste via *vector fitting*.

Assim, formulações que acentuam os termos exponenciais já naturalmente presentes em Y_{bus} tendem a dificultar a obtenção de bons ajustes, requerendo um aumento do número de pólos e/ou da resolução do espectro. De fato, o ajuste acima mencionado para a linha trifásica também se baseou na formulação convencional, uma vez que a formulação de D'Amore & Sarto conforme as expressões apresentadas no capítulo 2 não permitiram o ajuste nas mesmas condições; o erro RMS encontrado não foi inferior a $1 \cdot 10^{-2}$. Dificuldades de ajuste semelhantes ocorrem com a formulação de Portela para condutores finitos (naquele caso, contudo, já se havia optado pelas expressões de Ametani).

Portanto, quando da utilização de métodos de ajuste racionais, a decisão ou não pelo emprego de uma determinada formulação deve sempre vir acompanhada de uma reflexão a respeito dos termos exponenciais e dos recursos computacionais disponíveis.

Para finalizar esta análise e permitir uma definição a respeito da formulação a ser recomendada por esta pesquisa, fez-se uma investigação adicional a respeito da resposta desta linha trifásica à energização em aberto; considerou-se que seus parâmetros unitários foram calculados pelos métodos convencional e de D'Amore/Sarto, a fim de se estabelecer as discrepâncias entre as modelagens agora no domínio do tempo.

Reconhecendo a dificuldade do ajuste pelo *vector fitting*, lançou-se mão da transformada numérica de Laplace que, como mencionado, dispensa o ajuste e a verificação da passividade. A Figura 44 ilustra o procedimento, no qual uma entrada no domínio do tempo é transformada para o domínio da frequência e a saída é calculada neste mesmo domínio por uma função de transferência. Por fim, a saída no domínio do tempo é calculada pela transformada inversa de Laplace.

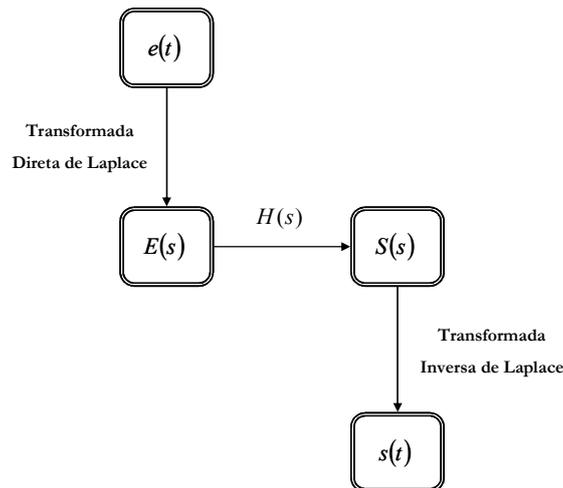


Figura 44 – Procedimento de cálculo de grandezas no domínio do tempo a partir da transformada de Laplace.

Se as expressões analíticas das variáveis de entrada são conhecidas, pode-se usar diretamente a transformação analítica de Laplace, dada por

$$E(s) = \int_0^{\infty} e(t) \cdot e^{-st} \cdot dt, \quad (86)$$

onde $e(t)$ é a função que representa a variável de entrada no domínio do tempo, $E(s)$ é sua transformada de Laplace e $s = c + j \cdot \omega$, sendo c uma constante. Já a transformação inversa da saída $S(s)$ deve ser numérica, uma vez que não se conhece sua expressão analítica. Neste caso, estabelecem-se as seguintes definições:

- N : número total de amostras;
- T : tempo total de observação;
- Δt : intervalo de tempo entre duas amostras consecutivas;
- ω_{\max} : máxima frequência considerada no espectro;
- $\Delta \omega$: passo de integração no domínio da frequência.

Supondo N par, são válidas as relações

$$T = N \cdot \Delta t, \quad (87)$$

$$\Delta\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} \text{ e} \quad (88)$$

$$\omega_{\max} = \frac{\pi}{\Delta t}. \quad (89)$$

Considerando ainda o teorema fundamental da amostragem, as grandezas de saída devem ser calculadas em $\frac{N}{2} + 1$ frequências diferentes, já que os demais $\frac{N}{2} - 1$ valores são os conjugados dos valores correspondentes na primeira metade do espectro, como ilustra a Figura 45.

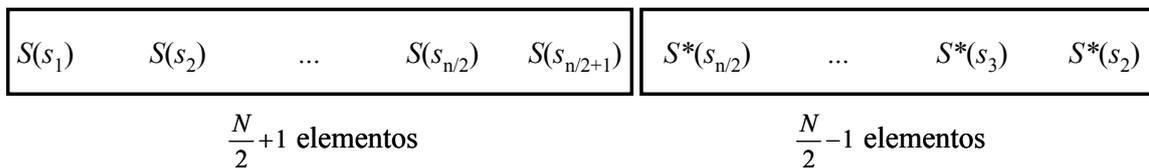


Figura 45 – Espectro de frequências das variáveis de saída.

Além disso, algumas técnicas [45] podem ser utilizadas para dar maior robustez aos resultados obtidos no domínio do tempo. Uma delas é a escolha adequada da constante c de forma a reduzir o efeito de *aliasing*. Nesta pesquisa, o valor utilizado foi igual a

$$c = \frac{\ln(N^2)}{T}, \quad (90)$$

proposto em [46], e cujo potencial de redução dos erros de *aliasing* é função dos valores de N e de T (para um determinado valor de T , reduz-se tanto mais o erro quanto mais aumenta-se N). Embora no âmbito deste trabalho o valor escolhido tenha tido bom desempenho, outros valores [47], [48] podem conduzir a melhores resultados em situações diferentes da aqui analisada.

Outra técnica passível de emprego é a utilização de uma função de enjanelamento para redução do efeito de Gibbs, resultante da escolha de um espectro de frequências finito. Dentre as funções de enjanelamento comumente aplicadas à análise e processamento de sinais, aplicou-se nesta pesquisa a função de Hann, dada por

$$W(n) = \frac{1}{2} \cdot \left[1 - \cos\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{n-1}{N-1}\right) \right], \quad (91)$$

com $n = \{1, 2, \dots, N\}$. Ressalta-se que, como a função de saída só é calculada para metade do espectro (ver Figura 45), a função $W(n)$ também só precisa ser calculada neste intervalo.

Após a adoção destas medidas, faz-se a transformação inversa numérica de Laplace, que pode ser expressa por

$$g(r) = \frac{e^{c \cdot t(r)}}{\Delta t} \cdot \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{N} \cdot \sum_{s=1}^N G(s) \cdot w(s) \cdot e^{j \frac{2 \cdot \pi \cdot (r-1) \cdot (s-1)}{N}} \right\}, \quad (92)$$

onde $r = \{1, 2, \dots, N\}$ e t é o vetor correspondente aos instantes de amostragem. Tendo em vista que o tempo total de observação T definido em (87) é o período considerado na transformação de Laplace, é importante destacar que seu valor deve ser suficientemente superior à duração do transitório observado para reduzir as oscilações numéricas no final da simulação.

A Figura 46 apresenta o resultado da comparação entre as respostas da linha em aberto para as modelagens convencional (linha preta) e de D'Amore/Sarto (linha cinza). Como se pode observar, as modelagens são bastante coincidentes e sendo difícil distinguir as discrepâncias pela análise da figura.

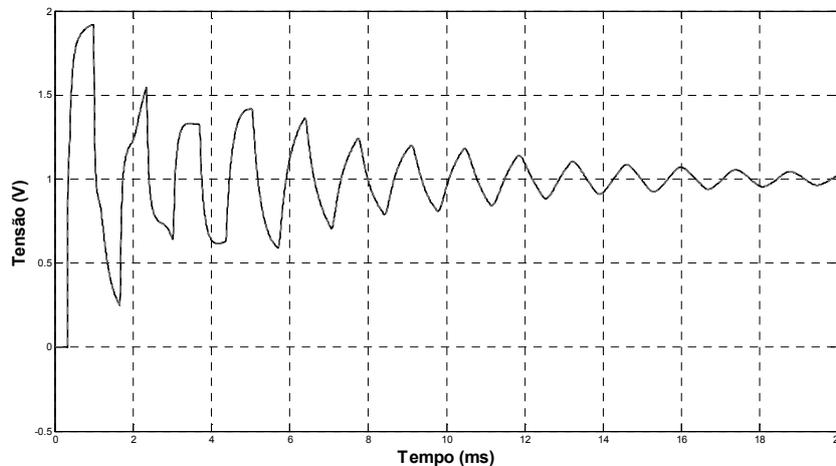


Figura 46 – Energização de uma linha trifásica modelada pelas formulações convencional e de D'Amore & Sarto.

Deste modo, pode-se concluir que ambas as modelagens são bastante coincidentes na faixa de frequências considerada (10^{-1} a 10^5 Hz), dando-se preferência nesta pesquisa, portanto, à formulação convencional.

Para concluir a simulação de comparação entre o modelo aqui desenvolvido e o padrão JMarti trifásico do ATP, a Figura 47 apresenta a tensão na fase B do extremo receptor da linha, energizada em vazio a partir de uma fonte CC de 1 V conectada à fase B do extremo gerador da mesma. A linha em preto indica o resultado da simulação com o modelo padrão do ATP, enquanto a cinza indica a simulação com o modelo proposto no âmbito deste trabalho.

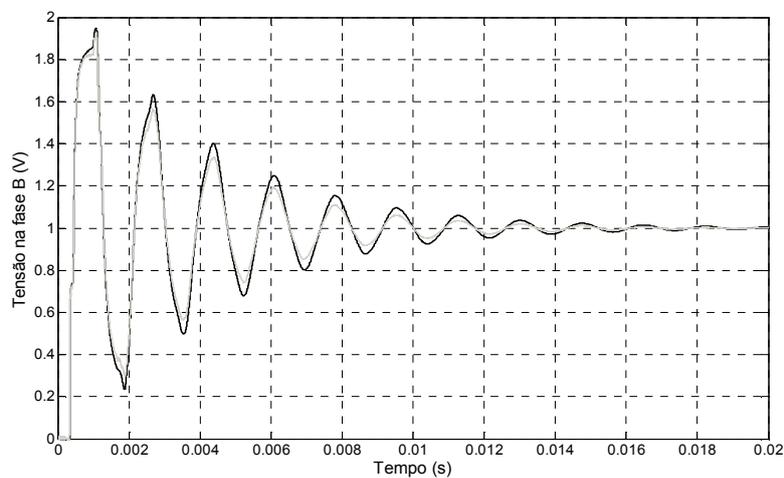


Figura 47 – Simulação da energização da linha trifásica.

Como se pode observar na figura, a defasagem do caso monofásico não ocorre no trifásico; em compensação, há uma ligeira diferença de amplitude entre as modelagens durante o período transitório, sendo a modelagem padrão em ATP a que apresenta maiores valores.

Para finalizar este item, aborda-se a implementação da modelagem da linha de transmissão a partir da formulação de eletrodos finitos de Ametani. Como já mencionado, esta formulação é útil para a modelagem de vão específicos das linhas, em uma faixa de frequências não atingida pelo modelo de cabos infinitos.

Um dos primeiros passos para a obtenção de \mathbf{Y}_{bus} neste caso é a definição do comprimento L dos segmentos nos quais o vão será dividido. Conforme (80), este

comprimento deve ser suficientemente pequeno para manter válidas as condições de aplicabilidade das expressões do item 2.1.2. Neste trabalho, considerou-se uma frequência máxima de ajuste de 10^7 Hz, tendo em vista a dinâmica do arco secundário. A título ilustrativo e para uma análise expedita de ordem de grandeza, considerando a propagação das ondas a uma velocidade de $3 \cdot 10^8$ m/s, o comprimento de onda na mais alta frequência de interesse seria igual a 30 m. Deste modo, definiu-se $L = 3$ m.

Assim, para um vão de 300 m, utilizando o circuito tipo π equivalente da Figura 32 e as formulações de Ametani para o cálculo de Z e Y , tem-se uma matriz Y_{bus} cujo comportamento de seu primeiro termo (1,1) está ilustrado na Figura 48.

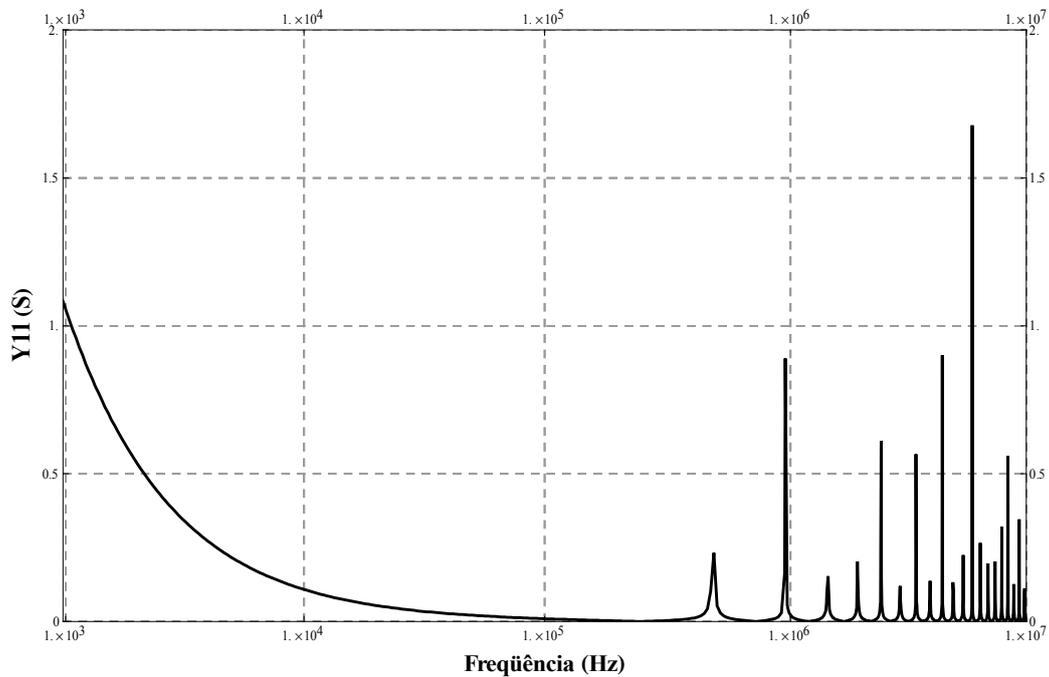


Figura 48 – Comportamento de Y_{11} da matriz Y_{bus} de um vão de uma linha.

O ajuste desta matriz, mostrado na Figura 49, foi feito num conjunto de 800 pontos distribuídos numa faixa de frequências de 10^3 a 10^7 Hz, sendo 300 logaritmicamente espaçados entre os extremos e 500 linearmente espaçados entre 10^6 e 10^7 Hz. Foram utilizados 140 pólos, sendo 12 reais e 128 complexos, num processo que durou ao todo 680 s (26 s para o ajuste e 664 s para a verificação da passividade).

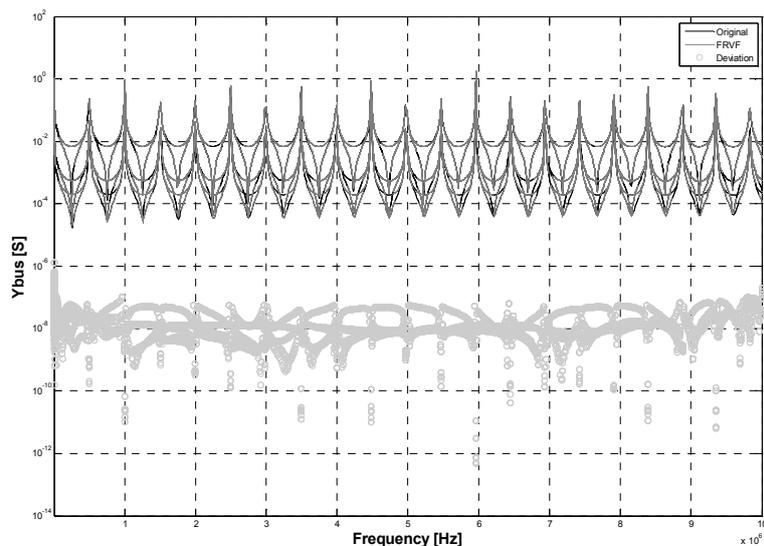


Figura 49 – Ajuste de Y_{bus} de um vão de uma linha.

A fim de ilustrar os resultados obtidos com a verificação da passividade, a Figura 50 apresenta os autovalores de $\text{Re}(Y_{bus})$ antes e após a verificação.

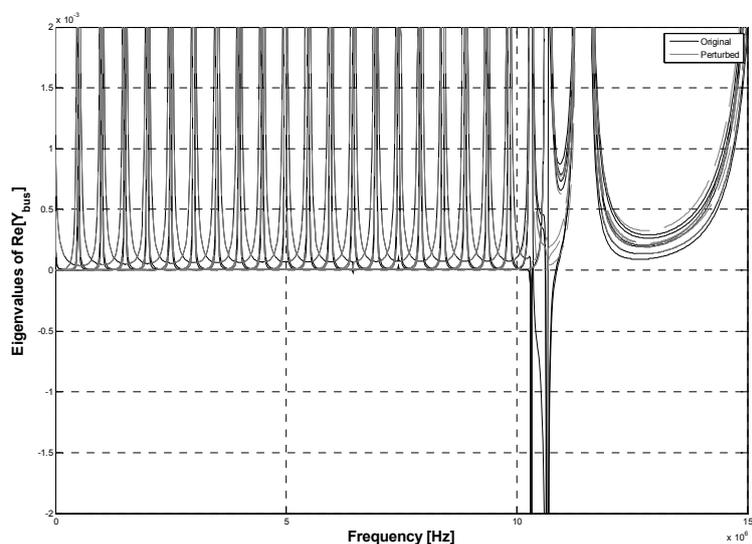


Figura 50 – Verificação da passividade no ajuste de Y_{bus} para um vão da linha de transmissão.

Após o *vector fitting* e antes da verificação de passividade, havia 35 intervalos de violação de passividade, isto é, intervalos nos quais $\text{Re}(Y_{bus}) < 0$, sendo o maior valor absoluto igual a 0,3269 em uma frequência muito próxima a 0 Hz. O

procedimento convergiu em 17 iterações, eliminando todas as violações e garantindo assim uma simulação no domínio do tempo não divergente. Esta violação próxima à corrente contínua, inclusive, ilustra um caso no qual o sistema pode ser não passivo longe dos extremos do espectro de frequência considerado.

De forma semelhante à que foi feita para os casos monofásico e trifásico das linhas baseadas na formulação de condutores infinitos, buscou-se a simulação de um caso de transitório de energização em um vão da linha aqui modelado, obedecendo aos mesmos critérios antes utilizados (vão de linha em aberto, energizada por uma fonte de 1 V na fase B de seu extremo gerador).

Neste caso, em particular, mais um detalhe se mostrou relevante: o atraso de um passo de integração entre o circuito e o novo modelo. Com um passo de integração de 50 ns, a simulação resultou divergente mesmo com a garantia da passividade. Numa investigação adicional, a mesma simulação foi executada no programa Mathematica, resultando convergente como esperado. Considerando que o atraso de um passo de integração é a única diferença entre a integração trapezoidal programada no Mathematica e a realizada pelo ATP, ele é de fato o causador da divergência. Seu efeito não havia sido, contudo, percebido nos demais modelos.

Ao se repetir a simulação o mesmo ajuste mas um passo de integração de 0,1 ns, obteve-se sucesso na convergência, conforme mostra a Figura 51.

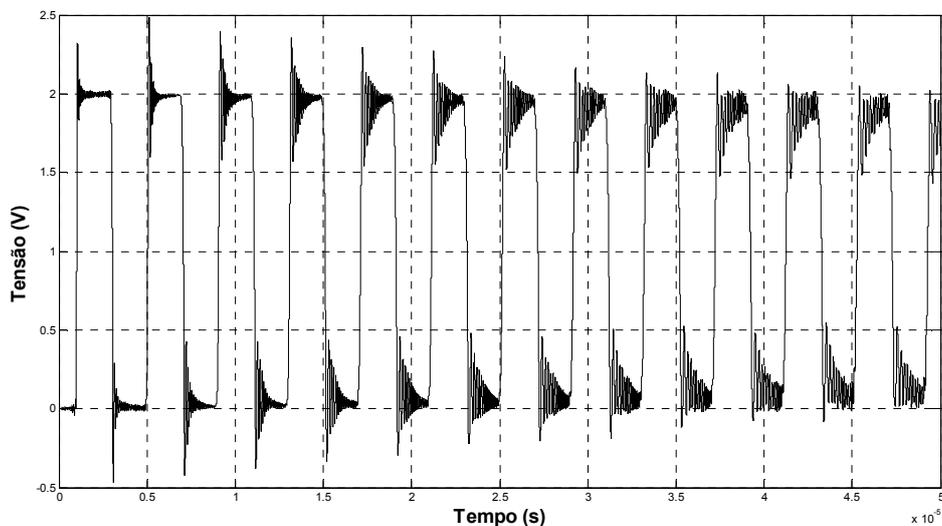


Figura 51 – Simulação da energização de um vão de uma linha trifásica.

Como se pode observar, há um efeito de Gibbs pronunciado na tensão no extremo receptor, relacionado à truncagem do espectro de frequências na frequência de 10^7 Hz. Para eliminá-lo, bastaria a consideração de um espectro maior, o que também acarretaria no aumento de pólos a serem ajustados.

4.2. EQUIVALENTES DE REDE

É possível que estudos de regime permanente tais como fluxo de potência e curto-circuito sejam conduzidos com a representação completa do sistema – em componentes de sequência positiva ou positiva e zero –, tendo em vista as simplificações decorrentes da utilização somente do domínio da frequência e de regime senoidal na componente fundamental.

O mesmo não ocorre com os estudos de transitórios eletromagnéticos, nos quais tipicamente se recorre ao domínio do tempo e consideram-se não-linearidades e dinâmicas tão rápidas quanto intervalos de μ s, como é o caso dos arcos secundários.

Como mencionado anteriormente, entretanto, vários componentes presentes em simulações de sistemas de potência possuem representação mais adequada no domínio da frequência. Neste caso, para conduzir uma simulação no domínio do tempo, deve-se recorrer a transformações entre os domínios, tais como Fourier ou Laplace. Para observar dinâmicas da ordem de μ s, por exemplo, é necessária a representação da rede em um espectro de frequências até a ordem de MHz.

Neste caso, o aumento substancial das informações relacionadas ao comportamento dos diversos componentes do sistema ao longo do espectro de frequências provoca a necessidade de se modelar somente a parte da rede – chamada interna ou retida – sobre a qual recai o maior interesse no cálculo de tensões e correntes. Assim, torna-se necessário representar a rede externa por um sistema equivalente, de forma a manter viável a simulação de transitórios eletromagnéticos em tempo hábil.

É importante notar que, embora simplificada, esta rede equivalente pode influenciar os resultados obtidos na rede retida, tanto mais quanto mais próximo estiver do ponto que se deseja observar. O procedimento natural, nestes casos, é a utilização da experiência do engenheiro para reter um subsistema suficientemente grande a fim de que a utilização de equivalentes da rede externa não cause impacto significativo.

No caso específico do arco secundário, cujas dinâmicas são da ordem de μs , grande parte da influência sobre seu comportamento está nos trechos de linha próximos à ocorrência do arco. É por este motivo que se propõe neste trabalho um modelo para um vão de linha de transmissão representado até frequências da ordem de dezenas de MHz.

Por outro lado, também não é necessário – e nem viável para a simulação – a representação da linha inteira vão a vão, num espectro de frequências tão largo. Quanto mais se afasta do ponto de ocorrência do arco, menor é a influência causada pela modelagem sobre o comportamento do arco. Para estes pontos, desenvolveu-se um modelo de linhas de transmissão semelhante aos convencionais, baseado na hipótese de condutores infinitos, mas incorporando algumas melhorias hoje indisponíveis nos modelos-padrão dos simuladores.

Além do processo de extinção do arco secundário e suas variáveis principais – corrente máxima, tensão de restabelecimento e tempo morto, por exemplo – pode ser do interesse do estudioso a obtenção do comportamento de tensões e correntes nos terminais da linha de transmissão, e não somente junto ao arco. Neste caso, onde se procura por exemplo conhecer os efeitos causados pelo arco em dispositivos conectados aos terminais da linha, a utilização de um equivalente de rede bem ajustado é importante.

A síntese de um equivalente de rede em função da frequência é feita a partir do conhecimento do comportamento da rede externa, num processo de certa forma semelhante ao que é tradicionalmente utilizado sob frequência industrial. A diferença é que este conhecimento deve se estender a todas as frequências do espectro considerado.

Se este comportamento estiver disponível – e há uma série de ferramentas para ajudar nesta tarefa, como o programa HarmZs do CEPEL [49], [50], por exemplo –, há algumas metodologias já publicadas na literatura para a síntese dos equivalentes, sendo as principais analisadas a seguir.

4.2.1. REVISÃO DA LITERATURA

É comum a divisão das metodologias propostas ao longo dos anos – iniciando-se na década de 1970 – entre as que utilizam o domínio do tempo e as que usam o domínio da frequência, encaixando-se este trabalho no segundo grupo.

No que diz respeito aos métodos no domínio da frequência, são duas as principais abordagens existentes na literatura: (i) as que substituem a rede externa por um circuito RLC (e, possivelmente, G) de parâmetros concentrados, determinados para que o comportamento do circuito seja semelhante ao da rede na faixa de frequência de interesse; e (ii) as que propõem a modelagem da rede a partir do ajuste de funções racionais com as quais posteriormente se utilizam convoluções recursivas para a conversão para o domínio do tempo. Nota-se que esta última abordagem é a utilizada nesta pesquisa.

A primeira abordagem mostra boa correlação com o comportamento da rede externa principalmente em baixas e médias frequências. Na verdade, o método foi primeiro aplicado em 1970 [51], em estudos de transitórios eletromagnéticos de conversores de potência utilizados em sistemas HVDC. A Figura 52 apresenta um exemplo no qual uma rede com admitância igual a

$$Y(s) = \frac{K_\infty \cdot (s + K_0)}{s} + \sum_{i=1}^n \frac{K_i \cdot s}{s^2 + \omega_i^2}, \quad (93)$$

onde K_∞ é uma constante, K_0 e K_i são os resíduos e ω_i são as frequências de ressonância, é modelada por um circuito com ramos RLC paralelos.

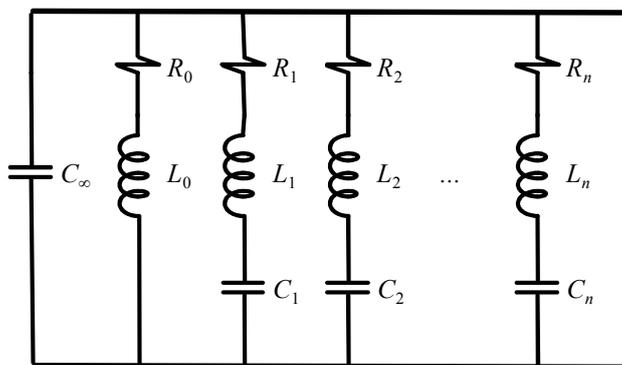


Figura 52 – Exemplo de circuito equivalente de uma rede externa.

A admitância do circuito da Figura 52 é igual a

$$Y(s) = \frac{C_\infty \cdot (s+1)}{L_0 \cdot s} + \sum_{i=1}^n i \cdot \frac{s/L_i}{s^2 + \frac{1}{L_i \cdot C_i}}, \quad (94)$$

de forma que os componentes do circuito podem ser obtidos por inspeção, levando a

$$\begin{aligned} C_\infty &= K_\infty \\ L_i &= K_i \\ C_i &= \frac{K_i}{\omega_i}. \end{aligned} \quad (95)$$

Embora aparentemente mais simples que os métodos das frações racionais, a síntese de circuitos RLC para representar redes externas requer cuidados. Há relato de estudos [52] indicando a possibilidade de erros significativos neste processo, decorrentes de problemas numéricos no caso de redes que originam ramos com parâmetros cujos valores são, por exemplo, próximos mas com sinais invertidos.

No que diz respeito ao grupo de métodos que ajusta o comportamento da rede externa por uma soma de frações racionais, em 1993 já se havia proposto uma metodologia semelhante à do *vector fitting* [53], desenvolvido somente em 1996. Entretanto, o método descrito em [53] era aplicável às frações de menor ordem e já havia sido desenvolvido para utilização com o EMTP.

A partir da introdução do *vector fitting*, a modelagem de equivalentes de rede se direcionou gradualmente da síntese de circuitos RLC para a síntese de frações parciais na matriz de admitância nodal \mathbf{Y}_{bus} . Este método já foi discutido neste trabalho e está alinhado com a proposta desta pesquisa, sendo, portanto, utilizado aqui.

Antes de passar a uma breve revisão dos métodos no domínio do tempo, destaca-se que os equivalentes simplificados de curto-circuito, largamente utilizados em estudos de fluxo de potência, correspondem tão somente a circuitos RL, cuja admitância aos terminais sempre decresce, sem a presença de máximos ou mínimos de ressonância. Este comportamento monotônico da rede externa, salvo em casos muito simples, é inverossímil. Ao contrário, a admitância vista dos terminais de equivalentes de rede que

possuem como componentes transformadores, reatores, capacitores e linhas de transmissão tendem a possuir vários pólos e zeros, isto é, máximos e mínimos ressonantes em frequências específicas.

Os métodos de modelagem de equivalentes de rede no domínio do tempo se caracterizam tipicamente pela representação dos sistemas por meio de equações diferenciais. Neste caso, definem-se condições iniciais às variáveis de interesse e integra-se o conjunto de equações no tempo. Dentre estes métodos, pode-se destacar o equivalente de Norton discreto, que evita análises no domínio da frequência e gera um equivalente discreto a partir da resposta do sistema externo à excitação senoidal. Os parâmetros do circuito são definidos pelo método dos mínimos quadrados.

Embora o método conduza a resultados bastante satisfatórios, numerosas manipulações algébricas e processos de otimização tornam a obtenção do equivalente de um sistema simples uma tarefa já bastante complexa. Assim, é comum que os maiores esforços para a determinação dos equivalentes externos sejam despendidos nos métodos no domínio da frequência.

4.2.2. IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

Após o desenvolvimento dos modelos de linhas de transmissão no item 4.1 a partir da matriz \mathbf{Y}_{bus} e da solução de equações de espaço de estados, o estabelecimento de modelos de equivalente de rede está condicionado à determinação de \mathbf{Y}_{bus} do equivalente. Após esta etapa, segue-se o mesmo procedimento descrito no item anterior.

Uma forma interessante de se determinar o comportamento de \mathbf{Y}_{bus} é a partir de suas componentes de sequência positiva e zero, fazendo-se a partir daí a transformação – via matriz de Clarke ou Fortescue, por exemplo – para as componentes de fase. Esta situação ocorre tipicamente quando da obtenção de \mathbf{Y}_{bus} via cálculo de equivalentes em função da frequência com programas como o HarmZs.

Assim, seja um equivalente para o qual se conheça \mathbf{Y}_{bus} nas componentes de sequência positiva e zero (sendo a negativa idêntica à positiva), dadas por

$$\mathbf{I}_+ = \mathbf{Y}_{bus+} \cdot \mathbf{V}_+ = \begin{bmatrix} Y_{SS+} & Y_{SR+} \\ Y_{RS+} & Y_{RR+} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{V}_+ \quad (96)$$

$$\mathbf{I}_0 = \mathbf{Y}_{bus0} \cdot \mathbf{V}_0 = \begin{bmatrix} Y_{SS0} & Y_{SR0} \\ Y_{RS0} & Y_{RR0} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{V}_0,$$

onde vetores de corrente e tensão são tipo coluna de dimensão 2. A equação (96) pode ser reescrita como

$$\begin{bmatrix} I_{10} \\ I_{1+} \\ I_{1-} \\ I_{20} \\ I_{2+} \\ I_{2-} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{SS0} & 0 & 0 & Y_{SR0} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{SS+} & 0 & 0 & Y_{SR+} & 0 \\ 0 & 0 & Y_{SS+} & 0 & 0 & Y_{SR+} \\ Y_{RS0} & 0 & 0 & Y_{RR0} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{RS+} & 0 & 0 & Y_{RR+} & 0 \\ 0 & 0 & Y_{RS+} & 0 & 0 & Y_{RR+} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{10} \\ V_{1+} \\ V_{1-} \\ V_{20} \\ V_{2+} \\ V_{2-} \end{bmatrix} \mathbf{e}, \quad (97)$$

após a transformação para o domínio de fases, ter-se-ia

$$\mathbf{Y}_{bus} = \begin{bmatrix} Y_{SSp} & Y_{SSm} & Y_{SSm} & Y_{SRp} & Y_{SRm} & Y_{SRm} \\ Y_{SSm} & Y_{SSp} & Y_{SSm} & Y_{SRm} & Y_{SRp} & Y_{SRm} \\ Y_{SSm} & Y_{SSm} & Y_{SSp} & Y_{SRm} & Y_{SRm} & Y_{SRp} \\ Y_{RSp} & Y_{RSm} & Y_{RSm} & Y_{RRp} & Y_{RRm} & Y_{RRm} \\ Y_{RSm} & Y_{RSp} & Y_{RSm} & Y_{RRm} & Y_{RRp} & Y_{RRm} \\ Y_{RSm} & Y_{RSm} & Y_{RSp} & Y_{RRm} & Y_{RRm} & Y_{RRp} \end{bmatrix}, \text{ onde} \quad (98)$$

$$Y_{SSp} = \frac{1}{3} \cdot (2 \cdot Y_{SS+} + Y_{SS0}) \text{ e} \quad (99)$$

$$Y_{SSm} = \frac{1}{3} \cdot (Y_{SS0} - Y_{SS+}).$$

Expressões semelhantes a (99) são utilizadas para os termos Y_{SR} , Y_{RS} e Y_{RR} . Com base nesta metodologia, considere-se por exemplo o equivalente de rede simplificado proposto em [5], apresentado em componentes de sequência positiva e zero na Figura 53.

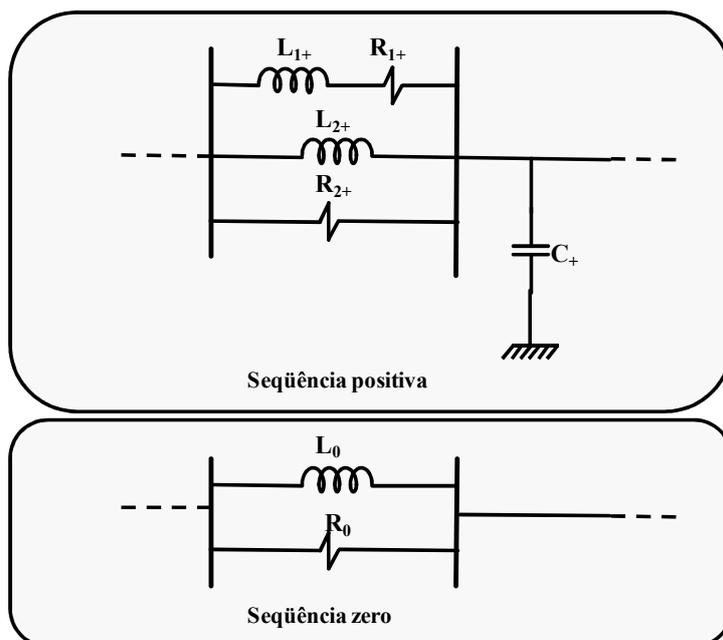


Figura 53 – Equivalente de rede simplificado.

Seja, para o circuito desta figura, as impedâncias série e paralela formada pelos resistores R_{1+} e R_{2+} e indutores L_{1+} e L_{2+} correspondentes a um nível de curto-circuito de 2000 MVA com um fator de potência de 0,02 (sob uma tensão de 400 kV), enquanto a associação paralela formada por R_0 e L_0 é calculada a partir de um nível de curto-circuito de 10.000 MVA, com relação X/R igual a 40. O capacitor presente somente na seqüência positiva tem impedância, a 60 Hz, de $10^4 \Omega$. Estes valores são os mesmos considerados em [5].

Considerando-se um espectro de frequência desde 10^{-1} até 10^6 Hz, este equivalente pode ser ajustado por *vector fitting*, produzindo os resultados mostrados na Figura 54, já em componentes de fase.

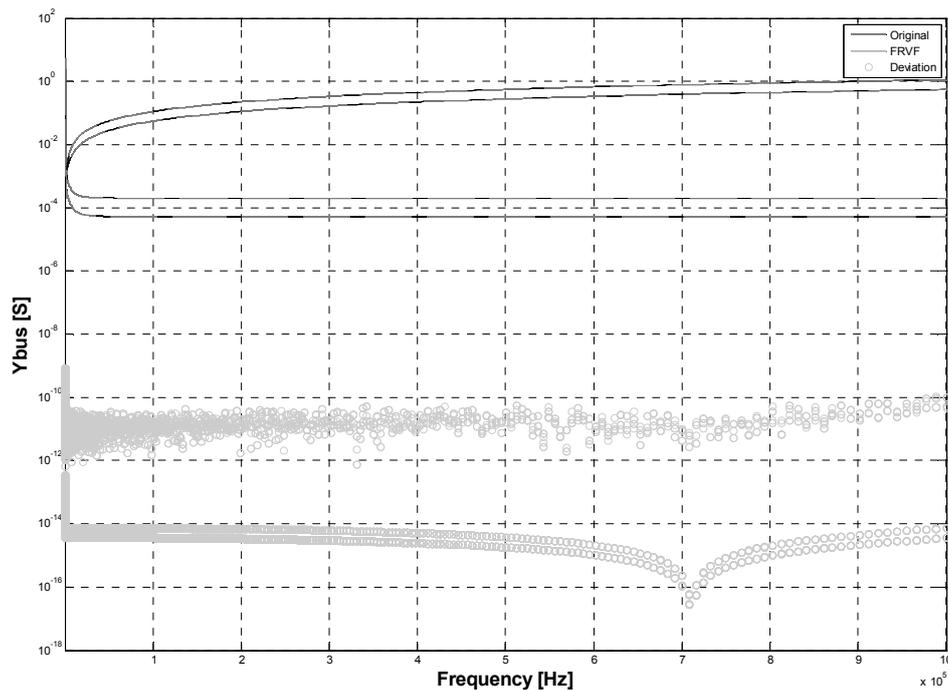


Figura 54 – Ajuste dos elementos próprios de Y_{bus} .

O ajuste foi feito adequadamente com 6 pólos, sendo 4 reais e 2 complexos conjugados, tendo apresentado um erro quadrático médio de $1,361 \cdot 10^{-10}$. Embora simplificada, a função apresentou violações de passividade em um intervalo bem próximo à corrente de contínua, isto é, 0 Hz. Três iterações foram suficientes para removê-la. É importante destacar também que, neste caso, o ajuste impróprio (com $e \neq 0$) se mostrou muito mais adequado. O processo todo durou pouco mais de 7 s.

4.3. REVISÃO DO CAPÍTULO

Neste capítulo abordou-se a aplicação do modelo desenvolvido no capítulo 3 às linhas de transmissão e aos equivalentes de rede, dando especial atenção aos aspectos de implementação computacional dos mesmos.

Foram feitas as primeiras simulações dos novos modelos em ATP, correspondentes a energizações em linha aberta a partir de fontes de corrente contínua de valor unitário, um procedimento que, embora não guarde semelhança com situações práticas, tem grande valor didático ao solicitar o modelo em todo o espectro de frequências pré-estabelecido.

As características de distribuição dos pólos ao longo do espectro de frequências foram analisadas, tendo-se mostrado que, como sua distribuição é aproximadamente linear, o aumento de uma década no espectro considerado pode causar uma elevação substancial no número de pólos. Assim, embora os modelos desenvolvidos aqui tenham alto grau de flexibilidade, não estão livres do julgamento prévio por parte do estudioso a respeito do fenômeno que se deseja estudar.

Algumas dificuldades foram também relatadas, dentre as quais destacam-se complicações no ajuste via *vector fitting* com as formulações de D'Amore/Sarto e Portela e a divergência da simulação de energização de um vão da linha de transmissão cuja passividade fora garantida pela rotina de verificação de passividade.

Enquanto o primeiro problema está associado a funções tipo exponenciais, cujo ajuste em frações parciais requer um número bastante elevado de pólos, o segundo está relacionado ao atraso natural de um passo de integração entre a solução do circuito e a solução do modelo desenvolvido pelo usuário, típica em simuladores como o ATP e o PSCAD/EMTDC.

5

MODELAGEM DO ARCO SECUNDÁRIO

Até este ponto do trabalho, pouca menção foi feita ao arco secundário. De fato, nos capítulos anteriores a discussão enfocou muito mais as linhas de transmissão e, em menor grau, os equivalentes de rede.

Elemento de natureza essencialmente não-linear, o arco não pode ser modelado com a metodologia desenvolvida até aqui, aplicável a elementos de sistemas de potência com comportamento linear. Deste modo, ainda que de forma bem mais simples, a modelagem do arco envolve suas particularidades e requer um capítulo à parte para discussão.

O arco elétrico que surge na ocorrência de uma falta monofásica em uma linha de transmissão possui dois estágios principais: enquanto o arco primário corresponde à elevada corrente observada durante a falta, o arco secundário surge após o isolamento da mesma pelos disjuntores terminais, correspondendo a correntes menores, na faixa das dezenas ou centenas de ampères.

Como mencionado anteriormente, a importância do estudo do arco secundário está relacionada à abertura e posterior religamento monofásico das linhas de

transmissão na ocorrência de defeitos fase-terra, que representam um significativo percentual do total de defeitos em uma linha de transmissão ao longo de sua vida útil. A principal vantagem da manobra monofásica em relação à trifásica é a continuidade do fornecimento de energia, ainda que parcial, pelas fases sãs, o que contribui positivamente tanto para a dinâmica do sistema como para a estabilidade eletromecânica e de tensão.

Entretanto, a manobra monofásica só será bem sucedida se o arco secundário – formado após o desligamento dos terminais e cuja corrente substitui a corrente de falta – estiver extinto antes do religamento, quer de forma automática devido a condições favoráveis impostas pelo sistema, quer forçadamente devido à atuação de um equipamento auxiliar.

Como a modelagem do arco no domínio do tempo é uma tarefa menos trabalhosa que no domínio da frequência, devido às não-linearidades impostas por suas equações básicas, a busca pelo desenvolvimento de um modelo em um simulador no domínio do tempo parece justificada.

5.1. REVISÃO DA LITERATURA

Ainda que o arco tenha sido tradicionalmente representado por uma resistência constante ou, no caso dos engenheiros de proteção, pela expressão [54]

$$R_{arco} = \frac{440 \cdot L_{arco}}{I_{arco}}, \quad (100)$$

onde L_{arco} e I_{arco} são, respectivamente, o comprimento (em pés) e a corrente do arco, estudos detalhados de seu comportamento são realizados desde o início do século passado.

Os modelos decorrentes destes estudos são classificados em três grupos, conforme [55]:

- modelos caixa-preta, que relacionam a tensão e a corrente do arco por meio de expressões matemáticas e funções de transferência;

- modelos físicos, que relatam direta e detalhadamente a física do arco, a partir das equações de conservação da massa, da quantidade de movimento e da energia;
- modelos empíricos, cujas expressões e diagramas que indicam a dependência entre os parâmetros são obtidos a partir de testes e ensaios, conjuntamente com simulações computacionais.

Dois dos mais conhecidos contribuintes para a teoria do arco secundário foram A. M. Cassie e O. Mayr, de cujos estudos nas décadas de 1930 [56] e 1940 [57], resultaram modelos caixa-preta utilizados até hoje em sistemas de potência. É importante destacar, entretanto, que antes deles, em 1905, Simon já havia proposto um dos primeiros modelos caixa-preta do arco, expresso por

$$\frac{dq(t)}{dt} = u(t) \cdot i(t) - p(t), \quad (101)$$

onde $q(t)$ é a energia acumulada pelo meio onde o arco ocorre, $u(t)$ e $i(t)$ são, respectivamente, a tensão e a corrente do arco e $p(t)$ é a potência fornecida ao arco pelo meio.

Os modelos de Cassie e Mayr relacionam a tensão, a corrente e a condutância do arco com duas constantes, sendo uma delas a constante de tempo do arco, que representa sua inércia térmica. Fisicamente, a formulação de Cassie – expressa em (102) – supõe que o arco é confinado em um canal com temperatura, densidade de corrente e intensidade de campo elétrico constantes, enquanto a de Mayr, dada por (103), assume que o arco é resfriado exclusivamente pelo ar, não considerando explicitamente a radiação.

$$\frac{1}{g(t)} \cdot \frac{dg(t)}{dt} = \frac{1}{\theta} \cdot \left(\frac{u(t)}{u_0} - 1 \right) \quad (102)$$

$$\frac{1}{g(t)} \cdot \frac{dg(t)}{dt} = \frac{1}{\theta} \cdot \left(\frac{u(t) \cdot i(t)}{P_0} - 1 \right) \quad (103)$$

Em (102) e (103), $g(t)$ é a condutância do arco, θ é sua constante térmica de tempo e u_0 e P_0 são constantes. Na década de 1970, foi apresentada uma equação representando um modelo generalizado do arco elétrico, dada por [58]

$$\frac{dg(t)}{dt} = \frac{1}{\theta} \cdot (G - g(t)), \quad (104)$$

onde G é a condutância do arco em regime permanente, de certa forma semelhante a (102) e (103).

Foi na década de 1990 que novas e significativas contribuições para a modelagem do arco secundário surgiram, dentre as quais se distinguem duas linhas de pesquisa: uma tomando (104) como base e procurando obter expressões para a condutância G e a constante de tempo θ [59], [60], e outra conduzindo a alterações em (103), particularmente no que se refere à consideração dois sub-arcos distintos, com constantes de tempo θ_1 e θ_2 diferentes [6], [61].

Esta segunda linha também será desenvolvida neste trabalho, sendo os sub-arcos expressos pelo modelo de H. G. Thiel, que corresponde a uma variação de (103) na qual os parâmetros θ e P_0 não são constantes, mas sim funções da condutância $g(t)$ do arco dadas por

$$\begin{aligned} \theta &= \theta(t) = A \cdot g^\alpha(t) \\ P_0 &= P_0(t) = B \cdot g^\beta(t), \end{aligned} \quad (105)$$

onde A , B , α e β são constantes.

No que diz respeito à extinção do arco, uma das condições mais adversas à auto-extinção são as linhas de transmissão longas e/ou compactas, devido ao aumento da interação eletromagnética entre as fases. Neste caso os dispositivos mais utilizados para forçar a extinção – permitindo o posterior religamento monofásico – são [5]:

- reatores de neutro, instalados em linhas com compensação em derivação;
- elementos *shunt* chaveados, como os reatores conectados às fases ou de neutro;
- capacitores conectados à fase sob falta, em linhas compensadas ou não;
- chave de aterramento rápido, quando não há compensação *shunt*;
- equipamentos FACTS.

5.2. SELEÇÃO DO MODELO

Provavelmente uma das principais restrições aos modelos caixa-preta do arco secundário – incluindo os de Cassie e Mayr – reside no fato de que estes supõem a existência de uma única constante de tempo θ , ainda que ensaios em laboratórios e análises de testes de disjuntores indiquem haver pelo menos duas delas – θ_1 e θ_2 –, com ordens de grandeza diferentes.

Uma tentativa de elaborar um modelo que considere ambas pode ser feita pela associação de dois sub-arcos, em série ou paralelo, cada um com uma constante de tempo [61]. Cada sub-arco seria representado por seu modelo caixa-preta convencional e a modelagem estaria completa com a inclusão de um termo representando a interação entre eles.

A associação de sub-arcos com constantes de tempo diferentes, inclusive, vai ao encontro de vários aspectos da física do arco, principalmente do fato de seu canal poder ser dividido em duas regiões com características distintas: enquanto o centro possui temperatura elevada e pouca inércia térmica, a externa tem temperaturas mais baixas e maior inércia térmica.

Portanto, nesta pesquisa o arco secundário será modelado pelo conjunto de expressões [62]

$$\begin{aligned} \frac{d[\ln(g_1(t))]}{dt} &= \frac{1}{\theta_1} \cdot \left(\frac{u_1(t) \cdot i_1(t) + J \cdot \left(\frac{\varepsilon \cdot g_2(t)}{g_1(t)} - 1 \right)}{\xi \cdot P_0} - 1 \right) \\ \frac{d[\ln(g_2(t))]}{dt} &= \frac{1}{\theta_2} \cdot \left(\frac{u_2(t) \cdot i_2(t) + J \cdot \left(\frac{g_1(t)}{\varepsilon \cdot g_2(t)} - 1 \right)}{\eta \cdot P_0} - 1 \right), \end{aligned} \quad (106)$$

uma variante do modelo de Thiel apresentado anteriormente. Em (106), $g_1(t)$ e $g_2(t)$ são as condutâncias dos arcos, $u_1(t)$, $u_2(t)$, $i_1(t)$ e $i_2(t)$ são suas tensões e correntes, ξ , ε e η são constantes e

$$P_0 = \begin{cases} B_1 \cdot g^{\beta_1}(t), & g(t) \leq g_{ind} \\ B_2 \cdot g^{\beta_2}(t), & g(t) > g_{ind} \end{cases} \quad (107)$$

$$J = j_r \cdot P_0,$$

onde $g(t)$ é a condutância total do arco e $B_1, B_2, \beta_1, \beta_2$ e j_r são também constantes. As quatro primeiras constantes podem ser definidas pela característica estacionária do arco, relacionando seu campo elétrico longitudinal e sua corrente em um gráfico que, em formato log-log, assume forma semelhante à da Figura 55. Note-se ainda nesta figura a indicação do valor de g_{ind} .

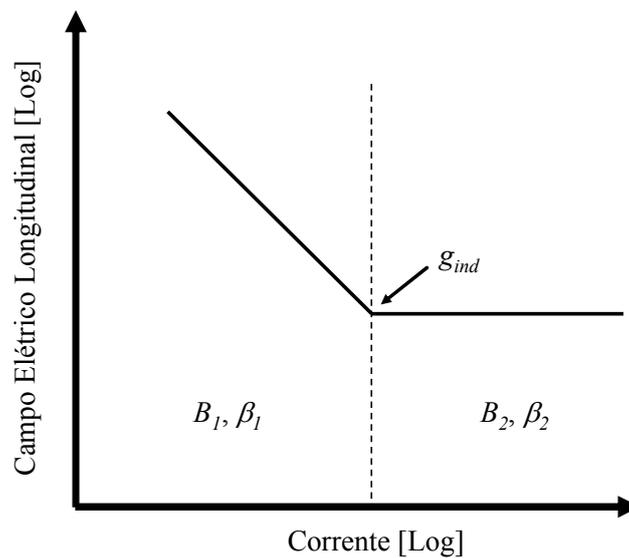


Figura 55 – Característica estacionária de um arco.

Uma possibilidade para refinar ainda mais o modelo é considerar θ_1 e θ_2 funções da condutância total $g(t)$, da forma

$$\theta = \begin{cases} \theta_0 & g(t) \leq g_{iref} \\ \theta_0 \cdot \left(\frac{g(t)}{g_{ref}} \right)^\alpha & g(t) > g_{ref} \end{cases}, \quad (108)$$

sendo g_{ref} uma constante.

Como uma alternativa mais simples ao modelo do arco com duas constantes de tempo distintas, foi também concebido neste trabalho um modelo com uma constante de

tempo. Este caso corresponde ao modelo de Thiel original, dado pelas expressões (103) e (105).

5.3. ESTUDOS DO ARCO SECUNDÁRIO

Ainda que este trabalho aborde a simulação do arco secundário no domínio do tempo, é importante lembrar que outros estudos podem – e devem – ser conduzidos, em conjunto ou previamente à análise da dinâmica do arco, sendo estes o enfoque básico deste item.

A metodologia desenvolvida em [5] relaciona três estudos principais, dispostos em ordem crescente de dificuldade: regime permanente, estabilidade incremental e dinâmica do arco secundário. Entretanto, esta pesquisa visa contribuir para a redução de grande parte das dificuldades da terceira etapa.

O estudo em regime permanente facilita sobremaneira a representação da linha e da rede aos terminais, buscando basicamente a determinação das tensões e correntes do arco secundário quando sua condutância decresce de infinito (curto franco) a zero (arco extinto). A máxima corrente ocorre evidentemente na primeira situação, enquanto a máxima tensão de restabelecimento, na segunda.

As correntes encontradas podem ser comparadas a valores de referência indicativos para sistemas de alta tensão, o que permite obter uma idéia da dificuldade da auto-extinção do arco secundário: correntes de regime permanente até 20 A possuem elevada probabilidade de auto-extinção. A extinção de correntes acima de 100 A [5] é menos provável.

Dados adicionais que podem ser obtidos ainda em regime permanente são a localização do ponto da LT onde ocorrem as condições mais severas para a extinção do arco (maior corrente) e a indicação da ordem de grandeza de alguns parâmetros dos equipamentos necessários à extinção, no caso de correntes elevadas. Uma rápida análise do arco secundário em regime permanente é feita no capítulo 6.

O estudo da estabilidade incremental do arco, feito no domínio da frequência, permite definir se haverá ou não extinção em um determinado ponto de operação (por

exemplo, um par corrente-tensão obtido no estudo em regime permanente). A estabilidade é caracterizada quando a equação

$$Z_{eq}(s) + Z_{arco}(s) = 0 \quad (109)$$

possui uma raiz com parte real negativa. Em (109), Z_{eq} é a impedância equivalente a partir dos terminais do arco e Z_{arco} é a impedância incremental do arco. Como critério de estabilidade, pode-se utilizar, por exemplo, o de Nyquist.

Quanto maior for a corrente do arco, mais fácil é sua estabilidade, ou, em outras palavras, sua não extinção. Assim, esta análise é útil para identificar condições nas quais equipamentos ou alterações na topologia do sistema são necessários para promover a extinção do arco sustentado, sem envolver o domínio do tempo.

Ainda que os dois estudos anteriores permitam identificar situações nas quais o arco secundário se extingue ou não sem utilizar o domínio do tempo, algumas informações referentes à dinâmica (por exemplo, o tempo morto) não podem ser extraídas a partir deles.

Os estudos no domínio do tempo, enfoque maior desta pesquisa, podem englobar todo o processo de manobra, desde o início da falta monofásica até a extinção do arco secundário e conseqüente religamento. A lista a seguir fornece um resumo destas etapas:

- operação normal do sistema;
- ocorrência do defeito monofásico;
- abertura do disjuntor em um dos extremos da linha, com representação ou não do arco neste;
- abertura do disjuntor no outro extremo da linha e ocorrência do arco secundário no ar, com a representação ou não do arco no disjuntor.

É importante observar que as condições do final de cada etapa constituem as condições iniciais para a etapa seguinte.

A utilização de um simulador no domínio do tempo para a investigação dessas etapas facilita bastante os estudos, em relação a programas computacionais como o Mathematica, sendo exatamente este um dos principais benefícios desta pesquisa.

5.4. IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

Como pode ser observado a partir de (106), o arco secundário pode ser representado por meio de resistores não-lineares, cujos valores são os inversos das condutâncias calculadas por aquelas expressões.

Simuladores no domínio do tempo como o ATP ou o PSCAD/EMTDC permitem uma representação relativamente simples deste tipo de elemento, por meio de resistores variáveis cujos valores instantâneos de resistência são definidos por um sinal de controle. No caso do ATP pode-se utilizar as rotinas TACS ou MODELS, enquanto no PSCAD/EMTDC utilizam-se os blocos internos de controle do programa ou, alternativamente, blocos programados pelo usuário utilizando as linguagens FORTRAN ou C.

Neste trabalho, adotou-se a programação a partir da rotina TACS. A Figura 56, a Figura 57 e a Figura 58 apresentam a implementação de modelo de arco secundário com duas constantes de tempo no ATP.

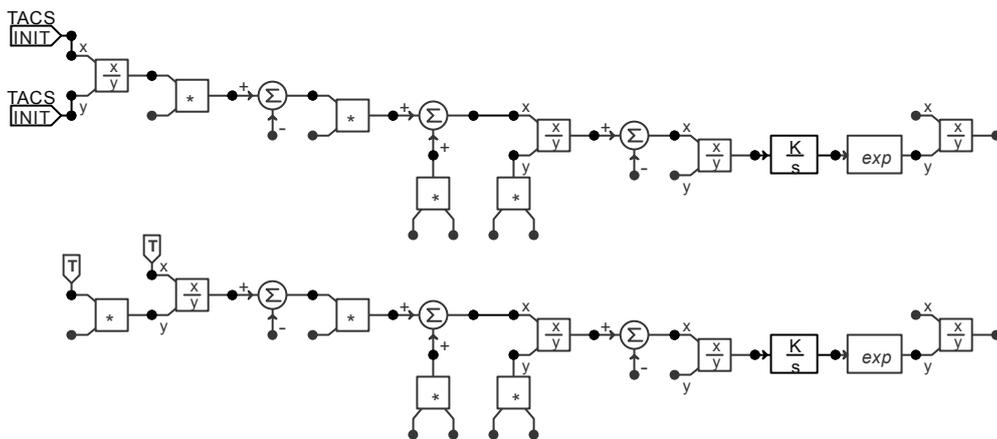


Figura 56 – Controle das condutâncias $g_1(t)$ e $g_2(t)$ em um arco com duas constantes de tempo.

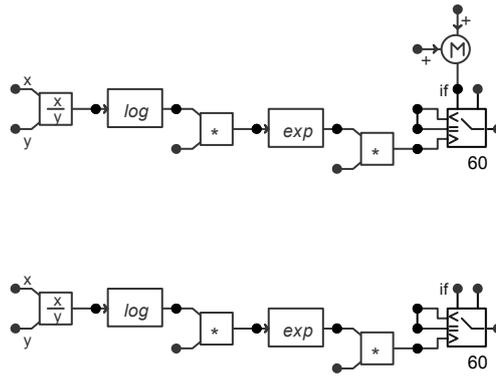


Figura 57 – Cálculo das constantes de tempo θ_1 e θ_2 .

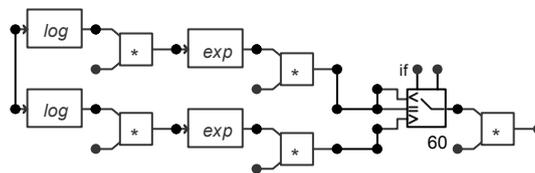


Figura 58 – Cálculo de P_0 e J .

Alternativamente, também foi desenvolvido um modelo de arco com apenas uma constante de tempo, conforme ilustra a Figura 59.

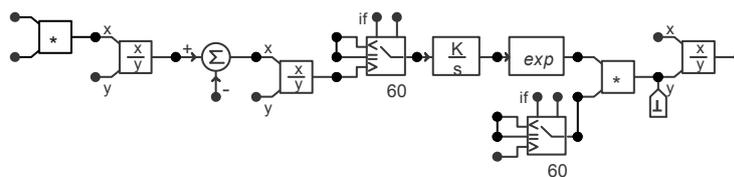


Figura 59 – Controle da condutância $g(t)$ em um arco com uma única constante de tempo.

Como mencionado na seção 5.3, a simulação da manobra monofásica completa no domínio do tempo engloba os regimes transitórios não apenas do arco secundário no ar, mas também do arco primário e da abertura dos disjuntores nos terminais da linha (com ou sem representação dos arcos nestes). Contudo, se houver interesse somente sobre a extinção do arco secundário, os trabalhos podem ser sensivelmente reduzidos

por meio da consideração somente da última etapa, que inicia com a abertura do segundo disjuntor terminal e o correspondente aparecimento do arco secundário.

Neste caso, grande importância recai sobre a determinação das condições iniciais do problema, isto é, dos valores das condutâncias do arco no instante em que ele se inicia. Uma das formas de estabelecer estas condições sem simular as demais etapas é considerar o arco em equilíbrio no momento de seu aparecimento. Assim, utilizando a característica da Figura 55 e, a partir do valor da corrente de falta no momento do aparecimento do arco $i_{arco}(0)$, determinar sua tensão inicial $v_{arco}(0)$, igual ao seu campo elétrico longitudinal multiplicado pelo seu comprimento inicial. Com estes valores e considerando sub-arcos em paralelo, pode-se encontrar as condutâncias por meio das expressões

$$\begin{aligned} g(0) &= \frac{i_{arco}(0)}{v_{arco}(0)} \\ g_1(0) &= \xi \cdot g(0) \\ g_2(0) &= \eta \cdot g(0) \end{aligned} \tag{110}$$

Apresenta-se a seguir uma simulação simples para a validação do modelo desenvolvido na Figura 56 e na Figura 57. Em [63], ilustram-se os comportamentos experimentais de sete arcos secundários no ar, um deles com as seguintes características:

- $\theta_{01} = 3,920 \mu\text{s}$; $\theta_{02} = 76,56 \mu\text{s}$; $g_{ref} = 2,5 \mu\text{S}$; $\alpha = 0,2$;
- $J_r = 0,03$; $\xi = 0,291667$; $\eta = 1 - \xi$; $\varepsilon = \xi / \eta$;
- $B_1 = 8,55929 \cdot 10^5$; $\beta_1 = 0,215798$; $B_2 = 26,5225 \cdot 10^6$; $\beta_2 = 1,0$;
 $g_{ind} = 12,5437 \text{ mS}$;
- $g_1(0) = 10,75 \text{ mS}$; $g_2(0) = 26,0 \text{ mS}$.

A este arco é aplicado um equivalente de Norton cuja corrente é da forma $200 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 60 \cdot t)$, em Ampères, e a impedância equivalente da rede é representada simplificada por um resistor de 500Ω . Os gráficos gerados na simulação deste circuito em ATP para as condutâncias g_1 e g_2 dos sub-arcos em função do tempo são

mostrados na Figura 60, sendo os comportamentos observados idênticos aos relatados em [63].

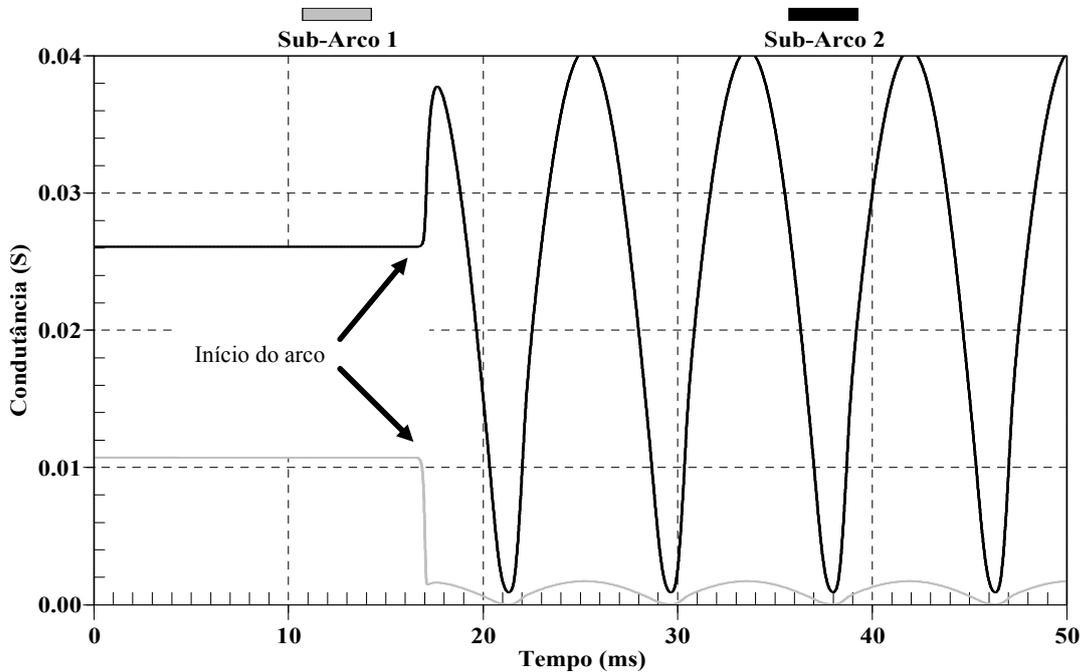


Figura 60 – Condutâncias $g_1(t)$ e $g_2(t)$ na simulação-exemplo de um arco secundário.

Neste caso, observa-se que o arco secundário não se extingue automaticamente, já que ambas as condutâncias não se reduzem a zero, sendo este um caso típico para a aplicação de um equipamento para forçar sua extinção.

5.5. RESUMO DO CAPÍTULO

Neste capítulo, foram apresentados os principais modelos presentes na literatura para representar o comportamento elétrico dos arcos, baseados nas equações diferenciais que estabelecem a variação de sua condutância em função do tempo. De natureza não-linear, tais condutâncias variam de acordo com constantes de tempo na ordem dos μs .

Dos modelos apresentados, foram selecionados os modelos de H. G. Thiel como os que mais adequadamente representam a dinâmica dos arcos secundários,

incluindo-se nestes uma segunda constante de tempo que se mostrou presente em dados experimentais. Foram modelados em ATP, por intermédio de TACS, arcos secundários com uma e duas constantes, sendo os primeiros úteis a análises mais simplificadas.

O capítulo indicou ainda a realização de estudos de regime permanente e de estabilidade do arco, previamente à análise no domínio do tempo, tipicamente de natureza mais complexa que as análises em regime e no domínio da frequência. Contudo, destaca-se que um dos principais objetivos desta pesquisa é reduzir o tempo gasto na modelagem dos elementos para a simulação no domínio do tempo, propiciando modelos adequados e disponibilizando-os sob a forma de modelos definidos pelo usuário em programas como o ATP.

6

SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS

Os capítulos anteriores enfocaram individualmente os modelos de linhas de transmissão, equivalentes de rede e do arco secundário, tratando dos principais aspectos relevantes para sua implementação computacional. Neste capítulo, estuda-se um caso-base de ocorrência de arco secundário em um sistema simplificado, utilizando os procedimentos e modelos abordados ao longo dos capítulos anteriores.

Como mencionado anteriormente, no que diz respeito ao arco secundário, é recomendável que a simulação no domínio do tempo venha sempre precedida por uma análise no domínio da frequência, principalmente pela de regime permanente, na qual os requisitos de modelagem são bastante simples. Para esta análise foi utilizado o programa Mathematica; para a simulação no domínio do tempo propriamente dita, utilizou-se o ATP.

É importante ressaltar que este trabalho é uma tentativa de tornar mais ágeis os estudos do arco secundário no domínio do tempo, reduzindo seu tempo de execução por meio da disponibilização prévia de modelos de linhas de transmissão, equivalentes e do próprio arco em ATP.

O sistema considerado neste item é simplificado e composto por uma linha de transmissão interligando duas subestações, nas quais foram fixadas as tensões terminais. Com os objetivos principais de estudar casos adversos à auto-extinção do arco secundário e de não perder o contato com a realidade brasileira, selecionou-se mais uma vez para estudo a linha de transmissão trifásica cuja disposição geométrica já havia sido mostrada na Figura 42. Trata-se de uma linha de 525 kV compacta que utiliza estruturas tipo *crossrope* e é utilizada na região Sul do país.

Nestas simulações, o comprimento total da linha foi considerado igual a 360 km, tendo as seções de transposição, portanto, comprimentos de 60 km, 120 km, 120 km e 60 km. A simulação foi ajustada para que a linha transmitisse, antes da falta e ocorrência do arco secundário, uma potência igual a 90% de sua potência característica.

6.1. ANÁLISE EM REGIME PERMANENTE

Realizada no programa Mathematica, a análise em regime permanente permite a obtenção de valores indicativos da necessidade ou não de equipamentos para forçar a extinção do arco secundário, com uma modelagem simplificada somente à frequência industrial.

O sistema completo foi representado por meio de sua matriz de admitância nodal e contém os seguintes elementos:

- Quatro seções da linha de transmissão, correspondentes às seções de transposição. Os parâmetros Z e Y foram calculados com as expressões (4), (5), (6) e (17), mas utilizando no cálculo da distância complexa p os parâmetros do solo dados por (34). As matrizes de admitância nodal da linha foram calculadas com (78);

- Um disjuntor em cada terminal da linha, representado por uma matriz de

admitâncias desacoplada do tipo $\begin{bmatrix} Y_a & 0 & 0 \\ 0 & Y_b & 0 \\ 0 & 0 & Y_c \end{bmatrix}$, onde Y_a, Y_b têm valor igual

a 10^3 S (fechados) e $Y_c = 0$ (abertos);

- Arco secundário na fase “c” localizado no meio da linha e representado em regime permanente por uma condutância variável $g_{arco} \in [0; +\infty[$.

A Figura 61 ilustra o sistema considerado na análise em regime permanente.

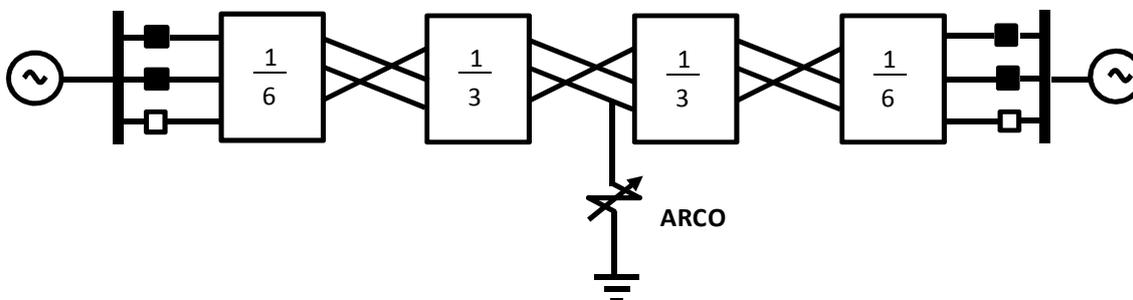


Figura 61 – Sistema simplificado para análise em regime permanente.

Com estes dados, e fazendo variar continuamente o valor de g_{arco} no intervalo descrito, obtém-se o gráfico tensão *versus* corrente apresentado na Figura 62. As interseções da curva com os eixos x e y correspondem, respectivamente, à máxima corrente de arco secundário e à máxima tensão de restabelecimento do arco. No caso analisado, estes valores são iguais a 137,4 A e 70,69 kV, respectivamente, indicando uma provável dificuldade de auto-extinção do arco.

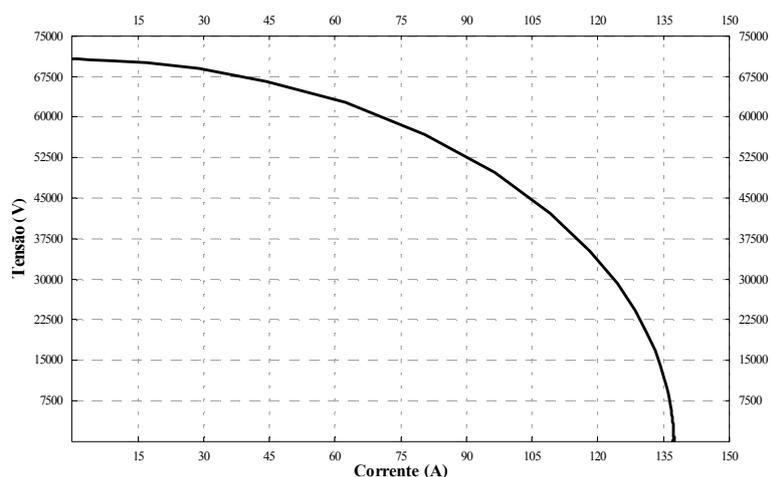


Figura 62 – Tensões e correntes no arco em regime permanente.

6.2. ANÁLISE NO DOMÍNIO DO TEMPO

Nesta análise, o sistema da Figura 61 foi modelado em ATP, agora com a inclusão do modelo de arco de duas constantes desenvolvido nesta pesquisa, a fim de ilustrar seu comportamento no domínio do tempo. Neste caso, adicionou-se uma fonte de corrente

Para simular o transitório inicial do arco primário, que ocorre previamente ao arco secundário, excitou-se o arco por uma injeção de corrente tipo dupla exponencial

$$i(t) = I_0 \cdot (e^{-a \cdot t} + e^{-b \cdot t}), \quad (111)$$

sendo I_0 , a e b constantes. O tempo de frente de onda foi considerado igual a $1,2 \mu\text{s}$, o tempo de meia onda de $50 \mu\text{s}$ e a amplitude de 6.620 A . Este último é o valor de pico da corrente de curto-circuito monofásico no ponto onde ocorre o arco. A simulação tem início com a abertura dos disjuntores terminais da linha e com a injeção da corrente representando a transição do arco primário para o secundário. O circuito simulado está mostrado na Figura 63.

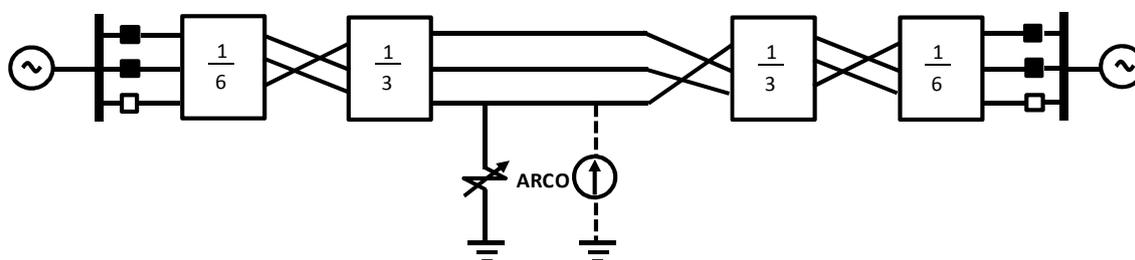


Figura 63 – Sistema para análise no domínio do tempo.

As seções de transposição da linha de transmissão foram representadas pelo modelo padrão JMarti do ATP, tendo em vista que a associação em cascata dos modelos de linhas com cabos infinitos aqui desenvolvidos resultou em simulações divergentes, embora a simulação da energização realizada no capítulo 4 tenha mostrado um comportamento passivo e convergente.

A Figura 64 apresenta a variação das condutâncias dos sub-arcos em função do tempo para o arco com as características descritas no capítulo 5, sendo a linha preta correspondente ao sub-arco de maior constante de tempo. Como se pode observar na

figura, o arco se extingue totalmente em um rápido intervalo de tempo correspondente a aproximadamente 6 ms.

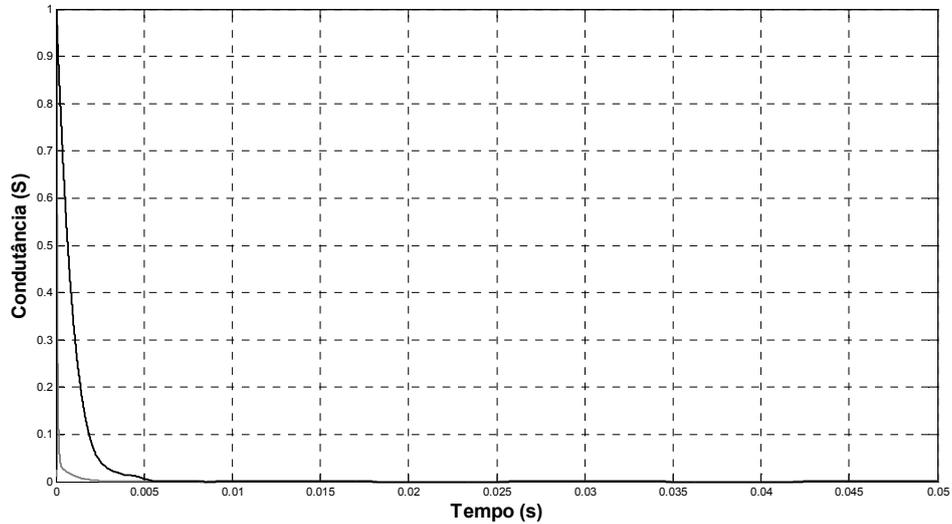


Figura 64 – Condutâncias dos sub-arcos 1 e 2 (caso-base).

Com o modelo de arco já validado com base em comportamentos de arcos experimentais e implementado em ATP, não é objetivo desta pesquisa determinar parâmetros de arcos cuja extinção é ou não automática. Alternativamente, propõe-se aqui uma análise de sensibilidade da auto-extinção em função de seus parâmetros. Assim, considerem-se dois casos A e B, nos quais o parâmetro α do arco é variado de 0,20 para 0,25 e 0,30, respectivamente. A Figura 65 mostra as condutâncias dos sub-arcos para o caso A, podendo ser observada uma maior dificuldade de auto-extinção do arco.

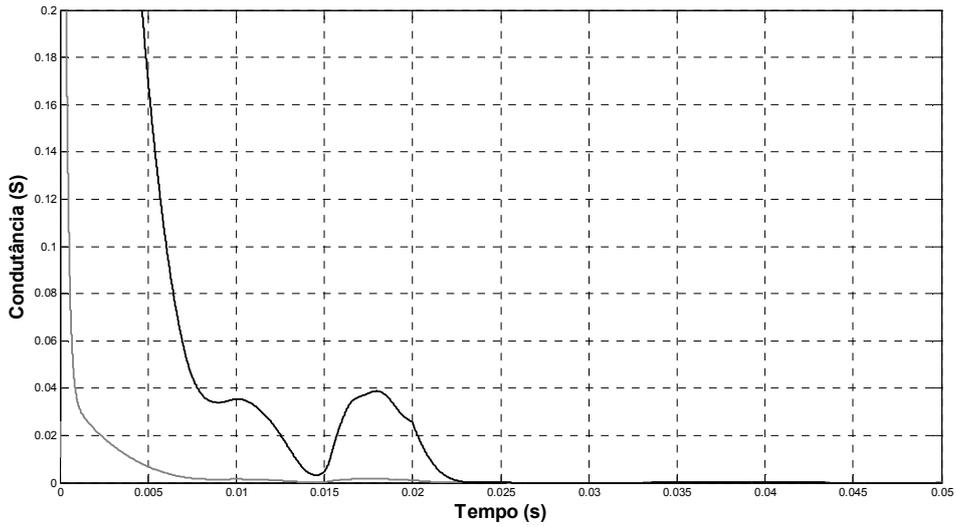


Figura 65 – Condutâncias dos sub-arcos 1 e 2 ($\alpha = 0,25$).

No caso ilustrado pela figura, o tempo morto para o religamento monofásico é superior ao caso-base mostrado na Figura 65, tendo em vista que o arco não se extingue completamente até 25 ms. Aumentando-se ainda um pouco mais o parâmetro α para 0,30, observa-se que o arco não mais se extingue automaticamente; de fato, suas condutâncias não se anulam, conforme ilustrado na Figura 66.

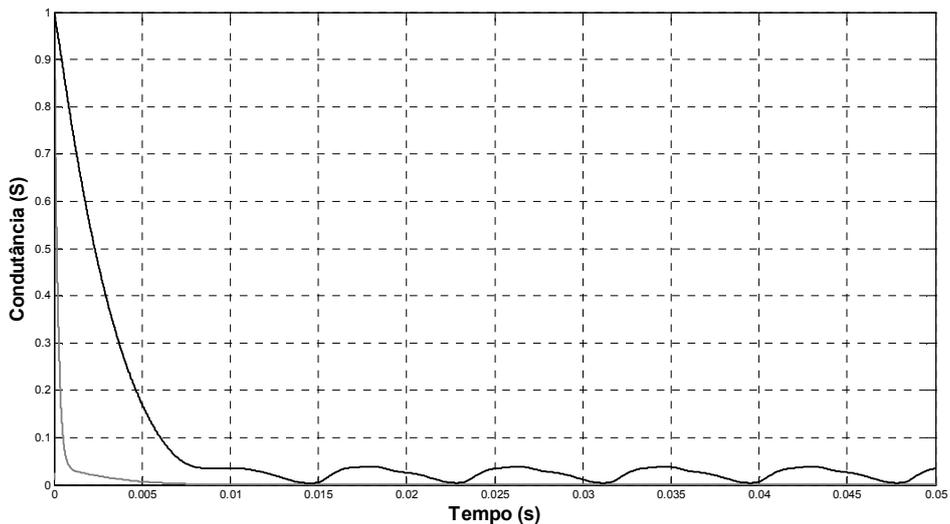


Figura 66 – Condutâncias dos sub-arcos 1 e 2 ($\alpha = 0,30$).

A partir deste ponto, diversas soluções podem ser estudadas para a auto-extinção deste arco, conforme discutido anteriormente, dentre as quais destacam as chaves de aterramento rápido. Um exemplo de avaliação da possibilidade da extinção do arco encontra-se na Figura 67, resultante de uma simulação na qual provocou-se um curto-circuito próximo a seus terminais. Neste caso, fechou-se uma chave por 10 ms (de 20 a 30 ms), provocando a extinção do arco.

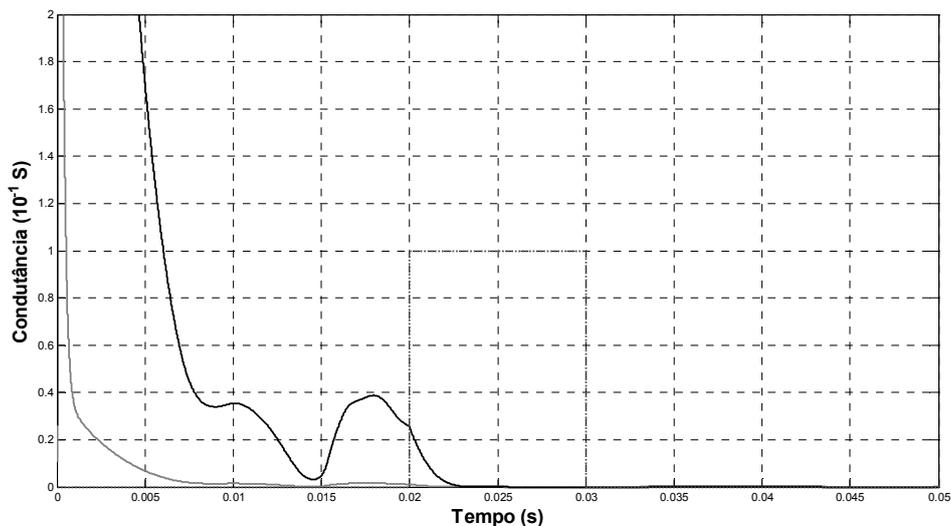


Figura 67 – Extinção do arco por meio de um curto-circuito próximo a seus terminais.

Embora tenha efetivamente causado a extinção de um arco outrora sustentado, o chaveamento próximo aos terminais de um arco é um exemplo meramente didático, tendo em vista a impossibilidade de se conhecer, previamente, o ponto de ocorrência da falta monofásica – e do respectivo arco. Um exemplo mais realista seria o chaveamento à distância, a partir de um dos terminais da linha, cujo efeito neste caso é ilustrado pela Figura 68.

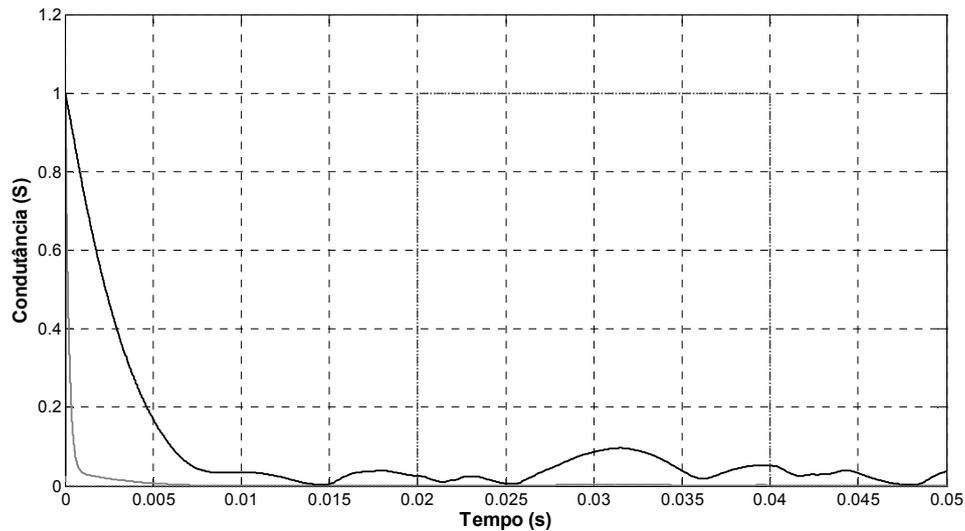


Figura 68 – Extinção do arco por meio de um curto-circuito em um terminal da LT.

Nota-se claramente a ineficácia do procedimento, já que o chaveamento à distância não é suficiente para mudar o comportamento do arco e motivar sua extinção. Ao contrário, o arco já não se extingue durante os 20 ms de fechamento da chave, nem muda seu comportamento de forma a se extinguir. Neste caso, outra solução deve ser procurada, certamente fazendo uso das metodologias e da modelagem desenvolvida neste trabalho.

7

CONCLUSÕES E PESQUISAS FUTURAS

7.1. CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou algumas contribuições à modelagem de linhas de transmissão visando à simulação de transitórios eletromagnéticos no domínio do tempo com dinâmicas rápidas, como as decorrentes da prevalência de arcos secundários após a ocorrência de curtos-circuitos e abertura de pólos de disjuntores. A principal delas é a concepção de modelos definidos pelo usuário para linhas de transmissão e equivalentes de rede baseados no comportamento da matriz de admitância nodal.

A implementação dos modelos no domínio do tempo se dá por meio de equivalentes tipo Norton, com a utilização do ajuste por funções parciais (*vector fitting*) de \mathbf{Y}_{bus} , de variáveis de estados e do método de integração trapezoidal, típico de simuladores como o ATP e o PSCAD/EMTDC. Deste modo, os modelos aqui desenvolvidos têm aplicação genérica e permitem a representação não só dos elementos aqui enfocados, mas de quaisquer elementos de sistemas de potência de comportamento linear, tais como transformadores.

No caso específico das linhas de transmissão, apresentou-se uma análise das principais formulações para o cálculo de seus parâmetros elétricos básicos, procurando-

se sempre atender simultaneamente os requisitos técnicos e computacionais. Para os estudos conduzidos neste trabalho, optou-se por uma modelagem mista, utilizando na mesma simulação formulações baseadas em ondas planas e ondas esféricas. O objetivo foi buscar o máximo possível de precisão sem prejudicar excessivamente o desempenho computacional dos modelos.

Dentre as formulações analisadas, destacaram-se a do plano complexo de retorno para os modelos baseados em cabos condutores infinitos e a apresentada na literatura por Ametani, para os modelos baseados em eletrodos de comprimento finito. Cada uma destas permite um nível de precisão adequado sem inviabilizar a programação dos modelos.

A formulação de D'Amore & Sarto para o cálculo dos parâmetros unitários das linhas de transmissão consideradas formadas por condutores de comprimento infinito, embora fisicamente robusta no que diz respeito aos valores finitos das constantes de atenuação, conduz a dificuldades no ajuste por frações parciais. Tais dificuldades, também observadas na formulação apresentada por Portela para os eletrodos finitos, estão relacionadas a fatores tipo $e^{\gamma d}$ – cujo ajuste em frações parciais requer um número muito grande de pólos – nas expressões de impedância e admitância. Além disso, cada uma delas, quando comparada com sua contraparte (D'Amore/Sarto \times plano complexo de retorno e Portela \times Ametani), produz resultados bastante coincidentes nas faixas de frequência aqui consideradas (até 10^7 Hz), tanto no domínio da frequência quanto no domínio do tempo.

Para a implementação computacional dos modelos aqui desenvolvidos, foi escolhido o ATP, simulador de transitórios eletromagnéticos adotado hoje de maneira generalizada no SIN e cujo licenciamento é gratuito. O programa dispõe de linguagem própria para modelos definidos pelo usuário – MODELS –, além de permitir a programação de funções externas em linguagem C ou FORTRAN. Após a identificação de limitações no que diz respeito a memória e velocidade de processamento, utilizou-se predominantemente a linguagem C, ao invés da linguagem MODELS nativa.

A implementação dos modelos no simulador, inclusive, trouxe algumas dificuldades, como os excessivos requisitos de tempo e alocação de memória para a solução do problema de otimização correspondente à rotina de verificação da

passividade – necessária para a obtenção da garantia de simulações convergentes no tempo –, e a instabilidade de simulações contendo a associação em cascata de modelos.

No que diz respeito ao arco secundário, desenvolveram-se modelos com uma e duas constantes de tempo para o ATP, utilizando linguagem TACS. Promoveram-se simulações-exemplo com os modelos desenvolvidos, com o intuito de identificar requisitos para a extinção de arcos outrora sustentados, tais como a injeção de correntes de extinção ou a alteração das impedâncias da rede por meio de equipamentos FACTS, por exemplo.

7.2. TEMAS PARA PESQUISAS FUTURAS

Os resultados obtidos nesta pesquisa indicam uma série de possibilidades para a realização de pesquisas futuras, sendo as principais listadas a seguir:

- investigação da implementação, no domínio do tempo, de modelos de linhas de transmissão baseados nas matrizes função de propagação $\mathbf{A} = e^{-\sqrt{\mathbf{Z}\cdot\mathbf{Y}}\cdot d}$ e admitância característica \mathbf{Y}_c [64];
- modelagem dos elementos no domínio híbrido tempo/frequência [65], [66];
- transporte dos modelos aqui descritos para utilização em simuladores que utilizam um processo de inversão frequência/tempo diferente da integração trapezoidal, como por exemplo transformadas de Fourier ou Laplace [24];
- utilização da técnica de pólos dominantes para o ajuste de \mathbf{Y}_{bus} [67];
- no cálculo de \mathbf{Y}_{bus} , representação de eletrodos não horizontais, das estruturas e de seus sistemas de aterramento, visando uma modelagem mais precisa e robusta dos vãos das linhas de transmissão em forma de catenária [24];
- estudos de sensibilidade de parâmetros de arcos secundários utilizando os modelos desenvolvidos, a fim de se verificarem limites de auto-extinção.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] ELETROBRAS. Tabela de Dados disponível no site do SIPOT – Sistema de Informações do Potencial Hidrelétrico Brasileiro (http://www.eletronbras.com/EM_Atuaao_SIPOT/sipot.asp).
- [2] Sítio oficial do ONS – Operador Nacional do Sistema Elétrico – na internet (http://www.ons.org.br/conheca_sistema/o_que_e_sin.aspx).
- [3] IEEE COMMITTEE REPORT. “Single Phase Tripping and Auto Reclosing of Transmission Lines”. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 7, nº 1, Jan. 1992.
- [4] GATTA, F. M., ILICETO, F. “Analysis of Some Operation Problems on Half-Wave Length Power Transmission Lines”. In: *Proceedings of the AFRICON '92*, pp. 59-64, Sep. 1992.
- [5] BENEVIDES CÂMARA, A. S. *Extinção do Arco Secundário com Manobras Monofásicas. Conceitos Fundamentais e Critérios de Análise*. Dissertação de Mestrado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2003.
- [6] PORTELA, C. M., SANTIAGO, N. H. C., OLIVEIRA FILHO, O. B., *et al.* “Modeling of Arc Extinction in Air Insulation”. **IEEE Transactions on Electrical Insulation**, v. 27, nº 3, Jun. 1992.
- [7] CARSON, J. R. **Wave Propagation in Overhead Wires with Ground Return**. BELL SYSTEM TECHNICAL JOURNAL, nº 5, p. 539-554, 1926.
- [8] JORDAN, E., BALMAIN, K. *Electromagnetic Waves and Radiating Systems*. Prentice-Hall Electrical Engineering Series. Ed. Prentice-Hall. 1968.
- [9] DWIGHT, H. B. “Skin Effect in Tubular and Flat Conductors”. **AIEE Transactions**, v. 37, pt. II, pp. 139-1403, 1918.
- [10] ARISMUNANDAR, A. “Capacitive Correction Factors for Transmission Lines to Include Finite Conductivity and Dielectric Constant of the Earth”. *IEEE Summer General Meeting and Nuclear Radiation Effects Conference*. Toronto, Canada, June 1963.
- [11] WEDEPOHL, L. M., WILCOX, D. J. “Transient Analysis of Underground Power-Transmission Systems – System-Model and Wave-Propagation Characteristics”. **Proceedings of the IEE**, v. 120, nº 2, Feb. 1973.

- [12] WAIT, J. R. "Theory of Wave Propagation Along a Thin Wire Parallel to an Interface". **Radio Science**, v. 7, n° 6, pp. 675-679, Jun. 1972.
- [13] OLSEN, R. G., PANKASKIE, T. A. "On the Exact, Carson and Image Theories for Wires At or Above the Earth's Interface". **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, v. PAS-102, n° 4, Apr. 1983.
- [14] D'AMORE, M. D., SARTO, M. S. "Simulation Models of a Dissipative Transmission Line Above a Lossy Ground for a Wide-Frequency Range – Part I: Single Conductor Configuration". **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**, v. 38, n° 2, May. 1996.
- [15] D'AMORE, M. D., SARTO, M. S. "Simulation Models of a Dissipative Transmission Line Above a Lossy Ground for a Wide-Frequency Range – Part II: Multiconductor Configuration". **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**, v. 38, n° 2, May. 1996.
- [16] D'AMORE, M. D., SARTO, M. S. "A New Formulation of Lossy Ground Return Parameters for Transient Analysis of Multiconductor Dissipative Lines". **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 12, n° 1, Jan. 1997.
- [17] DERI, A., TEVAN, G., SEMLYEN, A. *et. al.* "The Complex Ground Return Path: A Simplified Model for Homogeneous and Multi-Layer Earth Return". **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, v. 100, n° 8, pp. 3686-3693, Aug. 1981.
- [18] PIZARRO, M., ERIKSSON, R. "Modeling of the Ground Mode of Transmission Lines in Time Domain Simulations". In: *Proceedings of the 7th ISH – International Conference on Power Systems Transients*, pp. 179-182. Dresden, Germany, 1991.
- [19] NODA, T. "A Double Logarithmic Approximation of Carson's Ground-Return Formula". **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 21, n° 1, pp. 472-479, Jan. 2005.
- [20] ROGERS, E. J., WHITE, J. F. "Mutual Coupling between Finite Length of Parallel or Angled Horizontal Earth Return Conductors", **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 4, n. 1, pp. 103-113, 1989.
- [21] AMETANI, A., ISHIHARA, A. "Investigation of Impedance and Line Parameters of a Finite Length Multiconductor System", **Trans. IEE Japan**, v. 113B, n. 8, pp. 905-913, 1993.

- [22] AMETANI, A., KASAI, Y., SAWADA, J. *et al.* “Frequency-Dependent Impedance of Vertical Conductor and a Multiconductor Tower Model”, **IEE Proc. Gener. Transm. Distrib.**, v. 141, n. 4, pp. 339-345, 1994.
- [23] PORTELA, C. M. *Campo Eletromagnético – Relações Básicas entre as Principais Grandezas Físicas, em Termos Macroscópicos, em Formulação Simplificada*. 2ª Edição. COPPE/UFRJ, 1999;
- [24] SALARI FILHO, J. C. *Efeitos das Descargas Atmosféricas no Desempenho de Linhas de Transmissão – Modelagens no Domínio do Tempo e da Frequência*. Tese de Doutorado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2006.
- [25] PORTELA, C. M., TAVARES, M. C. “Modeling, Simulation and Optimization of Transmission Lines. Applicability and Limitations of Some Used Procedures”. In: *Proceedings of the IPST – International Conference on Power Systems Transients*. Rio de Janeiro, Brazil, 2001.
- [26] PORTELA, C. M., TAVARES, M., PISSOLATO, J. “Accurate Representation of Soil Behaviour for Transient Studies”, **IEE Proc. Gener. Transm. Distrib.**, v. 150, n. 6, pp. 736-744, 2003.
- [27] WEDEPOHL, L. M. “Application of Matrix Methods to the Solution of Traveling Wave Phenomena in Polyphase Systems”. In: *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, v. 110, nº 12, pp. 2200-2212, Dez. 1963.
- [28] WEDEPOHL, L. M., NGUYEN, H. V., IRWIN, G. D. “Frequency-Dependent Phase-Domain Transformation Matrices for Untransposed Transmission Lines Using Newton-Raphson Method”. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 11, nº 3, pp. 1538-1546, Ago. 1996.
- [29] GUSTAVSEN, B., MO, O. “Interfacing Convolution Based Linear Models to an Electromagnetic Transients Program”. In: *Proceedings of the IPST’07*, 2007.
- [30] GUSTAVSEN, B., SEMLYEN, A. “Rational Approximation of Frequency Domain Responses by Vector Fitting”. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 14, nº 3, pp. 1052-1061, Jul. 1999.
- [31] DESCHRIJVER, D., MROZOWSKI, M., DHAENE, T., *et al.* “Macromodeling of Multiport Systems Using a Fast Implementation of the Vector Fitting Model”. **IEEE Microwave and Wireless Components Letters**, v. 18, nº 6, Jun. 2008.

- [32] GUSTAVSEN, B. “Improving the Pole Relocating Properties of Vector Fitting”. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 21, n° 3, Jul. 2006.
- [33] GUSTAVSEN, B. “Fast Passivity Enforcement for Pole-Residue Models by Perturbation of Residue Matrix Eigenvalues”. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 23, n° 4, pp. 2278-2285, Oct. 2008.
- [34] GUSTAVSEN, B., SEMLYEN, A. “A Half-Size Singularity Test Matrix for Fast and Reliable Passivity Assessment of Rational Models”. **IEEE Transactions on Power Delivery**, aceito para publicação.
- [35] GUSTAVSEN, B., SEMLYEN, A. “Enforcing Passivity for Admittance Matrices Approximated by Rational Functions”. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 16, n° 1, pp. 97-104, Feb. 2001.
- [36] LAMECKI, A., MROZOWSKI, M. “Equivalent SPICE Circuits with Guaranteed Passivity from Nonpassive Models”. **IEEE Transactions on Microwave Theory Technology**, v. 55, n° 3, pp. 526-532, Mar. 2007.
- [37] NODA, T. “Identification of a Multiphase Network Equivalent for Electromagnetic Transient Calculations Using Partitioned Frequency Response”. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 20, n° 2, pp. 1134-1142, Apr. 2005.
- [38] MARTI, J. “Accurate Modeling of Frequency Dependent Transmission Lines in Electromagnetic Transients Simulation”. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, v. PAS-101, n° 1, pp. 147-155, Jan. 1982.
- [39] WEDEPOHL, L. D., EFTHYMIADIS, A. E. “Wave Propagation in Transmission Lines Over Lossy Ground: A New, Complete Field Solution”. In: *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, v. 125, n° 6, pp. 505-510, Jun. 1978.
- [40] EFTHYMIADIS, A. E., WEDEPOHL, L. D. “Propagation Characteristics of Infinitely-Long Single-Conductor Lines by the Complete Field Solution Method”. In: *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, v. 125, n° 6, pp. 511-517, Jun. 1978.
- [41] TAVARES, M. C., PISSOLATO, J., PORTELA, C. M. “New Mode-Domain Multiphase Transmission Line Model – Clarke Transformation Evaluation”. *1998 International Conference on Power Systems Technology – Powercon '98*, Beijing, China, 1998.
- [42] DUBÉ, L. “Users Guide to Models in ATP”, Apr. 1996.

- [43] GUSTAVSEN, B. “Validation of Frequency-Dependent Transmission Line Models”. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 20, n° 2, Apr. 2005.
- [44] BARROS, H. M. , SOARES, C. F. T., JESUS, F. D. “Integração entre os Programas ATP e MATLAB/Simulink em Tempo de Execução Aplicável a Estudos de Transitórios Eletromagnéticos Devidos a Manobra”. *XIX Seminário de Produção e Transmissão de Energia Elétrica (SNPTEE)*, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 14-17 Out. 2007.
- [45] MORENO, P., GOMEZ, P., NAREDO, J. L., *et al.* “Frequency Domain Transient Analysis of Electrical Networks Including Non-Linear Conditions”. **Electrical Power and Energy Systems**, n° 27, pp. 139-146, 2005.
- [46] WEDEPOHL, L. M. “Power System Transients: Errors Incurred in the Numerical Inversion of the Laplace Transform”. In: *Proceedings of the 26th Midwest Symposium on Circuits Systems*, 1983.
- [47] WILCOX, J. D. “Numerical Laplace Transformation and Inversion”. **Int. J. Elect. Eng. Educ.**, v. 15, pp. 247-265, 1978.
- [48] CRUMP, K. S. “Numerical Inversion of Laplace Transform Using a Fourier Series Approximation”. **Journal of the ACM**, n° 23, pp. 89-96, 1976.
- [49] VARRICCHIO, S. L., MARTINS, N., LIMA, L. T. G., CARNEIRO Jr., S. “Studying Harmonics Problems Using a Descriptor System Approach”. In: *Proceedings of the IPST'99 – International Conference on Power Systems Transients*, Budapeste, Jun. 1999.
- [50] GOMES Jr., S., MARTINS, N., PORTELA, C. M. Modal Analysis Applied s-Domain Models of AC Networks”. *IEEE PES Winter Meeting*, Columbus, OH, EUA, Jan. 2000.
- [51] IBRAHIM, A. I. “Frequency Dependent Network Equivalents for Electromagnetic Transients Studies: a Bibliographical Survey”. **Electrical Power & Energy Systems**, n° 25, 2003.
- [52] LIMA, A. C. S., GUSTAVSEN, B., FERNANDES, A. B. “Inaccuracies in Network Realization of Rational Models Due to Finite Precision of RLC Branches”. In: *Proceedings of the IPST'07*, 2007.
- [53] KIZILCAY, M. “A New Branch in the ATP-EMTP – High Order, Linear Admittance Model”. **EMTP News**, 1993.
- [54] BLACKBURN, J. L. **Protective Relaying – Principles and Applications**. 2nd Edition. Ed. Marcel Dekker, Inc, 1988.

- [55] CIGRÉ WORKING GROUP 13.01. “Practical Application of Arc Physics in Circuit Breakers. Survey of Calculation Methods and Application Guide”. **Electra**, n° 118, pp. 64-79, 1988.
- [56] CASSIE, A. M. “Arc Rupture and Circuit Severity: A New Theory”. *Conference Internationale des Grands Reseaux Electriques a Haute Tension*, France, 1932.
- [57] MAYR, O. “Beitrag Zur Theorie Der Statischen Und Der Dynamischen Lichtbogens”. **Archiv Fuer Elektrotechnik**, v. 37, pp. 588-608, 1943.
- [58] GRUTZ, A., HOCHRAINER, A. “Rechnerische Untersuchung von Leistungsschaltern mit Hilfe einer verallgemeinerten Lichtbogen Theorie”. **ETZ-A Elektrotech. Z.**, v. 92, n° 4, pp. 185-191, 1971.
- [59] KIZILCAY, M., PNIOK, T. “Digital Simulation of Fault Arcs in Power Systems”. **European Transactions on Electrical Power Engineering**, v. 1, n° 1, pp. 55-60, 1991.
- [60] JOHNS, A. T., AGGARWAL, R. K., SONG, Y. H. “Improved Techniques for Modelling Fault Arcs on Faulted EHV Transmission Systems”. **Proceedings of the IEE General Transmission and Distribution**, v. 141, n° 2, pp. 148-154, 1994.
- [61] PORTELA, C. M., DUPONT, C., MEIRELES, M. P. “Deterministic and Stochastic Arc Modelling”. *CIGRÉ 13-107*, 1994.
- [62] PORTELA, C. M. *Modelagem de Arco Elétrico em Disjuntores. Aplicações de Modelos em Estudos de Manobra*. COPPE/UFRJ, 1996.
- [63] PORTELA, C. M. *Análise de Alguns Aspectos da Modelagem de Arcos no Ar*. COPPE/UFRJ, 2003.
- [64] MORCHED, A., GUSTAVSEN, B., TARTIBI, M. “A Universal Model for Accurate Calculation of Electromagnetic Transients on Overhead Lines and Underground Cables”. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 14, n° 3, Jul. 1999.
- [65] GRIFFITH, R., NAKHLA, M. S. “Mixed Frequency/Time Domain Analysis of Nonlinear Circuits”. **IEEE Transactions on Computer-Aided Design**, v. 11, n° 8, pp. 1032-1043, Aug. 1992.

- [66] SEMLYEN, A., MEDINA, A. “Computation of the Periodic Steady State in Systems with Nonlinear Components using a Hybrid Time and Frequency Domain Methodology”. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 10, n° 3, pp. 1498-1504, Aug. 1995.
- [67] GOMES JUNIOR, S. *Modelagem e Métodos Numéricos para Análise Linear de Estabilidade Eletromecânica, Ressonância Subsíncrona, Transitórios Eletromagnéticos e Desempenho Harmônico de Sistemas de Potência*. Tese de Doutorado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2002.

APÊNDICE

Nesta seção apresentam-se algumas listagens utilizadas ao longo deste trabalho, com o objetivo de facilitar, dentro do possível, a reprodução dos resultados aqui obtidos.

Ressalta-se que a implementação computacional e, principalmente, a programação dos modelos, têm uma série de particularidades por ventura omitidas ao longo do texto devido a limitações de tamanho e, fundamentalmente, para não ter demasiadamente cansativa a leitura do trabalho.

Em primeiro lugar, apresenta-se o arquivo de dados em ATP contendo a simulação do modelo de linha monofásica desenvolvido.

```
BEGIN NEW DATA CASE
C -----
C Generated by ATPDRAW August, Monday 17, 2009
C A Bonneville Power Administration program
C by H. K. Høidalen at SEFAS/NTNU - NORWAY 1994-2008
C -----
C dT << Tmax >> Xopt <> Copt >
  5.E-7      .02
  500        1      1      1      1      0      0      1      0
/MODELS
MODELS

INPUT
MM0001 {v(XX0003)}
MM0002 {v(XX0004)}

OUTPUT
XX0003
XX0004

MODEL LTMono

DATA npr, npi

INPUT v1,v2

OUTPUT i1,i2

VAR i1,i2
  i[1..2]

FUNCTION f1 FOREIGN ATP_MONO {ixarg:4}

EXEC
  i[1..2] := f1(npr,npi,v1,v2)
  i1:=i[1]
  i2:=i[2]
ENDEXEC
ENDMODEL
USE LTMono AS Default
INPUT
  v1:= MM0001
  v2:= MM0002
DATA
```

```

npr:=16.
npi:=22.
OUTPUT
XX0003:=i1
XX0004:=i2
ENDUSE
ENDMODELS
C      1      2      3      4      5      6      7      8
C 34567890123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890
/BRANCH
C < n1 >< n2 ><ref1><ref2>< R >< L >< C >
C < n1 >< n2 ><ref1><ref2>< R >< A >< B ><Leng><><>0
$VINTAGE,1
  XX0003XX0004          93129622.          0
  XX0004                490.8561          0
  XX0003                490.8561          0
$VINTAGE,0
/SWITCH
C < n 1>< n 2>< Tclose ><Top/Tde >< Ie ><Vf/CLOP >< type >
  XX0001XX0003          MEASURING          1
/SOURCE
C < n 1><><< Ampl. >< Freq. ><Phase/T0>< A1 >< T1 >< TSTART >< TSTOP >
60XX0003-1          1.E3
60XX0004-1          1.E3
11XX0001 0          1.          -1.          1.E3
/OUTPUT
  XX0004
BLANK MODELS
BLANK BRANCH
BLANK SWITCH
BLANK SOURCE
BLANK OUTPUT
BLANK PLOT
BEGIN NEW DATA CASE
BLANK

```

Como pode ser observado na listagem anterior, o arquivo faz uso da *foreign function* ATP_MONO, que deve ser compilada para formar um executável do ATP customizado (mytpbig.exe).

A função F1 foi programada em linguagem C++ e compilada em formato C, conforme o código abaixo.

```

/*****
*      Leitura do Arquivo de Dados      *
*****/

#include "stdio.h"
#include "stdlib.h"
#include "string.h"

#define LINE_SIZE 128

/*
* Classe para a Manipulação dos Dados do Arquivo
*/

class lineParameters {
public:
    // Atributos da Classe:
    int RpoleNum,IpoleNum;
    double * alpha;
    double * c;
    double * x;

```

```

double v1, v2;

// Construtor e Destrutor:
lineParameters(int,int);
~lineParameters();

// Métodos da Classe
void evalCurrents (double *, double *, double, double);

};

/***/ Construtor ***/

lineParameters::lineParameters ( int Rnum, int Inum ) {

    // Manipulador de Arquivo:
    FILE * ptrFile;

    // String para leitura do arquivo:
    char fileLine[LINE_SIZE];
    char realNumber[LINE_SIZE];

    // Countadores:
    int k, n;

    // Ponteiro:
    char * ptr;

    // Inicialização dos Atributos da classe:
    RpoleNum = Rnum;
    IpoleNum = Inum;

    // Alocação dinâmica de memória:
    alpha = new double [RpoleNum+2*IpoleNum];
    c = new double [2*(RpoleNum+2*IpoleNum)];
    x = new double [2*(RpoleNum+2*IpoleNum)];

    // Inicialização de x1 e x2:
    for (k=0; k<(2*(RpoleNum+2*IpoleNum)); k++) {
        x[k] = 0;
    }

    // Inicialização das Tensões:
    v1 = v2 = 0;

    // Abre o arquivo:
    ptrFile = fopen("defs.dat","r");

    if (ptrFile == NULL) {
        printf("O arquivo não pode ser aberto! \n");
        exit(0);
    }

    // Realiza a leitura do arquivo:
    for (n = 0; n < (RpoleNum+2*IpoleNum); n++) {

        // Lê uma linha:
        fgets(fileLine, LINE_SIZE - 1, ptrFile);
        ptr = strchr(fileLine, '=') + 1;

        // Retira espaços em branco:
        while (*ptr == ' ') ptr++;

        // Copia o número para outra string:
        k = 0;
        while (*ptr != '\n') {
            realNumber[k] = *ptr;
            ptr++;
            k++;
        }
        realNumber[k] = '\0';

        // Transforma em número real:
        alpha[n] = atof(realNumber);
    }
}

```

```

    }

    for (n = 0; n < (2*(RpoleNum+2*IpoleNum)); n++) {

        // Lê uma linha:
        fgets(fileLine, LINE_SIZE - 1, ptrFile);
        ptr = strchr(fileLine, '=') + 1;

        // Retira espaços em branco:
        while (*ptr == ' ') ptr++;

        // Copia o número para outra string:
        k = 0;
        while (*ptr != '\n') {
            realNumber[k] = *ptr;
            ptr++;
            k++;
        }
        realNumber[k] = '\0';

        // Transforma em número real:
        c[n] = atof(realNumber);

    }

    // Fecha o arquivo:
    fclose(ptrFile);
}

/**** Destrutor ****/

lineParameters::~lineParameters () {

    // Libera Memória Alocada Dinamicamente:
    delete alpha;
    delete c;
    delete x;

}

/**** Método ****/

void lineParameters::evalCurrents ( double * i1, double * i2, double vlin, double
v2in ) {

    // Inicialização de i1 e i2:
    i1[0] = 0;
    i2[0] = 0;

    // Contador:
    int k;

    // Auxiliar:
    double aux1, aux2;

    // Cálculo para os pólos reais:
    for (k=0; k<RpoleNum; k++) {

        x[k] = alpha[k]*x[k] + v1;
        x[RpoleNum+2*IpoleNum+k] = alpha[k]*x[RpoleNum+2*IpoleNum+k] + v2;
        i1[0] -= c[k]*x[k] +
c[RpoleNum+2*IpoleNum+k]*x[RpoleNum+2*IpoleNum+k];
        i2[0] -= c[RpoleNum+2*IpoleNum+k]*x[k] +
c[k]*x[RpoleNum+2*IpoleNum+k];

    }

    // Cálculo para os pólos complexos:
    for (k=RpoleNum; k<(RpoleNum+2*IpoleNum-1); k=k+2) {

        aux1 = x[k];

```

```

        aux2 = x[RpoleNum+2*IpoleNum+k];
        x[k] = alpha[k]*x[k] - alpha[k+1]*x[k+1] + v1;
        x[k+1] = alpha[k]*x[k+1] + alpha[k+1]*aux1;
        x[RpoleNum+2*IpoleNum+k] = alpha[k]*x[RpoleNum+2*IpoleNum+k] - al-
pha[k+1]*x[RpoleNum+2*IpoleNum+k+1] + v2;
        x[RpoleNum+2*IpoleNum+k+1] = alpha[k]*x[RpoleNum+2*IpoleNum+k+1] +
alpha[k+1]*aux2;
        i1[0] -= 2*(c[k]*x[k] - c[k+1]*x[k+1] +
c[RpoleNum+2*IpoleNum+k]*x[RpoleNum+2*IpoleNum+k] -
c[RpoleNum+2*IpoleNum+k+1]*x[RpoleNum+2*IpoleNum+k+1]);
        i2[0] -= 2*(c[RpoleNum+2*IpoleNum+k]*x[k] -
c[RpoleNum+2*IpoleNum+k+1]*x[k+1] + c[k]*x[RpoleNum+2*IpoleNum+k] -
c[k+1]*x[RpoleNum+2*IpoleNum+k+1]);
    }

    // Atualizar v1 e v2:
    v1 = v1in;
    v2 = v2in;
}

extern "C" {
double atpmono_ ( double arg [] ) {

    // Manipulador dos Dados da Linha:
    static lineParameters handle((int) arg[0], (int) arg[1]);

    // Cálculo das Correntes:
    double i1, i2;
    handle.evalCurrents ( &i1, &i2, arg[2], arg[3] );

    // Transmissão dos resultados para o ATP:
    arg[0] = i1;
    arg[1] = i2;
    return(2);
}
}

```

Por fim, segue o arquivo MAKEFILE utilizado para a compilação do código acima.

```

#-----#
# FILE: makefile #
# PURPOSE: compile and link atp #
#-----#

#----- Compilers Definition -----#

CC = gcc.exe
FOR = g77.exe

#----- Path of Files -----#

MYPATH = H:\Trabalho\UFRJ\DSc\Tese\Arqs\Meus\ATP\Monofasico
ATPMINGW = ..\atpmingw

#----- ATP Object Files -----#

OBJECTS = dimdef.o \
newmods.o \
comtac.o \
fgnmod.o \
usern1.o \
analyt.o \
devt69.o \
usrfun.o \

```

```

user10.o

#----- Language C Object Files -----#
OBJECTS_ATP = monofasico.o

#----- Inset Files for ATP -----#
INSFILE = blkcom.ins \
         comta1.ins \
         comta2.ins \
         comta3.ins \
         dekspy.ins \
         tacsar.ins \
         space2.ins

#----- ATP Libraries -----#
LIBRARY = $(ATPMINGW)\make\tpbig.a \
         $(ATPMINGW)\make\dismg7.a \
         -L $(ATPMINGW)\make\MinGW\lib -lgdi32

#----- ATP Required Definitions -----#
CFLAGS = -DUNDERScore -O2
FFLAGS = -O2

#----- ATP tpbig.exe Target File -----#
IMAGE = $(MYPATH)\mytpbig.exe

#----- Rules -----#
all: $(IMAGE)

.f.o: $(FOR) -c $(FFLAGS) $<
.c.o: $(CC) -c $(CFLAGS) $<

$(IMAGE) : $(OBJECTS) $(OBJECTS_ATP) $(INSFILE)
copy $(ATPMINGW)\make\MinGW\lib\crt2.o > null
$(FOR) -s -o $@ $(OBJECTS_ATP) $(OBJECTS) $(LIBRARY) $(LIBS)
del crt2.o > null

%.o: $(MYPATH)\%.cpp
$(CC) -c $(CFLAGS) -I $(ATPMINGW)\make\MinGW\include $<

fgnmod.o: $(MYPATH)\fgnmod.f
$(FOR) -c $(FFLAGS) $(MYPATH)\fgnmod.f

```