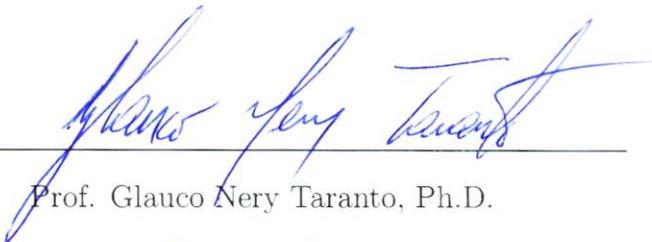


SIMULAÇÃO EM SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA
COM MODELAGEM FLEXÍVEL — MONOFÁSICA E TRIFÁSICA

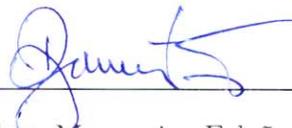
José Mauro Teixeira Marinho

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

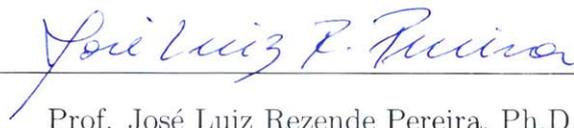
Aprovada por:



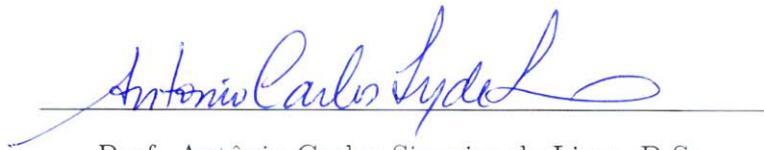
Prof. Glauco Nery Taranto, Ph.D.



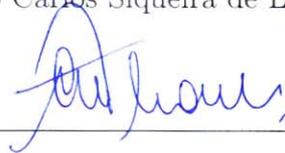
Prof. Djalma Mosqueira Falcão, Ph.D.



Prof. José Luiz Rezende Pereira, Ph.D.



Prof. Antônio Carlos Siqueira de Lima, D.Sc.



Prof. André Luiz Morelato França, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

MARÇO DE 2008

MARINHO, JOSÉ MAURO TEIXEIRA

Simulação em Sistemas de Energia Elétrica
com Modelagem Flexível — Monofásica e
Trifásica [Rio de Janeiro] 2008

XVI, 221 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ,
D.Sc., Engenharia Elétrica, 2008)

Tese - Universidade Federal do Rio de
Janeiro, COPPE

1. Sistemas Elétricos Trifásicos
2. Estabilidade de Sistemas Elétricos
3. Modelagem de Sistemas Elétricos
4. Modelagem Orientada a Objetos
5. Diferenciação Automática

I. COPPE/UFRJ II. Título (Série)

Aos meus pais,
Aroldo (in memoriam)
e Maria Célia.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiro a Deus, que me deu forças quando necessitei, e pela felicidade de aqui estar ao fim de mais uma etapa.

À minha esposa Maria das Graças e minha filha Gabriela, pelo apoio e paciência demonstrados com relação ao tempo que precisei me dedicar ao doutorado.

Ao meu orientador Prof. Dr. Glauco Nery Taranto, pela orientação e confiança ao longo do desenvolvimento deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Alessandro Manzoni (DEE/UFRJ), pela disponibilização da plataforma computacional que permitiu o desenvolvimento deste trabalho de tese.

A todos os professores do Programa de Engenharia Elétrica da COPPE, pela dedicação ao curso que me foi oferecido. Um agradecimento especial aos professores Alquindar Pedroso, Djalma Mosqueira Falcão e Sandoval Carneiro Júnior, professores de todo o período em que estudei na COPPE.

Aos colegas da Petrobras, pela ajuda e colaboração que possibilitaram a minha maior dedicação ao doutorado. Ao Eng. Carlos Ferraz Mastrangelo, pela oportunidade concedida para a elaboração da proposta de tese.

A todos os funcionários e colegas de mestrado e doutorado, pelo convívio e companheirismo ao longo desta jornada.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

SIMULAÇÃO EM SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA
COM MODELAGEM FLEXÍVEL — MONOFÁSICA E TRIFÁSICA

José Mauro Teixeira Marinho

Março/2008

Orientador: Glauco Nery Taranto

Programa: Engenharia Elétrica

Este trabalho apresenta o desenvolvimento de uma ferramenta computacional capaz de simular o comportamento dinâmico dos sistemas de energia elétrica em condições desbalanceadas e na frequência fundamental. Empregando uma arquitetura de modelos definidos pelo usuário e recursos de diferenciação automática (DA), a ferramenta permite que modelos trifásicos sejam mais facilmente desenvolvidos e utilizados no cálculo do fluxo de potência, e na análise da estabilidade transitória de curta ou longa duração.

Numa segunda parte, foram desenvolvidos modelos trifásicos mais acurados para máquinas síncronas e de indução. Uma formulação proposta permite que a modelagem trifásica plena em componentes de fase seja aplicada em somente parte do sistema elétrico (subsistema desbalanceado), mantendo a modelagem seqüência positiva no restante do sistema (subsistema balanceado ou quase-balanceado). O efeito de correntes desbalanceadas injetadas no restante do sistema pode ser representado por meio de equivalentes.

A utilidade da ferramenta desenvolvida é demonstrada por meio de simulações em sistemas elétricos de pequeno e grande porte, e validada por comparação com programas comerciais.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

SIMULATION IN ELECTRICAL POWER SYSTEMS
WITH FLEXIBLE MODELING — SINGLE-PHASE AND THREE-PHASE

José Mauro Teixeira Marinho

March/2008

Advisor: Glauco Nery Taranto

Department: Electrical Engineering

This work presents the development of a computational tool able to simulate the dynamic behaviour of electrical systems under unbalanced conditions in the fundamental frequency. By using a framework with automatic differentiation (AD) and user defined models capability, this tool allows three-phase models to be more easily developed and applied in power flow calculations, and in transient or long-term dynamic simulation.

In a second part, accurate three-phase models for synchronous and induction machines have been developed. A proposed formulation allows a full three-phase modeling in phase components to be applied in a small part of the electrical system (unbalanced subsystem), keeping the positive sequence modeling in the remaining system (balanced or quasi-balanced subsystem). The effect of unbalanced currents injected in the remaining subsystem can be represented by equivalents.

The capability of the developed tool is demonstrated through simulations in small and large size electrical systems, and validated by comparisons with commercially available tools.

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Considerações Iniciais	1
1.2	Visão Geral dos Simuladores para SEE	3
1.3	Revisão Bibliográfica	9
1.4	Motivação para o Tema da Tese	17
1.5	Estrutura do Trabalho	18
2	Modelagem Computacional	20
2.1	Considerações Iniciais	20
2.2	Descrição Topológica do SEE	23
2.3	Descrição Funcional do SEE	27
2.4	Aplicativos	49
2.5	Ferramentas Matemáticas	51
2.6	Considerações Finais	51
3	Simulação Dinâmica Trifásica	52
3.1	Considerações Iniciais	52
3.2	Formulação do Problema	52
3.3	Modelos Trifásicos para o SEE	59
3.4	Considerações Finais	93

4	Interface de Rede Trifásica × Monofásica Equivalente	95
4.1	Considerações Iniciais	95
4.2	Interface de Rede Utilizando Componentes Simétricos	97
4.3	Interface de Rede Utilizando Componentes de Fase	100
4.4	Formulação para Equações de Potência e Coordenadas Polares	106
4.5	Incluindo o Efeito das Admitâncias Equivalentes	108
4.6	Exemplo Numérico	111
4.7	Análise do Erro da Interface com Equivalentes Ideais	117
4.8	Variações da Interface Proposta	118
4.9	Forma Geral para Representação de Dispositivos Série	121
4.10	Considerações Finais	122
5	Resultados	123
5.1	Considerações Iniciais	123
5.2	Sistema WSCC 9 Barras	124
5.3	Sistema TPC 24 Barras	149
5.4	Sistema IEEE 118 Barras + Sistema 37 Barras	152
5.5	Sistema Sul-Sudeste Brasileiro 1916 Barras	154
5.6	Sistema Sul-Sudeste Brasileiro 730 Barras	158
5.7	Considerações Finais	167
6	Conclusões	168
6.1	Considerações Gerais	168
6.2	Contribuições do Trabalho	171
6.3	Sugestões para Trabalhos Futuros	171
	Referências Bibliográficas	173
A	Modelagem Orientada a Objetos	186
A.1	Conceitos Básicos	187
A.2	Linguagens Orientadas a Objetos	188
B	Solução Numérica de Sistemas de Equações Algébrico-Diferenciais	190
B.1	Sistema de Equações Diferenciais Ordinárias	190
B.2	Sistema de Equações Algébrico-Diferencial	191

B.3	Integração Numérica	192
B.4	Rigidez de um Sistema de Equações Algébrico-Diferencial	193
B.5	Regra Trapezoidal	193
B.6	Método de Diferenciação Regressiva	194
C	Algoritmos para Montagem da Matriz Jacobiana	196
C.1	Contribuições do Modelo para as Submatrizes \mathbf{J}_1 e \mathbf{J}_2	196
C.2	Contribuições do Modelo para as Submatrizes \mathbf{J}_3 e \mathbf{J}_4	200
D	Ferramentas Matemáticas	212
D.1	Fatoração LU Particionada e Blocada	212
D.2	Fatoração LU empregando CAL++	215
D.3	Fatoração LU empregando MA37	217
D.4	Avaliação do Desempenho Computacional	219
D.5	Cálculo de Autovalores e Autovetores	221

Lista de Figuras

1.1	Escalas de tempo da dinâmica dos sistemas de energia elétrica	4
1.2	Simuladores para Sistemas de Energia Elétrica	5
1.3	Abertura monopolar nos dois terminais de uma linha de transmissão .	18
2.1	Diagrama geral de classes FASEE	22
2.2	Classes básicas da descrição física	24
2.3	Classes especiais da descrição física	25
2.4	Composição da classe DISPOSITIVO	28
2.5	Representação de um dispositivo genérico	28
2.6	Estado dos dispositivos trifásicos	31
2.7	Diagrama de classes para o modelo de um dispositivo	37
2.8	Estrutura geral dos blocos componentes do modelo	39
2.9	Bloco de entrada de tensão iTENS	44
2.10	Blocos de saída dos modelos	44
2.11	Blocos para transformação de coordenadas polares e retangulares . .	47
2.12	Blocos para transformação de componentes de fase e seqüência	47
3.1	Modelo de linha de transmissão C.A.	59
3.2	Modelo para duas linhas de transmissão C.A. acopladas	60
3.3	Representação do transformador de dois enrolamentos	60
3.4	Representação π -equivalente do transformador de dois enrolamentos .	62

3.5	Representação chaves trifásicas em estado não ideal	65
3.6	Modelo geral de defeitos <i>shunt</i>	66
3.7	Modelos de regime permanente para geradores (monofásico equivalente)	68
3.8	Representação geral de fontes de tensão balanceadas	70
3.9	Modelo de regime permanente para o gerador $V\theta$ trifásico	73
3.10	Estado interno do gerador em coordenadas polares	74
3.11	Modelo de regime permanente para o gerador PV trifásico	75
3.12	Modelo de regime permanente para o gerador PQ trifásico	77
3.13	Limites de potência reativa para o gerador monofásico equivalente . .	78
3.14	Limites de potência reativa para o gerador trifásico	78
3.15	Circuito equivalente do motor de indução	80
3.16	Modelo dinâmico para a máquina síncrona trifásica	82
3.17	Modelo quase-estático para a máquina síncrona trifásica	84
3.18	Modelos de seqüência positiva para máquinas de indução	86
3.19	Torque de seqüência negativa na máquina de indução	90
3.20	Modelo dinâmico para a máquina de indução trifásica	91
3.21	Forma geral para representação de dispositivos <i>shunt</i>	93
4.1	Interface de rede utilizando componentes simétricos	97
4.2	Múltiplos elementos de interface	99
4.3	Interface de rede utilizando componentes de fase	101
4.4	Contribuições do elemento π para a matriz $\mathbf{Y}_{\text{barra}}$	103
4.5	Contribuições do elemento π para a matriz jacobiana	105
4.6	Contribuições para a matriz jacobiana - equações de potência e coordenadas polares no terminal k	108
4.7	Sistema exemplo de 4 barras	111
4.8	Efeito da impedância externa nas correntes e tensões de desbalanço .	117
4.9	Elemento de interface com representação de seqüência positiva	119
4.10	Terminal k com representação trifásica	120
4.11	Forma geral para representação de dispositivos série	121
5.1	Sistema WSCC (9 barras e 3 geradores)	124
5.2	Excitatriz e regulador de tensão	126

5.3	Matriz jacobiana do fluxo de potência trifásico	127
5.4	Convergência do fluxo de potência trifásico	134
5.5	Matriz jacobiana do método de solução simultâneo	136
5.6	Curto-circuito Fase-Fase-Terra na Barra 7 (barra AT do gerador G2)	137
5.7	Curto-circuito Fase-Fase-Terra na Barra 7 (barra AT do gerador G2)	138
5.8	Curto-circuito Fase-Terra em LT6 com desligamento monopolar	140
5.9	Curto-circuito Fase-Terra em LT6 com desligamento monopolar	141
5.10	Abertura da fase <i>a</i> de M1 - carga tipo torque quadrático	144
5.11	Abertura da fase <i>a</i> de M1 - carga tipo torque constante	145
5.12	Abertura da fase <i>a</i> de M1 - simulação EMT	146
5.13	Autovalores para modelagem monofásica e trifásica	147
5.14	Sistema TPC 345 kV [41]	150
5.15	Característica de Convergência para o Sistema TPC	151
5.16	Perfil de tensões para o sistema IEEE 118 barras+ 37 barras	153
5.17	Sistema 1916 barras com uma linha de transmissão não-transposta	154
5.18	Sistema 730 barras - representação trifásica parcial	159
5.19	Sistema 730 Barras - Curto-circuito trifásico balanceado na Barra 272	161
5.20	Curto-circuito Fase-Fase na Barra 258 (barra AT do gerador G257)	164
A.1	O modelo no processo de desenvolvimento de softwares	186
A.2	Exemplo de diagrama de classes da UML	188
C.1	Composição dos objetos dFdX e dP para uma função exemplo	197
D.1	Diagrama de classes de CAL++	215
D.2	Diagrama de classes de MA37	217

Lista de Tabelas

2.1	Equações e variáveis da descrição funcional	29
3.1	Submatrizes para transformadores trifásicos [7, 33]	61
4.1	Tensões para o sistema 4 barras - caso base	112
4.2	Fluxo de potência para o sistema 4 barras - caso base	113
4.3	Característica de convergência para o sistema 4 barras - caso base . .	114
4.4	Transformador com ambas as conexões Y aterrado	115
4.5	Representação das admitâncias equivalentes	115
4.6	Efeito de cargas tipo P_{cte} no equivalente linear	116
5.1	Dados de transformadores e linhas de transmissão	125
5.2	Dados dos geradores	125
5.3	Dados dos reguladores de tensão	125
5.4	Fluxo de potência - caso monofásico equivalente	126
5.5	Resultados do fluxo de potência trifásico - Caso 1	129
5.6	Resultados do fluxo de potência trifásico - Caso 2	130
5.7	Resultados do fluxo de potência trifásico - Caso 3	131
5.8	Resultados do fluxo de potência trifásico - Caso 4	132
5.9	Resultados do fluxo de potência trifásico - Caso 5	133
5.10	Número de iterações para crescimento de carga	135
5.11	Sumário dos pontos de operação	146

5.12	Autovalores para modelagem monofásica \times trifásica	148
5.13	Sistema TPC 24 Barras - Resultados do Caso 3	151
5.14	Sistema TPC 24 Barras - Resultados do Caso 4	151
5.15	Característica de convergência para o sistema IEEE 118 + 37 barras .	153
5.16	Tensões nas barras para o sistema 1916 barras	155
5.17	Correntes nos circuitos para o sistema 1916 barras	156
5.18	Característica de convergência para o sistema 1916 barras	156
5.19	Sistema 730 Barras - carga desbalanceada na Barra S-271	162
5.20	Erros de Interface para o Sistema 730 Barras	163
5.21	Desempenho computacional do fluxo de potência	166
5.22	Desempenho computacional da simulação - método alternado	166
5.23	Desempenho computacional da simulação - método simultâneo	166
C.1	Operadores para os objetos dFdX e dP	197
D.1	Desempenho das classes CAL++ e MA37 na solução de sistemas lineares	219

Lista de Símbolos

símbolo	significado
012	sufixo para matriz e vetor em componentes simétricos
a, b, c, s, t	sufixos para componentes de fase
abc	sufixo para matriz e vetor em componentes de fase
B, \mathbf{B}	escalar e matriz susceptância
esp	sufixo para valor especificado
G, \mathbf{G}	escalar e matriz condutância
I, \mathbf{I}	escalar e vetor corrente
inj	sufixo para valor injetado
\mathbf{J}, \mathbf{L}	blocos de matriz jacobiana para injeções de corrente e potência
k, m, i, j	sufixos para índices de barra
nrt	sufixo para admitância equivalente Norton
P, \mathbf{P}	escalar e vetor potência ativa
Q, \mathbf{Q}	escalar e vetor potência reativa
R, \mathbf{R}	escalar e matriz resistência
$\Re(\dots), \Im(\dots)$	funções para componentes real e imaginário de uma expressão
re, im	sufixos para componentes real e imaginário
ref	sufixo para valor de referência
reg	sufixo para valor regulado
S, \mathbf{S}	escalar e vetor potência aparente

símbolo	significado
<i>sht, ser</i>	sufixos para ramos shunt ou serie de um elemento π
<i>thv</i>	sufixo para impedância equivalente Thévenin
V, \mathbf{V}	escalar e vetor tensão
\dot{x}	derivada da variável de estado x em relação ao tempo
X, \mathbf{X}	escalar e matriz reatância
Y, \mathbf{Y}	escalar e matrix admitância
Z, \mathbf{Z}	escalar e matriz impedância
<i>zer, pos, neg</i>	sufixos para escalar em componentes simétricos

CAPÍTULO 1

Introdução

1.1 Considerações Iniciais

Os sistemas de energia elétrica, quando analisados sob operação interligada, são considerados um dos maiores e mais complexos sistemas já construídos pelo homem. Com mais de 100 anos de existência, sua expansão seguiu lado a lado com o avanço na compreensão de seu funcionamento. Inicialmente, a ferramenta disponível para sua análise era o computador analógico ou analisador de redes.

O advento da computação digital marcou uma nova etapa a partir da segunda metade do século XX. Programas computacionais desenvolvidos em linguagem de alto nível permitiram a substituição gradual dos tradicionais analisadores de redes por aplicativos e simuladores digitais, mais flexíveis e econômicos.

Uma primeira geração destes programas, desenvolvidos até por volta de 1990, foi pautada no melhor compromisso entre robustez e desempenho dos algoritmos, voltados para o máximo aproveitamento dos recursos computacionais, quase sempre insuficientes quando comparados aos requisitos crescentes do sistema elétrico. Uma segunda geração de programas está surgindo, podendo tirar proveito de um fato marcante do final do século XX: o notável progresso da informática, que tem se desenvolvido em velocidade muito maior que a dos outros sistemas. Este progresso

se faz notar tanto na capacidade de processamento dos computadores quanto nos recursos de modelagem computacional.

Considerando que os requisitos de robustez sempre devem nortear o desenvolvimento de novos algoritmos, e que os requisitos de desempenho para o porte atual dos sistemas de energia elétrica estão sendo atendidos pela indústria de informática, algum espaço está sendo aberto para novos requisitos. Enumerados a seguir estão alguns dos requisitos considerados desejáveis e cada vez mais empregados pelos modernos programas computacionais para uso em sistemas de energia elétrica:

- 1) Interface gráfica projetada para grande interação com usuário, manipulação de grande volume de dados, melhor visualização e interpretação de resultados, e aumento da produtividade;
- 2) Elevado nível de integração entre diversos aplicativos sobre uma base ou estrutura de dados comum, facilitando o preparo e a manutenção de estudos de caso pelos analistas;
- 3) Flexibilidade de definição pelo usuário de novos modelos de dispositivos, em adequação à crescente diversidade de equipamentos em uso no sistema elétrico;
- 4) Modelagem do sistema tão completa quanto possível de ser obtida com a base de dados disponível e os recursos computacionais de hoje.

Embora seja o primeiro item muito importante e praticamente indispensável nos aplicativos modernos para os sistemas de energia elétrica (SEE), seu desenvolvimento a nível de contribuição ao assunto requer domínio de outras áreas de conhecimento específico — interface gráfica, linguagem e plataforma computacional, sendo portanto considerado fora do objetivo deste trabalho.

O trabalho de MANZONI [1] veio a contribuir significativamente no segundo e terceiro itens da lista. Uma estrutura de classes foi desenvolvida segundo o paradigma da Modelagem Orientada a Objetos (MOO), e é atualmente denominada *Ferramenta de Análise de Sistemas de Energia Elétrica* (FASEE). Tal estrutura foi pautada em flexibilidade, segundo o conceito de Modelo Definido pelo Usuário (MDU), e permite que um novo modelo de dispositivo seja desenvolvido, adicionado e prontamente assimilado por todo o elenco de aplicativos — atualmente Fluxo de Potência, Fluxo

de Potência Ótimo, Simulação Dinâmica Completa, Simulação Rápida no Tempo e Análise Modal em sistemas com representação monofásica equivalente. Também foi verificado que, apesar de penalizada em desempenho, a plataforma computacional é perfeitamente aplicável em sistemas do porte atual do sistema elétrico brasileiro.

O presente trabalho tem por objetivo principal contribuir no quarto item, estendendo a ferramenta computacional FASEE para a simulação e análise dinâmica em sistemas trifásicos desbalanceados. Também é objetivo deste trabalho contribuir para o interfaciamento dos largamente empregados modelos de seqüência positiva ou positiva-negativa-zero com redes elétricas ou modelos trifásicos modelados em componentes de fase.

1.2 Visão Geral dos Simuladores para SEE

1.2.1 Conceitos e Definições

Fenômenos dinâmicos nos sistemas de energia elétrica são de natureza bastante diversa, ocorrendo de forma extremamente rápida como no caso dos surtos atmosféricos, ou extremamente lenta como no caso da variação da curva de carga diária. A velocidade de resposta dos dispositivos de controle empregados no SEE também varia consideravelmente. É usual representar as faixas de tempo para ocorrência destes fenômenos, ou para atuação de controles, num gráfico como o ilustrado na Figura 1.1. Uma escala de frequências correspondente pode ser considerada.

À esquerda do gráfico estão os *transitórios eletromagnéticos* (surtos atmosféricos e de manobra), envolvendo predominantemente interações eletromagnéticas entre indutâncias e capacitâncias. À direita estão os *transitórios eletromecânicos*, envolvendo interações entre energia mecânica armazenada em máquinas rotativas e energia consumida na rede elétrica. Em alguma parte da região central os dois efeitos se superpõem, podendo requerer tratamento adequado.

Associados ao fenômenos transitórios, como elemento desencadeador, estão as *perturbações* ou *eventos* (queda de um raio, abertura de uma chave, ocorrência de um defeito, etc). Perturbações estão diretamente relacionadas à *estabilidade* do SEE, ou capacidade do mesmo de permanecer em equilíbrio operativo após a ocorrência de uma perturbação. Uma definição moderna e abrangente da estabilidade do SEE

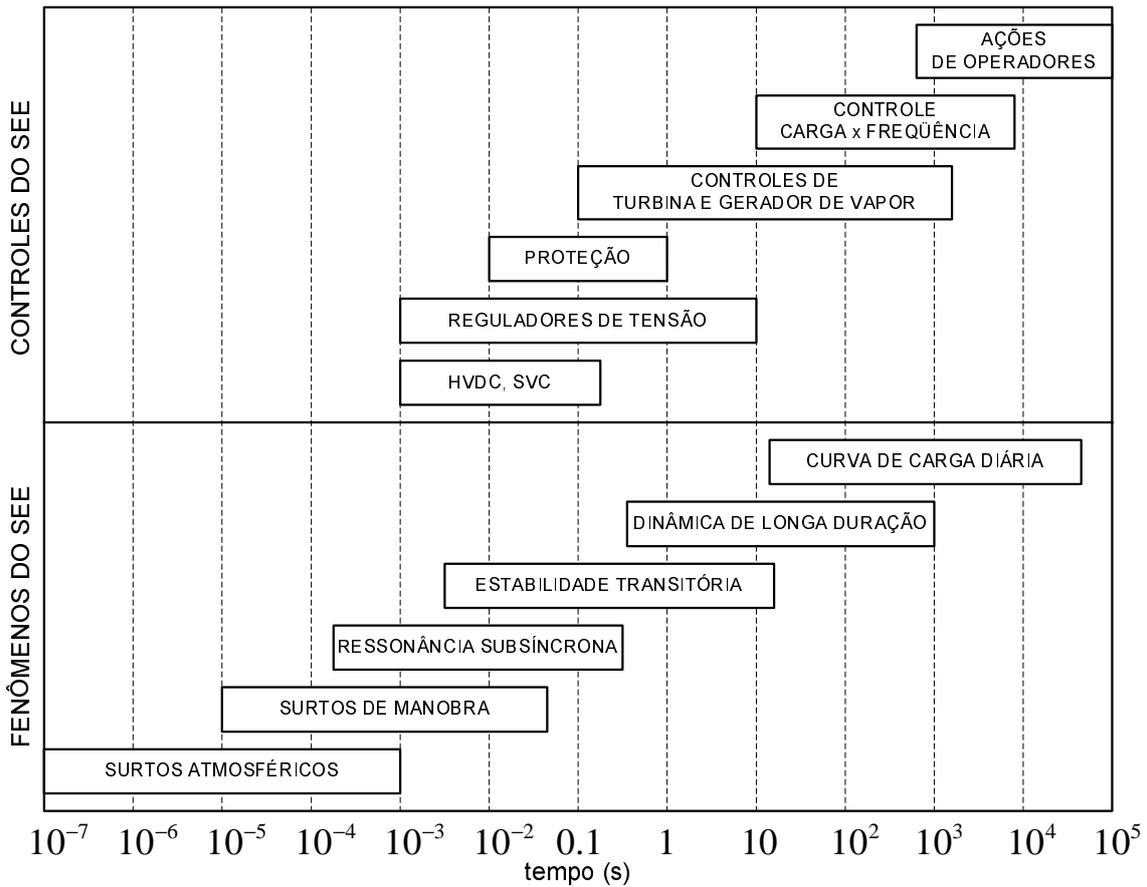


Figura 1.1: Escalas de tempo da dinâmica dos sistemas de energia elétrica

pode ser encontrada em [2].

A ferramenta mais empregada para análise do comportamento dinâmico do SEE frente a perturbações é a simulação digital no domínio do tempo, por meio da solução das equações diferenciais ou algébrico-diferenciais que compõem o seu modelo matemático por integração numérica. A análise de autovalores do modelo linearizado é uma ferramenta complementar, porém essencial para a compreensão dos fatores que governam a resposta do SEE a estas perturbações e para ajuste de controladores que nele operam. O termo *simulador* será utilizado neste trabalho para designar o programa computacional capaz de realizar pelo menos a solução de equações no domínio do tempo.

Em geral, os simuladores são adequados ou especializados em determinadas faixas da escala de tempo, seja por validade dos modelos matemáticos sobre os quais ele opera, adequação de seus algoritmos, ou ainda por requisitos de desempenho. A Figura 1.2 ilustra alguns dos principais simuladores atualmente disponíveis para análise dos diferentes fenômenos dinâmicos do SEE. As siglas indicadas serão utilizadas

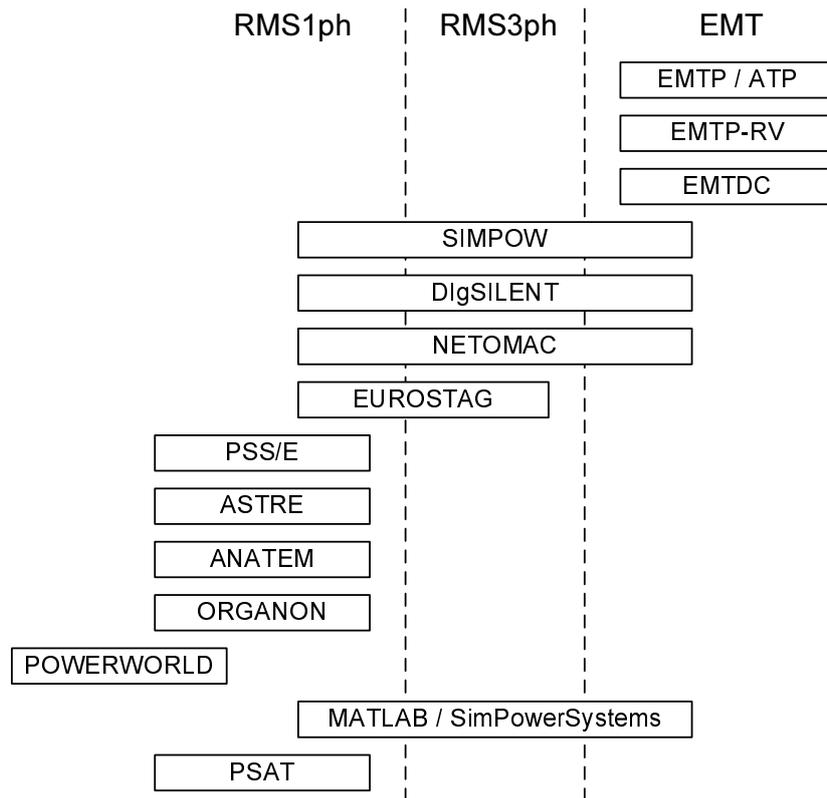


Figura 1.2: Simuladores para Sistemas de Energia Elétrica

neste trabalho com os seguintes significados:

RMS1ph: simulação clássica de transitórios eletromecânicos (curto prazo ou longo prazo), com a rede elétrica modelada por equações algébricas e grandezas fasoriais, com representação monofásica equivalente.

RMS3ph: idem à simulação RMS1ph, porém rede elétrica com representação trifásica.

EMT: simulação de transitórios eletromagnéticos, com a rede elétrica modelada por equações diferenciais e grandezas em valores instantâneos.

1.2.2 Ferramentas para Análise de Transitórios Eletromagnéticos

No domínio de transitórios eletromagnéticos, o programa EMTP (Electromagnetic Transients Program), e sua variante não comercial ATP (Alternative Transient Program), representam o estado da arte, com mais de três décadas de desenvolvimento. Baseados no algoritmo de DOMMEL [3], são simuladores elétricos universais

capazes de resolver qualquer rede consistindo de resistências, capacitâncias e linhas de transmissão com parâmetros distribuídos, representando fenômenos numa ampla faixa de frequências. Representação de sistemas de controle (TACS), inicialização a partir de uma solução de regime permanente [4], e uma linguagem de descrição de modelos para simulação (MODELS) foram desenvolvidos posteriormente.

O programa EMTP-RV foi o resultado final de um recente projeto de modernização do programa EMTP. Seu código foi totalmente reestruturado, empregando principalmente a linguagem Fortran 95, e passando a incorporar uma nova interface gráfica denominada EMTPWorks.

O programa EMTDC (ElectroMagnetic Transients including DC) nasceu como uma ferramenta capaz de estudar problemas em sistemas de corrente contínua em alta tensão (HVDC). Seu algoritmo é baseado no do EMTP [5, 6], mas utiliza conceitos de subsistemas e elementos série/paralelos matematicamente colapsados, e um algoritmo de interpolação que permite operações de chaveamento no instante exato, mesmo entre dois passos de integração. O simulador EMTDC é atualmente utilizado em conjunto com uma interface gráfica denominada PSCAD.

Em geral, o requisito de modelagem EMT está limitado a uma parte do sistema, objeto de estudo de um problema específico (energização de uma linha de transmissão, análise de defeitos em circuitos contendo dispositivos FACTS, por exemplo). O grande esforço computacional requerido para uma modelagem completa impõe uma representação limitada da rede por meio de equivalentes. O desejo de melhorar a representação do sistema elétrico nos estudos envolvendo conversores tem motivado a pesquisa de simuladores híbridos EMT-RMS [7, 8, 9] por mais de duas décadas.

1.2.3 Ferramentas para Análise de Transitórios Eletromecânicos ou de Ambos

No domínio de transitórios eletromecânicos, um maior número de simuladores avançados pode ser encontrado. Muitos possuem cálculo de autovalores, análise no domínio da frequência e algoritmos adequados à dinâmica de longo prazo. Alguns incluem ainda a simulação EMT, integrando numa mesma base de dados recursos de análise de fenômenos em larga faixa de frequência.

O programa SIMPOW[®], da empresa ABB [10], dispõe de representação fasorial trifásica da rede elétrica (RMS3ph ou modo TRANSTA), e é capaz de chavear

para uma representação de valores instantâneos (EMT ou modo MASTA), e vice-versa, em qualquer instante da simulação [11]. Quando em simulação RMS, a rede trifásica é formulada em componentes simétricos. No modo EMT, o estado elétrico de todas as máquinas do sistema é representado em coordenadas $dq0$ em relação à uma máquina de referência.

Outro programa de uso da indústria de energia elétrica é o NETOMAC[®] (Network Torsion Machine Control), da empresa Siemens [12]. Inicialmente desenvolvido para o cálculo de transitórios eletromagnéticos, possui recursos semelhantes ao do SIMPOW[®] na simulação fasorial. Porém, a representação da rede elétrica é primariamente monofásica equivalente. A simulação de defeitos desbalanceados é apresentada como uma extensão, também com auxílio de componentes simétricos.

DIgSILENT[©] Power Factory (Digital Simulator for Electrical Networks) é o simulador da empresa alemã DIgSILENT. Com recursos semelhantes aos dos programas anteriores, este também nasceu e evoluiu com códigos em linguagem Fortran, mas foi totalmente remodelado com orientação a objetos e codificado em linguagem C++ [13, 14].

O programa EUROSTAG se destacou no uso do passo de integração variável para adequação aos estudos de dinâmica de longa duração [15, 17], e no uso de diferenciação automática para cálculo da matriz jacobiana incluindo modelos definidos pelo usuário [16]. A capacidade de simulação dinâmica desbalanceada foi introduzida posteriormente [18], com um requisito básico de desempenho: a simulação dinâmica balanceada no programa trifásico não deveria levar mais tempo do que a realizada anteriormente no programa monofásico equivalente. Este requisito motivou a implementação com a formulação da rede elétrica em componentes simétricos.

PSS/ETM (Power System Simulator for Engineering) é o tradicional programa de análise da empresa Power Technologies Inc. [19] (PTI, atualmente Siemens PTI). Pelo seu largo emprego, este simulador é considerado muito robusto e confiável, tendo sido seus algoritmos extensivamente testados em uma grande variedade de problemas. Na referência [20], seu cálculo de autovalores foi comparado com o do programa SIMPOW[®]. Algumas diferenças foram encontradas e atribuídas principalmente ao seu algoritmo de linearização por diferenças finitas, algo defasado em relação aos seus congêneres.

Desenvolvido pela Universidade de Liège, na Bélgica, o ASTRE é um simulador baseado em aproximação quase-estática, e dedicado à análise da estabilidade de tensão e avaliação de suas margens de segurança [21, 22].

Em uso no sistema elétrico brasileiro, os simuladores ANATEM e ORGANON foram desenvolvidos respectivamente pelo CEPEL (Centro de Pesquisas em Energia Elétrica) e ONS (Operador Nacional do Sistema Elétrico). O primeiro é de largo emprego e uso geral, com uma implementação bem sucedida do consagrado algoritmo alternado de solução [24]. No entanto, tal algoritmo limita o uso de maiores passos de integração, reduzindo seu desempenho na dinâmica de longa duração. O segundo, de uso recente e ainda limitado, usa modelos implementados em código, método de integração com passo e ordem variáveis e solução simultânea do sistema de equações algébrico-diferencial, sendo orientado para grande desempenho e aplicação em tempo real.

Baseado em algoritmo de fluxo de potência, o simulador PowerWorld[®] é capaz de analisar sistemas de grande porte, mas é dotado somente de modelos estáticos. Curvas de variação no tempo de carga e geração podem ser modeladas. Tem se destacado por seus recursos gráficos, como por exemplo a visualização do perfil de tensões do sistema em gráficos do tipo mapa de contornos [25].

1.2.4 Ferramentas de Uso Geral ou Didático

Como ferramenta de uso geral, cabe mencionar o pacote SimPowerSystems, para uso no ambiente computacional Matlab/Simulink[®] [26]. Destinado primariamente ao uso acadêmico, facilita o desenvolvimento de novos modelos de dispositivos para o SEE, mas utiliza os recursos de blocos do Simulink para representar a conectividade da rede elétrica, sendo de certa forma limitado a sistemas de pequeno porte.

Em trabalho recente [27], MILANO descreve o pacote PSAT (Power System Analysis Toolbox), resultado de seu trabalho de doutorado. Também para uso em Matlab/Simulink[®] ou GNU/Octave, se apresenta como um software de código aberto e de uso crescente na comunidade acadêmica para trabalhos didáticos ou de pesquisa de tese. Possui todos os recursos de um simulador monofásico equivalente, incluindo fluxo de potência ótimo e análise modal, sendo ainda capaz de analisar sistemas de grande porte.

Também merecem menção como programas de uso educacional alguns simuladores baseados em matemática simbólica [28, 29, 30] ou em linguagens computacionais como a Modelica [31], dedicada para modelagem e simulação de sistemas físicos.

1.3 Revisão Bibliográfica

1.3.1 Perspectiva Histórica

A análise de sistemas trifásicos desbalanceados foi, durante décadas, realizada por meio da técnica de decomposição em componentes simétricos (Fortescue) ou de transformações similares (Clark, entre outras). O trabalho de LAUGHTON [32] é comumente citado como o primeiro a promover o uso de componentes de fase, motivado pelo desenvolvimento dos computadores digitais, ainda em 1968. A maior dificuldade da época estava relacionada à representação dos transformadores. CHEN e DILLON [33], em seu artigo da clássica edição de julho de 1974 dos *proceedings* do IEEE, descrevem a modelagem trifásica dos principais componentes do SEE, tanto em componentes simétricos como em componentes de fase. Dentre outros livros publicados sobre o assunto, o de ARRILLAGA et al. [7] consolida estes modelos, apresentando a formulação e os principais algoritmos para solução computacional de alguns problemas trifásicos, desenvolvidos nas duas décadas anteriores.

Apesar do notável avanço na modelagem e análise trifásica até aquela época, somente problemas de regime permanente (fluxo de potência e curto-circuito) eram de solução viável em sistemas de grande porte, devido em parte à limitação dos recursos computacionais. O artigo de BIRT et al. [34] descreve o desenvolvimento de um programa geral de fluxo de potência trifásico, já em componentes de fase, porém limitado a sistemas de até 30 barras e 10 geradores. O cálculo de transitórios eletromagnéticos [3, 35] também requeria modelagem multifásica, mas com representação quase sempre limitada a partes do sistema elétrico somente.

A análise da dinâmica transitória [36, 37] vem sendo, desde então, aplicada somente na representação monofásica equivalente do sistema elétrico. Inicialmente restrita ao estudo de fenômenos de curto prazo, teve seu maior desenvolvimento nos algoritmos de solução do sistema de equações algébrico-diferencial que representa matematicamente o problema, possibilitando um maior controle sobre os erros e o

passo de integração. Este desenvolvimento resultou em grande aumento de desempenho, tornando possível o estudo em larga escala, o enriquecimento dos modelos representados e a ampliação da faixa de fenômenos estudados por um mesmo programa [15].

Pouco foi publicado sobre o efeito do desbalanço na dinâmica transitória dos sistemas elétricos. Ainda na década de 1980, o artigo de HARLEY et al. [38] estudou este efeito nas máquinas síncronas. Os autores concluíram que a simplificação de se desconsiderar os torques provocados por correntes de sequência negativa nas máquinas ocasionava erros inferiores a 2% na resposta transitória do ângulo de rotor destas máquinas, valor que justificava as simplificações até então adotadas. Os autores salientam, no entanto, que estes resultados foram obtidos para valores de 0.1 pu na resistência de sequência negativa das máquinas, quando esta varia numa faixa de 0.011 pu a 0.6 pu, a depender da resistividade do material empregado na gaiola ou enrolamento amortecedor do rotor. Valores superiores podem conduzir a erros significativos. Também é importante mencionar que os autores somente consideraram em sua análise defeitos balanceados (curtos trifásicos), avaliando os efeitos do desbalanço introduzido unicamente pela carga e por circuitos de transmissão não-transpostos.

Num segundo trabalho [39], HARLEY et al. concentram a análise em motores de indução. Os autores mostram que um motor de indução partindo sobre rede de alimentação desbalanceada pode sofrer reduções de até 5% no tempo de aceleração, comparado ao caso balanceado, constatando que a análise convencional de sequência positiva é na verdade conservativa nestes casos. Também é mostrado que defeitos desbalanceados na rede de alimentação podem provocar maiores valores de corrente e torque de sequência negativa nos motores de indução, com efeitos mais significativos na sua estabilidade transitória.

Em artigo subsequente [40], os mesmos autores apresentam uma metodologia e modelos básicos para análise de estabilidade transitória em larga escala de sistemas de distribuição desbalanceados. Utilizando para testes um sistema de 10 barras, o trabalho procurou apenas demonstrar a viabilidade da simulação trifásica, não destacando nenhum ganho em precisão de resposta comparado à análise monofásica equivalente.

Se por um lado a análise dinâmica trifásica pouco avançou, muita atividade pôde ser observada na década de 1990 no campo da análise de regime permanente, em especial no problema de fluxo de potência trifásico, que apresenta maior volume de publicações desde então. Embora não seja a análise de regime permanente o objetivo principal deste trabalho, as referências importantes descrevendo a evolução dos algoritmos, a formulação da rede elétrica e os modelos de componentes para análise trifásica serão apresentados.

1.3.2 Formulação da Rede Elétrica Trifásica e Algoritmos de Solução

CHEN et al. [41] desenvolveram um algoritmo híbrido para o cálculo do fluxo de potência trifásico, baseado no método iterativo de Gauss e usando as matrizes admitância e impedância de barras em forma implícita, com formulação em componentes de fase. Os autores mencionam as principais limitações ou simplificações das formulações anteriores para a solução do problema, destacando o equacionamento de potência e de tensão nas barras terminais dos geradores.

XU et al. [42] apresentaram uma técnica para solução do fluxo de potência harmônico multifásico (FPHM), adequado aos problemas envolvendo geração de harmônicos em condições desbalanceadas. Em [43], publicado no mesmo ano, os autores detalham o modelo de máquina síncrona para o FPHM, utilizado como um método de inicialização avançada para programa EMTP.

HANSEN e DEBS [44] desenvolveram um estimador de estado trifásico para sistemas desbalanceados, baseado no método de mínimos quadrados ponderados. Os autores discutem particularidades da modelagem trifásica para esta aplicação, tais como observabilidade e disponibilidade de medições trifásicas. Demonstram ainda por meio de simulações que modelos trifásicos podem melhorar a precisão do estimador tipo mínimos quadrados ponderados em redes de distribuição ou transmissão desbalanceadas.

Em [45], BERMAN e XU propõem uma formulação em componentes de fase para o cálculo de defeitos, tradicionalmente analisado por meio de componentes simétricos. A vantagem seria a possibilidade de analisar qualquer tipo de defeito, simples ou múltiplo, além de permitir a representação de circuitos desbalanceados. Notável foi o esforço dos autores para combater o que pode ser considerado a principal

desvantagem do uso de componentes de fase em métodos computacionais: o maior requisito de memória e de processamento. Os autores fazem uso de blocos especializados para armazenamento e operação das matrizes de impedância dos elementos de circuito, classificados em 5 tipos numerados por ordem crescente de requisitos de memória e processamento. O tipo de N^o 5 representa um elemento geral desbalanceado, sendo os anteriores balanceados. Usando uma rotina de fatoração por blocos com ordenação modificada, as barras com elementos balanceados são priorizadas na ordenação. O processo de eliminação envolvendo operações entre estes blocos balanceados resulta num bloco ainda balanceado, com considerável ganho computacional.

Um trabalho que promoveu a formulação de injeção de correntes foi desenvolvido por GARCIA et al. [46], para solução do fluxo de potência trifásico, usando componentes de fase em coordenadas retangulares. A matriz jacobiana é idêntica à matriz admitância de barras, exceto na diagonal conforme o tipo de carga, e nas colunas correspondentes às barras PV. Estas são equacionadas e representadas diretamente por termos de correção na matriz. A montagem e atualização da matriz jacobiana durante o processo iterativo são desta forma facilitadas, resultando ainda em bom desempenho. Num segundo artigo [47], os autores desenvolvem modelos para dispositivos de controle de tensão, aplicável ao então denominado Método de Injeção de Correntes Trifásicas (TCIM).

Especificidades do problema de solução de redes trifásicas foram exploradas em alguns trabalhos. ANDERSON e WOLLENBERG [48] discutem o problema de ilhas elétricas isoladas da referência por transformadores em conexão delta, o que ocasiona singularidade na matriz admitância de barras. Os autores propõem uma rotina de fatoração modificada para eliminação da singularidade e solução do problema, mas as discussões do artigo apontam para as declarações controversas dos autores envolvendo princípios da álgebra linear.

Em problema mais notável, WANG e XU [49] discutem a existência de soluções múltiplas para o fluxo de potência em circuitos desbalanceados, associadas ao grau de desbalanço do sistema, e não somente, segundo os autores, à instabilidade de tensão como no caso monofásico. Os autores apontam sistemas de neutro isolado como os mais propensos ao problema.

Mesmo com o grande desenvolvimento da informática e a disseminação do uso de componentes de fase, trabalhos recentes ainda consideram o uso de componentes simétricos para análise de sistemas trifásicos. Para elementos de circuito desbalanceados, ZHANG [50] propõe um método de desacoplamento por compensação com injeções, onde os acoplamentos entre os circuitos de sequência são convertidos em injeções de corrente ou potência equivalentes, a serem aplicadas nos terminais do elemento.

Com auxílio deste método de desacoplamento, ZHANG [51] aplica os métodos de Newton-Raphson e Desacoplado Rápido no fluxo de potência trifásico em componentes simétricos. As equações nodais de potência, não-lineares, são formuladas somente para a rede de sequência positiva, onde são aplicados os algoritmos iterativos de Newton-Raphson ou Desacoplado Rápido. As redes de sequência negativa e zero, desacopladas por injeções equivalentes, são formuladas como equações lineares em corrente, resolvidas diretamente e alternadamente à cada iteração de Newton-Raphson da rede de sequência positiva.

Recentemente, ABDEL-AKHER et al. [52] revisitaram a mesma aplicação, com maiores detalhes sobre o algoritmo e a representação da carga. Os autores mostram ganhos de desempenho de 6 (Newton-Raphson) e 9 (Desacoplado Rápido) vezes, comparado ao fluxo de potência em componentes de fase. Este resultado foi atribuído à dimensão $2 \times n$ da matriz jacobiana do método de Newton-Raphson (ou duas matrizes $1 \times n$ no método Desacoplado Rápido), somente necessária para sequência positiva, comparado à dimensão $6 \times n$ do método de Newton-Raphson pleno em componentes de fase.

O método de compensação por injeções de corrente, utilizado em [50] para desacoplamento dos circuitos de sequência em elementos desbalanceados, foi aplicado por VIEIRA et al. [54] para desacoplamento em componentes de fase. O método é proposto para problemas de fluxo de potência em sistemas de distribuição, com solução da rede pelo método iterativo de Gauss. A compensação é aplicada em todas as linhas e transformadores cujo circuito equivalente possui acoplamento entre fases. Com o desacoplamento proposto, as fases são resolvidas separadamente, melhorando significativamente o desempenho. O trabalho de RAMOS et al. [53] aplica o mesmo princípio para outros métodos de solução, incluindo o método de Newton-Raphson.

Neste caso, o desacoplamento por compensação com injeções é introduzido na matriz jacobiana, que passa a não considerar os acoplamentos entre fases.

SMITH e ARRILLAGA [55] resolvem o problema do fluxo de potência trifásico com uma formulação mista. Barras PQ têm seus resíduos de potência calculados em componentes de fase, enquanto que em barras de geração estes resíduos são calculados em componentes simétricos, simplificando o equacionamento dos geradores. MAYORDOMO et al. [56] utilizam a formulação do trabalho [55] para as barras de geração, desenvolvendo para as barras de carga uma formulação de equações de corrente, agora com todas as tensões em componentes simétricos.

Ainda neste tema, DUGAN [57] faz uma análise crítica do uso de componentes simétricos na solução de problemas de redes elétricas, sob a ótica dos sistemas de distribuição. Técnicas modernas de solução de sistemas esparsos têm reduzido as diferenças de desempenho entre componentes simétricos e componentes de fase. A habilidade de modelar desbalanços arbitrários na rede, e a maior adequação à modelagem de transformadores, são questões apontadas pelo autor como fortes motivadores para a utilização de tão somente componentes em fase na solução computacional de problemas de redes elétricas. Similar comparação é feita entre o uso do sistema pu de unidades e o uso de grandezas em valores reais, amparada pela boa experiência do programa EMTP com valores reais.

A análise de sistemas trifásicos a quatro fios também tem recebido atenção recente, por sua importância em sistemas de distribuição. Em [58], CIRIC et al. apresentam um método geral para representação de condutores neutro e terra no problema do fluxo de potência, empregando porém a técnica de varredura “backward/forward”, restrita a sistemas radiais. PENIDO et al. [59] estendem a formulação da referência [46] ao mesmo problema, permitindo solução em redes malhadas.

Em [60], GARCIA et al. empregam na análise de defeitos uma ferramenta de fluxo de potência continuado trifásico, também baseada em [46]. O parâmetro de continuação é a impedância do defeito a ser aplicado. Com a técnica de continuação, o método permite preservar a representação da carga e de barras de geração durante o defeito. Análise de afundamentos de tensão e estudo de sistemas de distribuição com geração distribuída são possibilidades destacadas pelos autores.

ZHANG et al. [61] também aplicam o fluxo de potência continuado trifásico,

porém na análise da estabilidade de tensão de sistemas desbalanceados. Os autores modelam barras PV e $V\theta$ como geradores trifásicos, com suas impedâncias de seqüência. Equações de potência, componentes de fase e coordenadas polares são empregados na formulação. Curvas PV são traçadas para rede e cargas desbalanceadas, mostrando que o colapso de tensão ocorre numa das fases somente, com as curvas das demais fases seguindo uma trajetória ascendente após este ponto.

O artigo de BAI et al. [62] é um dos poucos, senão o único em tempos recentes, a abordar a simulação da estabilidade transitória em condições desbalanceadas. O trabalho é voltado para o processamento de defeitos desbalanceados em redes primariamente balanceadas, combinando modelagem da rede elétrica em componentes simétricos e representação de defeitos em componentes de fase. O melhor desempenho obtido com componentes simétricos e a facilidade de processar defeitos simultâneos e em fases arbitrárias são as vantagens apresentadas. No entanto, algumas limitações se fazem notar, motivadas por um melhor desempenho. Rede elétrica e componentes dinâmicos são resolvidos por método alternado, com uso de matriz admitância de barras reduzidas às barras de geração, barras sob defeito e barras com elementos de circuito desbalanceados. Efeitos do desbalanço não são considerados nas máquinas síncronas. Outro detalhe é que, tal como no trabalho de BERMAN [45], a barra sob defeito e as barras com elementos desbalanceados são postergadas na ordenação ótima para a faturação, o que pode comprometer o desempenho em sistemas com um maior número destes elementos.

1.3.3 Modelos Trifásicos para Componentes do SEE

No que se refere a modelos trifásicos para análise na frequência fundamental, publicações mais recentes tem se voltado para a modelagem de transformadores e de dispositivos FACTS.

CHEN et al. [63] apresentam alguns modelos de geradores e transformadores trifásicos, com foco em problemas de fluxo de potência e curto-circuito em sistemas de distribuição de grande porte. Aos modelos de transformadores de DILLON [33], foram acrescentadas as perdas no núcleo. GORMAN e GRAINGER [64, 65] desenvolvem modelos para transformadores a partir das características do circuito magnético e estrutura do núcleo, também com foco em sistemas de distribuição.

ENNS [66] discute a representação do neutro em transformadores e outros dispositivos conectados em estrela aterrada. Usando uma “representação orientada a objetos” do transformador, o autor mostra como reter o ponto de conexão do neutro no modelo matemático, incluindo a representação de uma impedância de aterramento nele conectada. Este modelo torna possível a análise de defeitos envolvendo pontos energizados e o neutro ou entre dois neutros distintos. O trabalho foi complementado por um segundo artigo [67], publicado três anos mais tarde.

Mais recentemente, MOORTHY e HOADLEY [68] propõem outra modelagem para transformadores trifásicos em componentes de fase, generalizando o tratamento das reatâncias de dispersão e de magnetização. São apresentados exemplos de modelagem de transformadores em conexão zig-zag e de três enrolamentos.

IRVING e AL-OTHMAN [69] discutem o modelo do transformador com conexão estrela aterrada por impedância em ambos os enrolamentos, mostrando que esta particularidade apresenta diferenças significativas entre os outros modelos já bem conhecidos, e pouco explorado na literatura.

Em [70], STOICESCU et al. desenvolvem modelos para conversores estáticos, aplicáveis no fluxo de potência trifásico em sistemas de distribuição radiais, utilizando componentes de fase. O modelo compreende três conjuntos retificador-inversor conectados em estrela.

Já o trabalho de TRUJILLO et al. [71] desenvolve modelos trifásicos para compensadores estáticos de reativos numa estrutura com conexão em delta, baseado no conceito de susceptância variável. É enfatizado o uso de componentes de fase para acomodar modelos de conversores. O método de solução é o de Newton-Raphson, aplicável também em redes malhadas.

Em [72], ZHANG et al. apresentam modelos trifásicos para compensadores série estáticos, incluindo seus transformadores de conexão à rede elétrica. Estes modelos são aplicados no fluxo de potência trifásico, com solução pelo método de Newton-Raphson, também considerando componentes de fase e coordenadas retangulares de tensão.

1.4 Motivação para o Tema da Tese

O clássico e ainda atual livro de KUNDUR [73] analisa em seu Capítulo 5 algumas simplificações, essenciais nos termos do autor, para o estudo em larga escala da estabilidade dos sistemas de energia elétrica, sendo destacada a mais importante: nas máquinas síncronas devem ser desprezados os transitórios de estator. Desta forma, a rede elétrica e o estator destas máquinas podem ser modelados por equações algébricas, permitindo o uso de maiores passos de integração na solução numérica. Embora esta simplificação não seja mais considerada indispensável nos dias de hoje por razões de custo computacional, ela ainda é e continuará sendo aplicada nos estudos de estabilidade eletromecânica principalmente porque os modelos de regime permanente da rede elétrica e estator das máquinas são considerados suficientemente adequados à natureza do fenômeno físico que se pretende estudar.

No entanto, é de seu Capítulo 13 que nasce alguma motivação: uma representação balanceada do sistema é considerada para o estado pré-distúrbio. A decomposição em componentes simétricos é indicada para a análise de defeitos desbalanceados, representados por uma impedância equivalente a ser inserida no ponto de defeito. Somente as equações algébricas da rede de seqüência positiva são resolvidas, junto com as equações diferenciais dos dispositivos dinâmicos. Nestes dispositivos, qualquer efeito do desbalanceamento é ignorado. No entanto, o autor destaca o efeito do componente de seqüência negativa das correntes de estator nas máquinas, provocando aquecimento em regime permanente e torque de frenagem durante defeitos desbalanceados. É reconhecido que este efeito pode ser importante para curto-circuitos próximos às barras de geração, sendo apresentada a correção a ser introduzida no modelo, embora de forma aproximada e não integrada à solução.

Também deve ser observado que a simulação de defeitos desbalanceados nos simuladores monofásico equivalentes requer, antecipadamente, o cálculo de impedâncias equivalentes de seqüência negativa e zero, geralmente realizado por um programa de cálculo de defeitos, externo ou integrado ao simulador. Defeitos simultâneos não são facilmente representados. A referência [74], por exemplo, analisa a representação de abertura monopolar de linhas de transmissão em estudos de estabilidade. A prática operacional é a abertura do pólo nos dois terminais da linha, como ilustrado na Figura 1.3. Tal condição corresponde, na presença de significativa capacitância *shunt*

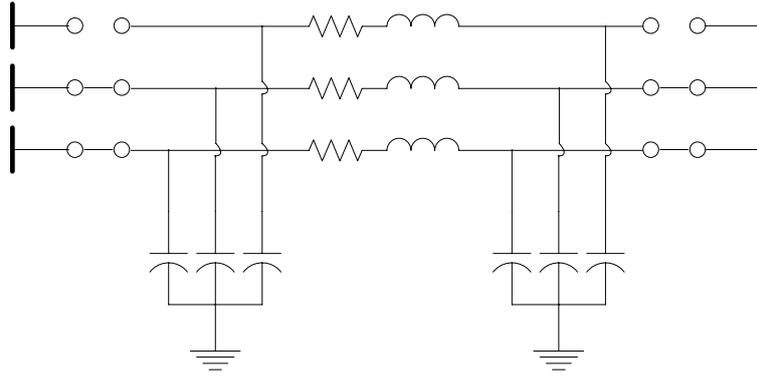


Figura 1.3: Abertura monopolar nos dois terminais de uma linha de transmissão

do circuito, a dois defeitos série simultâneos, um em cada terminal. A representação exata envolve um quadripólo, sendo a impedância a ser inserida no simulador monofásico equivalente uma matriz 2×2 .

Um outro fator motivador para a simulação trifásica seria a possibilidade de se modelar relés de proteção que operam sob condições desbalanceadas e melhor avaliar o desempenho do sistema de proteção durante a dinâmica transitória. Funções temporizadas de desbalanço de corrente ou tensão [75] são empregadas na proteção contra sobreaquecimento de rotor de praticamente todas as máquinas síncronas e assíncronas, e alguns esquemas de proteção baseados em sequência negativa são propostos para sistemas de distribuição [76].

Alinhado com estas questões está o crescente emprego da geração distribuída, com unidades geradoras de pequeno e médio porte instaladas diretamente na rede de distribuição. É bem conhecido que estes sistemas operam com desbalanços de carga e de circuitos já em regime permanente. Por outro lado, novas tecnologias para geração distribuída já estão disponíveis, e uma ferramenta computacional trifásica com a flexibilidade proporcionada pela estrutura de modelos definidos pelo usuário (MDU) poderá ser de grande utilidade neste novo cenário.

1.5 Estrutura do Trabalho

A redação desta tese encontra-se organizada em 6 capítulos e 4 apêndices, conforme descrito a seguir:

Este Capítulo 1 faz a introdução ao assunto, apresentando o estado da arte em simuladores para sistemas de energia elétrica, a revisão bibliográfica e a motivação

para o tema da tese.

O Capítulo 2 descreve a modelagem computacional e a estrutura de classes da plataforma FASEE, que integra diferentes ferramentas de análise. A extensão destas classes para modelagem de sistemas trifásicos é discutida em detalhes.

O Capítulo 3 descreve a formulação do problema e o desenvolvimento dos modelos básicos utilizados no simulador trifásico para fenômenos dinâmicos na frequência fundamental.

O Capítulo 4 apresenta o desenvolvimento de uma interface de rede que permite limitar a modelagem trifásica do sistema elétrico a um subsistema onde o desbalanço é mais significativo ou de interesse, mantendo o sistema restante com modelagem monofásica equivalente.

O Capítulo 5 apresenta os resultados obtidos com a ferramenta desenvolvida. São empregados na avaliação sistemas de 9, 24, 118, 730 e 1916 barras. Os dois últimos sistemas têm como base equivalentes simplificados do sistema elétrico brasileiro.

O Capítulo 6 apresenta as conclusões deste trabalho de tese e discute propostas para trabalhos futuros.

O Apêndice A revisa os conceitos fundamentais do paradigma de Modelagem Orientada a Objetos, auxiliando no entendimento da estrutura de classes da plataforma computacional FASEE.

O Apêndice B revisa os conceitos fundamentais e algoritmos utilizados na solução numérica de sistemas de equações algébrico-diferenciais, com foco nos problemas de sistemas de energia elétrica.

O Apêndice C apresenta os algoritmos baseados em diferenciação automática para a montagem da matriz jacobiana do método de Newton-Raphson, aplicado aos sistemas trifásicos.

Finalmente, o Apêndice D descreve as ferramentas matemáticas empregadas na solução de sistemas de equações lineares esparsos e no cálculo de autovalores.

Modelagem Computacional

2.1 Considerações Iniciais

A ferramenta computacional FASEE, na qual se baseia o desenvolvimento deste trabalho, foi desenvolvida como uma tese de doutorado da COPPE/UFRJ por MANZONI [1], onde pode ser encontrada uma descrição de seu funcionamento, com foco em sua concepção baseada em Modelagem Orientada a Objetos (MOO). Este capítulo procura apresentar a ferramenta com foco nos aspectos mais relevantes e necessários para a modelagem trifásica. Os desenvolvimentos realizados na estrutura computacional durante este trabalho de tese são aqui relatados.

A plataforma FASEE compreende uma estrutura de classes cooperantes (“framework”), com orientação plena à MOO e desenvolvida em linguagem de programação C++. Inclui ferramentas matemáticas e aplicativos para análise de regime permanente e análise dinâmica do SEE na frequência fundamental, originalmente com representação monofásica equivalente (modelos de seqüência positiva). Ela foi concebida com premissas de generalidade e flexibilidade, e a extensão para modelagem trifásica desenvolvida neste trabalho de tese procurou preservar duas de suas principais características:

- a) Todos os modelos de equipamentos e seus controles podem ser construídos a partir

de suas equações matemáticas, na forma de diagrama de blocos e sem requerer programação, segundo o conceito de Modelo Definido pelo Usuário (MDU).

- b) As equações nodais da rede elétrica podem ser formuladas como injeções de corrente ou potência, utilizando coordenadas retangulares ou polares de tensão.

O diagrama geral de classes da ferramenta é mostrado na Figura 2.1, modelando em sua maior parte a topologia (componentes de um grafo), equipamentos (geradores, transformadores, cargas, etc.) e dispositivos (medidores, relés, controles, etc.) do SEE, representado pela classe **SEE**. Em separado no diagrama de classes, aparece a família de classes de **APLICATIVOS**, rotinas orientadas a objetos para solução de problemas específicos de engenharia, e operando sobre um objeto da classe **SEE**.

Neste trabalho, equipamentos e dispositivos serão indistintamente denominados *dispositivos*, em referência à classe base **DISPOSITIVO**, que ambos compartilham na implementação computacional.

Com o objetivo de tornar a estrutura mais geral e flexível, facilitando o desenvolvimento de novos aplicativos, as classes foram organizadas de forma a separar as características de conectividade dos equipamentos do SEE de suas características funcionais. Assim, o conjunto de classes permite desenvolver duas descrições para o SEE: uma descrição de conectividade ou topológica e uma descrição funcional, conforme desenvolvido nas seções seguintes.

2.2 Descrição Topológica do SEE

Na descrição topológica, a modelagem orientada a objetos procura representar a conectividade entre dispositivos segundo níveis hierárquicos (área ou empresa e subestações). Ela admite ainda duas visões distintas da conectividade entre os componentes do SEE: uma visão de *conectividade física* (barramento-disjuntor) e uma visão de *conectividade lógica* (barra-injeção). Entre as duas visões existe o processo de *configuração* da rede elétrica, sendo este executado pelo *configurador de redes*.

2.2.1 Descrição Física

A descrição física procura modelar computacionalmente o SEE, tal como ele é fisicamente. Os dispositivos de uma subestação, tais como geradores, transformadores, cargas e disjuntores, são representados e descritos em um arranjo topológico da forma em que são conectados. As subestações são agrupadas em áreas e interligadas através de linhas de transmissão.

2.2.1.1 Classes Básicas

Na Figura 2.1, as principais classes empregadas na descrição física são ilustradas:

- a) Classe **BARRAMENTO**, representando os barramentos físicos ou pontos de conexão (terminais) de dispositivos.
- b) Classe **SHUNT**, representando os dispositivos que apresentam um terminal de conexão, conectados em derivação num barramento, tais como geradores e cargas.
- c) Classes **SERIE** e **LOGICO**, representando os dispositivos que apresentam dois terminais de conexão, conectados entre dois barramentos, tais como linhas de transmissão, transformadores e chaves.

Atualmente, as classes **SHUNT** e **SERIE** são modeladas por herança múltipla das classes que formam o grafo da rede elétrica (classes **GRND** e **RAMO**), de onde herdam as características de conectividade, e da classe elementar **DISPOSITIVO**, de onde herdam as características gerais e de funcionalidade.

Os dispositivos *shunt* e série permitem ainda a inserção de um dispositivo lógico em cada um de seus terminais, que por sua vez definirá o ponto de conexão (externo) nos barramentos. O nó elétrico (classe **NO**) que se forma no ponto de conexão

interno entre o dispositivo *shunt* ou série e o dispositivo lógico é automaticamente gerenciado e tratado pelo configurador, conforme seu estado lógico (aberto, fechado ou intermediário). Estas classes básicas estão ilustradas na Figuras 2.2(a) e 2.2(b).

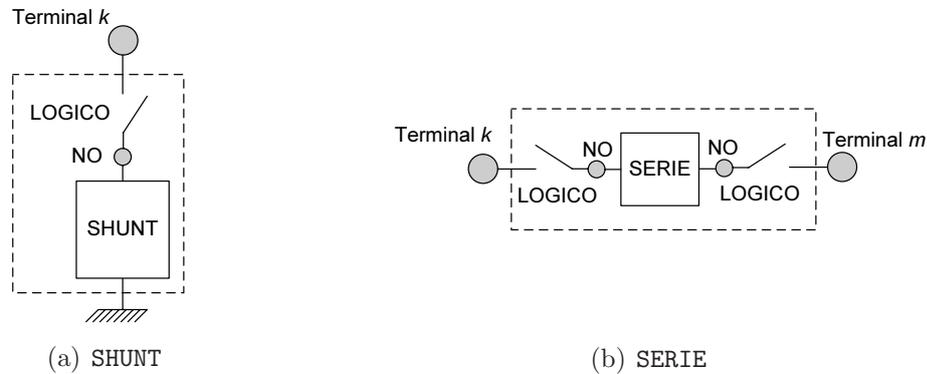


Figura 2.2: Classes básicas da descrição física

2.2.1.2 Classes Derivadas

Dispositivos específicos de um ou dois terminais, tais como transformadores, geradores e disjuntores, são derivados das classes básicas. Estas classes derivadas podem acrescentar outros atributos não necessariamente relacionados ao seu modelo matemático, tais como as tensões nominais (para o caso de modelagem utilizando o sistema pu), capacidades de interrupção, etc., utilizados para fins de relatórios.

2.2.1.3 Classes Especiais

Como proposto em [1], os dispositivos com três ou mais terminais (classe **nTERMINAL**), tais como transformadores de múltiplos enrolamentos, devem ser tratados como casos especiais na estrutura de classes FASEE. Dispositivos série multi-acoplados (classe **nSERIE**), tais como linhas de transmissão ocupando a mesma faixa de passagem, também devem ser tratados como casos especiais. Neste trabalho de tese estes dispositivos não serão representados, mas as propostas apresentadas a seguir podem servir de base para implementações em trabalhos futuros.

Uma forma possível de modelar a classe **nTERMINAL** é apresentada em [77], onde ela seria formada por agregação de n dispositivos série e um nó interno, numa representação estrela equivalente, tal como ilustrado na Figura 2.3(a). Esta proposta de implementação corresponde ao que é usualmente empregado nos aplicativos convencionais para o SEE. No entanto, sua aplicação na ferramenta FASEE iria requer

três modelos independentes, ou que seja desenvolvido um mecanismo agregação de modelos que contemple a interação com três instâncias de estado série.

Para a classe **nSERIE**, a proposta é formar a classe por agregação de n dispositivos série e $(n^2 - n)/2$ acoplamentos, tal como ilustrado na Figura 2.3(b). Tal como apresentado em [7], os acoplamentos podem ser tratados de forma similar aos dispositivos série, porém tomando-se as tensões terminais dos ramos acoplados durante o cálculo das injeções.

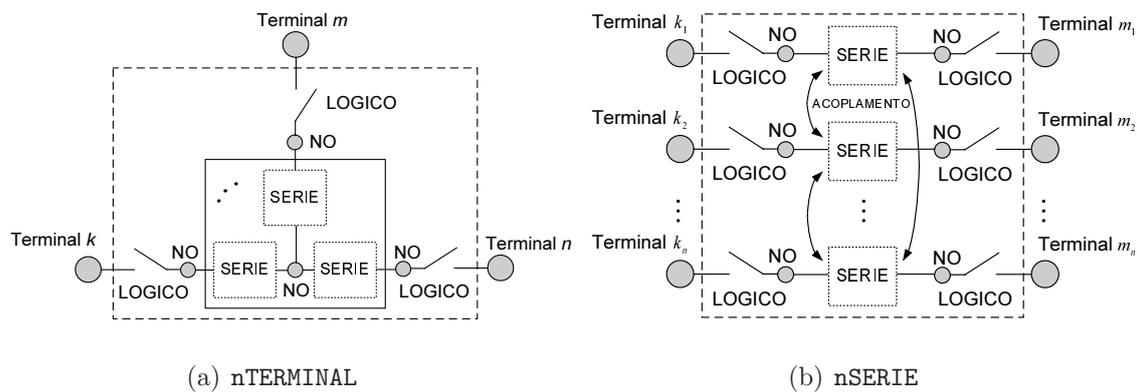


Figura 2.3: Classes especiais da descrição física

2.2.2 Descrição Lógica

A descrição lógica traduz em essência o grafo esparsa da rede elétrica, e é voltada principalmente para um tratamento mais uniforme da rede pelos aplicativos. Na descrição lógica, os dispositivos lógicos representando chaves ideais (seccionadoras, disjuntores, etc.) não são modelados. O SEE é reduzido a um conjunto de ilhas elétricas (classe **ILHA**), cada qual contendo um conjunto de barras elétricas (classe **BARRA**) e dispositivos série e *shunt* conectados a estas barras. Estes dispositivos injetam nas barras corrente ou potência elétrica, e cujo conjunto é utilizado pelos aplicativos na construção das equações nodais da rede elétrica.

2.2.3 Configurador de Redes

A funcionalidade do configurador de redes inclui o tratamento de chaves ideais e a identificação de ilhas elétricas. Uma vez construído o grafo da rede (um para cada ilha elétrica), este poderá ser utilizado por qualquer aplicativo. Na ocorrência de

evento que invalide a topologia, como por exemplo a operação de uma chave ideal, ou caso um novo dispositivo seja inserido no sistema, uma nova configuração deve ser realizada.

Na ferramenta FASEE, o configurador não constitui um aplicativo em separado, mas sim implementado como funcionalidade intrínseca do SEE, responsável por manter as duas visões de conectividade coexistindo.

2.2.4 Considerações sobre a Modelagem Trifásica

Numa modelagem trifásica do SEE empregando Modelagem Orientada a Objetos, duas abordagens poderiam ser adotadas para o grafo da rede elétrica:

- a) Uso de grafo trifásico, onde cada barramento gera uma barra ou nó elétrico distinto para cada fase, e cada dispositivo *shunt* ou série gera um ramo para cada fase, a serem tratados de forma individual pelo configurador de redes.
- b) Uso de grafo monofásico equivalente, onde barramentos e dispositivos geram nós e ramos agregando as três fases.

O uso de um grafo trifásico permite o tratamento de chaves (disjuntores, seccionadoras, etc.) ideais como dispositivos (ramos) individuais por fase, isto é, no caso de chaves trifásicas, permite representar operações de abertura e fechamento independentes por fase. Por outro lado, com um grafo monofásico a representação ideal só seria possível para operação trifásica da chave, mas a modelagem dos componentes da rede e a tarefa do configurador ficam consideravelmente simplificadas.

A primeira abordagem é orientada para uma modelagem utilizando elementos de circuito (impedâncias próprias e mútuas, fontes de tensão e corrente, etc.), sendo extremamente flexível e poderosa, porém de modelagem mais trabalhosa. A segunda abordagem é orientada para modelagem por dispositivos funcionais, onde os elementos de circuito já estão agrupados e representados diretamente em forma matricial, facilitando o trabalho de modelagem.

Neste trabalho, optou-se pela segunda abordagem. O uso de um grafo monofásico equivalente permite um tratamento mais uniforme da topologia da rede pelos aplicativos, seja a modelagem elétrica trifásica ou monofásica equivalente, além de facilitar a implementação de formulações blocadas. Mais importante, as classes que

representam os dispositivos do SEE também permanecem inalteradas, estando a diferença entre modelagem trifásica e monofásica equivalente exatamente no seu *estado* e no *modelo* que lhe é associado, assunto da seção seguinte.

Tal abordagem permitiu ainda que a escolha entre modelagem trifásica ou monofásica equivalente (modelagem de seqüência positiva) seja feita em tempo de execução, utilizando um mesmo conjunto de aplicativos para análise dinâmica. Estes aplicativos, descritos na Seção 2.4, podem operar indistintamente sobre modelos trifásicos ou de seqüência positiva, utilizando construções de programação com laços envolvendo todas as fases, três na modelagem trifásica e somente uma na modelagem de seqüência positiva. Adicionalmente, o Capítulo 4 propõe uma interface de rede que permite limitar a representação trifásica a somente uma parte do sistema elétrico (subsistema desbalanceado), e representação de seqüência positiva no restante do sistema (subsistema balanceado ou quase-balanceado), mantendo o conceito de grafo monofásico equivalente em toda a rede elétrica.

A operação monopolar de chaves trifásicas ainda é possível com uma representação não ideal, incluindo impedâncias entre os pólos. Para permitir o tratamento destas impedâncias, a estrutura de classes original da ferramenta FASEE, como apresentada em [1], foi modificada: a classe de dispositivos lógicos (classe LOGICO) passa a ser derivada da classe SERIE, como ilustrado na Figura 2.1.

2.3 Descrição Funcional do SEE

A funcionalidade de um dispositivo do SEE, ao contrário de sua conectividade (contribuição para a topologia da rede elétrica), é essencialmente dependente do aplicativo que se pretende utilizar para a análise de seu comportamento. Na estrutura FASEE, esta funcionalidade é representada por meio de duas classes específicas, agregadas à classe DISPOSITIVO: a classe ESTADO e a classe MODELO, conforme ilustra a Figura 2.4. O estado permanece sempre acoplado ao dispositivo e determina sua condição mais atual de operação. Por outro lado, o modelo atualiza o valor do estado a cada instante de tempo (ou passo de processo iterativo), e pode ser substituído em tempo de execução conforme as necessidades do aplicativo em uso, como ilustrado na Figura 2.5.

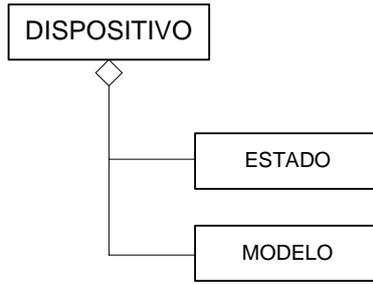


Figura 2.4: Composição da classe DISPOSITIVO

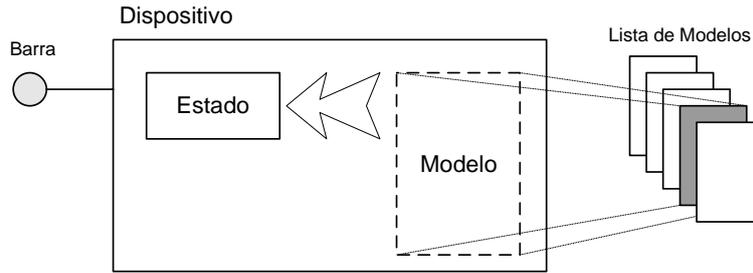


Figura 2.5: Representação de um dispositivo genérico

2.3.1 Equações Funcionais

Neste trabalho de tese, a característica do SEE a ser modelada computacionalmente é o seu comportamento dinâmico, representado matematicamente por um sistema de equações algébrico-diferencial. A principal funcionalidade das classes ESTADO e MODELO neste caso é o cálculo das contribuições do dispositivo para este sistema de equações, a serem utilizadas pelos aplicativos de análise dinâmica.

Para facilitar o entendimento destas classes e introduzir a notação utilizada, as equações (2.1), (2.2) e (2.3) apresentam o sistema de equações algébrico-diferencial, em sua formulação original, algebrizada e linearizada para solução iterativa pelo método de Newton-Raphson, respectivamente. A equação (2.4) define a matriz jacobiana do sistema, apresentada em estrutura particionada. Nestas equações, as variáveis tem o significado descrito na Tabela 2.1.

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{V}) \\ \mathbf{0} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{V}) \end{cases} \quad (2.1)$$

$$\begin{cases} \mathbf{0} = \mathbf{F}(\mathbf{x}, \mathbf{V}) \\ \mathbf{0} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{V}) \end{cases} \quad (2.2)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}(\mathbf{x}, \mathbf{V}) \\ \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{V}) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \partial \mathbf{F} / \partial \mathbf{x} & \partial \mathbf{F} / \partial \mathbf{V} \\ \partial \mathbf{g} / \partial \mathbf{x} & \partial \mathbf{g} / \partial \mathbf{V} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x} \\ \Delta \mathbf{V} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

$$\mathbf{J} = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{J}_1 & \mathbf{J}_2 \\ \hline \mathbf{J}_3 & \mathbf{J}_4 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c} \partial \mathbf{F} / \partial \mathbf{x} & \partial \mathbf{F} / \partial \mathbf{V} \\ \hline \partial \mathbf{g} / \partial \mathbf{x} & \partial \mathbf{g} / \partial \mathbf{V} \end{array} \right] \quad (2.4)$$

Tabela 2.1: Equações e variáveis da descrição funcional

Símbolo	Significado
\mathbf{V}	representa o vetor de tensões nodais, associadas às barras do SEE, e cujos componentes são variáveis algébricas.
\mathbf{x}	representa um vetor de variáveis diferenciais (que podem possuir componente não nulo de derivada em $\dot{\mathbf{x}}$) ou algébricas (cujo respectivo componente em $\dot{\mathbf{x}}$ é nulo) definidas internamente aos modelos de dispositivos.
\mathbf{g}	representa o conjunto de equações algébricas não-lineares definido pela rede elétrica, e formado pelo somatório das contribuições individuais de corrente ou potência de cada dispositivo.
\mathbf{f}	representa um conjunto de equações diferenciais de primeira ordem, ou equações algébricas, definidas internamente aos modelos.
\mathbf{F}	representa o conjunto de equações diferenciais em \mathbf{f} já algebrizadas por algum método adequado para solução numérica.
\mathbf{J}_1	representa a submatriz jacobiana dos dispositivos dinâmicos ou que possuem estados internos em seus modelos.
\mathbf{J}_4	representa a submatriz jacobiana da rede elétrica.
\mathbf{J}_2 e \mathbf{J}_3	representam as submatrizes jacobiana da interface entre os dispositivos com estados internos e a rede elétrica.

O Apêndice B apresenta uma visão geral dos métodos numéricos para solução do sistema de equações algébrico-diferencial do SEE, definido pela equação (2.1).

2.3.2 Estado

O estado do dispositivo deve reter sua condição operativa mais atual, como visto a partir de suas barras terminais. Para análise na frequência fundamental, o estado armazena variáveis algébricas (estado algébrico), representado por admitâncias

complexas, e fasores de injeção de corrente (ou potência), aqui denominadas *injeções internas* do dispositivo. Este conjunto de admitâncias e injeções internas são utilizadas no cálculo das injeções nodais do dispositivo. Os somatórios das injeções nodais dos dispositivos conectados em todas as barras do sistema formam implicitamente o conjunto \mathbf{g} de equações algébricas da rede elétrica.

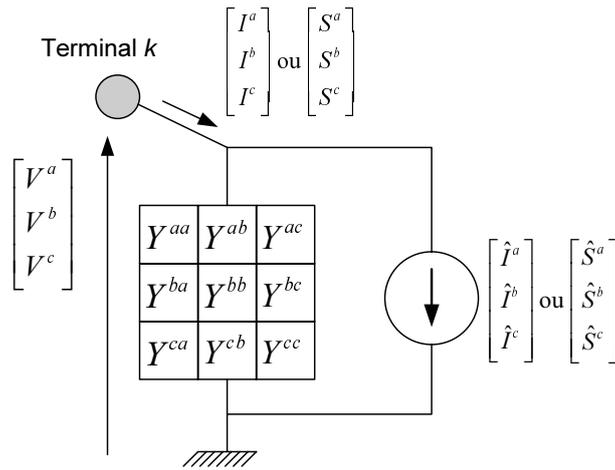
As grandezas de estado são definidas em *componentes de fase*, formulação adotada como base para desenvolvimento deste trabalho. A classe **BARRA** possui um estado especial, armazenando os fasores das tensões nas barras. Estas tensões, resolvidas no sistema de equações (2.1) são definidas como tensões para o nó elétrico de referência ou *tensões fase-terra*.

A classe **ESTADO** poderia ser especializada para cada tipo de dispositivo, mas seguindo o princípio de generalidade, são desenvolvidas as classes genéricas ilustradas na Figura 2.6. Elas oferecem flexibilidade para representar qualquer tipo de dispositivo com um (classe **SHUNT**) ou dois terminais de conexão (classes **SERIE** e **LOGICO**). Ainda segundo este princípio, o estado deve ser capaz de utilizar tanto injeções de corrente quanto de potência nas barras terminais, permitindo ao usuário definir, em tempo de execução, que tipo é mais adequado a um dado aplicativo. Também as injeções internas podem ser definidas como injeções de corrente ou de potência, facilitando a construção de modelos. A estrutura é encarregada de efetuar as conversões de corrente/potência utilizando as tensões terminais.

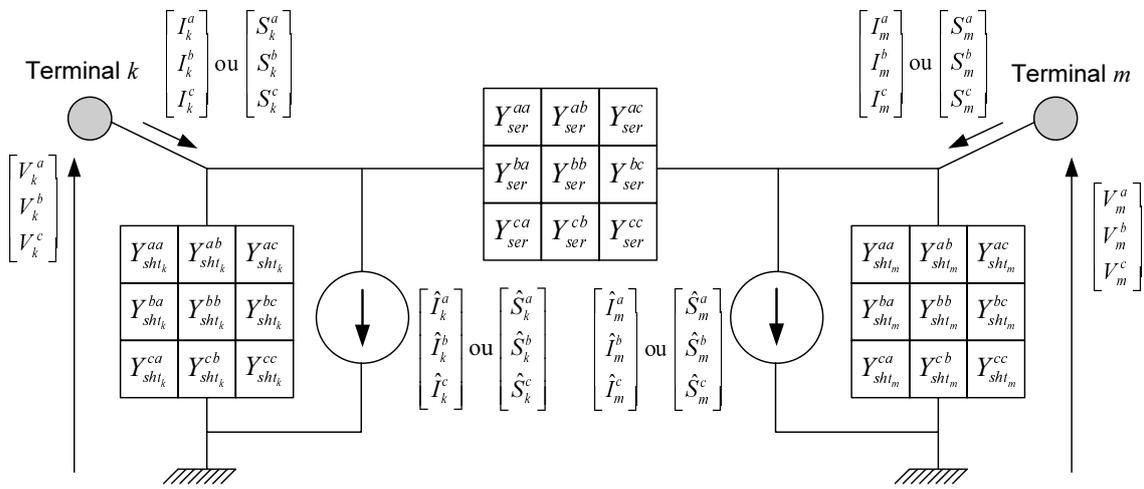
É importante ressaltar que o estado não armazena variáveis de estado do sistema de equações algébrico-diferencial (2.1), mas sim parcelas utilizadas no cálculo de injeções nodais. Somente a classe **BARRA** armazena em seu estado componentes do vetor \mathbf{V} . As demais variáveis de estado do sistema de equações (2.1), representadas pelo vetor \mathbf{x} , são armazenadas internamente aos modelos. Em essência, o estado serve de interface entre o aplicativo e o modelo no cálculo das injeções nodais, permitindo ainda que este último seja substituído em tempo de execução.

2.3.2.1 Estado Shunt

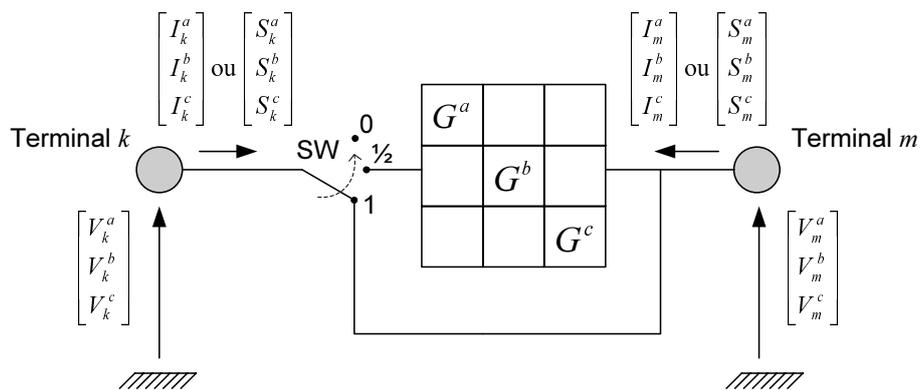
A Figura 2.6(a) ilustra a estrutura do estado *shunt* trifásico, conectado ao estado de sua barra terminal k . Neste dispositivo, com apenas um terminal e uma matriz admitância \mathbf{Y}^{abc} , os sufixos para índice de barra terminal e identificador de



(a) Estado Shunt



(b) Estado Série



(c) Estado Lógico

Figura 2.6: Estado dos dispositivos trifásicos

admitância não serão utilizados. Convenção de carga foi empregada para indicar o sentido das injeções internas $\hat{\mathbf{I}}^{abc}$ ou $\hat{\mathbf{S}}^{abc}$, e nodais \mathbf{I}^{abc} ou \mathbf{S}^{abc} .

As equações (2.5) e (2.6), na forma complexa, são utilizadas pelo estado *shunt* no cálculo das injeções nodais de corrente ou potência, respectivamente:

$$I^s = \hat{I}^s + \sum_{t \in \alpha_P} Y^{st} V^t \quad (2.5)$$

$$S^s = \hat{S}^s + V^s \left(\sum_{t \in \alpha_P} Y^{st} V^t \right)^* \quad (2.6)$$

onde $s, t \in \alpha_P = \{a, b, c\}$.

2.3.2.2 Estado Série

A Figura 2.6(b) ilustra a estrutura do estado série trifásico, conectado aos estados de suas barras terminais k e m . Ele emprega as matrizes admitância $\mathbf{Y}_{sht_k}^{abc}$, $\mathbf{Y}_{sht_m}^{abc}$ e \mathbf{Y}_{ser}^{abc} , e dois vetores de injeção interna, $\hat{\mathbf{I}}^{abc}$ ou $\hat{\mathbf{S}}^{abc}$, um para cada terminal.

Para permitir a representação de alguns tipos de dispositivos, tais como transformadores com defasagens angulares, o estado série admite ainda uma marcação de polaridade para acesso à matriz admitância série. Quando o dispositivo tem marcação de polaridade, o acesso ao seu estado pelo terminal k (definido como terminal de polaridade *direta*) toma a matriz \mathbf{Y}_{ser}^{abc} para o cálculo de injeções. Quando o acesso é feito pelo terminal m (definido como terminal polaridade *transposta*), é tomada a matriz série transposta, $[\mathbf{Y}_{ser}^{abc}]^T$.

As equações (2.7) e (2.8) são utilizadas pelo estado série no cálculo das injeções nodais de corrente ou potência no terminal k , respectivamente:

$$I_k^s = \hat{I}_k^s + \sum_{t \in \alpha_P} [(Y_{sht_k}^{st} + Y_{ser}^{st}) V_k^t - Y_{ser}^{st} V_m^t] \quad (2.7)$$

$$S_k^s = \hat{S}_k^s + V_k^s \left(\sum_{t \in \alpha_P} [(Y_{sht_k}^{st} + Y_{ser}^{st}) V_k^t - Y_{ser}^{st} V_m^t] \right)^* \quad (2.8)$$

onde $s, t \in \alpha_P = \{a, b, c\}$. Para o terminal m , as expressões são obtidas simplesmente trocando-se os índices de barra k e m , observando-se a marcação de polaridade para o acesso ao elemento Y_{ser}^{st} .

2.3.2.3 Estado Lógico

Uma versão especializada do estado série foi considerada para a família de dispositivos lógicos, necessária para a representação de chaves não ideais. Ele está ilustrado na Figura 2.6(c). O conjunto de admitâncias é reduzido a somente três condutâncias série desacopladas, uma por fase, acrescido de uma chave ideal **SW** de três posições. Nas posições 0 e 1, correspondendo aos estados ideais aberto e fechado, o dispositivo lógico deverá ser removido da rede elétrica pelo configurador, sendo os nós terminais k e m mantidos como barras distintas ou colapsados numa barra comum. Na posição intermediária identificada como “1/2” na Figura 2.6(c), o dispositivo lógico permanece inserido na rede elétrica, sendo tratado como um dispositivo série comum, porém com cálculo de injeções considerando somente as condutâncias série, isto é, otimizado em relação ao estado série da Figura 2.6(b).

As equações (2.9) e (2.10) são utilizadas pelo estado lógico no cálculo das injeções nodais de corrente ou potência no terminal k , respectivamente:

$$I_k^s = G^s (V_k^s - V_m^s) \quad (2.9)$$

$$S_k^s = V_k^s [G^s (V_k^s - V_m^s)]^* \quad (2.10)$$

onde $s \in \alpha_P = \{a, b, c\}$.

2.3.2.4 Considerações sobre o Uso de Injeções de Corrente ou Potência

Na representação monofásica equivalente, como desenvolvida em [1], a ferramenta foi implementada de forma que tanto as injeções internas quanto as injeções nodais nas barras do sistema possam ser expressas como injeção de potência ou como injeção de corrente. Este recurso permite que modelos desenvolvidos em equações de potência sejam direta e indistintamente utilizados com aplicativos formulados em equações de corrente, e vice-versa. Esta característica foi mantida na implementação trifásica. A estrutura computacional é encarregada de efetuar as conversões, utilizando as tensões das barras terminais do dispositivo. Desta forma, as potências injetadas \mathbf{S}^{abc} e $\hat{\mathbf{S}}^{abc}$ consideradas nas classes estado *shunt* e série são definidas para as tensões terminais fase-terra.

Equações de potência e coordenadas polares de tensão são tradicionalmente utilizadas na formulação monofásica equivalente, nas aplicações de fluxo de potência.

Neste caso, ela simplifica a representação de cargas tipo potência constante e a representação dos geradores, modelados como barras tipo *PV*. Nas aplicações de análise de estabilidade transitória e análise modal, equações de corrente são usualmente empregadas [37, 73].

No caso trifásico, muito embora a formulação de potência tenha sido desenvolvida como uma extensão da formulação monofásica equivalente [7, 34], ela se mostra menos adequada ao problema, mesmo nas aplicações de fluxo de potência. Neste caso, ela não simplifica a representação de geradores quando modelados com sua tensão interna e suas impedâncias. Nos modelos considerados neste trabalho, somente cargas tipo potência constante e conectadas em estrela-aterrada poderiam tirar algum proveito desta formulação.

Adicionalmente, tomando como base tensões em coordenadas retangulares, é bem conhecido que a formulação em equações de corrente simplifica consideravelmente a formação da matriz jacobiana, suprimindo o uso de funções trigonométricas por toda a rede elétrica e reduzindo o esforço computacional [46].

2.3.2.5 Considerações sobre a Representação do Neutro dos Dispositivos

De forma análoga ao discutido para injeções de potência, o estado utiliza as tensões terminais fase-terra para o cálculo das correntes drenadas nas admitâncias dos dispositivos. Este fato deve ser levado em conta na construção de modelos que empregam admitâncias *shunt*, estando diretamente relacionado com a representação do neutro dos dispositivos. Para ligações em delta ou estrela não-aterrada, as matrizes de admitâncias *shunt*, caso empregadas, devem ser adequadamente construídas.

Neste trabalho, uma representação explícita do ponto de neutro não será considerada para o estado dos dispositivos e para as barras do SEE. Embora seja possível, para elementos balanceados, incluir o efeito de uma impedância de aterramento diretamente nos valores de impedância do estado em componentes de fase, a tensão de neutro não estaria sendo resolvida no sistema de equações (2.1). Ela ainda poderia ser calculada, a cada iteração, a partir das tensões terminais e correntes drenadas no ramo *shunt*, mas não estaria disponível para uso nos modelos.

Uma alternativa possível para o cálculo da tensão de neutro consiste em utilizar uma representação interna aos modelos, embora com penalização no desempenho.

Utilizando somente injeções de corrente no estado, é possível transferir a representação das admitâncias e do neutro para o modelo. Com auxílio de variáveis de estado algébricas, incluída no vetor \mathbf{x} do sistema de equações (2.1), a tensão de neutro poderia ser equacionada e resolvida juntamente com as demais equações do modelo. Uma solução intermediária a ser implementada, consiste em incluir uma tensão de neutro V^n nas admitâncias *shunt* do estado. O modelo deve se encarregar de calcular e atualizar esta tensão a cada iteração, tal como já ocorre para as injeções.

2.3.2.6 Considerações sobre Desempenho Computacional

Nas estruturas genéricas de estado *shunt* e série, componentes não utilizados de injeção interna ou admitância são atualizados pelo modelo com valores nulos a cada iteração, e computados no cálculo das injeções nodais. Dispositivos passivos como linhas de transmissão e transformadores, por exemplo, não empregam as injeções internas, e uma carga tipo potência constante não emprega admitâncias. Dispositivos de construção balanceada apresentam matrizes de impedância com estrutura que facilita o armazenamento. Assim, tal como os blocos matriciais desenvolvidos em [45], versões especializadas da classe ESTADO poderiam ser desenvolvidas para economizar memória e melhorar o desempenho computacional, reduzindo o *overhead* na interface com o modelo.

2.3.3 Modelo

O modelo de um dispositivo traduz o seu comportamento para determinada análise que se pretende realizar, sendo portanto, voltado para um determinado aplicativo. Como ilustrado na Figura 2.5, o modelo é responsável por atualizar o estado do dispositivo, podendo ser substituído em tempo de execução, conforme o tipo de análise a ser realizada.

Para a análise do comportamento dinâmico, as tarefas básicas a serem realizadas pelo modelo de um dispositivo genérico são:

- a) Cálculo das injeções nodais de corrente ou potência do dispositivo em suas barras terminais, ou seja, contribuições do modelo para o cálculo dos resíduos por barra (realizado pelos aplicativos), correspondendo a $\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{V})$ em (2.2);

- b) Cálculo dos resíduos das equações algébricas ou equações diferenciais algebrizadas, para dispositivos cujo modelo inclui estados internos, correspondendo a $\mathbf{F}(\mathbf{x}, \mathbf{V})$ em (2.2);
- c) Cálculo das contribuições do modelo para a matriz jacobiana \mathbf{J} definida em (2.4), empregando técnicas de diferenciação automática [16, 78];
- d) Cálculo das variáveis de estado internas e variáveis de referência (*set points*) do modelo, a partir do estado do dispositivo (tensões terminais e injeções), ou seja, inicialização do modelo.

2.3.3.1 Estrutura Computacional do Modelo

Segundo o conceito de Modelo Definido pelo Usuário, o conjunto de equações, variáveis e parâmetros que definem matematicamente o modelo não é codificado em linguagem de programação e compilado em código executável, mas sim montado em tempo de execução e armazenado num objeto modelo (instância da classe `MODELO`).

O princípio de funcionamento do modelo é baseado na representação de uma equação matemática qualquer por meio de *blocos elementares*, organizados na forma de um diagrama de blocos. Cada bloco representa uma operação matemática elementar, e possui um número determinado de entradas e saídas, às quais estão associadas *variáveis*.

O diagrama de classes do modelo é mostrado na Figura 2.7, à qual segue uma breve descrição da finalidade de cada classe. As classes `dFdX` e `dP` se destinam ao cálculo de derivadas, e serão descritas na Seção 2.3.3.5.

Variável (Var): classe abstrata da qual todas as outras variáveis derivam.

Variável de entrada (VarInp): está associada à cada entrada de bloco, podendo estar conectada a uma e somente uma variável de saída. Não armazena valores numéricos, servindo apenas como elo de ligação entre os diversos blocos no processo de solução do modelo.

Variável de saída (VarOut): está associada à cada saída de bloco, podendo estar conectada a diversas entradas de outros blocos. Armazena um valor numérico de ponto flutuante que representa uma parcela intermediária de uma equação.

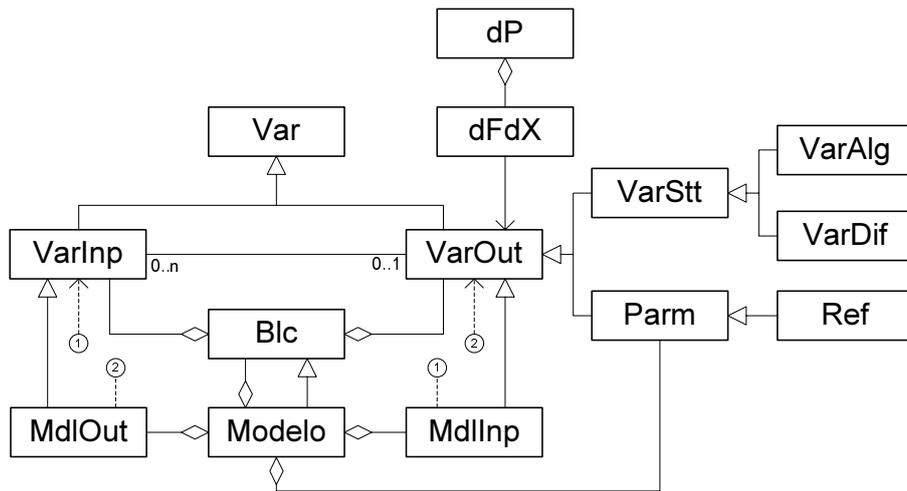


Figura 2.7: Diagrama de classes para o modelo de um dispositivo

Variável de estado (VarStt): tipo especial de variável de saída, servindo de classe base para definição dos estados internos do modelo. Adicionalmente, é utilizada para importar para o modelo o estado da rede elétrica (tensões nos barramentos).

Variável de estado diferencial (VarDif): tipo especial de variável de estado, associado a blocos dinâmicos (integradores, por exemplo), e que define um estado interno do modelo.

Variável de estado algébrica (VarAlg): tipo especial de variável de estado, podendo estar associada à saída de qualquer bloco matemático, a critério do usuário, para definir equações algébricas e estados algébricos do modelo.

Parâmetro (Parm): tipo especial de variável de saída sem bloco associado, podendo ser conectado às entradas dos demais blocos do modelo. Seu valor numérico é fixo representando um parâmetro de definição do modelo.

Referência (Ref): tipo especial de parâmetro ajustável do modelo. Seu valor numérico é calculado na inicialização do modelo para uma dada condição de estado do dispositivo.

Variável de entrada de modelo (MdlInp): variável auxiliar, operando em conjunto com uma variável de entrada para definir um ponto de entrada no modelo.

Variável de saída de modelo (MdlOut): variável auxiliar, operando em conjunto com uma variável de saída para definir um ponto de saída no modelo.

Bloco (Blc): classe abstrata de bloco base, do qual todos os outros blocos elementares derivam. Armazena uma lista de variáveis de entrada e uma lista de variáveis de saída. Cada bloco específico armazena outras grandezas (parâmetros de definição do bloco, constantes, histórico de estados, etc.). Os blocos se conectam através de suas variáveis para formar o modelo.

Modelo (MODELO): derivado do bloco base, tem a funcionalidade de um *container*, armazenando blocos específicos, parâmetros (**Parm**) e referências (**Ref**) que compõem o modelo, ou outros modelos internos formando subsistemas.

2.3.3.2 Blocos para Construção do Modelo

Para construção do modelo, os blocos construtivos são interconectados, formando as equações diferenciais e algébricas que o definem matematicamente. Parâmetros e referências são acrescentados, servindo de interface com o usuário. A Figura 2.8 mostra o diagrama de classes com todos os blocos construtivos disponíveis, organizados em superclasses conforme suas características comuns:

Blocos de Saída (BlcOut): são responsáveis pela alteração do estado operativo dos dispositivos e pelo cálculo das derivadas parciais da injeção destes dispositivos na rede elétrica.

Blocos de Entrada (BlcInp): são responsáveis pela aquisição de variáveis do SEE ou de outros modelos para uso no modelo.

Blocos Matemáticos (BlcMath): realizam operações matemáticas elementares, tais como soma, multiplicação, divisão, expoente, funções trigonométricas, etc.

Blocos Dinâmicos (BlcDin): possuem algum tipo de equação diferencial associada, caracterizando alguma variável de estado no modelo.

Blocos Não-Lineares (BlcNLin): definem algum tipo de não-linearidade nas equações matemáticas, tornando-as funções não contínuas e/ou não diferenciáveis em alguns pontos, tais como limitadores, banda morta, seletores, etc.

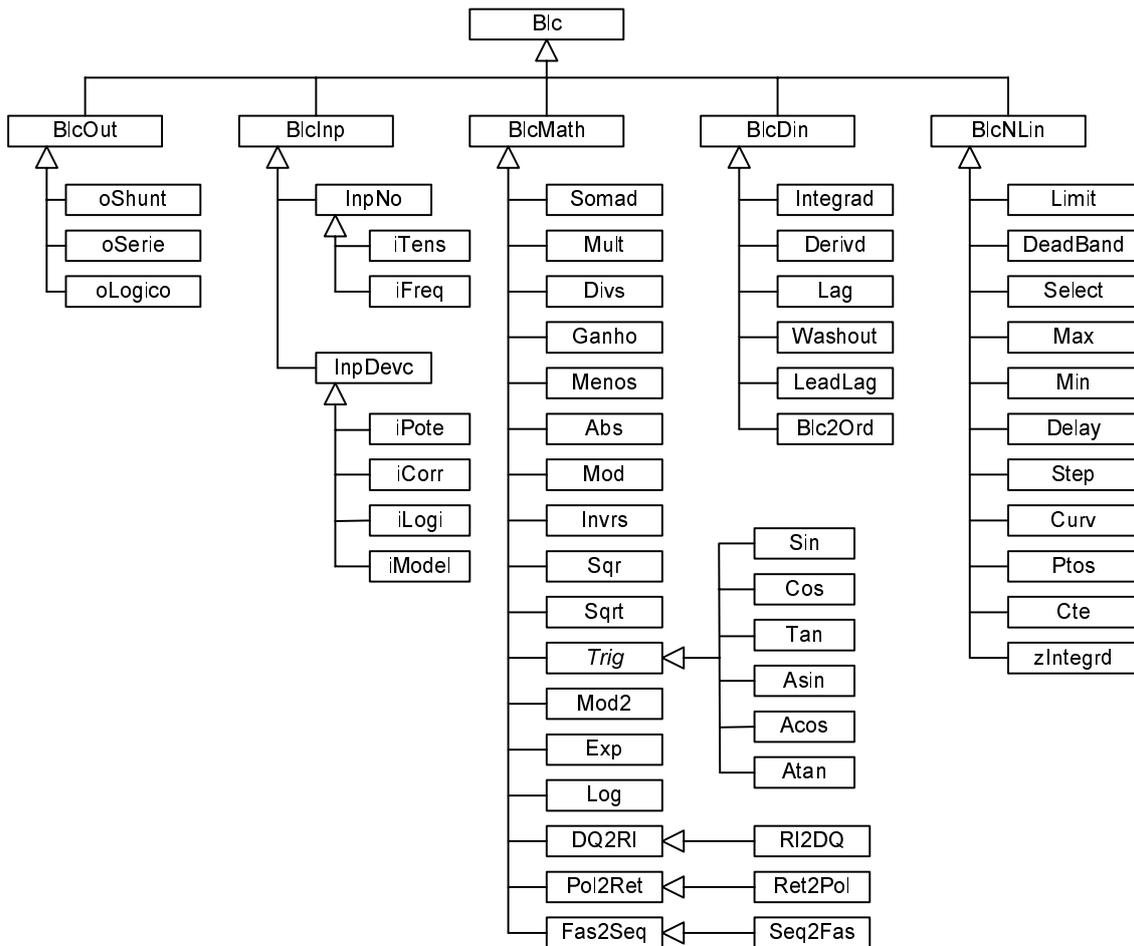


Figura 2.8: Estrutura geral dos blocos componentes do modelo

2.3.3.3 Interpretador de Expressões Simbólicas

O modelo possui ainda um interpretador de expressões simbólicas, utilizado como ferramenta auxiliar para sua definição. O interpretador possibilita associar expressões matemáticas envolvendo parâmetros do modelo com parâmetros de definição dos blocos (ganhos, constantes de tempo, etc). Estas expressões são resolvidas somente por ocasião de atualização de parâmetros, o que ocorre durante a montagem dos modelos ou em eventos de alteração de parâmetros, não afetando o desempenho computacional.

2.3.3.4 Solução do Modelo

O mecanismo de solução do modelo envolve a avaliação de cada um de seus blocos construtivos, na ordem em que foram conectados para formar as equações do modelo. Na implementação computacional com orientação a objetos, são aplica-

dos intensivamente os conceitos de *herança* e *polimorfismo*. O conjunto de blocos construtivos definidos na Figura 2.8 apresenta um comportamento polimórfico: o bloco base da classe `B1c` define algumas funções virtuais e abstratas e cada bloco derivado dele deve implementar estas funções. São três as funções básicas serem implementadas por cada bloco, conforme sua funcionalidade:

B1c::solve: resolve o bloco, calculando o valor de suas variáveis de saída a partir do valor previamente calculado de suas variáveis de entrada.

B1c::fnc: atualiza o valor das variáveis de saída para o valor calculado.

B1c::linear: calcula as contribuições do bloco para derivadas parciais de uma função, a partir de contribuições previamente calculadas até sua entrada, segundo a Regra da Cadeia do Cálculo Diferencial.

Desta forma, é possível percorrer o diagrama de blocos do modelo, tratando-os de maneira uniforme em sua avaliação. Uma vez que a classe `MODELO` é derivada do bloco base, ela também deve implementar estas funções a nível de modelo do dispositivo: resolver o modelo (função `MODELO::solve`), atualizar o valor do estado do dispositivo (função `MODELO::fnc`) e calcular suas contribuições para a matriz jacobiana (função `MODELO::linear`). Esta última função envolve o cálculo de derivadas empregando Diferenciação Automática (DA), objeto da seção seguinte.

2.3.3.5 Diferenciação Automática das Equações do Modelo

A funcionalidade de cálculo de derivadas implementada na estrutura computacional do modelo é denominada *diferenciação automática* ou *algoritmica*, e tem sido crescentemente utilizada a partir do final da década de 1970. Seu princípio se baseia na aplicação da Regra da Cadeia do Cálculo Diferencial e encontra-se detalhado no livro de GRIEWANK [78]. Ela permite que funções multivariáveis, tão complexas quanto se possa defini-las com uso de funções (ou blocos) elementares, sejam derivadas de forma exata e eficiente, ao contrário da mais popular derivação baseada em diferenças finitas numéricas.

A primeira aplicação da diferenciação automática em SEE é reportada em [16], usando o conceito de modelos formados por blocos elementares, implementado no

simulador EUROSTAG para representação de controles definidos pelo usuário. Da mesma forma que na ferramenta FASEE, este tipo de implementação permite que modelos sejam construídos em tempo de execução, sem requerer uma nova compilação do programa executável. Em terminologia de diferenciação automática, esta forma de implementação é denominada de *sobrecarga de operadores*, que também está disponível para uso em tempo de compilação do programa, como por exemplo, com uso do software ADOL-C [79].

Em [80], por outro lado, é reportado o uso do software ADIFOR [81] na construção da matriz jacobiana do fluxo de potência continuado. Ferramentas deste tipo são baseadas em *transformação de código fonte*, requerendo uma nova compilação sempre que um novo modelo necessita ser introduzido, reduzindo a flexibilidade e alterando o conceito de modelo definido pelo usuário. Entretanto, no que diz respeito ao desempenho computacional, é reconhecida a superioridade desta forma de implementação, em relação à sobrecarga de operadores. Neste caso, código fonte transformado para cálculo de derivadas fica sob controle do compilador, com maior potencial de otimização. A própria transformação de código fonte, até então realizada por ferramentas independentes como ADIFOR, vem sendo desenvolvida como função intrínseca de compiladores, como no caso do compilador NAGWare Fortran 95 [82].

No mecanismo de diferenciação automática da ferramenta FASEE, duas estruturas são utilizadas para gerenciar derivadas parciais de equações do modelo, em relação ao conjunto de variáveis de estado (classes `VarStt`, `VarDif` e `VarAlg`):

classe `dFdX`: armazena uma derivada parcial de uma determinada função, compreendendo um apontador para a variável de estado em relação à qual a derivada foi tomada e o valor numérico da derivada.

classe `dP`: armazena todas as derivadas parciais (*derivada total*) de uma determinada função em relação a todas as variáveis de estado das quais a função depende, compreendendo um apontador para a variável de saída definida pela função e uma lista de objetos `dFdX`.

O Apêndice C descreve em detalhes a aplicação destas classes nos algoritmos para montagem da matriz jacobiana.

2.3.3.6 Inicialização Automática das Variáveis do Modelo

A inicialização de um modelo genérico definido pelo usuário, como uma das tarefas básicas da classe `MODELO`, compreende o cálculo das variáveis de estado internas e variáveis de referência do modelo, a partir de seu estado.

A inicialização é efetuada no instante em que um modelo é associado ao dispositivo. Ela é estritamente necessária nas aplicações de análise dinâmica, onde modelos dinâmicos devem ser associados com estados em condições de rede elétrica convergida (isto é, estados e injeções que resultam em resíduos nodais nulos ou abaixo de uma tolerância especificada), anteriormente calculados por um aplicativo de fluxo de potência, utilizando modelos de regime permanente. Modelos paramétricos ou passivos, sem estados internos ou referências, não requerem nenhuma inicialização.

Nas aplicações de fluxo de potência, onde os modelos são inicialmente associados com estados em condição de rede elétrica não convergida, a inicialização não é estritamente necessária, mas as variáveis de estados internos e referências também serão calculadas para esta condição. Neste caso, as variáveis de referência devem ser reajustadas após a inicialização do modelo, em correspondência aos valores especificados para o fluxo de potência (magnitude e ângulo de tensão, potência, etc.).

O algoritmo de inicialização envolve a solução de um sistema de equações não-lineares pelo método iterativo de Newton-Raphson. O sistema de equações a ser resolvido é de natureza local, semelhante ao sistema algébrico-diferencial definido na equação (2.1), porém para condições de regime permanente ($\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{0}$) e restrito às injeções, estados e referências do dispositivo. A matriz jacobiana é calculada com os mesmos recursos de diferenciação automática presentes no modelo.

As condições iniciais para o método iterativo podem ser especificadas pelo usuário, com auxílio de blocos construtivos especiais (blocos `CINI`) e do interpretador de expressões simbólicas, a partir de valores importados do estado do dispositivo. Isto significa que, para modelos cujos valores de condições iniciais são conhecidos a partir de expressões analíticas informadas pelo usuário, o método iterativo de Newton-Raphson não necessita realizar nenhuma iteração, pois neste caso o resíduo inicial encontrado é nulo ou inferior à tolerância especificada para convergência.

2.3.3.7 Considerações sobre Desempenho Computacional

Na ferramenta FASEE, o mecanismo de solução e linearização dos modelos definidos pelo usuário é baseado em sobrecarga de operadores, com blocos construtivos implementando as funções virtuais `Blc::solve`, `Blc::fnc` e `Blc::linear`, em associação com suas respectivas variáveis de saída. Estas funções são processadas sequencialmente pelos blocos do modelo e solicitadas intensivamente pelos aplicativos, o que naturalmente inclui o *overhead* de chamada destas funções e de manipulação dos objetos `dFdX` e `dP`. Diferente das ferramentas convencionais com modelos implementados em código, e onde o esforço computacional se concentra quase sempre na solução do sistema esparso de equações lineares, na ferramenta FASEE o maior esforço computacional está atualmente na solução e linearização dos modelos definidos pelo usuário [1].

2.3.4 Interface entre Modelo, Estado e Aplicativos

Blocos construtivos especiais fazem a interface entre o modelo e o estado, sob comando dos aplicativos. Os blocos de entrada disponibilizam para o modelo tensões ou outras grandezas trifásicas, enquanto que os blocos de saída exteriorizam para o estado as injeções do dispositivo e suas admitâncias.

2.3.4.1 Blocos de Entrada do Modelo

Os blocos de entrada do modelo, derivados da classe `BlcInp`, são responsáveis por adquirir e disponibilizar ao modelo grandezas da rede elétrica. O principal bloco desta família é o bloco `iTENS`, responsável por adquirir tensões em coordenadas polares ou retangulares, como ilustrado na Figura 2.9. Tensões entre fases podem ser obtidas com auxílio de blocos somadores e tensões em componentes simétricos com auxílio dos blocos de conversão descritos na Seção 2.3.4.5.

2.3.4.2 Blocos de Saída do Modelo

Os blocos de saída do modelo, derivados da classe `BlcOut`, são responsáveis por gerenciar a interface entre o modelo propriamente dito e o estado do dispositivo, ilustrado na Figura 2.6, e entre o modelo e os aplicativos. Estes blocos devem

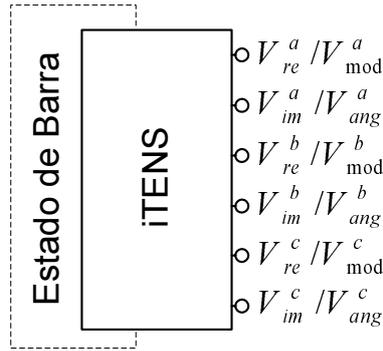


Figura 2.9: Bloco de entrada de tensão iTENS

atualizar o estado para os últimos valores calculados de injeções e admitâncias, bem como calcular suas derivadas.

A Figura 2.10 ilustra a estrutura dos blocos oSHUNT (dispositivo *shunt*), oSERIE (dispositivo série) e oLOGICO (dispositivo lógico) trifásicos. Estes blocos não possuem variáveis de saída, mas sim permissão de escrita nos correspondentes valores do estado. O bloco oSHUNT, por exemplo, possui 24 variáveis de entradas, que se comportam como pontos de conexão disponíveis para uso interno do modelo: um vetor de injeções internas (separadas em componentes reais e imaginários), e uma matriz de admitâncias *shunt* (separadas em condutâncias e susceptâncias). Cada modelo construído para um dispositivo *shunt*, série ou lógico deve possuir um e somente um destes blocos.

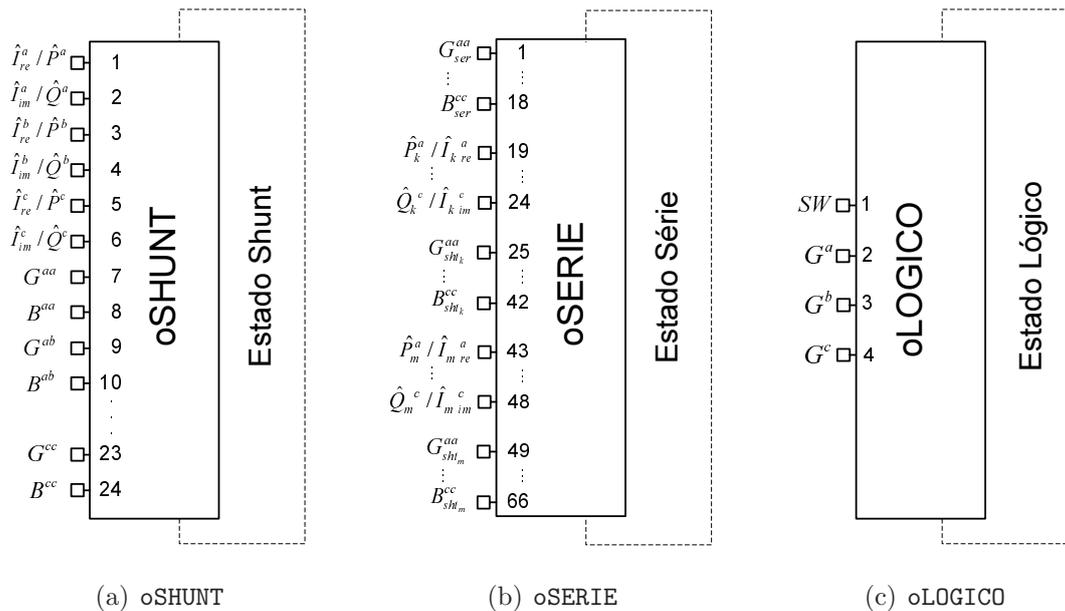


Figura 2.10: Blocos de saída dos modelos

As estruturas dos blocos de saída permitem que tanto as injeções internas quanto as admitâncias do dispositivo possam ser variáveis equacionadas pelo modelo, e portanto, funções das tensões terminais ou de outras variáveis de estado internas. Este recurso permite modelar, entre outros, transformadores de tape variável, com inclusão de seus controles na matriz jacobiana.

2.3.4.3 Cálculo das Derivadas das Injeções Nodais

Os blocos de saída são responsáveis ainda por calcular as derivadas parciais das injeções nodais do dispositivo, ou contribuições do modelo para as submatrizes jacobiana \mathbf{J}_3 e \mathbf{J}_4 . Estas contribuições, juntamente com as contribuições para \mathbf{J}_1 e \mathbf{J}_2 , são utilizadas por um aplicativo dedicado à montagem da matriz jacobiana.

O processo de cálculo das derivadas parciais das injeções nodais requer o cálculo das derivadas parciais de cada componente destas injeções (injeções internas e admitâncias), ou seja, cada variável de entrada dos blocos de saída. Para cada uma das entradas dos blocos `oSHUNT`, `oSERIE`, e `oLOGICO` (com exceção da entrada lógica `SW`), um objeto `dP` vazio é submetido ao modelo, retornando após o cálculo preenchido com suas derivadas parciais. Os diversos objetos `dP` obtidos para cada entrada destes blocos são utilizados para compor um objeto `dP` para cada componente da injeção nodal. Essencialmente, ele contém uma lista de derivadas ou vetor esparsos correspondente a uma linha da matriz jacobiana. O Apêndice C descreve em detalhes os algoritmos utilizados na montagem da matriz jacobiana, empregando técnicas de diferenciação automática.

2.3.4.4 Conversão entre Coordenadas Polares e Retangulares

As classes de armazenamento das derivadas parciais `dP` e `dFdX` possuem ainda a funcionalidade de efetuar conversões entre coordenadas polares e retangulares para derivadas em relação a tensões nas fases. Esta conversão é realizada automaticamente ao se adicionar em `dP` uma nova derivada de tensão, obtida na linearização do modelo de um dispositivo, e cuja coordenada é diferente da coordenada em uso no sistema de equações lineares. As expressões para conversão serão desenvolvidas a seguir, envolvendo o par de coordenadas de cada fase.

Seja $F(\dots, \dot{V}^s, \dots)$ uma função da qual se calcula derivadas parciais em relação

à tensão numa fase $s \in \{a, b, c\}$, $\dot{V}^s = V^s \angle \theta^s = V_{re}^s + jV_{im}^s$. As expressões seguintes são utilizadas para a conversão de coordenadas envolvendo estas derivadas:

$$\frac{\partial F}{\partial V^s} = \frac{\partial F}{\partial V_{re}^s} \frac{\partial V_{re}^s}{\partial V^s} + \frac{\partial F}{\partial V_{im}^s} \frac{\partial V_{im}^s}{\partial V^s} = \cos \theta^s \frac{\partial F}{\partial V_{re}^s} + \sin \theta^s \frac{\partial F}{\partial V_{im}^s} \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \theta^s} = \frac{\partial F}{\partial V_{re}^s} \frac{\partial V_{re}^s}{\partial \theta^s} + \frac{\partial F}{\partial V_{im}^s} \frac{\partial V_{im}^s}{\partial \theta^s} = -V^s \sin \theta^s \frac{\partial F}{\partial V_{re}^s} + V^s \cos \theta^s \frac{\partial F}{\partial V_{im}^s} \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial F}{\partial V_{re}^s} = \frac{\partial F}{\partial V^s} \frac{\partial V^s}{\partial V_{re}^s} + \frac{\partial F}{\partial \theta^s} \frac{\partial \theta^s}{\partial V_{re}^s} = \frac{V_{re}^s}{\sqrt{V_{re}^{s2} + V_{im}^{s2}}} \frac{\partial F}{\partial V^s} + \frac{-V_{im}^s}{V_{re}^{s2} + V_{im}^{s2}} \frac{\partial F}{\partial \theta^s} \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial F}{\partial V_{im}^s} = \frac{\partial F}{\partial V^s} \frac{\partial V^s}{\partial V_{im}^s} + \frac{\partial F}{\partial \theta^s} \frac{\partial \theta^s}{\partial V_{im}^s} = \frac{V_{im}^s}{\sqrt{V_{re}^{s2} + V_{im}^{s2}}} \frac{\partial F}{\partial V^s} + \frac{V_{re}^s}{V_{re}^{s2} + V_{im}^{s2}} \frac{\partial F}{\partial \theta^s} \quad (2.14)$$

Estas expressões podem ser organizadas na forma de matrizes para transformação de coordenadas de tensão em uma fase s :

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial V^s} & \frac{\partial F}{\partial \theta^s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial V_{re}^s} & \frac{\partial F}{\partial V_{im}^s} \end{bmatrix} \times \mathbf{T}_{P2R}^s \quad (2.15)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial V_{re}^s} & \frac{\partial F}{\partial V_{im}^s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial V^s} & \frac{\partial F}{\partial \theta^s} \end{bmatrix} \times \mathbf{T}_{R2P}^s \quad (2.16)$$

onde

$$\mathbf{T}_{P2R}^s = \begin{bmatrix} \cos \theta^s & -V^s \sin \theta^s \\ \sin \theta^s & V^s \cos \theta^s \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

$$\mathbf{T}_{R2P}^s = \begin{bmatrix} \frac{V_{re}^s}{\sqrt{V_{re}^{s2} + V_{im}^{s2}}} & \frac{V_{im}^s}{\sqrt{V_{re}^{s2} + V_{im}^{s2}}} \\ \frac{-V_{im}^s}{V_{re}^{s2} + V_{im}^{s2}} & \frac{V_{re}^s}{V_{re}^{s2} + V_{im}^{s2}} \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

A transformação entre coordenadas polares e retangulares também está disponível para uso no modelo na forma dos blocos construtivos POL2RET e RET2POL. Neste caso, a transformação é aplicada não somente nas derivadas de tensão, mas em todas as derivadas presentes nas variáveis de entradas do bloco, tal como ilustrado na Figura 2.11.

Empregando as matrizes de transformação \mathbf{T}_{P2R} e \mathbf{T}_{R2P} definidas em (2.17) e (2.18):

$$\begin{bmatrix} dx_{re} \\ dx_{im} \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{P2R} \begin{bmatrix} dx_{mod} \\ dx_{ang} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} dx_{mod} \\ dx_{ang} \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{R2P} \begin{bmatrix} dx_{re} \\ dx_{im} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

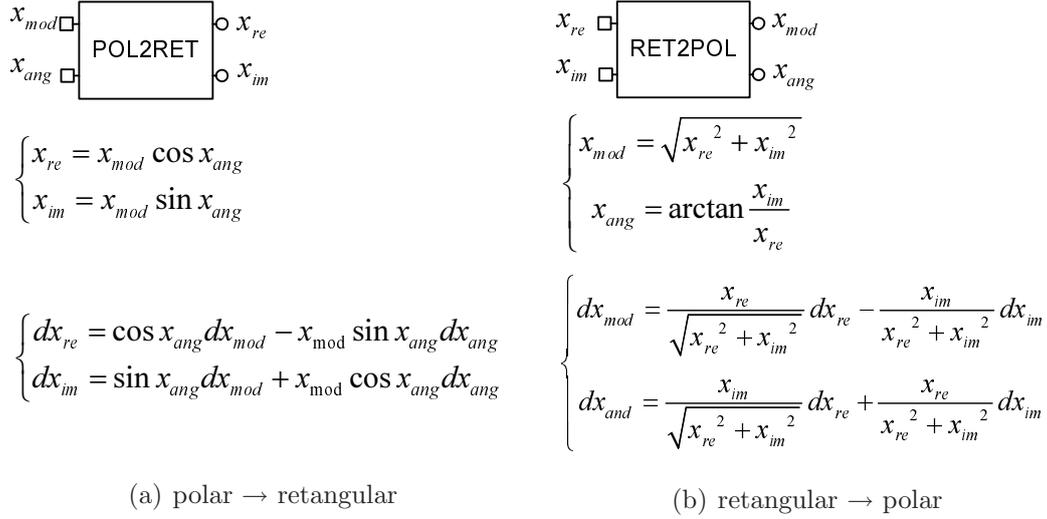


Figura 2.11: Blocos para transformação de coordenadas polares e retangulares

2.3.4.5 Conversão entre Componentes Simétricos e de Fase

Tensões e injeções nas barras do sistema elétrico devem ser tomadas em componentes de fase. Para uso interno ao modelo, foram desenvolvidos os blocos construtivos de conversão fase-seqüência e seqüência-fase, em coordenadas retangulares, ilustrados na Figura 2.12.

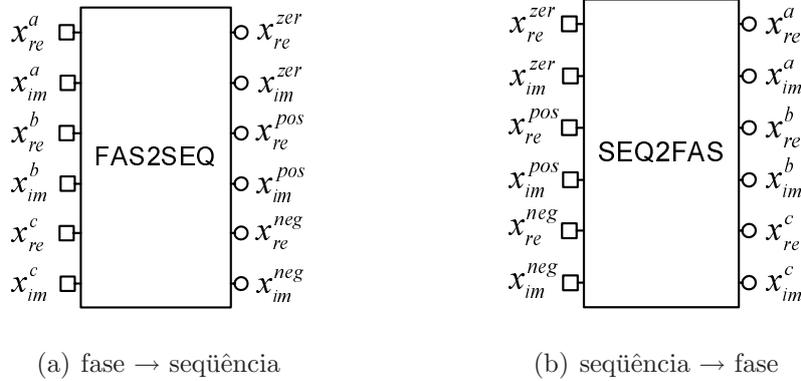


Figura 2.12: Blocos para transformação de componentes de fase e seqüência

As operações que estes blocos realizam sobre objetos dP também podem ser organizadas na forma de matrizes para transformação de componentes de fase-seqüência e seqüência-fase:

$$\begin{bmatrix} dx_{re}^{zer} \\ dx_{im}^{zer} \\ dx_{re}^{pos} \\ dx_{im}^{pos} \\ dx_{re}^{neg} \\ dx_{im}^{neg} \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{F2S} \begin{bmatrix} dx_{re}^a \\ dx_{im}^a \\ dx_{re}^b \\ dx_{im}^b \\ dx_{re}^c \\ dx_{im}^c \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{S2F} \begin{bmatrix} dx_{re}^a \\ dx_{im}^a \\ dx_{re}^b \\ dx_{im}^b \\ dx_{re}^c \\ dx_{im}^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} dx_{re}^{zer} \\ dx_{im}^{zer} \\ dx_{re}^{pos} \\ dx_{im}^{pos} \\ dx_{re}^{neg} \\ dx_{im}^{neg} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

onde

$$\mathbf{T}_{F2S} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & a_{re} & -a_{im} & a_{re} & a_{im} \\ 0 & 1 & a_{im} & a_{re} & -a_{im} & a_{re} \\ 1 & 0 & a_{re} & a_{im} & a_{re} & -a_{im} \\ 0 & 1 & -a_{im} & a_{re} & a_{im} & a_{re} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

$$\mathbf{T}_{S2F} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & a_{re} & a_{im} & a_{re} & -a_{im} \\ 0 & 1 & -a_{im} & a_{re} & a_{im} & a_{re} \\ 1 & 0 & a_{re} & -a_{im} & a_{re} & a_{im} \\ 0 & 1 & a_{im} & a_{re} & -a_{im} & a_{re} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

$$a_{re} = -\frac{1}{2}, \quad a_{im} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

2.3.4.6 Considerações sobre Desempenho Computacional

Os blocos de saída oSHUNT, oSERIE e oLOGICO implementam os algoritmos descritos no Apêndice C, sendo aplicados de forma genérica para qualquer modelo definido pelo usuário. Modelos passivos como linhas de transmissão, transformadores e cargas são paramétricos, formados por blocos tipo constante contendo os parâmetros de definição do modelo. Eles não necessitam de atualizações de estado a cada iteração, ou de cálculo de derivadas de blocos internos. Assim, os algoritmos de diferenciação automática introduzem considerável *overhead* computacional para estes dispositivos, que constituem a maior parte da rede elétrica. Um melhor desempenho pode ser

obtido com especializações destes algoritmos, o que em essência significa modelos implementados em código. Desta forma, foram elaborados alguns modelos em código para aqueles modelos passivos que seriam construídos com blocos tipo constante, tais como linhas de transmissão, transformadores, cargas e chaves.

As transformações fase-seqüência-fase realizadas pelos blocos FAS2SEQ e SEQ2FAS são utilizadas por modelos de máquinas girantes acoplados à rede em componentes de fase. Para melhorar o desempenho, estas transformações podem ser implementadas em código como função intrínseca dos blocos de entrada e de saída dos modelos.

2.4 Aplicativos

Aplicativos são os objetos computacionais que efetivamente resolvem um problema específico de engenharia. No diagrama de classes da Figura 2.1, os aplicativos são apresentados como uma família independente de classes que operam sobre o objeto SEE, utilizando o suporte das ferramentas matemáticas descritas na Seção 2.5.

Atualmente, a ferramenta FASEE conta com os seguintes aplicativos:

- I) Fluxo de Potência Convencional;
 - a) Método de Newton-Raphson em coordenadas polares;
 - b) Método de Newton-Raphson em coordenadas retangulares;
 - c) Método Desacoplado Rápido;
- II) Simulação Dinâmica Completa pelo Método Alternado;
- III) Aplicativos Derivados de um Sistema Linear “Generalizado” (classe LINEARZ);
 - a) Fluxo de Potência Generalizado;
 - b) Simulação Rápida no Tempo;
 - c) Simulação Dinâmica Completa pelo Método Simultâneo;
- IV) Fluxo de Potência Ótimo “Generalizado”.

Os aplicativos do item I) são aplicativos convencionais de fluxo de potência, utilizados em [1] para fins de comparação de desempenho com o aplicativo de Fluxo de Potência Generalizado. A extensão dos aplicativos convencionais de fluxo de

potência para a modelagem trifásica encontra alguns obstáculos na representação de geradores, requerendo a criação de barras internas atrás da impedância destes geradores. Outro aspecto a ser considerado se refere às limitações na modelagem dos dispositivos de controle, pois somente aqueles implementados em código estariam disponíveis. Desta forma, eles não foram considerados neste trabalho para a modelagem trifásica. Em [1], o aplicativo de Fluxo de Potência Generalizado, empregando o método de Newton-Raphson pleno, se mostrou tão robusto e eficaz quanto os métodos convencionais, com vantagens na flexibilização de modelagem de novos dispositivos. Portanto, será o adotado neste trabalho como ferramenta para determinação do ponto inicial de operação do sistema.

O aplicativo de Simulação Dinâmica Completa pelo Método Alternado emprega a matriz admitância de barras do SEE, não requerendo a linearização de modelos. Este aplicativo pode operar indistintamente sobre redes com modelagem trifásica ou de sequência positiva, usando construções de laços sobre o número de fases modeladas, 1 ou 3. Uma interface desenvolvida no Capítulo 4 permite que o aplicativo opere com modelagem trifásica em somente parte da rede elétrica.

Os aplicativos do item III) se baseiam na solução do sistema de equações algébrico-diferencial ou algébrico que modela o SEE por meio de uma estrutura compartilhada de linearização de modelos, montagem da matriz jacobiana, cálculo de resíduos, solução de sistema linear de equações e atualização de variáveis. Da mesma forma que o aplicativo do item II), estes aplicativos podem operar sobre redes trifásicas ou de sequência positiva, ou ainda sobre redes parcialmente modeladas como trifásicas. A Análise Modal não constitui um aplicativo independente, podendo ser realizada sobre uma matriz de estados gerada a partir da matriz jacobiana pela classe `LINEARZ`, aplicando a equação (D.3).

O aplicativo do item IV) foi desenvolvido como uma de tese de doutorado da COPPE/UFRJ por MACHADO JR. [83], empregando modelagem de sequência positiva. Ele possibilita a incorporação de modelos, funções objetivo e restrições definidas pelo usuário no problema de fluxo de potência ótimo. Também se encontra fora do escopo deste trabalho de tese.

2.5 Ferramentas Matemáticas

A plataforma computacional FASEE conta com um conjunto de classes (*toolkit*) para álgebra linear, denominado CAL++. Estas classes também foram desenvolvidas com orientação a objetos em linguagem C++, visando modularidade e facilidade de uso pelos aplicativos. Sua principal aplicação está na solução de sistemas de equações lineares esparsos.

Em [1], as classes CAL++ foram utilizadas com desempenho aceitável em sistemas de até 2800 barras, aplicando modelagem monofásica equivalente. Numa primeira etapa deste trabalho, estas classes foram adaptadas para a solução de sistemas lineares envolvendo blocos matriz/vetor (fatoração LU blocada). Com base em alguns problemas identificados na aplicação destas classes em sistemas trifásicos de maior porte, foi considerado neste trabalho o emprego de uma rotina comercial para solução de sistemas esparsos de equações lineares, como opção à CAL++. Foi adotada a rotina MA37, da Harwell Subroutine Library [84, 85], disponível para uso acadêmico¹.

O Apêndice D apresenta as ferramentas matemáticas em detalhes, revisando os algoritmos da fatoração LU blocada e discutindo os principais aspectos de sua aplicação em conjunto com as ferramentas CAL++ e MA37.

2.6 Considerações Finais

Este capítulo apresentou os desenvolvimentos e modificações realizadas na ferramenta computacional FASEE, estendendo seu leque de aplicações para a análise dinâmica de sistemas trifásicos desbalanceados. Foram abordados os principais aspectos relativos à modelagem trifásica numa estrutura orientada a objetos, bem como os aspectos relativos à flexibilidade de modelagem e desempenho computacional.

No Apêndice C são desenvolvidos os algoritmos para montagem da matriz jacobiana do Método de Newton-Raphson. Os Algoritmos C.2, C.3 e C.4 são as principais contribuições de modelagem computacional deste trabalho de tese. Eles podem calcular as derivadas de qualquer dispositivo de um ou dois terminais, considerando modelagem trifásica ou de seqüência positiva.

¹A rotina MA37 foi superada pela rotina MA41, que aplica operações BLAS nível 3 na fatoração e BLAS nível 2 na solução. Esta última só está disponível para uso acadêmico no Reino Unido.

Simulação Dinâmica Trifásica

3.1 Considerações Iniciais

O objetivo deste capítulo é apresentar um resumo da formulação analítica e dos principais métodos de solução aplicados na análise dinâmica do Sistema de Energia Elétrica. O Apêndice B complementa este assunto com alguns tópicos em solução numérica de sistemas de equações algébrico-diferenciais.

A formulação matemática do problema trifásico em nada difere da formulação convencional de seqüência positiva. No entanto, modelos trifásicos para os dispositivos dinâmicos, e em especial a sua interface com a rede elétrica na representação em componentes de fase, ainda não estão consolidados na literatura. Eles serão desenvolvidos neste capítulo.

3.2 Formulação do Problema

O modelo completo para análise dinâmica do SEE compreende um sistema não-linear de equações algébrico-diferencial:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{V}) \\ \mathbf{0} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{V}) \end{cases} \quad (3.1)$$

onde \mathbf{x} representa o vetor de variáveis de estado diferenciais, \mathbf{V} o vetor de variáveis de estado algébricas (vetor de tensões nodais), \mathbf{f} o conjunto de equações diferenciais de primeira ordem de todas as máquinas ou outros dispositivos com modelagem dinâmica, e \mathbf{g} o conjunto de equações algébricas da rede elétrica.

O conjunto \mathbf{f} de equações é composto por subconjuntos de equações diferenciais associados a cada dispositivo com modelagem dinâmica. O conjunto \mathbf{g} é composto por subconjuntos de equações nodais associados a cada barra do SEE. Como apresentado no Capítulo 2, as equações algébricas dos dispositivos, como por exemplo equações de estator das máquinas, podem requerer a introdução de estados algébricos internos aos dispositivos. Embora formalmente pertencentes ao conjunto \mathbf{g} de equações algébricas, neste trabalho elas são consideradas como pertencentes ao conjunto \mathbf{f} , com o respectivo componente em $\dot{\mathbf{x}}$ nulo, para um tratamento por dispositivo.

Na análise trifásica, uma formulação trifásica é empregada para as equações algébricas \mathbf{g} da rede elétrica. Cada barra trifásica contribui com três equações nodais numa formulação complexa ou seis equações nodais (duas por fase, separando-se componentes reais e imaginários das injeções) numa formulação real com solução pelo método de Newton-Raphson. As equações diferenciais em \mathbf{f} devem incorporar a interação dos dispositivos com as três fases do sistema elétrico. Modelos trifásicos que contemplem estas interações em condições desbalanceadas devem ser empregados.

Na *Simulação Dinâmica Completa*, o conjunto de equações diferenciais \mathbf{f} de (3.1) é algebrizado por um método de integração numérica, mais comumente pela regra trapezoidal implícita, e então resolvido:

- I) separadamente e de forma alternada com o conjunto de equações algébricas \mathbf{g} , a cada passo de integração (*Método Alternado ou Particionado*), ou
- II) simultaneamente com o conjunto de equações algébricas \mathbf{g} , como um único sistema, pelo método de Newton-Raphson, a cada passo de integração (*Método Simultâneo*).

O método alternado é consideravelmente mais simples e oferece maiores facilidades de implementação computacional e incorporação de novos modelos de dispositi-

vos. É o método tradicionalmente utilizado na dinâmica de curto prazo, quando se utiliza pequenos passos de integração, e onde também tem melhor desempenho.

O método simultâneo é mais atrativo sob o ponto de vista de formalização matemática, já que é baseado no método de Newton-Raphson. Apesar de inerentemente mais lento que o método alternado, não introduz *erros de interface* entre os sistemas algébrico e diferencial, possibilitando o uso de passos de integração mais elevados. É, portanto, mais robusto e competitivo para dinâmicas de médio e longo prazo. A referência [37] faz uma excelente discussão e análise crítica dos métodos de integração e das estratégias de solução do sistema de equações algébrico-diferencial utilizados na simulação dinâmica, embora esteja um pouco defasada em relação aos avanços mais recentes na dinâmica de longa duração e no uso do método simultâneo.

3.2.1 Solução de Regime Permanente

A solução numérica do sistema de equações (3.1) usualmente requer que inicialmente, no instante de tempo $t=0^-$, os valores das variáveis de estado \mathbf{x} e das tensões \mathbf{V} sejam conhecidos, e que formem um conjunto consistente para condições de regime permanente. Isto significa que as equações \mathbf{f} e \mathbf{g} devem se verificar para $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{0}$. Assim, as condições iniciais do problema, valores de \mathbf{x}_0 e \mathbf{V}_0 , podem ser obtidos por meio da solução do sistema de equações puramente algébrico:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{0} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_0, \mathbf{V}_0) \\ \mathbf{0} = \mathbf{g}(\mathbf{x}_0, \mathbf{V}_0) \end{cases} \quad (3.2)$$

Como um sistema não-linear, o sistema (3.2) requer solução por método iterativo. Para convergência robusta, usualmente se emprega solução simultânea das equações \mathbf{f} e \mathbf{g} pelo método de Newton-Raphson. Tal solução corresponde ao problema convencional de Fluxo de Potência, onde as equações \mathbf{f} na forma algébrica correspondem às *equações de controle* do Fluxo de Potência, atuando sobre variáveis de estado do dispositivo (injeção de gerador, tape de transformador, etc.), para a obtenção de um conjunto de condições especificadas, como por exemplo tensão em algumas barras ou injeção de potência em alguns geradores do sistema.

Visto deste modo, o problema de Fluxo de Potência pode ser tratado, de forma estritamente convencional, como um problema de cálculo de condições iniciais para um sistema de equações algébrico-diferencial. Assim, o sistema de equações (3.2)

pode ser resolvido com os mesmos recursos computacionais empregados para solução do sistema (3.1), variando somente no tratamento de $\dot{\mathbf{x}}$. A referência [86] discute esta abordagem em detalhes, tanto em seu aspecto matemático de teoria de convergência quanto no de aplicação computacional em uma rotina de uso geral para solução de sistemas de equações algébrico-diferenciais.

A referência [87], por outro lado, apresenta o problema de Fluxo de Potência como um estado de equilíbrio final de um sistema algébrico-diferencial, partindo de condições iniciais não consistentes. Neste caso, as equações \mathbf{f} são resolvidas na forma diferencial algebrizada, isto é, ocorre integração numérica por diversos passos até a obtenção de um ponto de equilíbrio. O método requer maior esforço computacional, mas se destaca por sua habilidade de convergência em problemas de difícil solução. Como um método novo e não convencional, ainda requer desenvolvimentos no controle de passo para redução de esforço computacional, e maiores investigações em teoria de convergência, como sugerido pelos seus autores.

Neste trabalho, a abordagem convencional é empregada. O aplicativo de *Fluxo de Potência Generalizado* monta e resolve automaticamente o sistema puramente algébrico de equações (3.2) para um ponto de equilíbrio definido por uma condição de carga e especificação das equações de controle.

Embora não sendo estritamente necessário, na solução de regime permanente do sistema de equações (3.2) deve ser considerado para o conjunto de equações de controle \mathbf{f} modelos tão simplificados quanto possível, adequados somente ao problema de Fluxo de Potência. Este cuidado se justifica não somente pela redução do esforço computacional, mas principalmente por questões de robustez. Modelos dinâmicos completos introduziriam estados que não são de interesse para o problema, mas que ainda assim iriam requerer boas estimativas iniciais para convergência robusta pelo Método de Newton-Raphson. Assim, alguns modelos trifásicos dedicados para regime permanente serão desenvolvidos neste capítulo, em especial para as máquinas síncronas.

3.2.2 Solução pelo Método Alternado

No método de solução denominado *alternado* (ou *particionado*), o subsistema de equações diferenciais é resolvido, para cada instante de tempo, separadamente

para \mathbf{x} por integração numérica, e o subsistema de equações algébricas é resolvido separadamente para \mathbf{V} . Estas soluções podem ou não ser individualmente iterativas, mas devem ser alternadas entre si de alguma maneira, de forma a reduzir os erros de interface entre os sistemas algébrico e diferencial. A eliminação total dos erros de interface pode ou não ser obtida, a depender do método específico e dos modelos aplicados [37].

No método alternado, a solução conjunto \mathbf{g} de equações da rede elétrica é usualmente obtida com a formulação complexa em injeções de correntes nodais:

$$\mathbf{I}(\mathbf{x}, \mathbf{V}) = \mathbf{Y}_{\text{barra}} \mathbf{V} \quad (3.3)$$

A solução de (3.3) somente para \mathbf{V} é obtida com emprego do último valor do estado \mathbf{x} , e da matriz $\mathbf{Y}_{\text{barra}}$ fatorada e recalculada somente em instantes de descontinuidade. As equações diferenciais do conjunto \mathbf{f} são algebrizadas por algum método de integração, mais comumente pela regra trapezoidal, resultando no conjunto de equações algébricas \mathbf{F} . Estas equações são agrupadas por dispositivo:

$$\mathbf{0} = \mathbf{F}_{\text{disp}}(\mathbf{x}_{\text{disp}}, \mathbf{V}) \quad (3.4)$$

e resolvidas somente para o estado \mathbf{x}_{disp} em cada dispositivo, com emprego do último valor do estado \mathbf{V} . O método iterativo de Newton-Raphson pode ser empregado na solução de (3.4), mas usualmente a algebrização resulta em equações \mathbf{F}_{disp} lineares ou quase-lineares, o que eventualmente permite seja realizada somente uma iteração por dispositivo, mantendo-se o processo iterativo somente no esquema alternado com a solução de (3.3).

3.2.3 Solução pelo Método Simultâneo

No método denominado *simultâneo*, o sistema de equações (3.1) é resolvido, para cada instante de tempo, simultaneamente para \mathbf{x} e \mathbf{V} , com \mathbf{f} algebrizado na forma \mathbf{F} , para todos os dispositivos:

$$\begin{cases} \mathbf{0} = \mathbf{F}(\mathbf{x}, \mathbf{V}) \\ \mathbf{0} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{V}) \end{cases} \quad (3.5)$$

A solução de (3.5) é obtida pelo método de Newton-Raphson, envolvendo iterações com a matriz jacobiana estendida \mathbf{J} :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}(\mathbf{x}, \mathbf{V}) \\ \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{V}) \end{bmatrix} = -\mathbf{J} \times \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x} \\ \Delta \mathbf{V} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

$$\mathbf{J} = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{J}_1 & \mathbf{J}_2 \\ \hline \mathbf{J}_3 & \mathbf{J}_4 \end{array} \right] \quad (3.7)$$

A montagem e fatoração de \mathbf{J} para cada iteração de Newton-Raphson em (3.6) e repetidamente para cada passo de integração teria um custo computacional muito elevado. Usualmente em simulação dinâmica a matriz jacobiana fatorada é reaproveitada por várias iterações de (3.6), ou mesmo por vários passos de integração. Esta metodologia é conhecida como “Very Dishonest Newton” (VDHN).

Uma forma alternativa de resolver simultaneamente o sistema de equações lineares (3.6) sem montar explicitamente a matriz jacobiana estendida \mathbf{J} é descrita em [37, 73]. Ela envolve uma estratégia de particionamento que consiste em tratar as submatrizes \mathbf{J}_1 , \mathbf{J}_2 e \mathbf{J}_3 separadamente para cada dispositivo dinâmico, porém incluindo seu efeito na rede elétrica. As seguintes operações devem ser realizadas:

- i) Resolver o sistema de equações da rede elétrica, incluindo o efeito de todos os dispositivos dinâmicos:

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{V}) - \mathbf{J}_3 \times \mathbf{J}_1^{-1} \times \mathbf{F}(\mathbf{x}, \mathbf{V}) = [\mathbf{J}_4 - \mathbf{J}_3 \times \mathbf{J}_1^{-1} \times \mathbf{J}_2] \Delta \mathbf{V} \quad (3.8)$$

- ii) Resolver o sistema de equações de cada dispositivo dinâmico, a partir do valor calculado de $\Delta \mathbf{V}$ no passo i):

$$\mathbf{F}_{\text{disp}}(\mathbf{x}_{\text{disp}}, \mathbf{V}) - \mathbf{J}_{2\text{disp}} \Delta \mathbf{V} = \mathbf{J}_{1\text{disp}} \Delta \mathbf{x}_{\text{disp}} \quad (3.9)$$

3.2.4 Simulação Dinâmica Completa

Nas simulações de médio e longo prazo, é necessário que o sistema de equações (3.1) inclua modelos de dispositivos e sistemas de controles com tempos de atuação mais lentos, e que normalmente foram desprezados na dinâmica de curto prazo. Tais

dispositivos incluem limitadores de sobre-excitação de geradores, caldeiras para geração de vapor em unidades térmicas, e também a ação de esquemas de controles centralizados como CAG (Controle Automático de Geração) e CST (Controle Secundário de Tensão). Outra família de modelos importantes neste caso são aqueles associados a dispositivos com controles de atuação discreta, tais como transformadores LTC e bancos de reatores/capacitores chaveados. A evolução da carga ao longo do tempo constitui um terceiro efeito a ser considerado. O conjunto completo de equações aplicado nas simulações dinâmicas de médio e longo prazo toma a forma:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{V}, \mathbf{z}_{(k)}) \\ \mathbf{0} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{V}, \mathbf{z}_{(k)}) \\ \mathbf{z}_{(k+1)} = \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{V}, \mathbf{z}_{(k)}) \end{cases} \quad (3.10)$$

onde \mathbf{z} é um vetor de variáveis de ação discreta e \mathbf{h} é um conjunto de funções de controle.

3.2.5 Simulação Rápida no Tempo

Embora a simulação dinâmica completa sobre o sistema de equações (3.10) possa reproduzir exatamente o comportamento do sistema por um longo período de tempo, o custo computacional da solução seria elevado. A determinação do local e das causas de instabilidade pode requerer um grande número de simulações e a análise de um grande número de curvas de valores no tempo [88]. Para contornar estas dificuldades, métodos baseados em aproximação quase-estática (QSS) foram desenvolvidos para análises de médio e longo prazo [89], voltados principalmente para problemas governados por fenômenos de natureza lenta, como a estabilidade de tensão a pequenas perturbações. A aproximação consiste em assumir que a dinâmica transitória de curto-prazo representada em \mathbf{f} pode ser considerada estável e instantânea, e assim substituída pela sua equação de equilíbrio:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{0} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{V}, \mathbf{z}_{(k)}) \\ \mathbf{0} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{V}, \mathbf{z}_{(k)}) \\ \mathbf{z}_{(k+1)} = \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{V}, \mathbf{z}_{(k)}) \end{cases} \quad (3.11)$$

A solução de (3.11) ao longo do tempo resulta numa evolução das variáveis como uma sucessão de pontos de equilíbrio. O método de simulação é denominado

Simulação Rápida no Tempo, uma vez que o esforço computacional é reduzido por não se integrar equações diferenciais, além da possibilidade de uso de modelos de ordem reduzida no sistema de equações f .

3.3 Modelos Trifásicos para o SEE

Todos os modelos trifásicos desenvolvidos nesta seção foram implementados numa biblioteca de modelos, utilizando tão somente os blocos construtivos apresentados na Figura 2.8. Como mencionado no Capítulo 2, alguns modelos passivos foram implementados em código para melhorar o desempenho.

3.3.1 Linha de Transmissão C.A.

O modelo de linha de transmissão em corrente alternada, para análise dinâmica ou de regime permanente na frequência fundamental, é o convencional modelo π -equivalente, apresentado na Figura 3.1. O modelo em componentes de fase é geral, permitindo representar linhas balanceadas ou desbalanceadas. Os parâmetros são calculados a partir das características geométricas da linha e inseridos no modelo na forma de admitâncias.

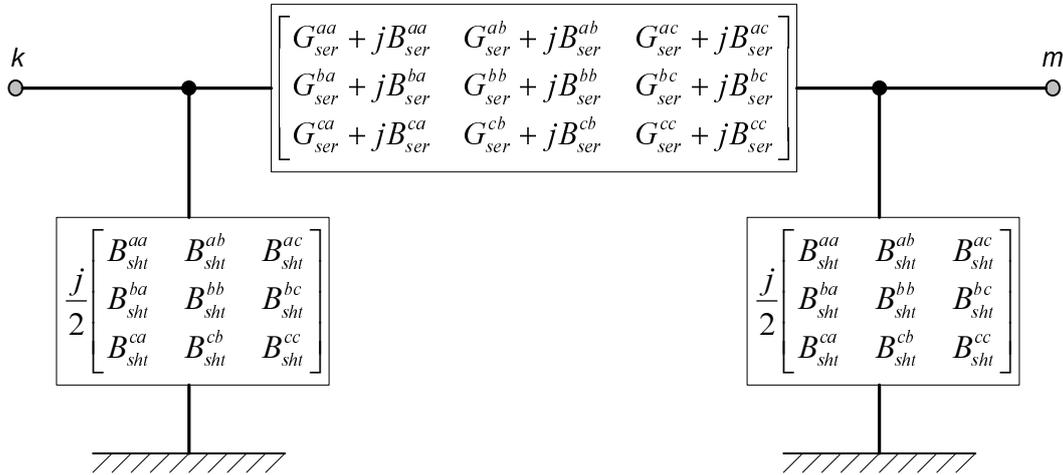


Figura 3.1: Modelo de linha de transmissão C.A.

Acoplamentos eletrostáticos e eletromagnéticos entre duas ou mais linhas de transmissão ocupando a mesma faixa de passagem devem ser representados em conjunto com as linhas, com emprego da classe nSERIE ilustrada na Figura 2.3(b). A modelagem é convencional, como apresentada na referência [7] e ilustrada na

Figura 3.2 para acoplamentos entre duas linhas. Como este modelo é passivo e específico para este tipo de fenômeno, não seria justificável a extensão do algoritmo genérico para tratamento de dispositivos série, aplicando diferenciação automática em injeções e admitâncias (nulas e constantes para este modelo, respectivamente). Para esta situação, um modelo desenvolvido em código se mostra mais adequado.

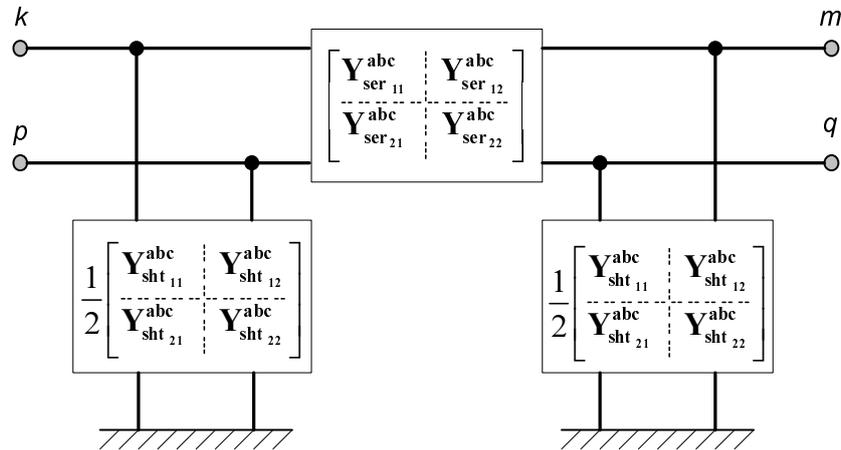


Figura 3.2: Modelo para duas linhas de transmissão C.A. acopladas

3.3.2 Transformador de Dois Enrolamentos

3.3.2.1 Transformador de Tape Fixo

Modelos trifásicos para transformadores, especialmente para aqueles com as usuais ligações em delta ou estrela, são razoavelmente bem documentados na literatura [7, 33, 63, 65, 68, 69]. Em geral, o modelo trifásico para um transformador de dois enrolamentos é expresso na forma de dois grupos de bobinas magneticamente acopladas, como ilustrado na Figura 3.3 [7].

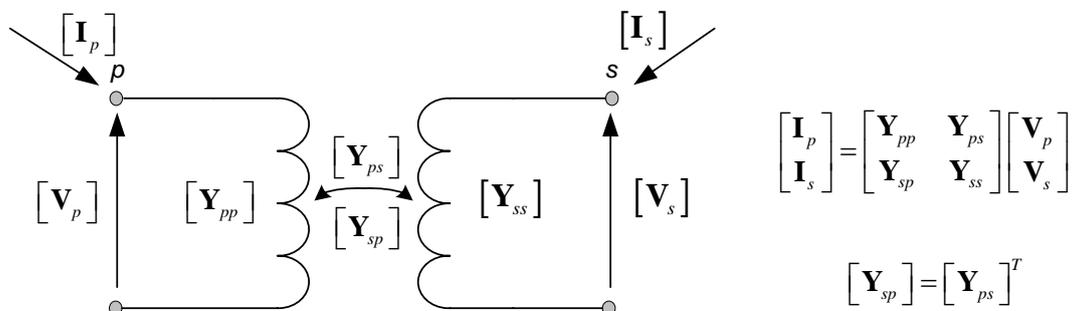


Figura 3.3: Representação do transformador de dois enrolamentos

As submatrizes \mathbf{Y}_{pp} , \mathbf{Y}_{ss} , \mathbf{Y}_{ps} e \mathbf{Y}_{sp} definem uma matriz admitância de barras

própria do transformador, e estão definidas na Tabela 3.1 de acordo com o seu tipo de conexão. As submatrizes \mathbf{Y}_I , \mathbf{Y}_{II} e \mathbf{Y}_{III} são definidas por:

$$\mathbf{Y}_I = \begin{bmatrix} y_t & & \\ & y_t & \\ & & y_t \end{bmatrix} \quad \mathbf{Y}_{II} = \begin{bmatrix} 2y_t & -y_t & -y_t \\ -y_t & 2y_t & -y_t \\ -y_t & -y_t & 2y_t \end{bmatrix} \quad \mathbf{Y}_{III} = \begin{bmatrix} -y_t & y_t & \\ & -y_t & y_t \\ y_t & & -y_t \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

onde y_t é a admitância de dispersão primário-secundário do transformador em pu.

Tabela 3.1: Submatrizes para transformadores trifásicos [7, 33]

conexão do transformador		admitância própria		admitância mútua
barra p	barra s	\mathbf{Y}_{pp}	\mathbf{Y}_{ss}	$\mathbf{Y}_{ps}, \mathbf{Y}_{sp}$
$Y_{aterrado}$	$Y_{aterrado}$	\mathbf{Y}_I	\mathbf{Y}_I	$-\mathbf{Y}_I$
$Y_{aterrado}$	Y	$\frac{1}{3}\mathbf{Y}_{II}$	$\frac{1}{3}\mathbf{Y}_{II}$	$-\frac{1}{3}\mathbf{Y}_{II}$
$Y_{aterrado}$	Δ	\mathbf{Y}_I	\mathbf{Y}_{II}	\mathbf{Y}_{III}
Y	Y	$\frac{1}{3}\mathbf{Y}_{II}$	$\frac{1}{3}\mathbf{Y}_{II}$	$-\frac{1}{3}\mathbf{Y}_{II}$
Y	Δ	$\frac{1}{3}\mathbf{Y}_{II}$	\mathbf{Y}_{II}	\mathbf{Y}_{III}
Δ	Δ	\mathbf{Y}_{II}	\mathbf{Y}_{II}	$-\mathbf{Y}_{II}$

Se o transformador tem taps, com relação $\alpha : \beta$ entre primário e secundário, onde α e β são os valores de tape primário e secundário em pu, então as submatrizes devem ser modificadas da seguinte forma:

- Divida a matriz admitância própria do lado primário por α^2 .
- Divida a matriz admitância própria do lado secundário por β^2 .
- Divida as matrizes admitância mútuas por $\alpha\beta$.

No sistema pu, um enrolamento conectado em delta tem um tape inerente de $\sqrt{3}$.

Na implementação computacional, o transformador trifásico é modelado como um dispositivo série, devendo sua matriz admitância de barras ser traduzida para uma representação π -equivalente, tal como mostrado na Figura 3.4. Uma vez que a matriz admitância mútua é assimétrica para conexões que introduzem defasagens angulares entre primário e secundário (Y- Δ ou Δ -Y), o elemento série deve empregar marcação de polaridade: no acesso pelo terminal primário é tomada a matriz

$-\mathbf{Y}_{ps}$, enquanto que no acesso pelo terminal secundário é tomada a matriz $-\mathbf{Y}_{ps}^T$ ($= -\mathbf{Y}_{sp}$).

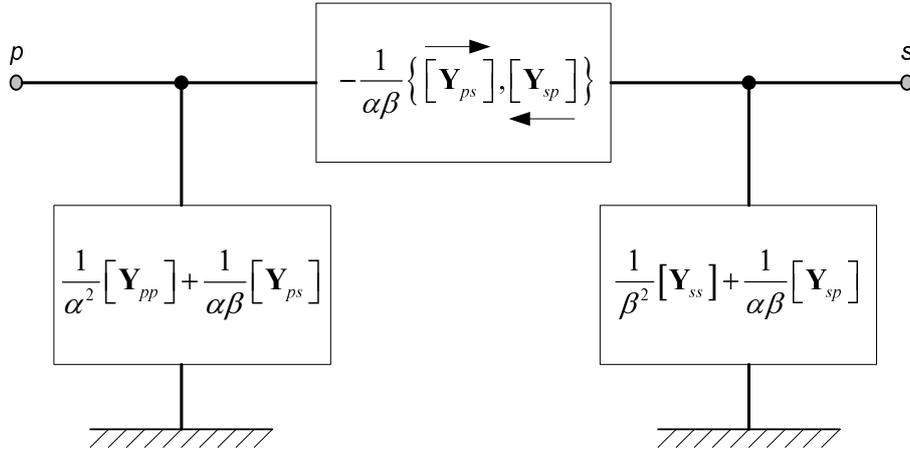


Figura 3.4: Representação π -equivalente do transformador de dois enrolamentos

3.3.2.2 Transformador com Variação Automática de Tape

Transformadores trifásico com variação automática de tape (LTC) são modelados com emprego da mesma estrutura π -equivalente da Figura 3.4, acrescentando-se um controlador de tape. Neste caso, o tape primário ou secundário se torna uma variável de estado, podendo assumir valores contínuos ou discretos. O bloco construtivo `zIntegrdr` implementa um integrador discreto, utilizado para criar a variável de estado e controlar o tape a partir do erro em relação a uma tensão especificada. O modelo empregado para o controlador de tape está descrito na referência [90].

3.3.3 Carga

Em sistemas trifásicos, as cargas são usualmente especificadas como potências individuais consumidas por fase. No caso de cargas monofásicas conectadas entre fases ou cargas trifásicas conectadas em delta, os valores especificados se referem ao consumo em cada ramo da conexão. Assim como no caso monofásico, estes valores podem ser considerados constantes ou expressos como funções das tensões terminais. O modelo ZIP mais geral permite compor a carga em parcelas segundo sua dependência da tensão. Dois tipos básicos de conexão devem ser considerados: cargas ligadas em estrela aterrada e cargas ligadas em delta.

3.3.3.1 Ligação Estrela Aterrada

Para cargas com ligação estrela aterrada, a representação dos modelos tipo potência e impedância constantes é imediata, com auxílio da estrutura SHUNT genérica ilustrada na Figura 2.6(a). Blocos construtivos tipo constante são conectados nas respectivas entradas de injeção interna de potência ou de impedância, conforme equações (3.13) e (3.14). A estrutura computacional se encarrega de calcular as injeções nodais utilizando as tensões fase-terra, compatível com a ligação estrela aterrada.

$$\hat{\mathbf{S}}^{\text{abc}} = \begin{bmatrix} P^a + jQ^a \\ P^b + jQ^b \\ P^c + jQ^c \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

$$\mathbf{Y}_{\text{sht}}^{\text{abc}} = \frac{1}{|V_0|^2} \begin{bmatrix} P^a - jQ^a & & \\ & P^b - jQ^b & \\ & & P^c - jQ^c \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

onde V_0 é o valor de tensão em que foi especificada a potência da carga.

Para os modelos de carga tipo corrente constante e ZIP, a representação emprega as injeções internas de corrente. As parcelas de potência e impedância constante são convertidas para injeções de corrente (dependentes da magnitude e ângulo da tensão) e adicionadas à parcela de corrente constante (dependente do ângulo da tensão), formando o vetor de injeções de corrente:

$$\hat{\mathbf{I}}^{\text{abc}} = \begin{bmatrix} \frac{(a_1 P^a - j a_2 Q^a)}{(V^a)^*} + \frac{(b_1 P^a - j b_2 Q^a) V^a}{|V_0| |V^a|} + \frac{(c_1 P^a - j c_2 Q^a) V^a}{|V_0|^2} \\ \frac{(a_1 P^b - j a_2 Q^b)}{(V^b)^*} + \frac{(b_1 P^b - j b_2 Q^b) V^b}{|V_0| |V^b|} + \frac{(c_1 P^b - j c_2 Q^b) V^b}{|V_0|^2} \\ \frac{(a_1 P^c - j a_2 Q^c)}{(V^c)^*} + \frac{(b_1 P^c - j b_2 Q^c) V^c}{|V_0| |V^c|} + \frac{(c_1 P^c - j c_2 Q^c) V^c}{|V_0|^2} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

onde $(a_1 + b_1 + c_1 = 1)$ e $(a_2 + b_2 + c_2 = 1)$ são parâmetros que definem as parcelas de carga tipo potência, corrente e impedância constante, ativa e reativa, respectivamente.

3.3.3.2 Ligação em Delta

Para cargas com ligação em delta, somente o modelo de impedância constante possui representação trivial com blocos construtivos tipo constante:

$$\mathbf{Y}_{\text{sht}}^{\text{abc}} = \begin{bmatrix} Y^{ab} + Y^{ca} & -Y^{ab} & -Y^{ca} \\ -Y^{ab} & Y^{bc} + Y^{ab} & -Y^{bc} \\ -Y^{ca} & -Y^{bc} & Y^{ca} + Y^{bc} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

onde $Y^{st} = (P^{st} - jQ^{st}) / |V_0|^2$, $st \in \{ab, bc, ca\}$ corresponde à admitância de cada ramo do delta. Os demais modelos devem empregar injeções internas de corrente, calculadas para cada ramo do delta e adequadamente adicionadas para formar as correntes de linha. Para o modelo de carga tipo ZIP, o vetor de injeções de corrente fica da forma:

$$\hat{\mathbf{I}}^{\text{abc}} = \begin{bmatrix} \frac{(a_1 P^{ab} - j a_2 Q^{ab})}{(V^{ab})^*} + \frac{(b_1 P^{ab} - j b_2 Q^{ab}) V^{ab}}{|V_0| |V^{ab}|} + \frac{(c_1 P^{ab} - j c_2 Q^{ab}) V^{ab}}{|V_0|^2} \\ \frac{(a_1 P^{bc} - j a_2 Q^{bc})}{(V^{bc})^*} + \frac{(b_1 P^{bc} - j b_2 Q^{bc}) V^{bc}}{|V_0| |V^{bc}|} + \frac{(c_1 P^{bc} - j c_2 Q^{bc}) V^{bc}}{|V_0|^2} \\ \frac{(a_1 P^{ca} - j a_2 Q^{ca})}{(V^{ca})^*} + \frac{(b_1 P^{ca} - j b_2 Q^{ca}) V^{ca}}{|V_0| |V^{ca}|} + \frac{(c_1 P^{ca} - j c_2 Q^{ca}) V^{ca}}{|V_0|^2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{(a_1 P^{ca} - j a_2 Q^{ca})}{(V^{ca})^*} + \frac{(b_1 P^{ca} - j b_2 Q^{ca}) V^{ca}}{|V_0| |V^{ca}|} + \frac{(c_1 P^{ca} - j c_2 Q^{ca}) V^{ca}}{|V_0|^2} \\ \frac{(a_1 P^{ab} - j a_2 Q^{ab})}{(V^{ab})^*} + \frac{(b_1 P^{ab} - j b_2 Q^{ab}) V^{ab}}{|V_0| |V^{ab}|} + \frac{(c_1 P^{ab} - j c_2 Q^{ab}) V^{ab}}{|V_0|^2} \\ \frac{(a_1 P^{bc} - j a_2 Q^{bc})}{(V^{bc})^*} + \frac{(b_1 P^{bc} - j b_2 Q^{bc}) V^{bc}}{|V_0| |V^{bc}|} + \frac{(c_1 P^{bc} - j c_2 Q^{bc}) V^{bc}}{|V_0|^2} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

3.3.4 Chaves

Dispositivos trifásicos de seccionamento (disjuntores, seccionadoras, etc.) podem ser associados com os seguintes estados lógicos:

- Estado ideal aberto em todas as fases (impedância infinita entre os terminais);
- Estado ideal fechado em todas as fases (impedância nula entre os terminais);
- Estado não ideal aberto na fase a ;

- d) Estado não ideal aberto na fase b ;
- e) Estado não ideal aberto na fase c ;
- f) Estado não ideal aberto nas fases a e b ;
- g) Estado não ideal aberto nas fases a e c ;
- h) Estado não ideal aberto nas fases b e c ;
- i) Estado não ideal aberto em todas as fases;
- j) Estado não ideal fechado em todas as fases;

Nos estados ideais (a) e (b), o ramo correspondente ao dispositivo lógico é eliminado do grafo da rede elétrica pela ação da chave **SW** em conjunto com o configurador de redes, conforme ilustrado na Figura 2.6(c). Os nós terminais são mantidos como duas barras não conectadas no estado ideal aberto (impedância infinita ou chave **SW** na posição 0), ou colapsados numa única barra no estado ideal fechado (impedância nula ou chave **SW** na posição 1).

Nos estados não ideais (c) a (j), o dispositivo é representado como uma resistência (condutância), podendo assumir valores R_{on} e R_{off} independentes em cada fase (impedância finita ou chave **SW** na posição 1/2). Neste caso, o dispositivo é tratado de forma similar a um dispositivo série comum, como ilustrado na Figura 3.5.

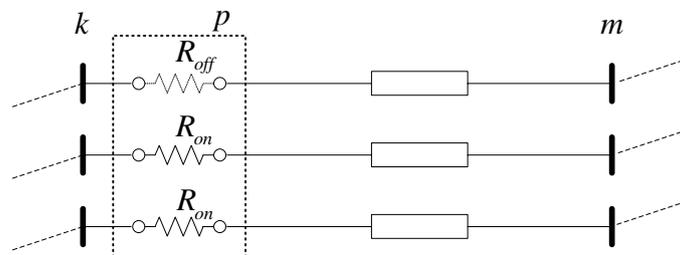


Figura 3.5: Representação chaves trifásicas em estado não ideal

A escolha de R_{on} pode ser crítica para o aplicativo, uma vez que um valor muito baixo afeta o condicionamento das matrizes de rede. A referência [6] utiliza o valor de $0.5\text{m}\ \Omega$ como limite para esta resistência, abaixo do qual uma representação ideal é utilizada, embora com penalização no desempenho. A referência [14], por outro lado, utiliza um valor padrão de 1×10^{-12} pu para certos tipos de chaves (disjuntores de interligação de barras), e representação ideal para alguns outros tipos (disjuntores de dispositivos). Neste trabalho, um valor de 1×10^{-5} pu ($5\ \text{m}\Omega$ em 230 kV) foi utilizado, não se observando nenhum problema numérico na solução.

3.3.5 Representação de Defeitos

A representação de defeitos é bastante simplificada quando a rede é modelada em componentes de fase, diferentemente do que ocorre em componentes simétricos.

3.3.5.1 Defeitos *Shunt*

O modelo geral para representação de curto-circuitos é mostrado na Figura 3.6.

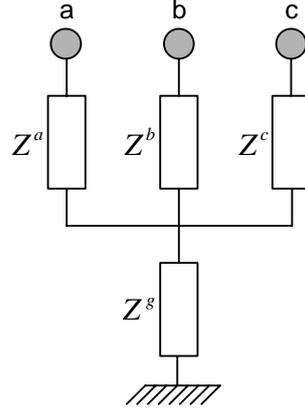


Figura 3.6: Modelo geral de defeitos *shunt*

A matriz de impedâncias de um dispositivo *shunt* utilizado para representar o defeito fica da forma [60]:

$$[Y_{sh}] = X \begin{bmatrix} Y^a (Y^b + Y^c + Y^g) & -Y^a Y^b & -Y^a Y^c \\ -Y^a Y^b & Y^b (Y^a + Y^c + Y^g) & -Y^b Y^c \\ -Y^a Y^c & -Y^b Y^c & Y^c (Y^a + Y^b + Y^g) \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

onde,

$$Y^a = \frac{1}{Z^a}, \quad Y^b = \frac{1}{Z^b}, \quad Y^c = \frac{1}{Z^c}, \quad Y^g = \frac{1}{Z^g}, \quad X = \frac{1}{Y^a + Y^b + Y^c + Y^g} \quad (3.19)$$

Para curto-circuitos sólidos, um valor suficientemente baixo de impedância deve ser utilizado. Múltiplos defeitos *shunt* podem ser facilmente representados, com a inserção de um dispositivo de curto-circuito por ponto de defeito.

3.3.5.2 Defeitos Série

Defeitos série também podem ser facilmente representados com auxílio do modelo geral de chave desenvolvido na Seção 3.3.4. Uma chave fictícia deve ser inserida em cada ponto de defeito, e manobrada de acordo com tipo de defeito a ser representado.

3.3.6 Máquina Síncrona

A modelagem de máquinas síncronas e seus controles constitui um dos pontos centrais do problema de estabilidade do SEE, em especial, da estabilidade angular de rotor. Os modelos desenvolvidos para análise monofásica equivalente na frequência fundamental se encontram bastante consolidados [7, 73]. No fluxo de potência monofásico equivalente, é possível ainda abstrair completamente do modelo do gerador, concentrando-se em seu efeito sobre a barra terminal. Tradicionalmente, o modelo é restrito à barra, que é classificada por tipos e recebe do gerador um par de injeções de potência ativa/reativa e uma capacidade de regulação de tensão. Na análise trifásica, a extensão deste modelo de barra para cada uma das fases não é imediata, pois o controle de tensão e as injeções de potência não são independentes por fase, sendo necessário um modelo mínimo de gerador.

3.3.6.1 Considerações sobre a Representação de Máquinas Síncronas

O modelo de máquina síncrona para o fluxo de potência trifásico desenvolvido neste trabalho é orientado para o aplicativo de Fluxo de Potência Generalizado, parte integrante de um algoritmo geral de linearização e solução de equações do SEE. O algoritmo resolve o sistema algébrico de equações definido por (3.2). As equações diferenciais que definem a dinâmica do sistema são consideradas em seu estado de equilíbrio ($\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{0}$), portanto tratadas como restrições algébricas. Estas restrições são resolvidas pelo método de Newton-Raphson juntamente com as equações algébricas da rede elétrica, com emprego de uma matriz jacobiana estendida à tradicional matriz jacobiana do fluxo de potência. Esta abordagem aumenta a ordem do sistema linear a ser resolvido, porém elimina a convencional classificação de barras por tipo (PQ , PV , $V\theta$, etc.) e separação de equações entre subsistemas I e II, tradicionalmente empregada no fluxo de potência monofásico equivalente [91].

Em [1], os modelos apresentados na Figura 3.7 foram utilizados no fluxo de po-

tência monofásico equivalente, resolvido pelo aplicativo de Fluxo de Potência Generalizado. Integradores são utilizados para representar uma capacidade de regulação.

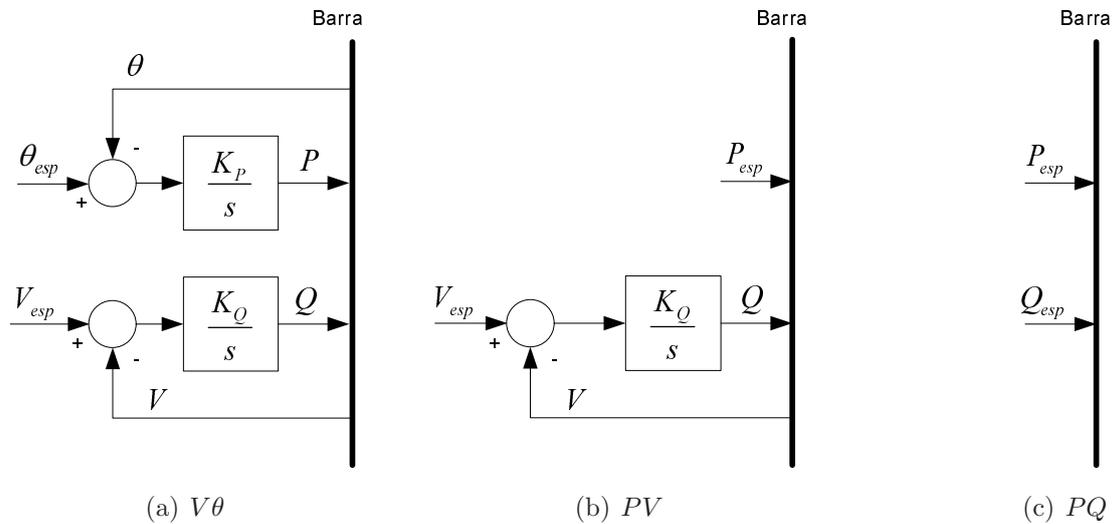


Figura 3.7: Modelos de regime permanente para geradores (monofásico equivalente)

Para a máquina de referência do sistema (barra $V\theta$), ilustrada na Figura 3.7(a), os blocos integradores criam duas novas variáveis de estado, P e Q , que correspondem às injeções de potência na barra. Os estados são “controlados” pelos desvios de tensão especificada (magnitude e ângulo), isto é, calculados para que as equações algébricas em regime permanente se verifiquem:

$$\dot{P} = 0 = K_P (\theta_{esp} - \theta) \quad (3.20)$$

$$\dot{Q} = 0 = K_Q (V_{esp} - V) \quad (3.21)$$

Para uma máquina com regulação de tensão (barra PV), ilustrada na Figura 3.7(b) a injeção ativa passa a ser variável especificada. Apenas o estado de injeção reativa com a correspondente equação algébrica se faz necessário:

$$\dot{Q} = 0 = K_Q (V_{esp} - V) \quad (3.22)$$

Para uma máquina operando sem controle automático de tensão ou em modo de controle de fator de potência (barra PQ), ilustrada na Figura 3.7(c), nenhuma equação algébrica se faz necessária, e o gerador tem o comportamento de uma carga negativa.

As equações de controle (3.20) a (3.22) mostram ainda que os ganhos K_P e K_Q associados aos integradores são irrelevantes para a solução de regime permanente. Na solução pelo método de Newton-Raphson, seu valor multiplica tanto o resíduo quanto os coeficientes de derivada da função que compõem uma equação linearizada do sistema de equações lineares.

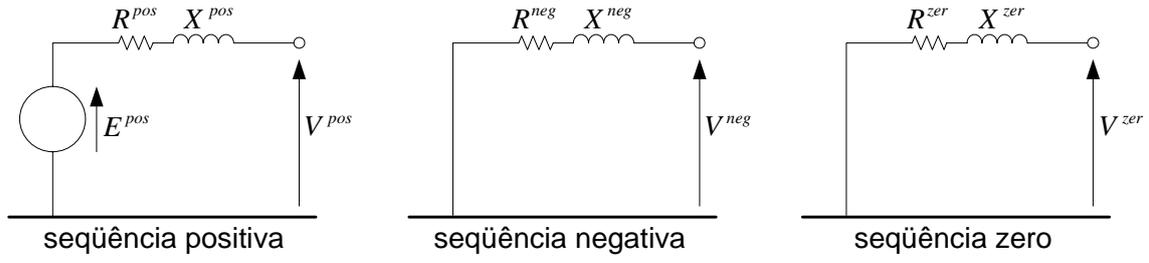
No fluxo de potência monofásico equivalente, nenhuma impedância precisa ser modelada, uma vez que o controle da tensão interna gerada é feito pelo regulador de tensão com base na tensão terminal (ou tensão em barra remota) especificada, sem a necessidade de se determinar o valor da tensão interna. No fluxo de potência trifásico, as impedâncias da máquina e a ação de controle do regulador de tensão devem ser modeladas, uma vez que influenciam as tensões terminais sob condições desbalanceadas.

A máquina síncrona é um dispositivo construtivamente balanceado, podendo ser representada por uma fonte de tensão trifásica balanceada atrás das suas impedâncias de seqüência. Um modelo Thévenin equivalente para a máquina em componentes simétricos é mostrado na Figura 3.8(a). As impedâncias de seqüência da máquina síncrona contém as informações requeridas para a análise desbalanceada e são parâmetros do modelo.

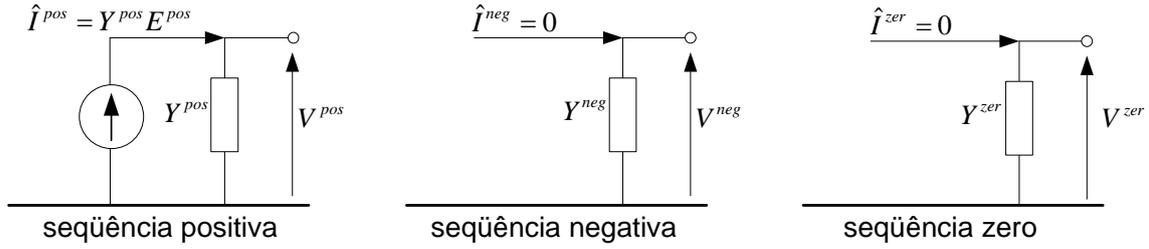
A utilização direta do modelo Thévenin requer a criação de novas barras internas aos geradores, sendo freqüentemente utilizado na literatura, convertido para componentes de fase [7, 41, 61]. Para evitar a criação destas barras, um modelo Norton equivalente pode ser construído, em componentes simétricos ou em componentes de fase, conforme Figuras 3.8(b) e 3.8(c). Estes modelos permitem a representação da máquina síncrona como um dispositivo *shunt* genérico, cujo estado é ilustrado na Figura 2.6(a).

Na Figura 3.8(c), as injeções internas equivalentes foram mantidas em componentes simétricos, para enfatizar que somente uma tensão interna balanceada é efetivamente gerada e “distribuída” pelas três fases. Os modelos de regime permanente e dinâmico construídos neste capítulo serão baseados nesta representação.

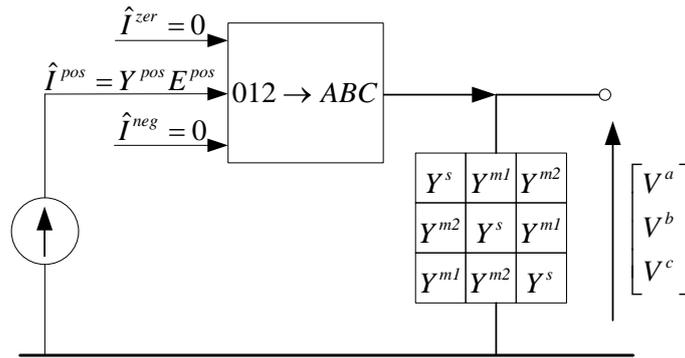
As impedâncias e admitâncias da máquina em componentes simétricos e de fase estão relacionadas pelas equações:



(a) Equivalente Thévenin em componentes simétricos



(b) Equivalente Norton em componentes simétricos



(c) Equivalente Norton em componentes de fase

Figura 3.8: Representação geral de fontes de tensão balanceadas

$$\mathbf{Z}^{012} = \begin{bmatrix} R^{zer} + jX^{zer} & & \\ & R^{pos} + jX^{pos} & \\ & & R^{neg} + jX^{neg} \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

$$\mathbf{Y}^{012} = [\mathbf{Z}^{012}]^{-1} = \begin{bmatrix} G^{zer} + jB^{zer} & & \\ & G^{pos} + jB^{pos} & \\ & & G^{neg} + jB^{neg} \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

$$\mathbf{Y}^{abc} = [\mathbf{T}^S] [\mathbf{Y}^{012}] [\mathbf{T}^S]^{-1} = \begin{bmatrix} Y^s & Y^{m1} & Y^{m2} \\ Y^{m2} & Y^s & Y^{m1} \\ Y^{m1} & Y^{m2} & Y^s \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

onde \mathbf{T}^S é a matriz de transformação para componentes simétricos.

A impedância de seqüência positiva depende da escala de tempo de interesse, enquanto que as de seqüência negativa e zero são invariantes na freqüência fundamental. Uma breve descrição destes parâmetros da máquina síncrona é dada a seguir. Uma discussão detalhada pode ser encontrada na referência [73].

R^{pos} : a resistência de seqüência positiva é efetivamente a resistência C.A. de armadura da máquina, com valores típicos na faixa de 0.2 a 1.5%.

X^{pos} : a reatância de seqüência positiva depende da escala de tempo considerada. Se os efeitos da saliência forem desprezíveis, $X^{pos} = X_d''$ para condição subtransitória, X_d' para a condição transitória e X_d para condição de regime permanente. Caso contrário, o procedimento usual para representação da máquina em estudos de estabilidade é tomar o valor médio dos parâmetros de eixo direto e quadratura, aplicando-se compensações na fonte de injeção de corrente do equivalente Norton [7].

R^{neg} : a resistência de seqüência negativa traduz o efeito de aquecimento dos circuitos de rotor, que aparecem como curto-circuitados para o fluxo de seqüência negativa, de forma semelhante ao que ocorre na máquina de indução. Seu valor é significativamente maior que o da resistência de armadura, é dado aproximadamente por:

$$R^{neg} = R_a + \frac{R_r}{2} \quad (3.26)$$

onde R_r é a resistência que representa as perdas totais no rotor e $R_a = R^{pos}$ é a resistência de armadura. O valor de resistência de seqüência negativa pode variar numa faixa de 1.1 a 60%, sendo dependente do material empregado nos enrolamentos amortecedores do rotor.

X^{neg} : a reatância de seqüência negativa depende do tipo de desbalanço imposto na máquina. Seu valor é dado por:

$$X^{neg} = \frac{X_d'' + X_q''}{2} \quad (3.27)$$

para correntes senoidais de seqüência negativa aplicadas, ou

$$X^{neg} = 2 \frac{X_d'' X_q''}{X_d'' + X_q''} \quad (3.28)$$

para tensões senoidais de seqüência negativa aplicadas.

R^{zer} : a resistência de seqüência zero é ligeiramente superior à R^{pos} , devido a um pequeno efeito de aquecimento no rotor causado por componentes de fluxo de segundo e quarto harmônico, quando correntes de seqüência zero fluem pelo estator. Esta diferença é usualmente insignificante.

X^{zer} : a reatância de seqüência zero é também ligeiramente superior à reatância de dispersão da máquina, devido a distribuição não perfeitamente senoidal dos enrolamentos de armadura. Esta diferença é também insignificante.

3.3.6.2 Modelo de Regime Permanente para o Gerador $V\theta$ Trifásico

O modelo de regime permanente para a máquina síncrona de referência do sistema (máquina $V\theta$) é mostrado na Figura 3.9. V_{esp} e θ_{esp} são as variáveis de referência especificadas para a geração.

O bloco $f_V(V^a, V^b, V^c)$ representa a função de controle do regulador de tensão, e pode ser construída com os blocos disponíveis para modelar qualquer função de regulação, a partir das tensões terminais em cada fase (bloco de entrada `iTENS`). Usualmente, um filtro de seqüência positiva é empregado. No Capítulo 5, será realizada uma análise comparativa de algumas funções de controle utilizadas em equipamentos comerciais.

O controle de tensão em barras remotas pode ser realizado com auxílio de pontos de exportação/importação de variáveis, definidos nos modelos. Um bloco `iTENS` associado à uma barra remota exporta suas tensões medidas para o modelo do gerador que irá aplicar a função de regulação f_V àquelas grandezas. Desta forma, as contribuições do modelo para submatriz jacobiana \mathbf{J}_2 são adequadamente inseridas nas posições relativas à barra remota. Funções adicionais de controle de tensão, como por exemplo compensação reativa [73], também podem ser incluídas na função de regulação. Para estas funções, o acesso às correntes ou potências injetadas pode ser obtido com auxílio dos blocos de entrada `iCORR` e `iPOTE`.

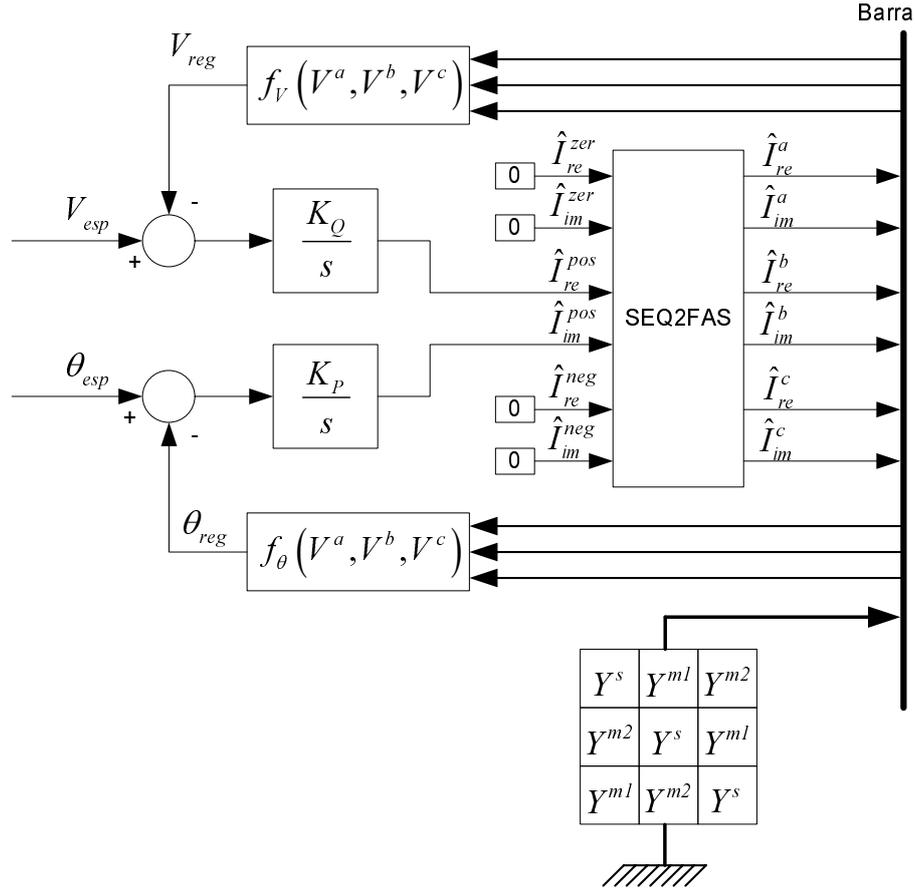


Figura 3.9: Modelo de regime permanente para o gerador $V\theta$ trifásico

A função $f_\theta(V^a, V^b, V^c)$ permite especificar a que tensão se refere o valor especificado para referência angular. Sua especificação não é relevante, podendo ser empregado o ângulo da tensão utilizada no regulador (usualmente, ângulo da tensão de seqüência positiva da barra terminal).

Os erros de tensão e de ângulo especificados atuam diretamente nas partes real \hat{I}_{re}^{pos} e imaginária \hat{I}_{im}^{pos} da injeção de corrente de seqüência positiva (fonte de corrente do modelo Norton equivalente), isto é, são responsáveis por controlar a tensão interna gerada. Numa primeira etapa deste trabalho, um bloco de transformação de coordenadas polares para retangulares (bloco POL2RET) foi empregado na saída dos integradores, tal como ilustrado na Figura 3.10. Isto efetivamente criava o estado interno do gerador em coordenadas polares, em estrita correlação com o seu modelo físico: o erro de tensão (malha de controle de tensão) atua na magnitude da corrente de seqüência positiva I_G^{pos} , enquanto que o erro de ângulo (malha de controle de freqüência) na fase da corrente de seqüência positiva θ_G^{pos} .

Verificou-se posteriormente que o bloco POL2RET é desnecessário para o problema

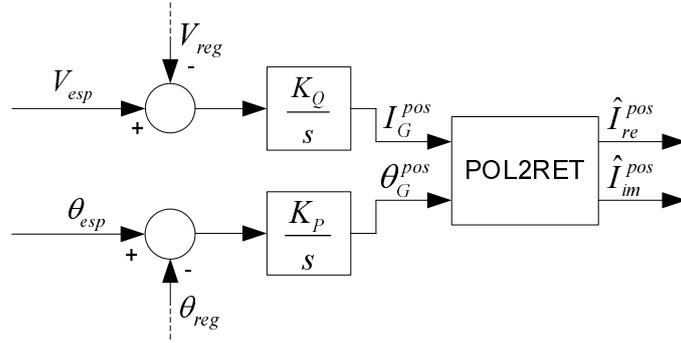


Figura 3.10: Estado interno do gerador em coordenadas polares

de fluxo de potência, pois o modelo também converge com o estado interno declarado em coordenadas retangulares, com características de convergência muito semelhantes, e em alguns casos ligeiramente melhores que no caso com estado em coordenadas polares. Isto pode ser explicado pelo fato de que a equação de injeção a ser resolvida é formulada em coordenadas retangulares, reduzindo-se as não-linearidades das contribuições para \mathbf{J}_3 quando o estado interno é também representado em coordenadas retangulares.

O bloco algébrico **SEQ2FAS** efetua a transformação de componentes simétricos para componentes de fase. Sendo as demais injeções internas de corrente de seqüência zero e negativa nulas, apenas duas entradas do bloco **SEQ2FAS** são efetivamente utilizadas. As variáveis \hat{I}_{re}^{zer} , \hat{I}_{im}^{zer} , \hat{I}_{re}^{neg} e \hat{I}_{im}^{neg} cumprem um papel no processo de inicialização automática do modelo, quando são tomadas como referências. É possível que o modelo seja aplicado a um estado de rede ainda não convergido, previamente à execução do fluxo de potência (por exemplo, máquina em vazio sendo conectada a uma barra com desbalanço de tensão). Neste caso, podem surgir valores não nulos para estas correntes na inicialização do modelo, devendo estas referências serem ajustadas para o valor zero após a inicialização e antes da execução do fluxo de potência.

As admitâncias da máquina são inseridas no ramo *shunt* diretamente em componentes de fase, calculadas previamente por (3.23), (3.24) e (3.25). Para o fluxo de potência, um valor arbitrário de impedância de seqüência positiva pode ser utilizado, uma vez que existe uma tensão de seqüência positiva atrás desta impedância e cujo valor exato não necessita ser conhecido. O procedimento indicado na referência [7] é utilizar uma reatância de baixo valor para facilitar a convergência de métodos

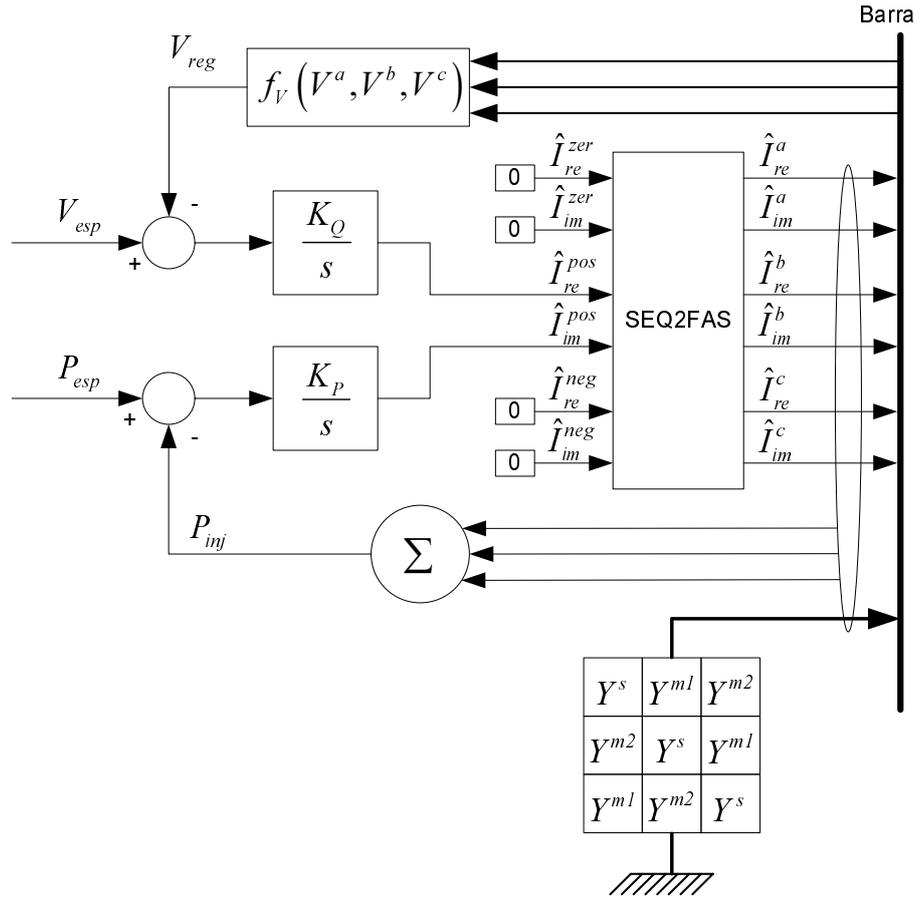


Figura 3.11: Modelo de regime permanente para o gerador *PV* trifásico

desacoplados. Em [4], é indicado o uso de valor igual ao da impedância de seqüência negativa, resultando numa matriz simétrica de impedâncias em componentes de fase. Estas simplificações se mostraram desnecessárias no modelo aqui desenvolvido. Adicionalmente, se for utilizada a impedância subtransitória, o modelo poderá ser empregado também para cálculo de curto-circuitos.

3.3.6.3 Modelo de Regime Permanente para o Gerador *PV* Trifásico

O modelo de regime permanente para máquinas síncronas operando com regulação de tensão (máquina *PV*) é mostrado na Figura 3.11. Neste caso, V_{esp} e P_{esp} são as variáveis de referência especificadas para a geração.

A malha de controle de tensão (primeira variável de estado) é idêntica à da máquina de referência, estando a diferença no controle de fase (segunda variável de estado) para a obtenção da potência especificada. O bloco somador indica a soma das potências ativas em cada fase e o laço envolvendo as injeções de corrente inter-

nas e o ramo *shunt* indica que devem ser tomados os valores de potência na barra terminal, excluindo a potência de perda nas resistências da máquina. Assim, a potência especificada se refere à potência ativa total injetada na rede, enquanto que, usualmente, para simplificar o equacionamento, a potência especificada se refere à potência ativa na barra interna [7], o que equivale a desprezar as perdas na máquina. A potência ativa total injetada na barra terminal P_{inj} pode ser calculada mais facilmente no modelo Norton a partir das grandezas em componentes simétricos. Com auxílio da Figura 3.8(b), a potência pode ser calculada por:

$$P_{inj} = 3 \left[V_{re}^{pos} \hat{I}_{re}^{pos} + V_{im}^{pos} \hat{I}_{im}^{pos} - G^{pos} (V^{pos})^2 - G^{neg} (V^{neg})^2 - G^{zer} (V^{zer})^2 \right] \quad (3.29)$$

Usualmente, o gerador é conectado ao sistema elétrico por meio de um transformador com conexão delta-estrela, que bloqueia correntes de seqüência zero e anula V^{zer} nos terminais da máquina. O termo $(V^{neg})^2$ também é muito pequeno para as condições de desbalanço encontradas em condições normais de operação, só se tornando significativo em condições de defeito.

3.3.6.4 Modelo de Regime Permanente para o Gerador PQ Trifásico

Completando o conjunto de modelos para regime permanente, a Figura 3.12 apresenta o modelo para a máquina síncrona operando sem regulação de tensão ou com controle de fator de potência (máquina PQ). Neste caso, P_{esp} e Q_{esp} são as variáveis de referência especificadas para a geração. O erro de potência reativa total injetada na barra terminal em relação ao valor especificado substitui o erro de tensão, passando a controlar a primeira variável de estado. A potência reativa total pode ser calculada da forma:

$$Q_{inj} = 3 \left[V_{re}^{pos} \hat{I}_{im}^{pos} - V_{im}^{pos} \hat{I}_{re}^{pos} - B^{pos} (V^{pos})^2 - B^{neg} (V^{neg})^2 - B^{zer} (V^{zer})^2 \right] \quad (3.30)$$

As expressões (3.29) e (3.30) calculam a potência total injetada na barra terminal do gerador utilizando componentes simétricos. Um modelo conceitualmente similar de gerador PQ trifásico foi desenvolvido em [63]. Nele as injeções de corrente são calculadas inteiramente em componentes de fase, sendo o modelo proposto para

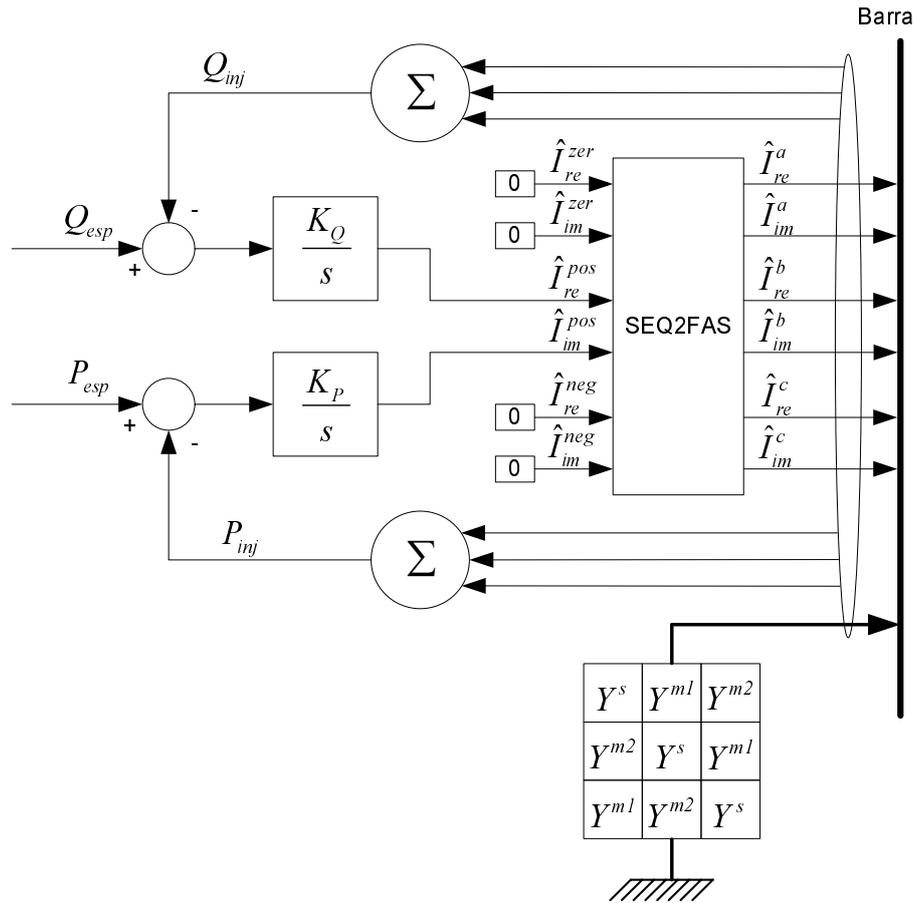


Figura 3.12: Modelo de regime permanente para o gerador PQ trifásico

métodos iterativos empregando as matrizes $\mathbf{Z}_{\text{barra}}$ ou $\mathbf{Y}_{\text{barra}}$ fatorada. O equacionamento do modelo em componentes simétricos facilita o cálculo das derivadas e a inclusão do gerador na matriz jacobiana do método de Newton-Raphson, como será mostrado mais adiante, após o desenvolvimento do modelo dinâmico.

3.3.6.5 Representação de Limites de Potência Reativa

No caso dos modelos monofásico equivalentes da Figura 3.7, a representação dos limites de potência reativa do gerador é facilitada, pois a injeção de potência reativa é uma variável de estado da saída do bloco integrador, onde um limitador interno (anti- “windup”) pode ser aplicado, como ilustra a Figura 3.13.

No caso trifásico, a potência reativa não é mais uma variável de estado, mas sim uma variável intermediária que pode ser utilizada numa equação de controle, como já ocorre no modelo de gerador PQ . A representação de limites neste caso envolve a substituição da equação de controle de tensão por uma equação de controle de

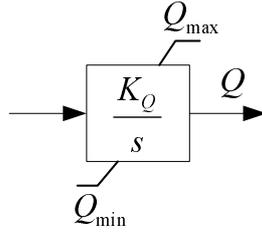


Figura 3.13: Limites de potência reativa para o gerador monofásico equivalente

potência reativa quando esta tiver seu limite superior ou inferior violado:

$$\begin{cases} V_{esp} - V_{reg} = 0, & \text{se } Q_{min} \leq Q_{inj} \leq Q_{max} \\ Q_{inj} - Q_{max} = 0, & \text{se } V_{esp} > V_{reg} \\ Q_{inj} - Q_{min} = 0, & \text{se } V_{esp} < V_{reg} \end{cases} \quad (3.31)$$

O conjunto de equações (3.31) pode ser facilmente implementado em código, como usual nos aplicativos convencionais de fluxo de potência. Em linguagem de diagrama de blocos, a implementação envolve um esquema de monitoração de variáveis e substituição do sinal de regulação a ser aplicado na entrada do integrador, como ilustra a Figura 3.14.

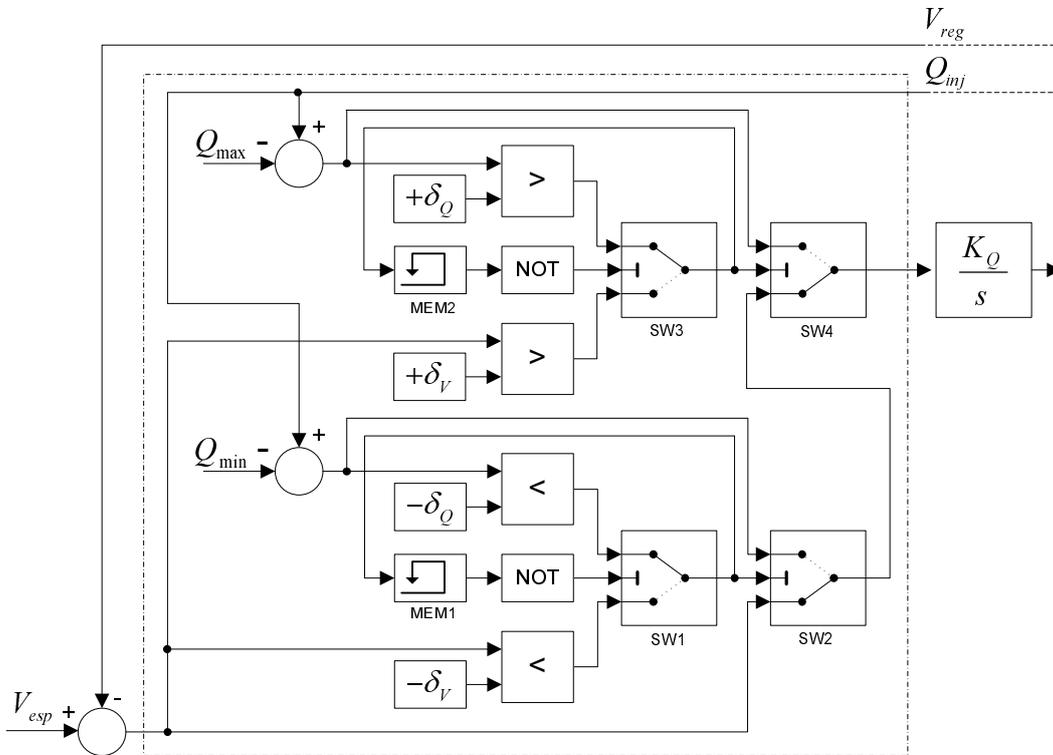


Figura 3.14: Limites de potência reativa para o gerador trifásico

Os blocos seletores SW2 e SW4 definem o sinal de controle que será aplicado no

integrador, isto é, qual equação de controle estará ativa. Os blocos SW1 e SW3 definem, com auxílio dos blocos comparadores $| > |$ e $| < |$ qual variável será monitorada: desvio de tensão em relação ao especificado ou desvio de potência reativa em relação aos limites máximo e mínimo. δ_Q e δ_V são tolerâncias para verificação destes desvios e aplicação do limitador. Os blocos de memória MEM1 e MEM2 resolvem, com auxílio dos blocos de negação NOT, a indefinição de estado existente quando as saídas dos blocos SW1 e SW3 são realimentadas para suas respectivas portas seletoras na entrada. Eles devem propagar a informação de qual limite está ativo (tensão ou potência reativa) entre cada iteração do método de Newton-Raphson. Este conjunto de blocos tem o funcionamento equivalente ao de um circuito lógico Flip-Flop. Atualmente, o modelo comuta de controle de tensão para controle de potência reativa, ou vice-versa, na iteração seguinte à qual um limite foi violado ou reestabelecido.

Limites mais realísticos, como por exemplo o de corrente de campo em geradores, vão requerer uma modelagem mais realística da máquina em regime permanente, com representação das tensões em quadratura E_q e de campo E_{fd} [73]. O modelo dinâmico desenvolvido na seção seguinte pode servir de base neste caso.

3.3.6.6 Modelo Dinâmico

Uma análise do comportamento da máquina síncrona em condições desbalanceadas e na frequência fundamental é feita na referência [73], utilizando o modelo de Park. No caso balanceado em regime permanente, o bem conhecido modelo transforma as grandezas fasoriais abc de estador em componentes constantes referidos a um par de eixos dq no rotor. Na análise dinâmica balanceada, variações das grandezas dq em torno de um ponto de operação são modeladas, possuindo estas grandezas dq somente componentes unidirecionais.

Quando correntes de seqüência negativa circulam pelo estator da máquina, os componentes em coordenadas dq não são unidirecionais, mas *fasores de frequência dupla*, girando em direção oposta à do rotor. Correntes de segundo harmônico são portanto induzidas em todos os circuitos de rotor, incluindo enrolamentos amortecedores. Estes componentes de segundo harmônico, ao encontrar saliência subtransitória, vão induzir tensões de terceiro harmônico de seqüência positiva no estator, que por sua vez vão induzir no rotor componentes de quarto harmônico, e assim

por diante. As referências [4, 43] analisam o problema sob a ótica de geração de harmônicos e inicialização do programa EMTP.

O comportamento da máquina síncrona sob efeito da seqüência negativa é similar ao de uma máquina de indução operando com escorregamento $s = 2$, cujo circuito equivalente é ilustrado na Figura 3.15 [73, 92]. R_r representa as perdas totais no cobre do rotor, e a potência mecânica transferida do rotor para o eixo está associada com $|R_r(1-s)/s|_{s=2} = -R_r/2$. Portanto, metade das perdas no rotor é fornecida pelo estator, e a outra metade é drenada do rotor, na forma de *torque de frenagem*.

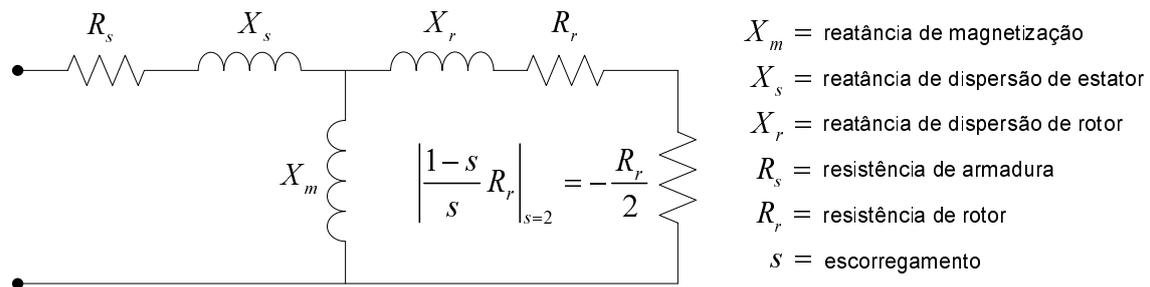


Figura 3.15: Circuito equivalente do motor de indução

Em [4], é demonstrado ainda que o torque de seqüência negativa possui um componente oscilatório de freqüência 4ω , ignorado no processo de inicialização da máquina, mas considerado na solução de transitório eletromagnético. Um outro componente de torque que surge na modelagem EMT ocorre por interação entre grandezas de seqüência positiva e negativa (fluxo e corrente), sendo também de natureza puramente oscilatória na freqüência 2ω . Estes componentes não são de interesse para análise na freqüência fundamental, pois iriam requerer reduzidos passos de integração, sem agregar qualidade de resposta na análise da estabilidade eletromecânica. Eles serão naturalmente filtrados com uma modelagem adequada para a seqüência negativa.

Correntes de seqüência zero só circulam na máquina síncrona em ligação Y aterrado. Embora a ligação à terra seja usual, unidades geradoras de grande porte possuem transformador elevador dedicado com ligação $\Delta - Y$, que isola a máquina da rede para a seqüência zero. Para uma distribuição perfeitamente senoidal dos enrolamentos da máquina, correntes de seqüência zero não produzem fluxo girante ou torque, e portanto praticamente não afetam a dinâmica eletromecânica da máquina síncrona.

Pelo exposto, a aplicação do modelo de Park para análise dinâmica na frequência fundamental deve ser limitada à seqüência positiva, mas componentes unidirecionais de torques provocados por componentes de seqüência negativa podem ser incluídos no balanço mecânico. O modelo dinâmico proposto para a máquina síncrona trifásica se baseia na mesma estrutura de representação Norton equivalente dos modelos de regime permanente, e é detalhado na Figura 3.16. Inerentemente, é um modelo em componentes simétricos, acoplado à rede em componentes de fase via blocos de transformação fase-seqüência-fase.

O único acoplamento dinâmico do modelo com o desbalanço na rede elétrica está na equação de oscilação de rotor. As impedâncias da máquina permanecem inseridas em componentes de fase, e naturalmente, fornecendo parte da contribuição da máquina para a solução algébrica da rede. As injeções de corrente vêm do modelo de Park, admitindo-se as usuais variações de modelo para máquinas de pólos salientes ou rotor liso, número de circuitos equivalentes no campo, representação da saturação e representação da saliência subtransitória [7, 73].

O componente unidirecional do torque de seqüência negativa, a ser inserido na equação de oscilação de rotor, pode ser calculado por [38, 73, 92]:

$$T^{neg} = \frac{R_r}{2} (I^{neg})^2 \quad (3.32)$$

onde I^{neg} é o componente de seqüência negativa da corrente de armadura. O torque de seqüência positiva, proveniente do modelo de Park aplicado à seqüência positiva é dado por ($\omega = 1.0$ pu):

$$T^{pos} = V_d I_d + V_q I_q + R_a (I^{pos})^2 \quad (3.33)$$

De (3.26), $R^{neg} = R_r/2 + R_a$, e com auxílio da Figura 3.8(b):

$$G^{neg} (V^{neg})^2 = R^{neg} (I^{neg})^2 = T^{neg} + R_a (I^{neg})^2 \quad (3.34)$$

A equação (3.34) fornece o torque de seqüência negativa, acrescido de uma parcela de perdas devido ao componente de seqüência negativa da corrente de armadura. Esta parcela, suprida pela fonte de seqüência positiva [92], é na verdade uma correção ao torque de seqüência positiva calculado por (3.33), onde não se considerou a corrente de seqüência negativa nas perdas de armadura. Ela também deve ser incluída na

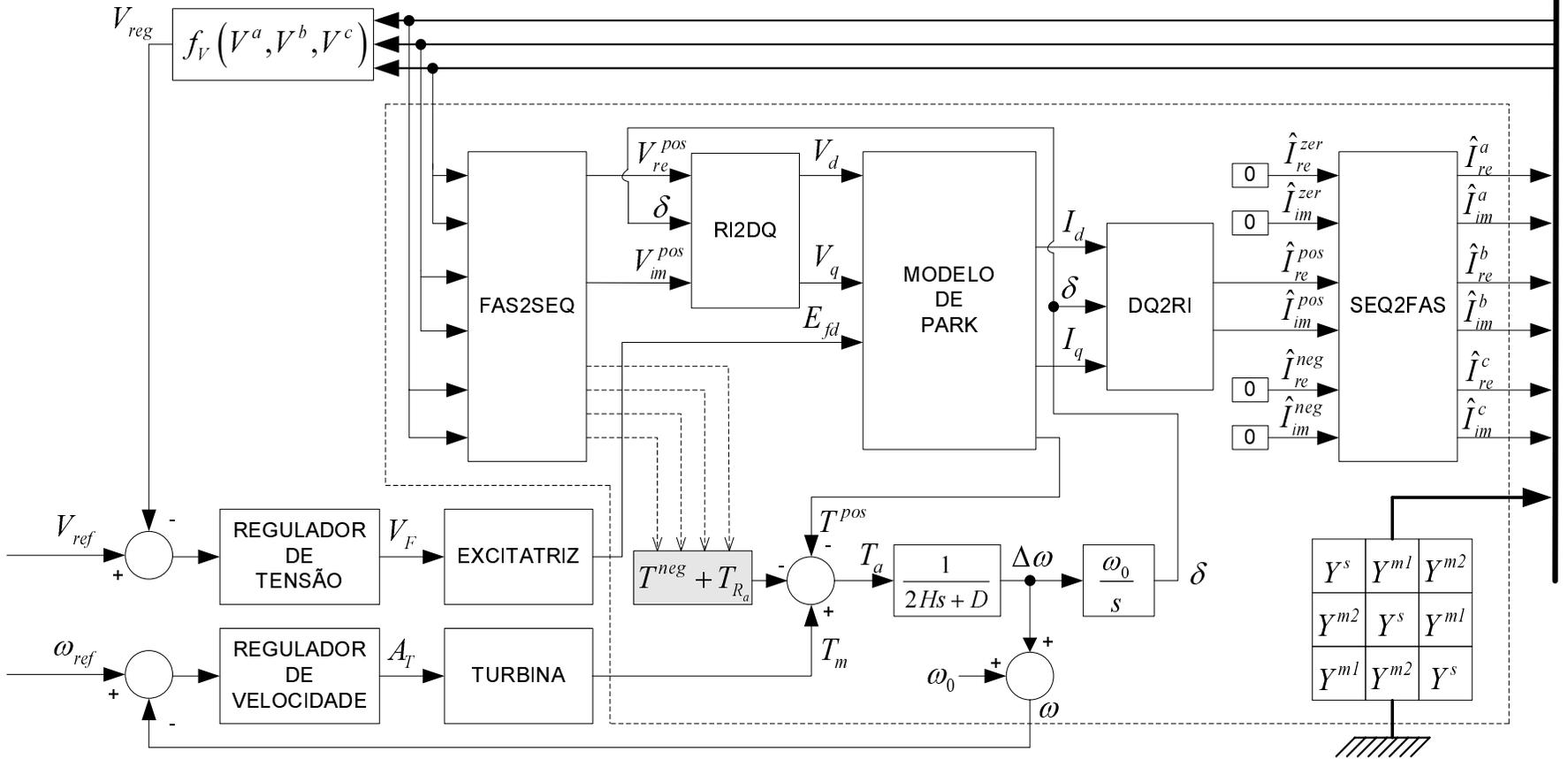


Figura 3.16: Modelo dinâmico para a máquina síncrona trifásica

equação de oscilação de rotor. Da mesma forma, a corrente de seqüência zero não produz torque, mas as perdas associadas também devem ser consideradas como uma correção em (3.33), complementando o balanço potência/torque da máquina síncrona com modelagem trifásica:

$$G^{zer} (V^{zer})^2 = R^{zer} (I^{zer})^2 = R_a (I^{zer})^2 \quad (3.35)$$

A equação de oscilação do rotor pode ser escrita da forma:

$$T_a = T_m - T^{pos} - [G^{neg} (V^{neg})^2 - G^{zer} (V^{zer})^2] - D (\omega - \omega_0) \quad (3.36)$$

onde T_a é o torque acelerante, T_m é o torque mecânico da máquina motriz e D é a constante de amortecimento. Na Figura 3.16:

$$[T^{neg} + T_{R_a}] = [G^{neg} (V^{neg})^2 + G^{zer} (V^{zer})^2] \quad (3.37)$$

3.3.6.7 Modelo Quase-Estático

Na simulação rápida no tempo, a dinâmica transitória da máquina síncrona é assumida como estável e instantânea. As seguintes simplificações são aplicadas no desenvolvimento do modelo quase-estático [1]:

- a) As equações diferenciais da máquina e de seus reguladores são tomadas em seu estado de equilíbrio ($\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{0}$), isto é, substituídas por equações algébricas.
- b) Um modelo de Park de ordem reduzida pode ser utilizado, desprezando-se o efeito dos enrolamentos amortecedores (fonte de tensão atrás de reatância transitória). Modelos simplificados de primeira ordem podem também ser aplicados aos reguladores de tensão e velocidade.
- c) Oscilações eletromecânicas de torque são ignoradas e a velocidade ω é igual para todas as máquinas do sistema, podendo ser substituída pela freqüência. A equação de balanço de torque pode também ser substituída por uma equação de balanço de potência.

O modelo quase-estático para o gerador trifásico segue a mesma estrutura do modelo dinâmico completo, ilustrada Figura 3.16. As modificações mais relevantes estão

na equação de torque, ilustrada na Figura 3.17. Na simulação rápida, o integrador com estado em δ é processado para condições de regime permanente ($\dot{\delta} = 0$), isto é, introduzindo o estado e uma equação algébrica no sistema de equações.

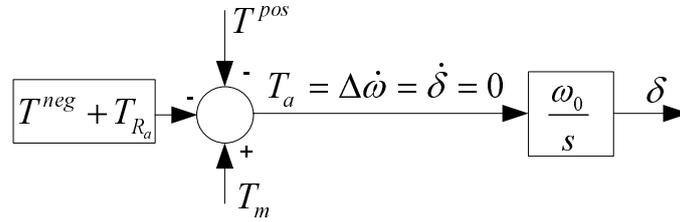


Figura 3.17: Modelo quase-estático para a máquina síncrona trifásica

3.3.6.8 Considerações sobre Modelos em Componentes Simétricos e de Fase

Modelos para máquinas síncronas desenvolvidos em componentes de fase (modelo PD) têm sido propostos para a análise de transitórios eletromagnéticos, como uma opção ao clássico modelo de Park (modelo dq). O modelo de fase retém a representação física dos fenômenos internos da máquina, permitindo a análise de defeitos internos, por exemplo. O trabalho de MARTI e LOUIE [93] apresenta um destes modelos, desenvolvido para uso no programa EMTP.

Os recentes trabalhos de WANG et al. [94, 95] apresentam um terceiro modelo, o de “tensão atrás de reatância” (modelo VBR), e comparam estes diferentes modelos quando aplicados na solução de transitórios eletromagnéticos. Estes trabalhos procuram demonstrar que os modelos dq, PD e VBR são matematicamente equivalentes, com diferenças associadas à forma como as equações são discretizadas e acopladas com a rede elétrica. Os modelos PD e VBR são apresentados como mais adequados para solução simultânea das equações da rede e da máquina, e portanto, numericamente mais precisos e estáveis quando maiores passos de integração são aplicados. No entanto, nos modelos PD e VBR a matriz de indutâncias não é constante, variando com a posição do rotor, o que limitaria o passo de integração a cerca de 1 ms, valor que pode ser considerado elevado para análise de transitórios eletromagnéticos, porém muito reduzido para a estabilidade eletromecânica.

O modelo dinâmico para máquinas síncronas trifásicas desenvolvido neste capítulo é baseado no clássico modelo de Park, naturalmente associado, na frequência fundamental, com componentes de seqüência positiva. Este modelo é acoplado à

rede em componentes de fase por meio de transformações fase-sequência-fase, aplicadas somente às tensões e injeções do circuito Norton equivalente. Uma vez que as impedâncias da máquina são constantes no domínio de Park, a transformação seqüência-fase é paramétrica, isto é, aplicada somente uma vez nos parâmetros do modelo, empregando (3.23), (3.24) e (3.25), o que lhe proporciona razoável eficiência. Além disso, ele também permite o uso de maiores passos de integração, da ordem de dezenas de milisegundos (ou segundos, no caso da simulação rápida com modelos quase-estáticos), com solução simultânea das equações da rede e da máquina pelo método de Newton-Raphson.

Raciocínio análogo se aplica aos modelos de máquinas para regime permanente, onde somente uma tensão interna balanceada é necessária, substituindo o modelo completo de Park.

3.3.7 Máquina de Indução

O modelo para máquinas de indução trifásicas desenvolvido neste trabalho se utiliza dos bem conhecidos modelos em componentes simétricos [7, 38, 39, 73, 96] já desenvolvidos para a análise da estabilidade transitória, e dos princípios já empregados para as máquinas síncronas, ilustrados na Figura 3.8, para acoplar o dispositivo na rede modelada em componentes de fase. Serão desenvolvidos os modelos para máquinas alimentadas pelo estator, tipo gaiola de esquilo ou com rotor bobinado em curto-circuito.

3.3.7.1 Modelo de Seqüência Positiva

O modelo de seqüência positiva é consideravelmente mais simples quando comparado à máquina síncrona, uma vez que saliência e saturação não são normalmente modelados na máquina de indução. As equações elétricas no domínio de Park com referencial no rotor são substituídas por equações com referencial na tensão de estator, isto é, girando na velocidade síncrona. A dinâmica transitória do circuito de rotor, caso modelada, é definida pelo escorregamento [7, 73]. A Figura 3.18(a) ilustra o circuito equivalente de regime permanente, enquanto que a Figura 3.18(b) ilustra o circuito com transitório de rotor modelado. Tensões e correntes indicadas são fasores na freqüência fundamental.

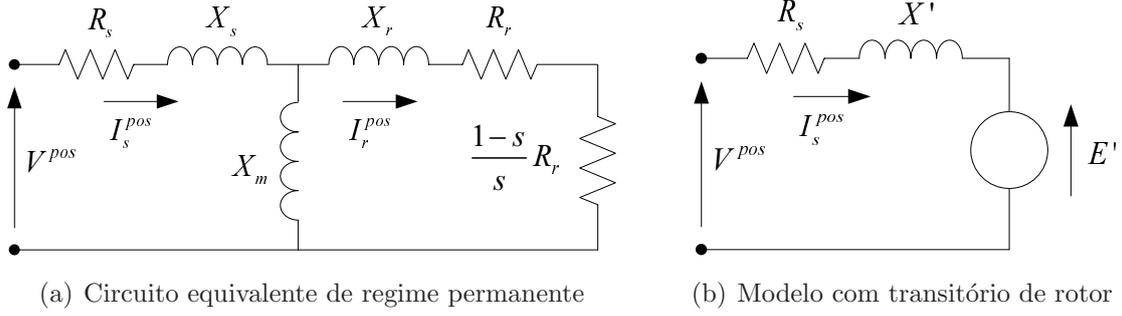


Figura 3.18: Modelos de seqüência positiva para máquinas de indução

O modelo desenvolvido com somente um circuito de rotor é adequado para pequenas variações de escorregamento. Modelos de dupla gaiola ou de barras profundas, mais adequados para grandes variações de escorregamento, são desenvolvidos nas referências [7, 73, 90]. Eles podem também ser aplicados no caso trifásico por extensão do modelo aqui desenvolvido.

Na Figura 3.18(b), E' é a tensão do equivalente Thévenin ou tensão transitória de rotor, X' é a reatância transitória da máquina ou reatância aparente de rotor bloqueado, definida por:

$$X' = X_s + \frac{X_r X_m}{X_r + X_m} \quad (3.38)$$

Adicionalmente, a reatância de circuito aberto X_0 e a constante de tempo de rotor T'_0 são definidas por:

$$X_0 = X_s + X_m \quad (3.39)$$

$$T'_0 = \frac{X_r + X_m}{\omega_0 R_r} \quad (3.40)$$

A taxa de variação da tensão transitória de rotor é dada por:

$$\dot{E}' = -\frac{1}{T'_0} [E' - j(X_0 - X') I_s^{pos}] - js\omega_0 E' \quad (3.41)$$

A corrente de estator pode ser calculada a partir do circuito equivalente Thévenin:

$$V^{pos} - E' = (R_s + jX') I_s^{pos} \quad (3.42)$$

O torque desenvolvido na seqüência positiva pode ser escrito como ($\omega_0 = 1.0$ pu):

$$T^{pos} = \frac{R_r}{s} (I_r^{pos})^2 = \Re(E' I_s^{pos*}) \quad (3.43)$$

O circuito equivalente de regime permanente da Figura 3.18(a) pode ser obtido a partir do modelo da Figura 3.18(b) em condições de regime permanente, isto é, considerando-se derivada nula para a tensão transitória E' na equação (3.41). Esta equação em forma algébrica é análoga à equação necessária para o cálculo da corrente de rotor I_r^{pos} no circuito equivalente de regime permanente.

Nas aplicações de fluxo de potência, usualmente a potência mecânica da carga é especificada para o motor de indução, sendo calculados o escorregamento e a potência elétrica consumida pelo motor. Nas aplicações de estabilidade transitória, onde variações de escorregamento são de interesse, a carga mecânica é usualmente modelada por sua característica de torque \times velocidade:

$$T_m = T_{m_0} [a + b\omega + c\omega^2] = T_{m_0} [A + B(1 - s) + C(1 - s)^2] \quad (3.44)$$

onde T_{m_0} é o valor de referência do torque e $(A + B + C = 1)$ são parâmetros que definem a característica da carga mecânica.

Em [97], HENRIQUES apresenta um procedimento que facilita a representação dos motores de indução nos aplicativos convencionais de fluxo de potência de seqüência positiva. Basicamente, calcula-se o valor de regime da tensão E' como a de uma barra adicional, interna ao motor, sendo a potência mecânica especificada como uma carga alocada nesta barra. Quando a potência mecânica da carga é função da velocidade, a rigor este procedimento não poderia ser aplicado, pois o escorregamento deveria ser tratado como variável de estado e resolvido simultaneamente com o cálculo da tensão interna. Assim, um modelo específico para fluxo de potência não necessita ser desenvolvido, bastando aplicar o modelo dinâmico com o tratamento adequado das derivadas das variáveis de estado, como apresentado na Seção 3.2.1. Caso seja conveniente, o torque de referência T_{m_0} pode ser substituído por $P_{esp}/[\omega_0(1 - s)]$, onde P_{esp} a potência mecânica especificada para o motor.

3.3.7.2 Modelo de Seqüência Negativa

O modelo de seqüência negativa para a máquina de indução é similar ao modelo de seqüência positiva, porém com o rotor girando em direção contrária ao campo girante de seqüência negativa, isto é, operando com escorregamento $(2 - s)$. Os parâmetros de seqüência negativa, em especial a resistência e reatância de rotor,

poderão ter valores consideravelmente maiores que os de seqüência positiva devido ao efeito pelicular na distribuição das correntes induzidas com freqüência próxima a $2\omega_0$ nos enrolamentos de rotor.

O circuito equivalente de regime permanente deve ser resolvido para as correntes de estator I_s^{neg} e rotor I_r^{neg} . A interação entre esta corrente de rotor e o campo girante de seqüência negativa produz um torque de frenagem na máquina, enquanto que sua interação com campo de seqüência positiva produz um componente oscilatório de torque na freqüência 2ω . De forma análoga ao explanado para as máquinas síncronas, somente o componente unidirecional do torque de seqüência negativa é de interesse para a análise da estabilidade transitória na freqüência fundamental. Ele pode ser calculado pela expressão:

$$T^{neg} = \frac{R_r}{2-s} (I_r^{neg})^2 \quad (3.45)$$

O balanço de torque eletromagnético desenvolvido num motor de indução fica da forma [96]:

$$T_e = T^{pos} - T^{neg} = R_r \left[\frac{(I_r^{pos})^2}{s} - \frac{(I_r^{neg})^2}{2-s} \right] \quad (3.46)$$

No circuito equivalente de regime permanente, o cálculo das correntes de estator e rotor envolve o cálculo de uma impedância equivalente e a aplicação de um divisor de corrente com o ramo de magnetização:

$$I_s^{neg} = \frac{V^{neg}}{R_s + jX_s + [jX_m // (R_r / (2-s) + jX_r)]} \quad (3.47)$$

$$I_r^{neg} = \frac{jX_m}{R_r / (2-s) + j(X_r + X_m)} I_s^{neg} \quad (3.48)$$

As expressões (3.45), (3.47) e (3.48) foram utilizadas em [39] para a análise da estabilidade transitória de motores de indução frente a defeitos desbalanceados, porém com emprego do método alternado de solução. Para o método de Newton-Raphson, o cálculo das derivadas das expressões torna-se mais trabalhoso porque as expressões envolvem muitas operações com os fasores de tensão e corrente, e com a variável escorregamento no denominador. As seguintes aproximações são usualmente aplicadas no circuito equivalente de seqüência negativa:

- a) O ramo de magnetização é desprezado resultando em $I_s^{neg} = I_r^{neg}$, razoável tendo em vista que para a seqüência negativa $|Z_r| \ll |Z_m|$.
- b) O termo $(2 - s)$ é aproximado por 2, razoável para pequenos escorregamentos.
- c) O torque de seqüência negativa é desprezado, razoável tendo em vista que ele é quase sempre muito pequeno.

As simplificações a) e b) resultam numa impedância constante para o circuito de seqüência negativa, cuja corrente é diretamente proporcional ao torque. Por sua vez, o torque de seqüência negativa só se torna significativo para defeitos que resultem em grandes valores de corrente de seqüência negativa, com significativo aumento do escorregamento e redução da corrente de seqüência positiva, como mostra a equação (3.46). No caso de motores de indução, a aproximação c) não é conservativa como no caso dos geradores síncronos, pois o torque de seqüência negativa atua de forma desfavorável para a estabilidade. Esta situação pode ocorrer na análise de defeitos de abertura de fases, que resultem em perda de estabilidade do motor de indução. No Capítulo 5 será avaliado um defeito deste tipo. No entanto, as aproximações são aceitáveis na grande maioria dos casos.

Uma forma alternativa de se resolver o circuito equivalente de seqüência negativa sem as aproximações mencionadas, facilitando a emprego do método de Newton-Raphson, consiste em aplicar à seqüência negativa as equações do modelo dinâmico já desenvolvidas para a seqüência positiva, porém resolvendo-as para condições de regime permanente:

$$\dot{E}'^{neg} = 0 = -\frac{1}{T_0'} [E'^{neg} - j(X_0 - X') I_s^{neg}] - j(2 - s)\omega_0 E'^{neg} \quad (3.49)$$

$$V^{neg} - E'^{neg} = (R_s + jX') I_s^{neg} \quad (3.50)$$

$$T^{neg} = \Re(E'^{neg} I_s^{neg*}) \quad (3.51)$$

onde E'^{neg} corresponde a uma tensão transitória associada à seqüência negativa. É importante destacar que a tensão E'^{neg} está sendo modelada com o único objetivo de facilitar o cálculo das correntes e torque de seqüência negativa, e também de suas derivadas. Ela deve ser considerada uma variável algébrica mesmo na simulação da dinâmica transitória, isto é, a equação (3.49) deve ser resolvida para condições

de regime permanente. Caso contrário, um modo oscilatório de frequência 2ω seria introduzido no modelo. Isto pode ser observado comparando-se (3.41) e (3.49). Enquanto que na seqüência positiva a taxa de variação da tensão transitória tem um termo em $s\omega_0$, na seqüência negativa ela varia com $(2 - s)\omega_0$.

A Figura 3.19 ilustra no torque de seqüência negativa o efeito de se modelar a variável E'^{neg} como algébrica ou diferencial, para um curto-circuito fase-terra aplicado nos terminais de um motor de indução. Ela mostra também o efeito das simplificações mencionadas nos itens a) e b), que resultam numa impedância constante para o circuito de seqüência negativa.

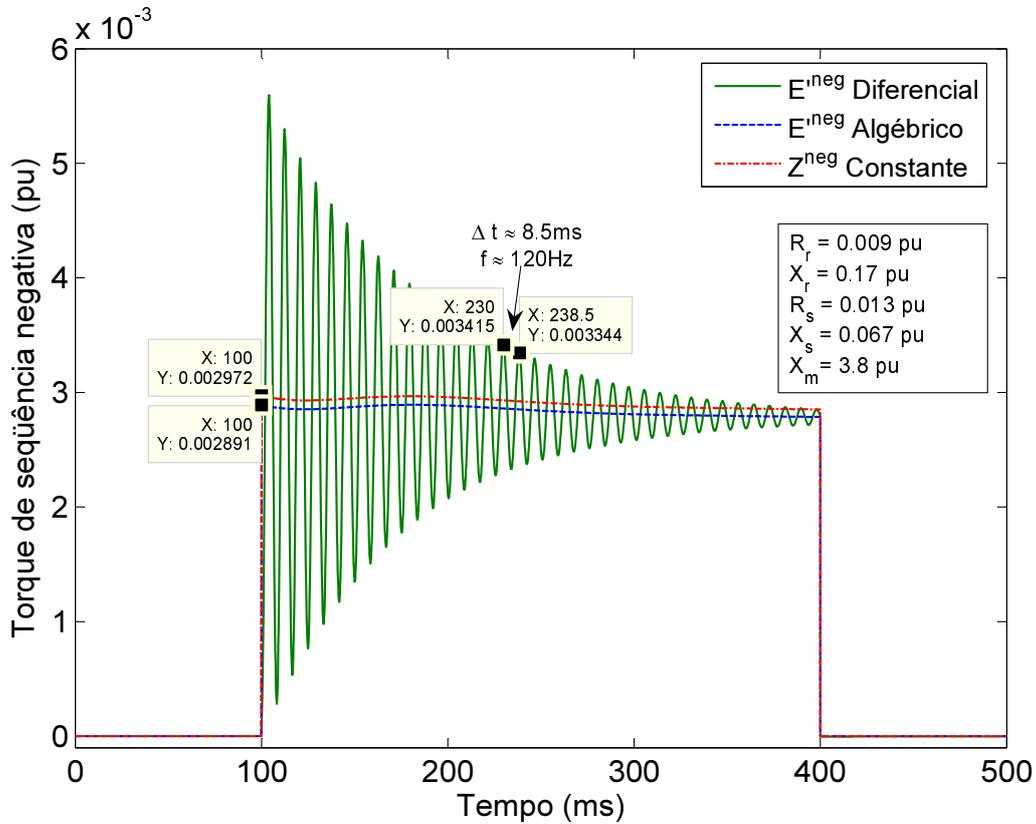


Figura 3.19: Torque de seqüência negativa na máquina de indução

As curvas da Figura 3.19 foram simuladas com dados típicos de um grande motor industrial (motor Tipo 2 em [90]), com I_s^{neg} ($\approx I_r^{neg}$) de 0.82 pu e s variando de 0.011 a 0.021 pu ($(2 - s) \approx 2$) durante o defeito. O torque médio de 0.003 pu obtido com as expressões (3.49), (3.50) e (3.51) concorda com o calculado por (3.45), com muito boa aproximação também para o modelo de impedância constante. A Figura 3.19 mostra ainda que para este caso o torque de seqüência negativa desenvolvido pode ser considerado desprezível ($T^{neg} \ll T^{pos} \approx 1$ pu).

3.3.7.3 Modelo de Seqüência Zero

Uma vez que a seqüência zero não produz campo girante ou torque na máquina de indução, o modelo se resume à sua impedância de seqüência zero. Usualmente os motores de indução são conectados em delta ou estrela não aterrada, o que resulta em circuito aberto (admitância nula) para correntes de seqüência zero.

3.3.7.4 Modelo Dinâmico para a Máquina de Indução Trifásica

O modelo dinâmico para a máquina de indução trifásica é formado simplesmente por agregação dos três modelos de seqüência, acoplados à rede em componentes de fase via blocos de transformação fase-seqüência-fase. Ele está ilustrado na Figura 3.20, onde a variável escorregamento s foi substituída por $slip$ para evitar ambiguidade com a variável s dos integradores. Como mencionado, o mesmo modelo é aplicado no cálculo do fluxo de potência.

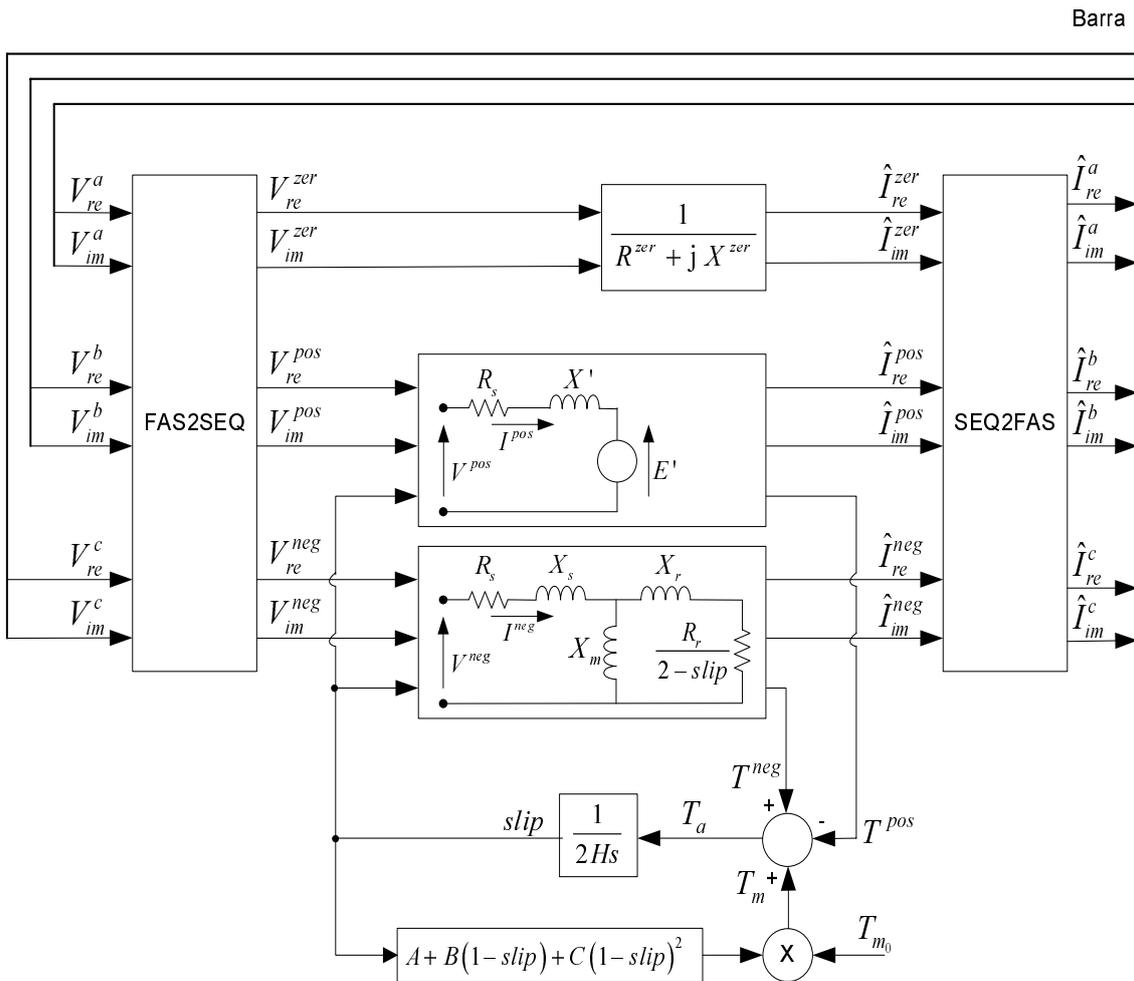


Figura 3.20: Modelo dinâmico para a máquina de indução trifásica

Na Figura 3.20, o modelo de seqüência positiva inclui o efeito transitório na corrente do rotor. O de seqüência negativa foi mantido na forma de circuito equivalente de regime permanente, enfatizando sua solução algébrica. Para pequenos desvios de escorregamento, ele pode ser simplificado para o modelo de impedância constante, similar ao modelo de seqüência zero.

O circuito equivalente Thévenin contido nestes modelos também poderia ter sido convertido em um equivalente Norton para representação da máquina de indução na rede elétrica, de forma semelhante ao que é realizado para as máquinas síncronas [7, 36, 73]. No caso das máquinas de indução, as equações do modelo (3.41), (3.42), (3.49) e (3.51) já são desenvolvidas no mesmo referencial da rede elétrica, e nenhuma simplificação adicional seria obtida com sua utilização. Em [7], as duas formas são apresentadas para seqüência positiva.

3.3.8 Forma Geral para Representação de Dispositivos *Shunt*

Os modelos trifásicos desenvolvidos para máquinas girantes, incluindo os modelos de regime permanente para geradores (barras PV , PQ e $V\theta$), foram equacionados em componentes simétricos e acoplados numa barra cujas tensões e injeções de outros dispositivos estão representadas em componentes de fase. Na freqüência fundamental, com representação fasorial das tensões e correntes, estes modelos são governados pelo movimento do rotor, por definição associado à seqüência positiva. Por outro lado, dispositivos estáticos como linhas de transmissão, transformadores e cargas são mais naturalmente modelados em componentes de fase.

A Figura 3.21 ilustra uma forma geral para representação de dispositivos *shunt*. Os blocos FAS2SEQ e SEQ2FAS aplicam as transformações necessárias nas tensões e correntes. Quando parcelas de admitâncias *shunt* estão presentes no modelo, estas devem também ser transformadas, o que por sua vez equivale a aplicar transformações de componentes nas tensões e nas correntes injetadas (absorvidas) pela admitância. Se estas admitâncias forem constantes, a transformação é paramétrica, isto é, aplicada somente uma vez nos parâmetros do modelo, o que reduz o esforço computacional. Raciocínio análogo se aplica se o modelo for desenvolvido em componentes de fase e a rede elétrica a partir da barra terminal estiver modelada em componentes simétricos.

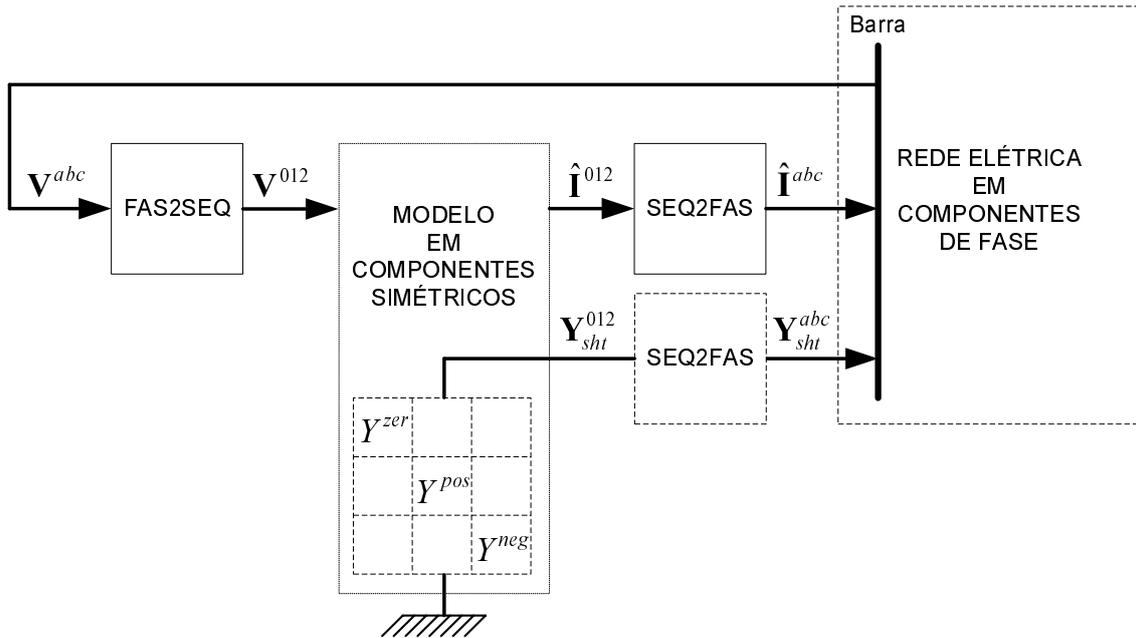


Figura 3.21: Forma geral para representação de dispositivos *shunt*

A estrutura da Figura 3.21 se fundamenta em dois princípios simples para facilitar o seu equacionamento e solução pelo método de Newton-Raphson:

- a) Separabilidade das contribuições de cada dispositivo para a equação de injeção nodal, permitindo um tratamento adequado de cada parcela de injeção.
- b) Regra da Cadeia Cálculo do Diferencial, implementada nos blocos FAS2SEQ e SEQ2FAS, permitindo um tratamento adequado também das contribuições de derivadas do dispositivo para a matriz jacobiana.

3.4 Considerações Finais

Neste capítulo foram desenvolvidos os modelos básicos de dispositivos trifásicos para análise do comportamento dinâmico do SEE em condições desbalanceadas. No caso das máquinas girantes, os bem conhecidos modelos de seqüência positiva, negativa e zero foram adequadamente ajustados e acoplados na rede elétrica com modelagem em componentes de fase.

Com a aplicação do princípio ilustrado na Figura 3.21, o tipo de componente empregado na modelagem de um dispositivo *shunt*, fase ou seqüência, pode ser diferente daquele empregado em sua barra terminal e em outros dispositivos conectados

nesta barra. Juntamente com modelos de máquinas das Seções 3.3.6 e 3.3.7, este princípio é a principal contribuição deste trabalho de tese neste capítulo.

O princípio correspondente para os dispositivos série será desenvolvido no próximo capítulo. Nele será explorada outra possibilidade: o tipo de componente empregado na modelagem pode também ser diferente em cada barra terminal do dispositivo. Isto permite que seja desenvolvida uma interface entre uma rede trifásica modelada em componentes de fase de um lado do dispositivo série, e uma rede de seqüência positiva do outro lado do dispositivo série.

Interface de Rede Trifásica \times Monofásica Equivalente

4.1 Considerações Iniciais

A tradicional formulação monofásica equivalente para o sistema de equações algébrico-diferencial (3.1), com modelos representando a seqüência positiva, tem sido largamente utilizada na análise dos sistemas de geração, transmissão em EAT e subtransmissão, onde os desbalanços são virtualmente inexistentes em condições normais de operação. A análise de defeitos desbalanceados e a existência de algumas linhas de transmissão EAT não-transpostas são as principais situações onde modelos trifásicos são requeridos.

No caso dos sistemas de distribuição, a hipótese de condição trifásica balanceada nem sempre pode ser assumida com margem de erro aceitável, nem mesmo em condições normais de operação. Neste caso, modelos trifásicos devem ser considerados, e o sistema de distribuição é usualmente analisado em separado do sistema de subtransmissão que o alimenta. O mais usual é que a modelagem dos sistemas de distribuição se inicie na barra secundária do transformador abaixador da subestação de distribuição, ou eventualmente na barra primária. Esta barra trabalha como

uma barra $V\theta$, com suas tensões consideradas perfeitamente balanceadas e mantidas fixas num valor pré-especificado. Por exemplo, pode ser especificado o valor da tensão regulada pelo transformador com variação automática de tape ou outro valor escolhido de acordo com o perfil de carga do sistema.

Esta abordagem é em geral adequada para problemas de fluxo de potência em sistemas de distribuição, onde o efeito da impedância dos sistemas de subtransmissão é pequeno ou compensado por mecanismos de regulação de tensão. No entanto, ela pode não ser adequada para estudos de análise dinâmica, onde grandes perturbações introduzem maior interação entre estes dois subsistemas. Ainda que os desbalanços não sejam propagados de forma significativa para a subtransmissão, pelo menos o efeito da impedância de seqüência positiva e a dinâmica a ela associada deveriam ser considerados para o sistema que alimenta a distribuição. Este cenário se torna cada vez mais comum com o crescimento da geração distribuída, conectada nos circuitos primários de distribuição.

Assim, pode ser de interesse o desenvolvimento de uma interface de rede que permita a representação trifásica de somente parte do sistema, isto é, de um subconjunto de barras e dispositivos elétricos onde o desbalanço é significativo ou de interesse para análise, enquanto mantendo a influência do subsistema restante, pelo menos com modelagem de seqüência positiva. Para que seja de uso geral em análise do SEE na freqüência fundamental, esta interface deve ser compatível com a formulação apresentada na Seção 3.2. Isto é, ela deve permitir a solução simultânea pelo método de Newton-Raphson dos dois subsistemas, trifásico e monofásico equivalente, modelados de forma unificada no sistema de equações algébrico-diferencial (3.1). Na implementação computacional, os subsistemas são tratados de forma indistinta pelos algoritmos e aplicativos apresentados no Capítulo 2.

A existência de barras com modelagem trifásica e barras com modelagem de seqüência positiva na mesma formulação do problema introduz uma interface em qualquer dispositivo série que interligue duas barras com modelagens diferentes. Um ou mais elementos de interface podem existir, bem como um ou mais subsistemas com modelagem trifásica.

A interface proposta será desenvolvida neste capítulo utilizando os mesmos princípios ilustrados na Figura 3.21, porém com uma abordagem diferente, sem uso de

diagramas de blocos e recursos de diferenciação automática. Ela será inicialmente equacionada para um elemento π passivo, podendo representar linhas de transmissão ou transformadores sem variação automática de tape incorporada na matriz jacobiana. Posteriormente, será estendida para um elemento série genérico, em correspondência ao diagrama de blocos da Figura 3.21.

4.2 Interface de Rede Utilizando Componentes Simétricos

4.2.1 Modelo e Formulação

A interface entre uma rede monofásica equivalente e uma rede trifásica modelada em componentes simétricos é trivial, como ilustrado na Figura 4.1. O elemento π de interface tem modelagem trifásica, com o terminal k acoplado somente à rede de seqüência positiva e o terminal m acoplado nas três redes de seqüência.

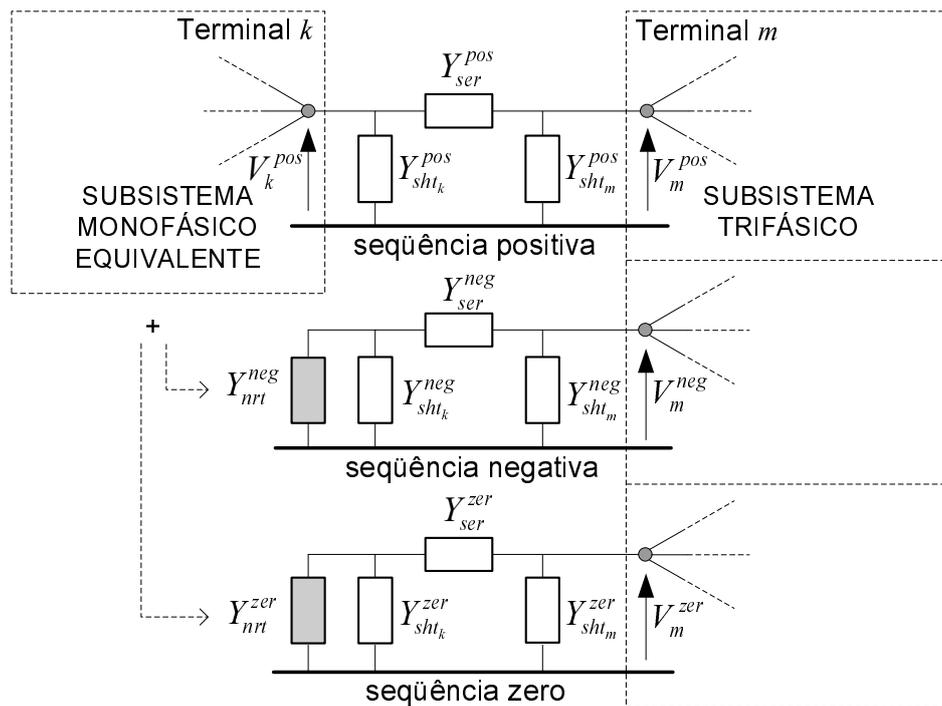


Figura 4.1: Interface de rede utilizando componentes simétricos

Presumivelmente, somente fontes de seqüência positiva e elementos de circuito balanceados estão presentes no subsistema onde se deseja aplicar a modelagem monofásica equivalente, isto é, os desbalanços de tensão e corrente que possam existir neste subsistema têm sua origem no subsistema onde será aplicada a modelagem trifásica. Corrente e potência de seqüência positiva fluem entre os dois subsistemas

pelo elemento de interface, enquanto que correntes e potências de seqüência negativa e zero fluem através de um equivalente Norton com admitâncias Y_{nrt}^{neg} e Y_{nrt}^{zer} no lado monofásico equivalente. Este equivalente Norton não possui fontes de seqüência negativa e zero, e tem admitâncias perfeitamente desacopladas, de acordo com a presunção inicial.

Se as admitâncias equivalentes Y_{nrt}^{neg} and Y_{nrt}^{zer} forem aplicadas na interface, então a solução da rede elétrica será exata no subsistema trifásico, e exata em termos de seqüência positiva no subsistema monofásico equivalente, a menos dos efeitos de não-linearidades nas redes de seqüência negativa e zero, não representados pelas admitâncias equivalentes. Como exemplos de não-linearidades, podemos citar a reação de cargas tipo potência constante ao desbalanço introduzido, o torque de frenagem e a saturação em máquinas, etc. A dinâmica do subsistema monofásico equivalente permanece na quase totalidade preservada na modelagem de seqüência positiva, enquanto que as admitâncias Y_{nrt}^{neg} e Y_{nrt}^{zer} representam um equivalente externo, estático e linear, para as redes de seqüência negativa e zero.

Se os desbalanços de tensão e corrente na interface forem pequenos, ou ainda se os valores das admitâncias equivalentes não forem conhecidos, então uma aproximação razoável consiste em considerar valores infinitos para Y_{nrt}^{neg} e Y_{nrt}^{zer} . As afirmativas seguintes são equivalentes a esta consideração:

- i) O terminal k do elemento π está efetivamente aterrado em seus nós de seqüência negativa e zero.
- ii) A tensão no terminal k do elemento π é perfeitamente balanceada.
- iii) Qualquer desbalanço de corrente fluindo pelo ramo série do elemento π efetivamente percorre a rede com modelagem monofásica equivalente sem provocar nenhum desbalanço de tensão até o terminal k .
- iv) Visto pelo subsistema com modelagem trifásica, o subsistema monofásico equivalente se comporta como um equivalente externo ideal para as seqüências negativa e zero.

Esta hipótese é aplicável quando os desbalanços no terminal k do elemento de interface são assumidos como insignificantes, ou ainda, quando os dados trifásicos

não estão prontamente disponíveis para toda a rede elétrica. No entanto, a solução será aproximada, com erros proporcionais ao desbalanço de corrente existente na interface. De fato, esta hipótese é atualmente aplicada na análise de sistemas de distribuição, por exemplo, ao se tomar uma barra $V\theta$ como perfeitamente balanceada.

Como pode ser visto na Figura 4.1, os nós de seqüência negativa e zero não são retidos no terminal k . As admitâncias *shunt* Y_{nrt}^{neg} e Y_{nrt}^{zer} devem ser combinadas com as admitâncias de seqüência negativa e zero do elemento π , e então conectadas no terminal m como admitâncias *shunt* equivalentes. Valores infinitos são absorvidos pelas admitâncias do elemento π de interface.

Esta formulação pode também ser aplicada para múltiplos elementos de interface. Neste caso, a aplicação do Teorema de Norton Generalizado resulta em equivalentes do tipo *Ward modelo linear* [91], com admitâncias *shunt* e série a serem conectadas entre os terminais de interface, porém sem injeções de corrente, como ilustrado na Figura 4.2. Como os nós de seqüência negativa e zero não são retidos no terminal k , para que o equivalente Norton de seqüência negativa e zero possa ser aplicado com valores finitos de admitância, ele deve ser calculado diretamente para o terminal m , incorporando as admitâncias de seqüência negativa e zero do elemento de interface.

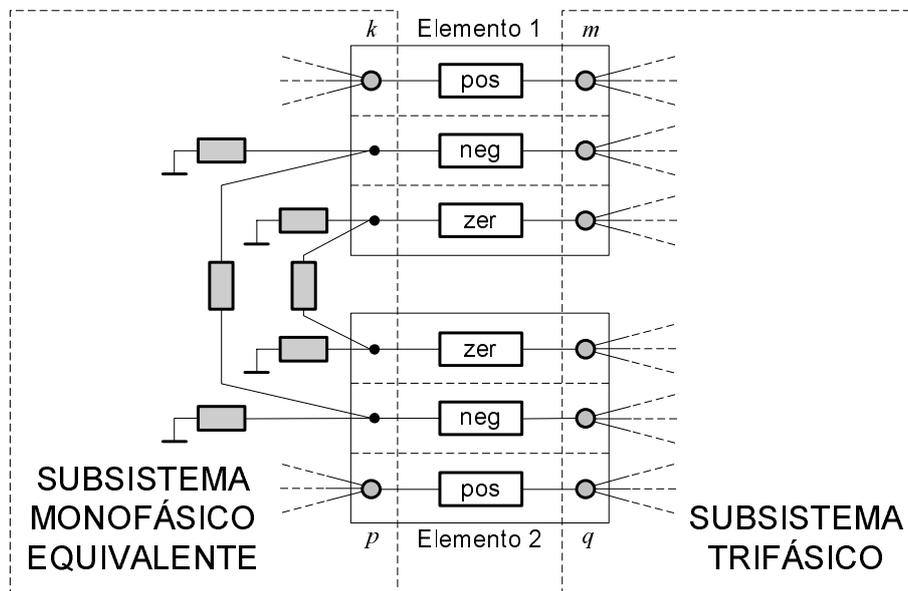


Figura 4.2: Múltiplos elementos de interface

4.2.2 Solução

A solução desta formulação será bastante facilitada se os elementos do subsistema trifásico forem perfeitamente balanceados, resultando em três matrizes $\mathbf{Y}_{\text{barra}}$ desacopladas. Para as redes de seqüência negativa e zero, a dimensão da matriz $\mathbf{Y}_{\text{barra}}$ será reduzida, igual ao número de barras trifásicas.

Adicionalmente, com o objetivo de melhorar o desempenho, a solução baseada no método de Newton-Raphson pode ser aplicada somente na rede de seqüência positiva, tal como proposto em [51, 52] para problemas de fluxo de potência. Nesta abordagem, as redes de seqüência negativa e zero são resolvidas com as matrizes $\mathbf{Y}_{\text{barra}}$ pré-fatoradas. Na presença de elementos de circuito desbalanceados, o método de compensação por injeções nas barras terminais [50] permite desacoplar as redes de seqüência. Entretanto, a aplicação deste método em sistemas de distribuição, onde praticamente todos os alimentadores em rede aérea são não-transpostos, se torna mais difícil. Além disso, a análise de defeitos em componentes simétricos não é tão direta quando em componentes de fase.

Em [18], uma interface deste tipo é empregada na simulação dinâmica de defeitos desbalanceados, tendo sido implementada no simulador EUROSTAG, totalmente baseado em componentes simétricos. Os subsistemas trifásico e monofásico equivalente são então denominados “áreas Fortescue” e “áreas não-Fortescue”, respectivamente. O uso de componentes simétricos é justificado não somente pelo desempenho, mas também por permitir uma separação imediata entre a modelagem de seqüência positiva e a modelagem trifásica.

4.3 Interface de Rede Utilizando Componentes de Fase

O conceito ilustrado na Figura 4.1 será agora estendido para o subsistema trifásico modelado em componentes de fase, tal como ilustrado na Figura 4.3. Também neste caso o elemento π de interface tem representação trifásica, porém em componentes de fase.

Em componentes de fase, os elementos do subsistema trifásico têm suas admitâncias acopladas entre fases, formando blocos 3×3 na matriz admitância de barras e blocos 6×6 na matriz jacobiana. No subsistema monofásico equivalente, a repre-

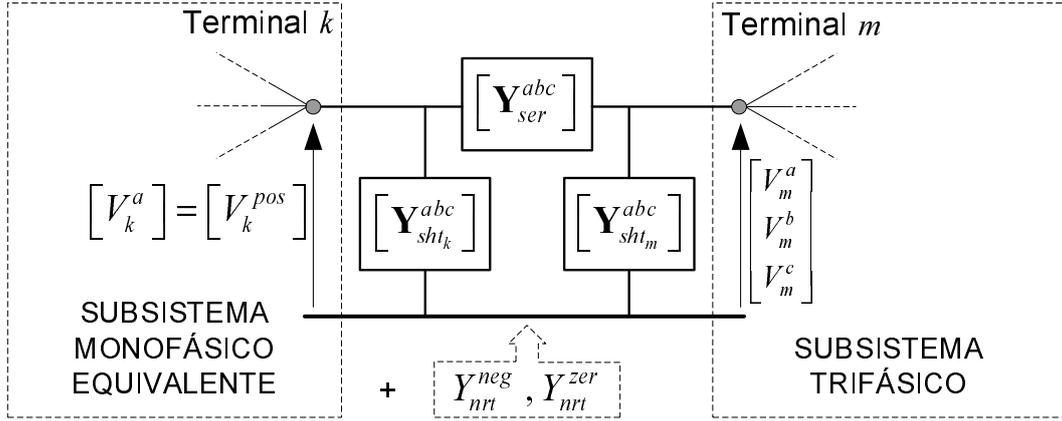


Figura 4.3: Interface de rede utilizando componentes de fase

sentação envolve blocos 1×1 e 2×2 , respectivamente.

Inicialmente, será desenvolvida a formulação considerando injeções de corrente e tensões em coordenadas retangulares, mais adequada para sistemas trifásicos. Também será inicialmente assumido que a tensão no terminal monofásico equivalente k é perfeitamente balanceada. Como discutido na seção 4.2, isto equivale a assumir que Y_{nrt}^{neg} e Y_{nrt}^{zer} são infinitos, ou que o terminal k está aterrado para as seqüências negativa e zero.

4.3.1 Contribuições do Elemento π para a Matriz Admitância de Barras

Considerando uma representação trifásica para todo o sistema, as injeções de corrente nos terminais k e m , em forma complexa, são dadas por:

$$\mathbf{I}_k^{abc} = (\mathbf{Y}_{sht_k}^{abc} + \mathbf{Y}_{ser}^{abc}) \mathbf{V}_k^{abc} + (-\mathbf{Y}_{ser}^{abc}) \mathbf{V}_m^{abc} \quad (4.1)$$

$$\mathbf{I}_m^{abc} = (-\mathbf{Y}_{ser}^{abc}) \mathbf{V}_k^{abc} + (\mathbf{Y}_{sht_m}^{abc} + \mathbf{Y}_{ser}^{abc}) \mathbf{V}_m^{abc} \quad (4.2)$$

onde os termos $\mathbf{Y}_{sht_k}^{abc}$, $\mathbf{Y}_{sht_m}^{abc}$ e \mathbf{Y}_{ser}^{abc} são as contribuições do elemento π para a matriz admitância de barras.

Assumindo inicialmente que a tensão no terminal k é perfeitamente balanceada, somente a tensão de seqüência positiva necessita ser calculada. Neste lado da interface, somente a corrente de seqüência positiva I_k^{pos} será injetada. Note que esta aproximação não introduz nenhum erro na potência injetada pelo elemento π no terminal k , uma vez que para $V_k^{neg} = V_k^{zer} = 0$, somente I_k^{pos} é responsável pela potência injetada.

Correntes e tensões no terminal k , em componentes simétricos e de fase, são relacionados por:

$$\mathbf{V}_k^{abc} = \mathbf{T}_1 V_k^{pos} \quad (4.3)$$

$$I_k^{pos} = \mathbf{T}_2 \mathbf{I}_k^{abc} \quad (4.4)$$

onde

$$\mathbf{T}_1 = \begin{bmatrix} 1 & a^2 & a \end{bmatrix}^T \quad (4.5)$$

$$\mathbf{T}_2 = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \end{bmatrix}, \quad a = e^{j120^\circ} \quad (4.6)$$

Substituindo (4.3) em (4.1) e (4.2), e injetando somente a corrente de seqüência positiva (4.4) no terminal k , (4.1) e (4.2) se tornam:

$$I_k^{pos} = \mathbf{T}_2 (\mathbf{Y}_{sht_k}^{abc} + \mathbf{Y}_{ser}^{abc}) \mathbf{T}_1 V_k^{pos} + \mathbf{T}_2 (-\mathbf{Y}_{ser}^{abc}) \mathbf{V}_m^{abc} \quad (4.7)$$

$$\mathbf{I}_m^{abc} = (-\mathbf{Y}_{ser}^{abc}) \mathbf{T}_1 V_k^{pos} + (\mathbf{Y}_{sht_m}^{abc} + \mathbf{Y}_{ser}^{abc}) \mathbf{V}_m^{abc} \quad (4.8)$$

A Figura 4.4(a) ilustra as contribuições do elemento π para a matriz $\mathbf{Y}_{\text{barra}}$ no caso de representação trifásica de toda a rede elétrica, enquanto que a Figura 4.4(b) ilustra as contribuições para uma representação híbrida monofásica equivalente/trifásica. Note que no último caso, as alterações correspondem a aplicar admitâncias de seqüência positiva na diagonal correspondente ao terminal k , enquanto que blocos retangulares 1×3 e 3×1 fazem o acoplamento entre o terminal monofásico equivalente k e o terminal trifásico m .

Embora tenham sido desenvolvidas para um elemento π , as expressões (4.1), (4.2) e (4.7), (4.8) também podem ser aplicadas para elementos de interface que introduzem deslocamento angular, tal como transformadores $Y-\Delta$. Neste caso, \mathbf{Y}_{ser}^{abc} assume valores distintos quando visto pelo terminal k ou m . Na implementação computacional com um elemento π genérico, deve ser adotada a marcação de polaridade, como ilustrado no esquema na Figura 3.4.

As equações (4.7) e (4.8) serão utilizadas para calcular as contribuições do elemento π para os resíduos de corrente nodais ΔI_k^{pos} e $\Delta \mathbf{I}_m^{abc}$ nos terminais k e m , respectivamente. Estes resíduos serão utilizados na solução do sistema de equações (3.6) pelo método de Newton-Raphson, tanto para estudos de fluxo de potência

$$\begin{array}{c}
\begin{array}{cc}
k & m \\
\left[\begin{array}{cc}
\vdots & \vdots \\
\left[\mathbf{Y}_{shl_k}^{abc} + \mathbf{Y}_{ser}^{abc} \right]_{3 \times 3} & \cdots \quad \left[-\mathbf{Y}_{ser}^{abc} \right]_{3 \times 3} \\
\vdots & \ddots \quad \vdots \\
\left[-\mathbf{Y}_{ser}^{abc} \right]_{3 \times 3} & \cdots \quad \left[\mathbf{Y}_{shl_m}^{abc} + \mathbf{Y}_{ser}^{abc} \right]_{3 \times 3} \\
\vdots & \vdots
\end{array} \right]
\end{array}
\end{array}$$

(a) Trifásico pleno

$$\begin{array}{c}
\begin{array}{cc}
k & m \\
\left[\begin{array}{cc}
\vdots & \vdots \\
\left\{ \left[\mathbf{T}_2 \right] \left[\mathbf{Y}_{shl_k}^{abc} + \mathbf{Y}_{ser}^{abc} \right] \left[\mathbf{T}_1 \right] \right\}_{1 \times 1} & \cdots \quad \left\{ \left[\mathbf{T}_2 \right] \left[-\mathbf{Y}_{ser}^{abc} \right] \right\}_{1 \times 3} \\
\vdots & \ddots \quad \vdots \\
\left\{ \left[-\mathbf{Y}_{ser}^{abc} \right] \left[\mathbf{T}_1 \right] \right\}_{3 \times 1} & \cdots \quad \left[\mathbf{Y}_{shl_m}^{abc} + \mathbf{Y}_{ser}^{abc} \right]_{3 \times 3} \\
\vdots & \vdots
\end{array} \right]
\end{array}
\end{array}$$

(b) Monofásico Equivalente \times Trifásico

Figura 4.4: Contribuições do elemento π para a matriz \mathbf{Y}_{barra}

quanto para simulação dinâmica com o método simultâneo. Para simulação dinâmica com o método alternado, a matriz \mathbf{Y}_{barra} da Figura 4.4(b), com as contribuições do elemento de interface, pode ser fatorada e empregada diretamente.

4.3.2 Contribuições do Elemento π para a Matriz Jacobiana

Linearizando (4.1) e (4.2), resulta em:

$$\Delta \mathbf{I}_k^{abc} = \mathbf{J}_{kk}^{abc} \Delta \mathbf{V}_k^{abc} + \mathbf{J}_{km}^{abc} \Delta \mathbf{V}_m^{abc} \quad (4.9)$$

$$\Delta \mathbf{I}_m^{abc} = \mathbf{J}_{mk}^{abc} \Delta \mathbf{V}_k^{abc} + \mathbf{J}_{mm}^{abc} \Delta \mathbf{V}_m^{abc} \quad (4.10)$$

onde tensões e correntes nos terminais k e m são agora separados em componentes reais e imaginários, conforme (4.11) e (4.12):

$$\Delta \mathbf{I}_i^{abc} = \left[\Delta I_{re_i}^a \quad \Delta I_{im_i}^a \quad \Delta I_{re_i}^b \quad \Delta I_{im_i}^b \quad \Delta I_{re_i}^c \quad \Delta I_{im_i}^c \right]^T \quad (4.11)$$

$$\Delta \mathbf{V}_i^{abc} = \left[\Delta V_{re_i}^a \quad \Delta V_{im_i}^a \quad \Delta V_{re_i}^b \quad \Delta V_{im_i}^b \quad \Delta V_{re_i}^c \quad \Delta V_{im_i}^c \right]^T \quad (4.12)$$

para $i = k, m$. Os blocos matriciais \mathbf{J}_{kk}^{abc} , \mathbf{J}_{km}^{abc} , \mathbf{J}_{mk}^{abc} e \mathbf{J}_{mm}^{abc} são as contribuições do elemento π para a matriz jacobiana. Para injeções de corrente e coordenadas retangulares de tensão, eles são da forma:

$$\mathbf{J}_{ij}^{abc} = \begin{bmatrix} G^{aa} & -B^{aa} & G^{ab} & -B^{ab} & G^{ac} & -B^{ac} \\ B^{aa} & G^{aa} & B^{ab} & G^{ab} & B^{ac} & G^{ac} \\ \hline G^{ba} & -B^{ba} & G^{bb} & -B^{bb} & G^{bc} & -B^{bc} \\ B^{ba} & G^{ba} & B^{bb} & G^{bb} & B^{bc} & G^{bc} \\ \hline G^{ca} & -B^{ca} & G^{cb} & -B^{cb} & G^{cc} & -B^{cc} \\ B^{ca} & G^{ca} & B^{cb} & G^{cb} & B^{cc} & G^{cc} \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

onde

$$G^{st} = \begin{cases} G_{ser}^{st} + G_{sht_i}^{st} & \text{para } i = j \\ -G_{ser}^{st} & \text{para } i \neq j \end{cases} \quad (4.14)$$

$$B^{st} = \begin{cases} B_{ser}^{st} + B_{sht_i}^{st} & \text{para } i = j \\ -B_{ser}^{st} & \text{para } i \neq j \end{cases} \quad (4.15)$$

$i, j \in \{k, m\}$ e $s, t \in \{a, b, c\}$.

Linearizando (4.3) e (4.4), resulta em:

$$\Delta \mathbf{V}_k^{abc} = \mathbf{T}_3 \Delta \mathbf{V}_k^{pos} \quad (4.16)$$

$$\Delta \mathbf{I}_k^{pos} = \mathbf{T}_4 \Delta \mathbf{I}_k^{abc} \quad (4.17)$$

onde

$$\Delta \mathbf{V}_k^{pos} = \begin{bmatrix} \Delta V_{re_k}^{pos} & \Delta V_{im_k}^{pos} \end{bmatrix}^T \quad (4.18)$$

$$\Delta \mathbf{I}_k^{pos} = \begin{bmatrix} \Delta I_{re_k}^{pos} & \Delta I_{im_k}^{pos} \end{bmatrix}^T \quad (4.19)$$

$$\mathbf{T}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & a_{re} & -a_{im} & a_{re} & a_{im} \\ 0 & 1 & a_{im} & a_{re} & -a_{im} & a_{re} \end{bmatrix}^T \quad (4.20)$$

$$\mathbf{T}_4 = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & a_{re} & -a_{im} & a_{re} & a_{im} \\ 0 & 1 & a_{im} & a_{re} & -a_{im} & a_{re} \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

$$a_{re} = -\frac{1}{2}, \quad a_{im} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Substituindo (4.16) em (4.9) e (4.10) e tomando somente resíduos de corrente de seqüência positiva $\Delta \mathbf{I}_k^{pos}$ no terminal k , as equações linearizadas em corrente ficam da forma:

$$\Delta \mathbf{I}_k^{pos} = \mathbf{T}_4 \mathbf{J}_{kk}^{abc} \mathbf{T}_3 \Delta \mathbf{V}_k^{pos} + \mathbf{T}_4 \mathbf{J}_{km}^{abc} \Delta \mathbf{V}_m^{abc} \quad (4.22)$$

$$\Delta \mathbf{I}_m^{abc} = \mathbf{J}_{mk}^{abc} \mathbf{T}_3 \Delta \mathbf{V}_k^{pos} + \mathbf{J}_{mm}^{abc} \Delta \mathbf{V}_m^{abc} \quad (4.23)$$

A Figura 4.5(a) ilustra as contribuições do elemento π para a matriz jacobiana do método de Newton-Raphson no caso de representação trifásica de todo o sistema, enquanto que a Figura 4.5(b) ilustra suas contribuições para a representação híbrida monofásica equivalente/trifásica. Novamente, blocos retangulares 2×6 e 6×2 fazem o acoplamento entre o terminal monofásico equivalente k e o terminal trifásico m .

$$\begin{array}{c} \begin{array}{cc} & k & & m & & \end{array} \\ \begin{array}{c} k \\ m \end{array} \left[\begin{array}{cccc} \ddots & & & \ddots \\ & [\mathbf{J}_{kk}^{abc}]_{6 \times 6} & \cdots & [\mathbf{J}_{km}^{abc}]_{6 \times 6} \\ & \vdots & \ddots & \vdots \\ & [\mathbf{J}_{mk}^{abc}]_{6 \times 6} & \cdots & [\mathbf{J}_{mm}^{abc}]_{6 \times 6} \\ \ddots & & & \ddots \end{array} \right] \end{array}$$

(a) Trifásico pleno

$$\begin{array}{c} \begin{array}{cc} & k & & m & & \end{array} \\ \begin{array}{c} k \\ m \end{array} \left[\begin{array}{cccc} \ddots & & & \ddots \\ & \{[\mathbf{T}_4][\mathbf{J}_{kk}^{abc}][\mathbf{T}_3]\}_{2 \times 2} & \cdots & \{[\mathbf{T}_4][\mathbf{J}_{km}^{abc}]\}_{2 \times 6} \\ & \vdots & \ddots & \vdots \\ & \{[\mathbf{J}_{mk}^{abc}][\mathbf{T}_3]\}_{6 \times 2} & \cdots & [\mathbf{J}_{mm}^{abc}]_{6 \times 6} \\ \ddots & & & \ddots \end{array} \right] \end{array}$$

(b) Monofásico Equivalente \times Trifásico

Figura 4.5: Contribuições do elemento π para a matriz jacobiana

Os vetores de resíduos de corrente (4.11) e (4.19) foram apresentados com seus componentes na ordem natural (real, imaginário), mas como descrito no Apêndice C, na implementação computacional os componentes imaginários são ordenados à frente

dos componentes reais. As linhas dos blocos matriciais em (4.22) e (4.23) devem ser adequadamente ajustadas para esta condição.

Para equações de corrente e coordenadas retangulares de tensão, as contribuições (4.13) do elemento π para a matriz jacobiana trifásica são constantes. Uma vez que os operadores matriciais \mathbf{T}_3 e \mathbf{T}_4 também são constantes, as contribuições do elemento π para a formulação híbrida também o serão, e as operações matriciais em (4.22) e (4.23) podem ser realizadas somente uma vez, para melhor desempenho.

4.4 Formulação para Equações de Potência e Coordenadas Polares

Como discutido na Seção 2.3.2.4, a formulação com equações de potência e coordenadas polares de tensão é a mais usual nos algoritmos de fluxo de potência de seqüência positiva, principalmente por sua maior facilidade na representação de barras *PV*. Assim, será desenvolvida a representação do elemento π de interface considerando esta formulação somente para o subsistema monofásico equivalente, incluindo o terminal k . O subsistema trifásico, incluindo o terminal m , permanece com a formulação de injeções de corrente e coordenadas retangulares de tensão, mais adequada para a modelagem trifásica.

4.4.1 Equações de Injeção de Potência

Se equações de potência forem empregadas no terminal k , então (4.1), (4.4) e (4.7) devem ser substituídas pelas correspondentes equações de injeção de potência trifásica e de seqüência positiva. A equação de acoplamento similar a (4.4), agora utilizando injeções de potência no terminal k , é dada por:

$$S_k^{pos} = \mathbf{T}_5 \mathbf{S}_k^{abc} \quad (4.24)$$

onde

$$S_k^{pos} = P_k^{pos} + j Q_k^{pos} \quad (4.25)$$

$$\mathbf{T}_5 = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

Linearizando (4.24), resulta em:

$$\Delta \mathbf{S}_k^{pos} = \mathbf{T}_6 \mathbf{L}_{kk}^{abc} \mathbf{T}_3 \Delta \mathbf{V}_k^{pos} + \mathbf{T}_6 \mathbf{L}_{km}^{abc} \Delta \mathbf{V}_m^{abc} \quad (4.27)$$

onde

$$\Delta \mathbf{S}_k^{pos} = \begin{bmatrix} \Delta P_k^{pos} & \Delta Q_k^{pos} \end{bmatrix}^T \quad (4.28)$$

$$\mathbf{T}_6 = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

e os desvios de tensão $\Delta \mathbf{V}_k^{pos}$ e $\Delta \mathbf{V}_m^{abc}$ estão em coordenadas retangulares, conforme (4.18) e (4.12), respectivamente. Note que os blocos \mathbf{L}_{kk}^{abc} e \mathbf{L}_{km}^{abc} devem ser desenvolvidos para equações de potência e coordenadas retangulares. Expressões para estes blocos referentes a um elemento π passivo podem ser obtidas a partir dos algoritmos apresentados no Apêndice C. Tensões trifásicas referentes ao terminal k , necessárias para o cálculo de \mathbf{L}_{kk}^{abc} e \mathbf{L}_{km}^{abc} , são obtidas com emprego de (4.3).

4.4.2 Coordenadas Polares de Tensão

Se coordenadas polares de tensão forem empregadas no terminal k , então a linearização de (4.1), (4.2) e (4.3) resulta em diferentes expressões para os blocos \mathbf{L}_{kk}^{abc} e \mathbf{J}_{mk}^{abc} , e para a matriz de acoplamento \mathbf{T}_3 . Isto de fato exigiria as quatro variações possíveis para os blocos do elemento π : potência-polar para \mathbf{L}_{kk} , potência-retangular para \mathbf{L}_{km} , corrente-polar para \mathbf{J}_{mk} e corrente-retangular para \mathbf{J}_{mm} . Uma forma mais simples de tratar o problema consiste em utilizar somente expressões para coordenadas retangulares e aplicar uma transformação de coordenadas de tensão.

Considere a tensão no terminal k dada por:

$$\begin{bmatrix} V_{re_k} \\ V_{im_k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_k \cos \theta_k \\ V_k \sin \theta_k \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

Linearizando (4.30), resulta em:

$$\begin{bmatrix} \Delta V_{re_k} \\ \Delta V_{im_k} \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{V_k} \begin{bmatrix} \Delta V_k \\ \Delta \theta_k \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

onde

$$\mathbf{T}_{V_k} = \begin{bmatrix} \cos \theta_k & -V_k \sin \theta_k \\ \sin \theta_k & V_k \cos \theta_k \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

Substituindo (4.31) em (4.27) e (4.23), pode ser observado que a matriz de transformação de coordenadas de tensão \mathbf{T}_{V_k} pode ser incluída diretamente na matriz jacobiana. Ela deve pós-multiplicar os blocos na coluna correspondente ao terminal k , como mostrado na Figura 4.6.

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{cc}
 & k & & m & \\
 & & & & \\
 \begin{array}{c} k \\ \\ \\ m \end{array} & \left[\begin{array}{ccc}
 \ddots & & \ddots \\
 \left\{ \left[\mathbf{T}_6 \right] \left[\mathbf{L}_{kk}^{abc} \right] \left[\mathbf{T}_3 \right] \left[\mathbf{T}_{V_k} \right] \right\}_{2 \times 2} & \cdots & \left\{ \left[\mathbf{T}_6 \right] \left[\mathbf{L}_{km}^{abc} \right] \right\}_{2 \times 6} \\
 \vdots & \ddots & \vdots \\
 \left\{ \left[\mathbf{J}_{mk}^{abc} \right] \left[\mathbf{T}_3 \right] \left[\mathbf{T}_{V_k} \right] \right\}_{6 \times 2} & \cdots & \left[\mathbf{J}_{mm}^{abc} \right]_{6 \times 6} \\
 \ddots & & \ddots
 \end{array} \right]
 \end{array}
 \end{array}$$

Figura 4.6: Contribuições para a matriz jacobiana - equações de potência e coordenadas polares no terminal k

Esta abordagem é a mesma aplicada na Seção 2.3.4.4, onde as transformações de coordenadas para derivadas de tensão foram realizadas pelos objetos dP. O operador matricial \mathbf{T}_{V_k} , agregado aos blocos da matriz jacobiana, corresponde implicitamente à transformação (2.15), sendo consequência da Regra da Cadeia do Cálculo Diferencial, aplicada explicitamente em (2.11) e (2.12).

De forma análoga, os operadores matriciais \mathbf{T}_3 e \mathbf{T}_4 , agregados aos blocos da matriz jacobiana, correspondem às parcelas de seqüência positiva das transformações completas fase-seqüência (2.21) e seqüência-fase (2.22), implementadas nos blocos construtivos FAS2SEQ e SEQ2FAS, respectivamente.

4.5 Incluindo o Efeito das Admitâncias Equivalentes

Se os valores das admitâncias equivalentes Y_{nrt}^{neg} e Y_{nrt}^{zer} forem conhecidos e significativos para a precisão dos resultados, seus efeitos podem ser incluídos nas admitâncias do elemento π de interface.

Para um único elemento de interface interligando o subsistema trifásico ao subsistema monofásico equivalente, a admitância equivalente Norton em componentes de fase, vista pelo terminal k , é dado por:

$$\mathbf{Y}_{nrt}^{abc} = \mathbf{T}_S \begin{bmatrix} Y_{nrt}^{zer} & & \\ & Y_{nrt}^{pos} & \\ & & Y_{nrt}^{neg} \end{bmatrix} \mathbf{T}_S^{-1} \quad (4.33)$$

onde \mathbf{T}_S é a matriz de transformação para componentes simétricos. De acordo com a premissa inicial de subsistema monofásico equivalente com elementos balanceados, \mathbf{Y}_{nrt}^{012} será uma matriz diagonal. Este requisito é necessário para uma perfeita separabilidade entre a seqüência positiva (modelada em toda a rede elétrica) e as seqüências negativa e zero (modeladas como equivalentes *shunt*). Caso contrário, a solução ainda será aproximada devido a acoplamentos de seqüência não considerados no equivalente externo.

A matriz \mathbf{Y}_{nrt}^{abc} deve ser combinada com as matrizes de admitâncias do elemento π e transferida para o terminal m , onde deve ser conectada como um elemento *shunt*. Somente componentes de seqüência negativa e zero devem ser considerados para este elemento *shunt*, uma vez que o componente de seqüência positiva é modelado em todo o sistema. Da mesma forma, somente componentes de seqüência positiva devem ser considerados para o ramo série \mathbf{Y}_{ser}^{abc} do elemento π , já que o terminal k está implicitamente aterrado para as seqüências negativa e zero, quando visto pelo terminal m .

Considere as matrizes definidas por (4.34) e (4.35). Elas representam “filtros” de impedância/admitância de seqüência positiva e negativa/zero, respectivamente.

$$\mathbf{F}_1 = \mathbf{T}_S \begin{bmatrix} 0 & & \\ & 1 & \\ & & 0 \end{bmatrix} \mathbf{T}_S^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ a^2 & 1 & a \\ a & a^2 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

$$\mathbf{F}_{02} = \mathbf{T}_S \begin{bmatrix} 1 & & \\ & 0 & \\ & & 1 \end{bmatrix} \mathbf{T}_S^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -a & -a^2 \\ -a^2 & 2 & -a \\ -a & -a^2 & 2 \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

O procedimento para incluir o efeito das admitâncias Y_{nrt}^{neg} e Y_{nrt}^{zer} finitas pode ser escrito da forma:

- i) No terminal m , adicione em paralelo com $\mathbf{Y}_{shl_m}^{abc}$ a seguinte matriz equivalente,

referida ao terminal m e filtrada para componentes de seqüência negativa e zero:

$$\mathbf{F}_{02} \left[(\mathbf{Y}_{nrt}^{abc} + \mathbf{Y}_{sht_k}^{abc})^{-1} + (\mathbf{Y}_{ser}^{abc})^{-1} \right]^{-1} \quad (4.36)$$

- ii) Aplique o filtro de seqüência positiva na matriz admitância \mathbf{Y}_{ser}^{abc} , isto é, pré-multiplique \mathbf{Y}_{ser}^{abc} por \mathbf{F}_1 .

Note que o passo ii) é necessário porque na equação de injeção no terminal m (4.8), o operador \mathbf{T}_1 efetivamente aterrada no terminal k o ramo série do elemento π para as seqüências negativa e zero, o que requer que elas sejam removidas com a aplicação do filtro \mathbf{F}_1 . Este filtro não afeta a equação de injeção no terminal k (4.7), pois $\mathbf{T}_2 \mathbf{F}_1 \mathbf{Y}_{ser}^{abc} = \mathbf{T}_2 \mathbf{Y}_{ser}^{abc}$.

No entanto, a transferência do equivalente Norton do terminal k para o terminal m realizada no passo i) requer que o elemento π seja realizável, isto é, que tenha uma matriz \mathbf{Y}_{ser}^{abc} definida e não-singular. Desta forma, ele não poderia ser aplicado quando o elemento de interface é um transformador que introduz defasagem angular. No caso de transformadores Δ – Y aterrado, a seqüência zero já estaria corretamente representada (circuito aberto no lado em Δ ou aterrado no lado em Y), faltando somente o equivalente de seqüência negativa.

Outro problema ocorre na presença de múltiplos elementos de interface, conforme ilustrado na Figura 4.2, pois neste caso somente os termos *shunt* do equivalente Norton multiterminal poderiam ser transferidos para o terminal m com o procedimento descrito, e a representação do equivalente seria parcial.

Embora seja possível contornar as dificuldades na representação de admitâncias equivalentes, nota-se que esta formulação foi idealizada para um cenário onde não se deseja incluir o efeito destas admitâncias, assumindo que o desbalanço é pequeno e seu efeito é irrelevante no ponto da rede onde a interface foi aplicada.

No entanto, há que se considerar que a interface ideal introduz erros proporcionais ao desbalanço de corrente no ponto onde é aplicada. A Seção 4.7 faz uma análise simplificada destes erros e a Seção 4.8 discute outras opções que podem facilitar a inclusão de equivalentes.

4.6 Exemplo Numérico

Um sistema simples de 4 barras, ilustrado na Figura 4.7, será utilizado para ilustrar numericamente o efeito da interface proposta na solução do fluxo de potência. O elemento de interface é um transformador abaixador. Ele conecta um alimentador de distribuição não-transposto com carga desbalanceada, a um sistema de transmissão balanceado, onde será aplicada a modelagem monofásica equivalente.

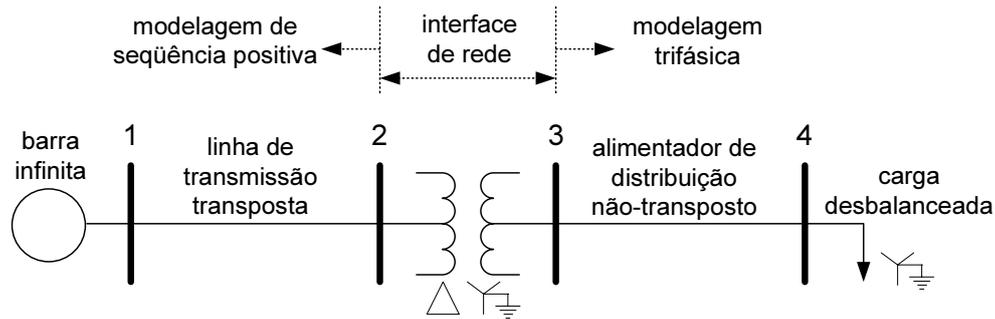


Figura 4.7: Sistema exemplo de 4 barras

Três casos são analisados e discutidos nos tópicos a seguir. Os dados para este sistema exemplo são os seguintes, com valores em pu na base 100 MVA:

- Linha de transmissão (transposta)

$$z^{pos} = 0.05 + j0.4 \text{ pu} \quad z^{zer} = 0.1 + j1.2 \text{ pu}$$

- Transformador (conexão Δ -Y aterrado com 30° em avanço)

$$z = 0.06 + j0.6 \text{ pu} \quad tap = 0.935 \text{ pu}$$

- Alimentador de distribuição (não-transposto)

$$z^{aa} = 1.45 + j0.68 \text{ pu} \quad z^{ab} = 0.54 + j0.17 \text{ pu}$$

$$z^{bb} = 1.45 + j0.68 \text{ pu} \quad z^{bc} = 0.54 + j0.17 \text{ pu}$$

$$z^{cc} = 1.45 + j0.68 \text{ pu} \quad z^{ac} = 0.54 + j0.12 \text{ pu}$$

- Carga desbalanceada (conexão Y aterrado, P_{cte})

$$S^a = 1.9 + j0.8 \text{ MVA}$$

$$S^b = 2.5 + j1.1 \text{ MVA}$$

$$S^c = 1.6 + j0.6 \text{ MVA}$$

4.6.1 Caso Base

No caso base, o transformador abaixador tem conexão Δ -Y aterrado. Injeções de corrente e coordenadas retangulares de tensão serão utilizadas nos dois subsistemas, e nenhuma admitância equivalente será inserida no circuito, isto é, as admitâncias equivalentes Y_{nrt}^{neg} e Y_{nrt}^{zer} serão consideradas infinitas.

A Tabela 4.1 compara os valores de magnitude e ângulo das tensões quando a solução é obtida com o algoritmo trifásico pleno e com a interface proposta, destacando o erro obtido com a formulação híbrida. Os valores em cinza são calculados após a convergência do algoritmo, mostrados somente para facilitar a comparação. Para o transformador com conexão Δ -Y aterrado, bloqueando seqüência zero, os erros obtidos são devidos somente à seqüência negativa não modelada no subsistema de transmissão e uma boa aproximação foi obtida. Note que a defasagem angular de 30° introduzida pelo transformador foi preservada pelo elemento de interface.

Tabela 4.1: Tensões para o sistema 4 barras - caso base

Barra	Trifásico Pleno		Monofásico \times Trifásico		Erro	
	pu	graus	pu	graus	E_V	E_θ
					%	graus
1A	1.0000	0.0	1.0000	0.0	0.00	0.00
1B	1.0000	-120.0	1.0000	-120.0	0.00	0.00
1C	1.0000	120.0	1.0000	120.0	0.00	0.00
2A	0.9882	-1.3	0.9840	-1.4	-0.43	-0.16
2B	0.9842	-121.7	0.9840	-121.4	-0.02	0.30
2C	0.9793	118.7	0.9840	118.6	0.48	-0.13
3A	1.0388	26.6	1.0338	26.7	-0.48	0.11
3B	1.0194	-94.2	1.0242	-94.0	0.47	0.19
3C	1.0372	147.4	1.0376	147.1	0.04	-0.30
4A	0.9794	27.2	0.9734	27.3	-0.61	0.10
4B	0.9061	-94.8	0.9121	-94.6	0.66	0.18
4C	0.9968	145.9	0.9975	145.7	0.07	-0.25

† Valores em cinza são calculados após a convergência.

A Tabela 4.2 compara o fluxo de potência em cada fase. Para o fluxo de potência total (somatório das três fases), uma boa aproximação também foi obtida. No entanto, para o fluxo de potência por fase, os maiores erros ocorreram no circuito de transmissão. Isto ocorreu porque o fluxo de potência entre as Barras 1 e 2 não foi calculado diretamente pelo algoritmo híbrido, mas calculado após a convergência

do fluxo de potência, assumindo que as três fases no subsistema de transmissão são supostamente balanceadas. Note ainda que o fluxo de potência indicado na linha ($2\Sigma \rightarrow 1\Sigma$) da Tabela 4.2 corresponde exatamente ao negativo do fluxo de potência indicado na linha ($2\Sigma \rightarrow 3\Sigma$). Isto é, nenhum resíduo adicional de potência, que não aquele associado à solução pelo método de Newton-Raphson, foi introduzido na Barra 2 de interface.

Tabela 4.2: Fluxo de potência para o sistema 4 barras - caso base

Da Barra	Para Barra	Trifásico Pleno		Monofásico \times Trifásico		Erro	
		MW	Mvar	MW	Mvar	E_P	E_Q
						%	%
1A	2A	1.909	0.766	2.174	1.090	-13.90	-42.34
1B	2B	2.593	1.026	2.174	1.090	16.15	-6.27
1C	2C	2.026	1.489	2.174	1.090	-7.32	26.77
1 Σ	2 Σ	6.528	3.281	6.523	3.271	0.08	0.30
2A	1A	-1.902	-0.715	-2.166	-1.019	-13.86	-42.56
2B	1B	-2.582	-0.932	-2.166	-1.019	16.12	-9.37
2C	1C	-2.016	-1.413	-2.166	-1.019	-7.42	27.86
2 Σ	1 Σ	-6.500	-3.060	-6.497	-3.058	0.05	0.07
2A	3A	1.902	0.715	1.900	0.706	0.11	1.26
2B	3B	2.582	0.932	2.570	0.946	0.46	-1.50
2C	3C	2.016	1.413	2.027	1.406	-0.55	0.50
2 Σ	3 Σ	6.500	3.060	6.497	3.058	0.05	0.07
3A	2A	-2.023	-0.830	-2.025	-0.831	-0.10	-0.12
3B	2B	-2.799	-1.267	-2.794	-1.266	0.18	0.08
3C	2C	-1.648	-0.667	-1.648	-0.665	0.00	0.30
3 Σ	2 Σ	-6.470	-2.764	-6.467	-2.762	0.05	0.07
3A	4A	2.023	0.830	2.025	0.831	-0.10	-0.12
3B	4B	2.799	1.267	2.794	1.266	0.18	0.08
3C	4C	1.648	0.667	1.648	0.665	0.00	0.30
3 Σ	4 Σ	6.470	2.764	6.467	2.762	0.05	0.07
4A	3A	-1.900	-0.800	-1.900	-0.800	0.00	0.00
4B	3B	-2.500	-1.100	-2.500	-1.100	0.00	0.00
4C	3C	-1.600	-0.600	-1.600	-0.600	0.00	0.00
4 Σ	3 Σ	-6.000	-2.500	-6.000	-2.500	0.00	0.00

A Tabela 4.3 mostra as parcelas real e imaginária dos resíduos de corrente em cada iteração, para os algoritmo trifásico pleno e híbrido. A convergência quadrática do método de Newton-Raphson não é afetada interface, uma vez que nenhuma aproximação é introduzida na matriz jacobiana. O número de condicionamento desta

matriz também não é afetado de forma significativa pelas operações de acoplamento realizadas no elemento de interface. As características de convergência são muito semelhantes nos dois casos.

Tabela 4.3: Característica de convergência para o sistema 4 barras - caso base

Iteração	Trifásico Pleno			Monofásico \times Trifásico		
	$ \Delta I_{re} _{max}$	$ \Delta I_{im} _{max}$	$\dagger \kappa$	$ \Delta I_{re} _{max}$	$ \Delta I_{im} _{max}$	$\dagger \kappa$
0	0.93×10^0	0.92×10^0	27.71	0.86×10^0	0.92×10^0	31.69
1	0.10×10^{-1}	0.18×10^{-1}	29.59	0.99×10^{-2}	0.18×10^{-1}	32.53
2	0.17×10^{-3}	0.45×10^{-4}	28.95	0.16×10^{-3}	0.45×10^{-4}	32.18
3	0.12×10^{-7}	0.14×10^{-7}	28.95	0.78×10^{-8}	0.12×10^{-7}	32.19
4	0.14×10^{-15}	0.17×10^{-15}	28.95	0.13×10^{-15}	0.31×10^{-15}	32.19

$\dagger \kappa = cond(\mathbf{J})$, número de condicionamento da matriz jacobiana na iteração corrente.

4.6.2 Transformador com Conexões Y aterrado

Para mostrar o efeito de um maior desbalanço nas aproximações introduzidas pela interface, a mesma condição do caso base foi analisada, porém com a conexão do transformador substituída para estrela aterrada em ambos os lados, permitindo que desbalanços de seqüência zero sejam propagados para o subsistema de transmissão. A Tabela 4.4 mostra uma nova comparação de magnitudes e ângulos das tensões, agora com erros maiores devido às impedâncias de seqüência negativa e zero não modeladas no subsistema de transmissão.

Note ainda que as magnitudes das tensões calculadas pela formulação híbrida são idênticas para as duas conexões de transformador, Δ -Y aterrado (Tabela 4.1) ou Y aterrado em ambos terminais (Tabela 4.4), diferindo apenas na defasagem angular de 30° . Isto ocorre porque a interface aplicada ao transformador aterrada implicitamente suas admitâncias de seqüência negativa e zero, independente de qual seja a sua conexão.

4.6.3 Representação das Admitâncias Equivalentes

A Tabela 4.5 mostra as magnitudes e ângulos das tensões, para o mesmo transformador com conexões Y aterrado, quando as admitâncias de seqüência negativa e zero são inseridas na interface, conforme procedimento descrito na Seção 4.5. Neste caso,

Tabela 4.4: Transformador com ambas as conexões Y aterrado

Barra	Trifásico Pleno		Monofásico × Trifásico		Erro	
	pu	graus	pu	graus	E_V	E_θ
					%	graus
1A	1.0000	0.0	1.0000	0.0	0.00	0.00
1B	1.0000	-120.0	1.0000	-120.0	0.00	0.00
1C	1.0000	120.0	1.0000	120.0	0.00	0.00
2A	0.9793	-0.9	0.9840	-1.4	0.48	-0.51
2B	0.9739	-122.4	0.9840	-121.4	1.04	0.98
2C	0.9985	119.0	0.9840	118.6	-1.45	-0.44
3A	1.0288	-2.8	1.0338	-3.3	0.49	-0.50
3B	1.0129	-125.0	1.0242	-124.0	1.12	1.04
3C	1.0534	117.6	1.0376	117.1	-1.50	-0.49
4A	0.9693	-2.6	0.9734	-2.8	0.42	-0.50
4B	0.8988	-125.6	0.9121	-124.6	1.48	1.04
4C	1.0136	116.1	0.9975	115.7	-1.59	-0.45

a solução é exata na rede de distribuição trifásica, e exata em valores de seqüência positiva na rede de transmissão. Note porém que nenhuma não-linearidade existe no subsistema de transmissão.

Tabela 4.5: Representação das admitâncias equivalentes

Barra	Trifásico Pleno		Monofásico × Trifásico		Erro	
	pu	graus	pu	graus	E_V	E_θ
					%	graus
1A	1.0000	0.0	1.0000	0.0	0.00	0.00
1B	1.0000	-120.0	1.0000	-120.0	0.00	0.00
1C	1.0000	120.0	1.0000	120.0	0.00	0.00
2A	0.9793	-0.9	0.9838	-1.4	0.46	-0.52
2B	0.9739	-122.4	0.9838	-121.4	1.02	0.97
2C	0.9985	119.0	0.9838	118.6	-1.47	-0.45
2+	0.9838	-1.4	0.9838	-1.4	0.00	0.00
3A	1.0288	-2.8	1.0288	-2.8	0.00	0.00
3B	1.0129	-125.0	1.0129	-125.0	0.00	0.00
3C	1.0534	117.6	1.0534	117.6	0.00	0.00
4A	0.9693	-2.6	0.9693	-2.6	0.00	0.00
4B	0.8988	-125.6	0.8988	-125.6	0.00	0.00
4C	1.0136	116.1	1.0136	116.1	0.00	0.00

4.6.4 Efeito de Cargas tipo Potência Constante no Equivalente Linear

Considerando agora a existência de carga tipo potência constante no subsistema de transmissão, a precisão do equivalente linear contido em Y_{nrt}^{neg} e Y_{nrt}^{zer} será afetada à medida que o desbalanço introduzido pelo subsistema de distribuição atinge esta carga, gerando reações externas não contempladas no equivalente Norton [91]. A Tabela 4.6 mostra este efeito quando uma segunda carga balanceada de (6.0+j2.5 MVA), tipo P_{cte} e conexão Y aterrado (igual à carga total do sistema de distribuição), é alocada no subsistema de transmissão, em sua Barra 2 de interface.

Tabela 4.6: Efeito de cargas tipo P_{cte} no equivalente linear

Barra	Trifásico Pleno		Monofásico × Trifásico		Erro	
	pu	graus	pu	graus	E_V	E_θ
					%	graus
1A	1.0000	0.0	1.0000	0.0	0.00	0.00
1B	1.0000	-120.0	1.0000	-120.0	0.00	0.00
1C	1.0000	120.0	1.0000	120.0	0.00	0.00
2A	0.9648	-2.3	0.9692	-2.8	0.46	-0.55
2B	0.9579	-123.8	0.9692	-122.8	1.18	1.03
2C	0.9850	117.7	0.9692	117.2	-1.60	-0.47
2+	0.9692	-2.8	0.9692	-2.8	0.00	0.01
3A	1.0129	-4.2	1.0127	-4.2	-0.02	-0.01
3B	0.9951	-126.6	0.9962	-126.5	0.11	0.02
3C	1.0387	116.2	1.0379	116.2	-0.08	-0.01
4A	0.9526	-3.6	0.9524	-3.6	-0.02	-0.01
4B	0.8781	-127.2	0.8794	-127.2	0.15	0.02
4C	0.9984	114.7	0.9976	114.7	-0.08	0.00

O erro máximo obtido com o equivalente linear foi de 0.15% na magnitude da tensão, pequeno se comparado ao erro máximo obtido com o equivalente ideal (1.59% na Tabela 4.4). Como discutido em [91] para a seqüência positiva, o equivalente Ward linear produz resultados aceitáveis para a maioria das aplicações práticas de fluxo de potência. Para as seqüências negativa e zero, as não-linearidades são ainda menores. Por exemplo, barras PV são insensíveis ao desbalanço se um filtro de seqüência positiva for aplicado ao regulador de tensão. No caso de aplicações de análise dinâmica, cargas e barras PV são substituídas por modelos de impedância constante ou geradores, respectivamente, e este efeito se anula ou desvanece.

4.7 Análise do Erro da Interface com Equivalentes Ideais

A Figura 4.8 ilustra de forma simplificada, utilizando equivalentes Thévenin para as redes externa (subsistema monofásico equivalente) e interna (subsistema trifásico) o efeito da impedância equivalente externa Z_{EXT} no desbalanço calculado. A análise é feita em componentes simétricos e separadamente para as redes de seqüência negativa e zero. As simplificações da análise decorrem do uso de equivalentes lineares, e do fato da impedância equivalente interna Z_{INT} de seqüência negativa ou zero estar desacoplada da seqüência positiva, o que corresponde a rede interna com elementos balanceados, com acoplamentos pontuais (defeitos ou carga desbalanceada) que introduzem uma tensão de desbalanço V vista pelo equivalente Thévenin. Na rede externa, as impedâncias estão desacopladas pela premissa inicial de subsistema balanceado.

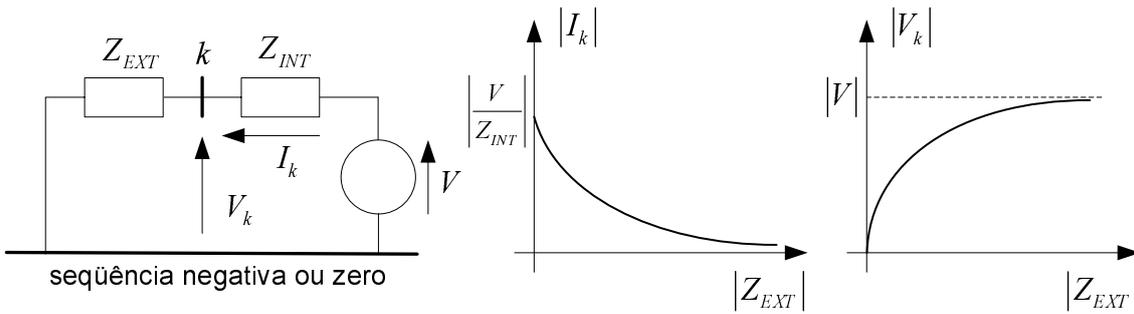


Figura 4.8: Efeito da impedância externa nas correntes e tensões de desbalanço

Os gráficos assumem ainda que o ângulo de Z_{EXT} é igual ou muito próximo do ângulo de Z_{INT} . Nestas condições, subestimar a impedância externa implica em sobreavaliar a corrente de desbalanço I_k que atravessa a interface e subavaliar a tensão de desbalanço V_k naquela barra.

Desta forma, a corrente de desbalanço I_k injetada em cada barra da fronteira entre os dois subsistemas pode servir como um indicador¹ para a aproximação obtida com a interface com equivalentes ideais, que considera implicitamente Z_{EXT} nulo. Se I_k for pequeno, isto significa que a relação entre V e Z_{INT} é pequena o bastante, indicando que os resultados calculados para as seqüências negativa e zero são pouco

¹Mas não como um limite superior para a corrente de desbalanço real, devido à possibilidade de grandes diferenças de ângulo entre Z_{EXT} e Z_{INT} , como por exemplo, no caso da presença de significativa capacitância na área externa, próximo da fronteira.

sensíveis ao valor de Z_{EXT} .

Tomando I_k como uma boa estimativa para a corrente de desbalanço real, o erro de tensão na interface pode ser calculado simplesmente como:

$$\Delta V_k = Z_{EXT} \times I_k \quad (4.37)$$

Uma vez que o valor de Z_{EXT} é a princípio desconhecido para as seqüências negativa e zero, os fatores de desbalanço das correntes m_2 e m_0 , calculados da forma:

$$m_2 = \frac{|I_k^{neg}|}{|I_k^{pos}|} \quad (4.38)$$

$$m_0 = \frac{|I_k^{zer}|}{|I_k^{pos}|} \quad (4.39)$$

tornam-se mais adequados para esta análise do que os valores absolutos de I_k . Eles fornecem uma base comparativa com a corrente de seqüência positiva que atravessa a interface, e cuja impedância equivalente externa é praticamente igual à impedância de seqüência negativa (com diferenças somente nas resistências das máquinas girantes) e da mesma ordem de grandeza da impedância de seqüência zero.

4.8 Variações da Interface Proposta

A interface de rede proposta na Seção 4.3 admite algumas variações na forma como o elemento série é modelado, ou ainda na forma como as suas barras terminais são modeladas.

4.8.1 Elemento de Interface com Representação de Seqüência Positiva

Neste caso, ilustrado na Figura 4.9, o elemento de interface é representado somente na seqüência positiva, mas considera-se que suas admitâncias de seqüência negativa e zero estão disponíveis para o cálculo de equivalentes.

A ação dos operadores matriciais para ajuste das injeções se desloca do terminal k para o terminal m . As equações correspondentes às equações (4.7) e (4.8) ficam da forma:

$$I_k^{pos} = (Y_{sht_k}^{pos} + Y_{ser}^{pos}) V_k^{pos} + (-Y_{ser}^{pos}) \mathbf{T}_2 \mathbf{V}_m^{abc} \quad (4.40)$$

$$\mathbf{I}_m^{abc} = \mathbf{T}_1 (-Y_{ser}^{pos}) V_k^{pos} + \mathbf{T}_1 (Y_{sht_m}^{pos} + Y_{ser}^{pos}) \mathbf{T}_2 \mathbf{V}_m^{abc} \quad (4.41)$$

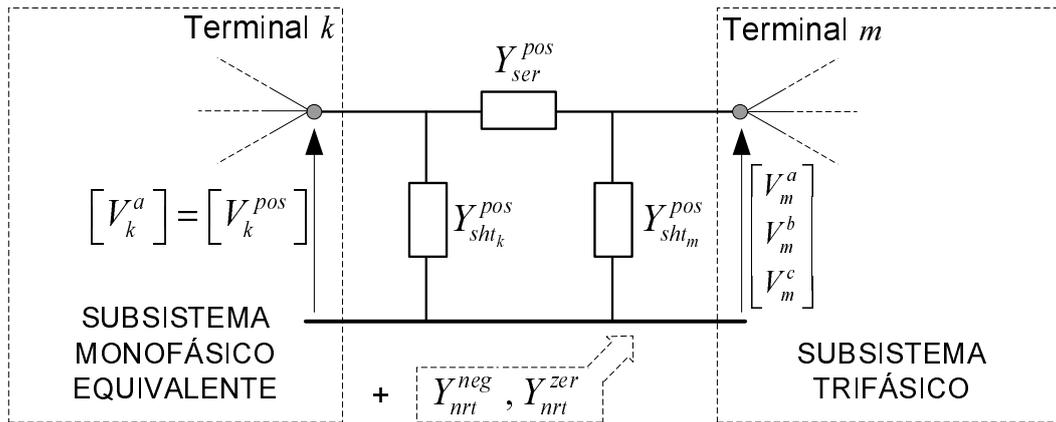


Figura 4.9: Elemento de interface com representação de seqüência positiva

O cálculo do equivalente Norton deve efetuado diretamente no terminal m , incluindo as admitâncias de seqüências negativa e zero do elemento de interface. As admitâncias equivalentes devem ser necessariamente incluídas como *shunts*, pois o terminal k deixa de estar aterrado para as seqüências negativa e zero, estando o circuito aberto para estas seqüências no terminal m . Como este terminal tem modelagem em componentes de fase, o equivalente *shunt* deve convertido para componentes de fase. Equivalentes multiterminais ainda não podem ser facilmente incluídos. Assim, esta variação não é particularmente atrativa, podendo ser considerada uma simplificação da interface com o elemento série trifásico.

4.8.2 Terminal k com Representação Trifásica

Neste caso, ilustrado na Figura 4.10, o terminal k tem representação trifásica em componentes simétricos. A modelagem do subsistema monofásico equivalente se inicia a partir do nó de seqüência positiva deste terminal. Os nós de seqüência negativa e zero são retidos na formulação, sendo calculadas suas tensões.

Equivalentes simples ou multiterminais podem ser conectados aos nós de seqüência negativa e zero, sem nenhuma interferência no elemento de interface, mas eles devem ser necessariamente incluídos, ou o circuito estaria aberto no terminal k para estas seqüências. Os operadores matriciais para ajuste das injeções fazem agora a transformação completa fase-seqüência. As expressões correspondentes a (4.7) e (4.8) ficam da forma:

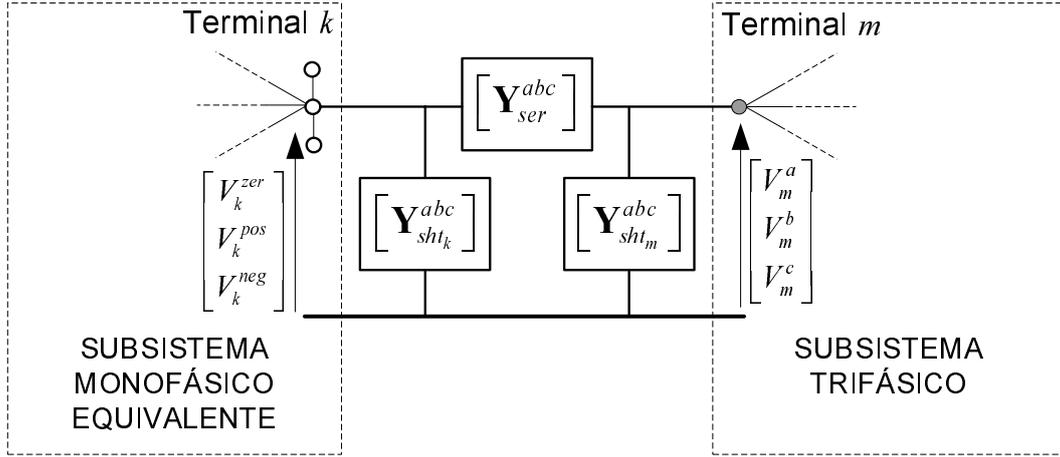


Figura 4.10: Terminal k com representação trifásica

$$\mathbf{I}_k^{012} = \mathbf{T}_S^{-1} (\mathbf{Y}_{sht_k}^{abc} + \mathbf{Y}_{ser}^{abc}) \mathbf{T}_S \mathbf{V}_k^{012} + \mathbf{T}_S^{-1} (-\mathbf{Y}_{ser}^{abc}) \mathbf{V}_m^{abc} \quad (4.42)$$

$$\mathbf{I}_m^{abc} = (-\mathbf{Y}_{ser}^{abc}) \mathbf{T}_S \mathbf{V}_k^{012} + (\mathbf{Y}_{sht_m}^{abc} + \mathbf{Y}_{ser}^{abc}) \mathbf{V}_m^{abc} \quad (4.43)$$

onde \mathbf{T}_S é a matriz de transformação completa para componentes simétricos. Os operadores \mathbf{T}_1 e \mathbf{T}_2 definidos em (4.5) e (4.6) são as partições de seqüência positiva de \mathbf{T}_S e sua inversa, respectivamente.

Linearizando (4.42) e (4.43), obtém-se:

$$\Delta \mathbf{I}_k^{012} = \mathbf{T}_{F2S} \mathbf{J}_{kk}^{abc} \mathbf{T}_{S2F} \Delta \mathbf{V}_k^{012} + \mathbf{T}_{F2S} \mathbf{J}_{km}^{abc} \Delta \mathbf{V}_m^{abc} \quad (4.44)$$

$$\Delta \mathbf{I}_m^{abc} = \mathbf{J}_{mk}^{abc} \mathbf{T}_{S2F} \Delta \mathbf{V}_k^{012} + \mathbf{J}_{mm}^{abc} \Delta \mathbf{V}_m^{abc} \quad (4.45)$$

onde \mathbf{T}_{F2S} e \mathbf{T}_{S2F} são as matrizes de transformação linearizadas definidas em (2.21) e (2.22). Os operadores \mathbf{T}_4 e \mathbf{T}_3 definidos em (4.21) e (4.20) são suas respectivas partições de seqüência positiva.

No caso de equações de potência, não é possível construir operadores matriciais equivalentes a \mathbf{T}_5 e \mathbf{T}_6 , (4.26) e (4.29) respectivamente, capazes de realizar a transformação completa \mathbf{S}^{abc} em \mathbf{S}^{012} , e expressões específicas devem ser desenvolvidas.

Esta variação é um pouco mais flexível que a interface original com o terminal k de seqüência positiva, embora com um pequeno aumento do esforço computacional para o cálculo das tensões de seqüência negativa e zero neste terminal e dos blocos de acoplamento 6×6 . Com ela seria possível, por exemplo, estender a modelagem

de seqüência negativa e zero a partir do terminal k , com parte do sistema modelado em componentes de fase e parte em componentes simétricos. Ela corresponde a uma forma mais geral para representação de dispositivos série, incluindo acoplamentos fase-seqüência em seus dois terminais de ligação.

4.9 Forma Geral para Representação de Dispositivos Série

A Figura 4.11 ilustra a forma geral para representação de dispositivos série, análoga à forma geral para dispositivos *shunt* da Figura 3.21. Ela apresenta um modelo em componentes simétricos acoplado às suas duas barras terminais com modelagem em componentes de fase, empregando formulação de injeções de corrente. Outras variações podem ser construídas para dispositivo ou barras terminais com modelagem diferente, fase ou seqüência, trifásico ou monofásico equivalente, aplicando os blocos de transformação adequados.

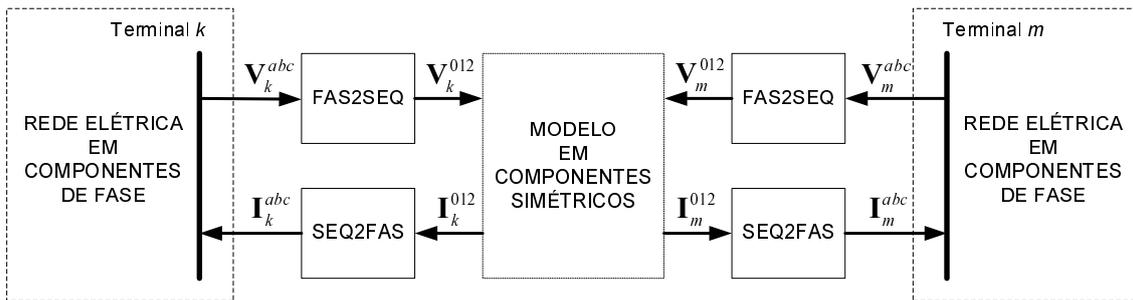


Figura 4.11: Forma geral para representação de dispositivos série

A interface de rede foi formulada a partir das expressões de injeção de corrente (4.1) e (4.2) de um elemento π passivo, o qual não possui estados internos. As respectivas expressões linearizadas (4.9) e (4.10) fornecem contribuições apenas para a submatriz jacobiana \mathbf{J}_4 . Para modelos com estados internos, como por exemplo transformadores com variação automática de *tape*, tensões terminais (ou tensões em barras remotas tomadas para controle) e injeções de corrente que interagem com estes estados também devem ser transformadas pelos operadores de acoplamento, gerando contribuições para as submatrizes jacobiana \mathbf{J}_2 e \mathbf{J}_3 . Estas contribuições estão representadas de forma genérica em (4.46).

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ \Delta \mathbf{F} \\ \vdots \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{I}_k^{abc} \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{I}_m^{abc} \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddots & \vdots & & & \vdots & & & \\ \cdots & [\mathbf{J}_1] & \cdots & \cdots & [\mathbf{J}_{2k}^{012}] [\mathbf{T}_{F2S}] & \cdots & [\mathbf{J}_{2m}^{012}] [\mathbf{T}_{F2S}] & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & & \vdots & & \vdots & \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \vdots & & \vdots & \\ \cdots & [\mathbf{T}_{S2F}] [\mathbf{J}_{3k}^{012}] & \cdots & \cdots & [\mathbf{T}_{S2F}] [\mathbf{J}_{4kk}^{012}] [\mathbf{T}_{F2S}] & \cdots & [\mathbf{T}_{S2F}] [\mathbf{J}_{4km}^{012}] [\mathbf{T}_{F2S}] & \cdots \\ \vdots & \vdots & & & \vdots & \ddots & \vdots & \\ \cdots & [\mathbf{T}_{S2F}] [\mathbf{J}_{3m}^{012}] & \cdots & \cdots & [\mathbf{T}_{S2F}] [\mathbf{J}_{4mk}^{012}] [\mathbf{T}_{F2S}] & \cdots & [\mathbf{T}_{S2F}] [\mathbf{J}_{4mm}^{012}] [\mathbf{T}_{F2S}] & \cdots \\ \vdots & \vdots & & & \vdots & & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ \Delta \mathbf{x} \\ \vdots \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{V}_k^{abc} \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{V}_m^{abc} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (4.46)$$

A equação (4.47) mostra as contribuições para a matriz jacobiana da correspondente forma geral de representação de dispositivos *shunt*, ilustrada na Figura 3.21.

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ \Delta \mathbf{F} \\ \vdots \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{I}_k^{abc} \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddots & \vdots & & & \vdots & & & \\ \cdots & [\mathbf{J}_1] & \cdots & \cdots & [\mathbf{J}_{2k}^{012}] [\mathbf{T}_{F2S}] & \cdots & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & & \vdots & & & \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \vdots & & & \\ \cdots & [\mathbf{T}_{S2F}] [\mathbf{J}_{3k}^{012}] & \cdots & \cdots & [\mathbf{T}_{S2F}] [\mathbf{J}_{4kk}^{012}] [\mathbf{T}_{F2S}] & \cdots & & \\ \vdots & \vdots & & & \vdots & & \ddots & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ \Delta \mathbf{x} \\ \vdots \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{V}_k^{abc} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (4.47)$$

4.10 Considerações Finais

Neste capítulo foram estendidas para dispositivos série as idéias desenvolvidas no Capítulo 3 para acoplamentos de dispositivos *shunt* na rede elétrica. Isto permitiu desenvolver uma interface para acoplar redes com modelagem trifásica e redes com modelagem monofásica equivalente, compatível com a formulação do problema de análise dinâmica do SEE definido pelo sistema de equações algébrico-diferencial (3.1), e com solução convencional pelo método de Newton-Raphson.

Os operadores matriciais \mathbf{T}_S , \mathbf{T}_S^{-1} , \mathbf{T}_1 e \mathbf{T}_2 podem ser utilizados diretamente no cálculo das injeções nodais ou agregados à matriz $\mathbf{Y}_{\text{barra}}$ para o cálculo de tensões. As correspondentes versões linearizadas \mathbf{T}_{S2F} , \mathbf{T}_{F2S} , \mathbf{T}_3 e \mathbf{T}_4 devem ser agregadas à matriz jacobiana do método de Newton-Raphson. Esta abordagem facilita o entendimento e a implementação de modelos trifásicos em aplicativos convencionais para análise do SEE, sem o emprego de recursos de diferenciação automática.

Resultados

5.1 Considerações Iniciais

Neste capítulo serão apresentados os resultados numéricos obtidos neste trabalho de tese. Os seguintes sistemas serão analisados:

- a) Sistema WSCC 9 barras e 3 geradores;
- b) Sistema TPC 24 barras e 8 geradores;
- c) Sistema IEEE 118 barras alimentando um sistema de distribuição de 37 barras;
- d) Sistema Sul-Sudeste Brasileiro 730 barras e 82 geradores;
- e) Sistema Sul-Sudeste Brasileiro 1916 barras e 198 geradores.

Para os sistemas WSCC 9 barras e Sul-Sudeste Brasileiro 730 barras, serão realizadas simulações dinâmicas com modelos trifásicos. Para os demais sistemas, serão realizadas somente análises de fluxo de potência. Uma modelagem híbrida trifásica \times monofásica será avaliada nos sistemas c), d) e e). O desempenho computacional da ferramenta será avaliado no sistema de 730 barras.

5.2 Sistema WSCC 9 Barras

Os modelos desenvolvidos neste trabalho de tese foram inicialmente avaliados no Sistema WSCC, de 9 barras e 3 geradores, encontrado na referência [98] e ilustrado na Figura 5.1. Embora de pequeno porte, ele é um sistema multimáquinas frequentemente utilizado na literatura como sistema modelo para avaliação de diferentes técnicas de simulação.

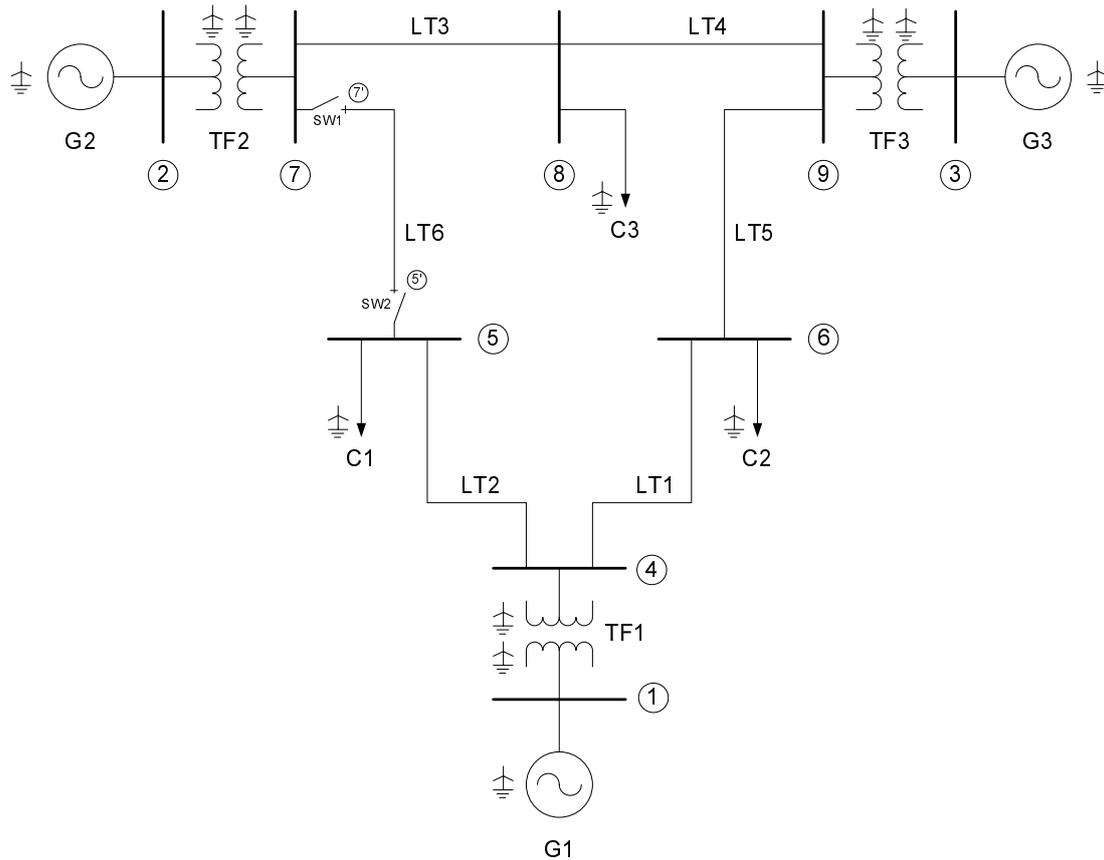


Figura 5.1: Sistema WSCC (9 barras e 3 geradores)

As linhas de transmissão LT1 a LT6 foram mantidas em representação balanceada (circuitos com transposição de fases), assumindo-se valores típicos para impedâncias série e admitâncias *shunt* de seqüência zero. O desbalanceamento em regime permanente será introduzido nas cargas C1 a C3, mantendo-se o carregamento por barra e a potência ativa gerada por máquina, G1 a G3. Estas estão conectadas à rede de transmissão por seu respectivo transformador elevador TF1 a TF3, sendo G1 a máquina de referência. Todos os componentes são considerados com ligação estrela aterrada. Os dados relevantes estão sumarizados nas Tabelas 5.1 a 5.3 e a Tabela 5.4 mostra o ponto de operação balanceado original, conforme apresentado em [98].

Tabela 5.1: Dados de transformadores e linhas de transmissão

Parâmetro	TF1	TF2	TF3	LT1	LT2	TL3	LT4	LT5	LT6
$R^{pos,neg}$	0.0	0.0	0.0	0.017	0.010	0.0085	0.0119	0.039	0.032
R^{zer}	0.0	0.0	0.0	$= 3 \times R^{pos}$					
$X^{pos,neg}$	0.0576	0.0625	0.0586	0.092	0.085	0.0720	0.1008	0.170	0.161
X^{zer}	$= X^{pos}$			$= 3 \times X^{pos}$					
$B^{pos,neg}$	-	-	-	0.158	0.176	0.149	0.209	0.358	0.306
B^{zer}	-	-	-	$= 0.5 \times B^{pos}$					

* Valores em pu na base 100MVA

Tabela 5.2: Dados dos geradores

Gerador	G1	G2	G3
tipo	pólos salientes	rotor liso	rotor liso
MVA	247.5	192.0	128.0
H (s)	9.552	3.333	2.352
X_d (pu)	0.36135	1.72	1.68
X_q (pu)	0.23983	1.66	1.61
X'_d (pu)	0.2	0.3	0.3
X'_q (pu)	-	0.378	0.32
X''_d (pu)	0.1505	0.23	0.2321
X''_q (pu)	0.1505	0.23	0.2321
T'_{do} (s)	8.96	6.00	5.89
T'_{qo} (s)	-	0.535	0.6
T''_{do} (s)	0.03	0.03	0.03
T''_{qo} (s)	0.07	0.07	0.07
R_a (pu)	0.003	0.003	0.003
R_{neg} (pu)	0.15	0.15	0.15
X_{zer} (pu)	0.05	0.05	0.05
X_{neg} (pu)	0.1505	0.23	0.2321

* Valores em pu na base nominal da máquina

Tabela 5.3: Dados dos reguladores de tensão

Gerador	G1	G2	G3
K_a (pu)	40.0	40.0	40.0
T_a (s)	0.02	0.02	0.02
V_{min} (pu)	-6.4	-6.4	-6.4
V_{max} (pu)	7.0	7.0	7.0

Tabela 5.4: Fluxo de potência - caso monofásico equivalente

Barra		Tensão		Geração		Carga	
No.	Tipo	pu	graus	MW	Mvar	MW	Mvar
1	$V\theta$	1.0400	0.00	71.64	27.06		
2	PV	1.0250	9.28	163.00	6.66		
3	PV	1.0250	4.66	85.00	-10.86		
4	PQ	1.0257	-2.22				
5	PQ	0.9956	-3.99			125.00	50.00
6	PQ	1.0126	-3.69			90.00	30.00
7	PQ	1.0257	3.72				
8	PQ	1.0158	0.73			100.00	35.00
9	PQ	1.0323	1.97				

Para as análises de dinâmica, foram acrescentados modelos de primeira ordem para as excitatrizes e reguladores automáticos de tensão (RAT) dos geradores. Exceto quando indicado em contrário, filtros de seqüência positiva serão empregados para a tensão regulada (Figura 5.2).

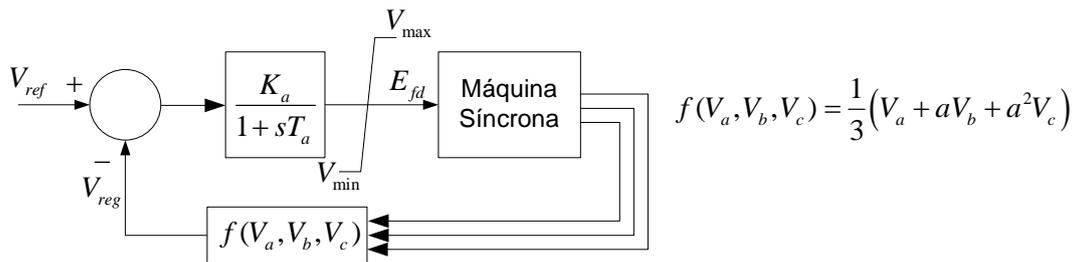


Figura 5.2: Excitatriz e regulador de tensão

5.2.1 Fluxo de Potência Trifásico

Para avaliar os modelos de regime permanente para máquinas síncronas desenvolvidos no Capítulo 3, alguns casos de fluxo de potência foram analisados. Foi utilizado o aplicativo de Fluxo de Potência Generalizado, com equações de corrente e tensões em coordenadas retangulares. A formulação é em componentes de fase, mas os componentes simétricos das tensões também são apresentados para avaliação do grau de desbalanço.

A matriz jacobiana estendida construída pelo aplicativo de Fluxo de Potência Generalizado é mostrada na Figura 5.3. Os modelos de gerador PV e $V\theta$ introduzem dois estados por gerador, \hat{I}_{re} e \hat{I}_{im} , representando a tensão balanceada gerada na

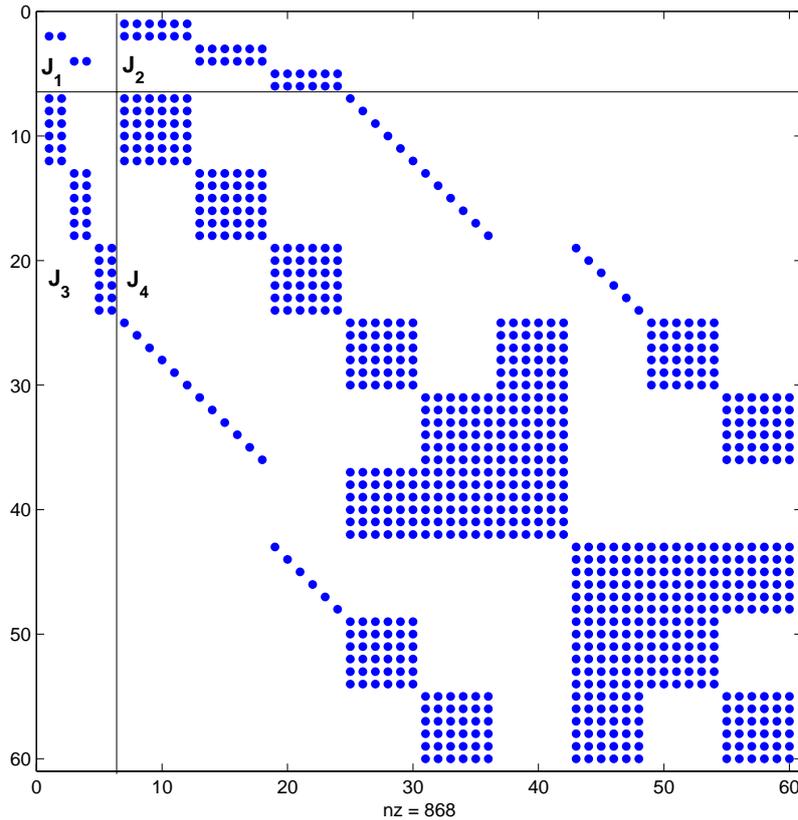


Figura 5.3: Matriz jacobiana do fluxo de potência trifásico

barra interna (fonte de corrente do equivalente Norton). As equações algébricas introduzidas correspondem às seis primeiras linhas da matriz jacobiana. Uma vez que estas barras estão conectadas apenas às barras terminais dos geradores, nenhuma nova ligação no grafo da rede é criada, e o esforço computacional na solução do sistema linear não é significativamente alterado.

Para todos os casos analisados, foi empregada a formulação em injeções de corrente com modelagem trifásica em todas as barras do sistema.

5.2.1.1 Casos 1 e 2

No Caso 1, o desbalanço introduzido nas cargas (tipo P_{cte}) pode ser considerado elevado, com correntes de seqüência negativa nos geradores G1, G2 e G3 de 6.5%, 5.8% e 5.7% respectivamente¹. No Caso 2, todas as cargas foram deslocadas para as fases b e c , e as correntes de seqüência negativa são de 35.5%, 30.6% e 33.9% respectivamente, representando uma situação irreal para condições de regime permanente,

¹Os geradores síncronos são por norma construídos para suportar de 8 a 10% de corrente seqüência negativa em regime.

porém útil para avaliar os efeitos do desbalanço nos controles e na convergência do método. Os resultados são mostrados nas Tabelas 5.5 e 5.6, e foram comparados com os resultados obtidos com o programa DIgSILENT Power Factory [14].

Observa-se ainda que apesar dos reguladores ajustarem as tensões terminais de seqüência positiva nos valores especificados, considerável desbalanço de tensão ainda existe nestas barras, como mostrado nas Tabelas 5.5 e 5.6, linhas referentes às tensões em componentes simétricos nas barras 1 a 3.

5.2.1.2 Caso 3

Este caso foi analisado com o objetivo de ilustrar a flexibilidade de modelagem proporcionada pela estrutura MDU, verificar condições de convergência e avaliar o efeito dos reguladores de tensão em condições de grande desbalanço em regime permanente. A Tabela 5.7 apresenta o resultado parcial do fluxo de potência² para a mesma configuração de carga do Caso 2 (Tabela 5.6), porém com os reguladores de tensão dos geradores implementados com três outras funções de regulação:

- gerador G1: magnitude da tensão fase-neutro V^{an} ;
- gerador G2: magnitude da tensão fase-fase V^{bc} ;
- gerador G3: média aritmética das magnitudes das três tensões fase-neutro.

Algumas destas funções podem ser encontradas em modelos antigos ou mais simples de RAT, para uso em pequenos geradores de aplicação industrial ou de cogeração. A função de média das tensões produziu praticamente os mesmos resultados do filtro de seqüência positiva. Por não monitorar todas as fases, as outras duas funções são, naturalmente, mais afetadas por grandes desbalanços de tensão em regime. Uma determinada fase não medida pode atingir valores desfavoráveis. A resposta dinâmica também será consideravelmente diferente para defeitos desbalanceados. No gerador G2, por exemplo, com o RAT medindo tensão V^{bc} , a tensão na fase a atingiu 1.2 pu, além de não ser excitado para um defeito à terra nesta fase.

Embora diferentes funções de regulação produzam diferentes tensões de excitação, nenhuma redução considerável no desbalanço das tensões terminais, em condições estáticas, pode ser obtida com um ou outro modelo de RAT (ver tensões V^{neg} e

²Somente as barras de geração são listadas. O programa DIgSILENT Power Factory não permite representar RATs regulando tensão entre fases, não sendo possível realizar a comparação.

Tabela 5.5: Resultados do fluxo de potência trifásico - Caso 1

Barra		FASEE				DigSILENT				Ambos	
N ^o Tipo	Fase Seq.	Tensão		Geração		Tensão		Geração		Carga	
		pu	graus	MW	Mvar	pu	graus	MW	Mvar	MW	Mvar
1 <i>Vθ</i>	A	1.0445	-0.43	19.00	8.72	1.0445	-0.43	19.01	8.67		
	B	1.0239	-120.22	34.65	16.96	1.0240	-120.22	34.62	16.88		
	C	1.0516	120.64	18.48	3.45	1.0516	120.64	18.48	3.41		
	Σ			72.13	29.13			72.11	28.96		
	+	1.0400	0.00			1.0400	0.00				
	-	0.0137	-60.23			0.0137	-60.23				
0	0.0046	119.63			0.0047	119.70					
2 <i>PV</i>	A	1.0366	8.97	48.47	-0.48	1.0366	8.94	48.46	-0.48		
	B	1.0053	-111.19	60.38	10.19	1.0050	-111.22	60.39	10.20		
	C	1.0331	129.98	54.15	-1.60	1.0331	129.95	54.15	-1.62		
	Σ			163.00	8.11			163.00	8.10		
	+	1.0250	9.25			1.0250	9.23				
	-	0.0159	-32.59			0.0159	-32.56				
0	0.0053	101.80			0.0054	101.77					
3 <i>PV</i>	A	1.0331	4.20	25.68	-3.96	1.0332	4.18	25.67	-3.97		
	B	1.0068	-115.73	32.85	0.58	1.0068	-115.75	32.85	0.56		
	C	1.0351	125.42	26.47	-6.42	1.0351	125.40	26.48	-6.43		
	Σ			85.00	-9.80			85.00	-9.83		
	+	1.0250	4.63			1.0250	4.62				
	-	0.0156	-45.59			0.0157	-45.57				
0	0.0046	118.46			0.0046	118.44					
4 <i>PQ</i>	A	1.0305	-2.18			1.0306	-2.18				
	B	0.9970	-123.58			0.9972	-123.58				
	C	1.0464	118.98			1.0464	118.98				
	+	1.0245	-2.24			1.0246	-2.24				
	-	0.0212	-42.43			0.0212	-42.41				
	0	0.0179	122.17			0.0179	122.24				
5 <i>PQ</i>	A	1.0073	-0.78			1.0075	-0.79			30.00	15.00
	B	0.9230	-128.57			0.9235	-128.55			55.00	20.00
	C	1.0522	116.82			1.0523	116.83			40.00	15.00
	Σ									125.00	50.00
	+	0.9926	-4.04			0.9929	-4.03				
	-	0.0335	-20.56			0.0334	-20.51				
0	0.0693	101.93			0.0692	101.97					
6 <i>PQ</i>	A	0.9902	-4.11			0.9903	-4.11			35.00	15.00
	B	0.9909	-125.87			0.9911	-125.87			30.00	10.00
	C	1.0537	118.68			1.0537	118.67			25.00	5.00
	Σ									90.00	30.00
	+	1.0111	-3.72			1.0112	-3.72				
	-	0.0251	-62.40			0.0251	-62.41				
0	0.0369	152.87			0.0369	152.92					
7 <i>PQ</i>	A	1.0411	4.14			1.0412	4.11				
	B	0.9927	-117.71			0.9928	-117.74				
	C	1.0406	124.56			1.0407	124.53				
	+	1.0247	3.69			1.0247	3.66				
	-	0.0220	-22.67			0.0221	-22.65				
	0	0.0182	104.22			0.0183	104.19				
8 <i>PQ</i>	A	1.0335	2.43			1.0335	2.41			25.00	10.00
	B	0.9642	-121.67			0.9642	-121.69			40.00	15.00
	C	1.0472	121.13			1.0472	121.10			35.00	10.00
	Σ									100.00	35.00
	+	1.0145	0.69			1.0145	0.66				
	-	0.0244	-19.42			0.0245	-19.40				
0	0.0402	97.11			0.0402	97.09					
9 <i>PQ</i>	A	1.0408	1.79			1.0409	1.78				
	B	1.0074	-119.00			1.0075	-119.01				
	C	1.0470	122.96			1.0470	122.94				
	+	1.0316	1.93			1.0317	1.91				
	-	0.0194	-38.75			0.0194	-38.72				
	0	0.0115	120.52			0.0116	120.50				

Tabela 5.6: Resultados do fluxo de potência trifásico - Caso 2

Barra		FASEE				DIGSILENT				Ambos	
Nº Tipo	Fase Seq.	Tensão		Geração		Tensão		Geração		Carga	
		pu	graus	MW	Mvar	pu	graus	MW	Mvar	MW	Mvar
1 <i>Vθ</i>	A	1.1252	0.85	-26.24	-17.54	1.1251	0.86	-26.18	-17.56		
	B	0.9841	-123.80	59.06	40.72	0.9843	-123.80	58.98	40.48		
	C	1.0141	122.74	44.85	32.31	1.0140	122.73	44.82	32.25		
	Σ			77.67	55.49			77.62	55.18		
	+	1.0400	0.00			1.0400	0.00				
	-	0.0753	-0.44			0.0753	-0.32				
	0	0.0198	60.73			0.0198	60.71				
2 <i>PV</i>	A	1.1196	9.95	24.90	-19.64	1.1197	9.93	24.85	-19.67		
	B	0.9706	-115.37	73.06	25.70	0.9707	-115.41	73.06	25.67		
	C	0.9891	132.08	65.04	19.82	0.9890	132.05	65.09	19.83		
	Σ			163.00	25.88			163.00	25.83		
	+	1.0250	8.96			1.0250	8.93				
	-	0.0840	11.68			0.0841	11.76				
	0	0.0187	64.70			0.0187	64.62				
3 <i>PV</i>	A	1.1281	5.99	2.71	-17.28	1.1281	5.98	2.71	-17.29		
	B	0.9758	-121.03	44.34	13.56	0.9769	-121.05	44.33	13.51		
	C	0.9770	127.30	37.95	8.36	1.0250	127.28	37.96	8.36		
	Σ			85.00	4.64			85.00	4.58		
	+	1.0250	4.18			1.0250	4.17				
	-	0.0937	14.46			0.0938	14.54				
	0	0.0215	65.45			0.0215	65.41				
4 <i>PQ</i>	A	1.1528	2.86			1.1528	2.86				
	B	0.9184	-130.28			0.9191	-130.27				
	C	0.9621	118.18			0.9621	118.18				
	+	1.0066	-2.60			1.0068	-2.60				
	-	0.1167	17.36			0.1167	17.48				
	0	0.0764	63.27			0.0762	63.25				
	5 <i>PQ</i>	A	1.2342	8.32			1.2339	8.30			0.00
B		0.7375	-138.20			0.7392	-138.13			62.50	25.00
C		0.9554	109.09			0.9570	-4.64			62.50	25.00
Σ										125.00	50.00
+		0.9565	-4.65			0.9570	-4.64				
-		0.1596	21.85			0.1595	21.99				
0		0.2301	58.68			0.2292	58.66				
6 <i>PQ</i>	A	1.2191	6.49			1.2191	6.48			0.00	0.00
	B	0.8096	-135.44			0.8102	-135.42			45.00	15.00
	C	0.9624	111.41			0.9623	111.40			45.00	15.00
	Σ									90.00	30.00
	+	0.9838	-4.30			0.9840	-4.31				
	-	0.1470	22.53			0.1470	22.63				
	0	0.1816	58.70			0.1814	58.66				
7 <i>PQ</i>	A	1.1533	7.88			1.1534	7.87				
	B	0.9317	-124.09			0.9319	-124.12				
	C	0.9595	124.70			0.9594	124.66				
	+	1.0109	3.22			1.0110	3.19				
	-	0.1165	21.59			0.1166	21.68				
	0	0.0634	67.13			0.0635	67.05				
	8 <i>PQ</i>	A	1.1949	9.18			1.1951	9.17			0.00
B		0.8551	-129.93			0.8554	-129.95			50.00	17.50
C		0.9641	117.58			0.9639	117.55			50.00	17.50
Σ										100.00	35.00
+		0.9950	0.05			0.9951	0.03				
-		0.1369	25.98			0.1370	26.05				
0		0.1436	64.66			0.1437	64.61				
9 <i>PQ</i>	A	1.1550	5.78			1.1551	5.77				
	B	0.9548	-125.83			0.9551	-125.85				
	C	0.9643	123.24			0.9642	123.22				
	+	1.0209	1.38			1.0210	1.37				
	-	0.1159	21.30			0.1160	21.38				
	0	0.0536	67.51			0.0537	67.47				

Tabela 5.7: Resultados do fluxo de potência trifásico - Caso 3

Barra		FASEE			
No.	Fase	Tensão		Geração	
Tipo	Ref.	pu	graus	MW	Mvar
1 <i>Vθ</i>	A	1.0400	0.00	-21.60	-37.48
	B	0.8898	-124.76	56.61	24.50
	C	0.9322	122.50	44.44	12.61
	Σ			79.75	-0.37
	<i>V_{an}</i>	1.0400			
	+	0.9527	-0.67		
	-	0.0770	-5.46		
0	0.0212	59.99			
2 <i>PV</i>	A	1.2044	6.62	20.69	4.01
	B	1.0522	-118.23	77.47	51.70
	C	1.0761	128.72	64.84	42.33
	Σ			163.00	98.04
	<i>V_{bc}</i>	1.0250			
	+	1.1095	5.77		
	-	0.0845	6.95		
0	0.0191	63.62			
3 <i>PV</i>	A	1.1274	3.83	2.61	-19.13
	B	0.9689	-123.02	44.65	13.36
	C	0.9786	125.49	37.74	0.94
	Σ			85.00	
	<i>V_{med}</i>	1.0250			
	+	1.0229	2.20		
	-	0.0945	9.82		
0	0.0221	64.37			

V^{zer} das barras 1 a 3 na Tabelas 5.6 e 5.7). Este desbalanço é primariamente determinado pelas impedâncias de seqüência negativa e zero do gerador, e pelo desbalanço nas correntes de armadura.

5.2.1.3 Caso 4

Para avaliar efeitos da chave trifásica com representação não ideal (resistência de baixo valor entre pólos fechados), foi avaliado o Caso 4. A configuração é a mesma do Caso 2, porém a linha de transmissão LT6 opera com a fase *a* aberta em ambos os terminais. Os resultados parciais são exibidos na Tabela 5.8³. As barras 5' e 7', internas às chaves SW1 e SW2, são criadas automaticamente pelo configurador. Elas exibem, para condições de regime permanente, a tensão induzida na fase aberta *a*

³Somente as barras terminais de LT6 são listadas. O programa DIGSILENT Power Factory não permite o cálculo de fluxo de potência para condições de chave com abertura monopolar, não sendo possível realizar a comparação.

da linha de transmissão, sustentada por acoplamentos capacitivos e indutivos com as fases sãs b e c .

Tabela 5.8: Resultados do fluxo de potência trifásico - Caso 4

Barra		FASEE			
No.	Fase	Tensão		Carga	
Tipo	Ref.	pu	graus	MW	Mvar
5 <i>PQ</i>	A	1.2067	5.06		
	B	0.7470	-136.24		
	C	0.9487	110.00		
	+	0.9553	-5.35		
	-	0.1425	14.26	62.50	25.00
	0	0.1960	54.92	62.50	25.00
	Σ			125.00	50.00
5' <i>PQ</i>	A	0.1894	150.25		
	B	0.7470	-136.24		
	C	0.9487	110.00		
	+	0.5043	-10.65		
	-	0.3188	174.43		
	0	0.3767	155.50		
7' <i>PQ</i>	A	0.2214	-171.66		
	B	0.9500	-120.97		
	C	0.9386	127.02		
	+	0.5545	2.29		
	-	0.3495	-176.42		
	0	0.4255	-175.63		
7 <i>PQ</i>	A	1.1374	13.22		
	B	0.9500	-120.97		
	C	0.9386	127.02		
	+	1.0034	6.84		
	-	0.1200	39.01		
	0	0.0673	74.67		

5.2.1.4 Caso 5

Este caso tem por objetivo avaliar o modelo trifásico de motor de indução ilustrado na Figura 3.20 em condições de regime permanente. Para isto, cada carga desbalanceada C1, C2 e C3 foi substituída por um agregado de motores de indução trifásicos, M1, M2 e M3, que por sua vez têm construção balanceada. Da mesma forma que as cargas e somente por simplicidade, os motores equivalentes serão conectados diretamente nas barras de alta tensão, sem o uso de transformadores. O fluxo de potência para condição balanceada foi validado com auxílio do programa ANAREDE [23], desenvolvido pelo CEPEL.

Para introduzir uma condição desbalanceada, a linha de transmissão LT6 irá operar com a fase a aberta em ambos os terminais, de forma similar ao Caso 4, representando uma condição de defeito. Note que o motor M1 instalado na Barra 5 não fica submetido a falta de fase em seus terminais porque a linha de transmissão LT2 opera normalmente. Foram utilizados parâmetros típicos para um agregado de motores industriais e residenciais, ou motor Tipo 6 conforme apresentado em [90].

A Tabela 5.9 apresenta o sumário do ponto de operação dos motores para esta condição desbalanceada. Ela mostra que os motores equivalentes M1 e M3, mais próximos do defeito, podem sofrer sobreaquecimento por correntes de seqüência negativa não poderiam operar continuamente nesta condição com carga nominal⁴.

Tabela 5.9: Resultados do fluxo de potência trifásico - Caso 5

	Motor Equivalente		
	M1	M2	M3
Potência Nominal	157000 hp	114000 hp	133000 hp
Consumo	125 + j79.9 MVA	90 + j55.6 MVA	105 + j64.6 MVA
Escorregamento	7.72%	6.78%	6.42%
$ V^{neg} $	4.16%	0.75%	2.55%
$ I^{neg} $	16.3%	2.96%	10.03%
$ V^{zer} $	5.97%	0.85%	0.79%
$\dagger I^{zer} $	0.0%	0.0%	0.0%

[†] Motores com conexão delta ou estrela não aterrada.

5.2.1.5 Convergência do Fluxo de Potência Generalizado

A característica de convergência do Fluxo de Potência Generalizado é mostrada no gráfico da Figura 5.4 para os cinco casos analisados, com condições iniciais em perfil plano de tensões. A convergência do caso balanceado monofásico equivalente também é mostrada para comparação. O resíduo considerado é o máximo resíduo de corrente por barra e por fase, podendo incluir o resíduo dos estados internos das máquinas síncronas e de indução.

O efeito de um grande desbalanço na carga (Caso 2) ou de reguladores de tensão não balanceados (Caso 3) não chega a alterar de forma significativa a convergência.

⁴Os motores de indução são por norma construídos para suportar no máximo 1% de tensão de seqüência negativa em regime.

Para os casos de desligamento monopolar de LT6 (Casos 4 e 5), o resíduo mais elevado na última iteração está principalmente associado com a impedância de baixo valor utilizada na chave. No caso dos motores de indução (Caso 5), a convergência é mais lenta, sendo dominante o resíduo nas variáveis de estado internas.

Estes resultados mostram ainda a natureza exata da diferenciação automática empregada no cálculo das derivadas, garantindo convergência aproximadamente quadrática até próximo do limite de precisão de armazenamento dos valores de ponto flutuante (aproximadamente 10^{-16} para cálculos em precisão dupla).

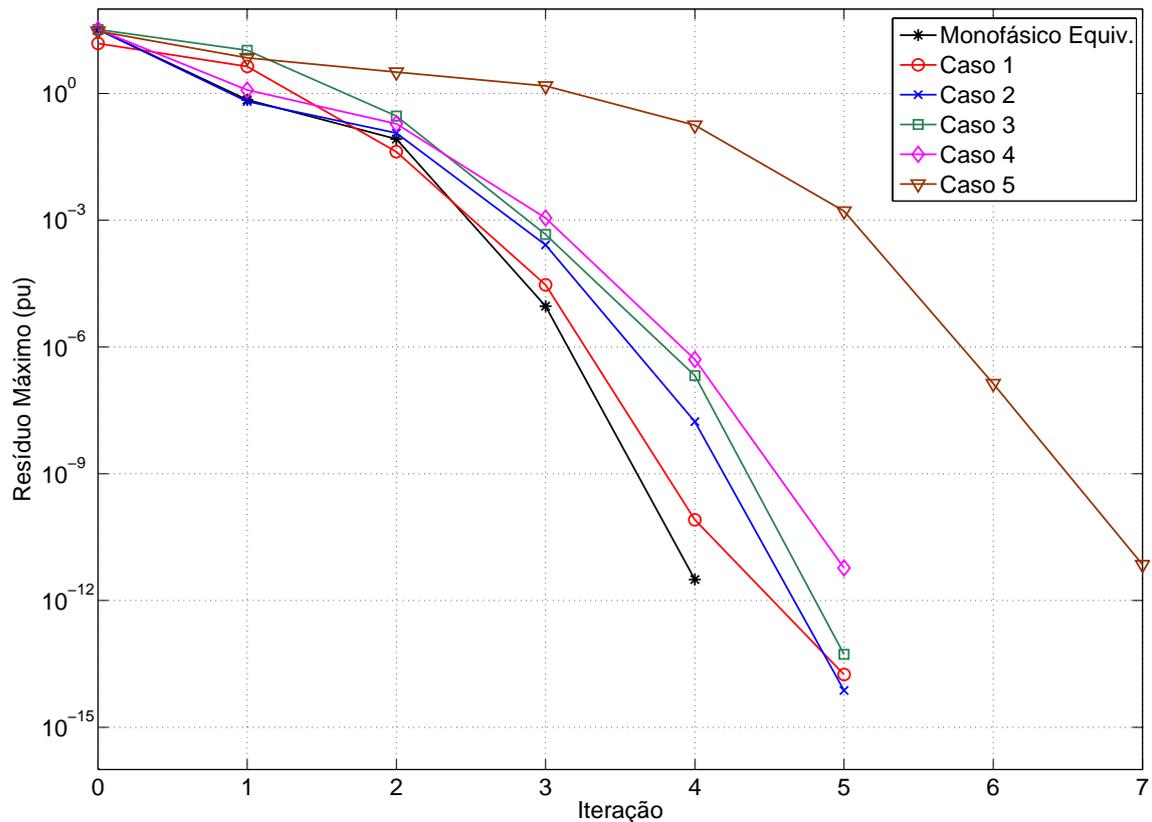


Figura 5.4: Convergência do fluxo de potência trifásico

5.2.1.6 Efeito do Carregamento do Sistema na Convergência

A Tabela 5.10 ilustra ainda a característica de convergência para um crescimento de carga, absorvido somente pelo gerador $V\theta$. Em resumo, pode-se avaliar como satisfatória a convergência, como esperado de um método de Newton-Raphson pleno.

Tabela 5.10: Número de iterações para crescimento de carga

Fator de Carregamento	1.000	1.200	1.400	1.500	1.520	1.530	1.536	1.537
Número de Iterações	3	3	3	4	4	4	5	-

* Caso 1, com tolerância de resíduo de corrente de 10^{-3} pu.

5.2.2 Simulação Trifásica de Curto Prazo

Para a simulação dinâmica de curto prazo de defeitos desbalanceados, foi tomado como base o Caso 1 de fluxo de potência. As cargas são convertidas para o modelo impedância constante e modelos dinâmicos são introduzidos nos geradores. Os modelos de Park empregados são de quinta e sexta ordem, respectivamente para os tipos de gerador de pólos salientes e rotor liso [73].

Os casos serão analisados com o aplicativo de simulação dinâmica pelo método simultâneo, cuja matriz jacobiana⁵ é ilustrada na Figura 5.5. O método alternado foi comparado num dos casos, com resultados idênticos para o passo de integração adotado, que foi de 1ms. Para os casos simulando defeitos na rede elétrica com modelagem estática da carga (Casos 1 e 2), os resultados serão comparados com os obtidos pela formulação monofásica equivalente convencional. Nestes casos, uma impedância equivalente para os circuitos de seqüência negativa e zero deve ser inserida no ponto de defeito. Para o caso envolvendo motores de indução (Caso 3), os resultados serão comparados com os obtidos com a simulação de transitórios eletromagnéticos.

5.2.2.1 Caso 1: Curto-circuito Fase-Fase-Terra em Barramento

As Figuras 5.6 e 5.7 mostram o resultado da simulação trifásica de um curto-circuito envolvendo as fases *b*, *c* e a terra na barra 7. O defeito é eliminado em 150ms, mantendo-se a configuração da rede. O objetivo é verificar principalmente o efeito do torque de frenagem na resposta angular dos geradores.

Na Figura 5.6(a), as tensões em componentes de fase no ponto de defeito são mostradas, bem como seus componentes simétricos. Durante o curto-circuito, tensões nas fases *b* e *c* se anulam, e as tensões nas três seqüências se igualam, consistentes

⁵Esta matriz se refere aos casos com modelagem estática da carga, não incluindo estados referentes aos motores de indução.

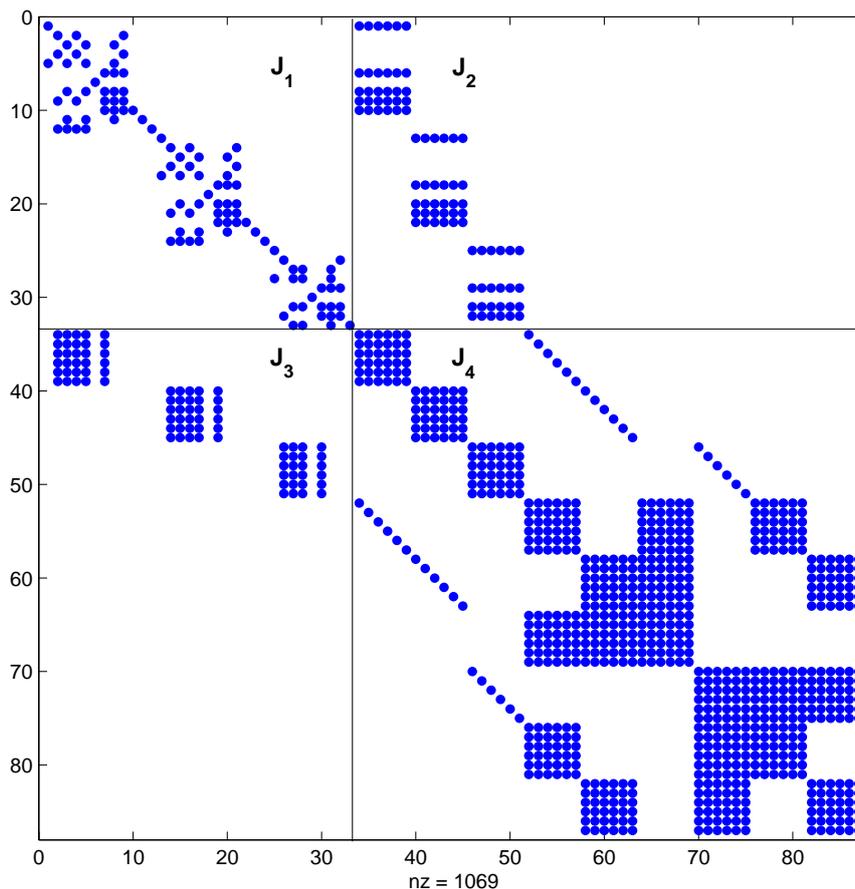
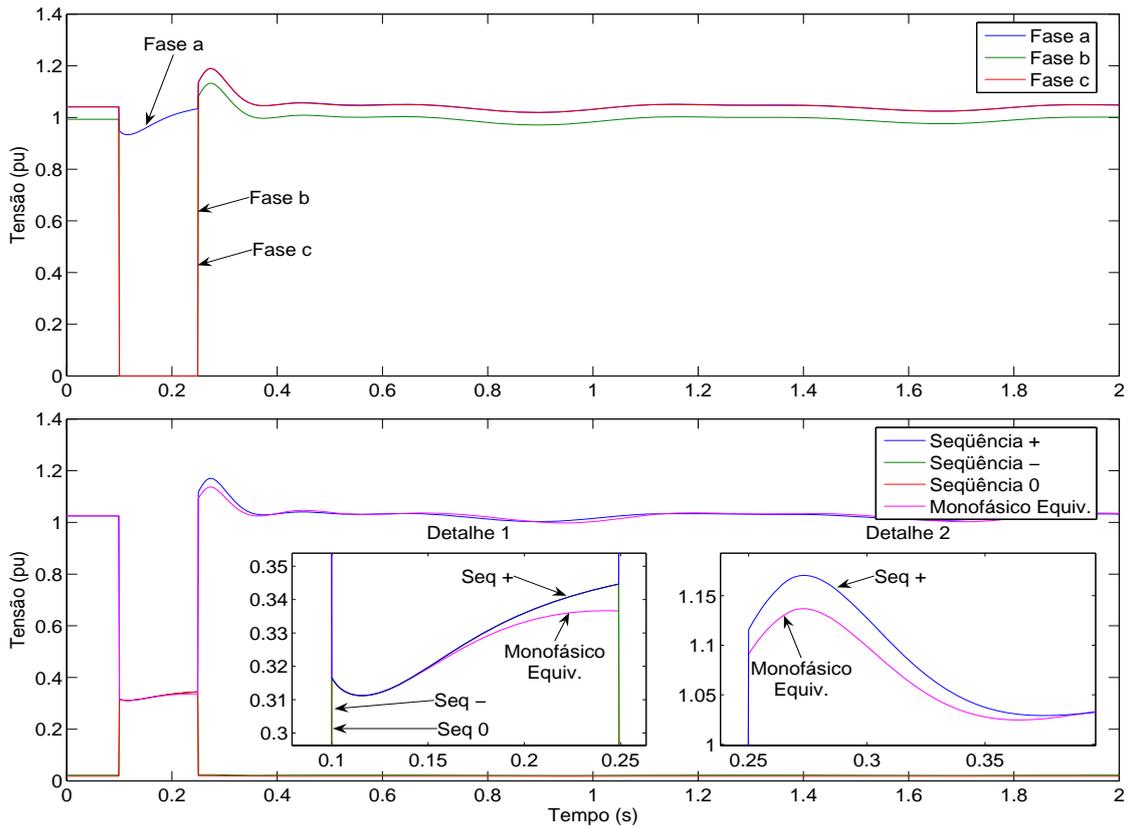


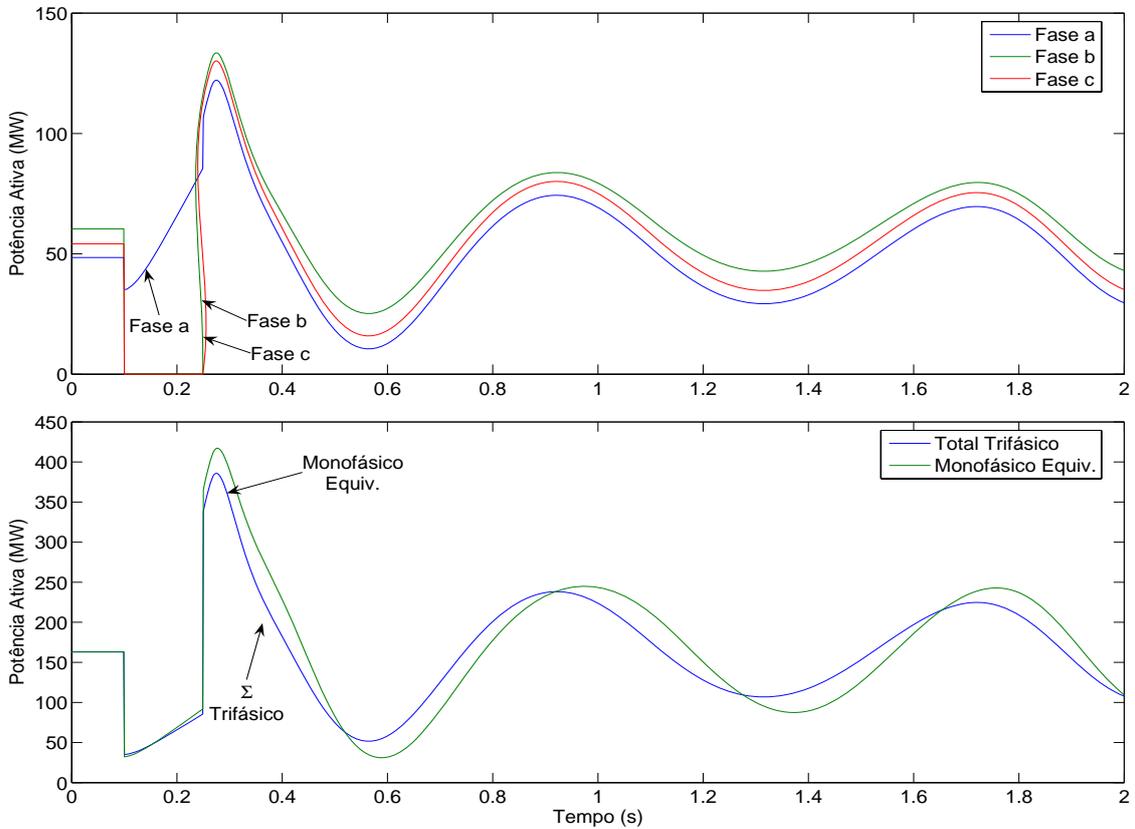
Figura 5.5: Matriz jacobiana do método de solução simultâneo

as fórmulas com cálculo utilizadas em regime permanente. Uma pequena diferença na tensão de seqüência positiva pode ser observada, quando comparada com a simulação monofásica equivalente. A potência ativa no gerador G2, mais próximo do defeito, é mostrada na Figura 5.6(b), para cada fase e com somatório das fases também comparado ao resultado monofásico. Também as potências nas fases *b* e *c* se anulam como consequência do defeito na barra de alta tensão.

Na Figura 5.7(a), o deslocamento angular dos geradores G2 e G3 é ilustrado. No caso trifásico, o deslocamento de primeira oscilação é menor, como consequência do torque de frenagem durante o curto. A diferença chega a 11 graus para o gerador G2, mais próximo do defeito. A Figura 5.7(b) mostra o torque de seqüência negativa para os três geradores. Em G2, este torque começa com 10% e atinge 12%. A referência [73] indica o torque de seqüência negativa calculado pela corrente inicial de defeito como correção a ser inserida na equação de oscilação de rotor, para geradores muito próximos do defeito. Embora o torque aumente sob ação do RAT, tal

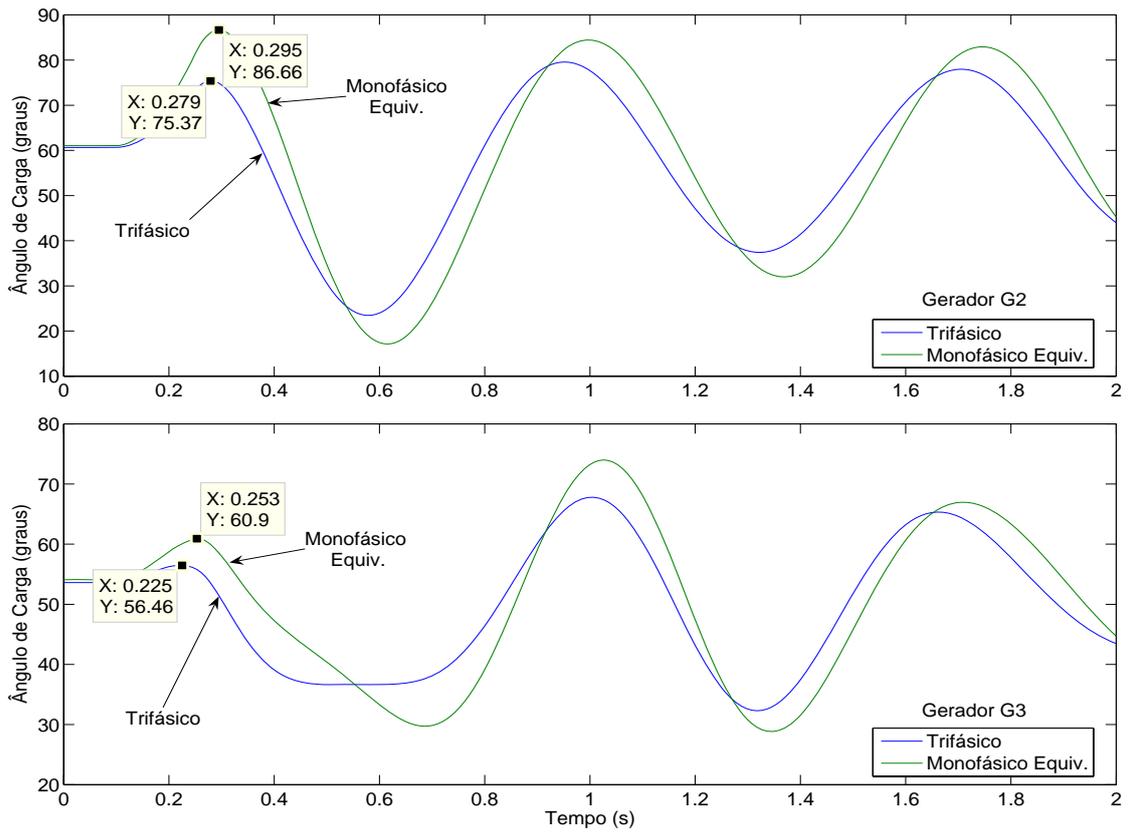


(a) Tensões na Barra 7

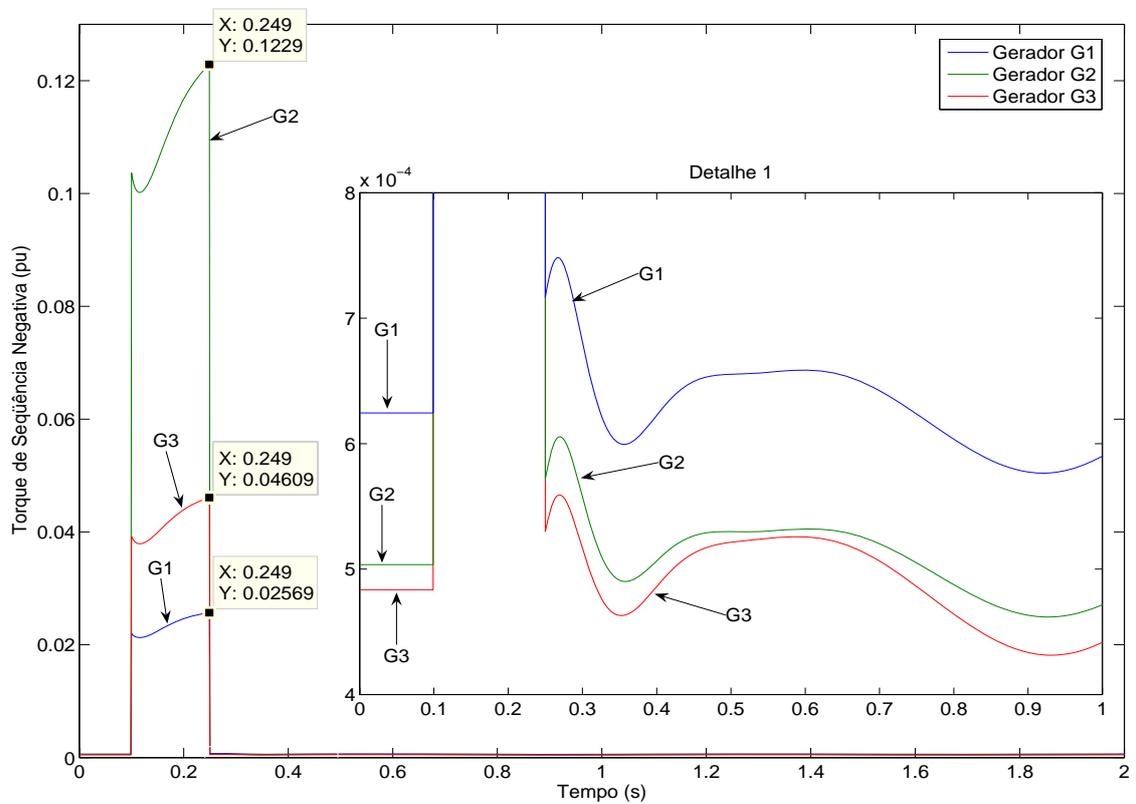


(b) Potência ativa no gerador G2

Figura 5.6: Curto-circuito Fase-Fase-Terra na Barra 7 (barra AT do gerador G2)



(a) Ângulo de carga dos geradores (referência em G1)



(b) Torque de seqüência negativa nos geradores

Figura 5.7: Curto-circuito Fase-Fase-Terra na Barra 7 (barra AT do gerador G2)

correção não deixa de ser uma boa aproximação para a simulação monofásica equivalente, considerando tempos reduzidos de atuação dos dispositivos de proteção. No detalhe, o torque de seqüência negativa volta aos níveis de regime permanente após a eliminação do defeito, com valor muito pequeno e proveniente somente da corrente de desequilíbrio da carga.

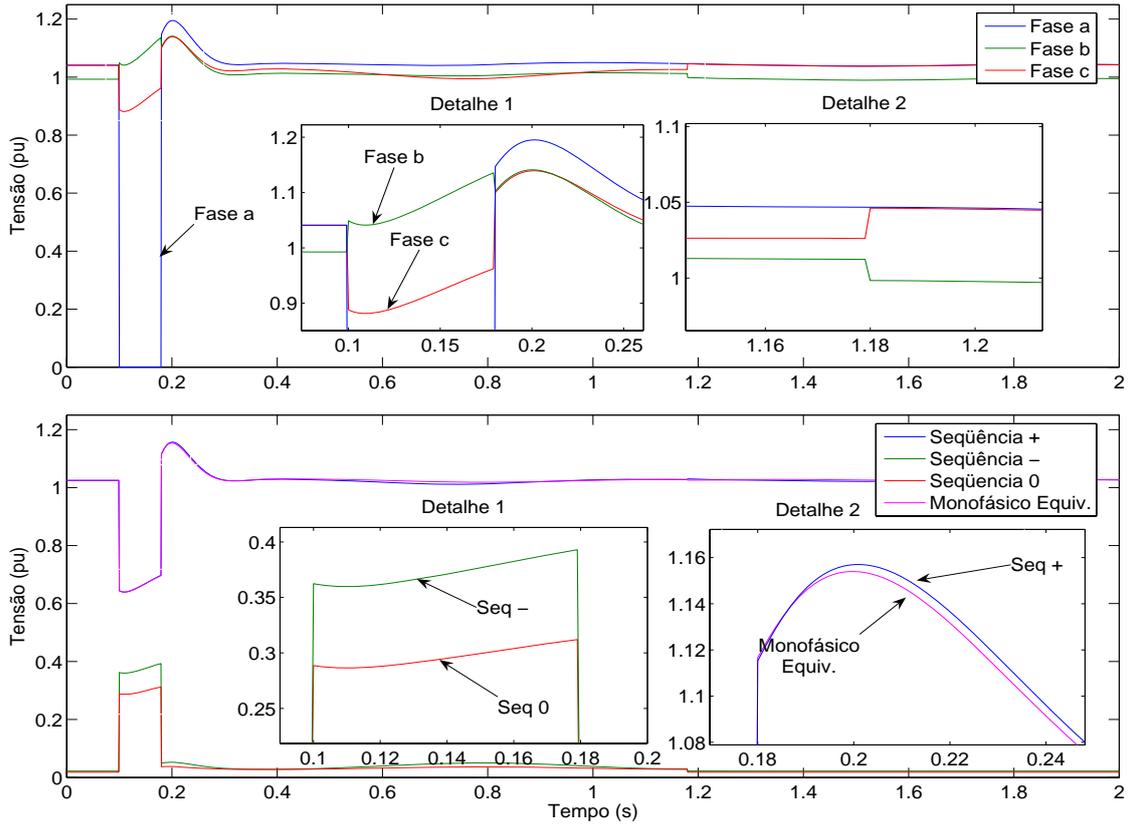
5.2.2.2 Caso 2: Curto-circuito Fase-Terra em LT com Abertura Monopolar

Neste caso, um curto-circuito fase-terra sólido será considerado na fase *a* de LT6, próximo à barra 7. A duração será de 80ms, com eliminação do defeito por abertura monopolar da fase *a* em ambos os terminais (barras 5 e 7). Um religamento desta fase *a* será realizado após 1s. Estas operações de manobra são realizadas sobre disjuntores nos terminais de LT6, modelados conforme apresentado na Seção 3.3.4.

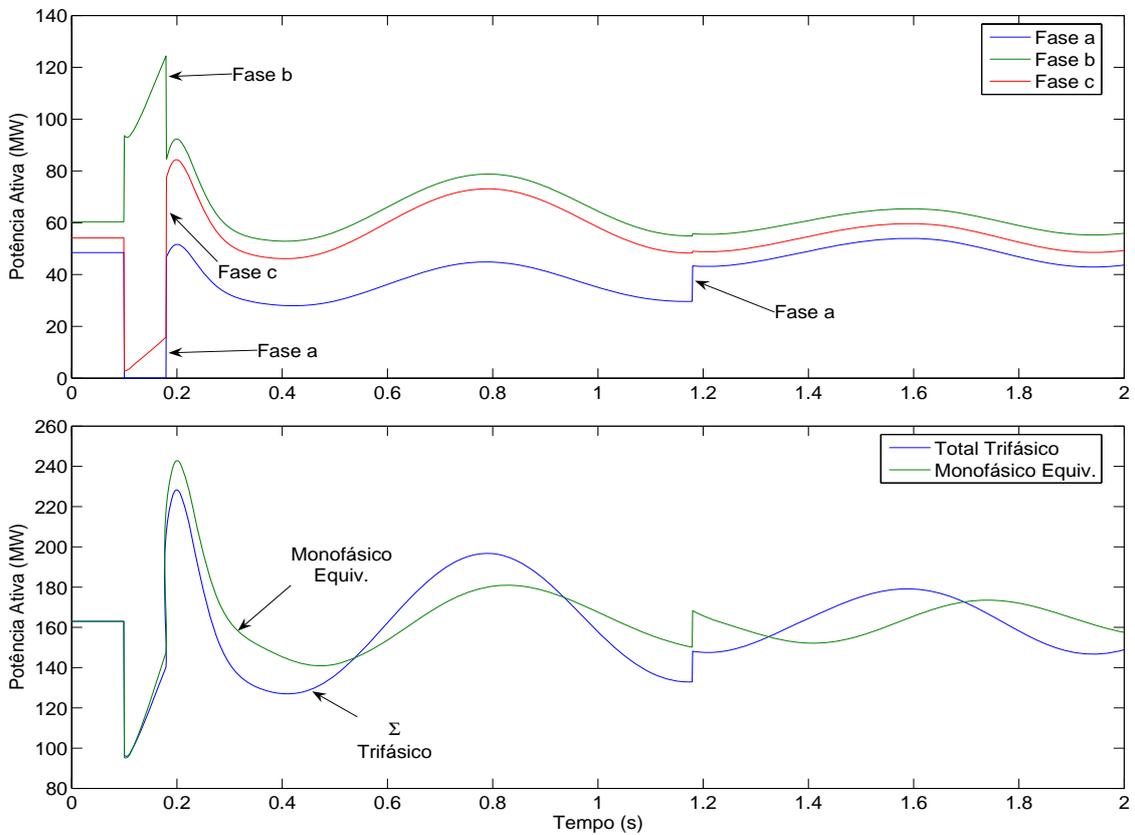
Os gráficos com as tensões são mostrados na Figura 5.8(a), com a tensão na fase *a* se anulando durante o defeito. Na Figura 5.8(b), as potências ativas em cada fase do gerador G2 são mostradas, com seu somatório comparado ao caso monofásico equivalente. O religamento na fase *a* restaura a potência ativa gerada ao valor anterior ao defeito. Na Figura 5.9(a) os gráficos com ângulos de rotor são mostrados, e também se observa pequena redução no deslocamento angular da primeira oscilação. Os torques de seqüência negativa desenvolvidos nos geradores aparecem na Figura 5.9(b). Os gráficos mostram ainda que durante o período de tempo em que a fase *a* de LT6 permaneceu aberta (de 0.18 a 1.18s), o torque de seqüência negativa é superior ao valor de regime, mas ainda insignificante para frenagem do rotor, quando comparado ao seu efeito durante o curto-circuito.

Embora a simulação trifásica permita uma melhor representação do sistema na freqüência fundamental, simplificando ainda o procedimento de simulação para estudos de estabilidade [74], não foi objetivo do exemplo uma análise completa da aplicabilidade de abertura monopolar de linhas de transmissão. Os seguintes problemas devem ser analisados neste tipo de aplicação [73, 100]:

- a) O efeito térmico da corrente de seqüência negativa ($|I^{neg}|^2 t$) nos geradores;
- b) O esforço torcional nos eixos das unidades geradoras;
- c) A extinção do arco secundário no segmento de linha sob defeito.

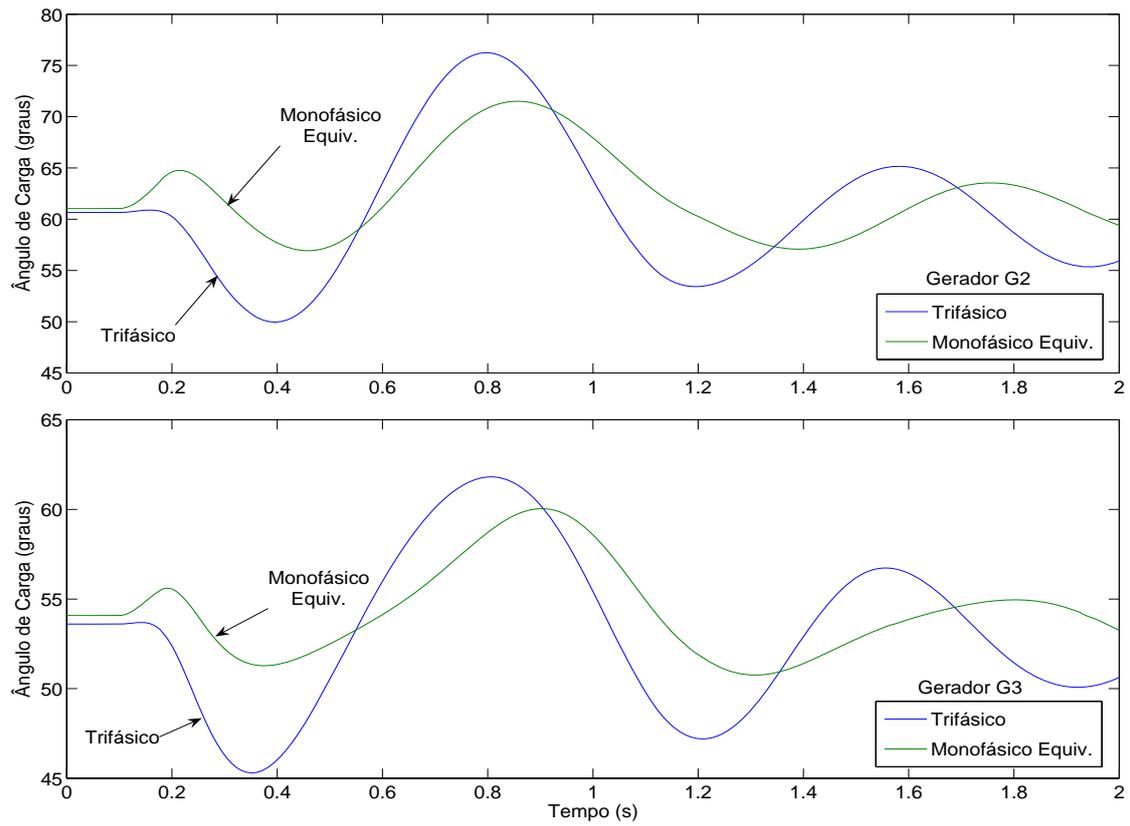


(a) Tensões na Barra 7

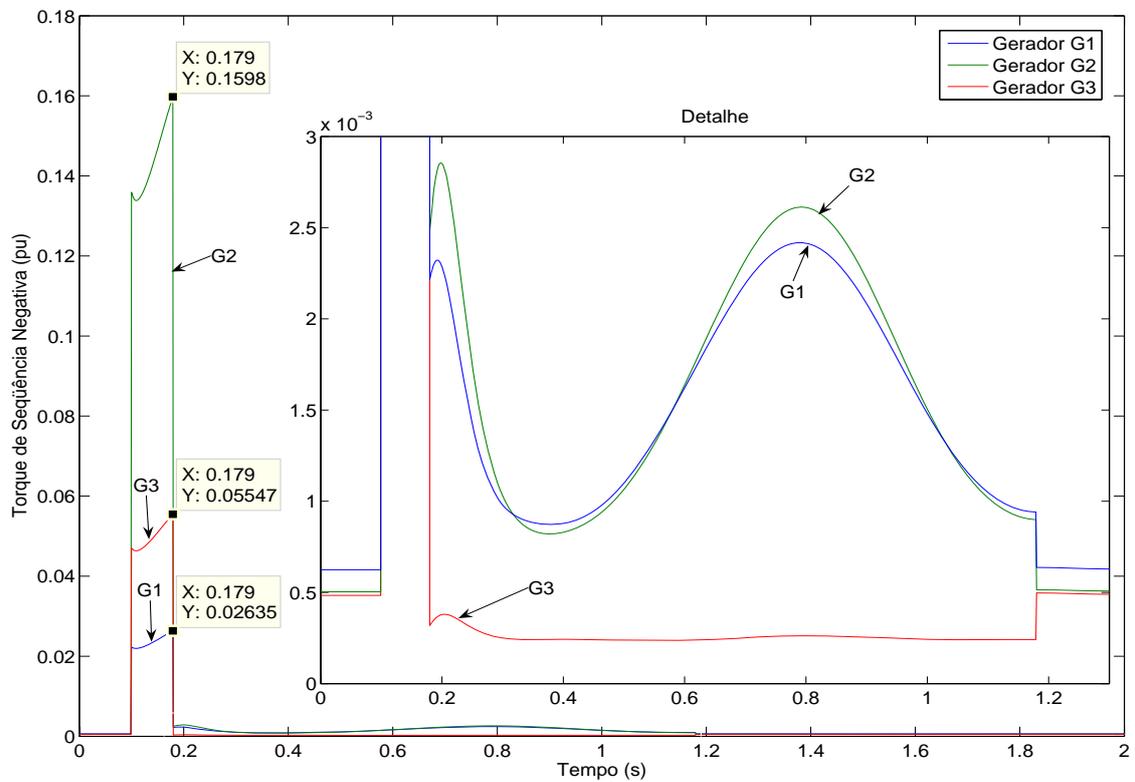


(b) Potência ativa no gerador G2

Figura 5.8: Curto-circuito Fase-Terra em LT6 com desligamento monopolar



(a) Ângulo de carga dos geradores (referência em G1)



(b) Torque de seqüência negativa nos geradores

Figura 5.9: Curto-circuito Fase-Terra em LT6 com desligamento monopolar

O primeiro item pode ser facilmente incorporado na simulação, embora geralmente não seja, bem como o segundo item, determinante para a viabilidade da aplicação. Para análise do arco secundário, estão disponíveis a tensão na fase aberta e a corrente de defeito (ou corrente de arco) como grandezas fasoriais durante a abertura monopolar, mas uma representação criteriosa do arco elétrico com seu mecanismo de extinção requer modelagem de valores instantâneos [101, 102].

O trabalho de CÂMARA [102] faz um estudo detalhado desta aplicação, destacando seus principais requisitos de modelagem EMT: a natureza extremamente não-linear do arco secundário e o efeito das constantes de tempo da rede elétrica na fase de seu amortecimento inicial, durante o decaimento do componente unidirecional de corrente. Por outro lado, também é enfatizada a utilidade das ferramentas de análise de regime permanente (ou de transitórios eletromecânicos), como por exemplo no cálculo da corrente sustentada de arco e na compatibilização do tempo de abertura monopolar (tempo morto) com a estabilidade eletromecânica do sistema.

5.2.2.3 Caso 3: Abertura de Fase em Motor de Indução

Este caso emprega os mesmos motores de indução do Caso 5 de fluxo de potência, M1, M2 e M3, em substituição às cargas C1, C2 e C3. Porém, o defeito a ser avaliado não será abertura monopolar de LT6, mas sim um defeito de falta de fase no motor de indução M1, simulado por meio da abertura da fase a de uma chave instalada nos terminais de M1. O objetivo é avaliar o efeito do torque de seqüência negativa na estabilidade do motor e validar o modelo dinâmico do motor trifásico, incluindo o efeito de maiores variações de escorregamento na seqüência negativa.

Em [96], problemas desta natureza são discutidos e analisados graficamente nas curvas torque \times velocidade da máquina. Também é apresentada a solução de regime permanente para este defeito, porém ela requer o conhecimento do valor final do escorregamento. A conseqüência deste defeito é quase sempre a perda de estabilidade do motor, a menos que ele opere com carga mecânica reduzida, sendo importante a característica da carga mecânica. Assim, duas situações foram simuladas neste caso:

- a) O Motor M1 opera com 50% de carregamento antes do defeito, com carga tipo torque quadrático, isto é, $T_{m_0} = 0.5$ pu, $C = 1$, $A = B = 0$ em (3.44);
- b) O Motor M1 opera com 50% de carregamento antes do defeito, com carga tipo

torque constante, isto é, $T_{m_0} = 0.5$ pu, $A = 1$, $B = C = 0$ em (3.44).

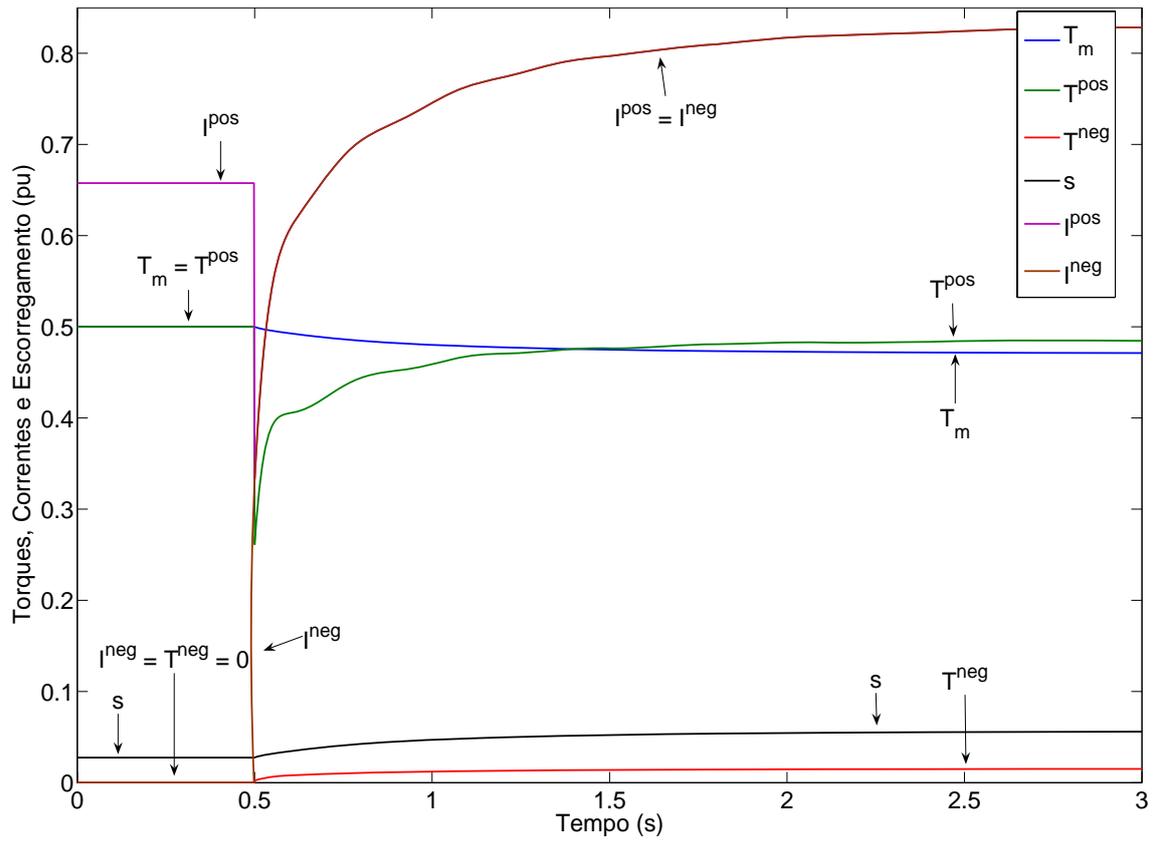
A fase *a* do motor é aberta no instante 0.5 s. As Figuras 5.10(a) e 5.10(b) mostram que a situação a) é estável, o balanço de torques se ajusta num ponto de maior escorregamento, favorecido pela redução do torque mecânico. O toque de seqüência negativa desenvolvido ainda é muito pequeno nesta situação, cerca de 2%. As magnitudes das correntes de seqüência positiva e negativa se igualam durante o defeito, consistentes as fórmulas com cálculo utilizadas em regime permanente.

Já as Figuras 5.11(a) e 5.11(b) mostram que a situação b) é instável. O motor não consegue acionar a carga e atinge velocidade nula por volta dos 10 s. A simulação foi prosseguida com torque constante até os 15 s, com a carga impondo torque ao motor mesmo em rotação reversa. Tal comportamento não é realístico para uma carga mecânica, mas teve o objetivo de verificar o modelo para escorregamentos elevados, onde se torna mais significativo seu efeito na seqüência negativa, representado em (3.49), (3.50) e (3.51). O motor encontra um novo ponto de equilíbrio na velocidade $s = -1.034$ pu, isto é, ele passa a operar como um gerador de indução acionado pela sua carga, porém em rotação reversa e em condições desbalanceadas.

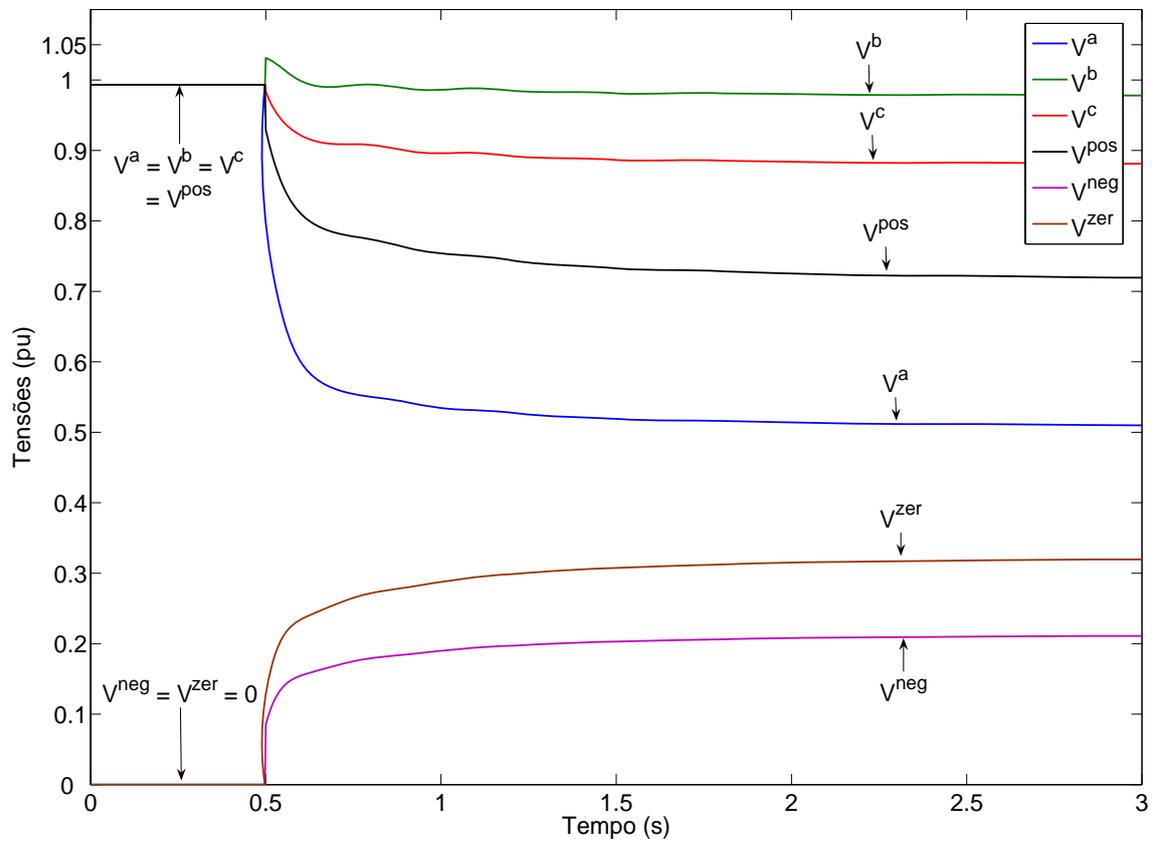
Os resultados apresentados nas Figuras 5.10(a) a 5.11(b) foram validados com auxílio de um programa de transitórios eletromagnéticos, o PSCAD/EMTDC [6]. Para facilitar a simulação EMT, o sistema WSCC foi substituído por um equivalente Thévenin na Barra 5. A resposta dinâmica mostrada na Figura 5.12 para simulação EMT corresponde àquela mostrada na Figura 5.11(a), para simulação RMS. O torque eletromagnético T_e , modelado em valores instantâneos, exibe o modo oscilatório de 120 Hz provocado pela seqüência negativa. Seu valor médio corresponde à diferença entre os torques de seqüência positiva e negativa, calculado na simulação RMS pela expressão (3.46). A pequena diferença na taxa de decaimento da velocidade (se anula por volta dos 8.5 s) é devida à ação dos reguladores de tensão dos geradores do sistema WSCC, efeito não representado no equivalente Thévenin.

5.2.3 Análise Modal do Sistema Desbalanceado

Com o objetivo de avaliar possíveis efeitos do desbalanço de regime permanente nos modos de oscilação do sistema, uma análise modal foi efetuada para alguns dos casos analisados, resultando no mapa de autovalores da Figura 5.13. A Tabela 5.11

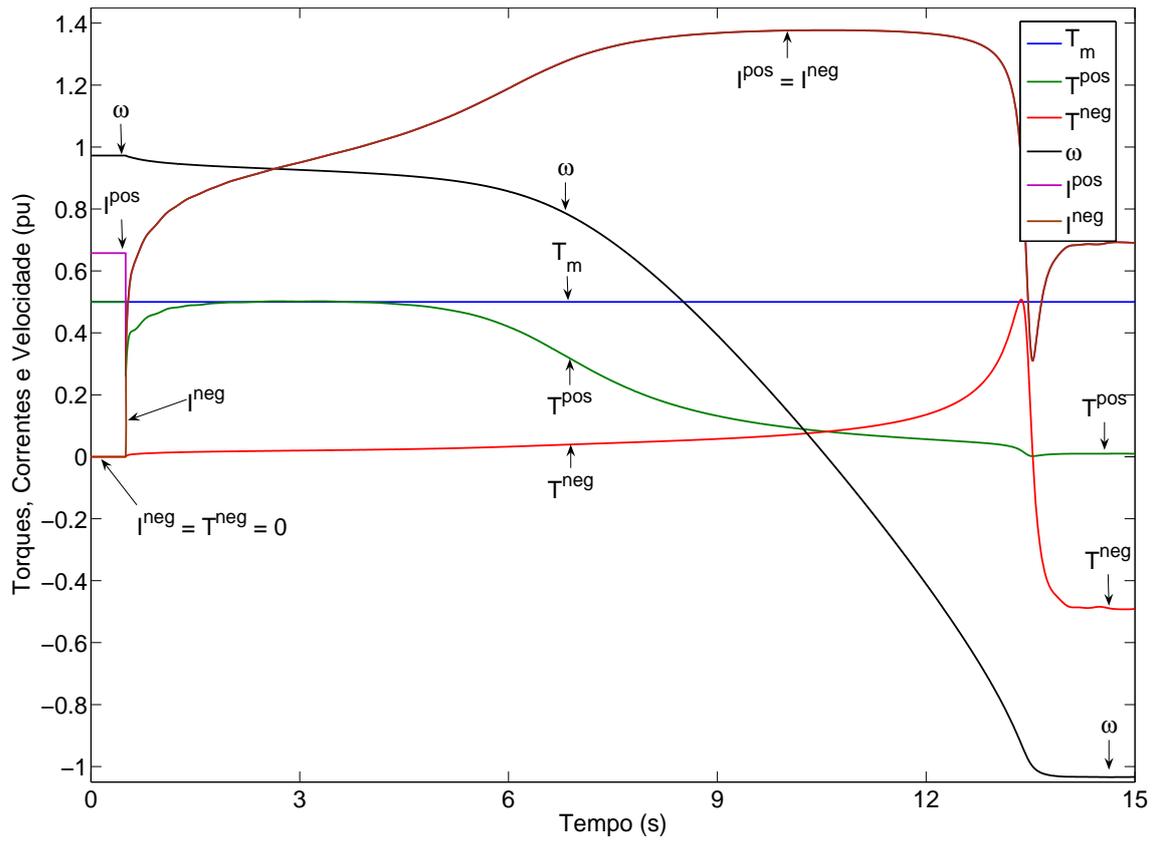


(a) Torques, correntes e escorregamento em pu.

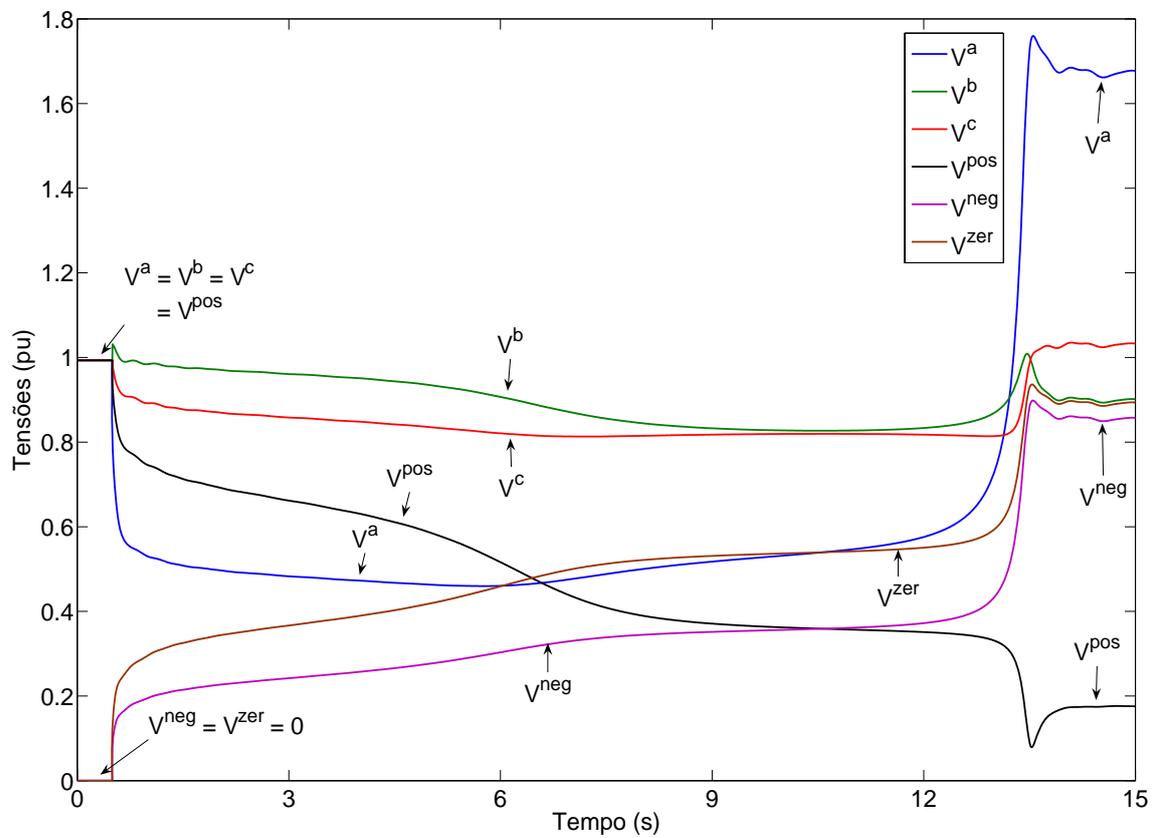


(b) Tensões no motor em pu.

Figura 5.10: Abertura da fase a de M1 - carga tipo torque quadrático



(a) Torques, correntes e velocidade em pu.



(b) Tensões no motor em pu.

Figura 5.11: Abertura da fase *a* de M1 - carga tipo torque constante

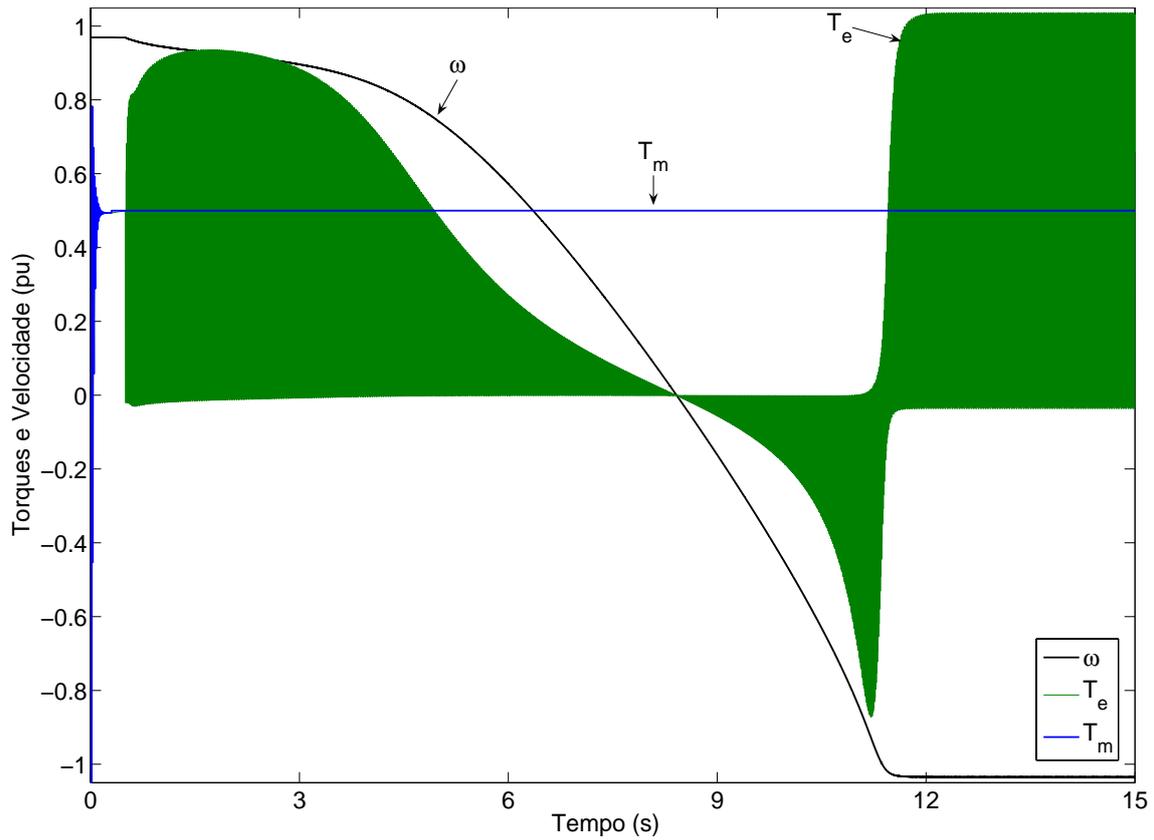


Figura 5.12: Abertura da fase a de M1 - simulação EMT

resume as informações dos pontos de operação, enquanto que a Tabela 5.12 lista os autovalores, identificando ainda a variável de estado com o maior fator de participação em cada modo [73]. Os modos de número 1/2 e 3/4 são os de oscilação eletromecânica.

Tabela 5.11: Sumário dos pontos de operação

	Balancedo	Desbal. Caso 1	Desbal. Caso 2
Carga Total (MVA)	$315.00 + j115.00$	$315.00 + j115.00$	$315.00 + j115.00$
Geração Total (MVA)	$319.64 + j22.84$	$320.13 + j27.45$	$325.67 + j86.03$
Perdas Totais (MVA)	$4.64 - j92.16$	$5.13 - j87.55$	$10.67 - j28.97$
V^{pos}, E_{fd} de G1 (pu)	1.04 / 1.0830	1.04 / 1.0863	1.04 / 1.1334
V^{pos}, E_{fd} de G2 (pu)	1.025 / 1.7908	1.025 / 1.8006	1.025 / 1.9471
V^{pos}, E_{fd} de G3 (pu)	1.025 / 1.4044	1.025 / 1.4149	1.025 / 1.5999

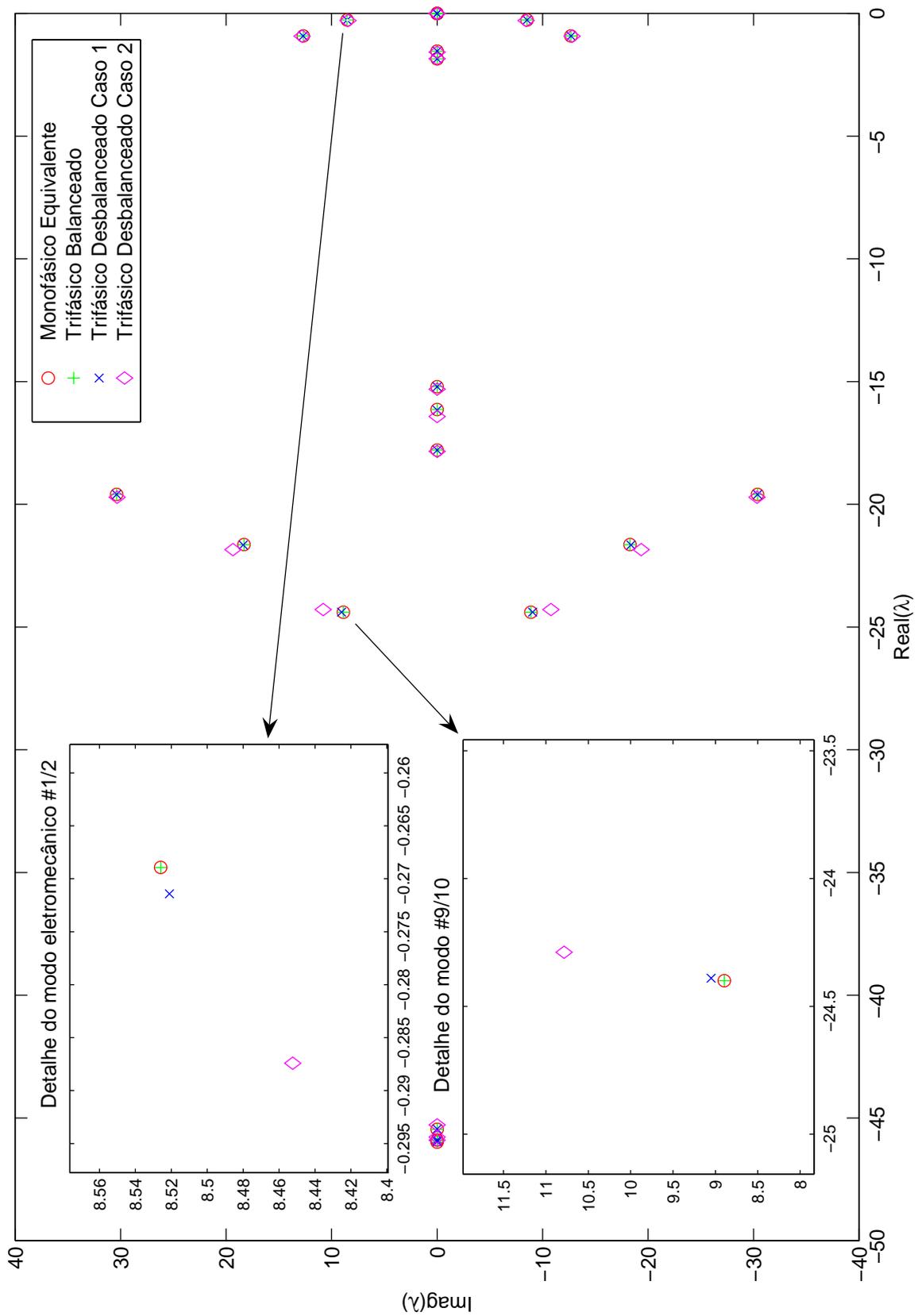


Figura 5.13: Autovalores para modelagem monofásica e trifásica

Tabela 5.12: Autovalores para modelagem monofásica \times trifásica

Modo No.	Variável Dominante	Monofásico Equivalente			Trifásico Balanceado			Trifásico Desbalanceado Caso 1			Trifásico Desbalanceado Caso 2		
		Real	Imag	Amort.*	Real	Imag	Amort.	Real	Imag	Amort.	Real	Imag	Amort.
1/2	δ, ω de G2	-0.2689	± 8.5259	3.15	-0.2689	± 8.5259	3.15	-0.2714	± 8.5210	3.18	-0.2874	± 8.4524	3.40
3/4	δ, ω de G3	-0.9171	± 12.6838	7.21	-0.9171	± 12.6838	7.21	-0.9194	± 12.6917	7.22	-0.9250	± 12.7896	7.21
5/6	E'_q de G1	-19.5893	± 30.3705	54.20	-19.5893	± 30.3705	54.20	-19.5964	± 30.3719	54.22	-19.7084	± 30.3296	54.49
7/8	E'_q de G2	-21.6382	± 18.2863	76.38	-21.6382	± 18.2863	76.38	-21.6558	± 18.3760	76.25	-21.8440	± 19.3438	74.87
9/10	E'_q de G3	-24.3998	± 8.8955	93.95	-24.3998	± 8.8953	93.95	-24.3894	± 9.0510	93.75	-24.2881	± 10.7846	91.40
11	E''_q de G1	-45.9780			-45.9780			-45.9632			-45.7788		
12	E''_q de G2	-45.9001			-45.9001			-45.8978			-45.9011		
13	E''_q de G3	-45.4643			-45.4643			-45.4502			-45.2827		
14	E''_d de G2	-17.7876			-17.7877			-17.7897			-17.8402		
15	E''_d de G3	-16.1355			-16.1355			-16.1609			-16.4189		
16	E''_d de G1	-15.2011			-15.2011			-15.2075			-15.3092		
17	E'_d de G2	-1.8507			-1.8507			-1.8486			-1.8474		
18	E'_d de G3	-1.5337			-1.5337			-1.5340			-1.5770		
19/20	-	-0.0000	± 0.0003		-0.0000	± 0.0071		-0.0000	± 0.0010		-0.0000	± 0.0010	

* Amortecimento do modo oscilatório em %

† Variável com o maior fator de participação no modo

1/2 †	δ, ω de G2	-0.2689	± 8.5259	3.15	-0.2689	± 8.5259	3.15	-0.2714	± 8.5213	3.18	-0.2882	± 8.4565	3.41
3/4 †	δ, ω de G3	-0.9171	± 12.6838	7.21	-0.9171	± 12.6838	7.21	-0.9194	± 12.6917	7.22	-0.9250	± 12.7903	7.21
5/6 †	E'_q de G1	-19.5893	± 30.3705	54.20	-19.5893	± 30.3705	54.20	-19.5964	± 30.3720	54.22	-19.7079	± 30.3297	54.49
7/8 †	E'_q de G2	-21.6382	± 18.2863	76.38	-21.6382	± 18.2863	76.38	-21.6558	± 18.3760	76.25	-21.8436	± 19.3435	74.87
9/10 †	E'_q de G3	-24.3998	± 8.8955	93.95	-24.3998	± 8.8953	93.95	-24.3894	± 9.0511	93.75	-24.2880	± 10.7844	91.40

† Autovalor com torque de seqüência negativa ignorado na equação (3.36)

Os autovalores obtidos para os casos monofásico equivalente e trifásico balanceado são praticamente idênticos, indicando a exatidão na montagem da matriz jacobiana do sistema trifásico e consistência de modelos. Para os casos desbalanceados 1 e 2, os autovalores são apenas ligeiramente alterados. Para verificar a influência do acoplamento de desbalanços no modelo dinâmico dos geradores, os autovalores foram recalculados ignorando-se o torque de seqüência negativa e perdas de seqüência negativa e zero na equação (3.36), único ponto de acoplamento do modelo da máquina na frequência fundamental com o desbalanço. Os autovalores assim encontrados são listados no prolongamento da parte inferior da Tabela 5.12, apenas para os modos oscilatórios.

Os resultados mostram que o pequeno efeito do desbalanço encontrado não é provocado pela ação de torque mecânico da seqüência negativa, mas sim pela mudança do ponto de operação inerente ao desbalanço. Como mostrado na Tabela 5.11, ainda que carregamento total, potência ativa gerada nas máquinas *PV* e tensão terminal de seqüência positiva tenham sido mantidos, o desbalanço aumenta as perdas ativas e reativas do sistema, elevando a tensão de campo dos geradores e a potência ativa gerada na máquina $V\theta$.

Tal resultado é consistente com o fato de que o torque de seqüência negativa, apesar de desenvolvido principalmente nos enrolamentos amortecedores, tem direção sempre contrária ao movimento do rotor, enquanto que a ação de amortecimento introduzida na seqüência positiva se deve a um torque bidirecional que se opõe à variação de velocidade.

5.3 Sistema TPC 24 Barras

Este sistema de geração e transmissão em 345 kV, operado pela empresa Taiwan Power Company (TPC), foi utilizado nas referências [41, 50, 51, 52]. Seu diagrama unifilar, com 24 barras e 8 geradores, está reproduzido na Figura 5.14. Nele foram avaliados, em estudos de fluxo de potência, o limitador de potência reativa desenvolvido na Seção 3.3.6.5 e a formulação com equações de injeção de potência. Os seguintes casos foram estudados:

- 1) Linhas de transmissão transpostas e cargas balanceadas;

- 2) Linhas de transmissão não-transpostas e cargas balanceadas;
- 3) Linhas de transmissão não-transpostas e carga desbalanceada na Barra 14;
- 4) Idem Caso (3), porém o gerador da Barra 193 tem seu limite de potência reativa reduzido para 180 Mvar (original 300 Mvar);

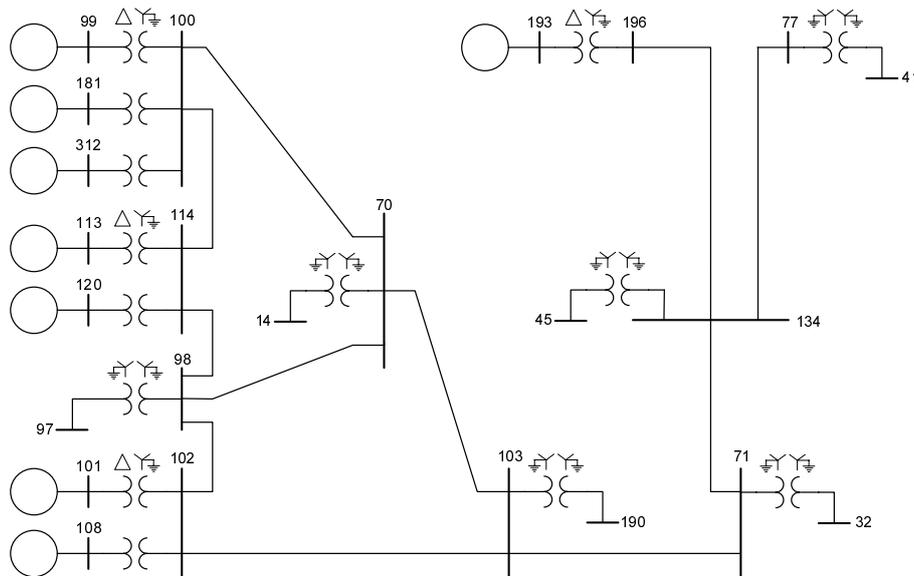


Figura 5.14: Sistema TPC 345 kV [41]

Para validação de resultados, os Casos 1 a 3 são os mesmos estudados nas referências [50, 51, 52]. A Tabela 5.13 mostra os resultados do Caso 3. Eles concordam com os resultados publicados em [52]. O Caso 4 verifica o funcionamento do limitador de potência reativa apresentado na Figura 3.14, aplicado ao gerador da Barra 193. Seu resultado é mostrado, somente para a Barra 193, na Tabela 5.13.

A Figura 5.15 mostra as características de convergência dos Casos 1 a 4 para as formulações de corrente e potência injetada. Convergência aproximadamente quadrática foi obtida para todos os casos, com melhor desempenho para a formulação em injeções de corrente. Para os Casos 1 a 3, a convergência praticamente não foi afetada pelo grau de desbalanço do sistema, para ambas as formulações. No Caso 4, o limitador de potência reativa do gerador da Barra 193 foi ativado na primeira iteração para a formulação em injeções de corrente, e na terceira iteração para a formulação de injeções de potência.

Tabela 5.13: Sistema TPC 24 Barras - Resultados do Caso 3

Barra N^o	Tensão (pu / graus)						Geração (+) ou Carga (-) (MW / Mvar)					
	V^a	θ^a	V^b	θ^b	V^c	θ^c	P^a	Q^a	P^b	Q^b	P^c	Q^c
14	1.006	20.1	0.998	-100.1	0.981	138.0	-230.0	-37.0	-240.0	-48.0	-280.0	-65.0
32	0.986	11.3	0.996	-107.3	0.990	131.5	-133.3	-16.7	-133.3	-16.7	-133.3	-16.7
41	0.954	6.6	0.975	-113.1	0.971	126.0	-60.0	-33.3	-60.0	-33.3	-60.0	-33.3
45	0.971	5.6	0.989	-114.0	0.985	125.1	-200.0	-36.7	-200.0	-36.7	-200.0	-36.7
70	1.015	22.7	1.010	-97.4	0.997	141.3						
71	0.994	14.7	1.004	-105.3	0.998	133.5						
77	0.980	9.1	1.000	-110.7	0.996	128.4						
97	1.004	20.7	1.007	-99.7	0.994	139.7	-316.7	-40.0	-316.7	-40.0	-316.7	-40.0
98	1.014	23.9	1.017	-96.5	1.004	143.0						
99	1.026	-1.7	1.034	-121.7	1.030	117.9	81.1	22.9	81.8	16.5	87.2	19.2
100	1.019	25.1	1.022	-95.4	1.010	144.4						
101	1.026	-0.3	1.034	-120.3	1.030	119.3	164.0	36.4	165.0	29.5	171.0	31.4
102	1.015	24.2	1.019	-96.3	1.007	143.4						
103	1.004	20.4	1.006	-99.8	0.996	139.1						
108	1.026	-0.3	1.034	-120.3	1.030	119.3	164.0	36.4	165.0	29.5	171.0	31.4
113	1.026	0.2	1.034	-119.9	1.030	119.7	226.2	50.1	228.7	39.3	237.2	43.6
114	1.018	25.2	1.022	-95.3	1.009	144.4						
120	1.026	0.7	1.034	-119.4	1.030	120.3	248.7	52.3	251.5	41.5	259.8	45.7
134	0.988	9.7	1.006	-110.1	1.001	129.0						
181	1.026	-1.7	1.034	-121.7	1.030	117.9	81.1	22.9	81.8	16.5	87.2	19.2
190	0.984	15.3	0.986	-104.8	0.976	134.0						
193	1.045	-13.7	1.049	-133.2	1.055	106.4	152.4	74.9	144.7	73.1	152.8	67.4
196	0.995	10.4	1.011	-109.4	1.005	129.7						
312	1.026	-1.7	1.034	-121.7	1.030	117.9	81.1	22.9	81.8	16.5	87.2	19.2

Tabela 5.14: Sistema TPC 24 Barras - Resultados do Caso 4

Barra N^o	Tensão (pu / graus)						Geração (+) ou Carga (-) (MW / Mvar)						
	V^a	θ^a	V^b	θ^b	V^c	θ^c	P^a	Q^a	P^b	Q^b	P^c	Q^c	Q^{inj}
193	1.015	-13.5	1.019	-133.0	1.025	106.6	152.3	63.3	144.6	61.3	153.1	55.4	180.0

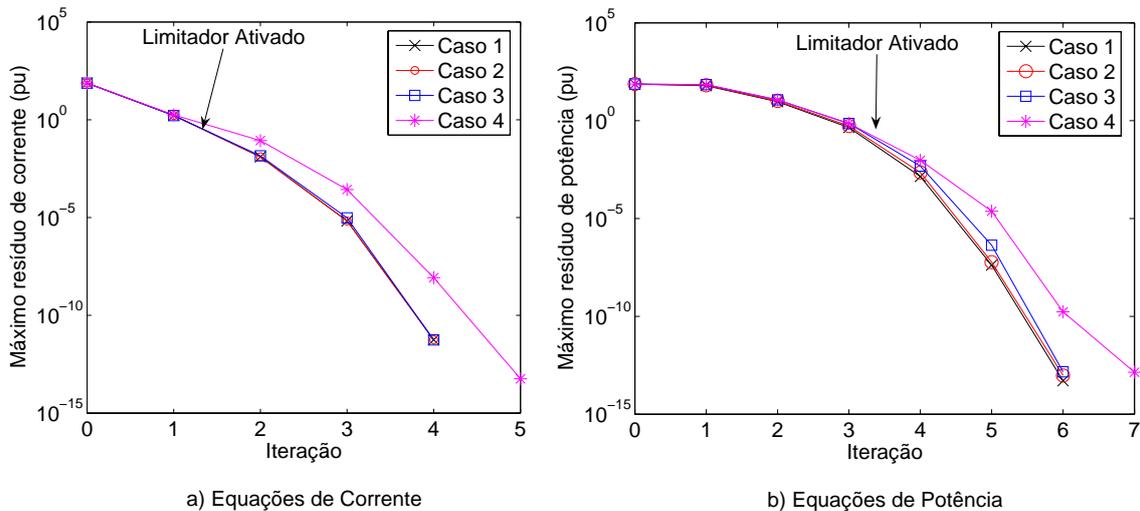


Figura 5.15: Característica de Convergência para o Sistema TPC

5.4 Sistema IEEE 118 Barras + Sistema 37 Barras

5.4.1 Descrição do Sistema

Este sistema tem o objetivo de testar a interface de rede trifásica \times monofásica equivalente desenvolvida no Capítulo 4. Ele é formado pelo sistema IEEE 118 barras, representando um sistema de transmissão balanceado com modelagem monofásica equivalente, alimentando um sistema de distribuição de 37 barras com modelagem trifásica, apresentado em [47]. A carga original de $(2.0+j1.0$ MVA) da Barra 108 do sistema IEEE foi substituída por um transformador de 2.5 MVA, conexão Δ - Y aterrado, com impedância de 7% e tape ajustado em 0.94 pu. O sistema de distribuição de 37 barras foi então conectado na barra secundária do transformador, com uma carga total de $1.958+j1.204$ MVA.

Os alimentadores e cargas apresentados em [47] são balanceados. De forma a criar um sistema desbalanceado, 20% da carga da fase b em todas as barras foi distribuída igualmente pelas fases a e c . Também para se obter um melhor perfil de tensões, um banco de capacitores de 900 kvar foi conectado na Barra 17 do sistema de distribuição. Equações de potência foram empregadas no sistema de transmissão, e equações de corrente no de distribuição. Para a seqüência negativa, a admitância equivalente Y_{nrt}^{neg} foi considerada infinita, enquanto que para a seqüência zero Y_{nrt}^{zer} é de fato irrelevante devido ao bloqueio de seqüência zero provido pelo transformador com conexão Δ - Y aterrado.

5.4.2 Resultados

A Figura 5.16 mostra o perfil de tensões em todas as barras do sistema de distribuição e em algumas barras do sistema de transmissão para duas condições operacionais no sistema de transmissão:

- 1) Todas as linhas de transmissão estão em serviço (Cond. 1);
- 2) A linha de transmissão 109-110 está fora de serviço (Cond. 2).

Na segunda condição, o perfil de tensões no sistema de distribuição sofre um afundamento de até 0.8% nos pontos extremos do alimentador.

A Tabela 5.15 apresenta os resíduos de potência ativa e reativa na Barra de Interface 108, para as duas condições operacionais. Ela mostra que a formulação

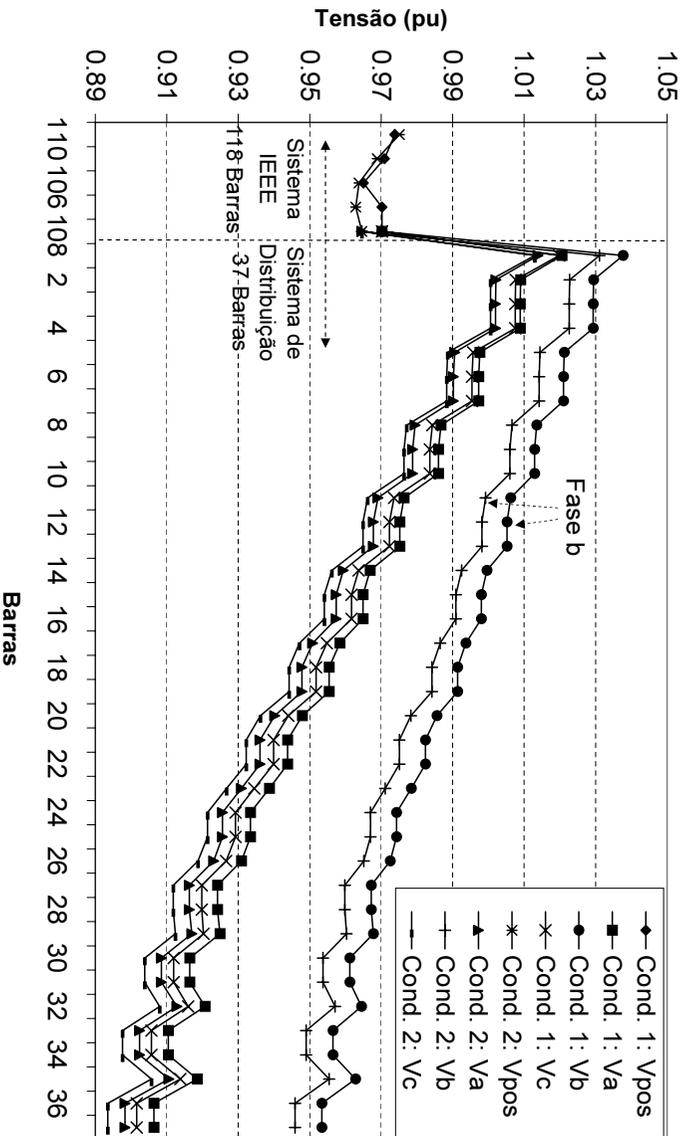


Figura 5.16: Perfil de tensões para o sistema IEEE 118 barras + 37 barras

híbrida preserve a característica de convergência quadrática do método de Newton-Raphson.

Tabela 5.15: Característica de convergência para o sistema IEEE 118 + 37 barras

Iteração	Condição 1		Condição 2	
	ΔP_{108} (MW)	ΔQ_{108} (MVar)	ΔP_{108} (MW)	ΔQ_{108} (MVar)
0	0.177×10^1	0.438×10^0	0.177×10^1	0.438×10^0
1	0.967×10^{-1}	0.136×10^0	0.920×10^{-1}	0.102×10^0
2	0.570×10^{-2}	0.617×10^{-2}	0.400×10^{-2}	0.526×10^{-2}
3	0.144×10^{-4}	0.174×10^{-5}	0.110×10^{-4}	0.167×10^{-5}
4	0.114×10^{-10}	0.286×10^{-10}	0.105×10^{-10}	0.236×10^{-10}

Embora nenhuma admitância equivalente tenha sido introduzida na interface entre os dois subsistemas, o que a rigor resulta em solução aproximada, é sabido que os desbalanços propagados aos sistemas de subtransmissão são pequenos em condições normais de operação. Tal aproximação é tacitamente aceita mesmo na usual análise em separado do sistema de distribuição, ao se assumir uma barra balanceada (em geral tomada como barra $V\theta$) para início da modelagem trifásica. A formulação híbrida permitiu incorporar na análise o efeito da admitância de sequência positiva, como verificado no desligamento de uma linha.

5.5 Sistema Sul-Sudeste Brasileiro 1916 Barras

5.5.1 Descrição do Sistema

Este sistema é baseado no sistema elétrico brasileiro, com 1916 barras, 2788 linhas e transformadores, 1157 cargas e 198 barras geradoras. O objetivo também é avaliar a formulação híbrida monofásica \times trifásica em aplicação de fluxo de potência, porém num sistema real de grandes dimensões, incluindo diversos elementos de interface. Neste caso, o foco da análise está no desbalanço introduzido por uma linha de transmissão de 500 kV não-transposta, com 108 km de extensão.

A Figura 5.17 mostra o diagrama unifilar da parte de interesse, intencionalmente escolhida como uma região muito pequena em torno da linha. Somente 3 barras (1 a 3) foram promovidas para modelagem trifásica. Além da linha de transmissão 1-2-3, existem 10 elementos série de interface com modelagem trifásica, 5 linhas e 5 transformadores conexão estrela aterrada. Estes elementos se conectam a 8 barras de interface (4 a 11) com modelagem de seqüência positiva. Dados reais de impedância foram considerados para a linha não-transposta (geometria dos condutores e parâmetros de fase), e também para as linhas transpostas (parâmetros de seqüência convertidos para parâmetros de fase).

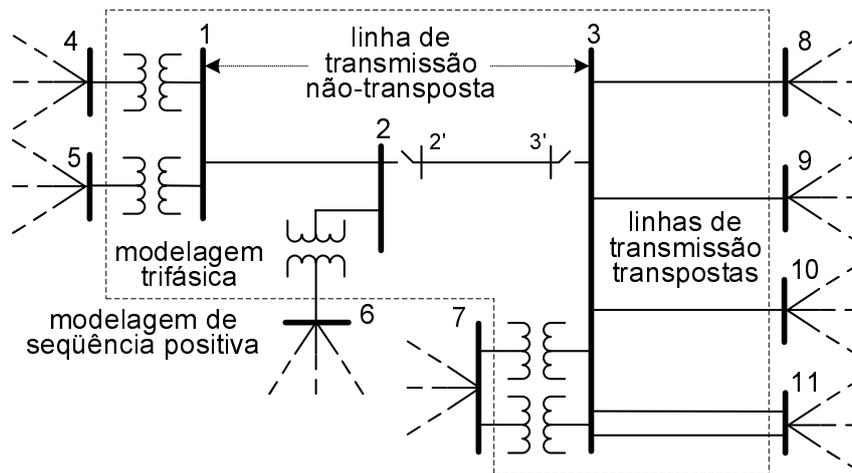


Figura 5.17: Sistema 1916 barras com uma linha de transmissão não-transposta

Neste caso, admitâncias equivalentes não podem ser plenamente representadas. Como discutido no Capítulo 4, múltiplos elementos de interface implicam em equivalentes externos multiterminais, com elementos *shunt* e série entre as barras de fronteira. A interface alternativa com barras terminais trifásicas, descrita na Se-

ção 4.8.2, permite a inclusão deste tipo de equivalente. No entanto, para uma aplicação isolada de fluxo de potência, com baixo requisito computacional, a solução com modelagem trifásica plena de todo o sistema poderia ser mais imediata que o cálculo do equivalente. Uma abordagem mais prática consiste em analisar os desbalanços na interface e ampliar a região com modelos trifásicos, caso necessário.

5.5.2 Resultados

A Tabela 5.16 apresenta as magnitudes das tensões nas barras da região de interesse para duas condições operacionais do circuito 2-3:

- 1) Condição normal de operação, onde as chaves 2-2' e 3-3' indicadas na Figura 5.17 estão fechadas;
- 2) Condição de defeito, onde as chaves 2-2' e 3-3' estão abertas somente na fase *a*, representando uma abertura monopolar.

Equações de corrente foram empregadas no subsistema trifásico, e equações de potência em todo o sistema restante.

Tabela 5.16: Tensões nas barras para o sistema 1916 barras

Barra	Condição Normal				Condição de Defeito			
	V^a	V^b	V^c	V^{pos}	V^a	V^b	V^c	V^{pos}
1	1.015	1.011	1.008		1.012	1.002	0.986	
2	0.985	0.985	0.983		0.962	0.971	0.922	
2'	—	—	—		0.181	0.971	0.922	
3'	—	—	—		0.137	0.929	0.930	
3	0.990	0.994	1.000		0.939	0.929	0.930	
4				1.005				0.994
5				1.000				0.988
6				1.008				0.980
7				0.979				1.037
8				1.029				0.985
9				1.054				1.020
10				0.993				0.932
11				1.003				0.941

A Tabela 5.17 apresenta as magnitudes das correntes (em Ampères) nas três fases dos circuitos e os fatores de desbalanço de corrente para as mesmas condições

da Tabela 5.16. As correntes indicadas são referentes à extremidade “Para” do circuito, que para os elementos série de interface corresponde à barra de interface com modelagem de seqüência positiva.

Tabela 5.17: Correntes nos circuitos para o sistema 1916 barras

Circ.	Condição Normal						Condição de Defeito					
	I^a (A)	I^b (A)	I^c (A)	I^{pos} (A)	m_2 (%)	m_0 (%)	I^a (A)	I^b (A)	I^c (A)	I^{pos} (A)	m_2 (%)	m_0 (%)
*1-2	1497	1634	1490	1538	7.2	1.0	962	1651	1565	1373	27.8	2.5
*2-3	1595	1746	1595	1642	7.5	1.2	0	2082	2005	1307	75.5	24.6
3-8	1203	1181	1204	1196	1.4	0.2	1577	1323	1337	1410	9.7	2.1
3-9	1234	1214	1234	1227	1.2	0.2	1631	1407	1416	1483	8.1	1.8
3-10	1303	1353	1318	1324	2.5	0.2	1072	1523	1570	1380	19.0	4.2
3-11	1070	1100	1081	1083	1.8	0.2	942	1198	1237	1122	13.6	3.1
3-11	1368	1407	1383	1386	1.7	0.2	1207	1536	1577	1435	13.7	3.2
1-4	1029	1100	1027	1051	5.4	0.8	709	1081	1013	926	21.9	2.3
1-5	478	545	476	498	11.0	1.6	232	594	536	439	44.6	4.6
2-6	143	157	144	147	10.9	4.1	932	471	438	66	889.	423.
3-7	126	137	135	132	6.8	3.0	31	206	201	136	50.7	50.0
3-7	126	137	135	132	6.8	3.0	31	206	201	136	50.7	50.0

* Linhas de transmissão não-transpostas

A Tabela 5.18 compara a característica de convergência da solução convencional de fluxo de potência de seqüência positiva em todo o sistema com a solução obtida com a modelagem híbrida. Ela mostra, para a condição normal, de operação os resíduos de potência ativa e reativa na Barra 4. A modelagem trifásica em somente 3 barras e 12 elementos passivos praticamente não afetou a convergência da solução de um sistema de grande porte.

Tabela 5.18: Característica de convergência para o sistema 1916 barras

Iteração	Todo Monofásico		Trifásico \times Monofásico	
	ΔP_4 (MW)	ΔQ_4 (MVar)	ΔP_4 (MW)	ΔQ_4 (MVar)
0	0.381×10^1	0.657×10^2	0.381×10^1	0.657×10^2
1	0.406×10^2	0.124×10^2	0.471×10^2	0.153×10^2
2	0.805×10^0	0.217×10^1	0.381×10^0	0.263×10^1
3	0.298×10^{-1}	0.892×10^{-1}	0.459×10^{-1}	0.846×10^{-1}
4	0.542×10^{-3}	0.621×10^{-3}	0.602×10^{-3}	0.452×10^{-3}
5	0.484×10^{-6}	0.266×10^{-6}	0.353×10^{-6}	0.104×10^{-6}

5.5.3 Análise dos Resultados

Para condição normal de operação, com o desbalanço introduzido somente pela linha não-transposta, as correntes nas LTs de interface foram calculadas como razoavelmente balanceadas, com $m_2 \leq 2.5\%$ e $m_0 \leq 0.2\%$. Para os transformadores, o desbalanço de corrente é consideravelmente maior ($m_2 = 11.0\%$ em 1-5 e $m_0 = 4.1\%$ em 2-6). Isto indica que a modelagem trifásica deveria ser estendida na direção dos transformadores para introduzir mais impedância da rede externa e melhorar a aproximação, possivelmente reduzindo o desbalanço de corrente e aumentando o desbalanço de tensão naquele ponto do sistema.

Para a condição de defeito com abertura monopolar, obviamente os desbalanços introduzidos são muito maiores em todas as direções, e vão se propagar por uma parte consideravelmente maior do sistema se uma modelagem trifásica plena for empregada. Neste caso, o subsistema trifásico certamente precisa ser ampliado para melhorar a aproximação, ou equivalentes devem ser considerados.

Os valores aceitáveis para os fatores de desbalanço de corrente m_2 e m_0 na interface com equivalentes ideais são dependentes do problema e da precisão requerida. O grau de desbalanço interno e as dimensões relativas dos dois subsistemas devem ser avaliados. A extensão da modelagem trifásica não irá reduzir o desbalanço na interface a um valor que se considera aceitável caso o desbalanço real seja superior a este valor naquela parte do sistema. Isto significa que uma determinada precisão só poderá ser obtida com todo o sistema (ou maior parte dele) com modelagem trifásica plena.

Assim, a definição inicial do subsistema trifásico ou seu ajuste durante a análise deve envolver algum conhecimento do sistema externo de forma a escolher para a fronteira as barras eletricamente mais fortes, supostamente com tensões mais balanceadas. Outros fatores também devem ser considerados, como por exemplo:

- a) Transformadores na área externa vizinha à fronteira podem afetar significativamente o valor da impedância equivalente de seqüência zero, de acordo com seu tipo de conexão. Deve-se tirar proveito das conexões que isolam a seqüência zero.
- b) Uma vez que a modelagem de seqüência positiva usualmente não representa a defasagem introduzida pela conexão dos transformadores, o subsistema trifásico

não pode introduzir defasagem parciais numa malha fechada envolvendo os dois subsistemas.

- c) Capacitores na área externa vizinha à fronteira podem contribuir para uma impedância equivalente capacitiva, o que pode induzir um desbalanço de corrente subestimado caso a rede interna seja indutiva.

Em resumo, a aplicação da interface série proposta com equivalentes ideais requer conhecimento do sistema e análise crítica do usuário para avaliar como a impedância equivalente externa se comporta.

5.6 Sistema Sul-Sudeste Brasileiro 730 Barras

5.6.1 Descrição do Sistema

Este sistema também tem como base equivalentes simplificados do sistema elétrico brasileiro, com 730 barras, 1146 linhas e transformadores, 392 cargas, 116 barras geradoras no fluxo de potência e 82 geradores com modelos dinâmicos. O objetivo é avaliar a adequação e o desempenho computacional da ferramenta de análise dinâmica num sistema de médio porte.

De forma a permitir uma análise comparativa de desempenho e uma validação parcial dos resultados com a modelagem convencional de seqüência positiva, três formulações foram consideradas:

- I) Todo o sistema de 730 barras tem modelagem monofásica equivalente;
- II) Todo o sistema de 730 barras tem modelagem trifásica;
- III) Somente uma área do sistema, com 58 barras, tem modelagem trifásica.

Para a formulação III), a representação trifásica foi aplicada em algumas barras do estado do Rio de Janeiro e parte do Espírito Santo, parcialmente ilustrado no diagrama unifilar da Figura 5.18. Foram selecionadas as barras com tensão de 138kV ou inferior, incluindo barras de geração ou auxiliares em média tensão. A área contém 58 barras, 96 linhas e transformadores, 39 cargas, 5 usinas geradoras e 1 compensador síncrono, o que corresponde a cerca de 8% (em número de barras) do sistema 730 barras. A interface entre o subsistema trifásico e o de seqüência

positiva é feita em 7 pontos distintos, em barras de 500kV (Barras 104 e 107) e 345kV (Barras 144, 140, 147 e 149), via transformadores, e em 230kV (Barra 461), via linha de transmissão.

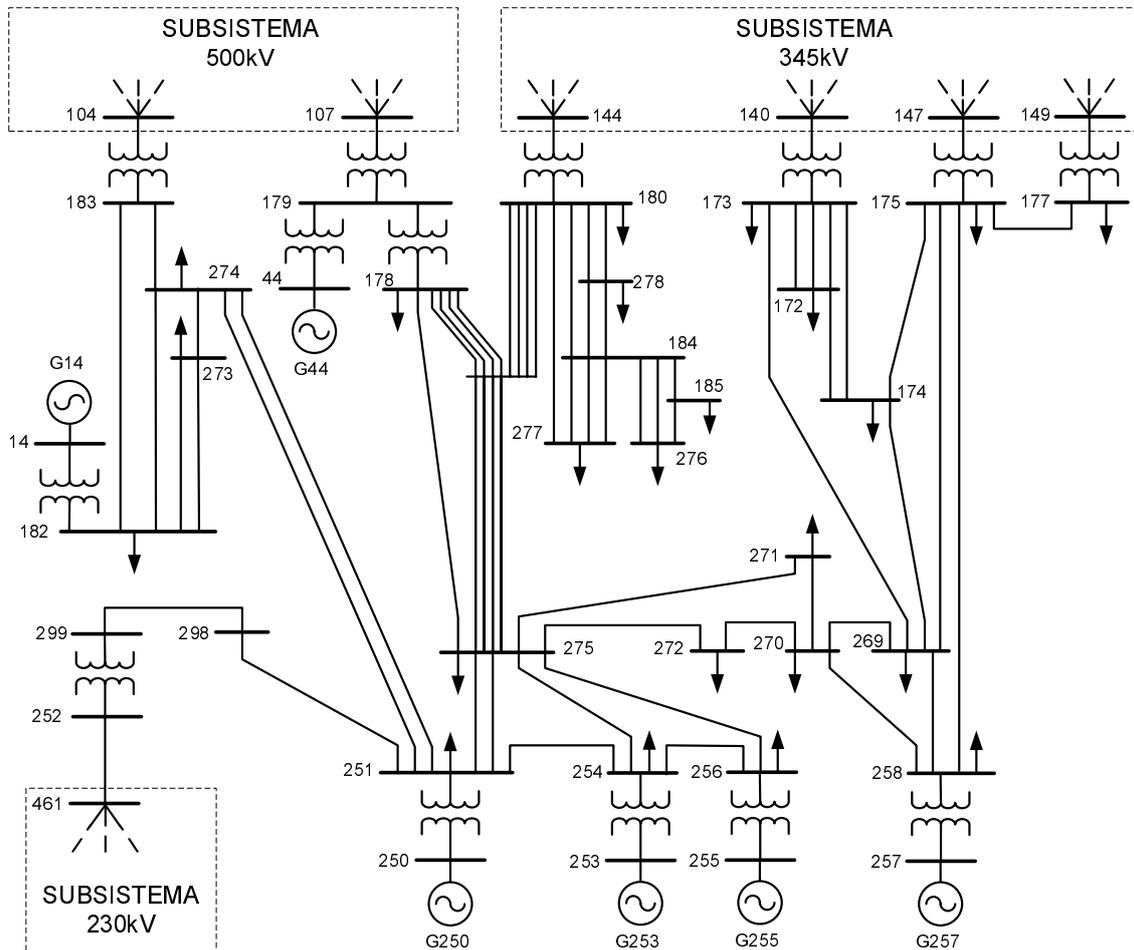


Figura 5.18: Sistema 730 barras - representação trifásica parcial

Devido à indisponibilidade de dados trifásicos para o sistema 730 barras, e ainda mantendo a essência de uma formulação trifásica para o problema, as seguintes premissas ou aproximações serão consideradas para a modelagem dos elementos do sistema:

- a) Todas as linhas de transmissão foram consideradas como balanceadas, com parâmetros de fase calculados a partir dos parâmetros de seqüência, e com os seguintes valores para seqüência zero: $Z_{ser}^{zer} = 3 \times Z_{ser}^{pos}$ e $B_{sh}^{zer} = 0.5 \times B_{sh}^{pos}$.
- b) Todas as cargas foram consideradas como balanceadas e com conexão Y aterrado, exceto quando indicado em contrário, e do tipo potência constante no fluxo de potência e impedância constante na simulação dinâmica.

- c) Todos os transformadores foram considerados como balanceados e com conexão Y aterrado em ambos os lados, exceto quando indicado em contrário.
- d) Todos os geradores foram representados por modelos de Park de quinta e sexta ordem (modelos MD02 e MD03 em [24]), assumindo para R^{neg} o valor de 10%.
- e) Todos os reguladores de tensão de geradores foram representados por um único modelo de quarta ordem (modelo MD01 em [24]). Saturações, reguladores de velocidade e estabilizadores não foram representados.

5.6.2 Análise do Sistema Balanceado

Logicamente, em condições balanceadas os resultados encontrados para as formulações monofásica, trifásica e híbrida devem ser iguais, a menos dos erros de truncamento numérico no processamento, seja para condições de regime permanente ou para defeitos trifásicos balanceados.

5.6.2.1 Fluxo de Potência

Neste caso os resultados foram validados com auxílio do programa ANAREDE [23], desenvolvido pelo CEPEL. Para a tolerância empregada de 10^{-6} pu, nenhuma diferença foi encontrada entre o programa ANAREDE e as três formulações aplicadas, com resultados rigorosamente iguais. Para partida em perfil plano de tensões, o programa ANAREDE convergiu em 5 iterações, enquanto que o programa FASEE convergiu em 6 iterações nas três formulações. Esta diferença se deve basicamente ao uso de estados internos aos geradores na formulação generalizada (vide Figuras 3.7, 3.9 a 3.12). Tais estados se referem às injeções dos geradores, e foram aqui inicializados a partir de injeções nulas para o perfil plano de tensões. Os estados internos necessitam de melhores estimativas em sistemas de grande porte ou de difícil convergência, em especial para a máquina $V\theta$. Algumas recomendações para o caso trifásico podem ser encontradas na referência [7].

5.6.2.2 Simulação Dinâmica de Curto Prazo

Neste caso os resultados foram validados com auxílio do programa ANATEM [24], desenvolvido pelo CEPEL. Um curto-circuito trifásico na Barra 272 do sistema (vide

Figura 5.18), de duração 100 ms, foi simulado por 5 s e com um passo de integração de 1 ms. Comparando-se o ângulo de carga do gerador G253, com amplitude de oscilação de 14° , a maior diferença encontrada entre as três formulações e o programa ANATEM foi de 0.2° , conforme ilustrado na Figura 5.19. Tal diferença está associada às tolerâncias do método de integração e erros de truncamento numérico.

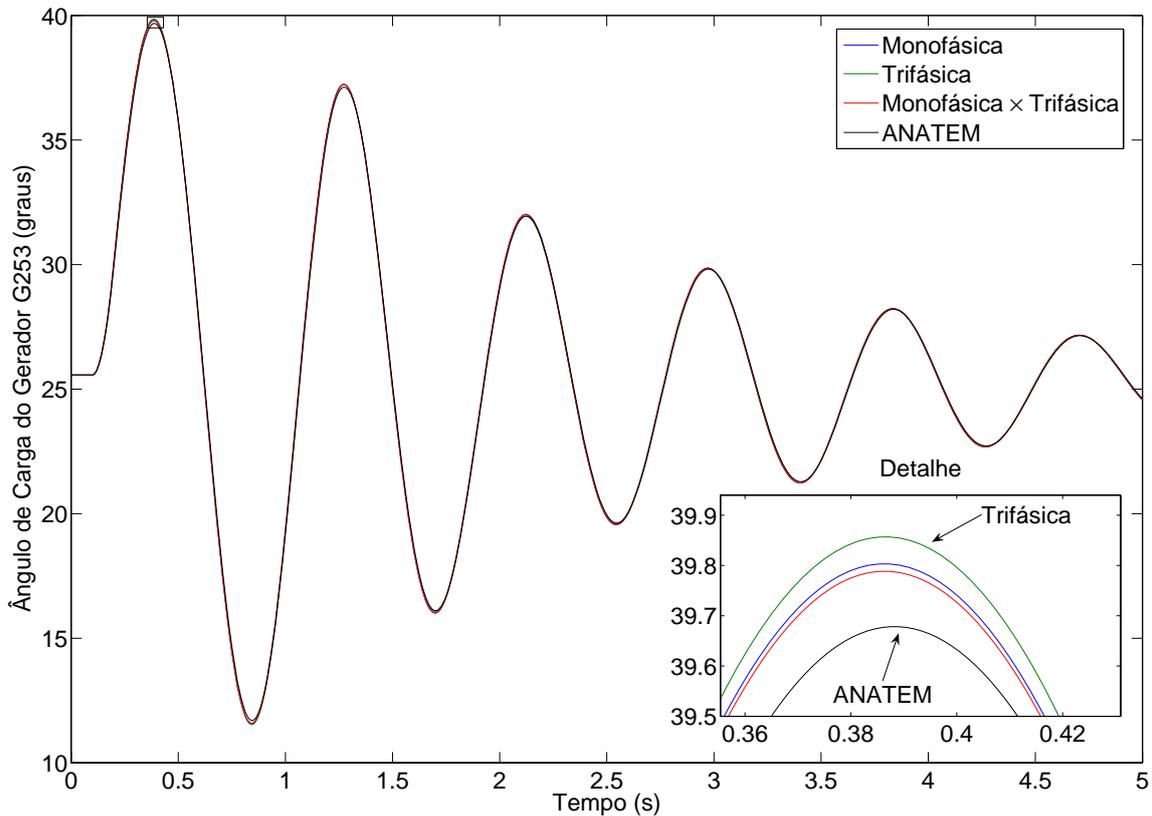


Figura 5.19: Sistema 730 Barras - Curto-circuito trifásico balanceado na Barra 272

5.6.3 Análise do Sistema Desbalanceado

Para condições desbalanceadas, foram comparadas apenas as formulações trifásica plena e híbrida. Para o caso da formulação híbrida, nenhum equivalente foi considerado para as barras de interface, o que resulta em solução aproximada, a ser comparada com a solução obtida com a modelagem trifásica plena.

5.6.3.1 Fluxo de Potência

Neste caso, foi avaliado o desbalanceamento introduzido numa das cargas do Sistema 730 Barras. Na Barra 271 foi conectado um transformador de 100 MVA, conexão

Δ -Y aterrado, com impedância de 8% e tape ajustado em 0.96 pu, representando um transformador de subestação de distribuição. A carga desta barra, tipo potência constante e conexão Y aterrado, e cujo valor original balanceado é de (60+j14 MVA), foi transferida para a barra secundária deste transformador (Barra S-271). Por fim, toda a carga alocada na fase *b* foi igualmente distribuída pelas fases *a* e *c*. As demais cargas do sistema permanecem balanceadas. Para evitar a representação de seus respectivos transformadores de subestação, estas cargas foram modeladas como conexão Δ e mantidas em suas barras de alta tensão. Desta forma, nenhum desbalanço de seqüência zero é introduzido no subsistema de 138kV, o que se aproxima da condição real para desbalanços de carga.

A Tabela 5.19 mostra as tensões calculadas nas barras primária e secundária do transformador, para as duas formulações. Embora os erros obtidos nas tensões por fase tenham sido pequenos, abaixo de 0.33%, os resultados confirmam que o desbalanço de tensão m_2 é subavaliado com o equivalente ideal. O desbalanço de tensão m_0 no sistema de 138kV é realmente nulo nestas condições, e calculado de forma exata no secundário do transformador, pois somente erros relativos à seqüência negativa foram introduzidos.

Tabela 5.19: Sistema 730 Barras - carga desbalanceada na Barra S-271

Barra		Trifásico			Monofásico \times			Erro	
N ^o	Fase	Pleno			Trifásico			E_V	E_θ
	Seq.	pu	graus	MVA	pu	graus	MVA	%	graus
271	A	0.955	0.4		0.956	0.5		0.10	0.2
	B	0.953	-118.7		0.955	-118.8		0.20	-0.1
	C	0.968	120.9		0.965	120.9		-0.31	0.0
	+	0.958	0.9		0.958	0.9		0.00	0.0
	m_2	0.96%			0.64%				
	m_0	0.00%			0.00%				
S-271	A	0.974	26.6	30 + j7	0.978	26.6	30 + j7	0.33	0.1
	B	1.008	-88.6	0 + j0	1.007	-88.8	0 + j0	-0.11	-0.2
	C	0.990	146.3	30 + j7	0.988	146.4	30 + j7	-0.21	0.1
	+	0.990	28.1		0.990	28.1		0.00	0.0
	m_2	3.49%			3.17%				
	m_0	2.54%			2.54%				

S-271 = Barra secundária do transformador da Barra 271

5.6.3.2 Simulação Dinâmica de Curto Prazo

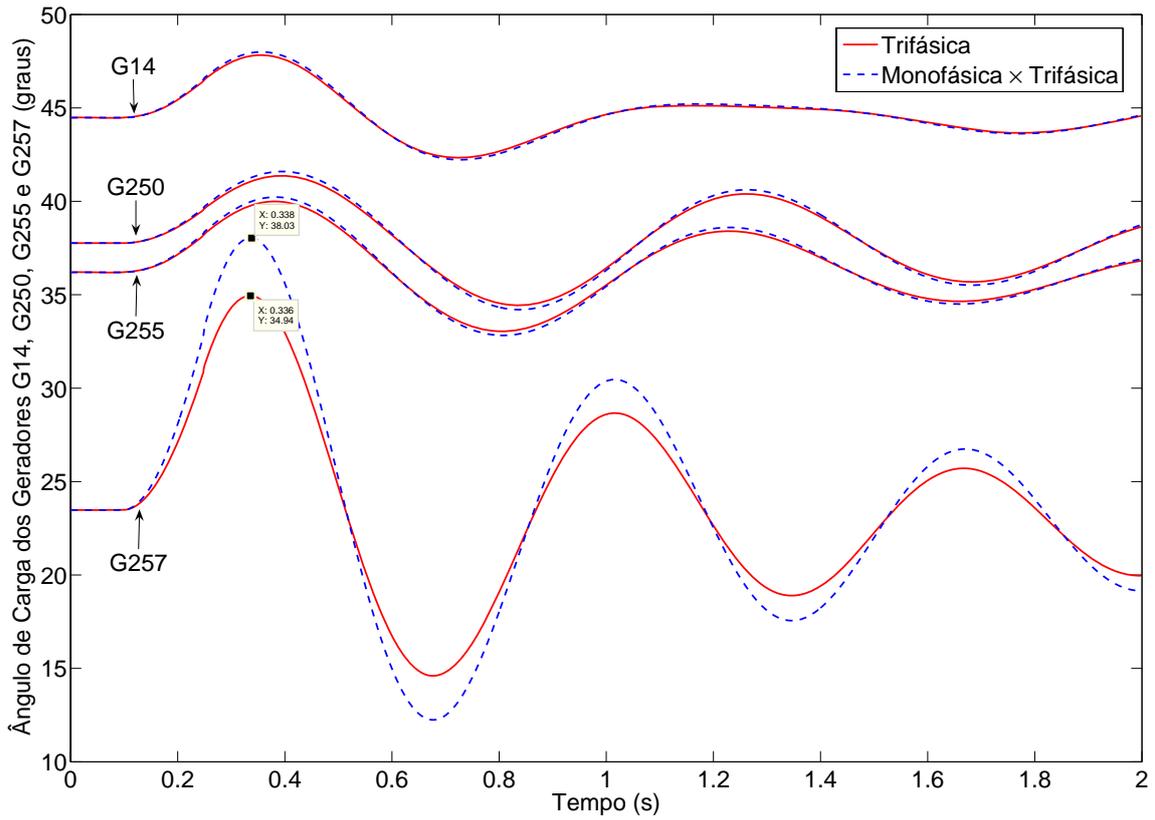
Neste caso, foi simulado um curto-circuito fase-fase sem impedância, duração de 150 ms, envolvendo as fases *b* e *c* da Barra 258 (barra de AT do gerador G257). As condições eram balanceadas antes do defeito. Sabidamente, este defeito não envolve a terra, não impondo correntes de seqüência zero ao sistema, o que reduz os erros na interface a somente a parcela de corrente de seqüência negativa que atravessa a interface. Aproximação similar seria obtida para defeitos envolvendo a terra se houvesse no subsistema trifásico transformadores com conexões que bloqueiam as correntes de seqüência zero.

As curvas com ângulos de carga de 4 geradores do subsistema trifásico estão ilustradas na Figura 5.20(a), com maior erro de 3° no gerador G257. As tensões na Barra 258 estão ilustradas na Figura 5.20(b), com maior erro de 3% na fase *a*.

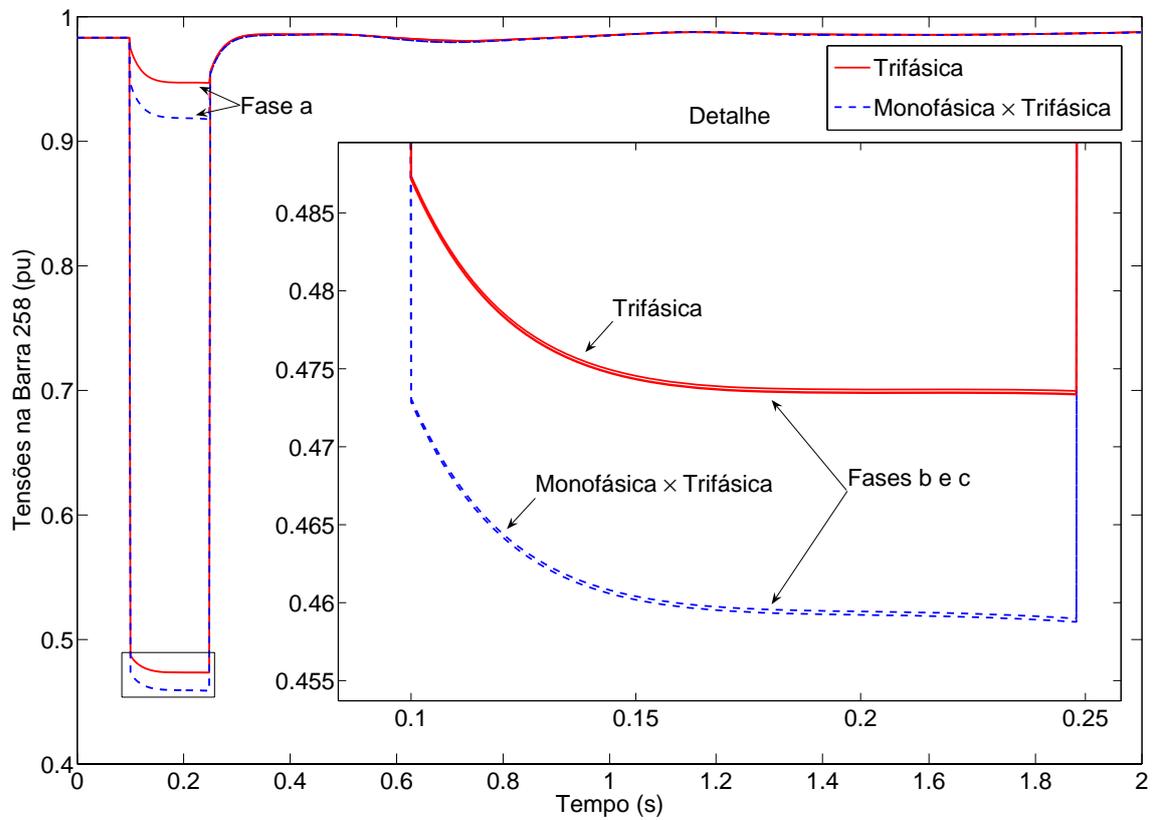
A Tabela 5.20 compara os desbalanços de seqüência negativa que surgem nos circuitos de interface no momento de aplicação do defeito. Tomando como indicador somente os desbalanços de corrente m_2 calculados com a formulação híbrida, as Barras 147, 140 e 144 são os pontos onde os maiores erros são introduzidos. Com exceção da Barra 149, devido à introdução de mais impedância na rede, os desbalanços de corrente calculados com a formulação trifásica plena são inferiores aos calculados com a formulação híbrida. Examinando a Barra 149, verificou-se que ela recebe duas linhas de transmissão longas (subsistema 345kV), cuja capacitância elevada resultou em equivalente capacitivo para aquela barra.

Tabela 5.20: Erros de Interface para o Sistema 730 Barras

Elemento de Interface		Trifásico × Monofásico		Trifásico Pleno	
Barra	Circuito	m_2 (%)	V^{neg} (%)	m_2 (%)	V^{neg} (%)
104	104-183	1.20	0.00	0.77	2.01
107	107-179	6.51	0.00	2.94	1.13
140	140-173	13.53	0.00	10.54	4.42
144	144-180	11.77	0.00	2.53	4.43
147	147-175	55.98	0.00	39.07	7.77
149	149-177	4.50	0.00	7.83	7.05
461	461-252	3.25	0.00	3.16	1.23



(a) Ângulo de carga dos geradores



(b) Tensões na Barra 258

Figura 5.20: Curto-circuito Fase-Fase na Barra 258 (barra AT do gerador G257)

5.6.4 Desempenho Computacional

A avaliação do desempenho computacional foi realizada no Sistema 730 Barras, sobre os casos balanceados de fluxo de potência e simulação dinâmica de defeitos balanceados. Foi empregado um microcomputador com processador AMD Athlon64 3000+ (Venice), com 1Gb de memória RAM. O compilador utilizado foi o Microsoft C++ versão 14.0, com todas as opções de otimização habilitadas.

A Tabela 5.21 compara o desempenho computacional do fluxo de potência para as três formulações avaliadas. Os *Fatores de Desempenho* FD_T e FD_H representam uma relação de esforço computacional entre as formulações trifásica plena e híbrida, e a formulação monofásica equivalente, respectivamente. O esforço computacional está praticamente concentrado na montagem da matriz jacobiana do método de Newton-Raphson, empregando diferenciação automática. Para uma formulação trifásica em componentes de fase, a relação entre estes tempos se aproxima de n^2 , onde n é a relação entre as dimensões da matriz jacobiana de cada formulação.

A Tabela 5.22 apresenta a comparação de desempenho para a simulação no tempo pelo método alternado. O esforço computacional está agora praticamente concentrado no cálculo das injeções nodais e na solução das equações algebrizadas dos modelos. Uma vez que as máquinas síncronas são trifásicas somente no estator, com dinâmica de campo e controles idênticos nas modelagens trifásica e monofásica equivalente, a relação entre os tempos de simulação destas duas formulações resultou em somente 2.24. O programa ANATEM, aplicando o método alternado e com todos os modelos implementados em código neste exemplo, foi 9 vezes mais rápido que a ferramenta FASEE com modelagem de seqüência positiva.

Para o método simultâneo, com desempenho mostrado na Tabela 5.23, a relação entre os tempos da simulação trifásica completa e de seqüência positiva é um pouco maior, 2.49. O método simultâneo é ainda cerca de duas vezes mais lento que o método alternado, porém compensado pela possibilidade de maiores passos de integração. Para a formulação híbrida, logicamente o incremento no esforço computacional segue a proporção do sistema com modelagem trifásica (neste exemplo, 8%).

Os baixos esforços associados com a fatoração LU e solução do sistema de equações lineares, em todos os casos analisados (no máximo 12% para o fluxo de potência

Tabela 5.21: Desempenho computacional do fluxo de potência

Sistema 730 Barras	Monofásico	Trifásico	Híbrido	†FD _T	‡FD _H
Número de iterações	6	6	6	1.00	1.00
Dimensão da jacobiana	1683	4740	1924	2.82	1.14
Número de avaliações da jacobiana	6	6	6	1.00	1.00
Montagem da jacobiana	242 ms	1727 ms	357 ms	7.14	1.48
Fatoração da jacobiana	27 ms	230 ms	38 ms	8.52	1.41
Cálculo de resíduos	27 ms	71 ms	28 ms	2.65	1.06
Solução do sistema linear	1 ms	5 ms	1 ms	4.86	1.29
Atualização das variáveis	3 ms	7 ms	3 ms	2.49	1.12
Tempo total de processamento	300 ms	2039 ms	427 ms	6.82	1.42

†FD_T = Fator de desempenho (Trifásico / Monofásico Equivalente)

‡FD_H = Fator de desempenho (Híbrido / Monofásico Equivalente)

Tabela 5.22: Desempenho computacional da simulação - método alternado

Sistema 730 Barras	Monofásico	Trifásico	Híbrido	FD _T	FD _H
Passos de integração	5000	5000	5000	1.00	1.00
Dimensão de $\mathbf{Y}_{\text{barra}}$	730	2190	846	3.00	1.16
Número de avaliações de $\mathbf{Y}_{\text{barra}}$	3	3	3	1.00	1.00
Tempo de montagem de $\mathbf{Y}_{\text{barra}}$	6 ms	18 ms	7 ms	2.89	1.15
Tempo de fatoração de $\mathbf{Y}_{\text{barra}}$	2 ms	22 ms	3 ms	10.71	1.47
Tempo de cálculo de injeções	41.1 s	103.0 s	44.9 s	2.51	1.09
Tempo de solução da rede elétrica	3.6 s	12.5 s	4.3 s	3.46	1.19
Tempo de solução dos modelos	24.4 s	39.0 s	25.5 s	1.60	1.05
Tempo total de processamento	† 69.1 s	154.5 s	76.0 s	2.24	1.10

† Tempo do programa ANATEM = 7.6 s

Tabela 5.23: Desempenho computacional da simulação - método simultâneo

Sistema 730 Barras	Monofásico	Trifásico	Híbrido	FD _T	FD _H
Passos de integração	5000	5000	5000	1.00	1.00
Dimensão da jacobiana	2556	5476	2788	2.14	1.09
Número de avaliações da jacobiana	70	70	70	1.00	1.00
Tempo de montagem da jacobiana	3.4 s	19.8 s	4.9 s	5.82	1.44
Tempo de fatoração da jacobiana	0.6 s	3.4 s	0.7 s	6.02	1.25
Tempo de cálculo de resíduos	113.3 s	268.9 s	124.8 s	2.37	1.10
Tempo de solução do sistema linear	6.3 s	26.3 s	7.5 s	4.17	1.20
Tempo de atualização das variáveis	8.4 s	9.6 s	8.5 s	1.14	1.01
Tempo total de processamento	132.0 s	328.1 s	146.5 s	2.49	1.11

trifásico), desencorajam por ora qualquer tentativa de melhoria das ferramentas de solução atualmente empregadas. Considerações são feitas no Apêndice D. O potencial de ganho de desempenho da plataforma FASEE está atualmente no mecanismo de solução e diferenciação da estrutura MDU.

5.7 Considerações Finais

A modelagem computacional descrita no Capítulo 2, juntamente com os modelos trifásicos desenvolvidos nos Capítulos 3 e 4 foram testados em sistema de pequeno e médio porte e apresentaram resultados consistentes. Validações e comparações com os programas DIgSILENT (fluxo de potência trifásico), ANAREDE e ANATEM (fluxo de potência e simulação monofásica equivalente de transitórios eletromecânicos), e PSCAD/EMTDC (simulação de transitórios eletromagnéticos) foram realizadas. Os tópicos seguintes concluem os resultados obtidos neste capítulo:

- A estrutura de modelos definidos pelo usuário (MDU), com recursos de diferenciação automática, permitiu desenvolver modelos trifásicos mais realísticos, porém mais complexos e de difícil implementação em programas convencionais. Funções de controle arbitrárias podem ser avaliadas com o mínimo esforço de programação.
- A simulação trifásica introduziu alguma qualidade de resposta para defeitos próximos aos geradores e motores, quantificada pelo torque de seqüência negativa desenvolvido durante defeitos desbalanceados.
- A formulação trifásica plena em componentes de fase simplificou consideravelmente a representação de defeitos e a tarefa de simulação, eliminando a necessidade de cálculo de impedâncias equivalentes.
- A formulação híbrida trifásica \times monofásica equivalente permitiu considerável redução do esforço computacional, concentrando-o onde o desbalanço é mais significativo ou de interesse, embora requeira o cálculo de impedâncias equivalentes para uma solução exata ou de maior precisão.

Conclusões

6.1 Considerações Gerais

Este trabalho de tese apresentou o desenvolvimento de uma ferramenta computacional de simulação na frequência fundamental, capaz de analisar o comportamento dinâmico de sistemas elétricos desbalanceados com modelagem trifásica plena em componentes de fase. Mais comumente empregada na análise dos sistemas de distribuição, a modelagem em componentes de fase permite uma representação mais fiel da rede elétrica, em especial para os transformadores. A representação de defeitos é também bastante facilitada. No caso dos sistemas de transmissão, uma análise mais realística de defeitos ou operações mais complexas como a abertura monopolar se torna imediata.

A mesma plataforma computacional empregada na análise convencional de seqüência positiva é empregada na análise trifásica, bastando apenas redefinir os dispositivos como trifásicos e aplicar os modelos correspondentes. A seleção de modelagem trifásica ou monofásica equivalente é realizada em tempo de execução do programa. Para sistemas balanceados, esta habilidade em tese permite que uma simulação seja realizada com modelagem trifásica plena somente durante os instantes de desbalanço imposto ao sistema.

Empregando uma arquitetura de modelos definidos pelo usuário, a plataforma computacional permite que os dispositivos elétricos e seus controles sejam mais facilmente modelados pelo usuário, a partir de expressões matemáticas ou de uma representação funcional por diagrama de blocos. Técnicas de diferenciação automática permitem a solução simultânea destes modelos pelo método de Newton-Raphson clássico, bem conhecido por sua robustez. No caso de modelos trifásicos, a diferenciação automática se revela um recurso particularmente importante, pois a complexidade dos modelos torna mais difícil a implementação direta em código fonte de linguagens de programação, em especial no caso dos modelos de máquinas girantes.

Modelos trifásicos mais acurados para máquinas síncronas e de indução foram desenvolvidos. Para condições de regime permanente, modelos dedicados para geradores PV , PQ e $V\theta$ foram propostos. Controles e limites comumente aplicados em estudos de fluxo de potência foram representados. Estes modelos foram equacionados em componentes simétricos ou no domínio de Park, e acoplados na rede elétrica em componentes de fase, com solução convencional pelo método de Newton-Raphson em aplicações de fluxo de potência ou em simulação dinâmica pelo método simultâneo. Os operadores de transformação fase-seqüência aplicados nas correntes e tensões terminais permitem que estes modelos sejam mais facilmente incluídos na matriz jacobiana.

Foi desenvolvida uma formulação que permite que a modelagem trifásica plena em componentes de fase seja aplicada em somente parte do sistema elétrico (subsistema desbalanceado), mantendo modelagem seqüência positiva no restante do sistema (subsistema balanceado ou quase-balanceado). Uma interface passiva entre os dois subsistemas foi proposta, e se baseia no princípio de equivalentes externos para as redes de seqüência negativa e zero. Ela foi inicialmente equacionada para um elemento π trifásico e passivo, sendo posteriormente estendida para modelos série genéricos. Foi mostrado que os operadores de transformação fase-seqüência também podem ser aplicados nas contribuições de derivadas destes modelos, segundo os mesmos princípios utilizados nos modelos *shunt*.

Os resultados de testes realizados no Capítulo 5 mostraram que a solução da formulação híbrida trifásica \times monofásica equivalente pelo método de Newton-Raphson é robusta o bastante para aplicações gerais em sistemas reais de grande porte. A

solução simultânea dos subsistemas trifásico e de seqüência positiva foi efetuada sem nenhuma aproximação na matriz jacobiana, não se introduzindo portanto nenhuma penalização na convergência do método de Newton-Raphson.

Foi mostrado que a interface trifásica \times monofásica equivalente com equivalentes ideais implícitos introduz erros proporcionais ao grau de desbalanço existente na interface entre os subsistemas. Rigorosamente falando, o conceito de sistema parcialmente desbalanceado só pode existir se correntes desbalanceadas em vários ramos deste sistema se compensam mutuamente num barra, resultando em correntes perfeitamente balanceadas a partir desta barra. Praticamente falando, pequenos desbalanços vão se propagar por todo o sistema e introduzir erros de interface, pelo menos nas situações onde uma análise desbalanceada é requerida.

Embora a interface com equivalentes ideais seja baseada num princípio de razoabilidade de aplicação para pequenos desbalanços na interface, não existem muitos cenários onde sua aplicação seja razoável e ao mesmo tempo necessária. No estudo da distribuição acoplada à subtransmissão ela se mostra plausível porque estaria agregando qualidade à análise ao se introduzir o efeito da impedância de seqüência positiva e a dinâmica associada, sem estar introduzindo nenhuma aproximação além daquela já aceita no estudo em separado destes dois subsistemas. Em outras aplicações, como por exemplo avaliação de desbalanços para índices de qualidade de energia, o efeito da impedância de seqüência positiva deixa de ser um fator determinante e o objetivo da análise passa ao desbalanço propriamente dito, função das impedâncias de seqüência negativa e zero. Neste caso, o desbalanço ainda que pequeno deve ser avaliado com precisão e erros de interface podem ser inaceitáveis. O mesmo poderá ocorrer na análise de defeitos, onde muito provavelmente grandes desbalanços serão impostos na interface.

Embora a solução trifásica de toda a rede elétrica seja perfeitamente viável com os recursos computacionais de hoje, se admitâncias equivalentes de seqüência negativa e zero forem aplicadas na interface, a solução obtida será exata ou quase exata, e os cenários de aplicação de uma formulação híbrida podem ser ampliados. A atual análise da resposta dinâmica para condições desbalanceadas (defeitos fase-terra, desligamento monopolar, etc.) considera a solução da rede de seqüência positiva, com uso de equivalentes de seqüência negativa e zero calculados para o ponto de defeito.

Com a formulação e os modelos desenvolvidos neste trabalho, estes equivalentes não necessitam ser pontuais. Eles podem ser calculados para a fronteira de uma região tão extensa quanto necessário, onde existe interesse na solução por fase, por exemplo, para avaliação do sistema de proteção nas vizinhanças de um defeito.

6.2 Contribuições do Trabalho

Como principais contribuições deste trabalho, podemos resumir:

- Desenvolvimento de uma plataforma computacional para análise dinâmica de sistemas elétricos desbalanceados que possibilita uma representação trifásica plena em componentes de fase.
- Desenvolvimento de modelos mais acurados de máquinas síncronas e máquinas de indução trifásicas para os problemas de fluxo de potência e estabilidade transitória.
- Desenvolvimento de uma metodologia que permite acoplar modelos de dispositivos *shunt* ou série desenvolvidos em componentes simétricos na matriz jacobiana do método de Newton-Raphson para formulações em componentes de fase, ou vice-versa.
- Desenvolvimento de uma nova formulação do problema de fluxo de potência, onde parte da rede considera representação trifásica em componentes de fase e parte representação monofásica equivalente [104].
- Extensão da formulação híbrida trifásica \times monofásica equivalente para a simulação dinâmica de sistemas ou condições desbalanceadas, com solução pelos métodos alternado ou simultâneo, com ou sem a inclusão de equivalentes de seqüência negativa e zero.

6.3 Sugestões para Trabalhos Futuros

Algumas sugestões para o desenvolvimento da ferramenta computacional já foram indicadas no decorrer do texto. Visando a continuidade dos trabalhos, os seguintes tópicos devem ser explorados:

- Implementar a modelagem dos dispositivos de proteção;
- Ampliar a biblioteca de modelos trifásicos (máquina de indução duplamente alimentada, motores de indução de dupla gaiola, dispositivos FACTS, etc.);
- Implementar uma interface gráfica para visualização e gerenciamento dos dispositivos da rede elétrica e dos modelos definidos pelo usuário;
- Otimizar o processo de solução e derivação de modelos na estrutura orientada a objetos, por meio de melhor aproveitamento das variáveis intermediárias (valor calculado e listas de derivadas);
- Desenvolver uma forma de representação explícita do neutro na estrutura do modelo;
- Desenvolver a representação direta de transformadores de três enrolamentos;
- Desenvolver um aplicativo de cálculo de curto-circuito de regime permanente;
- Implementar o cálculo de impedâncias equivalentes na ferramenta computacional e automatizar sua inclusão nos pontos de interface de uma formulação trifásica parcial;
- Investigar mais profundamente as aproximações introduzidas pela interface de rede trifásica \times monofásica equivalente e delimitar os cenários onde ela poderia ser aplicada sem a inclusão de equivalentes (equivalentes ideais).

Referências Bibliográficas

- [1] A. MANZONI, *Desenvolvimento de um Sistema Computacional Orientado a Objetos para Sistemas Elétricos de Potência: Aplicação a Simulação Rápida e Análise da Estabilidade de Tensão*, Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2005.
- [2] P. KUNDUR, J. PASERBA, V. AJJARAPU, et al., “Definition and Classification of Power System Stability”, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 19, No. 2, May 2004, pp. 1387-1401.
- [3] H. W. DOMMEL, “Digital Computer Solution of Electromagnetic Transients in Single- and Multiphase Networks”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-88, April 1969, pp. 388-399.
- [4] *ElectroMagnetic Transient Program (EMTP) Theory Book*, Bonneville Power Administration, August 1986.
- [5] D. A. WOODFORD, A. M. GOLE, R. W. MENZIES, “Digital Simulation of DC Links and AC Machines”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-102, June 1983, pp. 1616-1623.
- [6] *EMTDC User’s Guide v4.2.0*, Manitoba HVDC Research Centre Inc., Winnipeg, Canada, April 2005.

- [7] J. ARRILLAGA, C. P. ARNOLD, B.J. HARKER, *Computer Modelling of Electrical Power Systems*, New Zealand, John Wiley & Sons Ltd., 1983.
- [8] G. W. ANDERSON, N. R. WATSON, C. P. ARNOLD, et al., "A New Hybrid Algorithm for Analysis of HVDC and FACTS Systems", *Proceedings of Energy Management and Power Delivery 1995*, Vol. 2, 21-23 November 1995, pp. 462-467.
- [9] H. T. SU, K.W. CHAN, L. A. SNIDER, "Evaluation study for the integration of electromagnetic transients simulator and transient stability simulator", *Electric Power Systems Research Journal*, Vol. 75, 2005, pp. 67-78.
- [10] H. R. FANKHAUSER, K. ANEROS, A.-A. EDRIS, et al., "Advanced simulation techniques for the analysis of power system dynamics", *IEEE Computer Applications in Power*, Vol. 3, No. 4, October 1990, pp. 31-36.
- [11] J. PERSSON, K. ANEROS, J.-P. HASLER, "Switching a large power system between fundamental frequency and instantaneous value mode", In: *International Conference on Digital Power System Simulators - ICDS'99*, Vasteras, Sweden, 25-28 May 1999.
- [12] X. LEI, E. LERCH, D. POVH, et al., "A large integrated power system software package - NETOMAC", *International Conference on Power System Technology - POWERCON '98 Proceedings*, Vol. 1, 18-21 August 1998, pp. 17-22.
- [13] M. POLLER, C. SCHMID, M. SCHMIEG, "Object Oriented Modeling of Power System Devices", In: *IEEE International Electric Machines and Drives Conference Record*, Vasteras, Sweden, 18-21 May 1997, pp. TC3/5.1 - TC3/5.3.
- [14] DIgSILENT, "Power Factory Manual", Version 13.1, Gomaringen, Germany, 2005.
- [15] M. STUBBE, A. BIHAIN, J. DEUSE, et al., "STAG – A New Unified Software Program for the Study of the Dynamic Behaviour of Electrical Power Systems", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 4, No. 1, February 1989, pp. 129-138.

- [16] M. JEROSOLIMSKI, L. LEVACHER, “A New Method For Fast Calculation of Jacobian Matrices: Automatic Differentiation for Power System Simulation”, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 9 , No. 2, May 1994, pp. 700-706.
- [17] J. Y. ASTIC, A. BIHAIN, M. JEROSOLIMSKI, “The mixed Adams - BDF variable step size algorithm to simulate transient and long term phenomena in power systems”, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 9 , No. 2, May 1994, pp. 929-935.
- [18] O. FILLATRE, C. EVRARD, D. PASCHINI, et al., “A powerful tool for dynamic simulation of unbalanced phenomena”, *Advances in Power System Control, Operation and Management, 1997. APSCOM-97*, Vol. 2, 11-14 November 1997, pp. 526-531.
- [19] F. P. DE MELLO, J. W. FELTES, T. F. LASKOWSKI, et al., “Simulating Fast and Slow Dynamic Effects in Power Systems”, *IEEE Computer Applications in Power*, July 1992, pp. 33-38.
- [20] J. G. SLOOTWEG, J. PERSSON, A. M. VAN VOORDEN, et al., “A Study of the eigenvalue analysis capabilities of power system dynamics simulation software”, *14th PSCC - Power Systems Computation Conference*, Sevilla, 24-28 June 2002, sec. 26, ppr. 3.
- [21] T. VAN CUTSEM, R. MAILHOT, “Validation of a fast voltage stability analysis method on the Hydro-Quebec system”, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 12, No. 1, February 1997, pp. 282-292.
- [22] T. VAN CUTSEM, C. MOISSE, R. MAILHOT, “Determination of secure operating limits with respect to voltage collapse”, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 14, No. 1, February 1999, pp. 327-335.
- [23] CEPTEL - Centro de Pesquisas de Energia Elétrica, “ANAREDE - Programa de Análise de Redes - Manual do Usuário”, Versão 07-08/99, Rio de Janeiro, Brasil, 1999.

- [24] CEPTEL - Centro de Pesquisas de Energia Elétrica, “ANATEM - Análise de Transitórios Eletromecânicos - Manual do Usuário”, Versão 09-08/99, Rio de Janeiro, Brasil, 1999.
- [25] J. D. WEBER, T. J. OVERBYE, “Voltage Contours for Power System Visualization”, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 15, No. 1, February 2000, pp. 404-409.
- [26] HYDRO-QUÉBEC TRANSÉNERGIE TECHNOLOGIES, “SimPowerSystems - For Use with Simulink[®]”, Version 2, Natick, MA, USA, 2002.
- [27] F. MILANO, “An Open Source Power System Analysis Toolbox”, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 20, No. 3, August 2005, pp. 1199-1206. Disponível em: <http://thunderbox.uwaterloo.ca/~fmilano>.
- [28] F. L. ALVARADO, Y. LIU, “General purpose symbolic simulation tools for electric networks”, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 3, No. 2, May 1988, pp. 689-697.
- [29] I. A. HISKENS, P. J. SOKOLOWSKI, “Systematic Modeling and Symbolically Assisted Simulation of Power Systems”, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 16, No. 2, May 2001, pp. 229-234.
- [30] M. GLAVIC, I. DZAFIC, S. TESNJAK, “A General-Purpose Symbolically Assisted Numeric Computation Environment as a Support in Power Engineering Education”, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 20, No. 1, February 2005, pp. 3-12.
- [31] M. LARSSON, “ObjectStab - an educational tool for power system stability studies”, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 19, No. 1, February 2004, pp. 56-63.
- [32] M. A. LAUGHTON, “Analysis of unbalanced polyphase networks by the method of phase co-ordinates”, *Proceedings of the IEE*, Vol. 115, No. 8, August 1968, pp. 1163-1172.
- [33] M. CHEN, W. E. DILLON, “Power System Modelling”, *Proceedings of the IEEE*, Vol. 62, No. 7, July 1974, pp. 901-915.

- [34] K. A. BIRT, J. J. GRAFFY, J. D. McDONALD, et al., "Three phase load flow program", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-95, January 1976, pp. 59-65.
- [35] H. W. DOMMEL, W.C. MEYER, "Computation of Electromagnetic Transients", *Proceedings of the IEEE*, Vol. 62, No. 7, July 1974, pp. 983-993.
- [36] H. W. DOMMEL, N. SATO, "Fast Transient Stability Solutions", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-91, July 1972, pp. 1643-1650.
- [37] B. STOTT, "Power System Dynamic Response Calculations", *Proceedings of the IEEE*, Vol. 67, Issue 2, February 1979, pp. 219-241.
- [38] R. G. HARLEY, E. B. MAKRAM, E. G. DURAN, "The Effects of Unbalanced Networks on Synchronous and Asynchronous Machine Transient Stability", *Electric Power Systems Research Journal*, Vol. 13, 1987, pp. 119-127.
- [39] R. G. HARLEY, E. B. MAKRAM, E. G. DURAN, "The Effects of Unbalanced Networks and Unbalanced Faults on Induction Motor Transient Stability", *IEEE Transactions on Energy Conversion*, Vol. 3, No. 2, June 1988, pp. 398-403.
- [40] E. B. MAKRAM, V. O. ZAMBRANO, R. G. HARLEY, et al., "Three-Phase Modeling for Transient Stability of Large Scale Unbalanced Distribution Systems", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 4, No. 2, May 1989, pp. 487-493.
- [41] B.-K. CHEN, M.-S. CHEN, R. R. SHOULTS, et al., "Hybrid three phase load flow", *IEE Proceedings on Generation Transmission and Distribution*, Vol. 137, Pt. C, No. 3, May 1990, pp. 177-185.
- [42] W. XU, J. R. MARTI, H. W. DOMMEL, "A Multiphase Harmonic Load Flow Solution Technique", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 6, No. 1, February 1991, pp. 174-182.

- [43] W. W. XU, H. W. DOMMEL, J. R. MARTI, "A Synchronous Machine Model for Three-Phase Harmonic Analysis and EMTP Initialization", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 6, No. 4, November 1991, pp. 1530-1538.
- [44] C. W. HANSEN, A. S. DEBS, "Power System State Estimation Using Three-phase Models", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 10, No. 2, May 1995, pp. 818-824.
- [45] A. BERMAN, W. XU, "Analysis of Faulted Power Systems by Phase Coordinates", *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 13, No. 2, April 1998, pp. 587-595.
- [46] P. A. N. GARCIA, J. L. R. PEREIRA, S. CARNEIRO JR., et al., "Three-phase Power Flow Calculations Using the Current Injection Method", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 15, No. 2, May 2000, pp. 508-514.
- [47] P. A. N. GARCIA, J. L. R. PEREIRA, S. CARNEIRO JR., "Voltage Control Devices Models for Distribution Power Flow Analysis", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 16, No. 4, November 2001, pp. 586-593.
- [48] D. M. ANDERSON, B. F. WOLLENBERG, "Solving for Three Phase Conductively Isolated Busbar Voltages Using Phase Component Analysis", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 10, No. 1, February 1995, pp. 98-108.
- [49] Y. WANG, W. XU, "The Existence of Multiple Power Flow Solutions in Unbalanced Three-Phase Circuits", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 18, No. 2, May 2003, pp. 605-610.
- [50] X.-P. ZHANG, H. CHEN, "Asymmetrical three-phase load-flow study based on symmetrical component theory", *IEE Proceedings on Generation Transmission and Distribution*, Vol. 141, No.3, May 1994, pp. 248-252.
- [51] X.-P. ZHANG, "Fast Three-Phase Load Flow Methods", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 11, No. 3, August 1996, pp. 1547-1554.
- [52] M. ABDEL-AKHER, K. M. NOR, A. H. RASHID, "Improved Three-Phase Power-Flow Methods Using Sequence Components", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 20, No. 3, August 2005, pp. 1389-1397.

- [53] E. R. RAMOS, A. G. EXPÓSITO, G. A. CORDERO, “Quasi-Coupled Three-Phase Radial Load Flow”, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 19, No. 2, May 2004, pp. 776-781.
- [54] J. C. M. VIEIRA JR, W. FREITAS, A. MORELATO, “Phase-decoupled method for three-phase power-flow analysis of unbalanced distribution systems”, *IEE Proceedings on Generation Transmission and Distribution*, Vol. 151, Pt. C, No. 5, September 2004, pp. 568-574.
- [55] B. C. SMITH, J. ARRILLAGA, “Improved three-phase load flow using phase and sequence components”, *IEE Proceedings on Generation Transmission and Distribution*, Vol. 145, No. 3, May 1998, pp. 245-250.
- [56] J. G. MAYORDOMO, M. IZZEDDINE, S. MARTINEZ, et al., “Compact and flexible three-phase power flow based on a full Newton formulation”, *IEE Proceedings on Generation Transmission and Distribution*, Vol. 149, No. 2, March 2002, pp. 225-232.
- [57] R. C. DUGAN, “A perspective on transformer modeling for distribution system analysis”, *IEEE Power Engineering Society General Meeting*, Vol. 1, July 2003, pp. 13-17.
- [58] R. M. CIRIC, A. P. FELTRIN, L. F. OCHOA, “Power Flow in Four-Wire Distribution Networks - General Approach”, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 18, No. 4, November 2003, pp. 1283-1290.
- [59] D. R. PENIDO, L. R. ARAUJO, J. L. R. PEREIRA, et al., “Four Wire Newton-Rapshon Power Flow Based on the Current Injection Method”, *Power Systems Conference & Exposition*, New York, USA, October 2004.
- [60] P. A. N. GARCIA, J. L. R. PEREIRA, S. CARNEIRO JR., “Fault Analysis Using Continuation Power Flow and Phase Coordinates”, *IEEE Power Engineering Society General Meeting*, Vol. 1, June 2004, pp. 872-874.
- [61] X.-P. ZHANG, P. JU, E. HANDSCHIN, “Continuation Three-Phase Power Flow: A Tool for Voltage Stability Analysis of Unbalanced Three-Phase Power

- Systems”, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 20, No. 3, August 2005, pp. 1320-1329.
- [62] X. BAI, T. JIANG, Z. GUO, et al., “A Unified Approach for Processing Unbalanced Conditions in Transient Stability Calculations” *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 21, No. 1, February 2006, pp. 85-90.
- [63] T. H. CHEN, M. S. CHEN, T. INOUE, et al., “Three-Phase Cogenerator and Transformer Models for Distribution System Analysis”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 6, No. 4, October 1991, pp. 1671-1681.
- [64] M. J. GORMAN, J. J. GRAINGER, “Transformer Modelling for Distribution System Studies - Part I: Linear Modelling Basics”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 7, No. 2, April 1992, pp. 567-574.
- [65] M. J. GORMAN, J. J. GRAINGER, “Transformer Modelling for Distribution System Studies - Part II: Addition of Models to Ybus and Zbus”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 7, No. 2, April 1992, pp. 575-580.
- [66] M. K. ENNS, “Neutral Impedances in Fault Analysis”, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 13, No. 2, April 1998, pp. 587-595.
- [67] M. K. ENNS, “Object-Oriented Sequence-Domain Representation of Transformers for Network Analysis”, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 16, No. 2, May 2001, pp. 188-193.
- [68] S. S. MOORTHY, D. HOADLEY, “A New Phase-Coordinate Transformer Model for Ybus Analysis”, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 17, No. 4, November 2002, pp. 951-956.
- [69] M. R. IRVING, A. K. AL-OTHMAN, “Admittance Matrix Models of Three-Phase Transformers With Various Neutral Grounding Configurations”, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 18, No. 3, August 2003, pp. 1210-1212.
- [70] R. STOICESCU, K. MIU, C. O. NWANKPA, et al., “Three-Phase Converter Models for Unbalanced Radial Power-Flow Studies”, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 18, No. 3, August 2003, pp. 1210-1212.

- [71] T. V. TRUJILLO, C. R. FUERTE-ESQUIVEL, J. H. TOVARHERNÁNDEZ, “Advanced three-phase static VAR compensator models for power flow analysis”, *IEE Proceedings on Generation Transmission and Distribution*, Vol. 150, No. 1, January 2003, pp. 119-127.
- [72] X.-P. ZHANG, C.-F. XUE, K. R. GODFREY, “Modelling of the static synchronous series compensator (SSSC) in three-phase Newton power flow”, *IEE Proceedings on Generation Transmission and Distribution*, Vol. 151, No. 4, July 2004, pp. 486-494.
- [73] P. KUNDUR, *Power System Stability and Control*, New York, USA, McGraw-Hill, 1994.
- [74] S. R. ATMURI, L. R. MALONE, V. BURTONYK, “Representation of Single-Pole Open Conditions in Stability Studies”, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 6, No. 1, February 1991, pp. 9-15.
- [75] C. R. MASON, *The Art and Science of Protective Relaying*, John Wiley & Sons, 1956.
- [76] A. F. ELNEWEIHI, E. O. SCHWEITZER, M. W. FELTIS, “Negative-sequence overcurrent element application and coordination in distribution protection”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 8, No. 3, July 1993, pp. 915-924.
- [77] J. ZHU, P. JOSSMAN, “Application of Design Patterns for Object-Oriented Modeling of Power Systems”, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 14, No. 2, May 1999, pp. 532-537.
- [78] A. GRIEWANK, *Evaluating Derivatives: Principles and Techniques of Algorithmic Differentiation*, Philadelphia, USA, SIAM, 2000.
- [79] A. GRIEWANK, D. JUEDES, J. UTKE, “ADOL-C: A package for the automatic differentiation of algorithms written in C/C++” *ACM Transactions on Mathematical Software*, Vol. 22, Jun 1996, pp. 131-167.
- [80] A. IBSAIS, V. AJJARAPU, “The role of automatic differentiation in power system analysis”, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 12, No. 2, May 1997, pp. 592-597.

- [81] C. BISCHOF, A. CARLE, G. CORLISS, et al., “ADIFOR - Generating Derivative Codes from Fortran Programs”, *Scientific Programming*, Vol. 1, 1992, pp. 1-29.
- [82] U. NAUMANN, J. RIEHME, “A Differentiation-Enabled Fortran 95 Compiler”, *ACM Transactions on Mathematical Software*, Vol. 31, December 2005, pp. 458-474.
- [83] Z. S. MACHADO JR., *Desenvolvimento de um Ambiente Computacional Flexível para Aplicações de Fluxo de Potência Ótimo Utilizando Modelagem Orientada a Objetos*, Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2005.
- [84] HSL “HSL Archive”. Disponível em: <http://hsl.rl.ac.uk/archive/hslarchive.html>.
- [85] I. S. DUFF, *Sparse system solution and the HSL Library*, Technical report RAL-TR-2006-014, CCLRC Rutherford Appleton Laboratory, Chilton, UK. Disponível em <ftp://ftp.numerical.rl.ac.uk/pub/reports/duffRAL2006014.ps.gz>.
- [86] P. N. BROWN, A. C. HINDMARSH, L. R. PETZOLD, “Consistent initial condition calculation for differential-algebraic systems”, *SIAM J. Sci. Comput.*, Vol.19, No. 5, September 1998, pp. 1495-1512.
- [87] J. JARDIM, B. STOTT, “Synthetic Dynamics Power Flow”, *IEEE/Power Engineering Society General Meeting*, June 12-16, 2005, pp. 2526-2531.
- [88] A. MANZONI, G. N. TARANTO, D. M. FALCÃO, “A Comparison of Power Flow, Full and Fast Dynamic Simulations”, *14th PSCC - Power Systems Computation Conference*, Sevilla, 24-28 June 2002, sec. 38, ppr. 2.
- [89] T. VAN CUTSEN, Y. JACQUEMART, J.-N. MARQUET, et al., “A comprehensive analysis of mid-term voltage stability”, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 10, No. 3, August 1995, pp. 1173-1182.
- [90] IEEE TASK FORCE ON LOAD REPRESENTATION FOR DYNAMIC PERFORMANCE, “Standard Load Models for Power Flow and Dynamic Performance

- Simulation”, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 10, No. 3, August 1995, pp. 1302-1313.
- [91] A. J. MONTICELLI, *Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica*, São Paulo, Brasil, Edgar Blücher LTDA, 1983.
- [92] E. W. KIMBARK, *Power System Stability: Synchronous Machines*, New York, USA, Dover Publications Inc., 1956.
- [93] J. R. MARTI, K. W. LOUIE, “A Phase-Domain Synchronous Generator Model Including Saturation Effects”, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 12, No. 1, February 1997, pp. 222-229.
- [94] L. WANG, J. JATSKEVICH, “A Voltage-Behind-Reactance Synchronous Machine Model for the EMTP-Type Solution”, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 21, No. 4, November 2006, pp. 1539-1549.
- [95] L. WANG, J. JATSKEVICH, H. W. DOMMEL, “Re-examination of Synchronous Machine Modeling Techniques for Electromagnetic Transient Simulations”, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 22, No. 3, August 2007, pp. 1221-1230.
- [96] P. M. ANDERSON, *Analysis of Faulted Power Systems*, Iowa, USA, Iowa State University Press, 1973.
- [97] R. M. HENRIQUES, *Influência de cargas Tipo Motor de Indução nas Margens de Estabilidade de Tensão de Sistemas de Grande Porte*, Dissertação de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2002.
- [98] P. M. ANDERSON, A. A. FOUAD, *Power System Control and Stability*, Iowa, USA, Iowa State University Press, 1977.
- [99] L. D. PENNA, *Validação de um Simulador de Fenômenos Dinâmicos de Curto e Médio Prazo*, Dissertação de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2005.
- [100] W. A. MITTELSTADT, T. N. LEE, J. E. HARDY, et al., “Single-Pole Switching for Stability and Reliability”, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. PWRS-1, No. 2, May 1986, pp. 25-36.

- [101] L. C. ZANETTA JR., *Transitórios Eletromagnéticos em Sistemas de Potência*, São Paulo, Brasil, Editora da Universidade de São Paulo, 2003.
- [102] A. S. B. CÂMARA, *Extinção do Arco Secundário com Manobras Monofásicas. Conceitos Fundamentais e Critérios de Análise*, Dissertação de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2003.
- [103] W. H. KERSTING, “Radial Distribution Test Feeders”, *Distribution System Analysis Subcommittee Report*, <http://ewh.ieee.org/soc/dsacom/testfeeders.html>.
- [104] J. M. T. MARINHO, G. N. TARANTO, “A Hybrid Three-Phase Single-Phase Power Flow Formulation”, *IEEE Transactions on Power Systems*, paper TPWRS-00697-2007 aceito para publicação em 26/02/2008.
- [105] G. BOOCH, J. RUMBAUGH, I. JACOBSON, *The Unified Modeling Language User Guide*, Massachusetts, USA, Addison-Wesley, 1998.
- [106] B. MEYER, *Object-Oriented Software Construction*, 2nd ed., Santa Barbara, CA, USA, Prentice-Hall, 2000.
- [107] J. REID, “The future of Fortran”, *Computing in Science & Engineering*, Vol. 5, July-August 2003, pp. 59-67.
- [108] B. STROUSTRUP, *The C++ Programming Language*, 3 ed., Massachusetts, USA, Addison Wesley, 1997.
- [109] U. M. ASCHER, L.R. PETZOLD, *Computer Methods for Ordinary Differential Equations and Differential-Algebraic Equations*, Philadelphia, USA, SIAM, 1998.
- [110] K. E. BRENAN, S.L. CAMPBELL, L.R. PETZOLD, *Numerical Solution of Initial-Value Problems in Differential-Algebraic Equations*, New York, USA, Elsevier Science Publishing Co., 1989.
- [111] C. W. GEAR, “The simultaneous numerical solution of differential-algebraic equations”, *IEEE Transactions on Circuit Theory*, Vol. CT-18, No. 1, January 1971, pp. 89-95.

- [112] F. L. ALVARADO, R. H. LASSETER, J. J. SANCHEZ, “Testing of trapezoidal integration with damping for the solution of power transient problems”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-102, December 1983, pp. 3783-3790.
- [113] L. R. ARAUJO, *Uma Contribuição ao Fluxo de Potência Ótimo Aplicado a Sistemas de Potência Trifásicos usando o Método dos Pontos Interiores*, Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2005.
- [114] I. S. DUFF, *Direct Methods*, Technical report RAL-TR-1998-054, Rutherford Appleton Laboratory, Chilton, UK. Disponível em <ftp://ftp.numerical.rl.ac.uk/pub/reports/duffRAL98054.ps.gz>.
- [115] I. S. DUFF, M. A. HEROUX, R. POZO, “An Overview of the Sparse Basic Linear Algebra Subprograms: The New Standard from the BLAS Technical Forum”, *ACM Transactions on Mathematical Software*, Vol. 28, No. 2, June 2002, pp. 239-267.
- [116] I. S. DUFF, A. M. ERISMAN, J. K. REID, *Direct Methods for Sparse Matrices*, New York, USA, Oxford University Press, 1986.
- [117] J. W. DEMMEL, N. J. HIGHAM, R. S. SCHREIBER, *Block LU Factorization*, LAPACK Working Notes No. 40 - lawns40, February 1992. Disponível em <http://www.netlib.org/lapack/lawns/downloads/>.
- [118] N. J. HIGHAM, *Accuracy and Stability of Numerical Algorithms*, Philadelphia, USA, SIAM, 1996.
- [119] F2C “A Fortran-to-C Converter”. Disponível em: <http://www.netlib.org/f2c/index.html>.
- [120] EISPACK Disponível em: <http://www.netlib.org/eispack/index.html>.

Modelagem Orientada a Objetos

A Modelagem Orientada a Objetos (MOO) se tornou um padrão para desenvolvimento de softwares na última década [105]. Neste paradigma da computação, o ponto central do desenvolvimento se deslocou da programação para uma etapa anterior de construção do *modelo*, como ilustrado na Figura A.1. Primeiro, o modelo permite abstrair do mundo real detalhes que não são relevantes para o sistema que se deseja desenvolver. Segundo, ele também permite abstrair a funcionalidade desejada dos detalhes de implementação, e portanto precede a etapa de implementação em uma linguagem de programação.

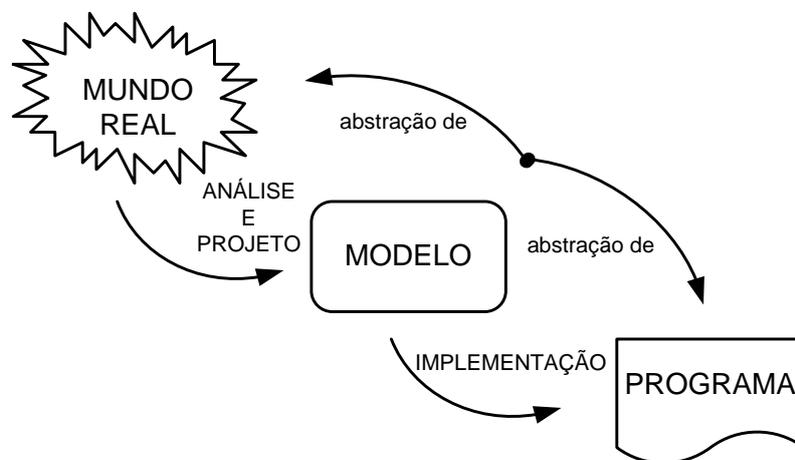


Figura A.1: O modelo no processo de desenvolvimento de softwares

A.1 Conceitos Básicos

A seguir serão apresentados os conceitos básicos relacionados com a orientação a objetos e necessários para compreensão do texto. Maiores detalhes podem ser encontrados em [1, 105] ou em literatura ali referenciada.

Abstração consiste na concentração em aspectos essenciais, próprios de uma entidade. No desenvolvimento do modelo, significa concentrar-se no que um objeto é e faz, antes de decidir como ele deve ser implementado.

Identidade significa que os dados são subdivididos em entidades discretas e distintas, denominadas *objetos*.

Classificação significa que os objetos com a mesma estrutura de dados (atributos) e o mesmo comportamento (operações) são agrupados em uma *classe*. Uma classe é uma abstração que descreve propriedades importantes para uma aplicação e ignora o restante.

Compartilhamento consiste em permitir que uma estrutura de dados comum possa ser aproveitada, em diversos níveis e por diversas entidades, evitando redundâncias na implementação.

Herança é o compartilhamento de atributos e operações entre classes com base em um relacionamento hierárquico. Cada classe incorpora, ou herda, todas as propriedades de sua super classe e acrescenta suas próprias e exclusivas características.

Encapsulamento consiste na separação dos aspectos externos de um objeto, acessíveis por outros objetos, dos aspectos internos, que ficam ocultos dos demais. No encapsulamento, a capacidade de combinar estruturas de dados e seu comportamento em uma única entidade torna-o mais completo e mais poderoso do que nas linguagem convencionais.

Polimorfismo significa que a mesma operação pode atuar de diversas maneiras em classes diferentes. Quando um operador é polimórfico pode haver mais de um método para sua implementação.

A.2 Linguagens Orientadas a Objetos

A.2.1 Linguagens para Modelagem

A *Unified Modeling Language* (UML) é uma linguagem gráfica para visualização, especificação, construção e documentação de modelos ou tarefas (*artifacts*) no processo de desenvolvimento de softwares [105]. Um *diagrama* é a representação gráfica de um conjunto de elementos, frequentemente desenhado como um grafo conectado formado por vértices (elementos) and arestas (relacionamentos). O *diagrama de classes*, exemplificado na Figura A.2, é o mais utilizado em MOO.

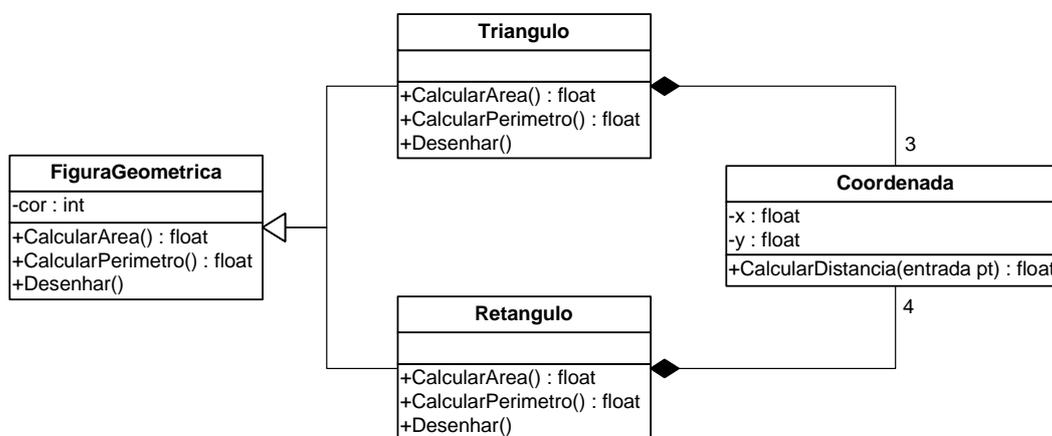


Figura A.2: Exemplo de diagrama de classes da UML

A.2.2 Linguagens de Programação

Linguagens de programação de alto nível podem oferecer suporte a orientação a objetos em maior ou menor grau. Em linguagens procedurais como C, Pascal e Fortran 90, a orientação a objetos geralmente aparece de forma onde os tipos de dados são estendidos para que se comportem como um objeto (abstração e classificação), mas com suporte limitado à herança e ao encapsulamento. Por não suportar tipos derivados, Fortran 77 não permite a aplicação de praticamente nenhum destes conceitos¹, enquanto que Smalltalk e Java são linguagens desenvolvidas especificamente para este fim.

¹A rigor, somente abstração, característica comum a todas as linguagens de programação de alto nível. Algumas construções eventualmente utilizadas, tal como rotinas com múltiplos pontos de entrada e variáveis declaradas como estáticas, emulam de forma primitiva o funcionamento de uma classe (classificação e encapsulamento).

No campo da computação científica, Fortran e C são as linguagens de programação mais utilizadas. O recente standard Fortran 2003 incluiu maior suporte à orientação a objetos: encapsulamento, herança e polimorfismo [107], mas sua vocação ainda permanece na computação científica com orientação para alto desempenho. A linguagem C++ [108], utilizada neste trabalho, é a extensão da linguagem C com orientação plena a objetos, tendo se tornado uma das mais populares linguagens de programação de uso geral, sendo orientada para programação em larga escala.

Solução Numérica de Sistemas de Equações Algébrico-Diferenciais

Este apêndice apresenta os principais conceitos e algoritmos utilizados na solução numérica de Sistemas de Equações Algébrico-Diferenciais. Por se tratar de matéria extensa e própria da matemática, largamente documentada em literatura específica, somente uma visão geral será mostrada, com foco nos problemas de sistemas de energia elétrica. Os livros de ASCHER e PETZOLD [109], e de BRENAN et al. [110] apresentam o problema matemático em detalhes. As referências [15, 17, 36, 37, 73, 112] discutem a aplicação em sistema de energia elétrica.

B.1 Sistema de Equações Diferenciais Ordinárias

Um *Sistema de Equações Diferenciais Ordinárias* (EDO) de primeira ordem pode ser definido, da forma mais geral *implícita*:

$$\mathbf{F}(t, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) = \mathbf{0} \quad (\text{B.1})$$

onde \mathbf{F} é um conjunto de funções não-lineares, \mathbf{x} um conjunto de variáveis dependentes, e onde a matriz jacobiana $\partial\mathbf{F}/\partial\dot{\mathbf{x}}$ é assumida não singular. Em geral, é possível

escrever $\dot{\mathbf{x}}$ em termos de \mathbf{x} e t , obtendo a forma *explícita*:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}) \quad (\text{B.2})$$

B.2 Sistema de Equações Algébrico-Diferencial

Um *Sistema de Equações Algébrico-Diferencial* (EAD) é uma extensão de um sistema EDO onde existem restrições algébricas nas variáveis. A forma mais geral de um sistema EAD também é dada por:

$$\mathbf{F}(t, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) = \mathbf{0} \quad (\text{B.3})$$

porém com $\partial\mathbf{F}/\partial\dot{\mathbf{x}}$ podendo ser singular. Eventualmente, as restrições algébricas podem aparecer explicitamente, ficando o sistema da forma:

$$\begin{cases} \mathbf{F}(t, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \mathbf{y}) = \mathbf{0} \\ \mathbf{G}(t, \mathbf{x}, \mathbf{y}) = \mathbf{0} \end{cases} \quad (\text{B.4})$$

onde \mathbf{G} representa um conjunto de restrições algébricas e \mathbf{y} um subconjunto de variáveis do sistema, com a mesma dimensão de \mathbf{G} e à parte de \mathbf{x} e tal que $\partial\mathbf{F}/\partial\dot{\mathbf{x}}$ volta a ser novamente não singular. Outro importante caso especial de (B.3) ocorre no denominado sistema EAD *semi-explicito*, que pode ser definido da forma:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}, \mathbf{y}) \\ \mathbf{0} = \mathbf{g}(t, \mathbf{x}, \mathbf{y}) \end{cases} \quad (\text{B.5})$$

Este sistema é dito possuir *índice diferencial* 1 se $\partial\mathbf{g}/\partial\mathbf{y}$. Para o sistema EAD semi-explicito índice 1 é possível distinguir plenamente entre *variáveis diferenciais* $\mathbf{x}(t)$ e *variáveis algébricas* $\mathbf{y}(t)$, que podem sofrer descontinuidades e serem não-deriváveis. O sistema EDO puro dado por (B.1), sem restrições algébricas, é dito possuir índice 0. Sistemas de índice 0 e 1 são mais fáceis de compreender e resolver que sistemas EAD de índices mais elevados [109, 110].

O sistema EAD semi-explicito de índice 1 pode ainda ser tratado como um sub-sistema de equações diferenciais acoplado a um subsistema de equações algébricas, admitindo solução alternada dos dois subsistemas. É o sistema de equações obtido

na modelagem dos sistemas de energia elétrica para análise da estabilidade eletromecânica [73].

B.3 Integração Numérica

Em SEE, sistemas EAD são usualmente resolvidos numericamente no domínio do tempo com emprego de métodos de integração numérica. Considere o subsistema de equações diferenciais do sistema algébrico-diferencial definido em

(B.5):

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}, \mathbf{y}) \quad (\text{B.6})$$

A solução para \mathbf{x} no instante $t = t_n = t_{n-1} + h$, onde $h = \Delta t$ é denominado *passo de integração*, pode ser expressa na forma integral:

$$\mathbf{x}_n = \mathbf{x}_{n-1} + \int_{t_{n-1}}^{t_n} \mathbf{f}(\tau, \mathbf{x}, \mathbf{y}) d\tau \quad (\text{B.7})$$

Nos métodos denominados *explícitos*, o valor da integral é aproximado a partir de valores já conhecidos do instante de tempo t_{n-1} . Nos métodos *implícitos*, a função sob a integral é aproximada por funções de interpolação, envolvendo não somente valores conhecidos do instante t_{n-1} , mas também valores ainda não calculados do instante t_n . Conseqüentemente, um sistema de equações algébricas deve ser resolvido a cada passo de integração. Se as funções envolvidas forem não-lineares, o conjunto de equações algebrizadas resultante é usualmente resolvido pelo método iterativo de Newton.

Um método de integração numérica é classificado como *multipasso* se ele emprega informações de intervalos passados de integração para construir as aproximações necessárias no passo atual. A *ordem* de um método de integração numérica está relacionada com os erros de truncamento resultantes da aproximação do operador diferencial pelo operador diferença. Um método é dito ser convergente de ordem p , onde p é um número inteiro, se tem erro global da ordem $O(\Delta t^p)$ [109].

B.4 Rigidez de um Sistema de Equações Algébrico-Diferencial

A *rigidez* (“stiffness”) de um sistema EAD é uma propriedade análoga ao mal condicionamento de um sistema de equações algébricas [37]. Ela está relacionada com grandes diferenças nas constantes de tempo de um sistema EAD, ou seja, com as taxas de decaimento das variáveis do problema, e é medida pela relação entre a maior e a menor constante de tempo do sistema, ou ainda, pela relação entre o maior e o menor autovalor do sistema linearizado. Na análise da estabilidade transitória, a rigidez aumenta com a riqueza de detalhes na modelagem dos componentes dinâmicos do SEE [73].

A rigidez está diretamente associada com a *estabilidade numérica* dos métodos de integração aplicados na solução numérica dos sistemas EAD. Métodos explícitos possuem baixa robustez numérica, requerendo passos de integração reduzidos para manutenção da estabilidade numérica, mesmo após os modos rápidos de oscilação terem se acomodado. Já os métodos implícitos são numericamente mais robustos, pois com eles a rigidez do sistema em análise afeta a precisão, mas não a estabilidade numérica da solução obtida.

Um método de integração numérica é denominado *A-estável*, se, quando aplicado ao problema padrão $\dot{x} = \lambda x$, com $\Re(\lambda) < 0$, for estável para todo $\Delta t > 0$. Esta definição é devida a DAHLQUIST tendo sido apresentada na forma de um teorema, reproduzido na referência [4], que implica ainda em:

- i) Nenhum método explícito de integração linear multipasso é A-estável.
- ii) Nenhum método implícito de integração linear multipasso de ordem maior que 2 é A-estável.
- iii) O método de integração linear multipasso A-estável de segunda ordem com menor erro é a Regra Trapezoidal.

B.5 Regra Trapezoidal

A *regra trapezoidal* é um método implícito de segunda ordem, que consiste em utilizar interpolação linear para a função sob a integral em (B.7):

$$\mathbf{x}_n = \mathbf{x}_{n-1} + \frac{h}{2} [\mathbf{f}(t_{n-1}, \mathbf{x}_{n-1}, \mathbf{y}_{n-1}) + \mathbf{f}(t_n, \mathbf{x}_n, \mathbf{y}_n)] \quad (\text{B.8})$$

A regra trapezoidal tem sido largamente empregada em SEE devido às suas características únicas de simplicidade e excelente estabilidade numérica, sendo considerada um das razões de sucesso programa EMTP [4].

Uma importante propriedade da regra trapezoidal, desejável para análise da estabilidade transitória, é que sua região de “A-estabilidade” é simétrica em relação ao eixo imaginário do plano $h\lambda$. Isto significa que modos marginalmente instáveis não sofrem amortecimentos espúrios, e serão sempre simulados e identificados como instáveis [17].

Outra característica inerente da regra trapezoidal é fato dela provocar oscilações numéricas não amortecidas quando aplicada como um derivador, problema característico das simulações de transitórios eletromagnéticos, quando indutâncias são modeladas na rede elétrica. A referência [112] discute a usual modificação da regra trapezoidal para introdução de amortecimento nestas oscilações numéricas. A *regra trapezoidal com amortecimento* é apresentada da forma:

$$\mathbf{x}_n = \mathbf{x}_{n-1} + \frac{h}{2} [(1 - \alpha) \mathbf{f}(t_{n-1}, \mathbf{x}_{n-1}, \mathbf{y}_{n-1}) + (1 + \alpha) \mathbf{f}(t_n, \mathbf{x}_n, \mathbf{y}_n)] \quad (\text{B.9})$$

onde α é um coeficiente de amortecimento, usualmente aplicado com valores entre 0 e 1, resultando num melhor comportamento do método nestas aplicações.

B.6 Método de Diferenciação Regressiva

O *método de diferenciação regressiva* (“backward differentiation formula” ou BDF), desenvolvido por GEAR [111], foi o primeiro método proposto para solução simultânea do sistema algébrico-diferencial semi-implícito índice 1 definido em (B.5) [110]. No entanto, o método é aplicável também para a formulação implícita definida em (B.3), podendo ser expresso da forma:

$$\mathbf{F} \left(t_n, \mathbf{x}_n, \frac{1}{\beta_0 h} \sum_{j=0}^k \alpha_j \mathbf{x}_{n-j} \right) = \mathbf{0} \quad (\text{B.10})$$

onde k é o número de passos (que para este método corresponde à ordem p), β_0 e α_j , $j = 0, 1, \dots, k$, são coeficientes do método BDF. O método é estável para $k \leq 6$, embora não seja A-estável segundo o critério de DAHLQUIST para $k > 2$.

A motivação para o uso do método BDF, como opção à regra trapezoidal, é obter um menor erro quando utilizando passos de integração maiores, mantendo um compromisso razoável com a estabilidade numérica [109].

O método BDF foi utilizado na implementação inicial do simulador de dinâmica de longo prazo EUROSTAG [15]. Os autores atentam para o fato de que modos de oscilação eletromecânica das máquinas síncronas podem estar localizados em regiões de instabilidade do método, gerando instabilidade numérica para passos de integração superiores a cerca de 100ms, a menos que k seja limitado a 2 nesta situação.

Em [17], são reportadas as modificações no algoritmo do EUROSTAG para evitar outro problema do método BDF, a *hiper-estabilidade*: modos marginalmente instáveis não são detectados como instáveis numa simulação. A solução apresentada é o uso de um algoritmo misto ADAMS-BDF, também com variação de passo. Neste caso, o método de ADAMS de segunda ordem (que é equivalente à regra trapezoidal) é aplicado nas variáveis de estado diferenciais, contornando os problemas de instabilidade numérica e hiper-estabilidade. O método BDF continua sendo aplicado nas variáveis de estado algébricas, permitindo um melhor controle do erro sobre estas variáveis e melhorando o desempenho computacional do algoritmo.

Algoritmos para Montagem da Matriz Jacobiana

Este apêndice apresenta os algoritmos baseados em diferenciação automática, utilizados no cálculo das derivadas e montagem da matriz jacobiana \mathbf{J} do sistema algébrico-diferencial linearizado (2.3)-(2.4), repetido aqui por conveniência:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}(\mathbf{x}, \mathbf{V}) \\ \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{V}) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1 & \mathbf{J}_2 \\ \mathbf{J}_3 & \mathbf{J}_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x} \\ \Delta \mathbf{V} \end{bmatrix} \quad (\text{C.1})$$

C.1 Contribuições do Modelo para as Submatrizes \mathbf{J}_1 e \mathbf{J}_2

Estas contribuições de derivadas são armazenadas em objetos \mathbf{dFdX} e calculadas por meio de um objeto \mathbf{dP} associado a cada variável interna ao modelo definindo uma equação algébrica ou diferencial algebrizada.

Para ilustrar o funcionamento das classes \mathbf{dFdX} e \mathbf{dP} , seja a função $y = f(x_1, x_2, x_3)$, onde y é uma variável de saída de bloco (dependente), x_1, x_2, x_3 são variáveis de estado (independentes), e f uma função definida por meio de blocos construtivos do modelo. A Figura C.1 mostra a composição destes objetos para as derivadas de uma função exemplo.

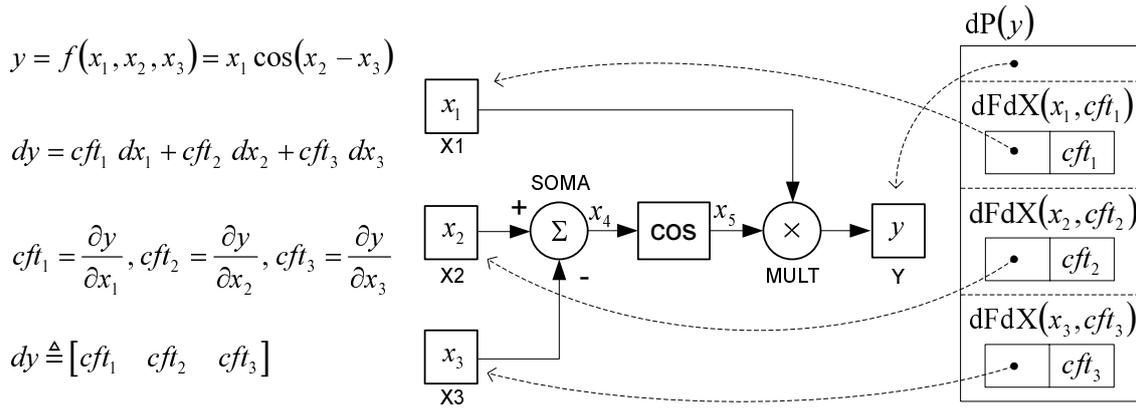


Figura C.1: Composição dos objetos $dFdX$ e dP para uma função exemplo

A Tabela C.1 apresenta os operadores básicos que são utilizados pela estrutura computacional no processo de diferenciação automática das equações do modelo.

Tabela C.1: Operadores para os objetos $dFdX$ e dP

Operador	Significado
$\times /$	Multiplicação/Divisão de objeto dP por escalar: consiste em multiplicar/dividir o valor da derivada de cada objeto $dFdX$ presente no objeto dP pelo valor do escalar.
\leftarrow	Agregação de derivadas parciais: consiste em incluir na lista de derivadas do objeto dP à esquerda do operador todos os objetos $dFdX$ presentes à direita do operador. Objetos $dFdX$ relacionados à mesma variável de estado são adequadamente combinados, somando-se os valores de derivada.
$dFdX(x, val)$	Construtor do objeto $dFdX$: inicializa um novo objeto $dFdX$, associado com uma variável de estado x , e com valor numérico val .
$dP(y)$	Construtor do objeto dP : inicializa um novo objeto dP , associado com a variável de saída y . O mesmo símbolo é empregado para designar o objeto criado nos algoritmos.

O Algoritmo Exemplo C.1 apresentado a seguir procura ilustrar o processo de cálculo das derivadas para a função exemplo da Figura C.1. Ele utiliza pseudocódigo com algumas construções da linguagem C++. O símbolo `//` na primeira coluna indica uma linha de comentário.

Algoritmo Exemplo C.1: Cálculo de derivadas para o exemplo da Figura C.1

```

// Inicializa um novo objeto dP para a variável y
1  dP(y) ← 0
// Calcula contribuições do bloco MULT
2  MULT :: linear(dP(y))
// Processamento interno do bloco MULT
3  {
// Inicializa um novo objeto dP para a primeira entrada do bloco MULT
4  dP(x1) ← 0
// Calcula contribuições da variável de estado x1, conectada à primeira entrada
5  X1 :: linear(dP(x1))
// Processamento interno da variável x1
6  {
7      dP(x1) ← dFdX(x1, 1)
8  }
// Inicializa um novo objeto dP para a segunda entrada do bloco MULT
9  dP(x5) ← 0
// Calcula contribuições do bloco COS
10  COS :: linear(dP(x5))
// Processamento interno do bloco COS
11  {
// Inicializa um novo objeto dP para a entrada do bloco COS
12  dP(x4) ← 0
// Calcula contribuições do bloco SOMA, conectado à primeira entrada
13  SOMA :: linear(dP(x4))
// Processamento interno do bloco SOMA
14  {
// Inicializa um novo objeto dP para a primeira entrada do bloco SOMA
15  dP(x2) ← 0
// Calcula contribuições da variável x2, conectada à primeira entrada
16  X2 :: linear(dP(x2))
// Processamento interno da variável x2
17  {
18      dP(x2) ← dFdX(x2, 1)
19  }
// Inicializa um novo objeto dP para a segunda entrada do bloco SOMA
20  dP(x3) ← 0

```

```

//          Calcula contribuições da variável  $x_3$ , conectada à segunda entrada
21      X3 :: linear (dP (x3))
//          Processamento interno da variável  $x_3$ 
22      {
23          dP (x3) ← dFdX (x3, 1)
24      }
//          Agrega derivadas do bloco SOMA
25      dP (x4) ← +1 × dP (x2)
26      dP (x4) ← -1 × dP (x3)
//          Calcula o valor da saída do bloco SOMA
26      x4 = x2 + x3
27      }
//          Agrega derivada do bloco COS
28      dP (x5) ← -sin (x4) × dP (x4)
//          Calcula o valor da saída do bloco COS
29      x5 = cos (x4)
30      }
//          Agrega derivadas do bloco MULT
31      dP (y) ← x1 × dP (x5)
32      dP (y) ← x5 × dP (x1)
//          Calcula o valor da saída do bloco MULT
33      y = x1 × x5
34      }
saída: Lista de derivadas da função, dP (y)

```

O processamento interno a cada bloco constitui uma implementação específica da função virtual `Blc::linear`. Os blocos `Y`, `X1`, `X2` e `X3` são blocos genéricos com variáveis de estado associadas às suas saídas (blocos de entrada, blocos dinâmicos, etc). Atualmente, o algoritmo utiliza a pilha de chamada de subrotinas para percorrer os caminhos de ligação entre os blocos, desde a variável de saída até as variáveis de estado. As variáveis intermediárias x_4 e x_5 e a variável y que define a função também vão sendo resolvidas durante o cálculo das derivadas (linhas 26, 29 e 33). Ou seja, o processo de linearização do modelo também executa como sub-tarefa o processo de solução.

Uma vez calculada a lista de derivadas da função, $dP(y)$, a posição de cada

coeficiente na matriz jacobiana é determinada a partir de uma combinação do índice do modelo, do índice da variável no modelo e do índice da barra.

C.2 Contribuições do Modelo para as Submatrizes J_3 e J_4

Estas contribuições de derivadas são calculadas a partir dos blocos de saída dos modelos. A seguir são desenvolvidas as expressões e algoritmos utilizados para esta tarefa, implementados pelas funções virtuais `oSHUNT::linear`, `oSERIE::linear` e `oLOGICO::linear`. Componentes de fase e coordenadas retangulares de tensão são utilizadas como base para implementação. Operadores de transformação implementados na classe `dP` permitem que a formulação empregue também coordenadas polares.

C.2.1 Derivadas para Dispositivos *Shunt*

As derivadas das injeções nodais de corrente de um dispositivo *shunt*, quando as injeções internas também são expressas em corrente, são definidas pelas expressões:

$$\frac{\partial I_{re}^s}{\partial V_{re}^t} = \frac{\partial \hat{I}_{re}^s}{\partial V_{re}^t} + JY_1 + G^{st} \quad (C.2)$$

$$\frac{\partial I_{re}^s}{\partial V_{im}^t} = \frac{\partial \hat{I}_{re}^s}{\partial V_{im}^t} + JY_2 - B^{st} \quad (C.3)$$

$$\frac{\partial I_{re}^s}{\partial x^i} = \frac{\partial \hat{I}_{re}^s}{\partial x^i} + JY_3 \quad (C.4)$$

$$\frac{\partial I_{im}^s}{\partial V_{re}^t} = \frac{\partial \hat{I}_{im}^s}{\partial V_{re}^t} + JY_4 + B^{st} \quad (C.5)$$

$$\frac{\partial I_{im}^s}{\partial V_{im}^t} = \frac{\partial \hat{I}_{im}^s}{\partial V_{im}^t} + JY_5 + G^{st} \quad (C.6)$$

$$\frac{\partial I_{im}^s}{\partial x^i} = \frac{\partial \hat{I}_{im}^s}{\partial x^i} + JY_6 \quad (C.7)$$

onde $s, t, j \in \alpha_P = \{a, b, c\}$, x^i é a i -ésima variável de estado (diferencial ou algébrica) interna ao modelo.

Os termos JY_1 a JY_6 representam as contribuições referentes à variação dos elementos de admitância do modelo com a tensão ou com outra variável de estado de estado x^i . Estes termos são nulos quando as admitâncias são constantes ou nulas. Eles são definidos pelas expressões:

$$JY_1 = \sum_{j \in \alpha_P} \left[V_{re}^j \frac{\partial G^{sj}}{\partial V_{re}^t} - V_{im}^j \frac{\partial B^{sj}}{\partial V_{re}^t} \right] \quad (C.8)$$

$$JY_2 = \sum_{j \in \alpha_P} \left[V_{re}^j \frac{\partial G^{sj}}{\partial V_{im}^t} - V_{im}^j \frac{\partial B^{sj}}{\partial V_{im}^t} \right] \quad (C.9)$$

$$JY_3 = \sum_{j \in \alpha_P} \left[V_{re}^j \frac{\partial G^{sj}}{\partial x^i} - V_{im}^j \frac{\partial B^{sj}}{\partial x^i} \right] \quad (C.10)$$

$$JY_4 = \sum_{j \in \alpha_P} \left[V_{im}^j \frac{\partial G^{sj}}{\partial V_{re}^t} + V_{re}^j \frac{\partial B^{sj}}{\partial V_{re}^t} \right] \quad (C.11)$$

$$JY_5 = \sum_{j \in \alpha_P} \left[V_{im}^j \frac{\partial G^{sj}}{\partial V_{im}^t} + V_{re}^j \frac{\partial B^{sj}}{\partial V_{im}^t} \right] \quad (C.12)$$

$$JY_6 = \sum_{j \in \alpha_P} \left[V_{im}^j \frac{\partial G^{sj}}{\partial x^i} + V_{re}^j \frac{\partial B^{sj}}{\partial x^i} \right] \quad (C.13)$$

Para um dispositivo estático modelado por admitâncias constantes e sem estados internos, como por exemplo uma carga tipo Z_{cte} , dado que $\hat{I} = 0$, $\partial G/\partial V = 0$ e $\partial B/\partial V = 0$, as expressões se simplificam para:

$$\begin{bmatrix} \Delta I_{im}^a \\ \Delta I_{re}^a \\ \Delta I_{im}^b \\ \Delta I_{re}^b \\ \Delta I_{im}^c \\ \Delta I_{re}^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B^{aa} & G^{aa} & B^{ab} & G^{ab} & B^{ac} & G^{ac} \\ G^{aa} & -B^{aa} & G^{ab} & -B^{ab} & G^{ac} & -B^{ac} \\ \hline B^{ba} & G^{ba} & B^{bb} & G^{bb} & B^{bc} & G^{bc} \\ G^{ba} & -B^{ba} & G^{bb} & -B^{bb} & G^{bc} & -B^{bc} \\ \hline B^{ca} & G^{ca} & B^{cb} & G^{cb} & B^{cc} & G^{cc} \\ G^{ca} & -B^{ca} & G^{cb} & -B^{cb} & G^{cc} & -B^{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_{re}^a \\ \Delta V_{im}^a \\ \Delta V_{re}^b \\ \Delta V_{im}^b \\ \Delta V_{re}^c \\ \Delta V_{im}^c \end{bmatrix} \quad (C.14)$$

isto é, as contribuições do dispositivo para a matriz jacobiana correspondem às contribuições para a matriz admitância de barras do sistema. Como usual na formulação em equações de corrente, os componentes imaginários dos resíduos de corrente são ordenados à frente dos componentes reais [46, 113]. Este cuidado reforça a diagonal da matriz jacobiana, evitando o pivoteamento numérico durante a fatoração.

Para injeções nodais e internas de potência, são desenvolvidas expressões semelhantes às expressões (C.2) a (C.13). Variações nestas expressões ainda ocorrem quando as injeções internas empregadas pelo modelo são de potência, mas as injeções nodais empregadas pelo aplicativo são de corrente (como por exemplo, modelo de carga tipo P_{cte} sendo utilizado por aplicativo formulado em corrente), ou vice-versa.

O conjunto de expressões para derivadas de injeções de modelos trifásicos ou de sequência positiva foi desenvolvido com auxílio de um software de matemática simbólica, mas elas não são utilizadas de forma direta na montagem da matriz jacobiana. Sua lei de formação serviu de base para construção de um algoritmo que opera sobre as derivadas totais (objetos dP) de cada componente das injeções nodais.

No Algoritmo C.2 apresentado a seguir, as variáveis INJ e \widehat{INJ} podem representar respectivamente injeções nodais e internas de corrente ou potência, de acordo com o valor dos parâmetros INJ_{tipo} e \widehat{INJ}_{tipo} . O parâmetro N_F (número de fases) pode assumir, em tempo de execução, valor 1 ou 3. Nas linhas 1, 27 e 50, construções de laço envolvendo todas as fases permitem que o mesmo algoritmo seja aplicado em modelos trifásicos ($N_F = 3$) ou de sequência positiva ($N_F = 1$), sendo este último penalizado somente com o *overhead* introduzido pelo controle do laço. Nas linhas 3 e 29, são calculadas as derivadas das entradas do bloco, envolvendo o Algoritmo Exemplo C.1. Nas linhas 25, 26, 71, 72, 73 e 74, são aplicados os operadores definidos na Tabela C.1.

Algoritmo C.2: Cálculo de derivadas para o bloco oSHUNT

```

entrada: Listas de derivadas de injeção nodal  $dP(INJ_{re}^i)$ ,  $dP(INJ_{im}^i)$ ,  $i = 1, N_F$ 
1  para  $i = 1, N_F$  faça
2  {
3    Inicialize e calcule as listas de derivadas de injeção interna  $dP(\widehat{INJ}_{re}^i)$ ,  $dP(\widehat{INJ}_{im}^i)$ 
//   Calcula os coeficientes de derivada de injeção interna:
4    se ( $INJ_{tipo} = \widehat{INJ}_{tipo}$ )
5    {
6        $cft_{re,re} = 1$ ,    $cft_{re,im} = 0$ 
7        $cft_{im,re} = 0$ ,    $cft_{im,im} = 1$ 
8    }
9    senão se ( $INJ_{tipo} = POTENCIA$ ) e ( $\widehat{INJ}_{tipo} = CORRENTE$ )
10   {
11       $cft_{re,re} = V_{re}^i$ ,    $cft_{re,im} = V_{im}^i$ 
12       $cft_{im,re} = V_{im}^i$ ,    $cft_{im,im} = -V_{re}^i$ 
13   }
14   senão se ( $INJ_{tipo} = CORRENTE$ ) e ( $\widehat{INJ}_{tipo} = POTENCIA$ )
15   {
16       $cte_1 = 1 / \left( (V_{re}^i)^2 + (V_{im}^i)^2 \right)$ 

```

```

17     cte2 = (cte1)2
18     cte3 = (Vrei)2 - (Vimi)2
19     cte4 = 2VreiVimi
20     cte5 = cte2 (cte3 INJrei + cte4 INJimi)
21     cte6 = cte2 (cte3 INJimi - cte4 INJrei)
22     cftre, re = cte1Vrei,      cftre, im = cte1Vimi
23     cftim, re = cte1Vimi,      cftim, im = -cte1Vrei
24 }
//   Agrega derivadas de injeção interna:
25 dP(INJrei) ← cftre, re × dP(INJrei),      dP(INJrei) ← cftre, im × dP(INJimi)
26 dP(INJimi) ← cftim, re × dP(INJrei),      dP(INJimi) ← cftim, im × dP(INJimi)
27 para j = 1, NF faça
28 {
29     Inicialize e calcule as listas de derivadas de admitância shunt dP(Gij), dP(Bij)
//   Calcula os coeficientes de derivada de admitância shunt e de tensão terminal:
30 se ( INJtipo = CORRENTE )
31 {
32     cftre, G = Vrej,      cftre, B = -Vimj
33     cftim, G = Vimj,      cftim, B = Vrej
34     cftre, Vre = Gij,      cftre, Vim = -Bij
35     cftim, Vre = Bij,      cftim, Vim = Gij
36 se ( INJtipo = POTENCIA ) e ( i = j )
37 {
38     cftre, Vre -= cte5,      cftre, Vim += cte6
39     cftim, Vre += cte6,      cftim, Vim += cte5
40 }
41 }
42 se ( INJtipo = POTENCIA )
43 {
44     cftre, G = VreiVrej + VimiVimj,      cftre, B = (VimiVrej - VreiVimj)
45     cftim, G = cftre, B,      cftim, B = -cftre, G
46 se ( i = j )
47 {
48     cte7 = 0
49     cte8 = 0
50 para l = 1, NF, l ≠ i faça
51 {
52     cte7 += GilVrel - BilViml
53     cte8 += GilViml + BilVrel

```

```

54     }
55      $cft_{re,V_{re}} = 2V_{re}^i G^{ij} + cte_7, \quad cft_{re,V_{im}} = 2V_{im}^i G^{ij} + cte_8$ 
56      $cft_{im,V_{re}} = -2V_{re}^i B^{ij} - cte_8, \quad cft_{im,V_{im}} = -2V_{im}^i B^{ij} + cte_7$ 
57     }
58     senão
59     {
60          $cte_7 = G^{ij}V_{re}^i + B^{ij}V_{im}^i$ 
61          $cte_8 = G^{ij}V_{im}^i - B^{ij}V_{re}^i$ 
62          $cft_{re,V_{re}} = cte_7, \quad cft_{re,V_{im}} = cte_8$ 
63          $cft_{im,V_{re}} = cte_8, \quad cft_{im,V_{im}} = -cte_7$ 
64     }
65     se (  $\widehat{INJ}_{tipo} = \text{CORRENTE}$  ) e (  $i = j$  )
66     {
67          $cft_{re,V_{re}} += \widehat{INJ}_{re}^i, \quad cft_{re,V_{im}} += \widehat{INJ}_{im}^i$ 
68          $cft_{im,V_{re}} -= \widehat{INJ}_{im}^i, \quad cft_{im,V_{im}} += \widehat{INJ}_{re}^i$ 
69     }
70 }
//     Agrega listas de derivadas de admitâncias:
71      $dP(INJ_{re}^i) \leftarrow cft_{re,G} \times dP(G^{ij}), \quad dP(INJ_{re}^i) \leftarrow cft_{re,B} \times dP(B^{ij})$ 
72      $dP(INJ_{im}^i) \leftarrow cft_{im,G} \times dP(G^{ij}), \quad dP(INJ_{im}^i) \leftarrow cft_{im,B} \times dP(B^{ij})$ 
//     Agrega derivadas de tensão terminal:
73      $dP(INJ_{re}^i) \leftarrow dFdX(V_{re}^j, cft_{re,V_{re}}), \quad dP(INJ_{re}^i) \leftarrow dFdX(V_{im}^j, cft_{re,V_{im}})$ 
74      $dP(INJ_{im}^i) \leftarrow dFdX(V_{re}^j, cft_{im,V_{re}}), \quad dP(INJ_{im}^i) \leftarrow dFdX(V_{im}^j, cft_{im,V_{im}})$ 
75 }
76 }
77 Elimine de dP (INJ) derivadas em relação a variáveis indesejadas (referências, etc.)
saída: Listas de derivadas de injeção nodal dP (INJ) com as contribuições do modelo shunt

```

C.2.2 Derivadas para Dispositivos Série

As expressões para injeções de corrente e o algoritmo de linearização do bloco oSERIE serão desenvolvidos para o terminal k , onde injeções internas e admitâncias *shunt* indicadas se referem a este terminal (os índices em k e m foram usados apenas para as tensões). As expressões para as derivadas de injeções no terminal m são análogas, envolvendo as injeções internas e admitâncias *shunt* correspondentes, observando-se a polaridade no acesso aos elementos G_{ser}^{ij} e B_{ser}^{ij} .

$$\frac{\partial I_{kre}^s}{\partial V_{kre}^t} = \frac{\partial \hat{I}_{kre}^s}{\partial V_{kre}^t} + JY_7 + G_{sht}^{st} + G_{ser}^{st} \quad (C.15)$$

$$\frac{\partial I_{kre}^s}{\partial V_{kim}^t} = \frac{\partial \hat{I}_{kre}^s}{\partial V_{kim}^t} + JY_8 - B_{sht}^{st} - B_{ser}^{st} \quad (C.16)$$

$$\frac{\partial I_{kre}^s}{\partial V_{mre}^t} = \frac{\partial \hat{I}_{kre}^s}{\partial V_{mre}^t} + JY_9 - G_{ser}^{st} \quad (C.17)$$

$$\frac{\partial I_{kre}^s}{\partial V_{mim}^t} = \frac{\partial \hat{I}_{kre}^s}{\partial V_{mim}^t} + JY_{10} + B_{ser}^{st} \quad (C.18)$$

$$\frac{\partial I_{kre}^s}{\partial x^i} = \frac{\partial \hat{I}_{kre}^s}{\partial x^i} + JY_{11} \quad (C.19)$$

$$\frac{\partial I_{im}^s}{\partial V_{kre}^t} = \frac{\partial \hat{I}_{im}^s}{\partial V_{kre}^t} + JY_{12} + B_{sht}^{st} + B_{ser}^{st} \quad (C.20)$$

$$\frac{\partial I_{im}^s}{\partial V_{kim}^t} = \frac{\partial \hat{I}_{im}^s}{\partial V_{kim}^t} + JY_{13} + G_{sht}^{st} + G_{ser}^{st} \quad (C.21)$$

$$\frac{\partial I_{im}^s}{\partial V_{mre}^t} = \frac{\partial \hat{I}_{im}^s}{\partial V_{mre}^t} + JY_{14} - B_{ser}^{st} \quad (C.22)$$

$$\frac{\partial I_{im}^s}{\partial V_{mim}^t} = \frac{\partial \hat{I}_{im}^s}{\partial V_{mim}^t} + JY_{15} - G_{ser}^{st} \quad (C.23)$$

$$\frac{\partial I_{im}^s}{\partial x^i} = \frac{\partial \hat{I}_{im}^s}{\partial x^i} + JY_{16} \quad (C.24)$$

onde

$$JY_7 = \sum_{j \in \alpha_p} \left[V_{kre}^j \frac{\partial G_{sht}^{sj}}{\partial V_{kre}^t} - V_{kim}^j \frac{\partial B_{sht}^{sj}}{\partial V_{kre}^t} + (V_{kre}^j - V_{mre}^j) \frac{\partial G_{ser}^{sj}}{\partial V_{kre}^t} - (V_{kim}^j - V_{mim}^j) \frac{\partial B_{ser}^{sj}}{\partial V_{kre}^t} \right] \quad (C.25)$$

$$JY_8 = \sum_{j \in \alpha_p} \left[V_{kre}^j \frac{\partial G_{sht}^{sj}}{\partial V_{kim}^t} - V_{kim}^j \frac{\partial B_{sht}^{sj}}{\partial V_{kim}^t} + (V_{kre}^j - V_{mre}^j) \frac{\partial G_{ser}^{sj}}{\partial V_{kim}^t} - (V_{kim}^j - V_{mim}^j) \frac{\partial B_{ser}^{sj}}{\partial V_{kim}^t} \right] \quad (C.26)$$

$$JY_9 = \sum_{j \in \alpha_p} \left[V_{kre}^j \frac{\partial G_{sht}^{sj}}{\partial V_{mre}^t} - V_{kim}^j \frac{\partial B_{sht}^{sj}}{\partial V_{mre}^t} + (V_{kre}^j - V_{mre}^j) \frac{\partial G_{ser}^{sj}}{\partial V_{mre}^t} - (V_{kim}^j - V_{mim}^j) \frac{\partial B_{ser}^{sj}}{\partial V_{mre}^t} \right] \quad (C.27)$$

$$JY_{10} = \sum_{j \in \alpha_p} \left[V_{kre}^j \frac{\partial G_{sht}^{sj}}{\partial V_{mim}^t} - V_{kim}^j \frac{\partial B_{sht}^{sj}}{\partial V_{mim}^t} + (V_{kre}^j - V_{mre}^j) \frac{\partial G_{ser}^{sj}}{\partial V_{mim}^t} - (V_{kim}^j - V_{mim}^j) \frac{\partial B_{ser}^{sj}}{\partial V_{mim}^t} \right] \quad (C.28)$$

$$JY_{11} = \sum_{j \in \alpha_p} \left[V_{kre}^j \frac{\partial G_{sht}^{sj}}{\partial x^i} - V_{kim}^j \frac{\partial B_{sht}^{sj}}{\partial x^i} + (V_{kre}^j - V_{mre}^j) \frac{\partial G_{ser}^{sj}}{\partial x^i} - (V_{kim}^j - V_{mim}^j) \frac{\partial B_{ser}^{sj}}{\partial x^i} \right] \quad (C.29)$$

$$JY_{12} = \sum_{j \in \alpha_p} \left[V_{kim}^j \frac{\partial G_{sht}^{sj}}{\partial V_{kre}^t} + V_{kre}^j \frac{\partial B_{sht}^{sj}}{\partial V_{kre}^t} + (V_{kim}^j - V_{mim}^j) \frac{\partial G_{ser}^{sj}}{\partial V_{kre}^t} + (V_{kre}^j - V_{mre}^j) \frac{\partial B_{ser}^{sj}}{\partial V_{kre}^t} \right] \quad (C.30)$$

$$JY_{13} = \sum_{j \in \alpha_p} \left[V_{kim}^j \frac{\partial G_{sht}^{sj}}{\partial V_{kim}^t} + V_{kre}^j \frac{\partial B_{sht}^{sj}}{\partial V_{kim}^t} + (V_{kim}^j - V_{mim}^j) \frac{\partial G_{ser}^{sj}}{\partial V_{kim}^t} + (V_{kre}^j - V_{mre}^j) \frac{\partial B_{ser}^{sj}}{\partial V_{kim}^t} \right] \quad (C.31)$$

$$JY_{14} = \sum_{j \in \alpha_p} \left[V_{kim}^j \frac{\partial G_{sht}^{sj}}{\partial V_{m_{re}}^t} + V_{kre}^j \frac{\partial B_{sht}^{sj}}{\partial V_{m_{re}}^t} + (V_{kim}^j - V_{m_{im}}^j) \frac{\partial G_{ser}^{sj}}{\partial V_{m_{re}}^t} + (V_{kre}^j - V_{m_{re}}^j) \frac{\partial B_{ser}^{sj}}{\partial V_{m_{re}}^t} \right] \quad (C.32)$$

$$JY_{15} = \sum_{j \in \alpha_p} \left[V_{kim}^j \frac{\partial G_{sht}^{sj}}{\partial V_{m_{im}}^t} + V_{kre}^j \frac{\partial B_{sht}^{sj}}{\partial V_{m_{im}}^t} + (V_{kim}^j - V_{m_{im}}^j) \frac{\partial G_{ser}^{sj}}{\partial V_{m_{im}}^t} + (V_{kre}^j - V_{m_{re}}^j) \frac{\partial B_{ser}^{sj}}{\partial V_{m_{im}}^t} \right] \quad (C.33)$$

$$JY_{16} = \sum_{j \in \alpha_p} \left[V_{kim}^j \frac{\partial G_{sht}^{sj}}{\partial x^i} + V_{kre}^j \frac{\partial B_{sht}^{sj}}{\partial x^i} + (V_{kim}^j - V_{m_{im}}^j) \frac{\partial G_{ser}^{sj}}{\partial x^i} + (V_{kre}^j - V_{m_{re}}^j) \frac{\partial B_{ser}^{sj}}{\partial x^i} \right] \quad (C.34)$$

também representam as contribuições para a matriz jacobiana referentes à variação das admitâncias com as tensões terminais, ou com outras variáveis de estado.

O Algoritmo C.3 apresentado a seguir consolida as expressões para cálculo de derivadas de injeção de corrente ou potência em dispositivos série. São válidas as mesmas observações do Algoritmo 2.2, sendo este algoritmo também aplicável para modelos trifásicos ou de sequência positiva, de acordo com o valor do parâmetro N_F .

Algoritmo C.3: Cálculo de derivadas para o bloco oSERIE

entradas: Listas de derivadas de injeção nodal $dP(INJ_{re}^i)$, $dP(INJ_{im}^i)$, $i = 1, N_F$
Indicador de polaridade (direta ou transposta) do terminal k

```

1  para  $i = 1, N_F$  faça
2  {
3    Inicialize e calcule as listas de derivadas de injeção interna  $dP(\widehat{INJ}_{re}^i)$ ,  $dP(\widehat{INJ}_{im}^i)$ 
//   Calcula os coeficientes de derivada de injeção interna:
4    se (  $INJ_{tipo} = \widehat{INJ}_{tipo}$  )
5    {
6       $cft_{re,re} = 1, \quad cft_{re,im} = 0$ 
7       $cft_{im,re} = 0, \quad cft_{im,im} = 1$ 
8    }
9    senão se (  $INJ_{tipo} = POTENCIA$  ) e (  $\widehat{INJ}_{tipo} = CORRENTE$  )
10   {
11      $cft_{re,re} = V_{kre}^i, \quad cft_{re,im} = V_{kim}^i$ 
12      $cft_{im,re} = V_{kim}^i, \quad cft_{im,im} = -V_{kre}^i$ 
13   }
14   senão se (  $INJ_{tipo} = CORRENTE$  ) e (  $\widehat{INJ}_{tipo} = POTENCIA$  )
15   {
16      $cte_1 = 1 / \left( (V_{kre}^i)^2 + (V_{kim}^i)^2 \right)$ 
17      $cte_2 = (cte_1)^2$ 
18      $cte_3 = (V_{kre}^i)^2 - (V_{kim}^i)^2$ 

```

```

19     cte4 = 2V_{kre}^i V_{kim}^i
20     cte5 = cte2 \left( cte3 \widehat{INJ}_{re}^i + cte4 \widehat{INJ}_{im}^i \right)
21     cte6 = cte2 \left( cte3 \widehat{INJ}_{im}^i - cte4 \widehat{INJ}_{re}^i \right)
22     cft_{re,re} = cte1 V_{kre}^i,      cft_{re,im} = cte1 V_{kim}^i
23     cft_{im,re} = cte1 V_{kim}^i,    cft_{im,im} = -cte1 V_{kre}^i
24 }
//   Agrega derivadas de injeção interna:
25 dP(INJ_{re}^i) \leftarrow cft_{re,re} \times dP(\widehat{INJ}_{re}^i),      dP(INJ_{re}^i) \leftarrow cft_{re,im} \times dP(\widehat{INJ}_{im}^i)
26 dP(INJ_{im}^i) \leftarrow cft_{im,re} \times dP(\widehat{INJ}_{re}^i),    dP(INJ_{im}^i) \leftarrow cft_{im,im} \times dP(\widehat{INJ}_{im}^i)
27 para j = 1, N_F faça
28 {
29     Inicialize e calcule as listas de derivadas de admitâncias shunt dP(G_{sht}^{ij}), dP(B_{sht}^{ij})
30     Inicialize e calcule as listas de derivadas de admitância serie dP(G_{ser}^{ij}), dP(B_{ser}^{ij})
//   Calcula os coeficientes de derivada de admitâncias shunt, serie e de tensão terminal:
31 se ( INJ_{tipo} = CORRENTE )
32 {
33     cft_{re,G_{sht}} = V_{kre}^j,      cft_{re,B_{sht}} = -V_{kim}^j
34     cft_{im,G_{sht}} = V_{kim}^j,    cft_{im,B_{sht}} = V_{kre}^j
35     cft_{re,G_{ser}} = (V_{kre}^j - V_{mre}^j),      cft_{re,B_{ser}} = -(V_{kim}^j - V_{mim}^j)
36     cft_{im,G_{ser}} = (V_{kim}^j - V_{mim}^j),    cft_{im,B_{ser}} = (V_{kre}^j - V_{mre}^j)
37     cft_{re,V_{kre}} = (G_{sht}^{ij} + G_{ser}^{ij}),      cft_{re,V_{kim}} = -(B_{sht}^{ij} + B_{ser}^{ij})
38     cft_{im,V_{kre}} = (B_{sht}^{ij} + B_{ser}^{ij}),    cft_{im,V_{kim}} = (G_{sht}^{ij} + G_{ser}^{ij})
39     cft_{re,V_{mre}} = -G_{ser}^{ij},      cft_{re,V_{mim}} = B_{ser}^{ij}
40     cft_{im,V_{mre}} = -B_{ser}^{ij},    cft_{im,V_{mim}} = -G_{ser}^{ij}
41 se ( \widehat{INJ}_{tipo} = POTENCIA ) e ( i = j )
42 {
43     cft_{re,V_{kre}} -= cte5,      cft_{re,V_{kim}} += cte6
44     cft_{im,V_{kre}} += cte6,    cft_{im,V_{kim}} += cte5
45 }
46 }
47 se ( INJ_{tipo} = POTENCIA )
48 {
49     cft_{re,G_{sht}} = V_{kre}^i V_{kre}^j + V_{kim}^i V_{kim}^j
50     cft_{re,B_{sht}} = V_{kim}^i V_{kre}^j - V_{kre}^i V_{kim}^j
51     cft_{im,G_{sht}} = cft_{re,B_{sht}}
52     cft_{im,B_{sht}} = -cft_{re,G_{sht}}
53     cft_{re,G_{ser}} = V_{kre}^i V_{kre}^j + V_{kim}^i V_{kim}^j + V_{kre}^i V_{mre}^j - V_{kim}^i V_{mim}^j
54     cft_{re,B_{ser}} = V_{kim}^i V_{kre}^j - V_{kre}^i V_{kim}^j + V_{kre}^i V_{mim}^j - V_{kim}^i V_{mre}^j

```

55 $cft_{im,G_{ser}} = cft_{re,B_{ser}}$
56 $cft_{im,B_{ser}} = -cft_{re,G_{ser}}$
57 $cft_{re,V_{mre}} = -G_{ser}^{ij} V_{kre}^i - B_{ser}^{ij} V_{kim}^i$
58 $cft_{re,V_{mim}} = -G_{ser}^{ij} V_{kim}^i + B_{ser}^{ij} V_{kre}^i$
59 $cft_{im,V_{mre}} = cft_{re,V_{mim}}$
60 $cft_{im,V_{mim}} = -cft_{re,V_{mre}}$
61 **se** ($i = j$)
62 {
63 $cte_5 = -G_{ser}^{ij} V_{mre}^j + B_{ser}^{ij} V_{mim}^j$
64 $cte_6 = -G_{ser}^{ij} V_{mim}^j - B_{ser}^{ij} V_{mre}^j$
65 **para** $l = 1, N_F$, $l \neq i$ **faça**
66 {
67 $cte_5 += (G_{ser}^{il} + G_{sht}^{il}) V_{kre}^l - (B_{ser}^{il} + B_{sht}^{il}) V_{kim}^l + B_{ser}^{il} V_{mim}^l - G_{ser}^{il} V_{mre}^l$
68 $cte_6 += (G_{ser}^{il} + G_{sht}^{il}) V_{kim}^l + (B_{ser}^{il} + B_{sht}^{il}) V_{kre}^l - B_{ser}^{il} V_{mre}^l - G_{ser}^{il} V_{mim}^l$
69 }
70 $cft_{re,V_{kre}} = 2 (G_{ser}^{ij} + G_{sht}^{ij}) V_{kre}^j + cte_5$
71 $cft_{re,V_{kim}} = 2 (G_{ser}^{ij} + G_{sht}^{ij}) V_{kim}^j + cte_6$
72 $cft_{im,V_{kre}} = -2 (B_{ser}^{ij} + B_{sht}^{ij}) V_{kre}^j - cte_6$
73 $cft_{im,V_{kim}} = -2 (B_{ser}^{ij} + B_{sht}^{ij}) V_{kim}^j + cte_5$
74 }
75 **senão**
76 {
77 $cft_{re,V_{kre}} = (G_{ser}^{ij} + G_{sht}^{ij}) V_{kre}^i + (B_{ser}^{ij} + B_{sht}^{ij}) V_{kim}^i$
78 $cft_{re,V_{kim}} = (G_{ser}^{ij} + G_{sht}^{ij}) V_{kim}^i - (B_{ser}^{ij} + B_{sht}^{ij}) V_{kre}^i$
79 $cft_{im,V_{kre}} = cft_{re,V_{kim}}$
80 $cft_{im,V_{kim}} = -cft_{re,V_{kre}}$
81 }
82 **se** ($\widehat{INJ}_{tipo} = \text{CORRENTE}$) **e** ($i = j$)
83 {
84 $cft_{re,V_{kre}} += \widehat{INJ}_{re}^i$, $cft_{re,V_{kim}} += \widehat{INJ}_{im}^i$
85 $cft_{im,V_{kre}} -= \widehat{INJ}_{im}^i$, $cft_{im,V_{kim}} += \widehat{INJ}_{re}^i$
86 }
87 }
// *Agrega listas de derivadas de admitâncias série:*
88 $dP(INJ_{re}^i) \leftarrow cft_{re,G_{ser}} \times dP(G_{ser}^{ij})$, $dP(INJ_{re}^i) \leftarrow cft_{re,B_{ser}} \times dP(B_{ser}^{ij})$
89 $dP(INJ_{im}^i) \leftarrow cft_{im,G_{ser}} \times dP(G_{ser}^{ij})$, $dP(INJ_{im}^i) \leftarrow cft_{im,B_{ser}} \times dP(B_{ser}^{ij})$
// *Agrega listas de derivadas de admitâncias shunt:*
90 $dP(INJ_{re}^i) \leftarrow cft_{re,G_{sht}} \times dP(G_{sht}^{ij})$, $dP(INJ_{re}^i) \leftarrow cft_{re,B_{sht}} \times dP(B_{sht}^{ij})$

```

91      dP(INJimi) ← cftim,Gsht × dP(Gshtij),      dP(INJimi) ← cftim,Bsht × dP(Bshtij)
//      Agrega derivadas de tensão (terminal k):
92      dP(INJrei) ← dFdX(Vkrej, cftre,Vkre),      dP(INJrei) ← dFdX(Vkimj, cftre,Vkim)
93      dP(INJimi) ← dFdX(Vkrej, cftim,Vkre),      dP(INJimi) ← dFdX(Vkimj, cftim,Vkim)
//      Agrega derivadas de tensão (terminal m):
94      dP(INJrei) ← dFdX(Vmrej, cftre,Vmre),      dP(INJrei) ← dFdX(Vmimj, cftre,Vmim)
95      dP(INJimi) ← dFdX(Vmrej, cftim,Vmre),      dP(INJimi) ← dFdX(Vmimj, cftim,Vmim)
96      }
97      }
98      Elimine de dP (INJ) derivadas em relação a variáveis indesejadas (referências, etc.)
      saída: Listas de derivadas de injeção nodal dP (INJ) com as contribuições do modelo série

```

C.2.3 Derivadas para Dispositivos Lógicos

As expressões para injeções de corrente e o algoritmo de linearização do bloco oLOGICO também serão desenvolvidos para o terminal k . As expressões para as derivadas de injeções no terminal m são análogas e obtidas trocando-se o índice das barras terminais.

$$\frac{\partial I_{re}^s}{\partial V_{kre}^s} = (V_{kre}^s - V_{mre}^s) \frac{\partial G^{ts}}{\partial V_{kre}^s} + G^s \quad (C.35)$$

$$\frac{\partial I_{re}^s}{\partial V_{kim}^t} = (V_{kre}^s - V_{mre}^s) \frac{\partial G^{ts}}{\partial V_{kim}^s} \quad (C.36)$$

$$\frac{\partial I_{re}^s}{\partial V_{mre}^t} = (V_{kre}^s - V_{mre}^s) \frac{\partial G^{ts}}{\partial V_{mre}^s} - G^s \quad (C.37)$$

$$\frac{\partial I_{re}^s}{\partial V_{mim}^t} = (V_{kre}^s - V_{mre}^s) \frac{\partial G^{ts}}{\partial V_{mim}^s} \quad (C.38)$$

$$\frac{\partial I_{re}^s}{\partial x^i} = (V_{kre}^s - V_{mre}^s) \frac{\partial G^s}{\partial x^i} \quad (C.39)$$

$$\frac{\partial I_{im}^s}{\partial V_{kre}^t} = (V_{kim}^s - V_{mim}^s) \frac{\partial G^s}{\partial V_{kre}^s} \quad (C.40)$$

$$\frac{\partial I_{im}^s}{\partial V_{kim}^t} = (V_{kim}^s - V_{mim}^s) \frac{\partial G^s}{\partial V_{kim}^s} + G^s \quad (C.41)$$

$$\frac{\partial I_{im}^s}{\partial V_{mre}^t} = (V_{kim}^s - V_{mim}^s) \frac{\partial G^s}{\partial V_{mre}^s} \quad (C.42)$$

$$\frac{\partial I_{im}^s}{\partial V_{mim}^t} = (V_{kim}^s - V_{mim}^s) \frac{\partial G^s}{\partial V_{mim}^s} - G^s \quad (C.43)$$

$$\frac{\partial I_{im}^s}{\partial x^i} = (V_{kim}^s - V_{mim}^s) \frac{\partial G^s}{\partial x^i} \quad (C.44)$$

O Algoritmo C.4 apresentado a seguir é simplesmente uma especialização do Algoritmo C.3 para os dispositivos lógicos, mantendo somente, na linha 3, o cálculo de derivadas das condutâncias de cada fase por diferenciação automática. Embora sem grandes motivações para análise na frequência fundamental, isto permite incluir dependência da condutância com a tensão ou com outras variáveis de estado (corrente, etc.), possibilitando criar modelos mais elaborados para chaves ou defeitos.

Algoritmo C.4: Cálculo de derivadas para o bloco oLOGICO

```

entrada: Listas de derivadas de injeção nodal  $dP(INJ_{re}^i)$ ,  $dP(INJ_{im}^i)$ ,  $i = 1, N_F$ 
1  para  $i = 1, N_F$  faça
2  {
3    Inicialize e calcule as listas de derivadas de condutância  $dP(G^i)$ 
//   Calcula os coeficientes de derivada de condutância e de tensão terminal:
4    se (  $INJ_{tipo} = \text{CORRENTE}$  )
5    {
6       $cft_{re,G} = (V_{kre}^i - V_{mre}^i)$ ,    $cft_{re,B_{ser}} = -(V_{kim}^i - V_{mim}^i)$ 
7       $cft_{im,G} = (V_{kim}^i - V_{mim}^i)$ ,    $cft_{im,B_{ser}} = (V_{kre}^i - V_{mre}^i)$ 
8       $cft_{re,V_{kre}} = G^i$ ,            $cft_{re,V_{kim}} = 0$ 
9       $cft_{im,V_{kre}} = 0$ ,            $cft_{im,V_{kim}} = G^i$ 
10      $cft_{re,V_{mre}} = -G^i$ ,        $cft_{re,V_{mim}} = 0$ 
11      $cft_{im,V_{mre}} = 0$ ,          $cft_{im,V_{mim}} = -G^i$ 
12   }
13   se (  $INJ_{tipo} = \text{POTENCIA}$  )
14   {
15      $cft_{re,G_{ser}} = V_{kre}^i V_{kre}^i + V_{kim}^i V_{kim}^i + V_{kre}^i V_{mre}^i - V_{kim}^i V_{mim}^i$ 
16      $cft_{im,G_{ser}} = V_{kim}^i V_{kre}^i - V_{kre}^i V_{kim}^i + V_{kre}^i V_{mim}^i - V_{kim}^i V_{mre}^i$ 
17      $cft_{re,V_{mre}} = -G^i V_{kre}^i$ ,    $cft_{re,V_{mim}} = -G^i V_{kim}^i$ 
18      $cft_{im,V_{mre}} = cft_{re,V_{mim}}$ ,    $cft_{im,V_{mim}} = -cft_{re,V_{mre}}$ 
19      $cft_{re,V_{kre}} = 2G^i V_{kre}^i - G^i V_{mre}^i$ ,    $cft_{re,V_{kim}} = 2G^i V_{kim}^i - G^i V_{mim}^i$ 
20      $cft_{im,V_{kre}} = G^i V_{mim}^i$ ,    $cft_{im,V_{kim}} = -G^i V_{mre}^i$ 
21   }
//   Agrega listas de derivadas de condutância:
22    $dP(INJ_{re}^i) \leftarrow cft_{re,G} \times dP(G^i)$ 
23    $dP(INJ_{im}^i) \leftarrow cft_{im,G} \times dP(G^i)$ 
//   Agrega coeficientes de derivadas de tensão (terminal k):
24    $dP(INJ_{re}^i) \leftarrow dFdX(V_{kre}^i, cft_{re,V_{kre}})$ ,    $dP(INJ_{re}^i) \leftarrow dFdX(V_{kim}^i, cft_{re,V_{kim}})$ 
25    $dP(INJ_{im}^i) \leftarrow dFdX(V_{kre}^i, cft_{im,V_{kre}})$ ,    $dP(INJ_{im}^i) \leftarrow dFdX(V_{kim}^i, cft_{im,V_{kim}})$ 

```

```

//   Agrega coeficientes de derivadas de tensão (terminal m):
26    $dP(INJ_{re}^i) \leftarrow dFdX(V_{m_{re}}^i, cft_{re, V_{m_{re}}})$ ,       $dP(INJ_{re}^i) \leftarrow dFdX(V_{m_{im}}^i, cft_{re, V_{m_{im}}})$ 
27    $dP(INJ_{im}^i) \leftarrow dFdX(V_{m_{re}}^i, cft_{im, V_{m_{re}}})$ ,       $dP(INJ_{im}^i) \leftarrow dFdX(V_{m_{im}}^i, cft_{im, V_{m_{im}}})$ 
28 }
29 Elimine de  $dP$  (INJ) derivadas em relação a variáveis indesejadas (referências, etc.)
   saída: Listas de derivadas de injeção nodal  $dP$  (INJ) com as contribuições do modelo lógico

```

Ferramentas Matemáticas

Este apêndice apresenta os algoritmos da Fatoração LU Blocada e discute os principais aspectos de sua aplicação em conjunto com as ferramentas matemáticas utilizadas na plataforma computacional FASEE.

D.1 Fatoração LU Particionada e Blocada

Estes algoritmos podem ser aplicados na solução de sistemas lineares esparsos cuja matriz de coeficientes é formada por blocos cheios ou predominantemente cheios. A principal motivação é o ganho em desempenho computacional, que no caso de sistemas esparsos é resultado da combinação de dois fatores [114, 115]:

- a) Redução nos custos de armazenamento e processamento de números inteiros (apontadores para células de armazenamento, índices de linha e coluna). O esforço computacional nestes elementos é reduzido por um fator igual ao quadrado da dimensão média do bloco.
- b) Processamento numérico de ponto flutuante em blocos matriciais cheios, alocados em posições contíguas de memória ou com um padrão regular de acesso. Processadores modernos procuram explorar estas características por meio de instruções específicas para cada arquitetura de computador.

Cabe ressaltar que rotinas modernas para solução de sistemas lineares esparsos, ainda que elaboradas para uso geral e sem requerer blocos pré-definidos (isto é, com entrada de dados de valores escalares), procuram explorar estes fatores de desempenho por meio do emprego de rotinas BLAS para submatrizes cheias, durante os processo de fatoração e solução. Duas classes de métodos se destacam nesta linha, os métodos *multifrontais* e os métodos *supernodais* [114].

A terminologia e os algoritmos apresentados neste apêndice foram condensados das referências [116, 117, 118].

Um *algoritmo particionado* é um algoritmo escalar em que as operações foram reagrupadas e reordenadas em operações matriciais.

Um *algoritmo bloqueado*¹ é uma generalização do algoritmo escalar em que as operações básicas sobre escalares se tornam operações matriciais ($\alpha + \beta$, $\alpha\beta$ e α/β se tornam $\mathbf{A} + \mathbf{B}$, \mathbf{AB} e \mathbf{AB}^{-1}), e as propriedades matriciais baseadas na estrutura de elementos não nulos se tornam as correspondentes propriedades de blocos matriciais (escalares 0 e 1 se tornam matriz nula e matriz identidade respectivamente).

D.1.1 Fatoração LU Particionada

Uma versão particionada da fatoração LU para uma matriz $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ e um dado bloco de dimensões r pode ser obtida a partir da expressão:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{11} & \mathbf{0} \\ \mathbf{L}_{21} & \mathbf{I}_{n-r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_r & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{11} & \mathbf{U}_{12} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_{n-r} \end{bmatrix} \quad (\text{D.1})$$

onde \mathbf{A}_{11} tem dimensões $r \times r$. O algoritmo pode ser escrito da forma:

- i) Calcule a fatoração LU do bloco $\mathbf{A}_{11} = \mathbf{L}_{11}\mathbf{U}_{11}$;
- ii) Resolva os sistemas lineares triangulares com múltiplos termos independentes $\mathbf{L}_{11} \mathbf{U}_{12} = \mathbf{A}_{12}$ e $\mathbf{L}_{21} \mathbf{U}_{11} = \mathbf{A}_{21}$ para \mathbf{U}_{12} e \mathbf{L}_{21} respectivamente;
- iii) Calcule a matriz $\mathbf{B} = \mathbf{A}_{22} - \mathbf{L}_{21}\mathbf{L}_{12}$;
- iv) Repita este algoritmo recursivamente sobre a matriz \mathbf{B} .

¹Segundo HIGHAM [118], a distinção entre algoritmo particionado e bloqueado é raramente feita na literatura, sendo o termo *bloqueado* (“block algorithm”) comumente empregado para descrever os dois tipos de algoritmo.

As operações sobre os blocos matriciais, definidas nos passos ii) e iii) do algoritmo particionado, são operações BLAS nível 3 — operações entre matrizes. Esta versão particionada perfaz as mesmas operações aritméticas do algoritmo de fatoração LU escalar, porém numa ordem que permite a aplicação de operações matriciais. Desta forma, os conceitos de análise de erro e estabilidade numérica (limite superior para o fator de crescimento numérico dos termos em \mathbf{L} e \mathbf{U}), bem conhecidos para a fatoração escalar, são considerados equivalentes e aplicáveis para a fatoração particionada².

D.1.2 Fatoração LU Blocada

Uma versão blocada da fatoração LU para uma matriz $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ e um dado bloco de dimensões r pode ser obtida a partir da expressão:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_r & \mathbf{0} \\ \mathbf{L}_{21} & \mathbf{I}_{n-r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{0} & \mathbf{S}_{n-r} \end{bmatrix} \quad (\text{D.2})$$

onde \mathbf{A}_{11} tem dimensões $r \times r$. O algoritmo pode ser escrito da forma:

- i) Faça $\mathbf{U}_{11} = \mathbf{A}_{11}$ e $\mathbf{U}_{12} = \mathbf{A}_{12}$;
- ii) Resolva o sistema linear com múltiplos termos independentes $\mathbf{L}_{21} \mathbf{A}_{11} = \mathbf{A}_{21}$ para \mathbf{L}_{21} ;
- iii) Calcule a matriz $\mathbf{S} = \mathbf{A}_{22} - \mathbf{L}_{21} \mathbf{A}_{12}$ (complemento Schur);
- iv) Repita este algoritmo recursivamente sobre a matriz \mathbf{S} .

De forma semelhante ao algoritmo particionado, as operações matriciais definidas nos passos ii) e iii) do algoritmo blocado são também operações BLAS nível 3. No entanto, esta fatoração não é equivalente à fatoração LU escalar, pois a matriz \mathbf{U} resultante não é triangular, mas sim bloco-triangular. Considerando o passo ii) do algoritmo blocado, duas implementações são possíveis:

Implementação 1: \mathbf{A}_{11} é fatorada por eliminação gaussiana, empregando pivoteamento parcial, se necessário. O passo ii) e a solução do sistema linear com \mathbf{U}_{ii} são realizados por substituição com os fatores LU de \mathbf{A}_{11} .

²Exceto no caso de aplicação de técnicas de multiplicação rápida (algoritmo Strassen) [118].

Implementação 2: A_{11}^{-1} é calculada explicitamente, de forma que o passo ii) se torna uma multiplicação matricial e a solução do sistema linear emprega somente operações de multiplicação matriz \times vetor (BLAS nível 2).

DUFF et al. [116], fazendo uma análise da estabilidade numérica da fatoração LU, atentam para o fato de que no algoritmo bloqueado não há um método realmente eficaz de garantir estabilidade numérica. Problemas numéricos podem ocorrer se os blocos diagonais forem mal condicionados.

DEMMELE et al. [117], e HIGHAM [118] fazem uma análise mais abrangente da estabilidade da fatoração LU bloqueada, no primeiro caso, com vistas ao uso no software LAPACK³. A principal conclusão apresentada é que, embora “instável em geral”, o grau de instabilidade do algoritmo bloqueado é limitado em termos do número de condicionamento da matriz. Ainda, tal como no algoritmo escalar, matrizes com propriedades especiais – dominância diagonal por blocos, dominância diagonal escalar, definida positiva – são privilegiadas: ou são perfeitamente estáveis na fatoração ou têm maior margem de estabilidade. Os autores não desencorajam sua aplicação, mas recomendam uma verificação de resíduos a partir do vetor solução.

D.2 Fatoração LU empregando CAL++

CAL++ (Classes para Álgebra Linear) é o *toolkit* utilizado por FASEE para solução de sistemas lineares [1], e cujo diagrama de classes é mostrado na Figura D.1.

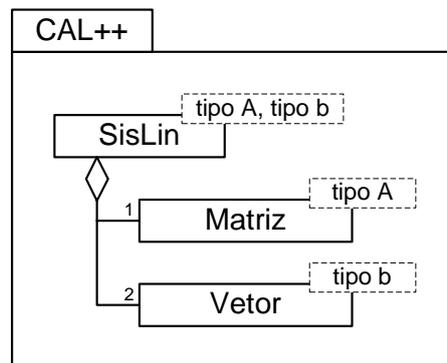


Figura D.1: Diagrama de classes de CAL++

³Como software de uso geral, para uso em matrizes cheias e de características arbitrárias, LAPACK não implementa a fatoração LU bloqueada, mas sim a versão particionada.

O uso de *templates* em `CAL++` permite que parte do código, em especial o da fatoração LU, seja reutilizado para mais de um tipo de dado. Assim, os tipos parametrizados `<Tipo_A>` e `<Tipo_b>` podem representar números reais, complexos, ou submatrizes, desde que as operações elementares utilizadas na fatoração e na solução (+, −, ×, inv) estejam definidas para estes tipos.

A classe `Matriz<Tipo_A>` é a estrutura que armazena e gerencia matrizes esparsas de grande porte, simétricas ou assimétricas. Quando especializada para os tipos real e complexo, a classe inclui ainda cálculo de autovalores e autovetores. A classe `Vetor<Tipo_b>` armazena vetores esparsos ou cheios, enquanto que a classe `SisLin<Tipo_A, Tipo_b>` gerencia o processo de solução de um sistema linear.

Em [1], as classes `CAL++` foram utilizadas com desempenho aceitável em sistemas de até 2800 barras, aplicando modelagem monofásica equivalente. Numa avaliação com sistemas de grande porte e aplicando modelagem trifásica, os seguintes problemas foram encontrados:

- a) A rotina de fatoração LU não realiza operações de pivoteamento numérico. Desta forma, alguns blocos da submatriz jacobiana \mathbf{J}_1 , como por exemplo blocos de modelos de barras PV e $V\theta$ trifásicas, requerem a inserção de números pequenos na diagonal.
- b) A ordenação para preservação da esparsidade segundo o método Tinney 2 é efetuada nas barras do sistema elétrico a partir do grafo da rede elétrica, ou seja, somente na submatriz jacobiana \mathbf{J}_4 . Os estados não são ordenados, mas podem ser pré-ordenados durante a construção do modelo. Sinais externos de controle aplicados aos modelos, como por exemplo controle de tensão em barras remotas, introduzem ligações não consideradas na ordenação de barras, além de assimetrias estruturais nas submatrizes jacobianas \mathbf{J}_2 e \mathbf{J}_3 .
- c) A classe `Matriz` gerencia uma célula de armazenamento para cada elemento da matriz jacobiana. As diversas contribuições para um mesmo elemento da matriz são adicionadas no momento da inserção. Isto requer uma operação de busca pela posição de cada elemento adicionado na estrutura de armazenamento esparsa. Os elementos devem ser inseridos em seqüência de linha para minimizar as operações de busca e acelerar a inserção.

Destes problemas, apenas o do item c) se torna mais crítico na modelagem trifásica. Foi constatado que a classe `Matriz` se torna ineficiente na inserção de elementos para matrizes de maior porte em sistemas trifásicos. Como exemplo, foi verificado que na montagem da matriz jacobiana de um sistema de 2000 barras, o cálculo das derivadas empregando diferenciação automática consumiu 58% do tempo de processamento, enquanto que a simples inserção de elementos na matriz consumiu 42% do tempo.

D.3 Fatoração LU empregando MA37

Com foco problemas apontados na Seção D.2, foi considerado o emprego da rotina `MA37` [84, 85] como opção ao *toolkit* `CAL++`. `MA37` é uma rotina que emprega o algoritmo *multifrontal* [114], e dedicada para matrizes com baixos índices de assimetria estrutural. Seu código fonte está disponível em linguagem Fortran 77.

Neste trabalho, a rotina `MA37` foi traduzida para a linguagem C++ e também adaptada para realizar fatoração blocada. Para esta tarefa, foi utilizada uma ferramenta de conversão de código Fortran para C [119], aplicando-se no código transformado os princípios básicos da orientação a objetos: encapsulamento das estruturas de armazenamento, herança e reutilização das subrotinas de ordenação ótima, sobrecarga dos operadores matemáticos utilizados na fatoração numérica e solução. O diagrama de classes é mostrado na Figura D.2.

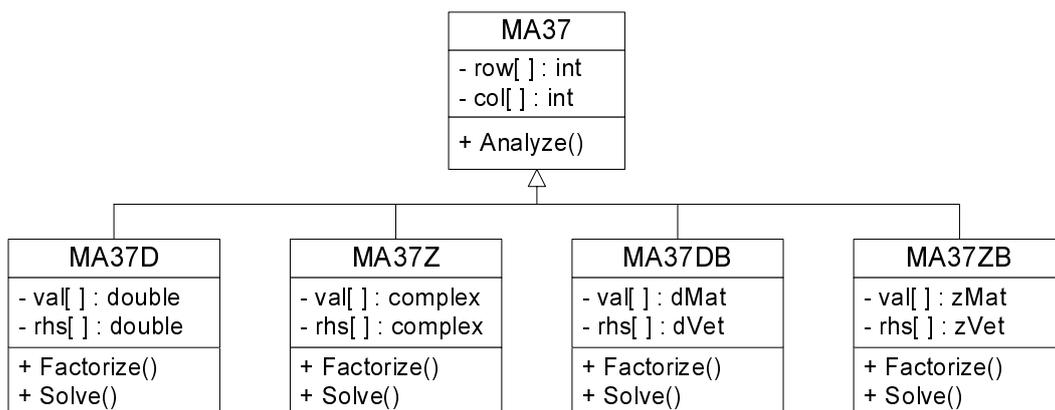


Figura D.2: Diagrama de classes de `MA37`

A classe `MA37` é a classe base, armazenando os índices de linha e de coluna dos elementos da matriz. Realiza a ordenação ótima e a fatoração simbólica da matriz.

D.3.1 Fatoração LU Escalar

As classes derivadas `MA37D` e `MA37Z` armazenam os valores numéricos dos elementos da matriz e termos independentes, reais e complexos respectivamente. Realizam as operações de fatoração LU e a solução de sistemas de equações com entradas escalares. A critério do usuário, pode ser realizado o pivoteamento numérico baseado no módulo dos elementos de uma coluna (“threshold pivoting”). Em geral, ele não é necessário na rede elétrica, sendo uma opção à inserção de números pequenos na diagonal de alguns blocos da submatriz jacobiana \mathbf{J}_1 , embora com penalização no desempenho.

D.3.2 Fatoração LU Blocada

As classes derivadas `MA37DB` e `MA37ZB` realizam as operações de fatoração LU e a solução de sistemas de equações com entradas em bloco. Elas armazenam apontadores para objetos das classes `dMat` e `zMat`, que por sua vez representam matrizes cheias ou blocos para valores reais e complexos, respectivamente. Armazenam ainda apontadores para objetos das classes `dVet` e `zVet`, que representam vetores ou blocos para os termos independentes. Os blocos podem ter dimensões variáveis, quadrados ou retangulares, respeitada a consistência de dimensões em uma linha ou coluna da matriz. A critério do usuário, pode ser realizado o pivoteamento numérico baseado na norma dos blocos de uma coluna, respeitado o uso de blocos quadrados para o pivô da eliminação gaussiana.

Para a fatoração LU blocada, foi adotada a implementação 2, que apresenta as seguintes vantagens sobre a implementação 1:

- a) A programação é simples e imediata em linguagem C++, compartilhando o código da fatoração LU escalar, com emprego de sobrecarga dos operadores aritméticos $+$, $-$, \times para as classes de matriz e vetor, e dos operadores `inv` (inversão) e `mod` (módulo ou norma) para as classes de matriz.
- b) Os blocos diagonais são armazenados na forma inversa (\mathbf{U}_{ii}^{-1}), tornando desnecessário o armazenamento das informações de pivoteamento numérico do bloco.
- c) O potencial de desempenho é um pouco maior, devido ao uso, após a inversão do bloco diagonal, de tão somente operações de multiplicação matriz \times matriz

(fatoração) e matriz \times vetor (solução).

D.4 Avaliação do Desempenho Computacional

A Tabela D.1 sumariza uma avaliação de desempenho das classes **CAL++** e **MA37** realizada com uso de matrizes genéricas, relativas a um sistema de 1916 barras e 2788 ramos, derivado do sistema sul-sudeste brasileiro. Foram aplicados os algoritmos de fatoração escalar e blocada para diferentes formulações da rede elétrica ($n=1916$), comparando os tempos de inserção, fatoração e solução dos sistemas de equações.

Tabela D.1: Desempenho das classes **CAL++** e **MA37** na solução de sistemas lineares

Classes	Etapa	Formulação Real				Formulação Complexa		
		$2 \times n$ escalar	$2 \times n$ bloco	$6 \times n$ escalar	$6 \times n$ bloco	$1 \times n$ escalar	$3 \times n$ escalar	$3 \times n$ bloco
CAL++	Inserção	37 ms	88 ms	201 ms	115 ms	56 ms	110 ms	99 ms
	Fatoração	11 ms	10 ms	137 ms	36 ms	3 ms	46 ms	31 ms
	Ins.+Fat.	48 ms	98 ms	338 ms	151 ms	59 ms	156 ms	130 ms
	Solução	2 ms	8 ms	13 ms	11 ms	0.7 ms	6 ms	12 ms
MA37	Inserção	7 ms	21 ms	15 ms	29 ms	6 ms	9 ms	26 ms
	Fatoração	6 ms	47 ms	87 ms	110 ms	2 ms	23 ms	89 ms
	Ins.+Fat.	13 ms	68 ms	102 ms	139 ms	8 ms	32 ms	115 ms
	Solução	0.5 ms	6 ms	4 ms	9 ms	0.3 ms	2 ms	13 ms

† Blocos dinamicamente alocados, adequados para dimensões variáveis.

‡ Tempos de execução em ms para um microcomputador PC AMD64 3.0Ghz 1Gb RAM.

Uma análise da Tabela D.1 e dos algoritmos empregados permite enumerar algumas considerações e conclusões sobre o uso das fatorações escalar e blocada:

- O tempo elevado de inserção de elementos na classe **CAL++** se deve à busca e alocação de células de armazenamento durante a inserção. A classe **MA37** não requer ordem pré-definida de inserção, além de empregar espaço pré-alocado para os elementos da matriz, o que lhe proporciona um melhor desempenho na versão escalar. Este desempenho é perdido na versão blocada com uso de blocos de dimensões variáveis, pois neste caso o espaço pré-alocado armazena somente apontadores para os blocos, que devem ser alocados e preenchidos antes da inserção.
- A classe **CAL++** realiza alocação dinâmica de elementos durante a fatoração, seja escalar ou blocada, com o algoritmo blocado introduzindo ganho de desempe-

no, em especial na formulação $6 \times n$. A classe **MA37** foi concebida para utilizar espaço de trabalho pré-alocado, não requerendo alocação de memória durante a fatoração, o que já lhe proporciona um bom desempenho na fatoração escalar. Este desempenho foi perdido na fatoração blocada com uso de blocos de dimensões variáveis, pois neste caso operações de alocação e desalocação de blocos durante a fatoração se tornam necessárias com o algoritmo original. Problemas desta natureza são inerentes à alocação dinâmica de memória⁴, mas podem ser adequadamente tratados com técnicas especiais de alocação de memória [108].

- c) Foi verificado ainda que blocos de dimensões fixas compartilhando o espaço pré-alocado são mais adequados para a versão blocada de números reais (**MA37DB**), proporcionando considerável ganho de desempenho, em especial na formulação $6 \times n$. No entanto, blocos fixos são inflexíveis para acomodar as submatrizes jacobianas **J₁**, **J₂** e **J₃** relativas aos dispositivos dinâmicos, quando se realiza a solução simultânea do sistema de equações (2.3).
- d) Blocos fixos com dimensões 3×3 seriam de aplicação natural na versão blocada de números complexos (**MA37ZB**), aplicada na solução das equações da rede elétrica trifásica (matriz **Y_{barras}** fatorada), quando se emprega o método alternado de solução do sistema de equações (2.1). No entanto, a interface de rede trifásica \times seqüência positiva proposta no Capítulo 4 também restringiria o emprego de uma implementação com blocos fixos nesta aplicação.
- e) Embora o algoritmo de **MA37** não utilize operações BLAS níveis 3 e 2, ele foi concebido para reduzir o endereçamento indireto no laço interno, o que já lhe proporciona um excelente desempenho na etapa de solução com o algoritmo escalar. Um melhor desempenho na solução é muito conveniente nas aplicações de simulação dinâmica, com a reutilização de matrizes fatoradas por vários passos de processo iterativo.

Com base nestes resultados e considerações, somente as classes **MA37D** e **MA37Z**,

⁴ Em linguagem C++, as operações de alocação e desalocação dinâmica de memória computacional na área do *heap* são efetuadas pelos operadores **new** e **delete**, podendo resultar em excessiva fragmentação da memória. Estas operações são não-determinísticas quanto ao tempo de execução, e devem ser evitadas em rotinas críticas para o desempenho.

realizando a fatoração escalar, serão empregadas neste trabalho de tese. Como sugestão para trabalhos futuros, as seguintes tarefas computacionais poderiam ser realizadas, com vistas a um melhor desempenho:

- i) Avaliar o emprego, no caso de solução simultânea do sistema de equações (3.5), da forma alternativa de solução com emprego de (3.8) e (3.9). Neste caso, uma formulação blocada com blocos de dimensões fixas em \mathbf{J}_4 pode ser mais facilmente aplicada em (3.8).
- ii) Avaliar o desempenho e a integração com a ferramenta FASEE de rotinas do estado da arte para solução de sistemas esparsos de equações lineares. Rotinas modernas para solução direta de sistemas esparsos procuram aplicar operações BLAS nível 3 na fatoração e BLAS nível 2 na solução, sem requerer uma estrutura de blocos pré-definidos [114]. Estas rotinas seriam mais flexíveis para acomodar matrizes com estrutura blocada em dimensões variáveis.
- iii) Implementar um esquema mais eficiente para utilização de memória (blocos) na fatoração blocada. Este esquema envolve o conceito de *pool de memória*. Basicamente, ele deve gerenciar uma lista de blocos pré-alocados para cada dimensão de bloco utilizado em SEE (6×6 , 2×2 , etc.).

D.5 Cálculo de Autovalores e Autovetores

O cálculo de autovalores e autovetores para a análise modal emprega as rotinas EISPACK [120] traduzidas para a linguagem C++. Estas rotinas são baseadas no método QR, sendo aplicadas na matriz

$$\mathbf{A} = \mathbf{J}_1 - \mathbf{J}_2 \times \mathbf{J}_4^{-1} \times \mathbf{J}_3 \quad (\text{D.3})$$

onde \mathbf{A} é a matriz de estados, armazenada como uma matriz cheia (classe `dMat`). O termo $\mathbf{J}_4^{-1} \times \mathbf{J}_3$ envolve a fatoração LU de \mathbf{J}_4 e soluções múltiplas para as colunas de \mathbf{J}_3 . Variáveis de estado algébricas associadas aos modelos, por convenção presentes na partição correspondente a \mathbf{J}_1 , também devem ser eliminadas da matriz de estados \mathbf{A} . O mesmo procedimento da equação (D.3) deve ser aplicado nestas variáveis, como se estivessem presentes na partição \mathbf{J}_4 .