

NOVAS TÉCNICAS EFICIENTES PARA MODULAÇÃO E OCUPAÇÃO DE  
ESPECTRO BASEADAS EM MOLDAGEM HERMITEANA DE PULSOS UWB

João Abdalla Ney da Silva

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS  
PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE  
FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS  
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM  
CIÊNCIAS EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

Aprovada por:

---

Prof. Marcello Luiz Rodrigues de Campos, Ph.D.

---

Prof. Eduardo Antônio Barros da Silva, Ph.D.

---

Prof. Sergio Lima Netto, Ph.D.

---

Prof. José Antonio Apolinário Jr., D.Sc.

---

Prof. Marco Antonio Grivet Mattoso Maia, Ph.D.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

SETEMBRO DE 2007

SILVA, JOÃO ABDALLA NEY DA

Novas Técnicas Eficientes para Modulação e Ocupação de Espectro Baseadas em Moldagem Hermiteana de Pulsos UWB [Rio de Janeiro] 2007

XII, 90 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, D.Sc., Engenharia Elétrica, 2007)

Tese – Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE

1. Processamento de Sinais
2. Comunicações Sem-Fio
3. Banda Ultra-Larga

I. COPPE/UFRJ II. Título (série)

*Aos meus pais,  
Mary e George*

# Agradecimentos

Agradeço a meu orientador, Professor Marcello Campos, pela paciência, dedicação e boa vontade durante todos os anos em que foi desenvolvido este trabalho. Agradeço também aos colegas e professores do LPS.

Meus agradecimentos aos companheiros e chefes da Divisão de Tecnologia da Informação, em particular, e de todo o Centro Tecnológico do Exército pela compreensão, apoio e colaboração principalmente na etapa final deste trabalho.

Faço um agradecimento especial à minha família, Christine, Odylo e Maria, pelo constante apoio e amor com que me animaram, o que foi fundamental para a realização desta tese.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc)

NOVAS TÉCNICAS EFICIENTES PARA MODULAÇÃO E OCUPAÇÃO DE ESPECTRO BASEADAS EM MOLDAGEM HERMITEANA DE PULSOS UWB

João Abdalla Ney da Silva

Setembro/2007

Orientador: Marcello Luiz Rodrigues de Campos

Programa: Engenharia Elétrica

Este trabalho propõe o uso de funções e espaços de Hermite para a moldagem de pulsos para uso em comunicações em banda ultra-larga (Ultra-wideband – UWB). É mostrado que o uso de formas de onda projetadas por meio desta técnica possibilita vantagens como a ortogonalidade de conjuntos de pulsos para esquemas de modulação M-ários baseados na forma do sinal, ou ainda a compatibilidade espectral para atender a restrições de órgãos reguladores, como a FCC (Federal Communications Commission – Comissão Federal de Comunicações dos EUA). O desempenho de novos pulsos e esquemas de modulação propostos foi avaliado por simulações, comprovando a eficiência da técnica apresentada.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

NEW EFFICIENT TECHNIQUES FOR MODULATION AND SPECTRAL  
COMPLIANCE BASED ON HERMITEAN UWB PULSE SHAPING

João Abdalla Ney da Silva

September/2007

Advisor: Marcello Luiz Rodrigues de Campos

Department: Electrical Engineering

This work proposes the use of both Hermite functions and spaces for Ultra-wideband pulse shaping. It is shown that this framework bears some advantageous features, such as orthogonality of waveforms, for accomplishing pulse-shape-based M-ary modulation schemes, and spectral compatibility to fulfil regulating agencies requirements, as those from FCC (Federal Communications Commission). The performance of several proposed pulses and modulation schemes was evaluated through computer simulations, proving the effectiveness of the technique presented.

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
1.1	Histórico . . . . .	1
1.2	Contribuições e Organização da Tese . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Representação de Sinais nos Espaços de Hermite</b>	<b>5</b>
2.1	Introdução . . . . .	5
2.2	Funções de Hermite . . . . .	6
2.3	Espaços de Hermite . . . . .	8
2.3.1	Pulsos Hermiteanos . . . . .	9
2.4	Conclusão . . . . .	10
<b>3</b>	<b>Conjuntos de Pulsos Hermiteanos Ortogonais</b>	<b>11</b>
3.1	Introdução . . . . .	11
3.2	Procedimento de Busca de Conjuntos Ortogonais . . . . .	12
3.2.1	Procedimento Geral . . . . .	13
3.2.2	Exemplo com $M = 3$ . . . . .	16
3.2.3	Obtenção de um Conjunto de Quatro Pulsos Ortogonais . . . . .	20
3.3	Conclusão . . . . .	27
<b>4</b>	<b>Projeto de Pulsos hermiteanos para Compatibilidade Espectral – Moldagem hermiteana</b>	<b>29</b>
4.1	Introdução . . . . .	29
4.2	Método Flexível para Projeto de Pulsos de Espectro Restrito . . . . .	30
4.3	Par Simétrico de Ordem 5 . . . . .	34
4.4	Conjunto Quádruplo de Ordem 9 . . . . .	38

4.5	Conclusão . . . . .	41
<b>5</b>	<b>Novas Formas e Esquemas de Modulação baseados em Conjuntos de Pulsos Hermiteanos Ortogonais</b>	<b>43</b>
5.1	Introdução . . . . .	43
5.2	Técnicas Básicas de Modulação . . . . .	44
5.2.1	Modulação por Amplitude de Pulso . . . . .	44
5.2.2	Modulação por Posição de Pulso . . . . .	45
5.2.3	Modulação por Formato de Pulso . . . . .	46
5.2.4	Múltiplo Acesso por Modulação Temporal . . . . .	47
5.3	A Ortogonalidade em Modulação de Pulsos . . . . .	48
5.3.1	Importância . . . . .	48
5.3.2	Ortogonalidade em PPM . . . . .	50
5.3.3	Ortogonalidade em Formas de Onda . . . . .	51
5.4	PPM Quaternário . . . . .	52
5.5	Modulação por Formato de Pulso – PSM . . . . .	53
5.6	Modulação por Amplitude e Formato de Pulso – PASM . . . . .	55
5.7	Conclusão . . . . .	56
<b>6</b>	<b>Simulações e Resultados</b>	<b>57</b>
6.1	Introdução . . . . .	57
6.2	Canal Aditivo Gaussiano . . . . .	57
6.2.1	Interpretação e Análise . . . . .	58
6.3	Canal com Multipercursos . . . . .	62
6.3.1	Gerador de Canal Multipercurso . . . . .	62
6.3.2	Gerador de Dados Binários . . . . .	66
6.3.3	Gerador de Formas de Onda . . . . .	66
6.3.4	Transmissão . . . . .	72
6.3.5	Recepção . . . . .	74
6.3.6	Resultados . . . . .	76
6.4	Conclusão . . . . .	84
<b>7</b>	<b>Conclusões</b>	<b>85</b>
7.1	Resultados Alcançados . . . . .	85

7.2 Sugestões de Pesquisas Futuras . . . . .	86
<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>88</b>

# Lista de Figuras

2.1	Três primeiras funções de Hermite . . . . .	6
3.1	Três pulsos ortogonais ótimos. . . . .	19
3.2	Espectros de frequência dos três pulsos ortogonais propostos. . . . .	20
3.3	Espectros de frequência dos quatro pulsos ortogonais. . . . .	27
3.4	Quatro pulsos ortogonais ótimos. . . . .	28
4.1	Máscara espectral da FCC. . . . .	31
4.2	Pulso compatível com as regras da FCC-parte 15. . . . .	34
4.3	Espectro de densidade de energia do pulso compatível com as regras da FCC-parte 15. . . . .	35
4.4	Par ortogonal FCC-compatível . . . . .	37
4.5	Espectro de densidade de energia do par ortogonal FCC-compatível . . . . .	38
4.6	Conjunto ortogonal quádruplo FCC-compatível: (a) $w_{1H_9}(t)$ , (b) $w_{2H_9}(t)$ , (c) $w_{3H_9}(t)$ e (d) $w_{4H_9}(t)$ . . . . .	41
4.7	Densidade espectral de energia do conjunto FCC-compatível de ordem 9. . . . .	42
5.1	Esquema de modulação temporal com salto temporal pseudo-aleatório para múltiplo acesso e PPM para modulação de dados . . . . .	48
5.2	Correlação cruzada entre pulsos defasados de $\delta$ . . . . .	51
6.1	Esquemas binários PPM e PSM em canal AWG. . . . .	59
6.2	Esquemas quaternários PSM em comparação com esquemas binários em canal AWG. . . . .	60
6.3	Diversos esquemas de modulação quaternária comparados com PPM e PAM binárias em canal AWG. . . . .	61

6.4	Desempenho de diversos esquemas em canal CM2 a 10 Mbps. . . . .	77
6.5	Desempenho de diversos esquemas em canal CM2 em torno de 17,5 m	78
6.6	Desempenho de diversos esquemas com pulsos de A2 em canal CM2 a 10 Mbps . . . . .	79
6.7	Desempenho de diversos esquemas com pulsos de A3 em canal CM2 a 10 Mbps . . . . .	80
6.8	Desempenho de diversos esquemas com pulsos de A2 e A3 em canal CM4 a 100 Mbps . . . . .	81
6.9	Desempenho de diversos esquemas em canal CM4 em torno de 21 m .	82
6.10	Desempenho de esquemas com canais e taxas correspondendo a vários números de símbolos sobrepostos . . . . .	83

# Lista de Tabelas

6.1	Parâmetros dos modelos CM2 e CM4 . . . . .	65
6.2	Número de símbolos sobrepostos - máximo e (médio) . . . . .	74
6.3	Valores de $\mathcal{E}_b/N_0$ para canais CM2, usando pulsos de A3, em dB . . .	75
6.4	Valores de $\mathcal{E}_b/N_0$ para canais CM4, usando pulsos de A3, em dB . . .	76

# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 Histórico

Nos últimos anos houve um interesse crescente nas Comunicações de Banda Ultralarga (UWB – *Ultra-Wideband*), tanto da comunidade científica quanto da indústria, o que tem lhe proporcionado um rápido desenvolvimento. Esta classe de comunicações sem-fio, originalmente se baseia na técnica de *rádio por impulso* (*Impulse Radio* – IR), que constitui uma alternativa às técnicas usadas em sistemas de radiocomunicações convencionais, das quais se distingue pela ausência de uma portadora senoidal. Nela, os sinais transmitidos são impulsivos, ou seja, altamente concentrados no tempo e apresentam, conseqüentemente, um amplo espalhamento em seu espectro de frequência. O seu conteúdo espectral de alta frequência, sem componente DC, possibilita a transmissão sem portadora de forma relativamente simples.

O uso de pulsos para transmissão de ondas eletromagnéticas remonta aos primórdios das telecomunicações, no início do século XX, quando físicos e engenheiros usavam arcos voltaicos para gerar tais sinais para transmissão experimental de dados, antes do advento dos geradores de ondas senoidais. Nessa época, o controle e domínio da geração desses sinais era extremamente difícil. Desde então, e durante a maior parte desse século, adotou-se predominantemente para radiocomunicação a chamada tecnologia de banda estreita, envolvendo a modulação de uma portadora.

O desenvolvimento de radares na segunda metade do século passado propiciou a tecnologia necessária para gerar tais pulsos – de duração na ordem de 1 ns –, o que

possibilitou o ressurgimento desta técnica. O novo interesse inicialmente se dirigiu a aplicações militares, como imageamento, radar UWB e comunicação furtiva (ou encoberta). Nesta última, a motivação foi o grande potencial de segurança intrínseca revelado pelas reduzidas probabilidades de detecção e interceptação decorrentes da curta duração dos pulsos e de sua densidade espectral de potência (PSD – *Power Spectral Density*) baixa e espalhada.

A técnica também se mostrou promissora para aplicações civis devido a várias características vantajosas: baixa potência exigida; alta taxa de transferência de dados (até a ordem de 100 Mbps); capacidade para sistemas multiusuários; disponibilidade de tecnologia de baixa complexidade para gerar e receber os pulsos; possibilidade de eliminar os efeitos indesejáveis (o desvanecimento ou *fading*) e ainda tirar vantagem dos múltiplos percursos (especialmente interessante para ambientes fechados – *indoor* – e de curtas distâncias) e flexibilidade quanto à forma da PSD por meio de modificações na forma dos pulsos. Na década de 1990, tecnologias e conceitos-chave foram trazidos ao domínio público e, simultaneamente, houve progressos em tecnologias de componentes e subsistemas que possibilitaram aos sistemas UWB tornarem-se comercialmente viáveis. Além disso, o *boom* tecnológico dessa década abriu novos mercados e aplicações em potencial para sistemas UWB domésticos e profissionais.

Como não havia regulamentação para alocação de larguras de bandas da ordem de 1 GHz, os sistemas IR/UWB em pesquisa foram conceitualmente tratados como quaisquer outras fontes de interferência para os sistemas convencionais estabelecidos. Isto impôs aos sinais UWB a necessidade de competir com uma variedade de sinais interferentes e, ainda, de não causar interferência sensível nos demais sistemas. Estas condições conduziram os sistemas civis aos mesmos requisitos exigidos dos sistemas militares ao visar a minimização das probabilidades de detecção/interceptação: o conteúdo espectral devia ser mantido no nível mínimo de potência necessário para garantir a qualidade desejada. Dentro desse contexto foi concebido, na fase inicial deste trabalho em [1], o projeto de conjuntos de pulsos com a única condição de ocuparem a mesma faixa de frequência sem, porém, se restringir a qualquer banda específica, beneficiando-se assim de uma PSD mais baixa proporcionada pela largura de banda irrestrita.

Oportunamente, em 2002, a Comissão Federal de Comunicações dos Estados Unidos da América (*Federal Communications Commission* – FCC) aprovou uma resolução permitindo transmissões UWB dentro de máscaras espectrais especificadas para sistemas de imageamento, radar veicular, medidas e comunicações de forma não-licenciada. Um dos efeitos dessa resolução foi admitir a operação de esquemas UWB não-impulsivos – baseados em portadoras contínuas – desde que os requisitos de largura de banda fracionária e largura de banda mínima sejam atendidos durante todo o tempo. Estes requisitos determinam que um sinal é UWB se sua largura de banda, delimitada pelos pontos de -10 dB, é igual ou superior a 500 MHz e sua largura de banda fracionária, definida como a razão entre a largura de banda e a frequência central, é maior que 0,2.

A abertura para esquemas não-impulsivos trouxe à cena UWB outros métodos bem conhecidos em comunicações sem-fio convencionais como a Multiplexação por Divisão Ortogonal na Frequência (OFDM), o Múltiplo Acesso por Divisão no Código Multiportadora (MC-CDMA), o Espalhamento de Espectro por Salto em Frequência (FH-SS) e o Espalhamento de Espectro por Sequência Direta (DS-SS). Estes métodos, operando com as taxas apropriadas, se apresentam como técnicas alternativas para sistemas UWB ao lado da técnica original de Rádio por Impulso (IR).

Como consequência importante da resolução da FCC, o limite máximo de densidade de potência de -41,3 dBm/MHz na janela de frequência de 3,1 a 10,6 GHz para sistemas *indoor* e portáteis confirmou a severa restrição de potência total, concitando ao uso ótimo da banda disponível.

## 1.2 Contribuições e Organização da Tese

A moldagem de pulso é um meio prático e eficaz de se modificar a PSD do sinal emitido de forma a compatibilizá-lo com as restrições de órgãos reguladores. Em acréscimo à vantagem de viabilizar a conformação espectral, a moldagem do sinal pode, quando cuidadosamente projetada, proporcionar outras características vantajosas, como a curta duração no tempo e a ortogonalidade dentro de conjuntos de pulsos.

Neste trabalho é introduzido, como contribuição original [1], o conceito de pulso hermiteano, baseado em espaços de Hermite, descritos no capítulo 2, de máxima concentração tempo-freqüência, o que lhes garante as menores durações para determinada largura de banda. Por serem combinações de funções de Hermite, estas formas são de fácil obtenção prática por meio das derivadas do pulso gaussiano.

Foi desenvolvido ainda neste trabalho o método detalhado no capítulo 3, introduzido originalmente em [1], que conduz à obtenção de conjuntos de pulsos ortogonais. A extensão desse método para inclusão de restrições espectrais rígidas, apresentadas em [2] e [3] como parte do desenvolvimento desta tese é explicada no capítulo 4. Os conjuntos obtidos permitem sua utilização nos novos esquemas de modulação aqui propostos [4], apresentados no capítulo 5. Os pulsos ortogonais também podem ser usados com vantagens em sistemas multiusuários, auxiliando no acesso ao meio.

No capítulo 6 são apresentadas simulações comparando diversos esquemas e formas de pulso em canal aditivo gaussiano [4] e em canal com multipercurso, para o qual foram detalhadamente estudados dois dos modelos definidos pelo grupo de trabalho IEEE-802.15.4a, para canais residenciais e de escritórios, sem visada direta. O capítulo 7 tece as conclusões, acrescentando sugestões para pesquisas futuras relacionadas a este tema.

# Capítulo 2

## Representação de Sinais nos Espaços de Hermite

### 2.1 Introdução

Conjuntos de funções ortogonais sobre intervalos definidos surgem na resolução de equações diferenciais parciais, particularmente das equações de Sturm-Liouville. Dentre esses conjuntos podemos citar as funções de Bessel, de Legendre e as de Hermite, bem como as baseadas nos polinômios de Tschebyscheff, Gegenbauer e Laguerre [5] [6]. Estes conjuntos contêm um número infinito de funções, todas ortogonais entre si. À semelhança do que ocorre com as séries de Fourier, pode-se, sob certas condições, expandir uma função genérica em termos das funções do conjunto. No caso dos conjuntos citados, isto é válido para todas as funções de quadrado integrável – ou funções de energia finita. Em outras palavras, diz-se que qualquer desses conjuntos formam uma base para o espaço das funções de energia finita, referido como espaço  $\mathbf{L}_2$ .

Este espaço é um caso particular dos espaços lineares de sinais como definidos por Hlawatsch [7], ou seja, coleções de sinais  $x(t)$  tais que, dados  $x_1(t)$  e  $x_2(t)$  pertencentes à coleção, qualquer combinação linear  $c_1x_1(t) + c_2x_2(t)$  também pertence a ela. Em  $\mathbf{L}_2$  temos ainda que  $\|x\|^2 = \langle x, x \rangle = \int_t |x(t)|^2 dt$  possui um valor finito.

Nas seções a seguir apresentaremos as funções de Hermite e os subespaços de  $\mathbf{L}_2$  para os quais estas funções formam uma base, os chamados espaços de Hermite,

que possuem a importante propriedade da máxima concentração tempo  $\times$  frequência [7].

Na seção 2.3.1, motivados pela característica fundamental dos sinais a que comumente chamamos de pulsos – a energia finita –, conceituamos os pulsos hermiteanos, originalmente definidos no âmbito deste trabalho de pesquisa [1], e exemplificamos a representação desses pulsos em termos da base dos espaços de Hermite.

## 2.2 Funções de Hermite

A figura 2.1 mostra algumas das primeiras funções de Hermite, dadas pela fórmula [5]:

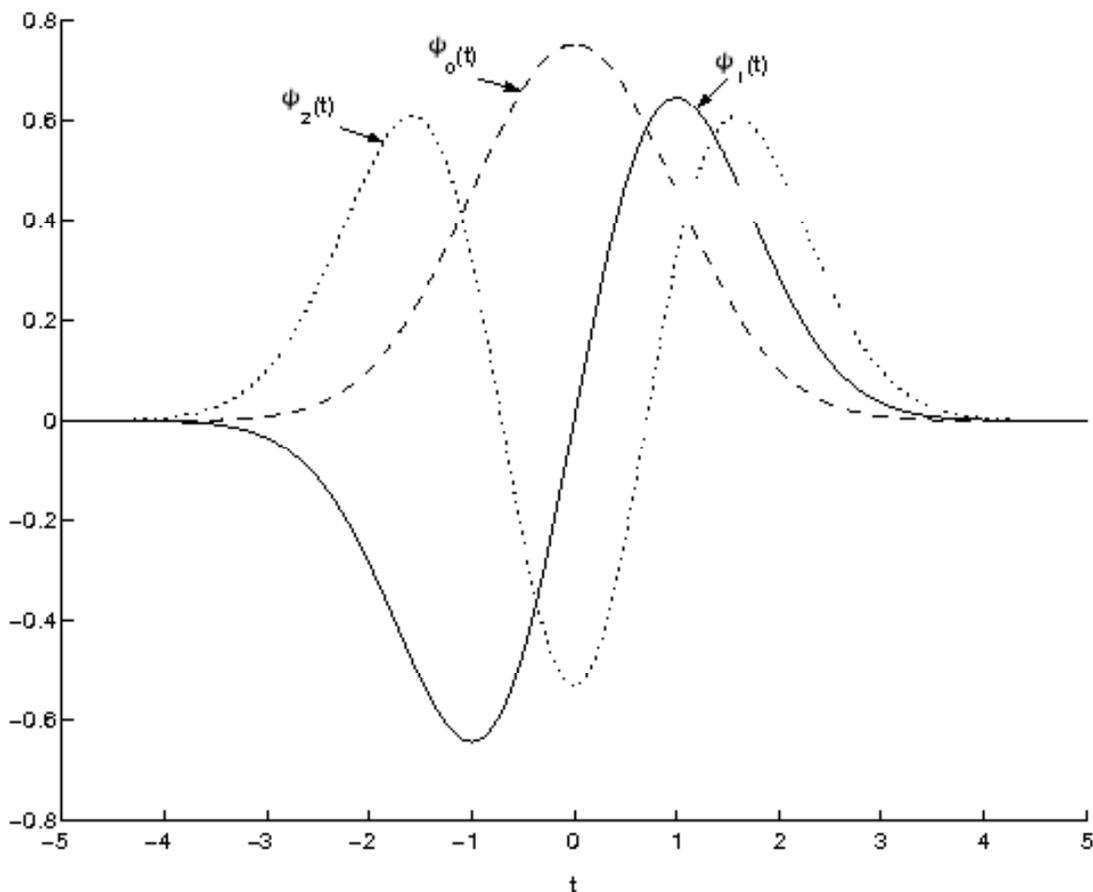


Figura 2.1: Três primeiras funções de Hermite

$$\psi_n(t) = \frac{H_n(t)e^{-t^2/2}}{\sqrt{2^n n! \sqrt{\pi}}} \quad (2.1)$$

onde  $H_n(t)$  é o  $n$ -ésimo polinômio de Hermite, obtido recursivamente pelas fórmulas:

$$\begin{aligned}
H_0(t) &= 1; \\
H_1(t) &= 2t; \\
H_{n+1}(t) &= 2tH_n(t) - 2nH_{n-1}(t) \quad (n \geq 1).
\end{aligned} \tag{2.2}$$

As expressões fechadas das primeiras funções de Hermite são dadas a seguir:

$$\psi_0(t) = \frac{1}{\sqrt[4]{\pi}} e^{-t^2/2}; \tag{2.3}$$

$$\psi_1(t) = \frac{2t}{\sqrt{2}\sqrt{\pi}} e^{-t^2/2}; \tag{2.4}$$

$$\psi_2(t) = \frac{2t^2 - 1}{\sqrt{2}\sqrt{\pi}} e^{-t^2/2}; \tag{2.5}$$

$$\psi_3(t) = \frac{2t^3 - 3t}{\sqrt{3}\sqrt{\pi}} e^{-t^2/2}; \tag{2.6}$$

$$\psi_4(t) = \frac{4t^4 - 12t^2 + 3}{2\sqrt{6}\sqrt{\pi}} e^{-t^2/2}; \tag{2.7}$$

É interessante observar as Transformadas de Fourier das funções de Hermite, que também possuem uma fórmula recursiva, apresentada a seguir:

$$\Psi_0(\omega) = \frac{1}{\sqrt[4]{\pi}} e^{-\omega^2/2}; \tag{2.8}$$

$$\Psi_1(\omega) = \frac{\sqrt{2}j\omega}{\sqrt[4]{\pi}} e^{-\omega^2/2}; \tag{2.9}$$

⋮

$$\Psi_{n+1}(\omega) = \sqrt{\frac{2}{n+1}} j\omega \Psi_n(\omega) + \sqrt{\frac{n}{n+1}} \Psi_{n-1}(\omega). \tag{2.10}$$

A transformada de Fourier de uma função de Hermite também pode ser diretamente obtida de:

$$\mathcal{F}\{\psi_n(t)\} = j^n \psi_n(\omega) \tag{2.11}$$

Ou seja, as funções de Hermite possuem a importante propriedade de serem autofunções da transformada de Fourier.

Nota-se, da figura 2.1 ou da equação (2.3), que  $\psi_0(t)$  corresponde à curva de Gauss, chamada neste contexto de pulso gaussiano básico. A função  $\psi_1(t)$  dada

pela equação (2.4) constitui um pulso desde sempre muito usado em UWB – também referido como pulso gaussiano ou de Rayleigh [8] – com a vantagem sobre  $\psi_0(t)$  de possuir nível DC nulo.

O pulso de Rayleigh e o pulso formado por sua derivada são os pulsos mais utilizados em modelos de transmissões UWB. O fato das funções de Hermite relacionarem-se proximamente com estes pulsos e com o pulso gaussiano básico faz com que eles sejam facilmente obteníveis por meio de derivadas deste último.

Outra motivação para o uso de funções de Hermite é a máxima concentração em tempo-frequência dos espaços de Hermite (ver seção 2.3), o que faz com que os pulsos obtidos baseados nessas funções utilizem de maneira ótima os recursos de tempo e banda disponíveis. Isto significa que seu conteúdo espectral não será mais alto do que o estritamente necessário e sua duração pode ser a mínima possível.

## 2.3 Espaços de Hermite

Conforme mencionado anteriormente, as funções de Hermite formam uma base para  $\mathbf{L}_2$ . Dentro deste espaço de dimensão infinita, podemos selecionar subespaços de dimensão finita, contendo apenas um número finito de funções de Hermite. Assim, o espaço de Hermite  $N$ -dimensional é definido em [7] como o espaço gerado pelas  $N$  primeiras funções de Hermite

$$\mathcal{H}_N = \text{span}\{\psi_n(t)\}_{n=0}^{N-1}$$

O uso destes espaços é comum na teoria de análise em tempo e frequência [7] devido à sua propriedade de máxima concentração de energia no domínio tempo-frequência [9]. Este fato está relacionado aos resultados de Daubechies [10], e a concentração de energia de uma função  $f(t)$  naquele domínio é verificada por meio da medida da soma dos seus momentos de segunda ordem em tempo e frequência [11]:

$$\int_{-\infty}^{\infty} t^2 |f(t)|^2 dt + \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 |F(\omega)|^2 d\omega = (K f, f) \quad (2.12)$$

onde  $K$  é o operador diferencial de segunda ordem [11]:

$$(K f)(t) = t^2 f(t)^2 - \frac{d^2}{dt} f(t) \quad (2.13)$$

Estabelece-se então o conceito segundo o qual [11] o subespaço  $X$  de  $\mathbf{L}_2$  de dimensão  $N$  de maior concentração tempo-frequência é aquele que maximiza a medida dada pela equação (2.12) da função correspondente ao pior caso de sinal nele contido. Prova-se que este subespaço corresponde ao espaço de Hermite de dimensão  $N$  [11].

A fim de exemplificar a relação de alguns sinais com os espaços de Hermite, podemos verificar que os pulsos gaussianos usuais, obtidos das duas primeiras derivadas da curva gaussiana e dados pelas equações

$$w_R(t, \sigma) = (t/\sigma^2) \exp\left(\frac{-t^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2.14)$$

$$w_G(t, \sigma) = \frac{1 - (t/\sigma)^2}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(\frac{-t^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2.15)$$

onde  $\sigma$  é um fator de escala de tempo, estão contidos no espaço de Hermite de dimensão 3. De fato, o primeiro está também totalmente contido no espaço de Hermite de dimensão 2.

### 2.3.1 Pulsos Hermiteanos

Os **pulsos hermiteanos**, ou **pulsos de Hermite**, de  $N$ -ésima ordem foram definidos no decorrer do desenvolvimento desta tese [1] como quaisquer sinais contidos no espaço de Hermite de dimensão  $N$  e podem, portanto, ser representado como

$$w_{H_N}(t) = q_{N-1}(t) \exp\left(\frac{-t^2}{2}\right) \quad (2.16)$$

onde  $q_{N-1}(t)$  é um polinômio em  $t$ , de grau  $N - 1$ . Por esta expressão, vê-se facilmente por que os pulsos gaussianos são casos particulares de pulsos de Hermite de dimensão finita.

Seja  $\vec{\psi}_N(t)$  o vetor composto pelas  $N$  primeiras funções de Hermite

$$\vec{\psi}_N(t) = \left[ \psi_0(t) \ \psi_1(t) \ \dots \ \psi_{N-1}(t) \right] \quad (2.17)$$

O pulso hermiteano de ordem  $N$  pode então ser expresso como

$$w_{H_N}(t) = \vec{\psi}_N(t) \mathbf{w}_{H_N} \quad (2.18)$$

onde  $\mathbf{w}_{H_N}$  é um vetor-coluna real que relaciona o pulso considerado às  $N$  primeiras funções de Hermite, sendo chamado, porquanto, de *vetor de projeção*. Isto significa

que cada sinal do espaço  $\mathcal{H}_N$  está sendo expresso em função de sua base ortonormal. Neste contexto, os chamados pulsos gaussianos (com  $\sigma = 1$ ) podem ser expressos como

$$\mathbf{w}_{\mathbf{G}_{H_3}} = \frac{1}{2\sqrt{2\sqrt{\pi}}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -\sqrt{2} \end{bmatrix} \quad e \quad \mathbf{w}_{\mathbf{R}_{H_3}} = \frac{2}{\sqrt{2\sqrt{\pi}}} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

A ortogonalidade deste par de pulsos se torna clara pela óbvia ortogonalidade de seus vetores de projeção. Isto ocorre obrigatoriamente, já que estes vetores representam as projeções dos sinais em uma base ortogonal.

## 2.4 Conclusão

Neste capítulo foram apresentadas as funções de Hermite, destacando-se suas propriedades importantes. Em seguida mostramos como essas funções prestam-se para a construção de uma base para o espaço de funções de energia finita.

A definição de pulso hermiteano e sua expressão nos espaços de Hermite de ordem correspondente por meio dos vetores de projeção, abordadas na seção anterior, são ferramentas úteis e necessárias para o desenvolvimento dos métodos de projeto de pulsos apresentados nos capítulos 3 e 4.

# Capítulo 3

## Conjuntos de Pulsos Hermiteanos Ortogonais

### 3.1 Introdução

Neste capítulo, será apresentado um método para obtenção de conjuntos de pulsos Hermiteanos ortogonais, desenvolvido no âmbito deste trabalho [1] [3]. Estes conjuntos são essenciais para possibilitar a implementação de esquemas de modulação ortogonais, como as modulações  $M$ -árias propostas em [4]. Pulsos ortogonais também podem ser utilizados em sistemas multiusuários como uma forma de incrementar o acesso ao meio, aumentando a capacidade do sistema.

Formas de onda ortogonais podem ser obtidas com base em conjuntos de funções ortogonais. A modulação proposta, como resultado deste trabalho [1], usa pulsos obtidos pela combinação linear de um dado número das funções ortogonais de Hermite, usando o conceito de espaços lineares de sinais e chegando à definição de pulsos de Hermite conforme introduzido no capítulo 2.

O pulso de Hermite de interesse para nossa aplicação deve ter como característica obrigatória possuir nível DC nulo, para que corresponda a um pulso eletromagnético real, efetivamente transmitido por uma antena no espaço livre.

Dentro de um determinado espaço de Hermite há diversos conjuntos que satisfazem à condição de ortogonalidade. Os espectros de frequência dos pulsos desses conjuntos apresentam grande diversidade, não só de um conjunto para outro como também, freqüentemente, entre pulsos de um mesmo conjunto. Portanto faz-

se necessário estabelecer um critério para escolha de um conjunto que seja o mais adequado.

À época do desenvolvimento do procedimento de busca em [1] não havia regulamentação específica quanto a faixas de frequências e níveis de emissão permitidos aos sistemas UWB. Por outro lado, uma vez que os pulsos são concebidos para serem usados nas transmissões de um mesmo usuário (ou ao menos em um mesmo sistema) consideramos desde então desejável que eles ocupassem a mesma faixa de frequência, já que é sempre provável que a regulamentação das faixas de frequência vigente imponha uma restrição ou um custo no uso do espectro. Além disto, sendo transmitidos na mesma faixa, os diferentes bits de um mesmo usuário (ou os dados de diferentes usuários em um sistema) estarão sujeitos às mesmas condições de canal, conferindo desejável simetria em probabilidade de erros de bits (ou equidade entre usuários).

Em vista disto, no procedimento apresentado na seção 3.2, optou-se por selecionar a combinação ótima constituída pelos pulsos cujos espectros de frequência fossem os mais similares entre si. Este critério é apenas uma dentre as inúmeras formas de se impor restrições espectrais às formas de onda desejadas. O procedimento exposto neste capítulo adota o mesmo critério mas não se restringe a ele, podendo ser facilmente adaptado a outros, como é feito, por exemplo, no capítulo 4.

## 3.2 Procedimento de Busca de Conjuntos

### Ortogonais

Desejamos encontrar um conjunto de  $M$  pulsos de Hermite de ordem  $N$ ,  $M \leq N$ , ortogonais entre si, sem componente DC e ocupando faixas de frequência as mais similares possíveis. (Esta última característica, a princípio vaga, será traduzida e mais adiante em uma expressão matemática precisa.) Este conjunto pode ser representado por uma matriz  $N \times M$  formada pelos vetores  $\mathbf{w}_{\mathbf{H}_N}$  de cada pulso

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_{\mathbf{H}_N,1} & \mathbf{w}_{\mathbf{H}_N,2} & \dots & \mathbf{w}_{\mathbf{H}_N,M} \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

onde o segundo índice designa cada um dos pulsos considerados. Assim, o vetor  $\mathbf{w}_{\mathbf{H}_N \mathbf{j}}$  corresponde a

$$\mathbf{w}_{\mathbf{H}_N \mathbf{j}} = \begin{bmatrix} h_{0,j} \\ h_{1,j} \\ \vdots \\ h_{N-1,j} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Note que o requisito de ausência de componente DC descarta a solução trivial que usa diretamente as  $M$  primeiras funções de Hermite como o conjunto de pulsos desejados. Mais que isso, este requisito impõe uma restrição linear aos componentes do vetor  $\mathbf{w}_{\mathbf{H}_N}$  e, portanto, às linhas da matriz  $\mathbf{A}$ , resultando em

$$M \leq N - 1 \quad (3.3)$$

### 3.2.1 Procedimento Geral

Para obter o conjunto de  $M$  pulsos em que estamos interessados, devemos realizar uma busca no espaço vetorial  $M$ -dimensional representado pelas colunas de  $\mathbf{A}$ . Isto pode ser interpretado como uma busca por uma base ortogonal desse espaço, sendo os pulsos desejados representados pelos vetores da base e sujeitos às seguintes condições:

- serem ortogonais;
- não possuírem componente DC;
- ocuparem faixas de frequência as mais similares possíveis.

Os dois primeiros ítems constituem restrições absolutas, enquanto o terceiro constitui uma característica a ser otimizada, portanto deve ser convertida em um funcional a ser minimizado.

Com isto em mente, foi desenvolvido o seguinte procedimento, traduzindo as sentenças acima em restrições matemáticas

1. Dado  $M$ , monte a matriz  $\mathbf{A}_{N \times M}$  conforme a equação (3.1) com

$$N = M + 1 \quad (3.4)$$

(da equação (3.3)).

2. *Determine a forma algébrica do vetor de projeção,  $\vec{\psi}_N(t)$ , e monte a equação do pulso em termos das funções de Hermite da base:*

$$w_{H_N,j}(t) = h_{0,j}\psi_0(t) + h_{1,j}\psi_1(t) + \dots + h_{N-1,j}\psi_{N-1}(t), \quad j = 1, \dots, M \quad (3.5)$$

(Por questão de simplicidade, a partir daqui, sempre que possível omitiremos o índice correspondente a  $j$ , que se refere ao pulso considerado.)

3. *Aplique as restrições de componente DC nula dadas por:*

$$\int_{-\infty}^{\infty} w_{H_N}(t)dt = 0 \quad (3.6)$$

- (a) *Expresse a relação algébrica entre os elementos de  $\mathbf{w}_{H_N}$ :*

$$h_0 = f_{0_{DC}}(h_1, \dots, h_{N-1}) \quad (3.7)$$

onde  $f_{0_{DC}}$  é uma função linear resultante de (3.6).

- (b) *Aplique a mesma relação em  $\mathbf{A}$ , substituindo a primeira linha desta matriz por uma combinação linear das outras. Isto reduz o número de variáveis em  $\mathbf{A}$  de  $MN$  para  $M(N-1)$  (ou para  $M^2$ , levando em conta a equação (3.4)).*

4. *Monte as equações de ortogonalidade normalizadas:*

$$\mathbf{A}^T \mathbf{A} = \mathbf{I}_M \quad (3.8)$$

que consistem de  $M(M+1)/2$  equações com  $M^2$  variáveis.

5. *Obtenha a expressão algébrica da frequência média central e do espalhamento de frequência:*

- (a) *Tome a Transformada de Fourier de  $w_{H_N}$ :*

$$W_{H_N}(\omega) = \mathcal{F}\{w_{H_N}(t)\} = h_0\Psi_0(\omega) + h_1\Psi_1(\omega) + \dots + h_{N-1}\Psi_{N-1}(\omega) \quad (3.9)$$

onde  $\Psi_0(\omega), \dots, \Psi_{N-1}(\omega)$  são dados pelas equações (2.8) a (2.10).

- (b) *Encontre a expressão da densidade espectral de energia de um pulso dada por:*

$$E_w(\omega) = |W_{H_N}(\omega)|^2 = W_{H_N}(\omega) \cdot W_{H_N}(\omega)^* \quad (3.10)$$

- (c) Escreva as expressões de frequência central média e espalhamento de frequência definidos como:

$$\omega_0 = \frac{\int_0^\infty \omega |E_w(\omega)|^2 d\omega}{\int_0^\infty |E_w(\omega)|^2 d\omega} = 2 \int_0^\infty \omega |E_w(\omega)|^2 d\omega \quad (3.11)$$

e

$$\sigma_\omega^2 = \frac{\int_0^\infty (\omega - \omega_0)^2 |E_w(\omega)|^2 d\omega}{\int_0^\infty |E_w(\omega)|^2 d\omega} = 2 \int_0^\infty (\omega - \omega_0)^2 |E_w(\omega)|^2 d\omega \quad (3.12)$$

respectivamente. Note que as equações (3.9) – (3.12) são funções de  $h_0, h_1, \dots, h_{N-1}$ .

- (d) Aplique a equação (3.7) para eliminar  $h_0$  das equações (3.11) e (3.12):

$$\omega_0 = f_{\omega_0}(h_1, \dots, h_{N-1}) \quad (3.13)$$

$$\sigma_\omega^2 = f_{\sigma_\omega}(h_1, \dots, h_{N-1}) \quad (3.14)$$

onde  $f_{\omega_0}$  e  $f_{\sigma_\omega}$  são essencialmente as mesmas expressões das equações (3.11) e (3.12), mas em termos somente de  $h_1, \dots, h_{N-1}$ .

6. *Encontre o funcional a ser minimizado:*

- (a) Faça:

$$\omega_1 = \omega_0 - \alpha\sigma_\omega; \quad \omega_2 = \omega_0 + \alpha\sigma_\omega; \quad (3.15)$$

com o valor sugerido de  $\alpha = 1,3$  (este valor foi determinado empiricamente de forma a melhor ajustar  $\omega_1$  e  $\omega_2$  às frequências de corte de -3dB).

- (b) Determine:

$$G = \sum_{i=1}^M \sum_{j>i}^M [(\omega_{1,i} - \omega_{1,j})^2 + (\omega_{2,i} - \omega_{2,j})^2] \quad (3.16)$$

onde  $i$  e  $j$  correspondem aos pulsos considerados .

7. *Faça uma busca extensiva em todos os conjuntos que são soluções para a equação (3.8) por aquele que minimiza  $G$ .*

### 3.2.2 Exemplo com $M = 3$

Nesta seção exemplificaremos o procedimento geral com a busca de um conjunto de três pulsos com as características desejadas. Embora este número seja de pouca utilidade para o propósito de modulação de dados binários, é importante como exemplo, já que mantém as matrizes e equações em dimensões razoáveis. A metodologia básica é aplicada, evidenciando as figuras de mérito que quantificam a qualidade do conjunto candidato.

1. Dado  $M = 3$ , usa-se  $N = M + 1 = 4$  e monta-se  $\mathbf{A}_{4 \times 3}$ :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} h_{0,1} & h_{0,2} & h_{0,3} \\ h_{1,1} & h_{1,2} & h_{1,3} \\ h_{2,1} & h_{2,2} & h_{2,3} \\ h_{3,1} & h_{3,2} & h_{3,3} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

2. Determina-se a forma algébrica do vetor de projeção e monte a equação do pulso em termos das funções de Hermite da base:

$$w_{H_4}(t) = h_0\psi_0(t) + h_1\psi_1(t) + h_2\psi_2(t) + h_3\psi_3(t) \quad (3.18)$$

3. Aplicam-se as restrições de componente DC nula dadas por:

$$\int_{-\infty}^{\infty} w_{H_4}(t)dt = 0 \quad (3.19)$$

- (a) Aplicando a equação (3.19) na equação (3.18), temos:

$$h_0 = -\frac{1}{\sqrt{2}}h_2 \quad (3.20)$$

- (b) Substituindo a equação (4.22) na equação (3.17), temos:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}}h_{2,1} & -\frac{1}{\sqrt{2}}h_{2,2} & -\frac{1}{\sqrt{2}}h_{2,3} \\ h_{1,1} & h_{1,2} & h_{1,3} \\ h_{2,1} & h_{2,2} & h_{2,3} \\ h_{3,1} & h_{3,2} & h_{3,3} \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

4. *Montam-se as equações de ortogonalidade normalizadas:*

$$\mathbf{A}^T \mathbf{A} = \mathbf{I}_3$$

que consiste de 6 equações a 9 variáveis:

$$\begin{aligned} h_{1,1}^2 + \frac{3}{2}h_{2,1}^2 + h_{3,1}^2 &= 1; \\ h_{1,2}^2 + \frac{3}{2}h_{2,2}^2 + h_{3,2}^2 &= 1; \\ h_{1,3}^2 + \frac{3}{2}h_{2,3}^2 + h_{3,3}^2 &= 1; \\ h_{1,1}h_{1,2} + \frac{3}{2}h_{2,1}h_{2,2} + h_{3,1}h_{3,2} &= 0; \\ h_{1,1}h_{1,3} + \frac{3}{2}h_{2,1}h_{2,3} + h_{3,1}h_{3,3} &= 0; \\ h_{1,2}h_{1,3} + \frac{3}{2}h_{2,2}h_{2,3} + h_{3,2}h_{3,3} &= 0; \end{aligned} \quad (3.22)$$

5. *Obtém-se a expressão algébrica da frequência média central e do espalhamento de frequência:*

(a) Tomando a Transformada de Fourier de  $w_{H_4}$ :

$$W_{H_4}(\omega) = \frac{e^{-\omega^2/2}}{\sqrt[4]{\pi}} \left[ -\sqrt{2}h_2\omega^2 + j \left( (\sqrt{2}h_1 + \sqrt{3}h_3)\omega - \frac{2}{\sqrt{3}}h_3\omega^3 \right) \right]. \quad (3.23)$$

(b) Encontrando a expressão da densidade espectral de energia de um pulso:

$$\begin{aligned} E_w(\omega) = \omega^2 \frac{e^{-\omega^2}}{\sqrt{\pi}} \left[ \frac{4}{3}h_3^2\omega^4 + 4 \left( \frac{h_2^2}{2} - \frac{\sqrt{6}}{3}h_1h_3 - h_3^2 \right) \omega^2 \right. \\ \left. + 2h_1^2 + 2\sqrt{6}h_1h_3 + 3h_3^2 \right] \end{aligned} \quad (3.24)$$

(c) Escrevem-se as expressões de frequência central média e espalhamento de frequência e ...

(d) aplicando a equação (4.22) para eliminar  $h_0$ , temos:

$$\omega_0 = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left[ \frac{h_1^2}{2} + h_2^2 + \frac{3}{4}h_3^2 - \frac{1}{\sqrt{6}}h_1h_3 \right] \quad (3.25)$$

$$\sigma_\omega^2 = \frac{3}{2}h_1^2 + \frac{15}{4}h_2^2 + \frac{7}{2}h_3^2 - \sqrt{6}h_1h_3 - \omega_0^2 \quad (3.26)$$

6. *Encontra-se o funcional a ser minimizado:*

(a) Tem-se, para cada pulso:

$$\omega_1 = \omega_0 - 1.3\sigma_\omega; \quad \omega_2 = \omega_0 + 1.3\sigma_\omega;$$

(b) Determina-se:

$$G = (\omega_{1,1} - \omega_{1,2})^2 + (\omega_{1,1} - \omega_{1,3})^2 + (\omega_{1,2} - \omega_{1,3})^2 + (\omega_{2,1} - \omega_{2,2})^2 + (\omega_{2,1} - \omega_{2,3})^2 + (\omega_{2,2} - \omega_{2,3})^2 \quad (3.27)$$

onde o segundo índice corresponde ao pulso considerado.

7. *Faz-se uma busca extensiva entre todos os conjuntos que são soluções para o sistema de equações (3.22) por aquele que minimiza  $G$ .*

A busca requerida no item 7 pode ser feita de várias formas distintas. Uma vez que há 6 equações e 9 variáveis, tem-se liberdade de escolha sobre 3 delas, ficando as outras 6 como variáveis dependentes. Do requisito de normalização, expresso pelas 3 primeiras equações de (3.22), são facilmente estabelecidas as faixas de variação de cada variável. Em nosso procedimento dividimos estas faixas com intervalos constantes para as três variáveis livres atribuindo-lhes uma combinação de valores a cada passo e determinando correspondentemente as variáveis restantes; para cada conjunto de valores, o funcional  $G$  é calculado. Desta maneira, identificamos regiões mais promissoras, correspondentes aos menores valores de  $G$ , para buscas adicionais com intervalos refinados. Esta abordagem de busca extensiva foi aplicada iterativamente até chegarmos a resultados aceitáveis, ou seja, em que todos os sinais do conjunto obtido possuam bandas de -10 dB totalmente contidas na maior banda presente.

Os pulsos encontrados são apresentados na figura 3.1, e correspondem aos seguintes vetores:

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_{1H_4} &= \left[ 0 \quad -3/\sqrt{10} \quad 0 \quad 1/\sqrt{10} \right]^T; \\ \mathbf{w}_{2H_4} &= \left[ -1/\sqrt{6} \quad -1/(2\sqrt{5}) \quad 1/\sqrt{3} \quad -3/(2\sqrt{5}) \right]^T; \\ \mathbf{w}_{3H_4} &= \left[ 1/\sqrt{6} \quad -1/(2\sqrt{5}) \quad -1/\sqrt{3} \quad -3/(2\sqrt{5}) \right]^T \end{aligned} \quad (3.28)$$

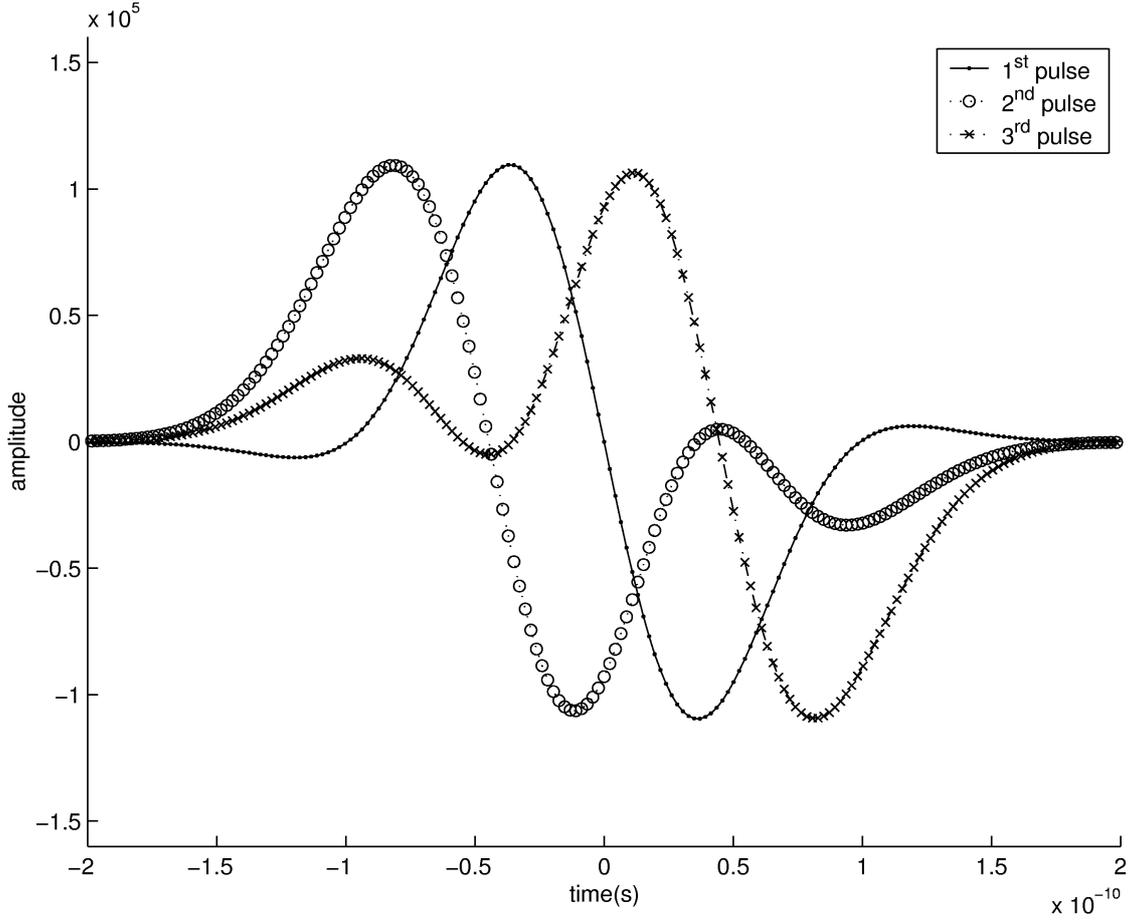


Figura 3.1: Três pulsos ortogonais ótimos.

Os três pulsos são dados por

$$w_{1H_4}(t) = \frac{-2\sqrt{2}t^3 + 3(2\sqrt{3} + \sqrt{2})t}{2\sqrt{15}\sqrt{\pi}} e^{-t^2/2} \quad (3.29)$$

$$w_{2H_4}(t) = \frac{-6\sqrt{2}t^3 + 4\sqrt{5}t^2 + (9\sqrt{2} - 2\sqrt{3})t - 4\sqrt{5}}{2\sqrt{30}\sqrt{\pi}} e^{-t^2/2} \quad (3.30)$$

$$w_{3H_4}(t) = \frac{-6\sqrt{2}t^3 - 4\sqrt{5}t^2 + (9\sqrt{2} - 2\sqrt{3})t + 4\sqrt{5}}{2\sqrt{30}\sqrt{\pi}} e^{-t^2/2} \quad (3.31)$$

Os espectros de frequência dos pulsos são mostrados na figura 3.2, onde se nota que aqueles correspondentes ao segundo e terceiro pulsos são idênticos. Olhando-se novamente suas representações no tempo, podemos ver que cada um desses dois pulsos é uma versão do outro invertida no tempo e na amplitude, isto é,  $w_{3H_4}(t) = -w_{2H_4}(-t)$ , o que explica o fato de terem o mesmo espectro de frequência. Este fato, que se repete na seção seguinte, é usado como diretriz de projeto no

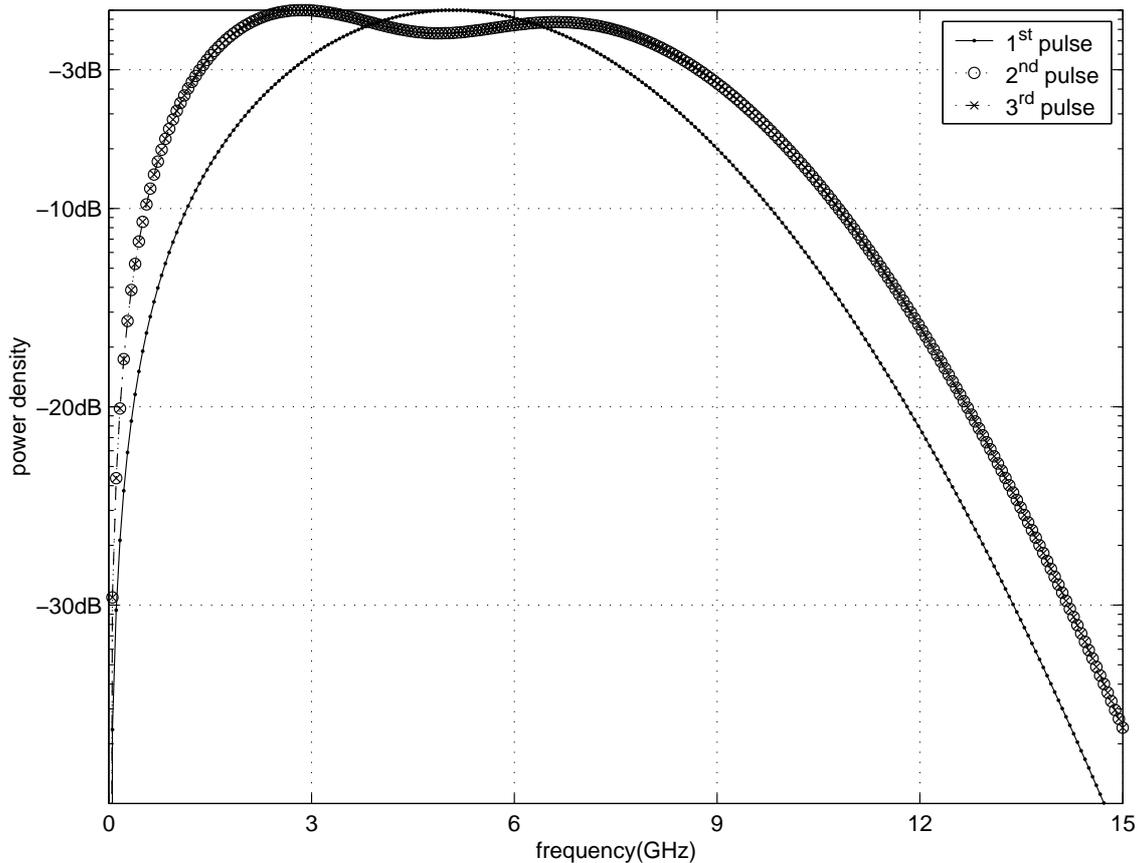


Figura 3.2: Espectros de frequência dos três pulsos ortogonais propostos.

### 3.2.3 Obtenção de um Conjunto de Quatro Pulsos Ortogonais

Para implementar uma forma de modulação ortogonal  $M$ -ária necessitam-se de  $M$  formas de onda ortogonais. Devido à natureza binária dos dados, apenas potências de 2 são normalmente utilizadas. A seguir mostramos o procedimento para obter-se um conjunto de 4 pulsos ortogonais convenientes para uso em modulação por formato de pulso (PSM) quaternária ortogonal para UWB.

Neste caso, o número de equações e variáveis, bem como a maior complexidade das equações envolvidas, demanda o uso auxiliar de rotinas de geração de matrizes ortogonais já consolidadas. Para possibilitar o uso dessas rotinas, um raciocínio foi desenvolvido de forma a relacionar a matriz  $\mathbf{A}$ , de dimensão  $N \times M$ , com a matriz quadrada ortogonal gerada, de dimensão  $M \times M$ .

$$1. \quad N = M + 1 \Rightarrow N = 5$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} h_{0,1} & \cdots & h_{0,4} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{4,1} & \cdots & h_{4,4} \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

$$2. \quad w_{H_5}(t) = h_0\psi_0(t) + h_1\psi_1(t) + h_2\psi_2(t) + h_3\psi_3(t) + h_4\psi_4(t) \quad (3.33)$$

$$3. \quad \int_{-\infty}^{\infty} w_{H_5}(t)dt = 0 \quad (3.34)$$

$$3.a) \quad h_0 = -\frac{1}{\sqrt{2}}h_2 - \frac{\sqrt{6}}{4}h_4 \quad (3.35)$$

$$3.b) \quad \mathbf{A} =$$

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}}h_{2,1} - \frac{\sqrt{6}}{4}h_{4,1} & -\frac{1}{\sqrt{2}}h_{2,2} - \frac{\sqrt{6}}{4}h_{4,2} & -\frac{1}{\sqrt{2}}h_{2,3} - \frac{\sqrt{6}}{4}h_{4,3} & -\frac{1}{\sqrt{2}}h_{2,4} - \frac{\sqrt{6}}{4}h_{4,4} \\ h_{1,1} & h_{1,2} & h_{1,3} & h_{1,4} \\ h_{2,1} & h_{2,2} & h_{2,3} & h_{2,4} \\ h_{3,1} & h_{3,2} & h_{3,3} & h_{3,4} \\ h_{4,1} & h_{4,2} & h_{4,3} & h_{4,4} \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

$$4. \quad \mathbf{A}^T \mathbf{A} = \mathbf{I}_4$$

que consiste de 10 equações com 16 incógnitas:

$$h_{1,j}^2 + \frac{3}{2}h_{2,j}^2 + h_{3,j}^2 + \frac{11}{8}h_{4,j}^2 + \frac{\sqrt{3}}{2}h_{2,j}h_{4,j} = 1; \quad j = 1, 2, 3, 4 \quad (3.37)$$

$$h_{1,j}h_{1,k} + \frac{3}{2}h_{2,j}h_{2,k} + h_{3,j}h_{3,k} + \dots$$

$$\frac{11}{8}h_{4,j}h_{4,k} + \frac{\sqrt{3}}{4}h_{2,j}h_{4,k} + \frac{\sqrt{3}}{4}h_{4,j}h_{2,k} = 0; \quad j = 1, 2, 3; \quad j < k \leq 4 \quad (3.38)$$

5.a)

$$W_{H_5}(\omega) = \mathcal{F}\{w_{H_5}(t)\} = h_0\Psi_0(\omega) + h_1\Psi_1(\omega) + h_2\Psi_2(\omega) + h_3\Psi_3(\omega) + h_4\Psi_4(\omega) \quad (3.39)$$

$$5.b) \quad E_w(\omega) = \omega^2 \frac{e^{-\omega^2}}{\sqrt{\pi}} \left[ \frac{2}{3}h_4^2\omega^6 + \frac{2}{3}(2\sqrt{6}h_0h_4 + 2h_3^2 - 3h_4^2)\omega^4 + \dots \right. \\ \left. + (4h_0^2 - 2\sqrt{6}h_0h_4 - \frac{4\sqrt{6}}{3}h_1h_3 - 4h_3^2 + \frac{3}{2}h_4^2)\omega^2 + (\sqrt{2}h_1 + \sqrt{3}h_3)^2 \right] \quad (3.40)$$

5.c) e 5.d)      Calcula-se a frequência central média e o espalhamento de frequência

$$\omega_0 = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left[ \frac{h_1^2}{2} + h_2^2 + \frac{3}{4}h_3^2 + 7h_4^2 - \frac{1}{\sqrt{6}}h_1h_3 + \frac{\sqrt{3}}{2}h_2h_4 \right] \quad (3.41)$$

$$\sigma_\omega^2 = \frac{3}{2}h_1^2 + \frac{15}{4}h_2^2 + \frac{7}{2}h_3^2 + \frac{75}{8}h_4^2 - \sqrt{6}h_1h_3 - \frac{5\sqrt{3}}{4}h_2h_4 - \omega_0^2 \quad (3.42)$$

$$6.a) \quad \omega_1 = \omega_0 - 1.3\sigma_\omega \quad \text{e} \quad \omega_2 = \omega_0 + 1.3\sigma_\omega$$

6.b)

$$G = (\omega_{1,1} - \omega_{1,2})^2 + (\omega_{1,1} - \omega_{1,3})^2 + (\omega_{1,1} - \omega_{1,4})^2 + (\omega_{1,2} - \omega_{1,3})^2 \\ + (\omega_{1,2} - \omega_{1,4})^2 + (\omega_{1,3} - \omega_{1,4})^2 + (\omega_{2,1} - \omega_{2,2})^2 + (\omega_{2,1} - \omega_{2,3})^2 \\ + (\omega_{2,1} - \omega_{2,4})^2 + (\omega_{2,2} - \omega_{2,3})^2 + (\omega_{2,2} - \omega_{2,4})^2 + (\omega_{2,3} - \omega_{2,4})^2 \quad (3.43)$$

7)      Busca extensiva:

Faz-se uma busca entre todos os conjuntos que são soluções da equação (3.37) por aquele que minimiza (3.43), viabilizada pelas considerações a seguir.

Agora temos um sistema de 10 equações com 16 incógnitas e, portanto, 6 variáveis independentes. O procedimento descrito em [4] e adotado no caso de três pulsos se torna proibitivo por duas razões: primeiro, o número de variáveis livres a serem esquadrihadas é duas vezes maior agora do que no caso de três pulsos; segundo, comparando as equações (3.22), (3.25), (3.26) e (3.27) com (3.37), (3.41), (3.42) e (3.43), vemos que as equações que precisamos manipular e computar agora são muito mais complexas.

Por este motivo, foi desenvolvido neste trabalho um procedimento adicional para os casos com  $M \geq 4$  que usa matrizes quadradas ortogonais para as quais

existem métodos e rotinas de geração bem conhecidos. O procedimento baseia-se no seguinte raciocínio:

Seja  $\mathbf{A}_R$  uma matriz  $M \times M$  da forma

$$\mathbf{A}_R = \begin{bmatrix} h_{1,1} & h_{1,2} & \cdots & h_{1,M} \\ h_{2,1} & h_{2,2} & \cdots & h_{2,M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{M,1} & h_{M,2} & \cdots & h_{M,M} \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

que é essencialmente a matriz  $\mathbf{A}$  sem a primeira linha.

É possível relacionar  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{A}_R$  por meio de uma matriz de combinação  $\mathbf{C}$ , refletindo o efeito redutor da restrição de componente DC nula.

$$\mathbf{A} = \mathbf{C} \mathbf{A}_R \quad (3.45)$$

Da equação (3.8) temos que

$$\mathbf{A}_R^T \mathbf{C}^T \mathbf{C} \mathbf{A}_R = \mathbf{I}_M \quad (3.46)$$

e

$$\mathbf{A}_R^T \mathbf{C}_2 \mathbf{A}_R = \mathbf{I}_M \quad (3.47)$$

onde  $\mathbf{C}_2 = \mathbf{C}^T \mathbf{C}$ . Decompondo  $\mathbf{C}_2$  em seus autovalores e autovetores,  $\mathbf{C}_2 = \mathbf{V}^T \mathbf{\Lambda} \mathbf{V}$ , temos

$$\mathbf{A}_R^T \mathbf{V}^T \mathbf{\Lambda} \mathbf{V} \mathbf{A}_R = \mathbf{I}_M \quad (3.48)$$

Definindo

$$\tilde{\mathbf{A}} = \mathbf{\Lambda}^{1/2} \mathbf{V} \mathbf{A}_R \quad (3.49)$$

temos uma matriz ortogonal quadrada  $\tilde{\mathbf{A}}$

$$\tilde{\mathbf{A}}^T \tilde{\mathbf{A}} = \mathbf{I}_M \quad (3.50)$$

Agora podemos estabelecer o seguinte procedimento para procurar por soluções de (3.8):

1. Encontre a matriz (real)  $\mathbf{C}$  que satisfaz a equação (3.45).
2. Faça  $\mathbf{C}_2 = \mathbf{C}^T \mathbf{C}$ .

3. Decomponha  $\mathbf{C}_2$  em seus autovalores e autovetores, encontrando  $\mathbf{V}$  e  $\mathbf{\Lambda}$  tais que

$$\mathbf{C}_2 = \mathbf{V}^T \mathbf{\Lambda} \mathbf{V} \quad (3.51)$$

*Repita os passos 4 – 7 abaixo para um número suficiente de matrizes ortogonais.*

4. Gere uma matriz ortogonal  $\tilde{\mathbf{A}}$ .

5. Calcule

$$\mathbf{A}_R = \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{\Lambda}^{1/2})^{-1} \tilde{\mathbf{A}} \quad (3.52)$$

(lembramos que  $\mathbf{V}^{-1} = \mathbf{V}^T$  e  $\mathbf{\Lambda}$  é simplesmente uma matriz diagonal.)

6. Use a equação (3.45) para obter  $\mathbf{A}$ .

7. Com os elementos de  $\mathbf{A}$ , calcule  $G$  (usando as equações (3.13) – (3.16)).

A seguir mostramos a aplicação deste procedimento no caso presente, com  $M = 4$ :

- 1.

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & -1/\sqrt{2} & 0 & -\sqrt{6}/4 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

- 2.

$$\mathbf{C}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3/2 & 0 & \sqrt{3}/4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{3}/4 & 0 & 11/8 \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

- 3.

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{3}/7 & 2/\sqrt{7} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2/\sqrt{7} & \sqrt{3}/7 \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

$$\mathbf{\Lambda} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 15/8 \end{bmatrix} \quad (3.56)$$

4. Obtivemos diferentes realizações de  $\tilde{\mathbf{A}}$  usando um algoritmo conhecido que gera matrizes Hessenberg  $M \times M$  por meio de  $M - 1$  rotações de Givens (implementado na rotina *Gallery* do MATLAB, sob a opção *randhess*).

Por serem ortogonais, as próprias matrizes geradas por esse algoritmo já poderiam ser usadas como realizações de  $\tilde{\mathbf{A}}$ ; no entanto, sua estrutura Hessenberg conduziria à obtenção de matrizes  $\mathbf{A}$  muito particulares. Sendo  $\tilde{\mathbf{A}}$ , por exemplo, na presente aplicação, uma Hessenberg superior, os vetores de projeção de qualquer conjunto gerado apresentariam  $h_{2,1} = 0$  e  $\frac{h_{4,1}}{h_{3,1}} = \frac{h_{4,2}}{h_{3,2}} = -\frac{2}{\sqrt{3}}$ ; sendo a mesma matriz uma Hessenberg inferior, os vetores apresentariam, sempre,  $h_{1,3} = h_{1,4} = 0$  e  $\frac{h_{4,4}}{h_{3,4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ . Estas limitações representam restrições ausentes na formulação original do problema, e são decorrentes da particularidade da forma (Hessenberg) da matriz  $\tilde{\mathbf{A}}$  escolhida.

Diante disto, optamos por evitar que a matriz ortogonal usada se restrinja a um formato particular, aplicando a rotina *Gallery* duas vezes, gerando uma matriz Hessenberg inferior e outra superior; a matriz  $\tilde{\mathbf{A}}$  é então obtida pelo produto dessas duas matrizes ortogonais. No caso atual, foram geradas duas matrizes Hessenberg  $4 \times 4$ , contendo 3 rotações cada. Assim, controlamos os seis parâmetros  $\theta_i, i = 1, \dots, 6$  para percorrer o espaço de soluções.

Este procedimento, embora não garanta a possibilidade de se gerar toda e qualquer matriz ortogonal, na prática nos permitiu gerar um conjunto de matrizes candidatas em quantidade e diversidade suficientes para encontrarmos uma solução satisfatória segundo os critérios mínimos arbitrados. Por meio desses critérios estabelecemos que os perfis espectrais dos sinais obtidos tenham uma sobreposição mínima de 75% de suas bandas de  $-3$  dB e de 90% em suas bandas de  $-10$  dB.

5.

$$\mathbf{A}_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{3/7} & 0 & 4\sqrt{2/105} \\ 0 & -2/\sqrt{7} & 0 & 2\sqrt{2/35} \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}} \quad (3.57)$$

6.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & -1/\sqrt{2} & 0 & -\sqrt{6}/4 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{A}_R \quad (3.58)$$

7. Calcule  $G$  (usando as equações (3.41) – (3.43)).

O melhor conjunto de quatro pulsos encontrado pode ser visto na figura 3.4, e corresponde aos seguintes vetores:

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_{1H_5} &= \left[ -\frac{4}{\sqrt{165}} \quad \frac{\sqrt{4-2\sqrt{2}}}{4} \quad \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{30}} \quad \frac{\sqrt{4+2\sqrt{2}}}{4} \quad -\frac{2}{\sqrt{110}} \right]^T \\ \mathbf{w}_{2H_5} &= \left[ -\frac{4}{\sqrt{165}} \quad -\frac{\sqrt{4-2\sqrt{2}}}{4} \quad \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{30}} \quad -\frac{\sqrt{4+2\sqrt{2}}}{4} \quad -\frac{2}{\sqrt{110}} \right]^T \\ \mathbf{w}_{3H_5} &= \left[ \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{22}} \quad -\frac{\sqrt{4+2\sqrt{2}}}{4} \quad 0 \quad \frac{\sqrt{4-2\sqrt{2}}}{4} \quad -\frac{2}{\sqrt{11}} \right]^T \\ \mathbf{w}_{4H_5} &= \left[ \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{22}} \quad \frac{\sqrt{4+2\sqrt{2}}}{4} \quad 0 \quad -\frac{\sqrt{4-2\sqrt{2}}}{4} \quad -\frac{2}{\sqrt{11}} \right]^T \end{aligned} \quad (3.59)$$

Os espectros destes pulsos são mostrados na figura 3.3, onde se constata que eles são idênticos dois a dois. Pode-se verificar que as bandas de  $-3$  dB de cada par de sinais vão aproximadamente de 1,3 a 9,4 GHz e de 2,4 a 8,7 GHz, apresentando assim uma sobreposição equivalente a cerca de 77,8% da maior banda. Da mesma forma verifica-se que as bandas de  $-10$  dB ocupam aproximadamente as faixas de 0,5 a 11,2 GHz e de 1,3 a 11,6 GHz, havendo sobreposição de pelo menos 92,5%.

Na figura 3.4, nota-se que cada pulso corresponde à versão invertida no tempo de outro pulso do conjunto, mais precisamente:  $w_{2H_5}(t) = w_{1H_5}(-t)$  e  $w_{4H_5}(t) = w_{3H_5}(-t)$ , o que explica os conteúdos de frequência idênticos.

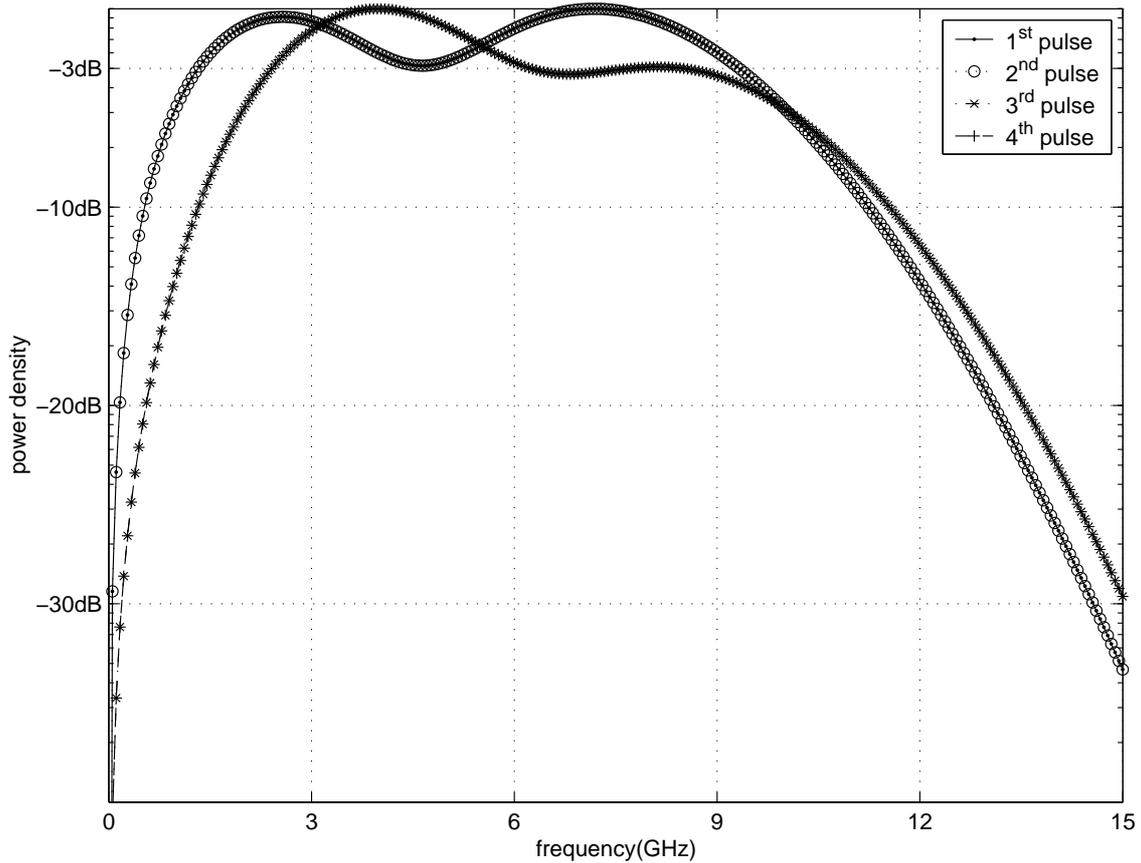


Figura 3.3: Espectros de frequência dos quatro pulsos ortogonais.

### 3.3 Conclusão

Neste capítulo apresentamos o método geral para busca de conjuntos de pulsos Hermiteanos de determinada ordem, ortogonais, com características espectrais propositalmente definidas de uma maneira livre, para neste primeiro momento buscar apenas o que podemos reconhecer como *semelhança espectral*. Este requisito, a princípio vago, foi traduzido matematicamente na função sob minimização  $G$ , de forma objetiva, na equação (3.16), abrindo caminho para a especialização deste método apresentada no capítulo seguinte.

O método foi aplicado didaticamente para a obtenção de um conjunto de três pulsos e em seguida adaptado para lidar com o sistema de equações aumentado na obtenção de um conjunto de quatro pulsos.

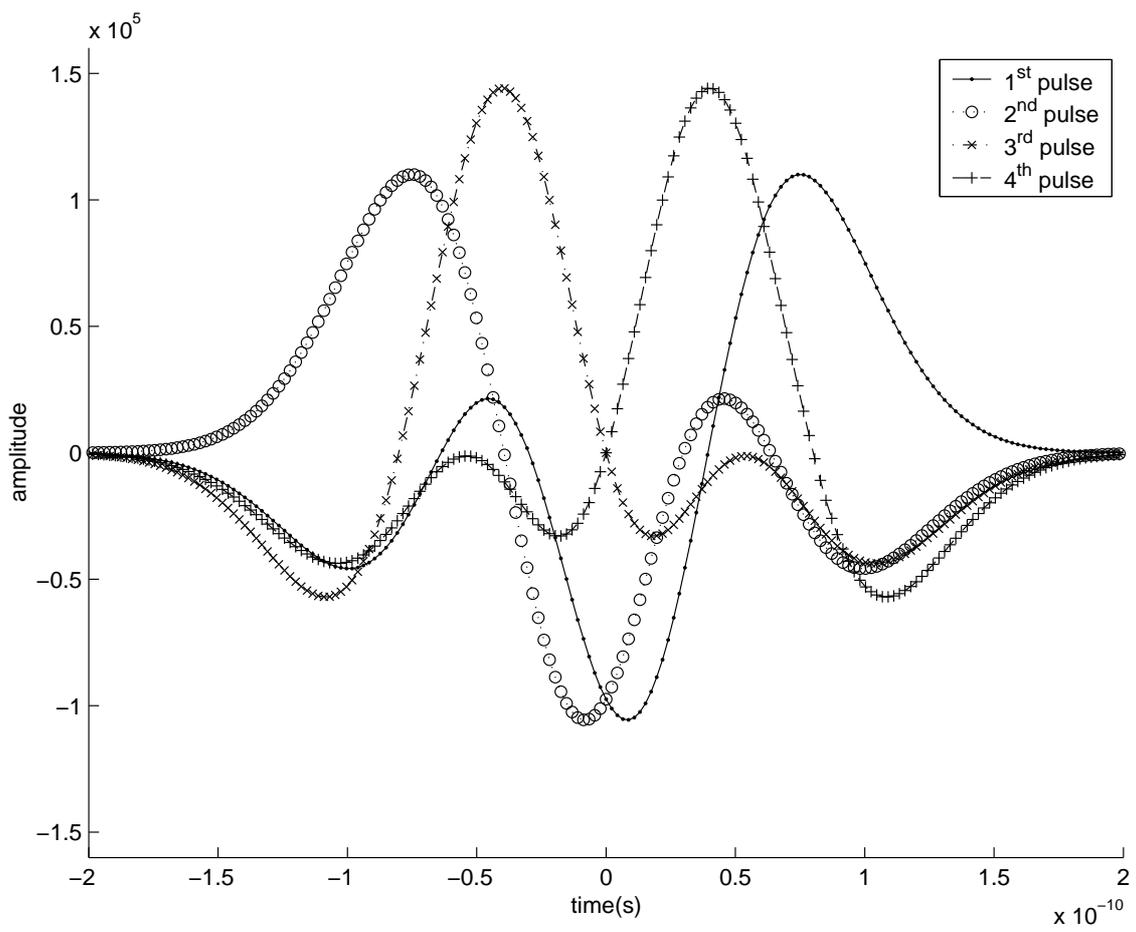


Figura 3.4: Quatro pulsos ortogonais ótimos.

# Capítulo 4

## Projeto de Pulsos hermiteanos para Compatibilidade Espectral – Moldagem hermiteana

### 4.1 Introdução

Este capítulo trata de novas formas de *moldagem de pulso* – *pulse shaping* –, desenvolvidas nesta tese [3], tendo como base os espaços de Hermite. As formas de onda geradas são pulsos hermiteanos de menor dimensão possível, maximizando assim sua concentração em tempo e frequência segundo o conceito [11] introduzido na seção 2.3.

No capítulo 3 foi proposto um método para o projeto de pulsos atendendo a certas características. Por ter como objeto a forma desejada para o pulso, esse método também pode ser classificado como moldagem de pulsos. Dentre as características dos pulsos perseguidas pelo método geral, podemos considerar duas como absolutas, obtidas por construção ou formulação matemática – o nível DC nulo e a ortogonalidade –, e uma como relativa, obtida por busca interativa – a similaridade dos espectros. Esta última é um exemplo da principal preocupação da moldagem de pulso, seu perfil espectral, que é o foco da especialização daquele método, descrita neste capítulo.

Na seção 4.2, inicialmente é descrito o procedimento adaptado para se projetar um pulso compatível com as restrições da Comissão Federal de Comunicações

dos EUA (*Federal Communications Commission – FCC*), apresentando o excelente resultado alcançado. Em seguida é mostrado como a moldagem de pulsos pode ser incrementada fazendo-se uso dos espaços de Hermite e suas funções-base como ferramentas úteis na adequação a um espectro desejado. Nas seções 4.3 e 4.4 são mostrados os conjuntos de dois e quatro pulsos hermiteanos ortogonais obtidos pelo procedimento descrito, apresentando-se as abordagens matemáticas e computacionais introduzidas em cada caso para viabilizar a solução.

## 4.2 Método Flexível para Projeto de Pulsos de Espectro Restrito

Para atuar de forma legal, é necessário que um sistema UWB, esteja em conformidade com as restrições espectrais específicas vigentes no seu local de emprego. A seguir mostraremos como o método de busca do capítulo 3

A regulamentação da FCC permite uma densidade espectral máxima de  $-41,3$  dBm/MHz dentro de uma janela que vai de 3,1 a 10,6 GHz, pontos a partir dos quais a densidade permitida cai 10 dB, conforme pode ser visto na figura 4.1. Há também uma estreita faixa a ser evitada, entre 0,96 e 1,61 GHz, cujo limite é 34 dB mais baixo, para proteger sistemas GPS. Conseqüentemente, além de respeitar estes limites, um sistema UWB *indoor* deve usar eficientemente a janela espectral principal a fim de maximizar sua potência total admissível.

Com isto em mente, temos que o espaço de Hermite no qual realizaremos a busca do pulso deve permitir obter espectros cujos pontos de  $-10$  dB mantenham uma relação próxima àquela da janela da FCC:

$$FCC_{-10dB} = 3,1/10,6 \approx 0,292 \quad (4.1)$$

que pode ser encarada como uma medida alternativa de largura de banda fracionária.

Como procuramos por uma única forma de onda, temos  $M = 1$ , o que implica que  $N \geq 2$ . O valor de  $N = 2$  claramente não satisfaz, pois envolve apenas as funções de Hermite de ordem 0 e 1 – como somente  $\psi_1(t)$  possui nível DC não-nulo, a única solução que atende a este requisito equivale à própria função  $\psi_1(t)$ . Fazendo uma rápida busca em pulsos hermiteanos de terceira ordem, constatamos que suas

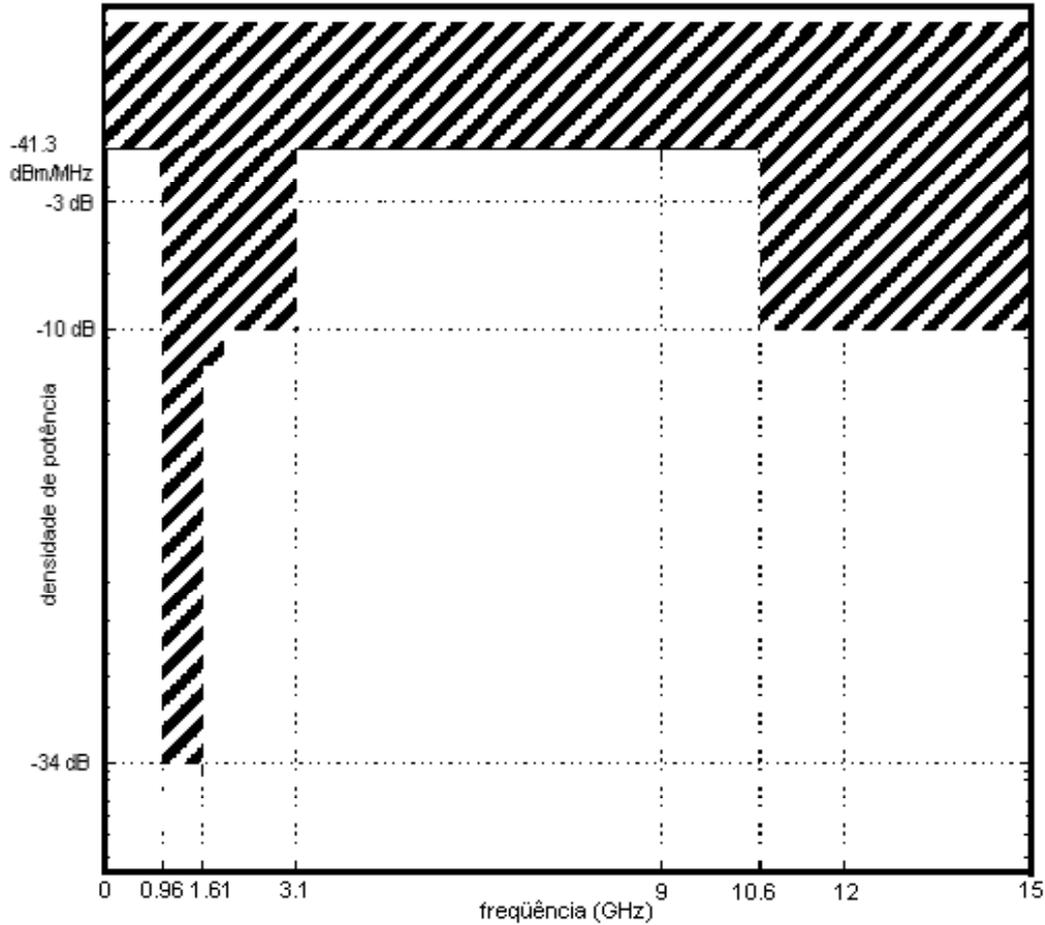


Figura 4.1: Máscara espectral da FCC.

relações de  $-10$  dB nunca ultrapassam 0,201. Portanto devemos tentar  $N = 4$ .

Neste caso,  $\mathbf{A}$  se reduz a uma matriz-coluna  $4 \times 1$  com  $\mathbf{A}^T \mathbf{A} = 1$ , levando à equação de normalização (4.6). Após esta livre escolha do valor adequado para  $N > M$ , podemos seguir o procedimento original do passo 1 ao 4:

1.

$$N = 4 \tag{4.2}$$

2.

$$w_{H_4}(t) = h_0 \psi_0(t) + h_1 \psi_1(t) + h_2 \psi_2(t) + h_3 \psi_3(t) \tag{4.3}$$

3. (a)

$$h_0 = -\frac{1}{\sqrt{2}} h_2 \tag{4.4}$$

(b)

$$\mathbf{A} = \left[-\frac{1}{\sqrt{2}}h_{2,1}, h_{1,1}, h_{2,1}, h_{3,1}\right]^T \quad (4.5)$$

4.

$$\mathbf{A}^T \mathbf{A} = 1$$

$$h_1^2 + \frac{3}{2}h_2^2 + h_3^2 = 1; \quad (4.6)$$

Os passos seguintes são modificados para alcançarmos nosso objetivo:

5. Obtenha a densidade espectral de energia do pulso, seja determinando sua expressão literal ou por computação numérica com uma grade de frequência conveniente.

6.

(a) Encontre, na curva de densidade espectral, os pontos de  $-10$  dB (abaixo e acima da frequência de pico) e de  $-34$  dB (abaixo da frequência de pico), ou seja (em ordem ascendente):

$$\omega_{-34dB_1}; \omega_{-34dB_2}; \omega_{-10dB_1}; \omega_{-10dB_2}.$$

(b) Calcule

$$r_{-34dB_1} = \frac{\omega_{-34dB_1}}{\omega_{-10dB_2}}; \quad (4.7)$$

$$r_{-34dB_2} = \frac{\omega_{-34dB_2}}{\omega_{-10dB_2}}; \quad (4.8)$$

$$r_{-10dB} = \frac{\omega_{-10dB_1}}{\omega_{-10dB_2}}; \quad (4.9)$$

(c) Obtenha

$$G = \text{Max}\left\{\frac{r_{-34dB_1}}{\text{FCC}_{-34dB_1}} - 1; \frac{\text{FCC}_{-34dB_2}}{r_{-34dB_2}} - 1; \frac{\text{FCC}_{-10dB}}{r_{-10dB}} - 1\right\}; \quad (4.10)$$

onde, analogamente a  $\text{FCC}_{-10dB}$  definido na equação (4.1), temos

$$\text{FCC}_{-34dB_1} = 0,96/10,6; \quad (4.11)$$

$$\text{FCC}_{-34dB_2} = 1,61/10,6. \quad (4.12)$$

Para organizar e facilitar a cobertura do espaço de soluções definido pelo vetor  $[h_1 \ h_2 \ h_3]^T$ , respeitando-se os limites de cada variável e a relação entre elas dada pela equação (4.6), revelou-se vantajoso fazer

$$h_1 = \text{seno } \theta_1 \text{seno } \theta_2; \quad (4.13)$$

$$h_2 = \frac{\sqrt{6}}{3} \cos \theta_1; \quad (4.14)$$

$$h_3 = \text{seno } \theta_1 \cos \theta_2; \quad (4.15)$$

com  $-\frac{\pi}{2} \leq \theta_1 \leq 0$ ;  $0 \leq \theta_2 \leq \pi$ .

Um pulso ótimo foi encontrado com  $\theta_1 = -\frac{\pi}{2}$  e  $\theta_2 = \frac{11\pi}{15}$ ; correspondendo a

$$h_0 = h_2 = 0; \quad (4.16)$$

$$h_1 = -0,743; \quad (4.17)$$

$$h_3 = 0,669; \quad (4.18)$$

o que resulta na seguinte equação temporal:

$$w_{FCC_{H_4}}(t) \approx (0,5804t^3 - 1,6599t) e^{-t^2/2} \quad (4.19)$$

onde  $t = \sigma t'$ , com  $\sigma = 0,4362 \times 10^{-10}$  e  $t'$  medido em segundos. Este pulso é mostrado na figura 4.2 e sua densidade espectral de energia é mostrada na figura 4.3, contra a máscara da FCC.

Vê-se que o pulso atende perfeitamente à restrição espectral, passando pelos pontos críticos e portanto aproveitando bem a banda disponível. Sua forma no tempo revela a sua simplicidade, com apenas três *cruzamentos-de-zero* e relativamente curta duração (cerca de 0,4 ns), conseqüências da grande concentração tempo×frequência.

Esta alta concentração sinaliza para um bom desempenho em ambientes em que há grande incerteza com relação às condições de recepção do sinal. Exemplos desses ambientes são os canais com múltiplos percursos e os canais com *jitter*, em que a sobreposição parcial de cópias do mesmo ou de outros pulsos (no primeiro caso) e o erro no instante esperado de chegada do pulso (no segundo caso) interfere no valor da correlação obtido na deteção.

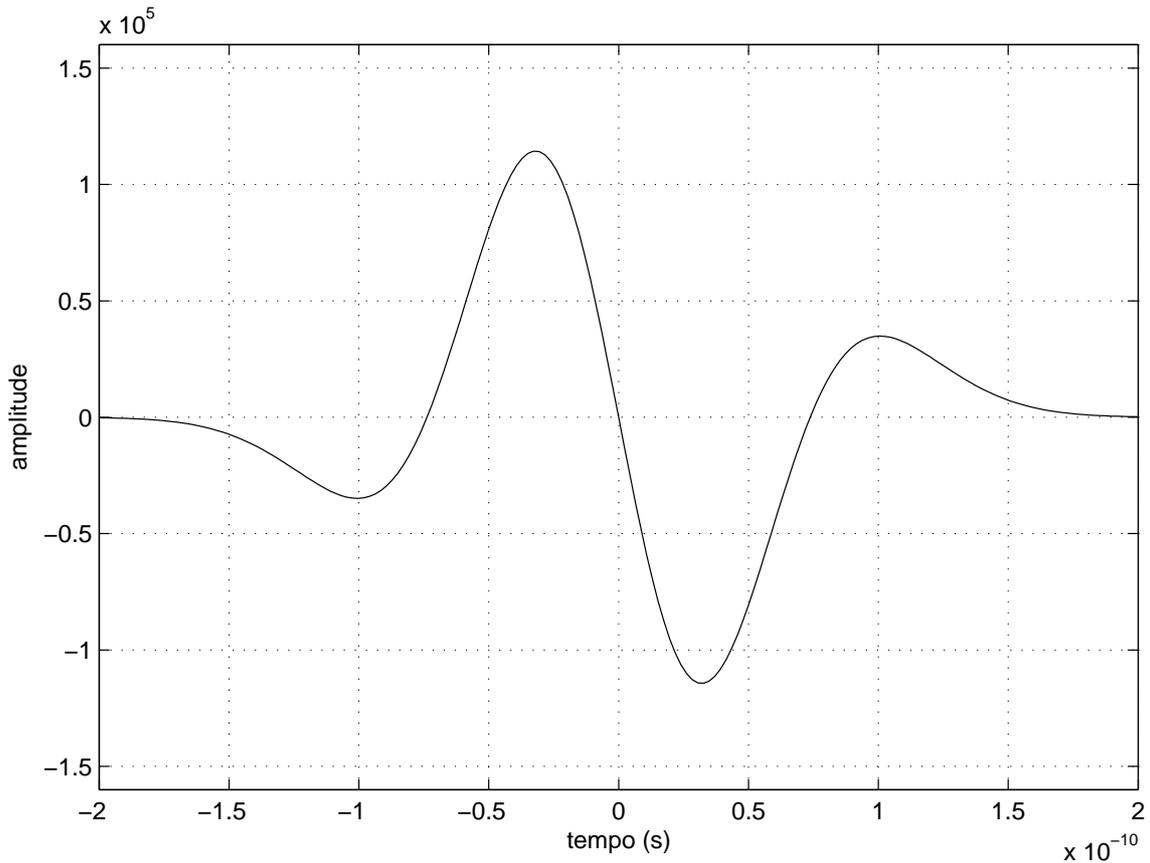


Figura 4.2: Pulso compatível com as regras da FCC-parte 15.

### 4.3 Par Simétrico de Ordem 5

Aqui estamos interessados em obter um par de pulsos ortogonais em conformidade com as restrições espectrais da FCC. Com isto será possível implementar esquemas de modulação binária ortogonal baseados na forma do pulso (Seção 5.5) ou esquemas de modulação quaternária biortogonal, baseados em duas formas de onda ortogonais (c.f. seção 5.6).

Nas seções 3.2.2 e 3.2.3, observamos que é possível obter dois pulsos ortogonais de espectros idênticos usando a propriedade da inversão no tempo, ou seja, fazendo um pulso ser a versão do outro invertida no tempo. A representação de sinais em espaços de Hermite facilita a expressão matemática desta propriedade: o par de pulsos desejado deve ter coeficientes pares idênticos e coeficientes ímpares simétricos. Isto resulta do fato de que as funções de Hermite de ordem par são funções pares, e as de ordem ímpar são funções ímpares no tempo.

Uma vez que a ordem mínima do pulso singular FCC-compatível verificada

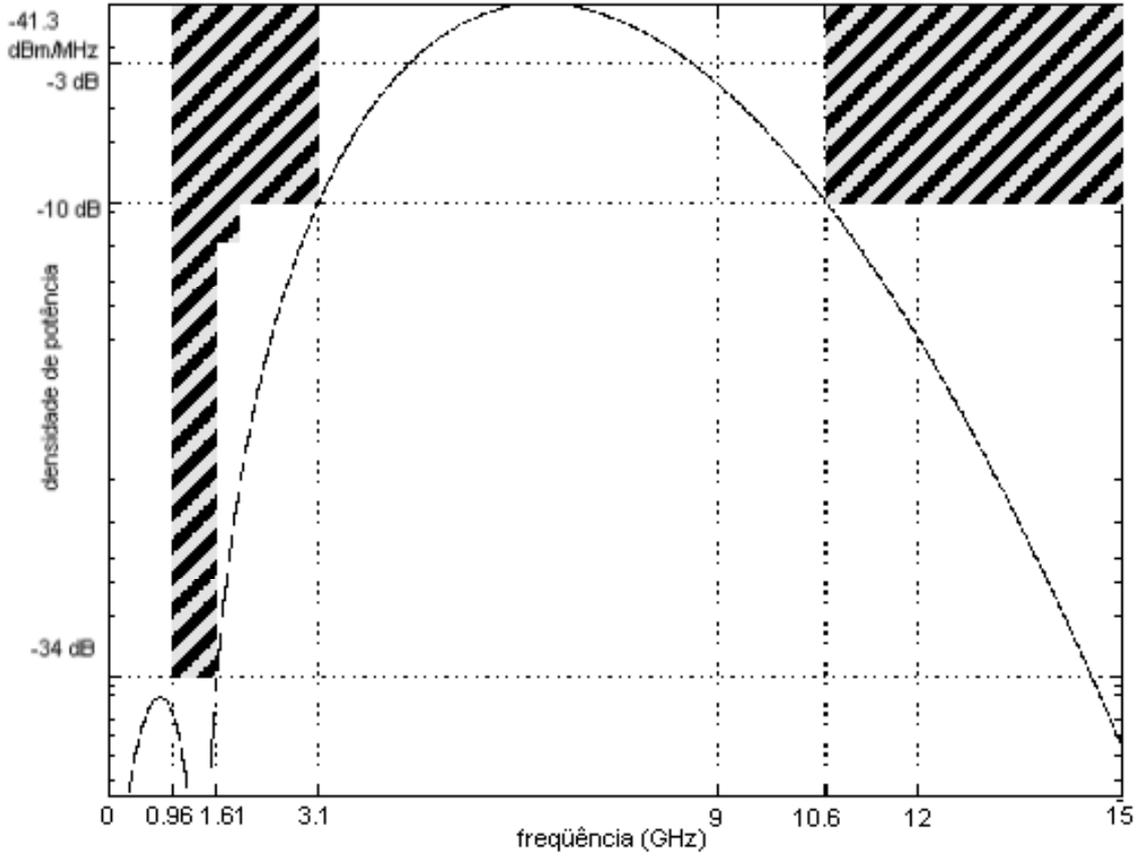


Figura 4.3: Espectro de densidade de energia do pulso compatível com as regras da FCC-parte 15.

na seção 4.2 é de  $N = 4$ , esta deve ser a ordem mínima para se procurar o par de pulsos almejado. Verificou-se numa primeira tentativa que esta ordem é insuficiente, pois nenhum dos pares obtidos nesse espaço possui densidade espectral com forma adequável à máscara da FCC. Passado-se então para  $N = 5$ , a matriz  $\mathbf{A}_{5 \times 2}$  fica:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} h_0 & h_0 \\ h_1 & -h_1 \\ h_2 & h_2 \\ h_3 & -h_3 \\ h_4 & h_4 \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

Como pode-se ver, o número de variáveis fica reduzido a 5, metade do que teríamos se não considerássemos a propriedade da inversão no tempo. As equações de ortogonalidade também se reduzem, fundindo-se em apenas duas que, convenientemente transformadas pela soma e subtração de ambas, resultam em:

$$\begin{aligned} h_0^2 + h_2^2 + h_4^2 &= \frac{1}{2}; \\ h_1^2 + h_3^2 &= \frac{1}{2}; \end{aligned} \quad (4.21)$$

fhjyum

A restrição de componente DC nula é dada por:

$$h_0 = -\frac{1}{\sqrt{2}}h_2 - \frac{\sqrt{6}}{4}h_4 \quad (4.22)$$

Nesta situação, temos 2 graus de liberdade para a busca (3 equações e 5 incógnitas), o que demonstrou ser excessivo, dada a complexidade do cálculo do funcional minimizante. Para direcionar a busca para regiões mais promissoras levou-se em conta o seguinte fato: para ter-se uma densidade extremamente baixa (-34dB) na região entre 0,96 e 1,61 GHz, é forçoso que a transformada de Fourier da função tenha os zeros de suas partes real e imaginária, se não coincidentes (situação que corresponde a um zero no módulo da transformada), pelo menos próximos entre si (uma condição menos restritiva), e situados na região daquela faixa, resultando ali em baixos valores absolutos.

Mais uma vez, a representação do sinal como um pulso hermiteano auxilia no tratamento matemático, já que, em consequência de ser expresso como uma soma de funções pares e ímpares, sua transformada de Fourier tem como partes real e imaginária, respectivamente, a soma das transformadas de suas componentes pares e a soma das transformadas de suas componentes ímpares. Além disto, como as funções de Hermite são o produto de uma função gaussiana por um polinômio, os zeros em que estamos interessados são simplesmente os zeros de um polinômio par (e contendo apenas termos de expoentes pares) e de um polinômio ímpar (e contendo apenas termos de expoentes ímpares).

Como consequência, para garantir no presente caso um determinado posicionamento dos zeros basta respeitar as seguintes relações entre os coeficientes:

$$h_1 = \frac{\sqrt{6}}{3}(\omega_{zimag}^2 - \frac{3}{2})h_3 \quad (4.23)$$

$$h_2 = \frac{\sqrt{3}}{3}(\omega_{zreal}^2 - 3)h_4 \quad (4.24)$$

onde  $\omega_{z_{imag}}$  e  $\omega_{z_{real}}$  são respectivamente os zeros da partes imaginária e real da transformada de Fourier. Com estas restrições direcionadoras adicionadas à busca encontra-se o melhor par de pulsos, dado por

$$h_0 = 0,19952; \quad (4.25)$$

$$h_1 = -0,51791; \quad (4.26)$$

$$h_2 = -0,58281; \quad (4.27)$$

$$h_3 = 0,48143; \quad (4.28)$$

$$h_4 = 0,34716; \quad (4.29)$$

com  $\sigma = 46,8$  ps e cujos zeros da parte real e imaginária se encontram em  $f_{z_{real}} = 1,0382$  GHz e  $f_{z_{imag}} = 1,4606$  GHz.

Este pulso é mostrado na figura 4.4 e sua densidade espectral de energia pode ser vista na figura 4.5.

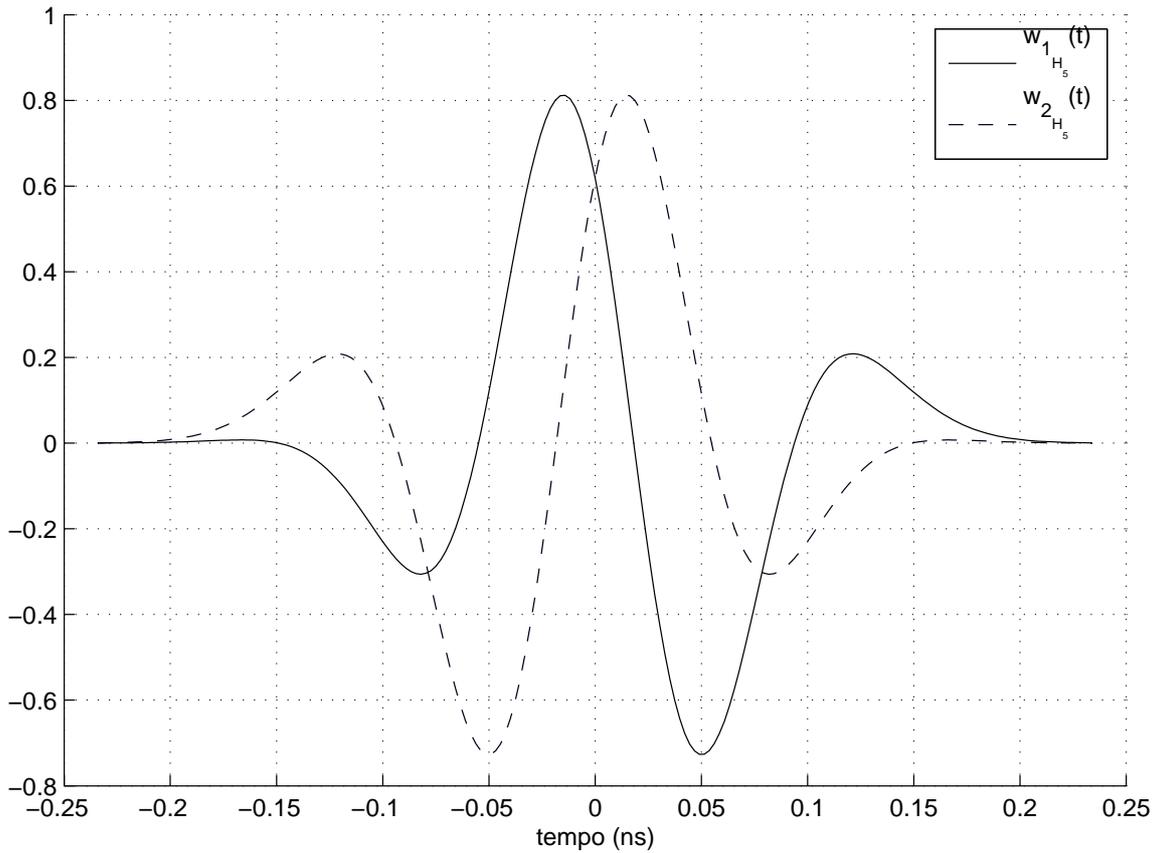


Figura 4.4: Par ortogonal FCC-compatível

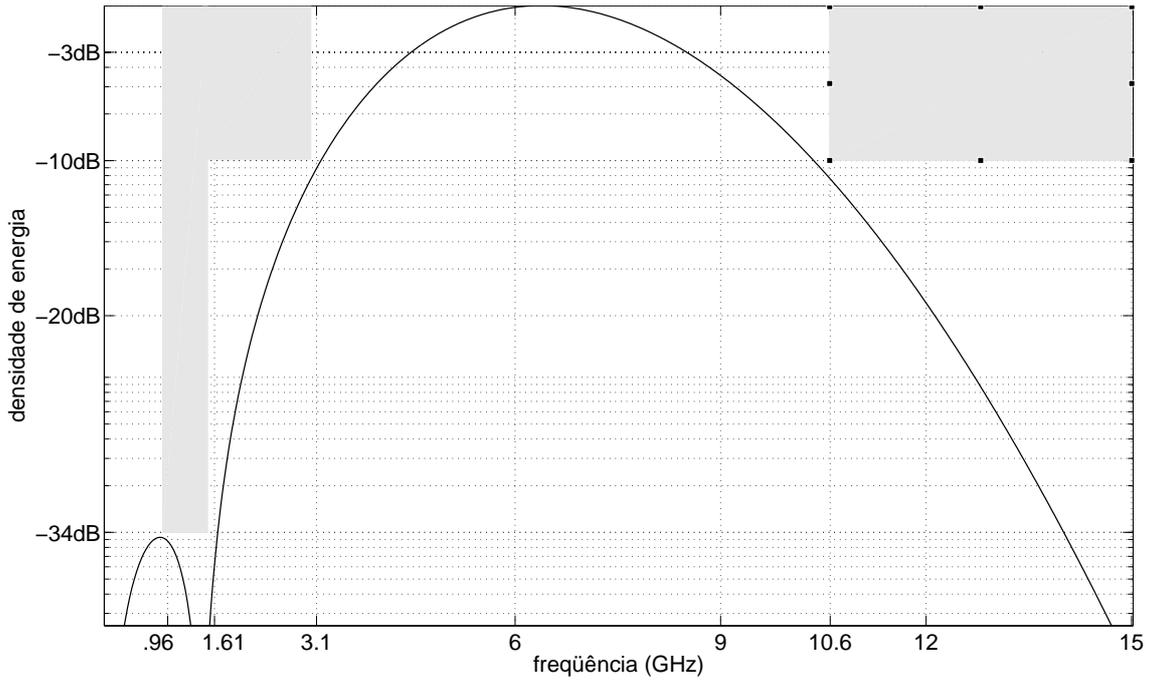


Figura 4.5: Espectro de densidade de energia do par ortogonal FCC-compatível

## 4.4 Conjunto Quádruplo de Ordem 9

Aqui estamos interessados em obter um conjunto de quatro pulsos ortogonais em conformidade com as restrições espectrais da FCC. Com isto será possível implementar esquemas de modulação quaternária ortogonal baseados na forma do pulso (Seção 5.5) ou esquemas de modulação octonária biortogonal baseados em 4 formas de onda ortogonais (Seção 5.6).

Foram avaliados e testados inicialmente espaços de ordens desde 6 até 8, que não proporcionaram resultados satisfatórios, já que todos os conjuntos obtidos nesses espaços apresentam larguras de bandas de -10 dB consideravelmente mais largas que a janela da máscara da FCC. Com  $N = 9$ , o problema ficou assim equacionado:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} h_{0,1} & h_{0,1} & h_{0,2} & h_{0,2} \\ h_{1,1} & -h_{1,1} & h_{1,2} & -h_{1,2} \\ h_{2,1} & h_{2,1} & h_{2,2} & h_{2,2} \\ h_{3,1} & -h_{3,1} & h_{3,2} & -h_{3,2} \\ h_{4,1} & h_{4,1} & h_{4,2} & h_{4,2} \\ h_{5,1} & -h_{5,1} & h_{5,2} & -h_{5,2} \\ h_{6,1} & h_{6,1} & h_{6,2} & h_{6,2} \\ h_{7,1} & -h_{7,1} & h_{7,2} & -h_{7,2} \\ h_{8,1} & h_{8,1} & h_{8,2} & h_{8,2} \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

Como pode-se ver, o número de variáveis fica reduzido a 18; se não considerássemos a propriedade da inversão no tempo, teríamos 36. As equações de ortogonalidade também se fundem em apenas seis, que convenientemente somadas e subtraídas resultam em:

$$\begin{aligned} h_{0,1}^2 + h_{2,1}^2 + h_{4,1}^2 + h_{6,1}^2 + h_{8,1}^2 &= \frac{1}{2}; \\ h_{1,1}^2 + h_{3,1}^2 + h_{5,1}^2 + h_{7,1}^2 &= \frac{1}{2}; \\ h_{0,2}^2 + h_{2,2}^2 + h_{4,2}^2 + h_{6,2}^2 + h_{8,2}^2 &= \frac{1}{2}; \\ h_{1,2}^2 + h_{3,2}^2 + h_{5,2}^2 + h_{7,2}^2 &= \frac{1}{2}; \\ h_{0,1}h_{0,2} + h_{2,1}h_{2,2} + h_{4,1}h_{4,2} + h_{6,1}h_{6,2} + h_{8,1}h_{8,2} &= 0; \\ h_{1,1}h_{1,2} + h_{3,1}h_{3,2} + h_{5,1}h_{5,2} + h_{7,1}h_{7,2} &= 0. \end{aligned} \quad (4.31)$$

A restrição de componente DC nula é dada pelas seguintes equações:

$$\begin{aligned} h_{0,1} &= -\frac{1}{\sqrt{2}}h_{2,1} - \frac{\sqrt{6}}{4}h_{4,1} - \frac{\sqrt{5}}{4}h_{6,1} - \frac{\sqrt{70}}{16}h_{8,1}; \\ h_{0,2} &= -\frac{1}{\sqrt{2}}h_{2,2} - \frac{\sqrt{6}}{4}h_{4,2} - \frac{\sqrt{5}}{4}h_{6,2} - \frac{\sqrt{70}}{16}h_{8,2}. \end{aligned} \quad (4.32)$$

Nesta situação, em que temos 10 graus de liberdade para a busca (8 equações a 18 incógnitas), acrescentar as restrições quanto aos zeros na transformada de Fourier, como feito na seção 4.3, não basta para facilitar a busca. Configurou-se imperativo realizar a busca com auxílio de uma ferramenta de minimização.

Foi então realizada a busca usando-se a função *fmincon* do MATLAB<sup>®</sup>, sujeita a restrições dadas por igualdades lineares – oriundas das restrições de componente

DC nula (equações (4.32)) –, com limites inferiores e superiores para os parâmetros de projeto ( $\sigma$  e  $h_{0,1}..h_{8,2}$ ) extraídos da análise do problema, e restrições não-lineares derivadas das equações de ortogonalidade (4.31) e do funcional minimizante, nos moldes da equação (4.10), definido na seção 4.2.

Constatou-se que as soluções fornecidas por essa minimização são muito dependentes da condição inicial, sendo atraídas por mínimos locais que ordinariamente não atendem aos nossos propósitos. Para chegar a um bom resultado, a minimização foi inserida dentro de uma rotina geradora de condições iniciais favoráveis, desenvolvida especificamente para este problema, baseada na meta-heurística de Recozimento Simulado (*Simulated Annealing*).

No presente caso observam-se melhores resultados sem a imposição de restrições adicionais aos zeros da transformada de Fourier. Isto se deve ao fato de ter-se como meta aqui a conformidade da densidade espectral total resultante da média de duas curvas diferentes (uma para cada par de pulsos), ou seja, cada par de pulsos pode ter densidade acima do limite em qualquer parte do espectro, desde que isto seja compensado pelo espectro do outro par. Assim, forçar o posicionamento de zeros acaba por restringir desnecessariamente o espaço de busca, podendo-se incorrer no erro de eliminar boas soluções.

Assim, os melhores pulsos encontrados são dados por

$$\begin{aligned}
h_{0,1} &= 0,10849; & h_{0,2} &= -0,12125; \\
h_{1,1} &= 0,15391; & h_{1,2} &= 0,34192; \\
h_{2,1} &= -0,46986; & h_{2,2} &= 0,25204; \\
h_{3,1} &= 0,0097229; & h_{3,2} &= -0,58292; \\
h_{4,1} &= 0,49913; & h_{4,2} &= 0,28259; \\
h_{5,1} &= -0,54839; & h_{5,2} &= 0,17343; \\
h_{6,1} &= -0,021452; & h_{6,2} &= -0,56212; \\
h_{7,1} &= 0,41891; & h_{7,2} &= 0,11494; \\
h_{8,1} &= -0,13369; & h_{8,2} &= 0,16105;
\end{aligned} \tag{4.33}$$

com  $\sigma = 61,2$  ps.

Estes pulsos são mostrados na figura 4.6 e suas densidades espectrais de energia podem ser vistas na figura 4.7.

Note que para um conjunto de pulsos de espectros não-idênticos como este,

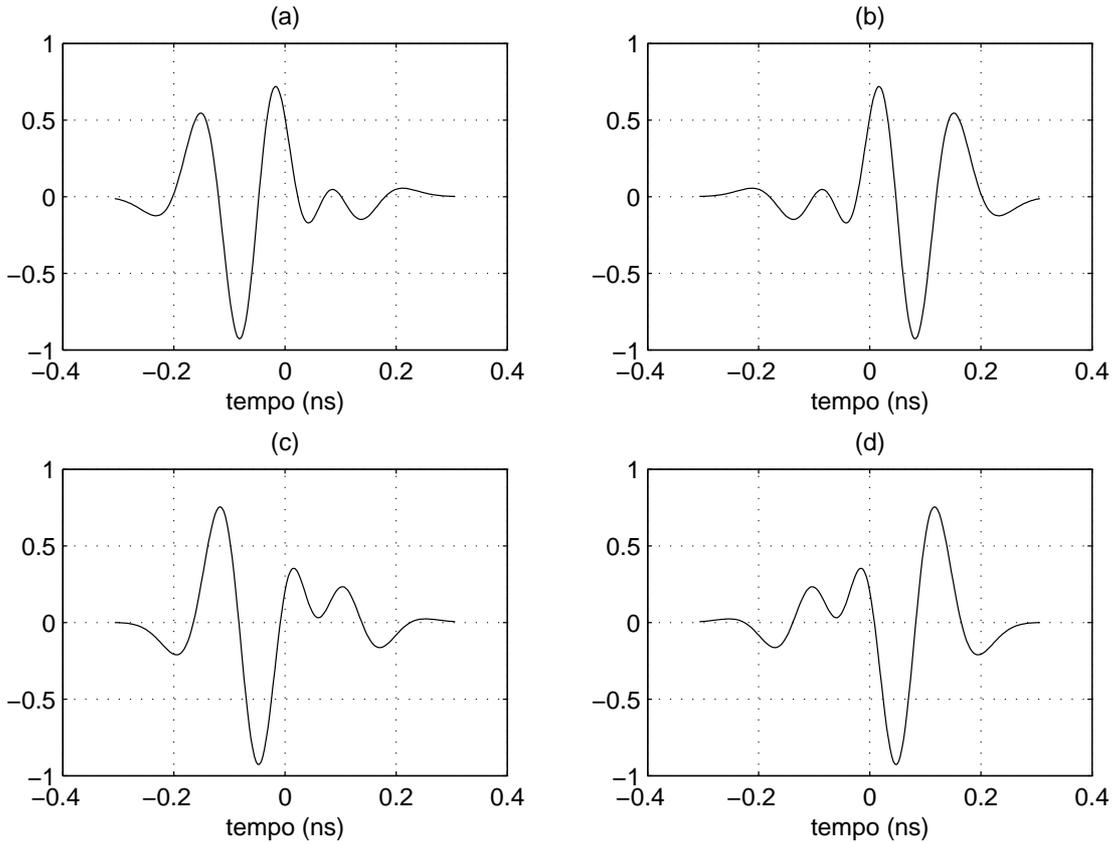


Figura 4.6: Conjunto ortogonal quádruplo FCC-compatível: (a)  $w_{1_{H_9}}(t)$ , (b)  $w_{2_{H_9}}(t)$ , (c)  $w_{3_{H_9}}(t)$  e (d)  $w_{4_{H_9}}(t)$ .

o que importa é a densidade média de energia de todos os pulsos do conjunto. Na figura 4.7 vê-se que esta densidade média se encaixa bem dentro da janela definida pela FCC.

Comparando-se este espectro com os das figuras 4.3 e 4.5, nota-se que este possui um topo ligeiramente mais largo e achatado, indicando um melhor aproveitamento do espectro disponível.

## 4.5 Conclusão

Este capítulo apresentou um método para projeto de um pulso ou conjunto de pulsos ortogonais em conformidade com restrições espectrais bem definidas, no caso, as restrições da FCC. Como resultado, além da explicação do uso do método e da comprovação de sua eficácia, obtiveram-se um pulso hermiteano de quarta ordem, um par ortogonal de quinta ordem e um conjunto de quatro pulsos de nona ordem.

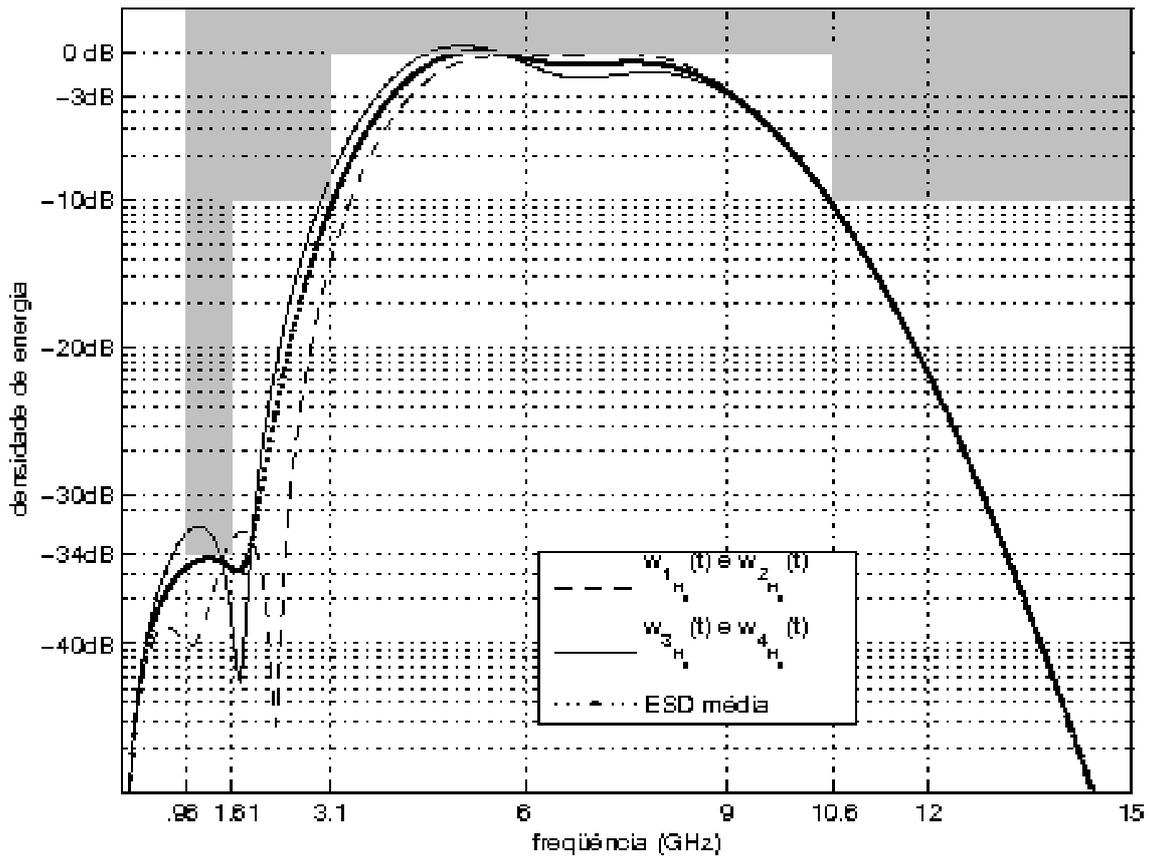


Figura 4.7: Densidade espectral de energia do conjunto FCC-compatível de ordem 9.

Por realizar o projeto dos pulsos de espectro restrito dentro dos espaços de Hermite de ordem mínima possível, o método garante as menores durações efetivas possíveis em cada caso. A menor duração apresentada pelos pulsos de ordem 4 e 5 em relação aos do conjunto de ordem nove, o que pode ser visto nas figuras 4.2, 4.4 e 4.6, reflete a propriedade de máxima concentração tempo $\times$ frequência dos espaços de Hermite.

Essas formas de onda de espectro restrito, em acréscimo às formas básicas das equações (2.14) e (2.15) (de espectro livre), serão utilizadas nos esquemas de modulação apresentados no capítulo seguinte, tendo seus desempenhos simulados no capítulo 6.

# Capítulo 5

## Novas Formas e Esquemas de Modulação baseados em Conjuntos de Pulsos Hermiteanos Ortogonais

### 5.1 Introdução

Neste capítulo, inicialmente apresentaremos as principais formas de se modular pulsos UWB para a transmissão de informação, incluindo a modulação por formato de pulso proposta pela primeira vez para UWB em [1], como consequência deste trabalho. Apresentamos ainda uma forma prática e engenhosa de múltiplo acesso, baseada na modulação temporal, desenvolvida por Scholtz [13].

Prosseguiremos destacando algumas formas de implementação de ortogonalidade nessas modulações e sua importância. Na seção 5.4 é apresentado um esquema de modulação por posição de pulso (PPM) quaternária, elaborado pelo autor [4]. Nas seções 5.5 e 5.6 mostram-se os novos esquemas baseados em conjuntos de pulsos hermiteanos ortogonais, também desenvolvidos neste trabalho [2] [4].

## 5.2 Técnicas Básicas de Modulação

### 5.2.1 Modulação por Amplitude de Pulso

Na modulação por amplitude de pulso (PAM), uma determinada forma de onda é enviada com diferentes amplitudes, correspondendo a diferentes símbolos a serem transmitidos. Os pulsos gaussiano e de Rayleigh dados pelas equações (2.15) e (2.14) são comumente usados, ambos obtidos de derivadas da função gaussiana.

O sinal modulado em PAM, composto por um trem de pulsos modulados, é dado por:

$$x_A(t) = \sum_j A_j w(t - jT_f) \quad (5.1)$$

onde  $w$  é usualmente  $w_R(t, \sigma)$  (equação (2.14)) ou  $w_G(t, \sigma)$  (equação (2.15)), e  $A_j$  é a amplitude da forma de onda do  $j$ -ésimo pulso correspondente ao símbolo representado.

Se a modulação é binária, pode-se fazer uso do caso ótimo de modulação antipodal tomando, por exemplo,  $A_j = 1$  para representar o bit 0 e  $A_j = -1$  para representar o bit 1.  $T_f$  é a duração do quadro ou tempo de repetição de pulso.

No caso antipodal, a detecção pode ser realizada por um único correlator, usando como sinal de referência (o *template* ou modelo de comparação ou forma-padrão) um pulso de mesma forma, e energia unitária, o que resultará em valores de correlação iguais a  $+1$  e  $-1$ . Seu desempenho teórico quanto à probabilidade de erro de bit,  $P_{b\text{antipodal}}$ , em canais aditivos gaussianos (AWG) é o padrão para sinais antipodais [14]:

$$P_{b\text{antipodal}} = Q\left(\sqrt{2\frac{\mathcal{E}_b}{N_0}}\right) \quad (5.2)$$

onde  $Q(\cdot)$  é a função erro complementar,  $\mathcal{E}_b$  é a energia por bit e  $N_0$  é a densidade espectral do ruído.

Modulações  $M$ -árias são obtidas usando-se  $M$  níveis de amplitude diferentes para  $A_j$ . Neste caso, as formas de onda não são antipodais e a probabilidade de erro de bit dependerá dos valores de correlação-cruzada de cada par de formas de onda usadas.

## 5.2.2 Modulação por Posição de Pulso

Na modulação por posição de pulso (PPM), cada símbolo de dado é representado por um determinado atraso no pulso transmitido. O trem de pulsos modulados fica:

$$x_P(t) = \sum_j w(t - jT_f - \tau_j) \quad (5.3)$$

onde  $\tau_j$  é o atraso do  $j$ -ésimo pulso correspondente ao símbolo representado. Numa modulação binária temos tipicamente  $\tau_j = 0$  representando o bit 0 e  $\tau_j = \delta$  representando o bit 1, onde  $\delta$  é o parâmetro que indica o retardo-padrão.

A recepção de um sinal PPM binário pode ser realizada por um único correlator [13] com uma forma de onda especial como *template*, obtido pela soma das duas formas possíveis, invertendo-se a forma atrasada:

$$v(t) = w(t) - w(t - \delta) \quad (5.4)$$

Otimizando  $\delta$  para a mínima (mais negativa) correlação-cruzada entre as duas formas, obtemos valores positivos na saída do correlator para pulsos não-atrasados e valores negativos para pulsos atrasados de  $\delta$ . Desta forma, o uso do valor ótimo de  $\delta$ , associado à forma de onda usada, maximiza a distância entre os sinais do PPM binário. O desempenho teórico de sinais não-ortogonais com correlação-cruzada igual a  $r$ , na presença de ruído gaussiano, é dado por [1]:

$$P_b = Q \left( \sqrt{(1-r) \frac{\mathcal{E}_b}{N_0}} \right) \quad (5.5)$$

Esquemas de PPM  $M$ -ários usam  $M$  atrasos diferentes para representar os símbolos. A escolha desses atrasos é crítica e deve ser feita criteriosamente. Na seção 5.4 será mostrado um esquema quaternário PPM testado em [4], no qual quatro atrasos uniformemente espaçados, portanto múltiplos de um dado  $\delta$ , representam os quatro símbolos (dibits). Uma vez que os valores de correlação-cruzada dependem apenas do atraso relativo entre os pulsos transmitidos e cada *template*, a escolha de  $\delta$  visou minimizar esses valores.

### 5.2.3 Modulação por Formato de Pulso

Recentemente foi proposta em [1], como fruto deste trabalho, e também independentemente em [15], a modulação por formato de pulso (PSM – *Pulse Shape Modulation*) para UWB, baseada na ortogonalidade das funções de Hermite. O trabalho descrito em [15] usa versões moduladas dessas funções, gerando pulsos cujos espectros são claramente distintos, o que pode ser desvantajoso em face de restrições de banda. Embora essa desvantagem possa ser facilmente contornada escalando-se os pulsos no tempo – aumentando-se sua duração –, esta solução acarretaria uma perda na máxima taxa de transmissão de dados disponível. O trabalho de [1] utiliza combinações ótimas de funções de Hermite, como descrito no capítulo 3, obtendo pulsos que ocupam aproximadamente as mesmas porções do espectro. Deste ponto em diante, nesta seção e no restante deste trabalho, nos referiremos apenas à modulação proposta em [1] (salvo menção em contrário).

A idéia original de PSM consiste em uma modulação binária ortogonal na qual são usadas duas formas de onda ortogonais para representar os bits. A recepção, baseada na correlação dos sinais, se beneficia da ortogonalidade temporal entre as formas de onda usadas. As formas dadas pelas equações (2.14) e (2.15) possuem esta propriedade, relacionada ao fato de serem funções do tempo, respectivamente, ímpar e par. O desempenho teórico da modulação PSM ortogonal binária segue a lei dos sinais ortogonais em canais AWG [14]:

$$P_{\text{ortogonal}} = Q\left(\sqrt{\frac{\mathcal{E}_b}{N_0}}\right) \quad (5.6)$$

Para esquemas PSM  $M$ -ários são necessários conjuntos de  $M$  formas de pulso todas ortogonais entre si. Um esquema de PSM quaternário ortogonal baseado nos pulsos obtidos no capítulo 3 será apresentado na seção 5.5. O trem de pulsos modulados por PSM é dado por:

$$x_S(t) = \sum_j w_j(t - jT_f) \quad (5.7)$$

onde  $w_j(t)$  é a forma de onda associada ao  $j$ -ésimo pulso, escolhido de acordo com o conteúdo dos dados.

## 5.2.4 Múltiplo Acesso por Modulação Temporal

No trabalho pioneiro de Scholtz [13], foi sugerido um sistema totalmente baseado em modulação temporal, realizando a modulação dos dados por PPM integrada a um esquema de múltiplo acesso baseado numa técnica de salto temporal pseudo-aleatória. O sinal resultante é um trem de pulsos, cuja expressão, derivada naquele trabalho, reproduzimos aqui:

$$s^{(k)}(t) = \sum_j w(t - jT_f - c_j^{(k)}T_c - \delta.d_{\lfloor j/N_S \rfloor}^{(k)}) \quad (5.8)$$

onde os parâmetros que dizem respeito ao esquema de múltiplo acesso são:  $k$ , que indica o  $k$ -ésimo usuário;  $c_j^{(k)}$ , que representa o padrão de atrasos do pulso (seqüência pseudo-aleatória) e  $T_c$ , a unidade básica de atraso. Do ponto de vista do sistema,  $T_f$  é o tamanho de um quadro (*frame*); na perspectiva de cada usuário, é o tempo médio de repetição de pulsos. Os parâmetros envolvidos na modulação de dados são:  $\delta$ , o atraso adotado no PPM e  $d_{\lfloor j/N_S \rfloor}^{(k)}$ , que representa a seqüência de dados, onde  $N_S$  representa o número de pulsos modulados para cada símbolo.

O diagrama da figura 5.1 exemplifica o funcionamento deste sistema para o usuário  $k = 1$ . Neste exemplo, dentro de cada quadro de duração  $T_f$ , são transmitidos cinco pulsos, correspondendo aos cinco usuários do sistema. A cada usuário  $k$  é alocada uma fatia de tempo diferente (numerada de 0 a 4), de duração  $T_c$ , cuja posição varia de um quadro para outro segundo o código  $c_j^{(k)}$ , onde o índice  $j$  indica o quadro corrente. A seqüência binária no alto da figura corresponde aos dados do usuário 1, cuja seqüência pseudo-aleatória de saltos temporais é dada por  $c_j^{(1)}$  (à direita na figura, indicado por  $c^1$ ).

Esse sistema faz uso de redundância como forma de reduzir a taxa de erro, transmitindo  $N_S$  vezes o mesmo símbolo de cada usuário, o que é feito ao longo de  $N_S$  quadros. No exemplo da figura 5.1, tem-se  $N_S = 4$ . Na parte inferior da figura mostra-se o efeito da modulação de dados PPM sobre a forma de onda do sinal.

Portanto, nesta modulação temporal, o tempo entre pulsos é variável e codificado por seqüências pseudo-aleatórias que dão um aspecto randômico ao sinal, tanto no tempo quanto na freqüência. Alguns benefícios disso são a criação de canais por divisão de código, imunidade a colisões catastróficas e uma distribuição de potência no espectro mais homogênea – ou seja, com picos menores – do que a obtida com um

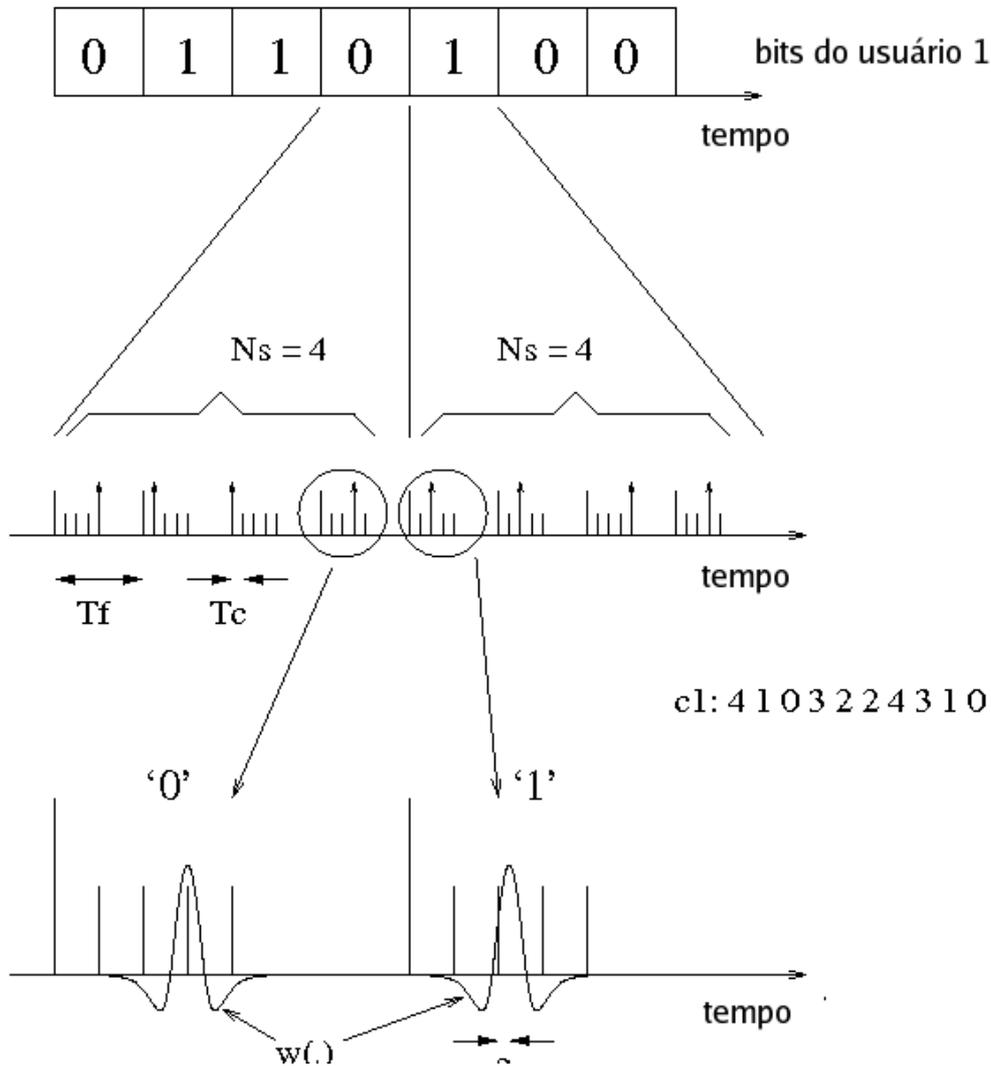


Figura 5.1: Esquema de modulação temporal com salto temporal pseudo-aleatório para múltiplo acesso e PPM para modulação de dados

esquema TDMA puramente determinístico. O uso dos saltos de tempo codificados ainda descorrelaciona (no tempo) eventuais sinais interferentes.

## 5.3 A Ortogonalidade em Modulação de Pulsos

### 5.3.1 Importância

A ortogonalidade em técnicas de modulação tem sido explorada com sucesso em comunicações de banda estreita e é considerada uma característica geralmente desejável na modulação. Diz-se que um esquema de modulação é ortogonal quando todos os sinais empregados na representação dos símbolos são ortogonais entre si.

Essa ortogonalidade pode se dar de diversas formas (por exemplo, na frequência ou na fase), dependendo das formas de modulação e detecção usadas. Quando consideramos modulações  $M$ -árias, – ou seja, aquelas em que são transmitidos  $M$  sinais diferentes –, o uso de  $M$  sinais ortogonais é conveniente do ponto de vista teórico, pois garante correlação idêntica (e nula) entre quaisquer pares de sinais distintos.

Nas comunicações UWB, a ortogonalidade apresenta uma vantagem adicional, decorrente do fenômeno de inversão do sinal, que consiste no fato de uma onda eletromagnética ter sua polaridade invertida ao ser refletida na superfície de um obstáculo em sua trajetória de propagação (a posição relativa das antenas em sistemas móveis pode ser outra fonte de incerteza em relação à polaridade do sinal). Em sistemas de comunicações por portadora modulada, a inversão de sinal em geral não causa maiores danos, a não ser por contribuir para o desvanecimento do sinal (*fading*) em ambientes multipercurso. Nesses sistemas, apenas a polaridade (ou equivalentemente, a fase) da portadora é afetada, não tendo, exceto na modulação por fase não-diferencial, um efeito direto sobre o sinal modulante. Diferentemente, em sistemas de comunicação UWB, por ser esta uma forma de comunicação em banda-base (sem portadora), a inversão de sinal atinge diretamente a polaridade dos sinais associados aos símbolos de dados. A ortogonalidade de sinais torna os sistemas UWB imunes a tal fenômeno, pois na sua detecção não importa a polaridade do sinal recebido.

Muitos esquemas de modulação de pulso propostos para UWB dependem da polaridade do sinal, como o PAM antipodal e o PPM original [13], razão pela qual são chamados de esquemas *dependentes de polaridade* de sinal. Nesses esquemas o correlator realiza a detecção do sinal recebido levando em conta se o sinal da correlação obtida é negativo ou positivo.

Por outro lado, esquemas de modulação de pulsos ortogonais são intrinsecamente imunes à inversão do sinal, ou seja, são *independentes de polaridade*. Isto significa que seu desempenho não é afetado pela polaridade do sinal, devido ao fato de sua detecção ser realizada com base apenas na magnitude da correlação obtida na recepção.

Os esquemas dependentes de polaridade podem contornar o problema de inversão de sinal usando técnicas especialmente desenvolvidas para assegurar (ou ao

menos diminuir a incerteza em relação a) a polaridade correta do símbolo transmitido. Uma técnica simples poderia ser, por exemplo, enviar um determinado símbolo, de polaridade conhecida pelo receptor, após cada  $N$  símbolos de dados. Neste caso está sendo imposta uma perda na taxa de dados de  $1/(N+1)$  ou, mantendo-se a taxa de dados, um igual aumento na potência do sinal (e portanto, SNR) o que podemos chamar de *aumento de custo* devido à *técnica de certificação de polaridade*. O valor adequado para  $N$  dependerá das características do canal e terá impacto direto no aumento de custo.

Considerando-se que o canal na prática é variante no tempo, sempre haverá a possibilidade de uma hipótese de polaridade errônea causar um erro de detecção, aumentando portanto as taxas de erro de símbolo e de bit (SER e BER). Este *aumento da taxa de erro* junto com o aumento de custo descrito acima causam uma degradação do desempenho do sistema em relação ao seu desempenho teórico e ao obtido em simulações sem considerações de inversão de sinal ou variabilidade no tempo.

### 5.3.2 Ortogonalidade em PPM

No esquema PPM binário citado na seção 5.2.2, o valor do atraso entre as duas formas de onda,  $\delta$ , foi otimizado para obter-se o valor mínimo de correlação-cruzada entre  $w(t)$  e  $w(t-\delta)$ . Na figura 5.2 podemos ver a variação dessa correlação-cruzada (que vem a ser a própria autocorrelação de  $w(t)$ ) em função de diferentes valores de  $\delta$ , expressos em termos do parâmetro do pulso  $\sigma$ ; nota-se que o valor mínimo de correlação é de cerca de  $-0,62$  e ocorre aproximadamente em  $\delta = 1,9\sigma$ .

Do gráfico conclui-se também que a autocorrelação tende a zero com o aumento de  $\delta$ , sendo praticamente nula a partir de  $\delta = 6\sigma$ , o que corresponde à forma trivial de PPM ortogonal, em que  $\delta$  é escolhido para ser maior ou igual à largura efetiva do pulso. A desvantagem desta forma ortogonal é que a fatia de tempo reservada para cada bit deve ter o dobro da largura de um pulso, reduzindo à metade a capacidade total do sistema.

Ainda com base no gráfico, pode-se divisar outras possibilidades de implementação de PPM ortogonal, usando-se  $\delta = 1,05\sigma$  ou  $\delta = 3,3\sigma$ , valores que também resultam em correlação nula. Simulações preliminares mostraram que ambos os va-

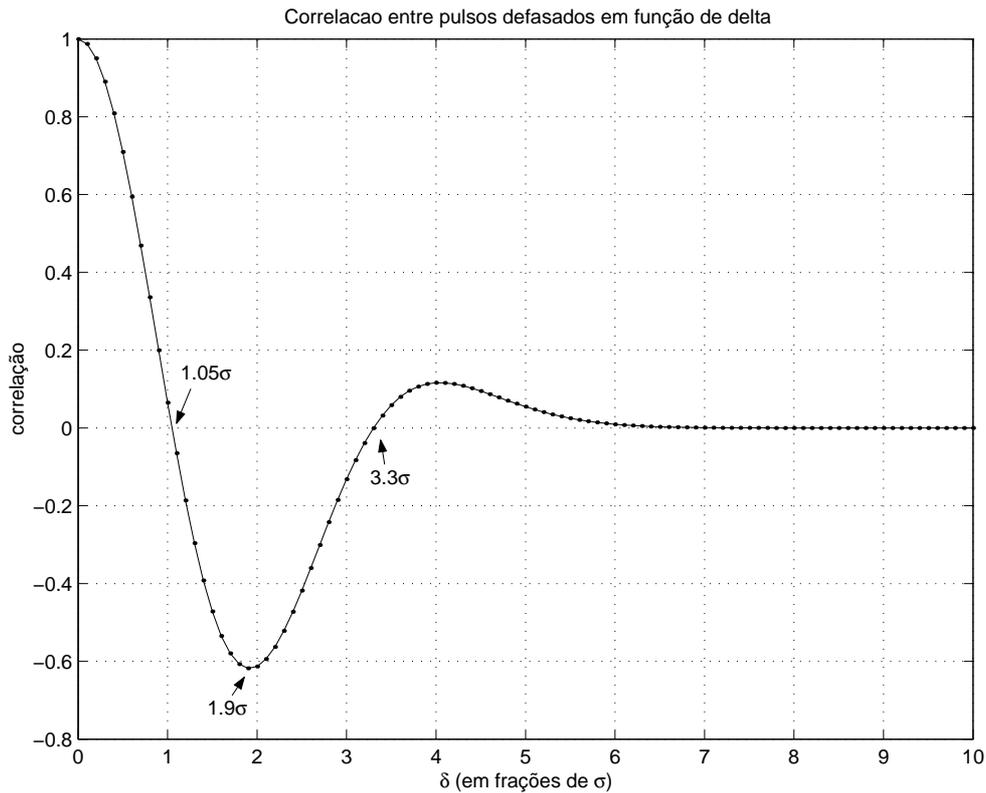


Figura 5.2: Correlação cruzada entre pulsos defasados de  $\delta$

lores têm desempenhos idênticos em canais AWG, por isso, e por ocupar uma fatia menor de tempo, o primeiro valor foi preferido para implementar um esquema PPM ortogonal independente de polaridade.

### 5.3.3 Ortogonalidade em Formas de Onda

Em [8] investigou-se pela primeira vez os dois pulsos descritos pelas equações (2.14) e (2.15), realçando o fato destes serem funções do tempo respectivamente ímpar e par e, portanto, ortogonais no tempo. Foi notado, ainda, que suas densidades de espectro de potência são similares, o que permite seu uso simultâneo, compartilhando a mesma banda e dobrando a capacidade do sistema.

Uma forma de realizar isto seria, usando por exemplo PAM antipodal, com metade dos usuários transmitindo a primeira forma de pulso, e a outra metade transmitindo a segunda forma. Neste caso, convém lembrar que deve-se manter o sincronismo entre as transmissões de todos os usuários, caso contrário perde-se a ortogonalidade.

Outra opção interessante, sugerida originalmente no âmbito deste trabalho, é

paralelizar o tráfego de cada usuário, fazendo com que um bit seja transmitido por uma forma de pulso enquanto um segundo bit, simultaneamente, é transmitido pela outra forma de onda, garantindo-se mais facilmente o sincronismo limitado ao contexto do fluxo de cada usuário. A única vantagem desta opção é aumentar o intervalo entre transmissões de símbolos consecutivas ou, mantendo-se o intervalo, aumentar a taxa de transmissão; porém, a energia disponível para cada bit, se mantida a energia total no intervalo de transmissão, fica dividida por dois. A paralelização pode ainda ser aumentada usando-se conjuntos de formas de onda ortogonais maiores. A avaliação desta opção não faz parte do objeto deste trabalho.

Hämäläinen *et al.* [16] ressaltaram a ortogonalidade das formas de onda dadas pelas equações (2.14) e (2.15), citando o trabalho de [1], no qual propomos a modulação por formato de pulso, na qual o bit 1 é representado, por exemplo, pelo pulso gaussiano da equação (2.15), e o bit 0 é representado pelo pulso de Rayleigh (equação (2.14)).

Adicionalmente, no mesmo trabalho [1], foi ressaltada a possibilidade de se usarem conjuntos de funções ortogonais como base para obter-se conjuntos de formas de onda ortogonais, como descrito no capítulo 3. Esquemas de modulação PSM binária e quaternária são mostrados na seção 5.5

## 5.4 PPM Quaternário

Um esquema de PPM quaternário pode ser construído usando-se quatro atrasos diferentes, correspondendo a cada um dos quatro *dibits* a serem transmitidos. O valor da correlação-cruzada,  $r$ , entre o pulso transmitido e uma referência (*template*) particular, usado na recepção, depende somente do atraso relativo entre as duas formas de onda,  $\tau$ . Em [4], convenientemente optou-se por quatro pulsos uniformemente espaçados no tempo, ou seja,  $w(t)$ ,  $w(t-\delta)$ ,  $w(t-2\delta)$  e  $w(t-3\delta)$ . Assim, o atraso relativo  $\tau$  pode assumir somente os valores  $-3\delta$ ,  $-2\delta$ ,  $-\delta$ ,  $0$ ,  $\delta$ ,  $2\delta$  e  $3\delta$ . Observe que  $\tau = 0$  corresponde à hipótese correta do receptor em relação ao pulso transmitido, com casamento perfeito entre as formas de onda, ou seja,  $r(0) = 1$ . Note, ainda, que  $r(\tau) = r(-\tau)$ . Portanto, a escolha de  $\delta$  deve procurar minimizar os valores de  $r(\delta)$ ,  $r(2\delta)$  e  $r(3\delta)$ , dando-se um peso maior ao primeiro valor, e um peso

menor ao último, de acordo com a frequência com que tais atrasos relativos ocorrem nas correlações realizadas pelo receptor. Desta forma, baseando-se em testes iniciais, chegou-se ao valor ótimo de  $\delta = 1,2\sigma$ , com a seguinte codificação:

dibit	$\mapsto$	símbolo
00	$\mapsto$	$w(t)$
01	$\mapsto$	$w(t - \delta)$
10	$\mapsto$	$w(t - 3\delta)$
11	$\mapsto$	$w(t - 2\delta)$

Note que os símbolos correspondentes a pares de código opostos, ou seja, os pares de dibits com as maiores distâncias de Hamming, apresentam propositadamente o atraso relativo de  $|\tau| = 2\delta = 2,4\sigma$ , já que, dos três atrasos possíveis, este é o que corresponde ao de menor valor de correlação-cruzada.

Este esquema, por apresentar correlações-cruzadas negativas, é dependente de polaridade. Sua implementação em simulações em canal aditivo Gaussiano (*additive white Gaussian noise channel* – AWG) recebeu o nome de QPPM, e as implementações em canal multipercurso receberam o nome de PPM4.

## 5.5 Modulação por Formato de Pulso – PSM

Inicialmente, a motivação para esta forma de modulação em sistemas UWB está relacionada à possibilidade de exigir menos precisão temporal do que a PPM e conseqüentemente ser mais imune a múltiplos percursos e *jitter*.

Na PSM binária, uma de duas formas de onda ortogonais é transmitida (por exemplo, as dadas pelas equações (2.14) e (2.15)), representando o bit 0 ou 1. A detecção é realizada comparando-se a magnitude das saídas de dois correladores, cada um efetuando a correlação do sinal recebido com uma das formas-padrão. Este esquema tem a vantagem de ser independente de polaridade, evitando a inconveniência de se ter que implementar alguma técnica para assegurar a polaridade correta. Este é um exemplo de PSM ortogonal binária e foi implementada em canal AWG sob o nome de PSM-pi. Na simulação em canal multipercurso, respeitando restrições

espectrais, o esquema implementado usou o par simétrico da seção 4.3 ou dois dos pulsos mostrados na seção 4.4, recebendo simplesmente o nome de PSM2.

Uma outra versão de PSM binária ortogonal foi implementada, na qual são transmitidas exatamente as mesmas formas de onda anteriores levando-se em conta, porém, para a decisão na recepção, os sinais positivo ou negativo das saídas dos correlatores, portanto supondo conhecida a polaridade correta do símbolo. Temos, por conseguinte, uma versão de PSM dependente de polaridade com os mesmos símbolos ortogonais usados anteriormente, implementada em canal AWG com o nome de PSM-pd.

Devido ao uso de sinais ortogonais, esta não é a melhor versão possível de PSM dependente de polaridade. De fato, a situação ótima é obtida com um par de formas de onda com o valor de correlação cruzada o mais negativo possível que leva exatamente ao caso PAM antipodal (ou bipolar). A versão incluída aqui tem a finalidade de revelar o ganho imediato (ao custo da técnica usada para garantir a polaridade correta) proporcionado pelo relaxamento da restrição quanto à dependência de polaridade.

Um esquema de modulação PSM ortogonal quaternário (QPSM) foi proposto [1] baseado no conjunto de quatro pulsos hermiteanos ortogonais de espectros semelhantes mostrados no capítulo 3. Estes pulsos foram usados para implementar duas versões de QPSM. Na primeira versão, independente de polaridade, a detecção é realizada pela comparação das magnitudes de quatro saídas de correlatores, cada uma tendo como modelo de comparação uma das formas de onda ortogonais. Na segunda versão, dependente de polaridade, a comparação leva em conta os sinais (positivos ou negativos) das correlações obtidas, usando os mesmos correlatores do primeiro caso. Estas versões são referidas respectivamente como QPSM-pi e QPSM-pd.

O esquema quaternário independente de polaridade, baseando-se no conjunto de pulsos demonstrado na seção 4.4, foi implementado para simulação em canal com multipercurso, com espectro restrito pela janela da FCC. Nesta implementação, o esquema recebeu o nome PSM4.

## 5.6 Modulação por Amplitude e Formato de Pulso – PASM

Uma nova forma de modulação híbrida baseada tanto na amplitude como no formato dos pulsos foi introduzida em trabalho anterior [4]. A idéia básica é dispor de  $M$  símbolos compostos por  $M/2$  formas de onda ortogonais juntamente com suas  $M/2$  versões com a amplitude invertida, consistindo portanto de sinais biortogonais [14].

A detecção com este tipo de modulação vem a ser mais simples do que com uma modulação ortogonal de mesma ordem, uma vez que a dimensão do espaço de sinais é  $M/2$ . Isto significa que, para um esquema quaternário, a detecção é realizada por meio da comparação das saídas de dois correlatores, tendo como modelo de comparação as formas de onda ortogonais. O uso de sinais antipodais faz deste, e de qualquer esquema PASM, um esquema dependente de polaridade.

Um esquema quaternário de modulação por amplitude e formato de pulso, para simulação em canal aditivo gaussiano, foi implementado sob o nome de QPASM. Os quatro símbolos utilizados são aqueles dados pelas equações (2.15) e (2.14) e suas versões de amplitude inversa. Um esquema semelhante, chamado de PASM4, foi implementado para simulação em canal multipercurso com restrição de banda, usando os pulsos apresentados na seção 4.3. A codificação ótima usada em ambos os casos dispôs os *dibits* opostos (os pares de *dibits* que diferem em dois bits) em pares de símbolos antipodais. A esquematização abaixo exemplifica a codificação usada no primeiro caso.

dibit	↦	símbolo
00	↦	$w_G(t)$
01	↦	$w_R(t)$
10	↦	$-w_R(t)$
11	↦	$-w_G(t)$

onde  $w_G(t)$  e  $w_R(t)$  representam os pulsos das equações (2.15) e (2.14), respectivamente. Para modulações  $M$ -árias com  $M$  maior que 4, um conjunto de  $M/2$  pulsos

hermiteanos ortogonais pode ser convenientemente usado.

Um esquema por amplitude e formato de pulso octonário foi implementado para simulação em canal multipercurso de banda restrita, baseado nos quatro pulsos apresentados na seção 4.4, recebendo o nome de PASM8. A codificação ótima usada neste caso se preocupou em dispor as palavras opostas (que diferem em três bits) em pares de símbolos antipodais, conforme ilustrado na esquematização abaixo.

palavra	↦	símbolo
000	↦	$w_{1_{H_9}}(t)$
001	↦	$w_{2_{H_9}}(t)$
010	↦	$w_{3_{H_9}}(t)$
011	↦	$w_{4_{H_9}}(t)$
100	↦	$-w_{4_{H_9}}(t)$
101	↦	$-w_{3_{H_9}}(t)$
110	↦	$-w_{2_{H_9}}(t)$
111	↦	$-w_{1_{H_9}}(t)$

## 5.7 Conclusão

Neste capítulo foram apresentados os novos tipos de modulação sugeridos nesta tese e diversos novos esquemas baseados nestes e nos tipos convencionais de modulação. Esses esquemas foram colocados em perspectiva pela recapitulação inicial das técnicas básicas. O desempenho dos novos esquemas é objeto das simulações descritas no capítulo 6.

# Capítulo 6

## Simulações e Resultados

### 6.1 Introdução

A fim de comprovar a eficiência dos pulsos hermiteanos ortogonais encontrados e, por extensão, do método de projeto de pulsos usados nos capítulos 3 e 4, e ainda comparar a eficiência dos vários esquemas de modulação descritos no capítulo 5, realizamos simulações dos seus desempenhos em canal aditivo gaussiano (AWG), apresentada na seção 6.2, e em canal com multipercursos e banda controlada, apresentada na seção 6.3.

### 6.2 Canal Aditivo Gaussiano

Nesta simulação, para cada esquema, os símbolos apropriados foram gerados de acordo com os dados de uma fonte aleatória uniforme. Cada símbolo foi normalizado para ter energia unitária; então um ruído gaussiano branco com variância determinada ( $N_0/2$ ) foi adicionado para obtermos a relação sinal-ruído desejada em termos de  $\mathcal{E}_b/N_0$ .

Os seguintes esquemas de modulação foram comparados:

1. *PPM-pd*: o esquema PPM binário original (dependente de polaridade) descrito na seção 5.2.2, proposto em [13].
2. *PPM-pi*: um esquema PPM binário ortogonal idealizado para ser independente de polaridade, descrito na seção 5.2.2.

3. *PSM-pi*: esquema PSM binário ortogonal independente de polaridade, descrito na seção 5.2.3.
4. *PSM-pd*: versão de PSM dependente de polaridade usando os mesmos símbolos ortogonais, descrita na seção 5.2.3.
5. *QPSM-pi*: esquema PSM quaternário ortogonal independente de polaridade, descrito na seção 5.2.3.
6. *QPSM-pd*: versão de PSM quaternário dependente de polaridade usando os mesmos quatro pulsos ortogonais, descrita na seção 5.2.3.
7. *QPASM*: esquema PASM quaternário dependente de polaridade, descrito na seção 5.6.
8. *QPPM*: esquema PPM quaternário dependente de polaridade, descrito na seção 5.4.
9. *PAM*: esquema PAM binário antipodal dependente de polaridade descrito na seção 5.2.1, cujo desempenho teórico foi plotado de acordo com a equação (5.2).

### 6.2.1 Interpretação e Análise

Na figura 6.1 são mostrados os desempenhos dos esquemas PPM e PSM binários. Pode-se ver que as duas versões independentes de polaridade, ambas baseadas em sinais ortogonais, têm comportamentos idênticos, conforme o esperado. Contudo, deve-se ressaltar que o esquema PSM-pi requer menos precisão temporal do que o PPM-pi. Comparando-se o PSM-pi com o PSM-pd, que trabalha com os mesmos símbolos, notamos um pequeno ganho obtido pelo segundo em consequência direta do relaxamento da restrição de independência de polaridade, não obstante o decréscimo deste ganho com o aumento de  $\mathcal{E}_b/N_0$ .

A curva de PSM-pd coincide com a curva teórica para modulações binárias com sinais ortogonais, dada pela equação (5.6). Dentre os quatro esquemas binários simulados, o PPM-pd é de longe aquele com o melhor desempenho, com uma vantagem de cerca de 2 dB sobre os outros esquemas. Esta vantagem provém do fato de

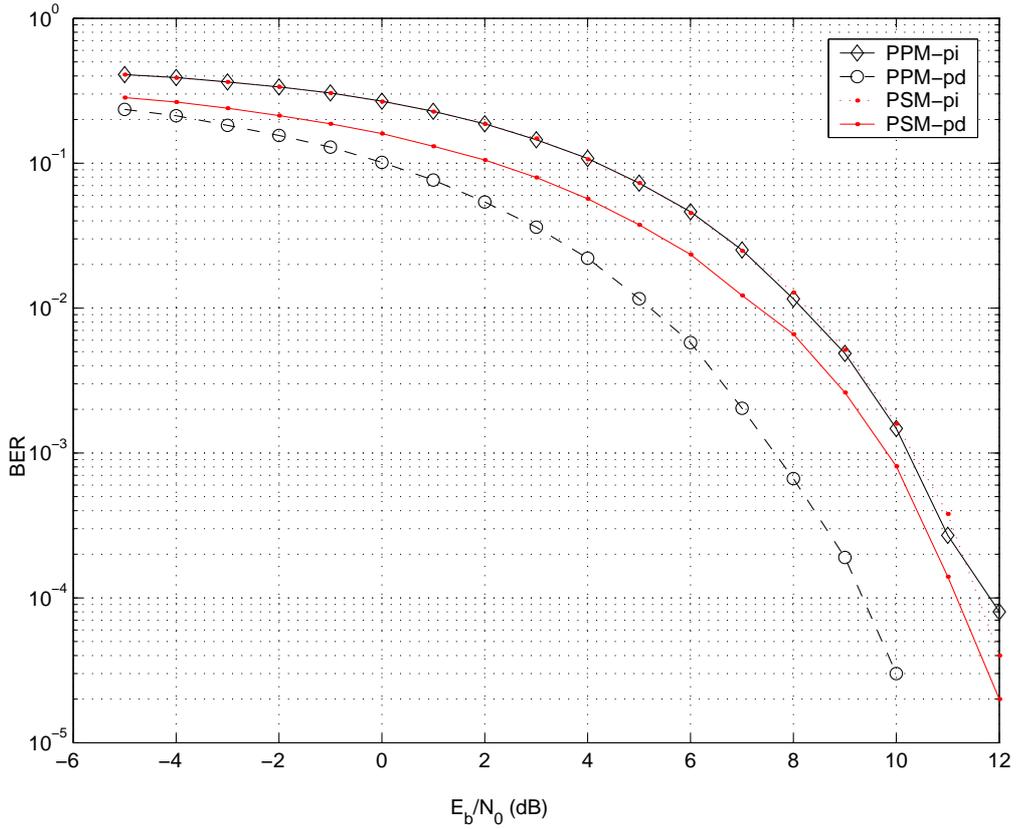


Figura 6.1: Esquemas binários PPM e PSM em canal AWG.

se desconsiderar as restrições de polaridade e usar sinais negativamente correlatados. Os resultados coincidem com as previsões teóricas dadas pela equação (5.5).

A figura 6.2 apresenta o desempenho dos esquemas PSM quaternários comparados aos esquemas binários PPM-pd e PSM-pd. Nota-se imediatamente que os dois esquemas quaternários superam a sua versão binária, PSM-pd, quando  $\mathcal{E}_b/N_0$  passa de 5 dB, ou seja, para BER abaixo de  $4 \times 10^{-2}$ . Comparando os esquemas PSM quaternários entre si, notamos o mesmo que acontece com os esquemas PSM binários, ou seja, a versão dependente de polaridade tem uma pequena vantagem, decrescente com  $\mathcal{E}_b/N_0$ .

Vale ressaltar que as curvas de modulações quaternárias são mais íngremes do que as dos esquemas binários, fazendo com que elas se aproximem da curva de PPM-pd à medida que  $\mathcal{E}_b/N_0$  aumenta, com QPSM-pd encontrando PPM-pd em  $\mathcal{E}_b/N_0 = 8$  dB. Estes resultados evidenciam a vantagem de se usar esquemas de modulação  $M$ -ária de ordem superior para PSM ortogonal.

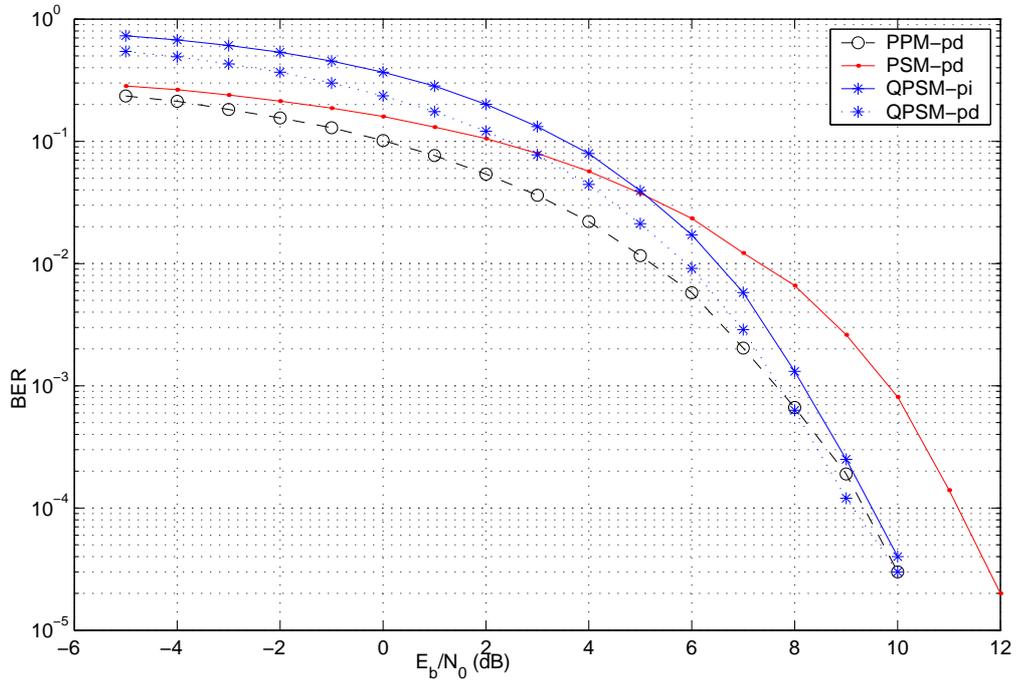


Figura 6.2: Esquemas quaternários PSM em comparação com esquemas binários em canal AWG.

Os novos esquemas quaternários propostos baseados em PPM (QPPM) e PASM (QPASM) têm seus desempenhos apresentados na figura 6.3. Os esquemas PPM-pd e QPSM-pi bem como o desempenho teórico do PAM são incluídos como referência. Os esquemas quaternários QPPM e QPASM desempenharam sempre melhor do que o QPSM-pi, apesar de sua vantagem cair de 2  $dB$ , para taxas de erro de bits (BER) de  $5 \cdot 10^{-2}$  e  $E_b/N_0$  em torno de 4  $dB$ , para apenas 1  $dB$ , quando as taxas de erro são de  $5 \cdot 10^{-5}$  e  $E_b/N_0$  está entre 9 e 10  $dB$ .

Tanto o QPASM quanto o QPPM superam o esquema binário PPM-pd quando  $E_b/N_0$  excede 5  $dB$  ( $BER < 10^{-2}$ ), tendo desempenhos bastante semelhantes, com pequena vantagem para o QPPM. A curva do QPPM parece tender a encostar na curva do PAM quando  $E_b/N_0$  ultrapassa 7  $dB$  ( $BER < 10^{-3}$ ). O esquema PAM-pd antipodal confirma sua superioridade já indicada pela equação (5.2) quando comparada às equações (5.5) e (5.6), sendo o melhor esquema plotado na figura.

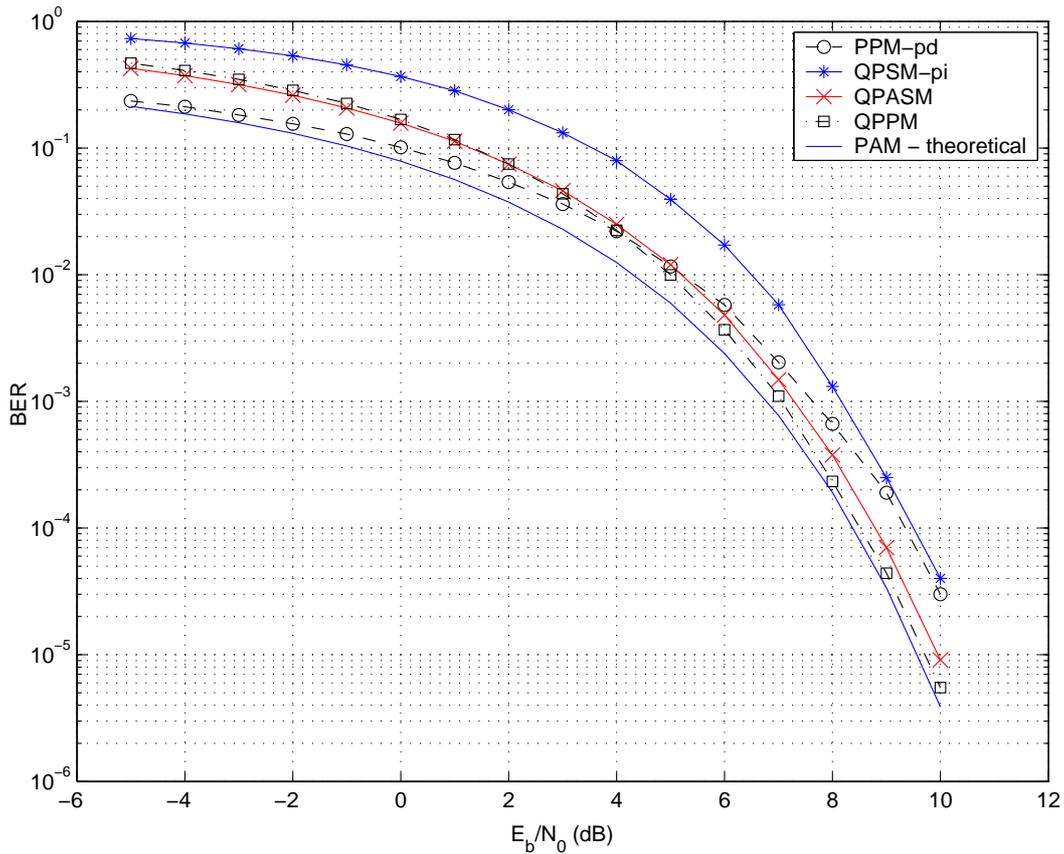


Figura 6.3: Diversos esquemas de modulação quaternária comparados com PPM e PAM binárias em canal AWG.

Dos resultados das simulações apresentados acima e da teoria representada pela equação (5.5) podemos concluir que o desempenho em BER de qualquer esquema binário depende diretamente da correlação cruzada entre seus símbolos, quanto menor (mais negativo), melhor. Isto pode ser extrapolado para esquemas de modulação  $M$ -ária: dentre os valores de correlação cruzada de cada par de símbolos, os maiores (menos negativos) tendem a dominar, sendo responsáveis pela maior parte da SER à medida que  $E_b/N_0$  cresce e a taxa de erro atinge níveis mais baixos. Como ocorre com codificações bem compostas, o comportamento de SER normalmente se traduz em comportamento similar de BER. Isto explica a vantagem decrescente do QPASM sobre o QPSM, uma vez que ambos têm o valor máximo de correlação entre seus símbolos igual a zero.

## 6.3 Canal com Multipercursos

A simulação para teste de esquemas de modulação e formas de pulsos UWB, FCC-compatíveis, em ambiente multipercurso, por sua complexidade, foi implementada por meio de módulos. Cada módulo corresponde a um arquivo de extensão .m do MATLAB<sup>®</sup>, ocasionalmente com algumas versões adicionais. A interação entre os módulos foi feita por meio de arquivos .mat. Na seção que se segue, será abordado o módulo Gerador de Canal Multipercurso. Na seção 6.3.2 será apresentado o módulo Gerador de Dados Binários. A seção 6.3.3 trata do módulo Gerador de Formas de Onda. Nas seções 6.3.4 e 6.3.5 serão tratados os módulos Transmissão e Recepção, respectivamente. Por fim, os resultados da simulação serão apresentados na seção 6.3.6

### 6.3.1 Gerador de Canal Multipercurso

Foram utilizados originalmente dois programas, o primeiro, totalmente desenvolvido neste trabalho para implementar a modelagem de Saleh-Valenzuela modificada, primeiramente sugerida por Foerster [17] (adaptando um modelo originalmente desenvolvido para sistemas de banda-estreita [18]), é o ModChannIntTest2.m. O segundo programa é o GeraCanal802154a.m, desenvolvido pelo grupo de trabalho 802.15.4a [19] (que engloba o modelo de Foerster), e adaptado para este trabalho levando-se em conta considerações técnicas importantes. Este programa foi adotado em detrimento do primeiro por permitir modelar uma gama mais diversificada de canais apresentados na literatura.

O programa fornece como saídas arquivos nomeados cm\*\_imr.mat, onde \* é um número de 1 a 9 representando um dos nove tipos de canais modelados, cada um contendo 100 realizações de canais multipercurso seguindo o modelo de Saleh-Valenzuela modificado com possíveis variações a depender do tipo de canal modelado. O modelo ainda inclui o fator de decaimento exponencial de potência, a dependência com a frequência da perda por percurso, e desvanecimento em pequena escala com distribuições Nakagami distintas para cada componente. No caso desta simulação serão usados os tipos 2 e 4, aqui referenciados como CM2 e CM4, que correspondem aos canais NLOS (sem visada direta – *Non-Line-of-Sight*) residenciais

e de escritório, respectivamente.

O programa recebeu as seguintes modificações:

- Eliminação nos componentes de multipercurso da fase angular de 0 a  $2\pi$  oriunda dos modelos originais para banda estreita; que porém não possui interpretação física em sistemas de UWB por impulso – substituída por uma variável de fase binária –  $0^\circ$  ou  $180^\circ$  (+1 ou -1) que surgem em decorrência da inversão de polaridade devido a reflexões ou posicionamento de antenas. Esta modificação resulta na transformação do modelo complexo para um modelo real;
- Retirada da dependência em frequência neste ponto da modelagem, já que, aqui, seu único efeito é sobre a resposta ao impulso do canal, não proporcionando distorção do pulso transmitido.
- Cálculo do vetor de tempo discreto (superamostrado), referência da resposta ao impulso discreta, e inclusão desses parâmetros (tN e hN) como retorno no arquivo de saída;
- Alteração da frequência central e da largura de banda do modelo de 6 e 8 GHz para 6,85 e 7,5 GHz, respectivamente;
- Em consequência da alteração anterior, os modelos criados neste módulo passam a apresentar caminhos resolvíveis espaçados de  $1/7,5GHz = 133$  ps.

As variáveis importantes neste módulo são:

- Imaiores6Percurso: matriz 100x6 contendo os índices das 6 maiores amplitudes (em módulo) em  $\alpha$ ;
- Maiores6Percurso: matriz 100x6 contendo as 6 maiores (em módulo) amplitudes de percurso;
- imaxtau: vetor de 100 posições contendo o atraso máximo de cada realização do canal;
- kappa: fator de distorção devido à dependência na frequência;

- $t$ : vetor de tempo em ns para uso no cálculo de atraso excedente médio (*excess delay*) e espalhamento de atrasos médio RMS. É composto de instantes regularmente espaçados, múltiplos do período de amostragem,  $t_s$ , que é o inverso da frequência de amostragem,  $f_s$ , tomada igual à banda total usada na modelagem. Foi usada  $f_s = 7,5$  GHz, resultando em  $t_s = 0,133$  ns para todos os modelos.
- $h$ : matriz de 100 colunas contendo a resposta ao impulso discretizada após ter sido superamostrada e reamostrada (decimada) com a taxa original;
- $t_{ct}$ : matriz composta de 100 colunas contendo cada uma os instantes de tempo (que pode assumir qualquer valor real em ns, portanto tempo contínuo) dos componentes multipercurso armazenados em  $h_{ct}$ .
- $t_N$ : vetor de tempos na taxa superamostrada (120 GHz), referencia para  $h_N$ ;
- $t_{N1}$ : representa o tempo de amostragem do modelo à taxa superamostrada, em ns;
- $h_{ct}$ : matriz de 100 colunas contendo, cada uma, as amplitudes (positivas ou negativas) dos componentes multipercurso de uma realização (em tempo contínuo) do modelo – a resposta ao impulso do canal;
- $h_N$ : matriz de 100 colunas contendo as amplitudes dos componentes multipercurso de uma realização (em tempo discreto superamostrado) do modelo;
- $t_0$ : vetor de 100 posições contendo o tempo de chegada do primeiro *cluster* de cada realização (este tempo só é zero para os canais do tipo LOS e para os NLOS em ambiente de escritório ou industrial) – corresponde ao tempo do primeiro componente;
- $np$ : vetor de 100 posições contendo o número de componentes de multipercurso de cada realização de canal;
- $num\_channels$ : número de realizações do canal (mantido sempre igual a 100);
- $cm\_num$ : número do tipo de modelo, de 1 a 9;

- tauMaiores6Percursos: matriz 100x6 contendo os atrasos dos 6 percursos de maior potência;

Para entendermos as peculiaridades dos modelos CM2 e CM4, resumiremos na tabela 6.1 suas características distintivas, a saber: o excesso de atraso médio (*mean excess delay*),  $\tau_m$ ; o espalhamento de atrasos médio RMS (*RMS spread delay*),  $\tau_{rms}$ ; o excesso de atraso máximo desta implementação,  $\tau_{max}$ ; o excesso de atraso máximo esperado para percursos até 10 dB abaixo do principal (baseado no perfil de potência dos atrasos – *power delay profile*),  $\tau_{-10dB}$ ; a taxa de chegada de percursos,  $\lambda$ ; e o expoente de decaimento de potência,  $n$ .

Tabela 6.1: Parâmetros dos modelos CM2 e CM4

parâmetro	CM2	CM4
$\tau_m(ns)$	19,5	16,6
$\tau_{rms}(ns)$	19	13
$\tau_{max}(ns)$	292	170
$\tau_{-10dB}(ns)$	68	36
$\lambda(ns^{-1})$	1/6,39	1/0,56
$n$	4,58	3,07

Nota-se que o modelo CM2 possui uma resposta ao impulso de duração mais longa, o que faz com que ele tenha mais chance de apresentar interferência intersimbólica (ISI) e apresente sobreposição de um maior número de símbolos. No entanto, ele apresenta multipercursos mais afastados em média uns dos outros, o que pode tornar a ISI menos intensa. Seu decaimento de potência com a distância faz com que sua relação sinal-ruído, dada por  $\mathcal{E}_b/N_0$ , seja pior do que nos canais CM4.

Por outro lado, pelas mesmas razões acima, CM4 apresenta melhor relação  $\mathcal{E}_b/N_0$  e menor ocorrência de ISI; no entanto, sua alta taxa de chegada de percursos pode trazer duas desvantagens. A primeira é quanto à distorção dos pulsos na recepção devido à sobreposição de cópias do mesmo símbolo (interferência intra-símbolo). A segunda é a maior severidade da interferência intersimbólica, quando

esta ocorrer.

### 6.3.2 Gerador de Dados Binários

Este módulo apresenta como saída o arquivo FonteBits.mat contendo 10.000 bits gerados de forma aleatória e equiprovável. As variáveis nele contida são:

- Bits: vetor contendo Nbits bits (0 ou 1);
- Nbits: número de bits gerados (10.000);

### 6.3.3 Gerador de Formas de Onda

Este módulo gera os diversos conjuntos de formas de onda de pulso que serão testados no experimento desta simulação. Aqui se apresentam adicionalmente três alternativas de pulso não-hermiteanas para simulações futuras a título de comparação:

#### 6.3.3.1 Conjuntos Hermiteanos FCC-compatíveis

Os pulsos hermiteanos podem ser bem definidos simplesmente indicando o conjunto de pesos  $h_k$  que o compõem e o valor de  $\sigma$ .

- A1 – Pulso de ordem 4

Este é o pulso definido na seção 4.2, sendo o pulso de menor ordem possível, de espectro compatível com a máscara da FCC. Sua duração efetiva é de cerca de  $9\sigma$  (de  $-4,5\sigma$  a  $4,5\sigma$ ), ou 392,6 ps.

Para PPM binário, os valores de atraso ótimo e a correlação cruzada a ele associado são

$$\delta_{otimo} = 66,7ps; \tag{6.1}$$

$$r(\delta) = -0,715; \tag{6.2}$$

Para PPM quaternário, temos

$$\delta_{otimo} = 100ps; \quad (6.3)$$

$$r(\delta) = -0,303; \quad (6.4)$$

$$r(2\delta) = 0,006; \quad (6.5)$$

$$r(3\delta) = -0,004; \quad (6.6)$$

- A2 – Par ortogonal simétrico de ordem 5

Este é o par de pulsos apresentado na seção 4.3. Por construção, estes pulsos são ortogonais e têm espectros idênticos, sendo cada um a versão invertida no tempo do outro. Sua duração efetiva é de cerca de  $9\sigma$  (de  $-4,5\sigma$  a  $4,5\sigma$ ), ou 421,2 ps.

Informações para PPM binário:

$$\delta_{otimo} = 75ps; \quad (6.7)$$

$$r(\delta) = -0,728; \quad (6.8)$$

Informações para PPM quaternário:

$$\delta_{otimo} = 100ps; \quad (6.9)$$

$$r(\delta) = -0,492; \quad (6.10)$$

$$r(2\delta) = -0,004; \quad (6.11)$$

$$r(3\delta) = -0,002; \quad (6.12)$$

- A3 – Conjunto de 4 pulsos ortogonais de ordem 9

Este conjunto é aquele apresentado na seção 4.4. Sua duração efetiva é de cerca de  $10\sigma$  (de  $-5\sigma$  a  $5\sigma$ ), ou 612 ps. É composto por dois pares, cada um formado dois pulsos simétricos.

Pelos valores de correlação cruzada verificados e suas implicações com relação a possíveis erros causados por sincronismo impreciso, a associação ideal de símbolos a dados na modulação PSM quaternária (PSM4) é:

dibit	↦	pulso
00	↦	$w_{1H_9}(t)$
01	↦	$w_{2H_9}(t)$
10	↦	$w_{3H_9}(t)$
11	↦	$w_{4H_9}(t)$

Informações para PPM:

Primeiro par (pulsos  $w_{1H_9}(t)$  e  $w_{2H_9}(t)$ ):

$$\delta_{otimo} = 66,7ps; \quad (6.13)$$

$$r(\delta) = -0,746; . \quad (6.14)$$

Segundo par (pulsos 3 e 4):

$$\delta_{otimo} = 75ps; \quad (6.15)$$

$$r(\delta) = -0,662. \quad (6.16)$$

Informações para PPM quaternário (ótimo com o segundo par):

$$\delta_{otimo} = 41,7ps; \quad (6.17)$$

$$r(\delta) = -0,090; \quad (6.18)$$

$$r(2\delta) = -0,600; \quad (6.19)$$

$$r(3\delta) = 0,004; \quad (6.20)$$

### 6.3.3.2 Pulso Gaussiano Modulado

A fim de comparação futura, sugere-se o seguinte pulso, dado por

$$p_{gm}(t) = \cos(2\pi f_0 t) e^{-t^2/(2\sigma^2)} \quad (6.21)$$

que possui espectro de frequência com forma igual à do pulso gaussiano deslocado da origem para a frequência central  $f_0$ .

O ajuste de seus parâmetros para atender à máscara da FCC é simples. A expressão da ESD da gaussiana centrada em 0 Hz é

$$|P(\omega)|^2 = e^{-\sigma^2\omega^2}, \text{ em dB :} \quad (6.22)$$

$$= 10 \log(e^{-\sigma^2\omega^2}) = -10\sigma^2\omega^2 \log e \quad (6.23)$$

Conseqüentemente, os pontos de  $-10$  dB e  $-34$  dB guardam as seguintes distâncias para a frequência central:

$$f_{-10} = 1/(2\pi\sigma(\log e)^{1/2}) = 1/(4,141\sigma); e \quad (6.24)$$

$$f_{-34} = 1/(2\pi\sigma((\log e)/3,4)^{1/2}) = 1/(2,246\sigma); \quad (6.25)$$

Comparando-se a relação entre estes valores,  $f_{-34}/f_{-10} = 1,844$ , com a relação correspondente obtida dos pontos da máscara  $-1,61, 3,1$  e  $6,85$  GHz –, vê-se que a primeira é maior do que a última por um fator de  $(6,85 - 1,61)/(6,85 - 3,1) = 1,397$ . Isto indica que o requisito que definirá a conformidade do espectro na sua porção inferior (abaixo de  $f_0$ ) é o concernente a  $f_{-34}$ . O ponto de  $-10$  dB superior complementa a restrição de forma a definir a largura de banda e a frequência central do espectro de  $p_{gm}(t)$ . Normalizando-se as distâncias dos pontos de interesse nesse espectro em função de  $|f_0 - f_{-10}|$ , temos a distância entre o ponto de  $-34$  dB e o ponto de  $-10$  dB superior igual a  $2,844$ . Como na máscara essa distância é igual a  $10,6 - 1,61 = 8,99$  GHz, dividem-se esses valores,  $8,99/2,844 = 3,161$  GHz, para em seguida se determinar:

$$f_0 = 10,6 - 3,161 = 7,439 \text{ GHz}, e \quad (6.26)$$

$$3,161 = 1/(4,141\sigma) \Rightarrow \sigma = 76,4 \text{ ps}. \quad (6.27)$$

$$\text{Logo, } T = 1/f_0 = 134,4 \text{ ps}. \quad (6.28)$$

Uma base de tempo superior a  $6\sigma$  ( $3\sigma$  para cada lado) é suficiente para garantir um decaimento efetivo da envoltória gaussiana, o que corresponde a  $3\sigma =$

229,  $2ps = 1,705T$ . Para truncar o pulso num ponto de zero da cossenóide, toma-se uma base de tempo indo de  $-1,75T$  a  $1,75T$ , o que corresponde a uma duração total de  $3,5T = 470,4ps = 6,157\sigma$ .

### 6.3.3.3 Cosseno Levantado (*Raised Cosine*)

Também a título de comparação futura, sugere-se o seguinte pulso:

$$x_{rc}(t) = \text{sinc}(\pi t/T) \cos(\pi \beta t/T) / (1 - 4\beta^2 t^2/T^2) \quad (6.29)$$

o qual deve ser truncado, pois sua base de tempo é infinita, cujo espectro de frequência é dado por

$$X_{rc}(f) = \begin{cases} T; & |f| \leq \frac{1-\beta}{2T} \\ T(1 + \cos[\pi T \frac{|f| - \frac{1-\beta}{2T}}{\beta}]) / 2; & \frac{1-\beta}{2T} \leq |f| \leq \frac{1+\beta}{2T} \\ 0; & |f| > \frac{1+\beta}{2T} \end{cases} \quad (6.30)$$

qual deve ser ainda deslocado por meio de uma modulação.

- Cálculo dos parâmetros adequados:

Sua largura de banda de 3 dB é  $1/T$ , independente de  $\beta$ .

A aproximação do ponto de  $-10$  dB e da largura de banda de 10 dB é feita considerando-se que a queda do ponto de  $-3$  dB até 0 é aproximadamente linear, e levando-se em conta que o ponto de  $X_{rc}(f) = 0$  ocorre em  $|f| = (1 + \beta)/(2T)$ . Nesse trecho podemos considerar

$$X_{rc}(f) = (T/\beta)(1 + \beta - 2Tf). \quad (6.31)$$

O ponto de  $-10$  dB ocorre quando

$$T/10 = (T/\beta)(1 + \beta - 2Tf_{-10dB}) \Rightarrow f_{-10dB} = (1 + 9\beta/10)/(2T). \quad (6.32)$$

Dado um ponto de  $-10$ dB desejado, pode-se escolher

$$\beta = (10/9)(2Tf_{-10dB} - 1), \quad (6.33)$$

colocando-se o ponto de  $-34$  dB ( $\approx 1/2500$ ) em  $1,6$  GHz, e levando-se em conta a distância deste ponto a  $6,85$  GHz (centro da faixa) e sua relação com o ponto de  $-10$  dB ( $3,1$  GHz) faz-se:

$$f_{-34dB} \cong \left| \frac{1+\beta}{2T} \right|, \text{ e} \quad (6.34)$$

$$\frac{6,85 - 1,61}{6,85 - 3,1} = 1,3973, \text{ logo} \quad (6.35)$$

$$\frac{(1+\beta)/(2T)}{(1+9\beta/10)/(2T)} \in [1 \ 1,052] \text{ (para } \beta \in [0 \ 1]), \quad (6.36)$$

logo, escolhe-se  $\beta = 1$  que dá um espectro cuja forma mais se aproximará do ideal. Neste caso, basta garantir o ponto de  $-10$  dB que o ponto de  $-34$  dB cairá na região de  $X_{rc}(f) = 0$ .

$$f_{-10dB} = (1,9)/(2T) = (10,6 - 6,85) \text{ GHz} = (6,85 - 3,1) \text{ GHz} \Rightarrow \quad (6.37)$$

$$T = 253,33ps \cong 254ps. \quad (6.38)$$

- Modulação para ajuste da frequência central:

$$x_{rc}(t) = \frac{\text{sinc}(\pi t/T) \cos(\pi t/T) \cos(2\pi f_0 t)}{(1 - 4t^2/T^2)}, \text{ onde} \quad (6.39)$$

$$f_0 = 6,85 \text{ GHz}. \quad (6.40)$$

$$X_{rc}(f) = \begin{cases} T[1 + \cos(\pi T|f - f_0|)]/2; & |f - f_0| \leq 1/T \\ 0; & |f - f_0| > 1/T. \end{cases} \quad (6.41)$$

- Truncamento no tempo:

Computação numérica mostrou que mais de 99,95% da energia deste pulso está contida no lobo principal. Além disto, a amplitude do lobo secundário está abaixo de  $-30$  dB da amplitude do principal. Assim, pode-se limitar a duração do pulso em  $2T = 506,66$  ps os (de  $-T$  a  $T$ ).

- Ajuste adicional de período:

Pode-se fazer a cossenóide em  $f_0$  coincidir seu zero com o zero do lobo do sinc, o que torna a região de truncamento mais suave, forçando  $f_0 = 7/(4T)$  e recalculando-se estes dois parâmetros nos leva a:

$$f_0 = 6,8704 \text{ GHz e } T = 254,72 \text{ ps,} \quad (6.42)$$

sendo agora a duração do pulso de  $2T = 509,43 \text{ ps}$ , proporcionando o melhor resultado com ajuste de período.

## 6.3.4 Transmissão

### 6.3.4.1 Seleção da forma de onda

Seleciona a forma de onda de pulso adequada de acordo com o dado binário ora transmitido. Em seguida realiza a convolução desta forma de onda com a resposta ao impulso do canal.

### 6.3.4.2 Cálculo da potência

Calcula a potência e, por conseguinte, ajusta a amplitude da forma de onda dos símbolos à distância do enlace (3,5\* - 9 - 14,5 - 20 - 25,5\* m – as distâncias marcadas com \* só fazem sentido no modelo CM4).

- O perfil espectral da forma de onda e a taxa de transmissão

Dada a máxima densidade espectral de energia (MaxESD, do Gerador de Formas de Onda), e levando-se em conta que a forma de onda original possui energia unitária, tem-se a relação entre o pico da ESD e a energia total de um símbolo. Considera-se que esta relação é aproximadamente a mesma para a forma de onda após a passagem pelo canal multipercurso.

Multiplicando-se o pico da ESD pela taxa de transmissão obtém-se o pico da PSD. Calcula-se a diferença (em dB) dessa PSD máxima para o valor permitido pela FCC e aplica-se a mesma diferença à energia total original do símbolo (após passagem pelo canal multipercurso) obtendo-se a energia contida em um símbolo transmitido (à distância padrão, ou seja, 1 m) dentro das especificações da FCC.

A FCC define os limites de EIRP média em termos de dBm/MHz [12], com banda de referência de 1 MHz, isto significa que a potência irradiada medida será resultado da integral de toda a densidade de potência em uma faixa de

1MHz. Ora, ao manter uma frp (frequência de repetição de pulsos) fixa igual a  $f_{rp}$ , a PSD passa se concentrar em raias espaçadas deste valor. Enquanto este espaçamento é menor que a banda de referência, várias raias incidem nas faixas correspondentes às medidas, resultando na potência medida aproximadamente igual à potência presente originalmente nessa faixa, sem o efeito das raias.

Para as frps acima de 1 MHz deve-se levar em conta o efeito da concentração de potência. Neste caso, no máximo uma raia estará presente na faixa de medição; esta raia estará concentrando a potência correspondente a uma faixa maior do que 1 MHz, representando um aumento em relação à potência presente na mesma faixa da PSD original sem raias. Este aumento deve ser levado em conta nesses casos, prevendo uma atenuação adicional (obrigatória para manter a conformidade com os limites de emissão) correspondente a  $f_{rp}/1$  MHz.

Observação: a energia do canal é, por construção, unitária, no entanto, após a convolução com a forma de onda do pulso a energia do sinal original recebido difere um pouco de 1, sendo por isto novamente normalizada.

- O perfil de decaimento de potência do modelo

O decaimento de potência baseia-se no expoente  $n$  de perda por percurso dos modelos CM2 e CM4, igual a 4,58 e 3,07, respectivamente.

- Interferência intersimbólica (ISI – *intersymbol interference*)

Soma, se necessário, a resposta anterior deslocada de acordo com a taxa de transmissão.

Guarda a resposta atual para usar com a transmissão do próximo símbolo, se for necessário.

Com base nos valores de  $\tau_{max}$  e  $\tau_{-10dB}$ , da tabela 6.1 pode-se prever os números de símbolos sobrepostos ( $N_{SS}$ ) máximo (e médio) resumidos na tabela 6.2. A previsão da ocorrência de ISI em cada caso é baseada no número máximo de símbolos sobrepostos.

Tabela 6.2: Número de símbolos sobrepostos - máximo e (médio)

Modelo	Ordem da modulação	Taxa de transmissão de símbolos (Mbps)		
		4	10	100
CM2	binária	2 (1)	3 (1)	30 (7)
	quaternária	1 (1)	2 (1)	15 (4)
	octonária	1 (1)	1 (1)	10 (3)
CM4	binária	1 (1)	2 (1)	17 (4)
	quaternária	1 (1)	1 (1)	9 (2)
	octonária	1 (1)	1 (1)	6 (2)

### 6.3.5 Recepção

#### 6.3.5.1 Seleção dos períodos de interesse

Seleciona, na resposta gerada pelo módulo Transmissão, os períodos de interesse de acordo com os tempos (neste parâmetro não há erro) dos 6 percursos a serem usados pelo receptor do tipo *rake* seletivo, com combinação simples (não-ponderada).

#### 6.3.5.2 Adição de ruído

Adiciona o ruído branco gaussiano de origem térmica com densidade de potência fixa em -174 dBm/MHz. O cálculo da potência do ruído adicionado na simulação leva em conta a relação entre a potência calculada no receptor e a potência dada por essa densidade típica.

Com base no decaimento de potência dado por  $n$  e nas considerações sobre taxa de transmissão e restrições da FCC detalhadas na seção 6.3.4.2, pode-se montar as tabelas 6.3 e 6.4 para a relação  $\mathcal{E}_b/N_0$  com pulsos de A3. As relações  $\mathcal{E}_b/N_0$  para pulsos de A1 e A2 são respectivamente 0,5 e 0,6 dB abaixo dos valores de A3.

Note que os valores de  $\mathcal{E}_b/N_0$  referem-se à energia de todos os componentes de multipercurso que chegam ao receptor, no entanto a detecção nesta simulação é feita com apenas 6 componentes. A atenuação nominal adicional devido à perda dos componentes não usados é de 2,4 dB em CM2 e 5,7 dB em CM4.

Uma rápida leitura destas tabelas revela que, em todas as situações, a relação sinal-ruído é bastante elevada, o que resulta em uma condição incomum onde há pra-

Tabela 6.3: Valores de  $\mathcal{E}_b/N_0$  para canais CM2, usando pulsos de A3, em dB

Taxa de símbolos	Ordem da modulação	distância (m)		
		9,0	14,5	20,0
4 Mbps	binária	64,9	55,4	49,0
	quaternária	67,9	58,4	52,0
	octonária	69,6	60,2	53,8
10 Mbps	binária	56,9	47,4	41,0
	quaternária	60,0	50,4	44,0
	octonária	61,7	52,2	45,8
100 Mbps	binária	36,9	27,4	21,0
	quaternária	40,0	30,4	24,0
	octonária	41,7	32,2	25,8

ticamente ausência de ruído. Visando a uma condição mais severa, levamos em conta o fato de que, na prática, equipamentos de transmissão de dados, seja no lar ou no ambiente de trabalho, raramente operam de forma isolada, sofrendo a interferência de outros equipamentos semelhantes e ruídos de fontes diversas. Nos modelos usados foram então acrescentados patamares de ruído adicional, para, de uma forma extremamente simplificada, aproximar o ambiente modelado de um ambiente real.

Assim, no ambiente doméstico modelado por CM2 acrescenta-se 45 dB ao ruído original, de forma que o ruído resultante em uma modulação binária à taxa de 4 Mbps e no pior caso em relação à distância (20 m) corresponda a 4 dB abaixo da potência do sinal ali. Para o ambiente profissional modelado por CM4 optou-se por garantir a uma modulação binária na taxa mais elevada (100 Mbps) e no melhor caso de distância (3,5 m), uma relação sinal-ruído mínima de 35 dB, o que acontece com um ruído adicional de 30 dB. Devido a detalhes de implementação, as distâncias simuladas não se limitam a um pequeno conjunto de valores fixos, como os das tabelas 6.3 e 6.4, mas sim a valores distintos para cada situação simulada.

Tabela 6.4: Valores de  $\mathcal{E}_b/N_0$  para canais CM4, usando pulsos de A3, em dB

Taxa de símbolos	Ordem da modulação	distância (m)				
		3,5	9,0	14,5	20,0	25,5
4 Mbps	binária	91,9	79,3	72,9	68,6	65,4
	quaternária	94,9	82,3	75,9	71,6	68,4
	octonária	96,6	84,0	77,7	73,4	70,2
10 Mbps	binária	83,9	71,3	65,0	60,7	57,4
	quaternária	86,9	74,3	68,0	63,7	60,4
	octonária	88,7	76,1	69,7	65,4	62,2
100 Mbps	binária	63,9	51,3	45,0	40,7	37,4
	quaternária	66,9	54,3	48,0	43,7	40,4
	octonária	68,7	56,1	49,7	45,4	42,2

### 6.3.5.3 Correlações

Realiza as seis correlações do sinal recebido com as formas de onda esperadas (*templates*), no instantes de provável melhor recepção indicadas pelo módulo Gerador de Canal.

### 6.3.5.4 Soma

Faz a soma não-ponderada e coerente das 6 correlações obtidas e decide pela informação recebida.

### 6.3.5.5 Decisão

A informação recebida é comparada com o dado binário transmitido e a contagem de erros é atualizada.

## 6.3.6 Resultados

### 6.3.6.1 Interpretação

As simulações seguiram um padrão tal, de forma que cada esquema fosse testado na transmissão de até  $10^6$  bits. Desta forma nos é possível observar ocorrências

de erros de bit correspondendo a taxas (BER) até da ordem de  $10^{-6}$ . Assim, deve-se atentar para o fato de que simulações que não apresentaram erro em bit algum, correspondendo a uma BER estimada abaixo de  $10^{-6}$ , aparecem nos gráficos como uma linha interrompida, ou mostrando apenas os pontos em que a BER medida é maior ou igual a  $10^{-6}$ . As simulações de taxas de transmissão menores ou iguais a 1 Mbps apresentaram contagem de erro zero (ou seja,  $BER < 10^{-6}$ ) para todos os esquemas de modulação em todas as situações e por isto não serão apresentadas. As figuras 6.4 a 6.10 mostram os resultados das simulações realizadas.

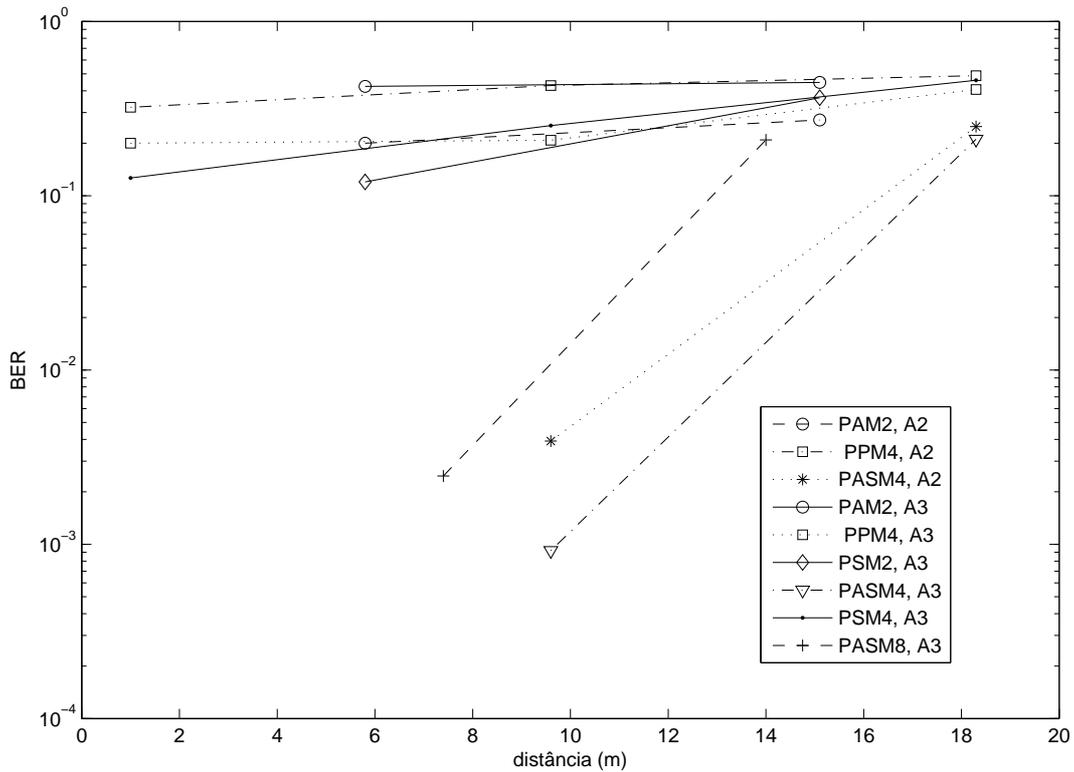


Figura 6.4: Desempenho de diversos esquemas em canal CM2 a 10 Mbps.

Pelas figuras 6.4 e 6.5 percebe-se que o melhor desempenho em canais residenciais NLOS (CM2) é alcançado pelo esquema de modulação PASM4, baseado nos pulsos do conjunto A3. Na figura 6.5 distingue-se nitidamente o desempenho de esquemas binários do desempenho de esquemas quaternários e octonários, com a superioridade dos últimos. Na figura 6.4 nota-se no entanto que, a 10 Mbps, os esquemas binários PSM2, com pulsos de A2, e PPM2, com um pulso de A3, apresentam desempenhos de razoável a bom, chegando a  $BER < 10^{-6}$  à distância de 9 m.

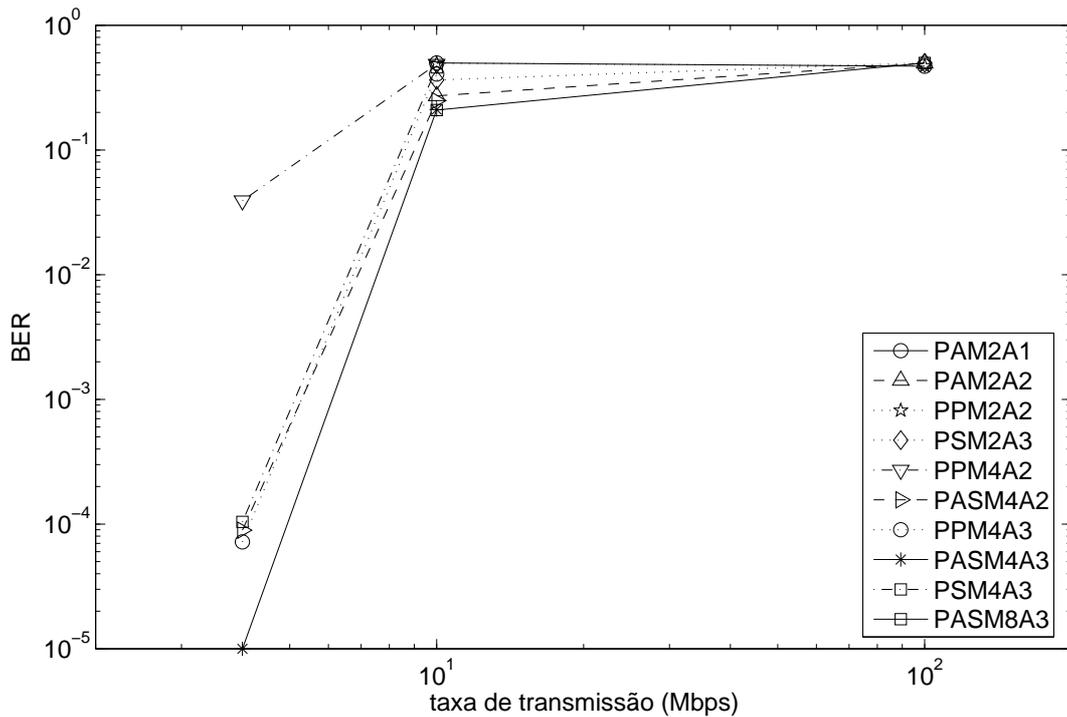


Figura 6.5: Desempenho de diversos esquemas em canal CM2 em torno de 17,5 m

Na figura 6.6 comparam-se, no mesmo ambiente residencial NLOS a 10 Mbps, diversos esquemas baseados nos pulsos do par A2, confirmando a superioridade do esquema PASM4-A2. Isto nos leva à conclusão de que esta superioridade não se deve intrinsecamente ao uso daqueles pulsos, mas sim à eficiência desta modulação, apenas viabilizada pelo projeto dos mesmos.

Pode-se avaliar o esquema PASM4 baseado em um par de A3, comparando-o a outros esquemas que usam o mesmo conjunto, por meio da figura 6.7. O melhor desempenho deste esquema nesta comparação corrobora o argumento a favor de sua superioridade.

Pode-se dizer o mesmo da modulação PSM binária em PSM2-A2, já que, na figura 6.6, esta apresenta comportamento melhor do que suas concorrentes binárias PAM2 e PPM2, usando pulsos do mesmo par A2. No entanto, o comportamento de sua versão baseada nos pulsos de A3, que pode ser avaliado na figura 6.7, deixou a desejar. Isto indica que este esquema de modulação é inadequado para esse tipo de canal quando implementado com os pulsos escolhidos de A3.

Em canais obstruídos (NLOS) em arquiteturas de escritório, CM4, ocorrem duas situações distintas. Na primeira, ilustrada na figura 6.8, ocorre que, à altíssima

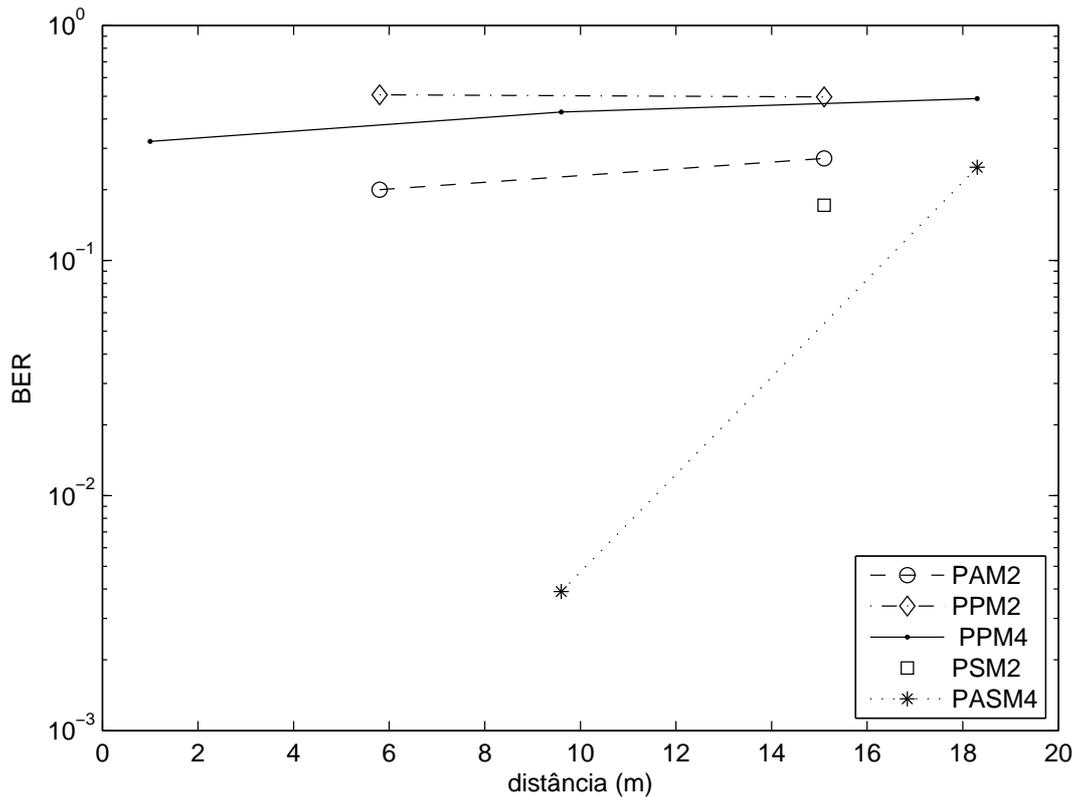


Figura 6.6: Desempenho de diversos esquemas com pulsos de A2 em canal CM2 a 10 Mbps

taxa de 100 Mbps, somente os esquemas PAM2 (com qualquer dos pulsos usados), PPM4-A1, PPM2-A1 e PSM2-A2 conseguem operar satisfatoriamente à distância de 3,5 m, com BER abaixo ou da ordem de  $10^{-6}$ . À distância de e 9 m, a BER já é comprometedora, sendo o melhor desempenho o de PAM2-A3 (na figura 6.8), de cerca de  $5 \times 10^{-2}$ , considerada crítica.

Na segunda situação, que pode ser analisada na figura 6.9, à taxa de 10 Mbps e a 25,5 m, temos a prevalência de esquemas de ordens de modulação superiores – PASM4-A2, PPM4-A3, PASM4-A3, PSM4-A3 e PASM8-A3 –, cujos pontos na abcissa de 10 Mbps (figura 6.9) não aparecem por terem apresentado  $BER < 10^{-6}$ . A exceção fica por conta de PPM4-A1, que obteve  $BER = 3 \times 10^{-6}$ . Nas mesmas condições, PAM2, com pulsos de A3 ou A1, e PPM2, com o pulso de A1, também se comportam muito bem, com  $BER < 10^{-5}$ . Cabe ressaltar que, no modelo de canal CM2, a 100 Mbps, nenhum esquema se mostrou razoável, sendo as taxas de erro sempre próximas a 50%.

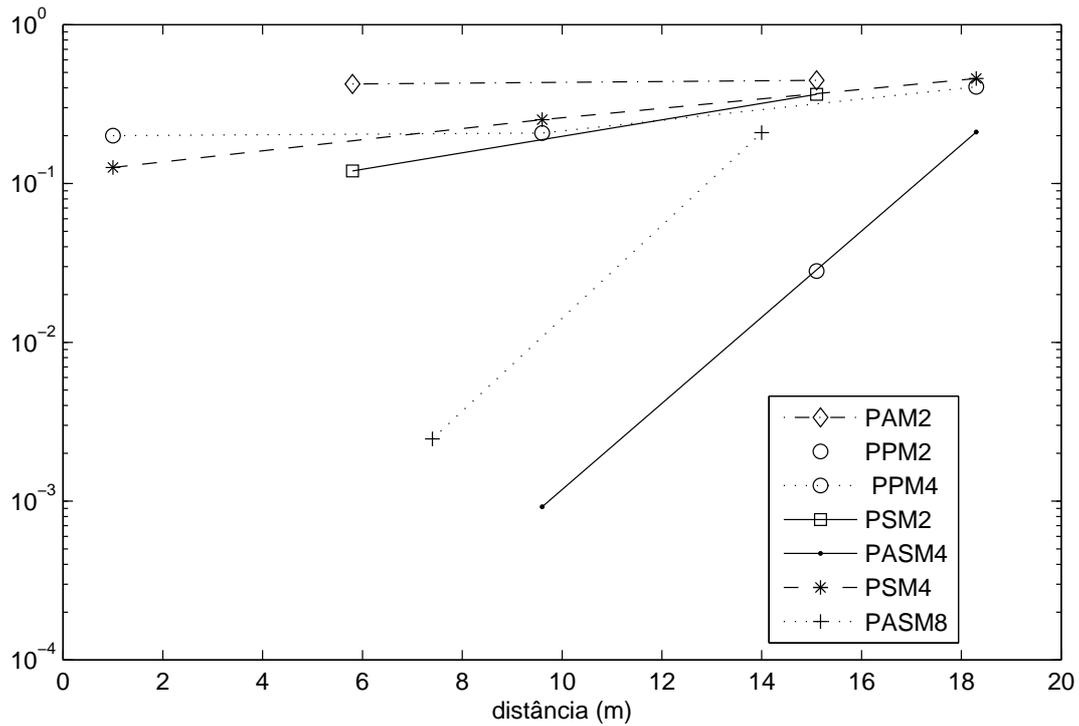


Figura 6.7: Desempenho de diversos esquemas com pulsos de A3 em canal CM2 a 10 Mbps

### 6.3.6.2 Análise

Tomando como ponto de partida a análise das principais características dos modelos CM2 e CM4 realizada na seção 6.3.1, com base nos parâmetros resumidos na tabela 6.1, podemos investigar as causas das diferenças de desempenho nos dois tipos de canal nas diversas condições de taxa de transmissão e distância.

Aquela análise preliminar apontou duas grandes diferenças nos modelos: a relação sinal-ruído normalizada, representada por  $\mathcal{E}_b/N_0$ ; e a interferência intersimbólica (ISI). A importância da primeira é inquestionável, como deixam claro as tabelas 6.3 e 6.4, na seção 6.3.5.2.

A segunda diferença, por envolver uma característica dos canais com multipercursos ausente no modelo de canal aditivo gaussiano, permite explicar comportamentos não observados naquele modelo. Para melhor ilustrar o efeito da ISI sobre o desempenho geral dos esquemas de modulação, consolidamos os desempenhos de alguns desses esquemas na figura 6.10.

Analisando-se conjuntamente as tabelas 6.2 e 6.3 entende-se por que todos os esquemas falharam em CM2 a 100 Mbps. Nesta situação temos as menores

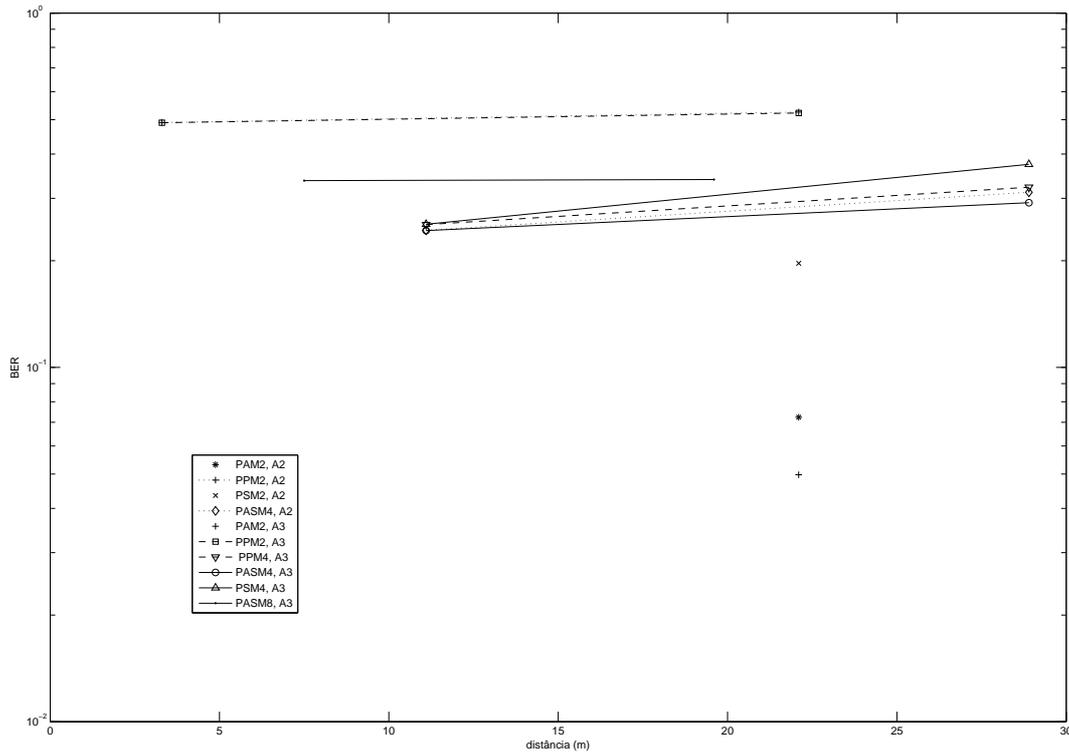


Figura 6.8: Desempenho de diversos esquemas com pulsos de A2 e A3 em canal CM4 a 100 Mbps

relações sinal-ruído simuladas e, principalmente, a ocorrência de ISI é certa e intensa, variando de uma média de pelo menos 3 até um máximo de 30 símbolos sobrepostos.

Quando migramos da taxa de 100 Mbps para a de 10 Mbps, além de um acréscimo de 20 dB na  $\mathcal{E}_b/N_0$  de todos os esquemas, ganhamos com a diminuição da ocorrência de símbolos sobrepostos. Na situação das modulações binárias, passa-se de uma média de 7 símbolos simultaneamente presentes no receptor para apenas 1 (ausência de ISI), com um máximo de 3. Com as modulações quaternárias esse máximo é de 2, ou seja, é uma situação praticamente livre de ISI. A vantagem dos esquemas de ordem de modulação superior apresentarem menos ISI do que os binários, aliada a um acréscimo 3 dB de  $\mathcal{E}_b/N_0$  explica parcialmente o melhor desempenho de PASM4 observado na seção anterior. O fato de também ter sido esse esquema melhor do que o PASM8 possui outra razão, explicada a seguir.

Em ambos os esquemas, devido à codificação ótima usada, símbolos antipodais (de correlação cruzada  $r = -1$ ), que estão envolvidos no caso menos sujeito a erros, têm uma contribuição de 100% de bits errados (em caso de erro, os dois bits transmitidos em PASM4 ou os três bits em PASM 8 são recebidos com erro). Os

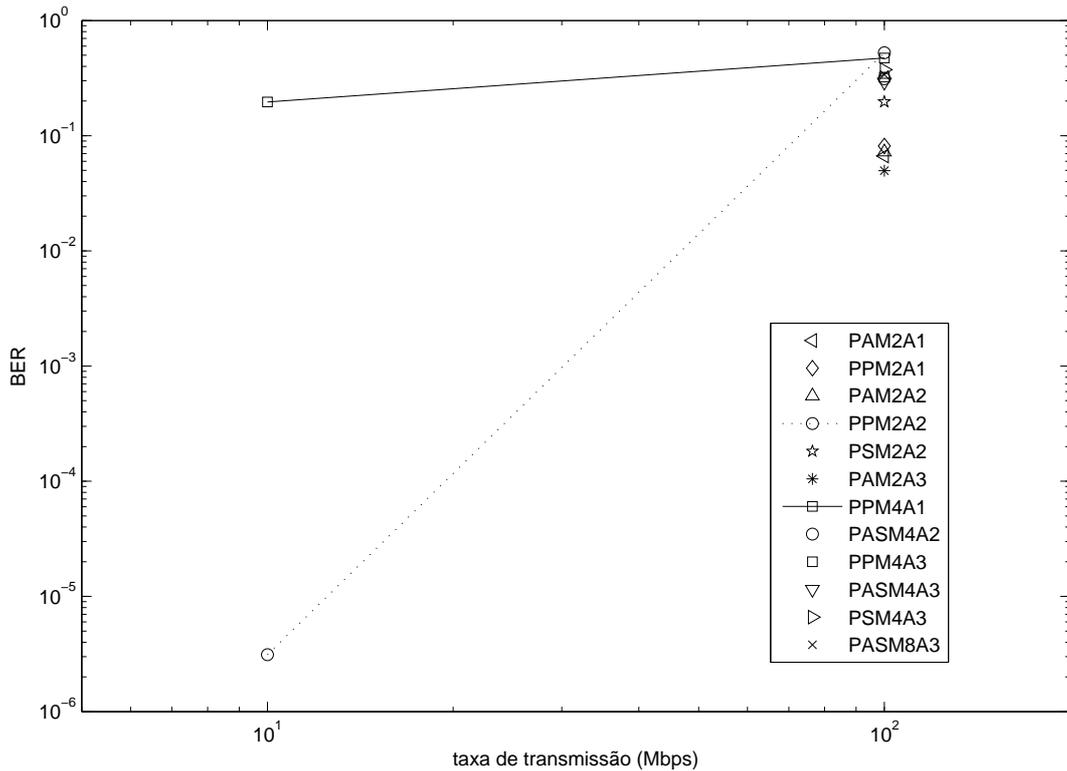


Figura 6.9: Desempenho de diversos esquemas em canal CM4 em torno de 21 m

casos de símbolos baseados em formas de onda ortogonais ( $r = 0$ ) leva a erros de 1 em 2 bits em PASM4, e a erros de 1 ou 2 bits em três, em PASM8 (uma média de 50% de erros em cada caso). A diferença está em que a probabilidade de erro de símbolos ( $P_s$ ) é maior em PASM8, já que este apresenta 3 correlatores de sinais ortogonais (correspondendo a 6 possíveis símbolos errados) competindo com o correlator que corresponde ao símbolo certo, enquanto em PASM4 há apenas 1 correlator na mesma situação (correspondendo a 2 símbolos errados possíveis).

Esta queda de desempenho com o aumento de ordem da modulação decorre do fato de ser a modulação PASM biortogonal, ou seja suas correlações entre símbolos não são homogêneas. Neste caso, com o aumento da ordem, o número de pares de símbolos com correlações nulas entre si cresce mais do que o número de símbolos antipodais, o que faz com que a probabilidade de erro aumente.

Quanto aos desempenhos no modelo CM4, nas duas situações observadas na seção 6.3.6.1, podem ser melhor entendidos estudando-se as tabelas 6.2 e 6.4. Na primeira situação, em que a taxa é de 100 Mbps e as distâncias são de 3,5 e 9 m, vê-se que os valores de  $\mathcal{E}_b/N_0$  disponível não são menores do que aqueles do canal

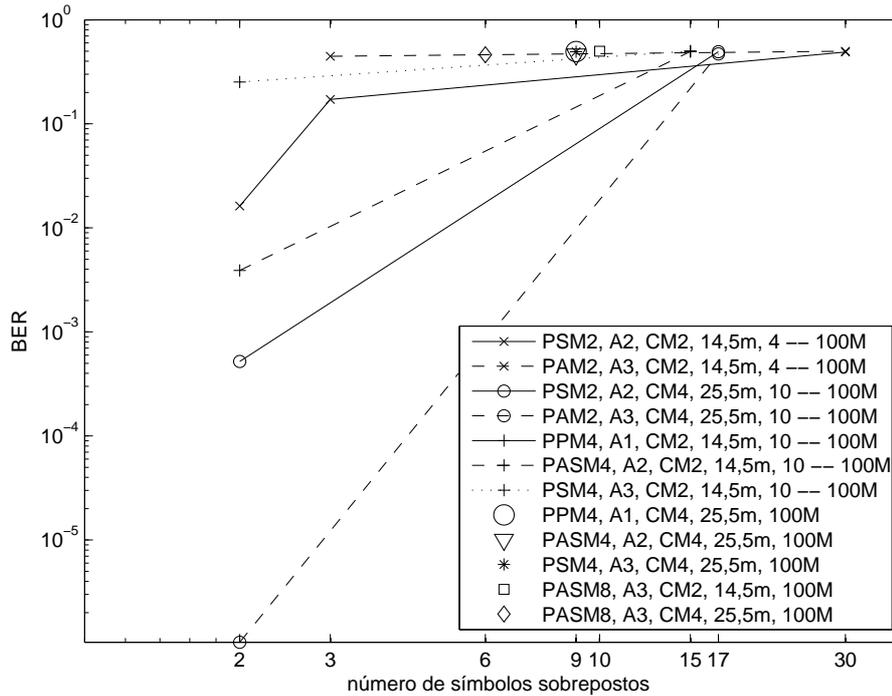


Figura 6.10: Desempenho de esquemas com canais e taxas correspondendo a vários números de símbolos sobrepostos

CM2 a 4 Mbps e a 20 m (tabela 6.4), situações em que PASM4, PASM8 e PSM4 se saíram bem. Descartando então a importância da contribuição do ruído, a hipótese que nos resta é a de que esses esquemas sofreram com a presença de ISI (uma média de 2 e máximo de 6 ou 9 símbolos presentes simultaneamente). Deve-se lembrar que, no modelo CM4, a taxa de chegada de componentes multipercurso é alta (ver tabela 6.1), tornando a sobreposição de símbolos potencialmente mais nociva.

Na segunda situação observada, com 10 Mbps a 25,5 m, temos relações sinal-ruído 6,5 dB abaixo da situação anterior a 3,5 m. Por outro lado, há redução drástica de ISI em sistemas binários (o número máximo de símbolos sobrepostos cai para 2) e sua total eliminação em sistemas quaternários ou octonários. Isto comprova a hipótese de que a presença de ISI forte compromete o desempenho dos esquemas baseados em dois ou quatro pulsos ortogonais.

## 6.4 Conclusão

Neste capítulo inicialmente apresentamos o resultado da simulação de desempenho das novas técnicas de modulação propostas neste trabalho ao lado de técnicas convencionais estudadas, usando pulsos básicos de espectro livre em um canal aditivo gaussiano. Dessa simulação concluiu-se promissora em relação às vantagens de se aumentar a ordem da modulação. Por outro lado, verificou-se que o valor negativo de correlação entre os símbolos, usado com aproveitamento do conhecimento do canal (ou seja, sabendo-se se há ou não inversão de polaridade do pulso recebido em relação ao transmitido) tem grande influência no comportamento da BER.

Motivados pelo resultado da seção 6.2, passou-se para a simulação em canal com multipercursos e restrição de banda. Neste ambiente, além da influência do ruído, o sinal recebido pode sofrer interferência dos símbolos transmitidos anteriormente (ISI) e de outras cópias do mesmo pulso que percorreram caminhos diferentes. Isto, aliado à restrição quanto à banda do sinal transmitido, traz implicações quanto à influência de características temporais e espectrais dos pulsos usados e quanto à sensibilidade dos esquemas de modulação a essas formas de interferência.

As simulações mostraram que os esquemas de ordem superior apresentam vantagem nas situações em que a sua menor taxa de transmissão de símbolos elimina ou reduz a quase zero a ocorrência de ISI. Quando isto não ocorre, seu desempenho é fortemente prejudicado por este tipo de interferência.

# Capítulo 7

## Conclusões

### 7.1 Resultados Alcançados

Neste trabalho foi apresentado inicialmente, como contribuição original, o conceito de pulso Hermiteano  $N$ -dimensional. Este conceito coloca em evidência a vantagem de se classificar um sinal de acordo com a ordem mínima dos espaços de Hermite de que o contém, decorrente da máxima concentração em tempo e frequência desses espaços. Além disso, por sua notação vetorial e beneficiando-se de propriedades matemáticas de suas funções-base, a representação dos pulsos Hermiteanos por seus vetores de projeção mostrou ser uma ferramenta fundamental para o tratamento matemático necessário neste trabalho, podendo ser de grande utilidade para outros trabalhos futuros.

No capítulo 3 foi descrito um valioso método, totalmente desenvolvido no âmbito deste trabalho, para a obtenção de conjuntos de pulsos Hermiteanos ortogonais, de ordem determinada a posteriori, minimizando um funcional relacionado à sua ocupação espectral.

Esse método foi direcionado no capítulo 4 para a obtenção de um pulso único e de conjuntos ortogonais de pulsos de espectros compatíveis com as restrições da FCC. Esta compatibilidade, alcançada com eficiência espectral máxima (no sentido da concentração tempo×frequência) dentro de cada caso, é um requisito de grande importância para as implementações práticas e alvo de grande interesse na pesquisa atual.

Novas formas de modulação para UWB foram sugeridas no capítulo 5, como

a modulação por formato de pulso (PSM) e a modulação por amplitude e formato de pulso (PASM). Estas formas de modulação constituem alternativas interessantes às formas convencionais, abrindo um leque de possibilidades novas para a transmissão dos dados a serem estudadas. Foi mostrado ainda como se pode fazer projetos meticolosos de esquemas de modulação respeitando-se as características dos pulsos disponíveis, como os esquemas realizados de modulação por posição de pulso (PPM) binários e quaternários.

No capítulo 6 foi mostrado inicialmente o ganho alcançável pelo aumento de ordem em modulações ortogonais. Concomitantemente, mostrou-se o valor do conhecimento do canal para a implementação de esquemas de modulação mais eficientes, como aqueles rotulados como dependentes de polaridade.

As simulações em canais com multipercurso, sob restrições espectrais, mostrou que esquemas de modulação de ordem superior, como por exemplo o PASM4, são os que obtêm o melhor desempenho em canais residenciais sem visada direta (NLOS) por escaparem da interferência intersimbólica (ISI) que acomete os esquemas binários em taxas superiores a 4 Mbps.

Em situações como a dos canais não residenciais (ambientes de escritório) NLOS, à taxa de 100 Mbps, nas quais a redução de taxa de símbolos dos esquemas quaternários e octonários não é suficiente para eliminar a forte ISI presente, esses esquemas tornam-se ineficientes, sendo preferível usar um esquema PAM2 (binário) com um dos pulsos FCC-compatíveis projetados.

## 7.2 Sugestões de Pesquisas Futuras

Os métodos delineados nos capítulos 3 e 4 podem ser usados, adaptados ou não, para obter algumas formas de onda de interesse, como:

- pulso com maior concentração de energia na banda de 20 dB, com  $BW_{20\text{ dB}}/f_c = 7,5/6,85 \sim 1,09$  (para atender ao limite da parte 15 do FCC para outdoor);
- pulso com maior concentração de energia na banda de 10dB, com  $BW_{10\text{ dB}}/f_c \gtrsim 0,2$  (limite mínimo da definição de UWB) para sistemas UWB multibanda com até seis faixas;

Será de grande utilidade realizar simulações com as formas de onda apresentadas nas seções 6.3.3.2 e 6.3.3.3, além de pulsos não-Hermiteanos, como os pulsos compatíveis com a FCC propostos por Luo e Giannakis [20] e dois esquemas de Ghavami e Michael [15] [21]. Estes últimos, apesar de baseados em funções de Hermite, não são pulsos Hermiteanos no sentido definido nesta tese, além disso, precisam ser adaptados para compatibilização com a FCC. Essas simulações, sobre os mesmos esquemas de modulação usados na seção 6.3 servirá para mensurar a influência da moldagem do pulso sobre a eficiência da transmissão.

Um outro trabalho poderia explorar a paralelização ou multiplexação de dados sugeridas na seção 5.3.3. Essa alternativa relaciona-se com o presente trabalho por fazer uso de formas de onda ortogonais; não se tratando, no entanto de modulação, pois a forma de onda utilizada não está condicionada à informação transmitida.

# Referências Bibliográficas

- [1] SILVA, J. A. N. D., CAMPOS, M. L. R. D., “Orthogonal Pulse Shape Modulation for Impulse Radio”. In: *Proceedings of the International Telecommunications Symposium - ITS2002*, v. 1, pp. 916–921, Natal, RN, Brasil, Sep. 2002.
- [2] SILVA, J. A. N. D., CAMPOS, M. L. R. D., “Method for Obtaining Spectrally Efficient Orthogonal UWB Pulse Shapes”. In: *Proceedings of the International Telecommunications Symposium - ITS2006*, v. 1, pp. 812–817, Fortaleza, CE, Brasil, Sep. 2006.
- [3] SILVA, J. A. N. D., CAMPOS, M. L. R. D., “Spectrally Efficient UWB Pulse Shaping with Application in Orthogonal PSM”, *IEEE Transactions on Communications*, , 2007.
- [4] SILVA, J. A. N. D., CAMPOS, M. L. R. D., “Performance Comparison of Binary and Quaternary UWB Modulation Schemes”. In: *Proceedings of the Global Telecommunications Conference - Globecom 2003*, v. 2, pp. 789–793, San Francisco, CA, USA, Dec. 2003.
- [5] JACKSON, J. D., *Mathematics for Quantum Mechanics*, Lecture Notes and Supplements in Physics. 1 ed. New York, NY, USA, W. A. Benjamin, Inc., 1962.
- [6] BUTKOV, E., *Mathematical Physics*. 1 ed. Reading, MA, USA, Addison Wesley, 1968.
- [7] HLAWATSCH, F., *Time-Frequency Analysis and Synthesis of Linear Signal Spaces*, The Kluwer International Series in Engineering and Computer Science. 1 ed. Boston/Dordrecht/London, Kluwer Academic Publishers, 1998.

- [8] CONROY, J. T., LOCICERO, L., UCCI, D. R., “Communication techniques Using Monopulse Waveforms”. In: *Military Communications Conference Proceedings - MILCOM'99*, v. 2, pp. 1181–1185, Atlantic City, NJ, USA, Nov. 1999.
- [9] FLANDRIN, P., “Maximum signal energy concentration in a time-frequency domain”. In: *Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustic, Speech and Signal Processing – ICASSP '88*, v. 4, pp. 2176–2179, New York, NY, USA, April 1988.
- [10] DAUBECHIES, I., “Time-frequency localization operators: A geometric phase space approach”, *IEEE Transactions on Information Theory*, v. 34, n. 1, pp. 605–612, July 1988.
- [11] PARKS, T. W., SHENOY, R. G., “Time-frequency concentrated basis functions”. In: *Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustic, Speech and Signal Processing – ICASSP '90*, v. 5, pp. 2459–2462, Albuquerque, NM, USA, April 1990.
- [12] ANÔNIMO, “Revision of Part 15 of the Commission’s rules Regarding Ultra-Wideband Transmission Systems”, *Federal Communications Commission, ET Docket*, , 2002.
- [13] SCHOLTZ, R. A., “Multiple Access with Time-Hopping Impulse Modulation”. In: *Military Communications Conference Record - MILCOM'93*, v. 2, pp. 447–450, Boston, MA, USA, Oct. 1993.
- [14] PROAKIS, J. G., *Digital Communications*. 4 ed. New York, NY, USA, McGraw-Hill, 2001.
- [15] MICHAEL, M. G. L., KOHNO, R., “Hermite Function Based Orthogonal Pulses for UWB Communications”. In: *Proceedings of the IEEE Wireless Personal Multimedia Conference - WPMC 2001*, v. 1, pp. 437–440, Aalborg, Denmark, Sep. 2001.
- [16] OPPERMAN, I., HÄMÄLÄINEN, M., IINATTI, J., *UWB Theory and Applications*. 1 ed. West Sussex, England, John Wiley & Sons, 2004.

- [17] FOERSTER, J., LI, Q., *UWB Channel Modeling Contribution from Intel*, Report, Intel Research and Development, 2002.
- [18] SALEH, A., VALENZUELA, R., “A Statistical Model for Indoor Multipath Propagation”, *IEEE Journal on Selected Areas of Communications*, , 1987.
- [19] MOLISCH, A. F., BALAKRISHNAN, K., CHONG, C.-C., EMAMI, S., FORT, A., KAREDAL, J., KUNISH, J., SCHANTZ, H., SCHUSTER, U., SIWIAK, K., *IEEE 802.15.4a Channel Model – Final Report*, Report, IEEE, 2004.
- [20] XILIAN LUO, L. Y., GIANNAKIS, G. B., “Designing Optimal Pulse-Shapers for Ultra-Wideband Radios”, *Journal of Communications and Networks – Special Issue on Ultra-Wideband (UWB) Communications*, v. 5, n. 4, pp. 344–353, December 2003.
- [21] GHAVAMI, L. M. M., KOHNO”, R., “Effect of Timing Jitter on Hermite Function Based Orthogonal Pulses for Ultra Wideband Communication”. In: *Proceedings of the IEEE Wireless Personal Multimedia Conference - WPMC 2001*, v. 1, pp. 149–152, Aalborg, Denmark, Sep. 2001.