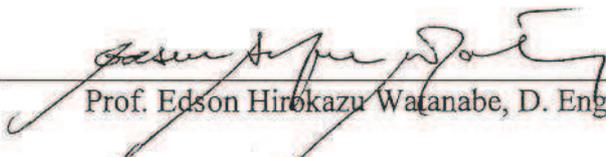


MODELAGEM ANALÍTICA DE UM GCSC - CAPACITOR SÉRIE CONTROLADO  
POR CHAVE AUTOCOMUTADA

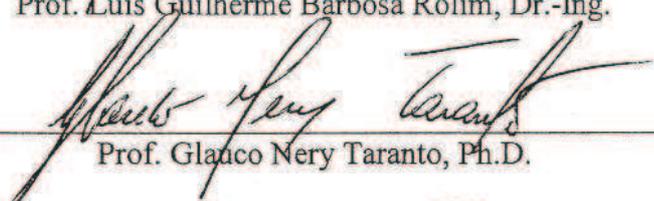
Luiz Felipe Willcox de Souza

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS  
PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE  
FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS  
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM CIÊNCIAS  
EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

Aprovada por:

  
Prof. Edson Hirokazu Watanabe, D. Eng

  
Prof. Luís Guilherme Barbosa Rolim, Dr.-Ing.

  
Prof. Glauco Nery Taranto, Ph.D.

  
Dr. Sergio Gomes Júnior, D. Sc.

  
Prof. Luiz Cera Zanetta Júnior, D. Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

FEVEREIRO DE 2007

SOUZA, LUIZ FELIPE WILLCOX DE

Modelagem Analítica de um GCSC – Capacitor Série Controlado por Chave autocomutada [Rio de Janeiro] 2007

IX, 153 p., 29,7 cm (COPPE/UFRJ, D.Sc., Engenharia Elétrica, 2007)

Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE

1. Compensação Série Controlável

I. COPPE/UFRJ II. Título ( série )

Lembrete

Se procurar bem, você acaba encontrando  
não a explicação (duvidosa) da vida,  
mas a poesia (inexplicável) da vida.

(Carlos Drummond de Andrade)

*Para Luiz Fernando, meu pai e primeiro modelo;  
Para as Mulheres que são “o início, o fim e o  
meio”: Alzira, minha mãe; Sofia e Alice, minhas  
filhas; Patrícia.*

## AGRADECIMENTOS

O trabalho de pesquisa de tese é recompensador, mas desgastante, com períodos de euforia com os bons resultados alcançados e desânimo frente a problemas aparentemente insolúveis. Apesar deste trabalho ser, na maioria do tempo, solitário, somente com o apoio de várias pessoas foi possível completá-lo.

O Prof. Edson Hirokazu Watanabe me orientou no sentido mais amplo que o termo possa ter. Watanabe sempre foi uma referência segura - é realmente reconfortante saber que se tem alguém como ele a quem recorrer quando parecemos estar em um beco sem saída. Ele me deu liberdade para buscar novos caminhos, mantendo o foco no objetivo que buscávamos. Porém, mais do que a orientação no doutorado ou seus ensinamentos técnicos, Watanabe me mostrou exemplarmente, através de sua conduta ética e dedicação à carreira de cientista, o que é ser um pesquisador.

O Dr. Luiz Alberto da Silva Pilotto sugeriu o tema para esta tese e incentivou entusiasticamente o trabalho de pesquisa e desenvolvimento do GCSC.

O Centro de Pesquisas de Energia Elétrica apoiou a realização deste curso de doutorado, criando um projeto de pesquisa no qual pude desenvolver esta tese. Esse projeto teve o suporte da Eletrobrás e da Chesf.

Vários colegas do Cepel tiveram participação importante nesta pesquisa. José Eduardo esteve ao meu lado desde o início, dando contribuições técnicas, me ouvindo pacientemente e guardando invariavelmente alguma palavra de encorajamento para o final. Ricardo Ross sempre ofereceu sua amizade incondicional, me ajudando a procurar os melhores caminhos e participando de algumas discussões técnicas enriquecedoras (e divertidas). Sergio Gomes contribuiu valiosamente para o entendimento e implementação do modelo de fasores dinâmicos, dando sugestões fundamentais. Os colegas do LABQ (Alex, Igor, Léo e César) me ajudaram a “segurar a peteca” em vários trabalhos que ocorreram paralelamente a esta pesquisa. Ricardo Diniz me deu o impulso inicial no uso do poderoso, mas pouco amigável, *Mathematica*.

Manfredo Lima, da Chesf, com sua larga experiência em aplicações de eletrônica de potência a sistemas elétricos, contribuiu com discussões sobre o tema do capítulo 2.

O Prof. Gerard Ledwich, da Queensland University of Technology, visitou o Cepel em 2006 e foi essencial ao me ajudar a compreender o escopo exato da teoria descrita no capítulo 4, sugerindo idéias que eventualmente se transformaram no capítulo 5 deste

trabalho. Durante as semanas em que Gerard esteve no Cepel, nós passamos várias horas discutindo o problema da modelagem dinâmica do GCSC, nas quais ele demonstrou enorme solidez técnica e um impressionante dom de sempre fazer as perguntas certas (thank you!). O Cepel deu suporte financeiro à cooperação técnica que permitiu sua vinda ao Rio. O Dr. Nelson Martins foi o principal responsável pelos arranjos desta cooperação e por estimular nosso trabalho em conjunto.

Tatiana, colega de doutorado na Coppe, foi fiel parceira na fase de curso das disciplinas. Fábio, outro colega doutorando, também pesquisou o GCSC e participou de várias discussões técnicas e trabalhos sobre o assunto.

Finalmente, meus pais criaram todas as condições para que eu chegasse até aqui. Sofia e Alice, do seu jeito, entenderam que eu tive que abdicar de boa parte do tempo que passaria com elas para me debruçar sobre simulações e equações. Patrícia cerrou fileiras ao meu lado, sendo companheira, me estimulando, me compreendendo e me dando carinho. Na reta final deste trabalho, ela segurou a barra de tocar nossa casa e nossas meninas praticamente sozinha. O amor destas pessoas é o meu maior sustentáculo.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

MODELAGEM ANALÍTICA DE UM GCSC - CAPACITOR SÉRIE CONTROLADO  
POR CHAVE AUTOCOMUTADA

Luiz Felipe Willcox de Souza

Fevereiro/2007

Orientadores: Edson Hirokazu Watanabe

Luiz Alberto da Silva Pilotto

Programa: Engenharia Elétrica

O Capacitor Série Controlado por Chave Autocomutada (GCSC) é um equipamento que utiliza eletrônica de potência para produzir uma reatância capacitiva equivalente variável. Nesta tese, são desenvolvidos modelos analíticos que representam adequadamente o comportamento do equipamento frente a alguns modos de operação e visando ao estudo de diferentes fenômenos. Uma análise paramétrica é feita a partir de equações de regime permanente, culminando com uma comparação de dimensionamento com o Capacitor Série Controlado a Tiristores (TCSC) que mostra diversas vantagens do GCSC sobre o último. Funções de chaveamento são obtidas, utilizando-se tanto métodos convencionais quanto um novo método que elimina completamente oscilações numéricas por fenômeno de Gibbs. O equipamento também é modelado como um sistema linear periódico no tempo, para a avaliação da estabilidade de sua operação periódica em regime permanente. Finalmente, um modelo baseado em fasores dinâmicos é obtido, nas formas não-linear e linear, para análise dinâmica de sistemas contendo um GCSC. Os resultados obtidos são, sempre que aplicável, comparados a resultados de simulações digitais detalhadas do sistema em um programa de transitórios eletromagnéticos (ATP), mostrando a validade dos modelos propostos.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

## ANALITICAL MODELLING OF A GCSC - GATE-CONTROLLED SERIES CAPACITOR

Luiz Felipe Willcox de Souza

February/2007

Advisors: Edson Hirokazu Watanabe

Luiz Alberto da Silva Pilotto

Department: Electrical Engineering

The Gate-Controlled Series Capacitor (GCSC) is a device that uses power electronics to produce a variable equivalent capacitive reactance. In this thesis, analytical models are developed that adequately represent the behavior of the device for different modes of operation and aiming at the study of different phenomena. A parametrical analysis is performed based on steady-state equations, peaking at a rating comparison to the Thyristor-Controlled Series Capacitor (TCSC), that shows some advantages of the GCSC over that device. Switching functions are elaborated, using both conventional and a novel method that completely avoids numerical oscillations due to Gibbs' phenomenon. The device is also modeled as a linear time periodic system, for the evaluation of the stability of its periodic steady-state operation. Finally, a model based on dynamic phasors is developed, both on the non-linear and linear forms, for the dynamical analysis of power systems containing a GCSC. The results obtained are, wherever appropriated, compared to detailed digital simulations performed in an electromagnetic transient simulation program (ATP), showing the validity of the proposed models.

# ÍNDICE

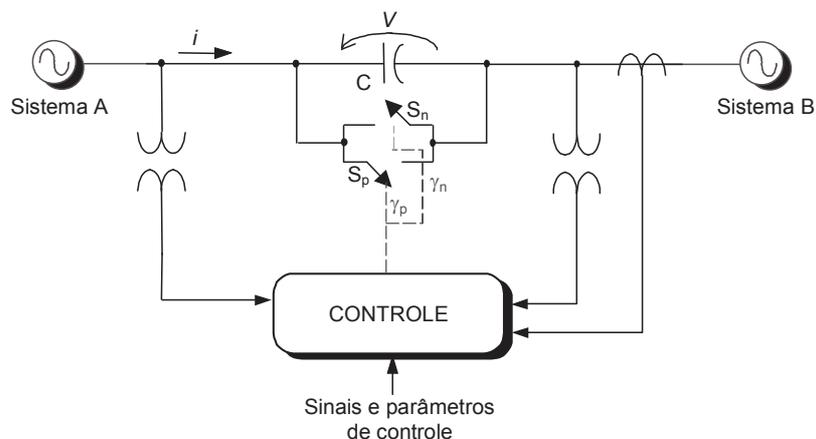
<b>CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1 O CAPACITOR SÉRIE CONTROLADO POR CHAVE AUTOCOMUTADA .....	1
1.2 IDENTIFICAÇÃO DO PROBLEMA.....	5
1.3 OBJETIVO DA TESE .....	6
1.4 DESENVOLVIMENTO DA TESE .....	6
<b>CAPÍTULO 2 - EQUAÇÕES DE REGIME PERMANENTE.....</b>	<b>9</b>
2.1 EQUAÇÕES BÁSICAS DE TENSÃO E CORRENTE.....	9
2.1.1 Capacitor.....	9
2.1.2 Válvula.....	12
2.2 CRITÉRIOS DE DIMENSIONAMENTO .....	13
2.2.1 Modos de operação.....	13
2.2.2 Curva de capacidade.....	13
2.3 COMPARAÇÃO COM O TCSC QUANTO A DIMENSIONAMENTO DOS PRINCIPAIS COMPONENTES DE POTÊNCIA.....	16
2.3.1 Capacitância.....	16
2.3.2 Correntes e Tensões em Situações extremas de operação em regime permanente .....	19
2.4 GCSC E TCSC: ALGUNS CASOS DE ANÁLISE COMPARATIVA .....	23
2.4.1 Operação em regime permanente.....	23
2.4.2 Dimensionamento básico: análise quantitativa.....	27
2.5 CONCLUSÃO .....	31
<b>CAPÍTULO 3 - FUNÇÕES DE CHAVEAMENTO.....</b>	<b>33</b>
3.1 CONCEITOS DE FUNÇÃO DE CHAVEAMENTO .....	33
3.2 FUNÇÕES DE CHAVEAMENTO DO GCSC .....	35
3.2.1 Função de chaveamento convencional.....	35
3.2.2 Função de chaveamento generalizada.....	37
3.2.3 Função de chaveamento eliminando o Fenômeno de “Gibbs” .....	40
3.3 FUNÇÃO DE CHAVEAMENTO PARA CORRENTE NÃO SENOIDAL .....	42
3.4 FUNÇÃO DE CHAVEAMENTO TRIFÁSICA.....	44
3.5 CONCLUSÃO .....	48
<b>CAPÍTULO 4 - MODELO DO GCSC COMO UM SISTEMA LINEAR PERIÓDICO NO TEMPO (SLPT).....</b>	<b>49</b>
4.1 INTRODUÇÃO .....	49
4.2 SISTEMAS LINEARES PERIÓDICOS NO TEMPO.....	50
4.2.1 Teoria de Floquet.....	52
4.2.2 Teoria de Hill .....	55
4.3 MODELAGEM DO GCSC COMO UM SLPT.....	58

4.3.1	<i>O GCSC como um sistema linear periódico no tempo</i> .....	58
4.3.2	<i>Aplicação da teoria de Floquet a um GCSC ligado a fonte de corrente</i> .....	59
4.4	ANÁLISE DE UM GCSC COMPENSANDO LINHA CURTA .....	63
4.4.1	<i>Cálculo de pólos do sistema</i> .....	65
4.4.2	<i>Aproximação do GCSC por um SLIT</i> .....	69
4.5	RESULTADOS DE SIMULAÇÕES .....	74
4.5.1	<i>Controle de corte por ângulo de não-condução <math>\sigma</math></i> .....	74
4.5.2	<i>Controle de corte por ângulo de bloqueio <math>\gamma</math></i> .....	79
4.6	CONCLUSÕES .....	82
<b>CAPÍTULO 5 - ANÁLISE DINÂMICA DO GCSC</b> .....		<b>85</b>
5.1	REVISÃO DE ALGUNS MÉTODOS DE MODELAGEM DINÂMICA DE EQUIPAMENTOS FACTS .....	85
5.2	MÉDIA GENERALIZADA E FASORES DINÂMICOS .....	89
5.3	MODELO NÃO-LINEAR DO GCSC UTILIZANDO FASORES DINÂMICOS .....	92
5.3.1	<i>Desenvolvimento do modelo</i> .....	92
5.3.2	<i>Resultados de simulações do modelo não-linear</i> .....	99
5.4	FENÔMENOS ADICIONAIS QUE INFLUENCIAM O MODELO NÃO-LINEAR .....	107
5.4.1	<i>Discretização do ângulo de corte</i> .....	107
5.4.2	<i>Influência da variação da amplitude da corrente na linha na função de chaveamento</i> ...	110
5.4.3	<i>Distorção harmônica da corrente de linha</i> .....	113
5.4.4	<i>Variação da frequência</i> .....	116
5.5	MODELO LINEAR DO GCSC UTILIZANDO FASORES DINÂMICOS .....	117
5.5.1	<i>Obtenção do modelo linear</i> .....	117
5.5.2	<i>Resultados de simulações digitais</i> .....	119
5.5.3	<i>Função de transferência</i> .....	123
5.6	CONCLUSÕES .....	129
<b>CAPÍTULO 6 - CONCLUSÃO</b> .....		<b>132</b>
6.1	CONSTATAÇÕES FINAIS .....	132
6.2	TRABALHOS FUTUROS .....	135
<b>ANEXO I. EQUAÇÕES DO TCSC</b> .....		<b>145</b>
<b>ANEXO II. FUNÇÃO DE CHAVEAMENTO SEM FENÔMENO DE GIBBS</b> .....		<b>148</b>
<b>ANEXO III. LINEARIZAÇÃO DO MODELO FASORIAL DINÂMICO</b> .....		<b>152</b>

## CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

### 1.1 O CAPACITOR SÉRIE CONTROLADO POR CHAVE AUTOCOMUTADA

O Capacitor Série Controlado por Chave Autocomutada é um equipamento baseado em eletrônica de potência cuja função é prover linhas de transmissão de energia elétrica de compensação série controlada. Seu funcionamento foi estudado detalhadamente em SOUZA (1998). A Figura 1-1 mostra o circuito básico do Capacitor Série Controlado por Chave Autocomutada, que é composto por um capacitor conectado em série com a linha de transmissão, um par de chaves autocomutadas<sup>1</sup> ligadas em anti-paralelo, representadas pelas chaves semicondutoras ideais  $S_p$  e  $S_n$ , e o sistema de controle.



**Figura 1-1: O GCSC - Capacitor Série Controlado por Chave Autocomutada**

O conceito de Capacitor Série Controlado por Chave Autocomutada foi desenvolvido na Universidade Federal do Rio de Janeiro no início da década de 90. Este equipamento se insere na proposta de Sistemas Flexíveis de Transmissão em Corrente Alternada - FACTS<sup>2</sup>, feita por HINGORANI (1988), na qual equipamentos baseados em eletrônica de potência são utilizados para aumentar a controlabilidade dos sistemas de transmissão. A idéia era propor um equipamento para compensação série que tivesse características duais ao reator controlado a tiristor, utilizado em compensadores

<sup>1</sup> Chaves autocomutadas são chaves com capacidade de condução e corte controlados.

<sup>2</sup> Do inglês *Flexible Alternating Current Transmission Systems*.

estáticos (MILLER, 1982). Paralelamente, porém de forma independente, KARADY *et al.* (1993) desenvolveram um estudo sobre capacitores série continuamente controlados, no qual uma das configurações propostas utiliza o mesmo princípio de funcionamento do Capacitor Série Controlado por Chave Autocomutada.

Em 1998, foi publicada na Universidade Federal do Rio de Janeiro uma dissertação de mestrado sobre o Capacitor Série Controlado a GTO<sup>3</sup> (SOUZA, 1998). O nome adotado para o equipamento considerava explicitamente o GTO como a chave a ser usada no futuro desenvolvimento de um Capacitor Série Controlado por Chave Autocomutada. SOUZA *et al.* (1998) cunharam então a sigla pela qual o equipamento passaria a ser conhecido: GCSC, do inglês *GTO Controlled Series Capacitor*.

Posteriormente, novas chaves semicondutoras de potência autocomutadas foram desenvolvidas por diferentes fabricantes. SATOH e YAMAMOTO (2001) descrevem o GTO e o GCT<sup>4</sup> do tipo 666: capacidade de bloquear tensões de 6 kV, capacidade de controlar correntes de 6 kA e diâmetro de 6 polegadas. Desta forma, com a ampliação de possibilidades de chaves semicondutoras autocomutadas a serem usadas<sup>5</sup>, passou-se a adotar um nome mais genérico para o equipamento, que deixasse clara a possibilidade de se utilizar qualquer chave semicondutora com capacidade de autocomutação. Todavia, manteve-se a sigla original – GCSC, cujo significado em inglês passou a ser *Gate-Controlled Series Capacitor*. Daqui por diante, este trabalho utilizará a sigla GCSC para denominar o Capacitor Série Controlado por Chave Autocomutada.

Supondo-se uma corrente  $i$  puramente senoidal alimentando o GCSC, a forma de onda de tensão  $v$  no capacitor é aquela mostrada na Figura 1-2. Na mesma figura, estão mostrados os estados das chaves semicondutoras de potência, para um dado ângulo de corte  $\gamma$ . Conforme já mencionado, as chaves semicondutoras de potência  $S_p$  e  $S_n$  devem ter capacidade de autocomutação, como o GTO, o GCT ou o IGBT<sup>6</sup>. O sistema de controle deve garantir que estas chaves disparem naturalmente, ou seja, sempre que a tensão no capacitor passar por zero. Assim, na Figura 1-2, a transição entre os estados de corte e condução das chaves sempre se dá de forma “natural” (ângulo  $\alpha$ ), tal qual

---

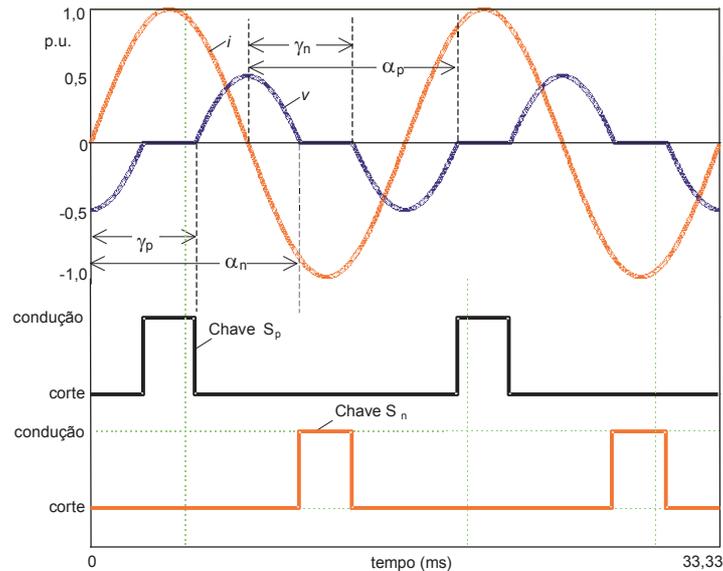
<sup>3</sup> Do inglês *Gate Turn-Off Thyristor*. A sigla utilizada omite o tiristor.

<sup>4</sup> Do inglês *Gate Commutated Thyristor*.

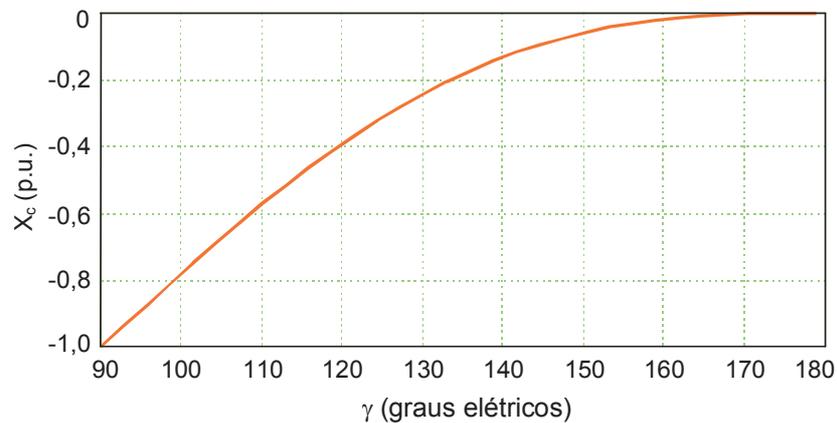
<sup>5</sup> Para uma breve descrição dos tipos de chaves semicondutoras mais usadas em equipamentos FACTS, ver HINGORANI e GYUGYI (2000). Para uma descrição mais detalhada, ver MOHAN *et al.* (1989).

<sup>6</sup> Do inglês *Insulated Gate Bipolar Transistor*.

ocorre com diodos<sup>7</sup>. O corte das chaves é controlado através de um ângulo de corte  $\gamma$ , cuja referência é o cruzamento por zero da corrente  $i$ . O ângulo de corte pode variar entre  $90^\circ$  e  $180^\circ$  elétricos: no primeiro caso, o capacitor está plenamente inserido no circuito e obtém-se a máxima compensação possível; no segundo caso, toda a corrente da linha é desviada do capacitor e a compensação equivalente é nula. Variando-se o ângulo de corte entre estes dois extremos, obtém-se uma impedância equivalente continuamente variável, conforme mostrado na Figura 1-3.



**Figura 1-2: Formas de onda de tensão e corrente e estados das chaves de um GCSC**



**Figura 1-3: Reatância equivalente do GCSC em função do ângulo de corte das chaves semicondutoras autocomutadas**

Através do controle do ângulo de corte das chaves semicondutoras, varia-se a impedância equivalente do compensador. Assim, HINGORANI e GYUGYI (2000) definem o GCSC como um compensador série do tipo “impedância variável”. O

<sup>7</sup> Deve-se ressaltar que, embora as chaves devam funcionar durante o disparo como diodos, não existe chave com capacidade de autocondução e que dispare naturalmente como um diodo. É necessário implementar um controle adequado para tanto, que envolve medição da tensão nas chaves.

Capacitor Série Controlado por Tiristor – TCSC<sup>8</sup> [ver HINGORANI e GYUGYI (2000), LARSEN *et al.* (1994) e TORGERSON *et al.* (1992)]– é outro exemplo de compensador série do tipo “impedância variável”. Tais compensadores têm como característica comum o fato de funcionarem como impedâncias variáveis, controladas pela operação de chaves semicondutoras de potência.

Uma outra filosofia de compensação série controlada é aquela em que os equipamentos utilizam “fontes de tensão”, como o SSSC<sup>9</sup> [ver HINGORANI e GYUGYI (2000) e BARBOSA (1994)]. Nestes casos, uma fonte de tensão controlável é inserida em série com a linha de transmissão, resultando em um compensador mais flexível, porém mais caro.

Em sistemas de transmissão de extra-alta tensão, o GCSC seria tipicamente utilizado em configurações multimódulos (SOUZA *et al.*, 2000), de forma a se minimizar o conteúdo harmônico da tensão de compensação. Mesmo com o surgimento de novas chaves semicondutoras mais potentes, um GCSC possivelmente necessitaria da conexão de diversas chaves em série para formar uma válvula de alta tensão, o que normalmente não é uma tarefa fácil quando se trata de chaves autocomutadas. O fato de o GCSC ser um equipamento de comutação a tensão nula, isto é, como as suas chaves semicondutoras sempre disparam e cortam sob tensão nula, o desenvolvimento de válvulas de alta tensão com diversas chaves semicondutoras de potência em série se torna bem mais simples (WATANABE *et al.*, 2000). Outro aspecto relevante no projeto de válvulas de alta tensão para o GCSC refere-se à elevada taxa de variação de corrente ( $di/dt$ ) a que as chaves semicondutoras são submetidas (NEJAD e ORTMEYER, 1998).

Ao se analisar as figuras anteriores, percebe-se que as formas de onda do GCSC, bem como sua característica de reatância em função do ângulo de corte das chaves semicondutoras, são bastante similares àquelas dos reatores controlados a tiristores utilizados em compensadores estáticos [*e.g.*, (MILLER, 1982), (GYUGYI, 1988), (HINGORANI e GYUGYI, 2000)]. De fato, e retornando à motivação inicial de desenvolvimento do GCSC, este dispositivo é o dual exato do reator controlado a tiristor - TCR<sup>10</sup> (KARADY *et al.*, 1993). O GCSC foi concebido para ser ligado em série com o sistema, enquanto o TCR, originalmente, foi concebido para ser ligado em

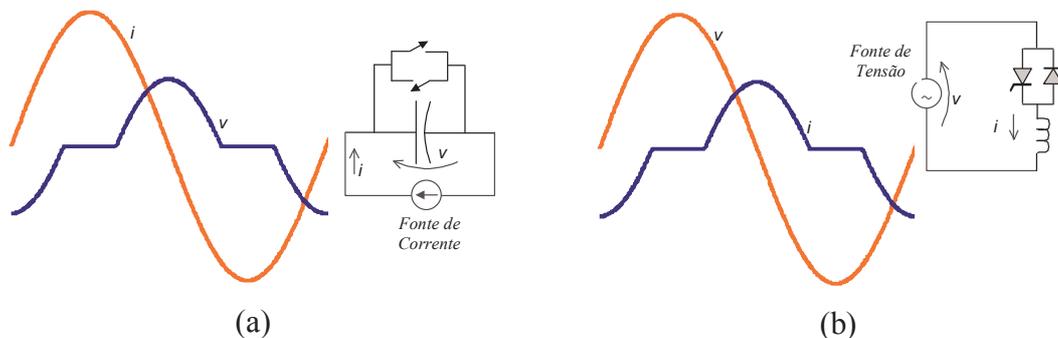
---

<sup>8</sup> Do inglês *Thyristor Controlled Series Capacitor*.

<sup>9</sup> Do inglês *Static Synchronous Series Compensators*.

<sup>10</sup> Do inglês *Thyristor Controlled Reactor*.

derivação<sup>11</sup>. No GCSC, a partir de uma corrente de entrada, varia-se a tensão em um capacitor, enquanto no TCR, a partir de uma tensão de entrada, varia-se a corrente em um reator. No GCSC, chaves semicondutoras conectadas em paralelo com um capacitor regulam a quantidade de corrente que passa por ele, controlando indiretamente sua tensão. No TCR, chaves semicondutoras em série com um indutor regulam a tensão aplicada sobre ele, controlando indiretamente sua corrente. As formas de onda de tensão e corrente no capacitor do GCSC são idênticas às formas de onda de corrente e tensão no indutor do TCR, como se vê na Figura 1-4. Existem ainda diversas outras características duais entre os dois equipamentos (SOUZA, 1998), que sugerem que o GCSC possa ser uma solução adequada para compensação série de linhas de transmissão, assim como o TCR tem sido uma solução adequada para compensação estática em derivação.



**Figura 1-4: Formas de onda de tensão e corrente nos circuitos duais: (a) GCSC; (b) Reator controlado a tiristor**

## 1.2 IDENTIFICAÇÃO DO PROBLEMA

A análise da operação do GCSC feita por SOUZA (1998) e SOUZA *et al.* (2000) utilizou ferramentas de simulação de transitórios no domínio do tempo. O equipamento foi modelado no ATP-EMTP<sup>12</sup> (DOMMEL, 1986), incluindo uma representação detalhada de um sistema de geração de pulsos para as chaves semicondutoras, desenvolvido a partir de um sistema proposto para um compensador estático (LASSETER e LEE, 1982), considerando-se os conceitos de dualidade discutidos. A utilização de ferramentas de simulação no tempo é muito útil na análise de equipamentos de eletrônica de potência, cujo comportamento é complexo e inclui não-linearidades, permitindo que se tenha um perfeito entendimento de como o equipamento funciona (MOHAN *et al.*, 1994).

<sup>11</sup> O TCR também é utilizado em TCSC para compensação série de linhas de transmissão. Mesmo nesta aplicação, o TCR é conectado em paralelo a um capacitor fixo e o conjunto é ligado em série ao sistema.

<sup>12</sup> Do inglês *Electromagnetic Transients Program*.

Porém, as ferramentas de simulação no domínio do tempo não fornecem resultados analíticos, que possam ser usados, por exemplo, em estudos paramétricos ou para projetar controladores para equipamentos de eletrônica de potência (MAKSIMOVIC *et al.*, 2001). Assim, um problema que surge no estudo do GCSC, e que é comum a outros equipamentos FACTS em geral, é como obter modelos analíticos adequados para o equipamento.

### 1.3 OBJETIVO DA TESE

O objetivo desta tese foi obter modelos analíticos apropriados para se estudar o comportamento do GCSC conectado ao sistema elétrico. Particularmente, havia o interesse em se obter um modelo analítico para se estudar a dinâmica do equipamento, tal que se pudesse projetar controladores adequados e utilizá-lo para amortecimento de oscilações eletromecânicas em sistemas de potência.

Dentro deste contexto, destacam-se os seguintes tópicos abordados nesta pesquisa:

- Análise paramétrica das equações de regime permanente;
- Desenvolvimento de funções de chaveamento para o GCSC;
- Obtenção de um modelo baseado na teoria de sistemas lineares periódicos no tempo;
- Obtenção de um modelo para análise dinâmica do GCSC.

### 1.4 DESENVOLVIMENTO DA TESE

O **capítulo 2** desta tese revisa as equações do GCSC operando em regime permanente. Seu objetivo é estabelecer relações de regime permanente para o GCSC em função do ângulo de bloqueio  $\gamma$ , obtendo seus modelos matemáticos mais simples, que possam ser o ponto de partida dos desenvolvimentos subseqüentes feitos neste trabalho. Como exemplo ilustrativo das equações do GCSC, fez-se um estudo paramétrico das grandezas elétricas do equipamento em função da percentagem de compensação série fornecida. Os resultados são usados em uma comparação das características de operação em regime permanente do GCSC e do TCSC. O capítulo culmina com uma comparação de dimensionamento de componentes para os dois equipamentos, tanto para situações de controle de fluxo de potência quanto para aplicações em amortecimento de oscilações eletromecânicas.

O desenvolvimento de funções de chaveamento para o GCSC é o assunto do **Capítulo 3** desta proposta. Os conceitos de função de existência (GYUGYI e PELLY, 1976) e matriz de chaveamento [(GYUGYI e PELLY, 1976) e (WOOD, 1984)] são explorados e uma função de chaveamento é desenvolvida para um GCSC monofásico. Em seguida, o conceito de função de chaveamento generalizada, proposto por PILOTTO (1994), é utilizado para produzir uma nova função de chaveamento em que os efeitos do fenômeno de Gibbs sejam minimizados. Em algumas situações ao longo da pesquisa, particularmente quando é necessário obter formas de onda detalhadas nos componentes do equipamento, é desejável que o fenômeno de Gibbs não seja somente minimizado, mas sim completamente eliminado. Isto é conseguido através do desenvolvimento de uma nova função de chaveamento “modificada”. As modificações necessárias na função de chaveamento para torná-la válida em situações em que a corrente do GCSC não seja puramente senoidal são discutidas. Funções de chaveamento trifásicas são obtidas para o GCSC operando com controle de pulsos individual e equidistante. Os diferentes efeitos das duas estratégias de controle são exemplificados em simulações digitais.

O **Capítulo 4** aborda a análise de estabilidade do GCSC em regime permanente. Para isso, o equipamento é modelado como um sistema linear periódico no tempo (SLPT). Os conceitos de SLPT são revisados, destacando-se duas teorias utilizadas para a análise dos mesmos: a teoria de *Floquet* e a teoria de *Hill*. A teoria de Floquet é aplicada ao GCSC alimentado por fonte de corrente (caso escalar). Em seguida, a teoria de Floquet é aplicada ao problema do GCSC conectado a linha curta (caso vetorial). Os pólos do sistema são calculados numericamente, aproveitando-se o fato da função de chaveamento do GCSC ser formada por degraus. A possibilidade de se obter um equivalente dinâmico invariante no tempo do equipamento cuja matriz constante seja dada por um modelo médio de espaço de estados<sup>13</sup> (MIDDLEBROOK, 1988) é investigada. Os resultados obtidos são comparados a resultados de simulações no EMTP.

A obtenção de um modelo para análise dinâmica do GCSC é o tópico abordado no **Capítulo 5**. É feita uma revisão dos métodos de análise dinâmica de equipamentos FACTS. O GCSC é modelado como um sistema fasorial dinâmico não-linear. Alguns fenômenos adicionais não incluídos no modelo são apresentados e discutidos, com

---

<sup>13</sup> Em inglês, *State Space Averaging Model*.

destaque para a demonstração do efeito da variação de amplitude da corrente na linha sobre o período de não condução das válvulas via surgimento de uma componente contínua transitória na corrente. Posteriormente, o modelo não-linear é linearizado, obtendo-se um modelo linear do GCSC válido para pequenas perturbações. A resposta em frequência do GCSC para variações no seu ângulo de corte é obtida. Todos os resultados obtidos com os modelos desenvolvidos são comparados a resultados obtidos por simulações no ATP.

Finalmente, no **capítulo 6**, apresentam-se as principais conclusões obtidas nesta pesquisa de tese e as proposições de trabalhos futuros.

## CAPÍTULO 2 - EQUAÇÕES DE REGIME PERMANENTE

### 2.1 EQUAÇÕES BÁSICAS DE TENSÃO E CORRENTE

#### 2.1.1 CAPACITOR

A equação básica de tensão no GCSC alimentado por uma corrente senoidal foi deduzida por SOUZA (1998). A Figura 2-1 mostra o circuito básico do GCSC e a Figura 2-2 mostra formas de onda típicas de corrente na linha e tensão no capacitor para um ciclo de forma de onda. Admite-se que a corrente tem valor de pico igual a  $I_p$ , frequência angular igual a  $\omega$  rad/s, e que o GCSC opera com ângulo de corte constante igual a  $\gamma$ . Na Figura 2-2 são indicados os ângulos notáveis: ângulo de corte ou bloqueio ( $\gamma$ ), ângulo de disparo natural ( $\alpha$ ) e intervalo de não condução ( $\sigma$ ).

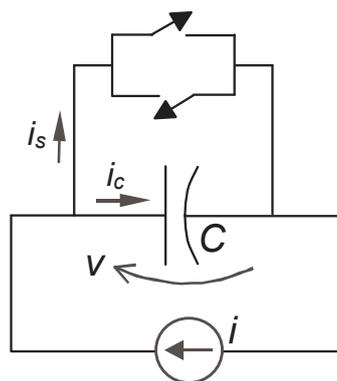


Figura 2-1: Circuito básico do GCSC.

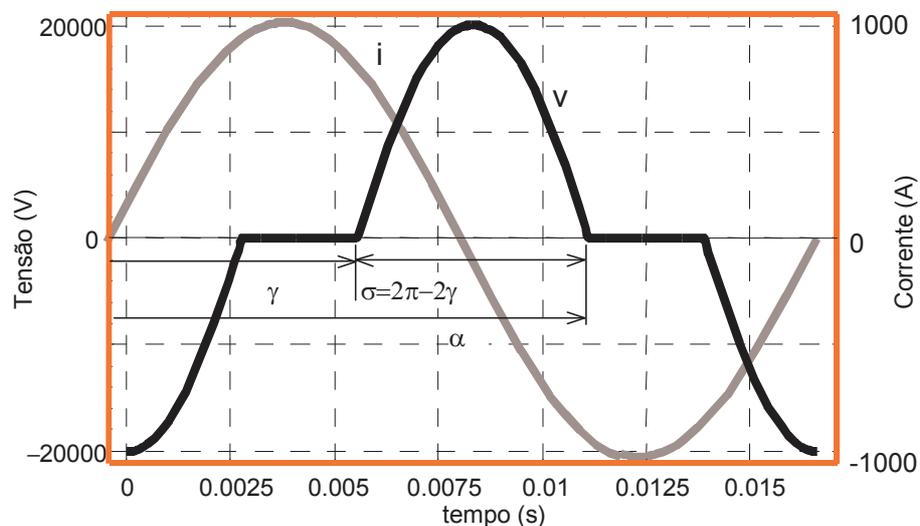
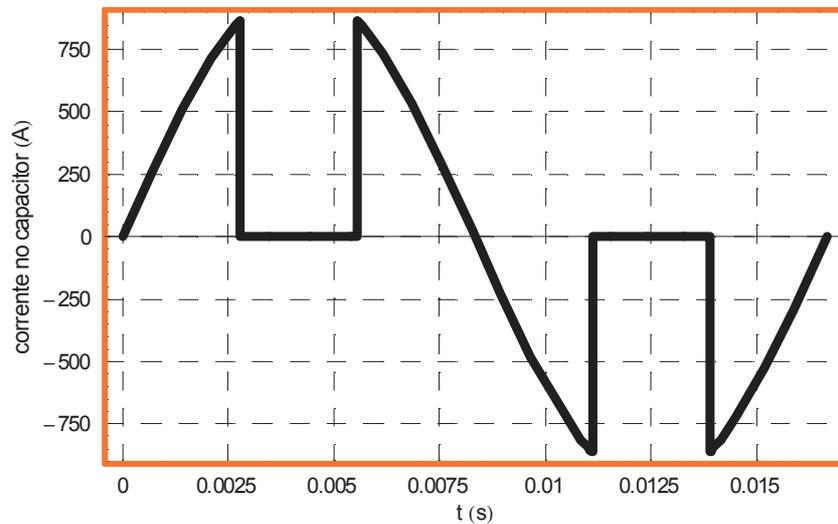
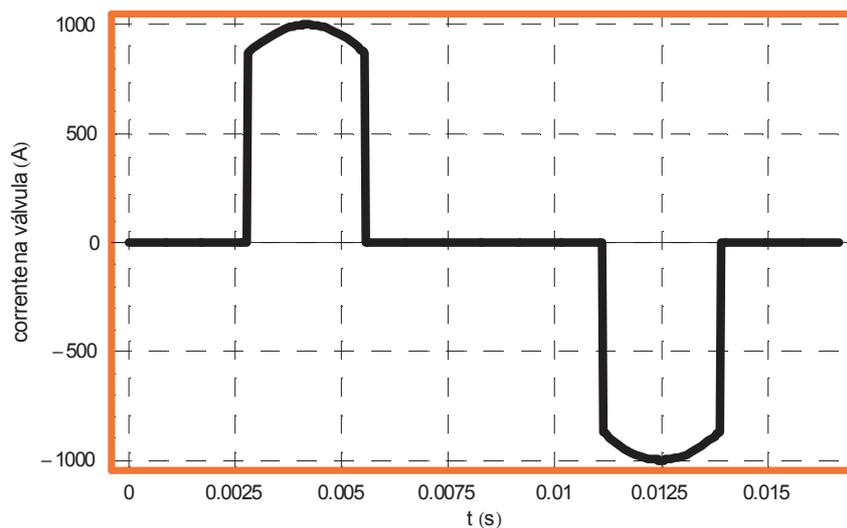


Figura 2-2: Formas de onda de Corrente de Linha e Tensão no Capacitor do GCSC.

A Figura 2-3 mostra um ciclo das formas de onda de corrente no capacitor (a) e corrente nas válvulas (b) do GCSC para as condições descritas.



(a)



(b)

**Figura 2-3: Formas de onda de (a) Corrente no Capacitor e (b) Corrente na Válvula.**

A equação de tensão no capacitor do GCSC é:

$$v(\omega t) = \begin{cases} \frac{I_p}{\omega \cdot C} [-\cos(\gamma) - \cos(\omega t)], & 0 \leq \omega t < \pi - \gamma \\ 0, & \pi - \gamma \leq \omega t < \gamma \\ \frac{I_p}{\omega \cdot C} [\cos(\gamma) - \cos(\omega t)], & \gamma \leq \omega t < 2\pi - \gamma \\ 0, & 2\pi - \gamma \leq \omega t < \pi + \gamma \\ \frac{I_p}{\omega \cdot C} [\cos(-\gamma) - \cos(\omega t)], & \pi + \gamma \leq \omega t < 2\pi \\ v(\omega t + k \cdot 2\pi) = v(\omega t), & k = 1, 2, 3, \dots \end{cases} \quad (2-1)$$

onde  $C$  é a capacitância do GCSC,  $\gamma$  é o ângulo de corte e  $I_p$  é a corrente de pico na linha de transmissão.

A tensão fundamental de pico no capacitor do GCSC é:

$$v_{c1} = \frac{I_p}{\pi \cdot \omega \cdot C} \cdot [2\gamma - 2\pi - \text{sen}2\gamma] \quad (2-2)$$

O valor eficaz da tensão no capacitor é:

$$v_{ef} = \frac{I_p}{\sqrt{2} \cdot \omega \cdot C} \cdot \sqrt{\frac{1}{\pi} \cdot [2 \cdot (2\pi - 2\gamma) + (2\pi - 2\gamma) \cdot \cos 2\gamma + 3 \cdot \text{sen}2\gamma]} \quad (2-3)$$

O valor de pico da tensão no capacitor pode ser facilmente obtido a partir de (2-1), considerando-se o fato de que, para a condição de operação assumida, ele ocorre exatamente no meio do intervalo de não-condução das válvulas. Assim:

$$v_{pico} = \frac{I_p}{\omega \cdot C} \cdot [\cos(\gamma) + 1] \quad (2-4)$$

O valor máximo de tensão eficaz ocorre com ângulo de corte  $\gamma=90^\circ$  ( $\pi/2$  rad), quando o capacitor está plenamente inserido no circuito. Substituindo este valor em (2-3), encontra-se o valor esperado da tensão eficaz, que é  $v_{ef} = I_p / (\sqrt{2} \omega C)$ . O mesmo vale para a tensão de pico, cujo valor máximo também ocorre com ângulo de corte  $\gamma=90^\circ$  ( $\pi/2$  rad). Este valor, se utilizado em (2-4), fornece a tensão de pico máxima, que é  $v_{pico} = I_p / \omega C$ .

A corrente no capacitor pode ser obtida diretamente a partir do princípio de funcionamento do equipamento, ou utilizando-se a equação do capacitor ( $i = C \, dv/dt$ ) e a tensão do mesmo, dada por (2-1):

$$i_c(\omega t) = \begin{cases} I_p \cdot \text{sen}(\omega t), & 0 \leq \omega t < \pi - \gamma \\ 0, & \pi - \gamma \leq \omega t < \gamma \\ I_p \cdot \text{sen}(\omega t), & \gamma \leq \omega t < 2\pi - \gamma \\ 0, & 2\pi - \gamma \leq \omega t < \pi + \gamma \\ I_p \cdot \text{sen}(\omega t), & \pi + \gamma \leq \omega t < 2\pi \end{cases} \quad (2-5)$$

$$i_c(\omega t + k \cdot 2\pi) = i_c(\omega t), \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

O valor de pico da corrente fundamental no capacitor do GCSC é:

$$i_{c1} = \frac{I_p}{\pi} \cdot [2\gamma - 2\pi - \text{sen}2\gamma] \quad (2-6)$$

O valor eficaz da corrente no capacitor é:

$$i_{cef} = \frac{I_p}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{\pi} \cdot [(2\pi - 2\gamma) - \text{sen}2\gamma]} \quad (2-7)$$

O valor de pico da corrente no capacitor se dá no início do período de condução do capacitor. Assim, fazendo  $t=\gamma/\omega$  em (2-5), tem-se:

$$i_{c\ pico} = I_p \cdot \text{sen}(\gamma). \quad (2-8)$$

Mais uma vez, para o caso extremo onde o ângulo de corte é  $\gamma=90^\circ$  ( $\pi/2$  rad), têm-se os valores máximos das correntes de pico e eficaz no capacitor, que valem respectivamente  $I_p$  e  $I_p/\sqrt{2}$ , como esperado.

### 2.1.2 VÁLVULA

Uma rápida inspeção do circuito do GCSC, mostrado na Figura 2-1 (a), permite concluir que a válvula autocomutada, formada por um par de chaves semicondutoras autocomutadas em anti-paralelo, está em paralelo com o capacitor. Desta forma, as equações de tensão, tensão eficaz e tensão de pico para a válvula são idênticas às do capacitor<sup>1</sup>.

A corrente na válvula é facilmente obtida a partir da corrente no capacitor, considerando-se a complementaridade dos períodos de condução de ambos. A corrente na válvula será:

$$i_s(\omega t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq \omega t < \pi - \gamma \\ I_p \cdot \text{sen}(\omega t), & \pi - \gamma \leq \omega t < \gamma \\ 0, & \gamma \leq \omega t < 2\pi - \gamma \\ I_p \cdot \text{sen}(\omega t), & 2\pi - \gamma \leq \omega t < \pi + \gamma \\ 0, & \pi + \gamma \leq \omega t < 2\pi \end{cases}, \quad (2-9)$$

$$i_s(\omega t + k \cdot 2\pi) = i_s(\omega t), \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

O valor eficaz da corrente na válvula é:

$$i_{s\ ef} = \frac{I_p}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{\pi} \cdot [(2\gamma - \pi) - \text{sen}2\gamma]}. \quad (2-10)$$

O valor de pico da corrente na válvula se dá no meio do período de condução da válvula. Assim, exceto na condição de operação de  $\gamma=90^\circ$  ( $\pi/2$  rad), em que a corrente na válvula é nula, tem-se:

$$i_{s\ pico} = I_p \quad (\gamma \neq \pi/2). \quad (2-11)$$

Os valores máximos de corrente eficaz e de pico ocorrem agora para o ângulo de corte de  $\gamma=180^\circ$  ( $\pi$  rad), e valem respectivamente  $I_p/\sqrt{2}$  e  $I_p$ , como esperado.

<sup>1</sup> Caso se deseje conhecer a tensão instantânea em cada uma das chaves semicondutoras ligadas em anti-paralelo na válvula, deve-se lembrar que ambas as equações terão módulos iguais, mas sinais opostos.

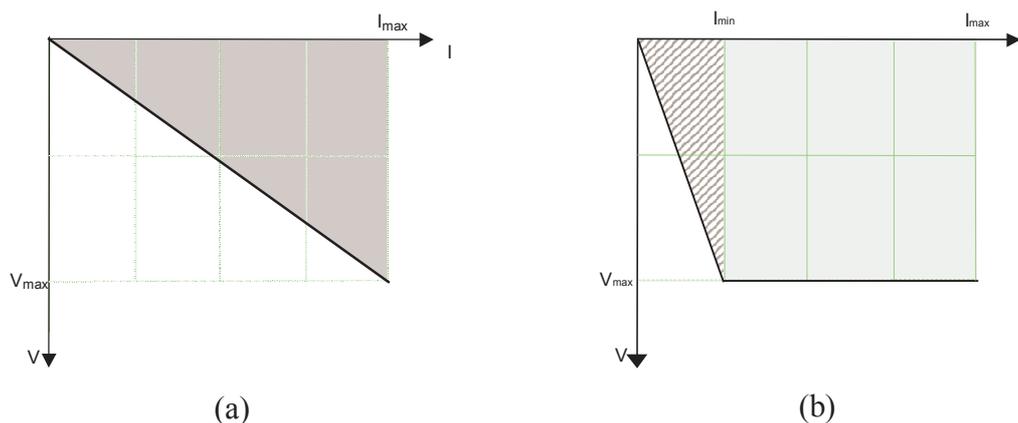
## 2.2 CRITÉRIOS DE DIMENSIONAMENTO

### 2.2.1 MODOS DE OPERAÇÃO

O dimensionamento de um GCSC dependerá diretamente da função que ele irá exercer no sistema de potência. HINGORANI e GYUGYI (2000) propõem dois tipos de modo de operação do GCSC: controle de impedância e controle de tensão de compensação.

No primeiro caso, o GCSC mantém uma reatância equivalente constante para qualquer corrente da linha de transmissão. Nesta situação, o equipamento opera em malha aberta com um ângulo de corte constante.

Já no modo de controle de tensão de compensação, o GCSC varia sua reatância equivalente de forma a manter a tensão no capacitor constante para uma dada faixa de operação da corrente da linha, *i. e.*,  $I_{\min} < I < I_{\max}$ . Quando a corrente de linha atinge  $I_{\min}$ , o GCSC passa a operar com ângulo de bloqueio igual a  $90^\circ$ , atingindo sua reatância máxima. Para correntes de linha inferiores a  $I_{\min}$ , a tensão no equipamento passa a variar proporcionalmente à corrente de linha, uma vez que não se pode aumentar a impedância equivalente do equipamento, por este ter atingido o ângulo de bloqueio mínimo. A Figura 2-2 mostra as relações entre tensão de compensação  $V$  e corrente na linha  $I$  para os dois modos de operação. Note-se a área hachurada na Figura 2-2 (b), indicando a região de operação em modo de controle de impedância.



**Figura 2-4: Relação V-I para (a) modo de controle de impedância e (b) modo de controle de tensão**

### 2.2.2 CURVA DE CAPACIDADE

Um outro aspecto relevante a considerar no dimensionamento de um GCSC é a possibilidade de operar os capacitores transitoriamente em sobrecarga, conforme previsto na norma número 824 do ANSI/IEEE (1985). Como um GCSC pode ser

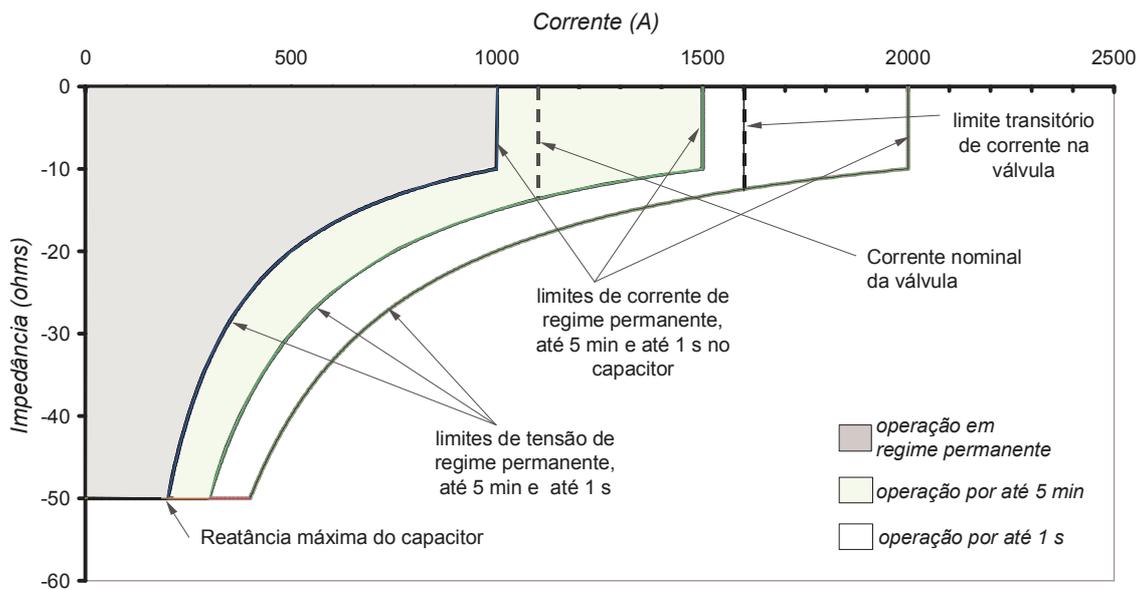
projetado para desempenhar diferentes funções no sistema de potência, como amortecimento de oscilações de potência, controle de fluxo de potência ou mitigação de ressonância subsíncrona, os requisitos de operação podem ser bastante diferentes. Por exemplo, um GCSC projetado para amortecimento de oscilações de potência pode operar em regime permanente com uma baixa reatância equivalente, só precisando aumentar sua reatância por curtos períodos de tempo, quando efetivamente ele estiver amortecendo uma oscilação. Por outro lado, um GCSC projetado para controlar fluxo de potência pode precisar operar em regime permanente com qualquer reatância, dentro de sua faixa de variação de zero à reatância máxima.

É possível considerar para o GCSC limites de operação dependentes do tempo, baseando-se nas características e limitações práticas dos seus componentes. Este procedimento pode levar a projetos mais eficazes e a equipamentos mais baratos.

Existem diversas instalações comerciais de TCSC em várias partes do mundo, com diferentes funções no sistema de potência [HINGORANI e GYUGYI (2000), LARSEN *et al.* (1994), TORGERSON *et al.* (1992) e GAMA *et al.* (2000)]. Estas instalações usam a capacidade transitória de sobrecarga dos capacitores série. Pode-se então traçar uma curva de capacidade do TCSC, em que se determina a impedância equivalente em função da corrente na linha de transmissão (HINGORANI e GYUGYI, 2000). Obviamente, o mesmo pode ser feito com o GCSC.

Usualmente, um GCSC dimensionado para controle de fluxo de potência pode operar em regime permanente com alta reatância e eventualmente até com o capacitor plenamente inserido ( $\gamma=90^\circ$ ). Conseqüentemente, o capacitor do GCSC terá que ser dimensionado para conduzir a corrente total da linha, devendo ter uma capacidade de Mvar suficiente para essa situação. Ao contrário, o GCSC projetado para amortecimento de oscilações de potência e que opere em regime permanente com baixa reatância equivalente só precisará operar com alta reatância e uma quantidade elevada de Mvar por curtos períodos de tempo. Quando as oscilações transitórias são amortecidas, o GCSC pode voltar a operar com baixa reatância equivalente.

A Figura 2-5 mostra uma curva de capacidade típica de um GCSC, admitindo-se uma máxima corrente nominal da linha de 1000 A e utilizando as capacidades de sobrecarga de 5 minutos (1,5 pu) e 1 segundo (2 pu). Nos limites de tensão indicados, o GCSC opera em modo de controle de tensão.



**Figura 2-5: Curva de capacidade típica para um GCSC operando com controle de tensão**

As regiões notáveis identificadas na curva, correspondentes a limites de operação do GCSC, são as seguintes:

- Região de operação em regime permanente, na qual o GCSC pode operar continuamente ;
- Região de operação por, no máximo, 5 minutos, na qual pode-se submeter o capacitor a uma sobrecarga transitória de 1,5 pu (ANSI/IEEE, 1985);
- Região de operação por, no máximo, 1 segundo, na qual pode-se submeter o capacitor a uma sobrecarga transitória de 2,0 pu (ANSI/IEEE, 1985);
- Limite de reatância máxima do capacitor, quando se atinge o ângulo de bloqueio mínimo das válvulas de  $\gamma=90^\circ$ ;
- Limite de corrente nominal do GCSC, correspondente à operação em regime permanente;
- Limite de corrente por, no máximo, 5 minutos, que corresponde à máxima sobrecarga transitória do capacitor de 1,5 pu;
- Limite de corrente por, no máximo, 1 segundo, que corresponde à máxima sobrecarga transitória do capacitor de 2,0 pu;
- Limite de tensão máxima no capacitor para operação contínua;
- Limite de tensão máxima no capacitor para operação por 5 minutos, que corresponde à sobretensão no capacitor de 1,5 pu;

- Limite de tensão máxima no capacitor para operação por 1 segundo, que corresponde à sobretensão no capacitor de 2,0 pu.

Além dos limites de sobrecorrente do capacitor, deve-se considerar a corrente máxima da válvula autocomutada. Dependendo da tecnologia a ser usada, é possível que esta capacidade de sobrecorrente transitória possa ser utilizada por algumas dezenas de ciclos ou até alguns segundos. Assim, dois limites referentes à válvula são mostrados na figura anterior: limite de corrente nominal, válido para o regime permanente, que deve ser um pouco superior ao limite de corrente do capacitor; limite transitório de corrente na válvula, que considera que a mesma pode operar em sobrecorrente por 1 s.

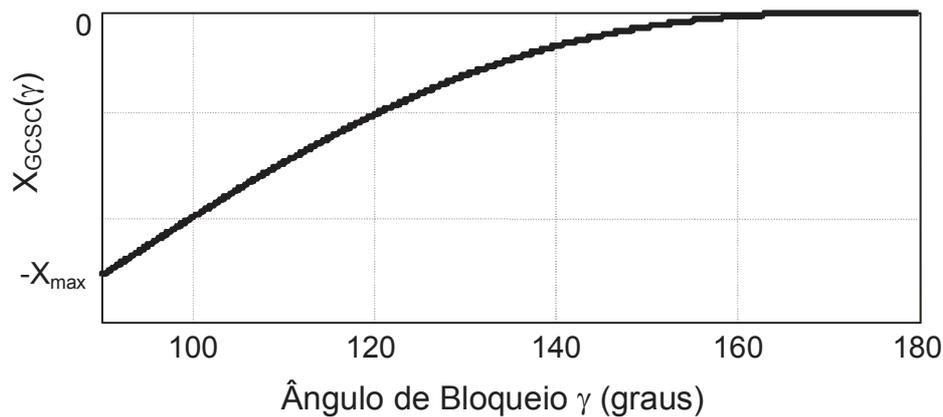
### **2.3 COMPARAÇÃO COM O TCSC QUANTO A DIMENSIONAMENTO DOS PRINCIPAIS COMPONENTES DE POTÊNCIA**

Nesta seção, compara-se o dimensionamento básico de um GCSC com o de um TCSC, supondo condições de operação similares. As equações básicas em regime permanente usadas para o GCSC foram apresentadas na seção 2.1. As equações analíticas de regime permanente para o TCSC relevantes para esta análise são mostradas no Anexo I.

Várias conclusões podem ser tiradas a partir de relações simples de funcionamento do GCSC e do TCSC em regime permanente e considerando suas condições extremas de operação: máxima reatância capacitiva ou, no caso do TCSC, operação em modo indutivo, com condução plena dos tiristores. O material apresentado nesta seção e nas subseqüentes constitui parte de um artigo apresentado na *IEEE PES General Meeting 2003* (SOUZA *et al.*, 2003), no âmbito desta pesquisa de tese.

#### **2.3.1 CAPACITÂNCIA**

A Figura 2-4 mostra a característica de reatância do GCSC, em função do ângulo de corte  $\gamma$ .  $X_{\max}$  é a reatância máxima do GCSC, obtida com um ângulo de corte de  $90^\circ$ , ou seja, com condução plena do capacitor e corrente nula nas válvulas. A reatância mínima do GCSC é zero, obtida com um ângulo de bloqueio de  $180^\circ$ , ou seja, com condução plena das chaves autocomutadas e corrente zero no capacitor.

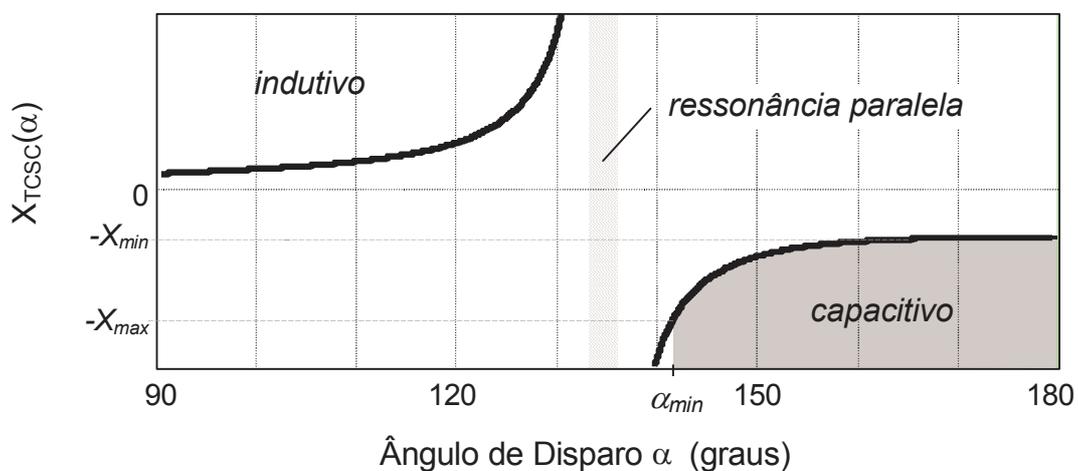


**Figura 2-6: Característica de reatância equivalente do GCSC em função do ângulo de corte  $\gamma$**

Para fazer uma comparação entre o dimensionamento do capacitor de um TCSC com o de um GCSC, algumas hipóteses são feitas:

- Embora o TCSC possa teoricamente operar na região indutiva, ou seja, com ângulo de disparo dos tiristores maior que  $90^\circ$  e menor do que o limite de ressonância paralela, admite-se que o equipamento só opera na região capacitiva. A exceção é para a operação em modo "reator chaveado", quando os tiristores entram em condução plena ( $\alpha=90^\circ$ );
- Considera-se que a máxima reatância de compensação é igual para ambos os equipamentos.

A Figura 2-5 apresenta uma curva típica de impedância para um TCSC, em função do ângulo de disparo  $\alpha$ . A região de operação capacitiva do equipamento está sombreada. Também é mostrado na figura o ponto de ressonância paralela do TCSC (HINGORANI e GYUGYI, 2000).



**Figura 2-7: Característica típica de impedância de um TCSC**

$X_{\max}$  e  $X_{\min}$  são, respectivamente, os valores máximo e mínimo da reatância capacitiva do TCSC.  $X_{\min}$  corresponde à reatância do capacitor, sem condução de corrente pelos tiristores e, conseqüentemente, pelo reator.  $X_{\max}$  corresponde ao valor da impedância paralela equivalente entre o capacitor e o reator controlado a tiristor para o ângulo de disparo  $\alpha_{\min}$ .

O limite mínimo de ângulo de disparo é necessário para evitar que se opere proximamente à ressonância paralela e se submeta o capacitor a sobretensões e sobrecorrentes potencialmente perigosas. Além disso, o TCSC é muito sensível nessa região: pequenas variações no ângulo de disparo produzem grandes variações de reatância equivalente, o que dificulta o ajuste do controle, podendo torná-lo inviável. O sistema de controle de pulsos de disparo dos tiristores deve ser capaz de calcular com precisão o ângulo de fase da corrente na linha de modo a sempre manter o limite do ângulo de disparo mínimo, evitando operação próxima à ressonância, que pode levar à queima de capacitores.

Com as definições de reatância apresentadas, o capacitor do TCSC é dado por:

$$C_{TCSC} = \frac{1}{\omega \cdot X_{\min}} \quad (2-12)$$

onde  $\omega$  é a frequência angular da rede elétrica.

A capacitância do GCSC é obtida a partir da reatância máxima  $X_{\max}$  que o equipamento deve ter e é dada por.

$$C_{GCSC} = \frac{1}{\omega \cdot X_{\max}} \quad (2-13)$$

Comparando ambas as equações, tem-se:

$$\left. \begin{array}{l} X_{\max} = (\omega \cdot C_{GCSC})^{-1} \\ X_{\min} = (\omega \cdot C_{TCSC})^{-1} \end{array} \right\} \therefore \frac{C_{GCSC}}{C_{TCSC}} = \frac{X_{\min}}{X_{\max}} \quad (2-14)$$

O capacitor no GCSC tem uma capacitância menor do que no TCSC. O fator de redução depende da relação entre as reatâncias máxima e mínima no TCSC. Resultado similar foi obtido por ZAO e CZARKOWSKI (1999), quando comparando os dois equipamentos. Se esta relação é igual a 4, a capacitância no GCSC será quatro vezes menor. A Tabela 2-1 mostra as relações entre  $X_{\max}$  e  $X_{\min}$  para algumas instalações de TCSC existentes no mundo. Os dados foram obtidos em HINGORANI e GYUGYI (2000), LARSEN *et al.* (1994), TORGERSON *et al.* (1992), GAMA *et al.* (2000) e JIANBO *et al.* (2005).

Tabela 2-1: Parâmetros de reatância de algumas instalações de TCSC

Localização	$Z_{\min}$	$Z_{\max}$	$Z_{\max}/Z_{\min}$	Função
Kayenta, EUA	15 $\Omega$	60 $\Omega$	4	Controle de fluxo de potência, amortecimento de ressonância subsíncrona e limitação de correntes de curto-circuito
Stöde, Suécia	18,25 $\Omega$	21,9 $\Omega$	1,2	Amortecimento de oscilações eletromecânicas
Slatt, EUA	8 $\Omega$	24 $\Omega$	3	Controle de fluxo de potência, amortecimento de oscilações eletromecânicas e ressonância subsíncrona
Norte-Sul, Brasil	13,27 $\Omega$	39,81 $\Omega$	3	Amortecimento de oscilações eletromecânicas
Chengxian, China	21,7 $\Omega$	54,3 $\Omega$	2,5	Amortecimento de oscilações eletromecânicas

### 2.3.2 CORRENTES E TENSÕES EM SITUAÇÕES EXTREMAS DE OPERAÇÃO EM REGIME PERMANENTE

Para esta análise, considera-se que ambos os equipamentos são alimentados por corrente senoidal com valor eficaz igual a  $I$ . A reatância equivalente do TCSC para um determinado ângulo de disparo  $\alpha$  é  $X_{TCSC}$ , a reatância do reator do TCSC é  $X_L$  e a reatância equivalente do GCSC para um determinado ângulo de bloqueio  $\gamma$  é  $X_{GCSC}$ .

Não se consideram os aspectos práticos dos componentes dos equipamentos, como as capacidades transitórias de sobrecarga dos capacitores. Também não se leva em conta a função que os equipamentos deverão exercer no sistema. O objetivo é tão somente avaliar correntes e tensões máximas em regime permanente, sem se discutir por quanto tempo os equipamentos operarão nestas condições.

A máxima tensão no capacitor do GCSC é puramente senoidal, porque é obtida quando não há condução de corrente pela válvula autocomutada. Já no TCSC, a tensão máxima de compensação terá harmônicos.

Pela hipótese de reatâncias equivalentes máximas idênticas, tem-se que a tensão máxima no capacitor do GCSC é igual à componente fundamental da tensão máxima no TCSC, com ambos os equipamentos operando com reatância máxima. No entanto, o TCSC terá uma tensão eficaz máxima maior do que o GCSC, devido à presença de harmônicos. Assim, tem-se que a tensão eficaz máxima no GCSC é:

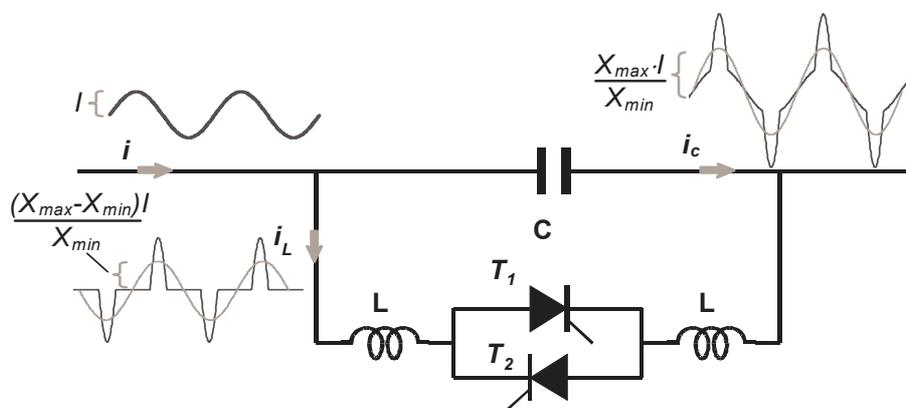
$$V_{\max,GCSC} = X_{\max} I . \quad (2-14)$$

enquanto a tensão eficaz máxima no TCSC é:

$$V_{\max,TCSC} = X_{\max} I \sqrt{1 + (DHT_{\max})^2} . \quad (2-15)$$

onde  $DHT_{max}$  é a distorção harmônica total de tensão no capacitor para a máxima compensação capacitiva do TCSC<sup>2</sup>.

Para se obter a tensão de compensação desejada com o TCSC, é necessário aumentar a corrente no capacitor, tal que ela fique superior à corrente na linha de transmissão. O reator controlado a tiristor é submetido à mesma tensão do capacitor, o que faz com que sua corrente fundamental esteja 180° defasada da corrente no capacitor. Em outras palavras, o reator controlado a tiristor fará circular uma corrente adicional pelo capacitor que terá o efeito de amplificar sua reatância equivalente (efeito *boost*), elevando sua tensão. Assim, na situação de compensação máxima do TCSC, a corrente eficaz fundamental no capacitor é igual à corrente na linha de transmissão somada à corrente fundamental no reator. A Figura 2-8 ilustra o descrito.



**Figura 2-8: Corrente nas válvulas e no capacitor do TCSC operando na região capacitiva**

Assim, a corrente máxima no capacitor do GCSC é a própria corrente na linha:

$$I_{Cmax,GCSC} = I. \quad (2-16)$$

enquanto a corrente máxima no capacitor do TCSC é:

$$I_{max,TCSC} = \sqrt{I^2 + \sum_h [I_{L,h}(\alpha_{min})]^2}, \quad (2-17)$$

onde  $I_{L,h}(\alpha_{min})$  é a corrente no reator para o harmônico  $h^3$ .

Quanto à corrente na válvula, que é idêntica à corrente no reator, há duas possíveis situações para o TCSC:

- Operação na região capacitiva: a Figura 2-8 mostra as formas de onda de corrente no TCSC para esta condição de operação. Admite-se que o TCSC esteja operando com sua reatância de compensação máxima  $X_{max}$ . A análise feita a seguir considera apenas componentes fundamentais. A tensão no TCSC é

<sup>2</sup> Ver o Anexo I para equação de harmônicos de tensão no TCSC.

<sup>3</sup> Ver Anexo I para corrente no reator.

$V_c$ , com uma componente fundamental  $V_{c1}$ . A componente fundamental da corrente no capacitor é:

$$I_{c1,TCSC} = \frac{V_{1,TCSC}}{X_{\min}} = \frac{X_{\max} \cdot I}{X_{\min}}, \quad (2-18)$$

onde letras maiúsculas denotam valores eficazes. Assim, considerando-se a defasagem de  $180^\circ$  entre as correntes no capacitor e no reator, a componente fundamental da corrente no reator será:

$$I_{L1} = |I - I_{c1,TCSC}| = \frac{(X_{\max} - X_{\min}) \cdot I}{X_{\min}}. \quad (2-19)$$

A corrente fundamental no reator será maior do que  $I$  se  $X_{\max} > 2 \cdot X_{\min}$ . Por exemplo, para  $X_{\max} = 4 \cdot X_{\min}$ , a corrente fundamental máxima do reator será  $3 \cdot I$ .

Para o dimensionamento do reator, deve ser considerado o valor eficaz da corrente incluindo todas as componentes harmônicas de  $i_L$ :

$$I_{L\max,TCSC} = \sqrt{I^2 + \sum_h [I_{L,h}(\alpha_{\min})]^2}, \quad (2-20)$$

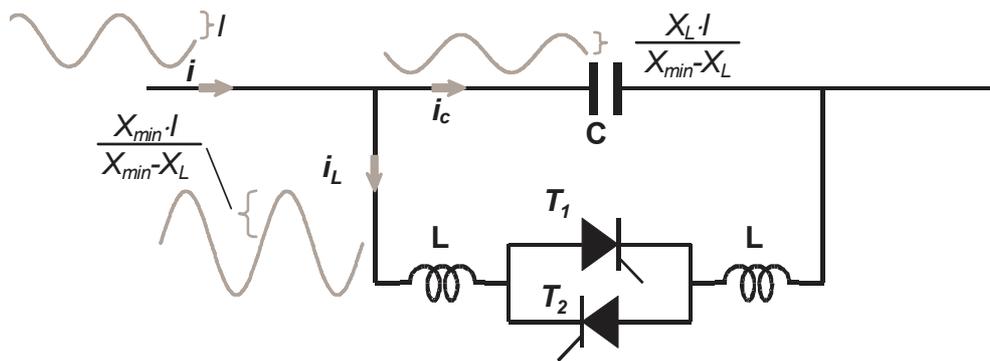
onde  $I_{L,h}(\alpha_{\min})$  é o valor eficaz da componente harmônica  $h$  de  $i_L$ .

- Operação com condução plena dos tiristores: a Figura 2-7 mostra as formas de onda de corrente no TCSC para esta condição de operação. O circuito é uma ligação paralela entre o capacitor e o reator, cujos valores de reatância são tais que a reatância equivalente é indutiva. Como as correntes no capacitor e no reator estão defasadas de  $180^\circ$ , a corrente  $i_L$  no reator necessariamente é maior do que a corrente  $i$  na linha de transmissão. Neste caso, considerando a condução plena dos tiristores, o valor eficaz de  $i_L$  é:

$$I_{L,ind} = \frac{X_{\min}}{X_{\min} - X_L} I. \quad (2-21)$$

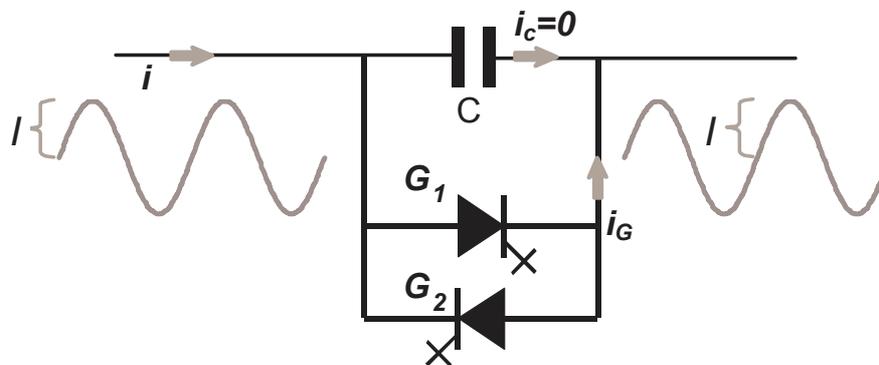
Por exemplo, se  $X_L$  é igual a 20% de  $X_{\min}$ ,  $I_L$  é  $1,25 \cdot I$ .

Das duas situações analisadas, conclui-se que, para valores típicos de reatâncias do capacitor e do indutor do TCSC, e considerando a faixa usual de variação de reatância do mesmo, a situação crítica para dimensionamento é a operação com reatância equivalente capacitiva máxima.



**Figura 2-9: Corrente nas válvulas e no capacitor do TCSC com condução total dos tiristores**

Para o GCSC, a maior corrente na válvula autocomutada ocorre quando seu ângulo de corte  $\gamma$  é igual a  $180^\circ$  e a compensação é nula, como mostrado na Figura 2-10. É fácil constatar que a corrente  $i_G$  nas válvulas terá seu valor eficaz máximo igual à corrente eficaz  $I$  da linha de transmissão à qual o GCSC está conectado.



**Figura 2-10: Corrente nas válvulas do GCSC com condução plena das chaves autocomutadas**

A comparação da corrente nas válvulas de ambos os equipamentos dependerá da relação  $X_{\max}/X_{\min}$  para a qual o TCSC deve ser projetado. Comparando as correntes nas válvulas de um TCSC e de um GCSC equivalente, tem-se que, se  $X_{\max} > 2 \cdot X_{\min}$ ,  $I_{L1} > I$  e a corrente eficaz nas válvulas do TCSC será maior do que a corrente nas válvulas semicondutoras de um GCSC equivalente, admitindo reatâncias máximas de compensação idênticas. Por exemplo, admitindo as hipóteses assumidas nesta discussão, um TCSC com relação de reatância igual àquela do TCSC de Slatt (ver Tabela 2-1), ou seja,  $X_{\max}/X_{\min} = 3$ , terá uma corrente fundamental máxima na válvula duas vezes maior do que a corrente eficaz máxima na linha<sup>4</sup>. Se  $X_{\max} < 2 \cdot X_{\min}$ , então  $I_{L1} < I$ . Porém, nada se pode concluir sobre o valor eficaz de  $i_L$ , que deve ser calculado analiticamente a partir da equação do Anexo I, para que se obtenha de forma precisa o valor de relação

<sup>4</sup> Na realidade, o compensador citado é projetado para operar com controle de tensão, de forma a evitar operação com reatância máxima para valores elevados de corrente de linha.

de reatâncias do TCSC a partir do qual a corrente na válvula do GCSC será maior do que na válvula do TCSC.

Pode-se concluir que para aplicações típicas do TCSC, em que  $X_{max} > 2 \cdot X_{min}$ , a máxima corrente eficaz nas válvulas será maior do que a máxima corrente eficaz nas válvulas autocomutadas do GCSC equivalente, segundo os critérios admitidos nesta análise. Cabe lembrar que o TCSC deverá ter um reator dimensionado para a mesma corrente de sua válvula.

A discussão feita até aqui não menciona valores de pico de corrente, que podem ser importantes no dimensionamento de válvulas autocomutadas. Contudo, através de uma simples inspeção das formas de onda do TCSC (Figura 2-8) e do GCSC (Figura 2-10), é fácil concluir que as válvulas de um TCSC terão que suportar um valor de pico de corrente superior às válvulas autocomutadas do GCSC.

Para comparar as tensões máximas nas válvulas do TCSC e do GCSC, deve-se lembrar que o GCSC é simplesmente um capacitor conectado em paralelo com uma válvula autocomutada. Conseqüentemente, a tensão na válvula do GCSC será idêntica à tensão do capacitor. Portanto, a válvula autocomutada do GCSC deve suportar a mesma tensão máxima do capacitor, que ocorre quando o GCSC está fornecendo sua máxima compensação série.

Por outro lado, o TCSC é formado por um capacitor conectado em paralelo a um reator controlado a tiristor. Na situação de máxima tensão no capacitor, a válvula conduz parcialmente duas vezes por ciclo de 60 Hz. A tensão eficaz no capacitor é igual ao valor eficaz da soma das tensões da válvula e do reator: a tensão no capacitor é chaveada ao longo de um ciclo entre a válvula (situação de não condução) e o reator (situação de condução). Pode-se concluir que a válvula do TCSC deverá ser dimensionada para um valor de tensão eficaz menor do que a válvula autocomutada de um GCSC equivalente. O mesmo raciocínio leva a concluir que a válvula autocomutada do GCSC deve suportar um valor de pico de tensão superior à válvula de um TCSC equivalente.

## **2.4 GCSC E TCSC: ALGUNS CASOS DE ANÁLISE COMPARATIVA**

### **2.4.1 OPERAÇÃO EM REGIME PERMANENTE**

A partir das equações do GCSC e do TCSC apresentadas, a operação em regime permanente de um GCSC e um TCSC equivalentes foi simulada em computador. Foi

considerado que ambos os equipamentos possuem a mesma reatância máxima equivalente. Os dados principais utilizados nas simulações são aqueles da Tabela 2-2. Os dados selecionados para o TCSC são baseados na instalação existente na Interconexão Norte-Sul do sistema elétrico brasileiro, uma linha de 550 kV e 1500 A.

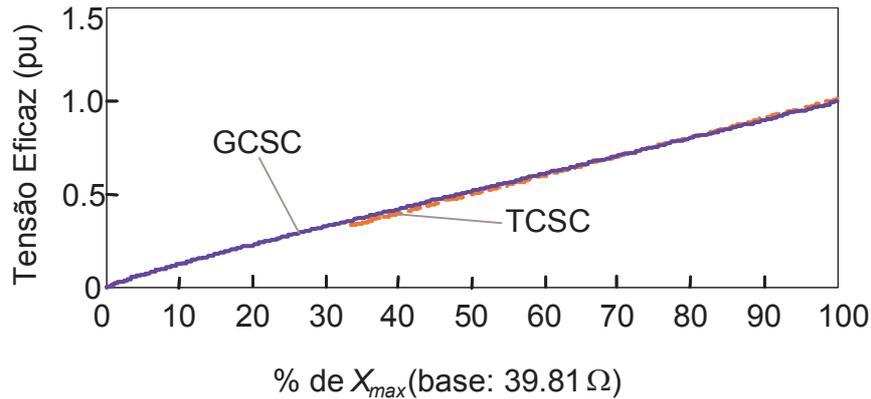
**Tabela 2-2: Dados dos equipamentos utilizados nas simulações**

<b>Parâmetro</b>	<b>TCSC</b>	<b>GCSC</b>
Reatância do Capacitor	13.27 $\Omega$	39.81 $\Omega$
Capacitância	200 $\mu\text{F}$	66.6 $\mu\text{F}$
Reator	3.32 $\Omega$	-
Faixa de Variação da Reatância	13.27- 39.81 $\Omega$	0 - 39.81 $\Omega$

Ambos os equipamentos podem operar em toda a faixa de variação da reatância. Note-se que, pelos princípios de operação diferentes, apesar do limite superior da faixa de variação de reatância ser igual em ambos os equipamentos, o TCSC só consegue diminuir sua reatância equivalente até o limite da reatância do capacitor. No GCSC, o limite mínimo da reatância equivalente é zero, quando o capacitor é desviado pelas chaves semicondutoras.

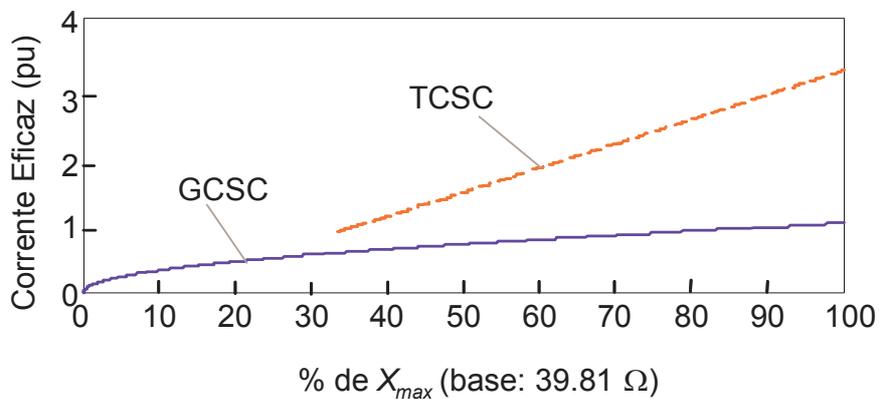
As simulações foram realizadas para diversas reatâncias equivalentes do equipamento. Lembra-se que a reatância equivalente do GCSC é uma função do ângulo de corte  $\gamma$  das chaves (Figura 2-6), enquanto a reatância equivalente do TCSC é uma função do ângulo de disparo  $\alpha$  dos tiristores (Figura 2-7). Para o TCSC, considera-se apenas operação na região capacitiva.

A Figura 2-11 mostra a variação da tensão eficaz nos capacitores do GCSC e do TCSC em função da porcentagem da reatância equivalente do equipamento. Os valores da tensão estão em por unidade da tensão máxima no capacitor. Como o critério adotado para determinar as reatâncias dos equipamentos foi de máxima reatância equivalente e esta é obtida pela relação entre tensão fundamental no equipamento e corrente na linha de transmissão (admitida puramente senoidal), a máxima tensão fundamental dos equipamentos é igual. Nota-se que as curvas são bem parecidas para a faixa de variação de reatância equivalente de ambos. As diferenças se devem a harmônicos na tensão nos diferentes pontos de operação dos dois equipamentos.



**Figura 2-11: Tensão Eficaz nos Capacitores do GCSC e do TCSC em regime permanente, em função da porcentagem da Reatância Máxima**

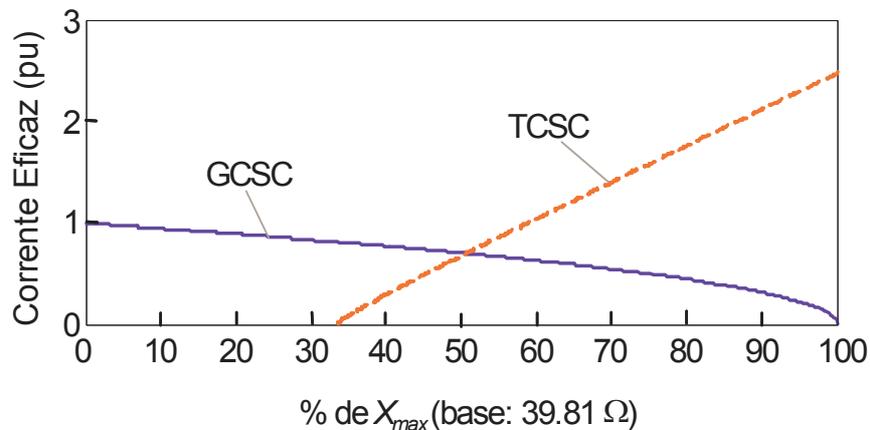
Como a reatância do capacitor é menor, para elevar sua tensão, o TCSC necessita aumentar a corrente do capacitor. A Figura 2-12 mostra as simulações das correntes eficazes nos capacitores de ambos os equipamentos, em valores por unidade da corrente de linha  $I$ . Enquanto a menor corrente no capacitor do TCSC é 1 pu e ocorre quando os tiristores estão abertos (reatância mínima da faixa de operação), esta é a corrente máxima no capacitor do GCSC, que ocorre quando as válvulas estão bloqueadas. A corrente máxima em valores por unidade no TCSC, que ocorre para a máxima compensação série, é ainda numericamente superior à relação entre  $X_{max}$  e  $X_{min}$  do equipamento, devido aos harmônicos da corrente no reator.



**Figura 2-12: Corrente Eficaz nos Capacitores do GCSC e do TCSC em regime permanente, em função da porcentagem da Reatância Máxima**

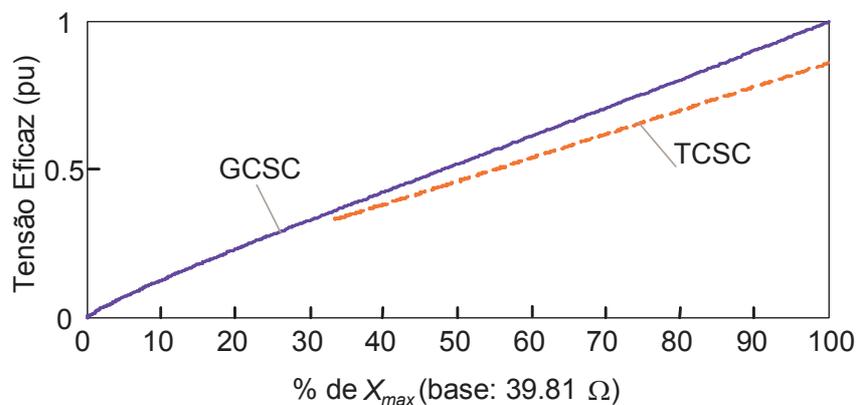
A Figura 2-13 mostra as correntes nas válvulas de ambos os equipamentos, utilizando-se a corrente de linha como valor base. Percebe-se claramente a diferença entre os princípios de operação dos dois: para baixos níveis de compensação, as chaves do GCSC devem desviar bastante corrente do capacitor; para altos níveis de compensação, a maioria da corrente percorre o capacitor. Já no TCSC, baixos níveis de compensação

significam baixa corrente de amplificação fornecida pelo TCR; altos níveis de compensação significam elevada corrente de amplificação.



**Figura 2-13: Corrente Eficaz nas Válvulas do GCSC e do TCSC em regime permanente, em função da porcentagem da Reatância Máxima**

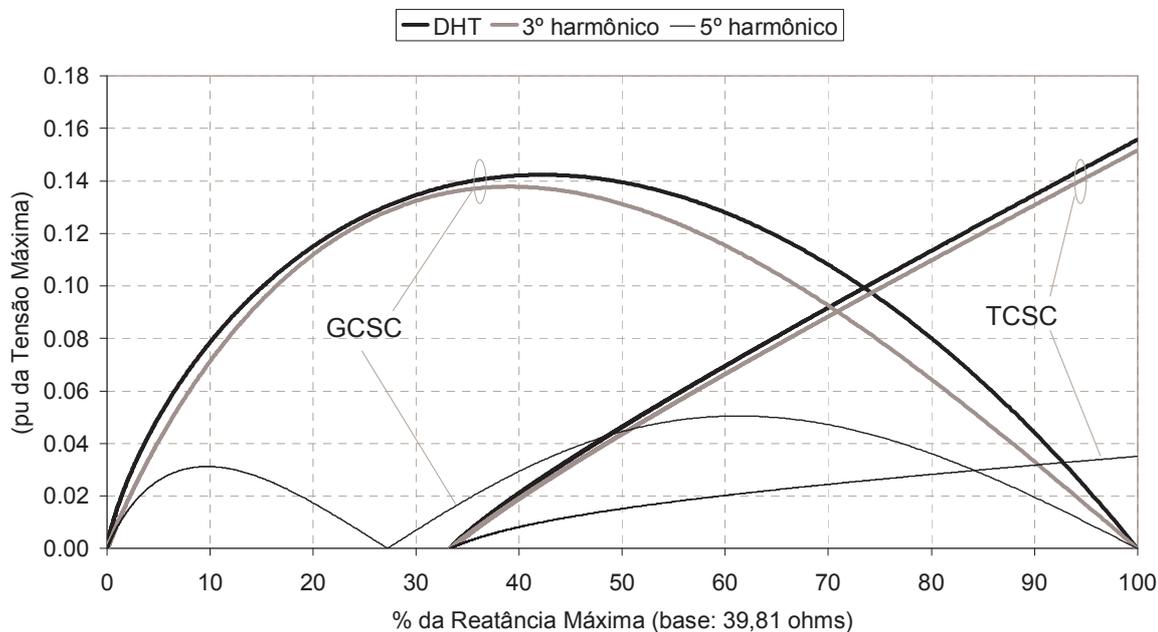
A Figura 2-14 mostra as tensões eficazes nas válvulas de ambos os equipamentos, tendo como valor base a tensão máxima no capacitor. Para o GCSC, como o capacitor e as chaves estão em paralelo, o resultado é idêntico àquele da Figura 2-11. A tensão na válvula do TCSC é menor, refletindo o fato de o reator e os tiristores estarem conectados em série e da soma de suas tensões ser igual à tensão no capacitor.



**Figura 2-14: Tensão Eficaz nas Válvulas do GCSC e do TCSC em regime permanente, em função da porcentagem da Reatância Máxima**

A Figura 2-15 mostra uma comparação da distorção harmônica total e do terceiro e quinto harmônicos de tensão nos capacitores de ambos os equipamentos. O valor base é a tensão máxima no capacitor. Percebe-se que o GCSC possui distorção zero nos extremos de operação - compensações mínima e máxima. No entanto, com uma compensação entre 40% e 45% da reatância máxima da linha, a distorção atinge seu máximo de aproximadamente 0,14 pu. No caso do TCSC, a distorção aumenta linearmente, atingindo o máximo aproximado de 0,156 pu para a máxima compensação.

Observa-se claramente que a distorção harmônica total de tensão nos capacitores sofre efeito dominante do 3º harmônico, que é o mais significativo. O 5º harmônico de tensão, mais elevado no GCSC, é bem menos significativo em ambos os casos do que o 3º harmônico.



**Figura 2-15: Distorção Harmônica Total, terceiro e quinto harmônico de tensão do GCSC e do TCSC em regime permanente, em função da porcentagem da Reatância Máxima**

## 2.4.2 DIMENSIONAMENTO BÁSICO: ANÁLISE QUANTITATIVA

### 2.4.2.1 Caso 1: Controle de fluxo de potência

Nesta seção, é feita uma comparação do dimensionamento de um GCSC e um TCSC para controle de fluxo de potência em uma linha de transmissão. Deve-se ressaltar que:

- Considerou-se a hipótese de reatâncias máximas capacitivas idênticas em ambos os equipamentos, tal que o compensador tenha que ser dimensionado para conduzir a máxima corrente da linha com reatância máxima de compensação;
- O TCSC não opera em compensação indutiva, exceto com condução plena dos tiristores, em situações de controle “bang-bang” ou para limitação de corrente de curto-circuito [(KERI *et al.*, 1992) e (TORGERSEN *et al.*, 1992)];
- Como se considera que os equipamentos devem operar continuamente mesmo com reatância máxima e corrente nominal da linha, não se adotou nenhum

critério de sobrecarga temporária ou transitória dos capacitores série, conforme previsto na norma 824 do ANSI/IEEE (ANSI/IEEE, 1985);

Os dados de reatância utilizados para o dimensionamento foram baseados no TCSC existente na linha Norte-Sul (Tabela 2-2), porém admitiu-se que ambos os equipamentos operam com controle de fluxo de potência. Mais uma vez, ressalta-se que o TCSC da linha Norte-Sul não foi projetado para controle de fluxo de potência, mas sim para amortecimento de oscilações de potência entre os sistemas Norte-Nordeste e Sul-Sudeste-Centro-Oeste (GAMA *et al.*, 2000). O dimensionamento de ambos os equipamentos para o caso de amortecimento de oscilações de potência será analisado na seção seguinte.

Os equipamentos devem operar em uma linha de transmissão de 550 kV e 1500 A. Admite-se também que ambos os equipamentos devem ter reatâncias máximas equivalentes iguais. Como as reatâncias máximas equivalentes e a corrente na linha são iguais, as potências nominais dos equipamentos também são iguais. A Tabela 2-3 resume as principais características dos equipamentos projetados nestas condições.

**Tabela 2-3: Comparação entre um TCSC e um GCSC equivalentes para controle de fluxo de potência**

<i>Parâmetro</i>	<i>TCSC</i>	<i>GCSC</i>
Reatância nominal do capacitor	13,27 $\Omega$	39,81 $\Omega$
Reatância nominal do reator	3,32 $\Omega$	Não tem
Reatância do equipamento em regime permanente	15,92 $\Omega$	15,92 $\Omega$
Faixa de variação da reatância	13,27- 39,81 $\Omega$	0 - 39,81 $\Omega$
Tensão máxima (fundamental)	59,7 kV	59,7 kV
Tensão máxima (valor eficaz)	60,3 kV	59,7 kV
Corrente máxima do capacitor (valor eficaz)	5025 A	1500 A
Corrente máxima das válvulas (valor eficaz)	3735 A	1500 A
Corrente máxima dos reatores (valor eficaz)	3735 A	Não tem
Tensão máxima das válvulas (valor eficaz)	51,34 kV	59,73 kV
Tensão máxima das válvulas (valor de pico)	74,41 kV	84,47 kV
Mvar do equipamento (nível máximo de compensação)	269 Mvar	269 Mvar
Mvar do capacitor (nível máximo de compensação)	805 Mvar	269 Mvar

Note-se particularmente a diferença entre os Mvar dos capacitores, apesar dos Mvar dos equipamentos serem idênticos. Enquanto no GCSC o único elemento reativo é o capacitor, no TCSC há também um reator, que conduz uma elevada corrente em situações de alta compensação série. O resultado está em consonância com as simulações de corrente no capacitor mostradas na Figura 2-12.

#### 2.4.2.2 Caso 2: Amortecimento de oscilações de potência

Caso o GCSC seja projetado para exercer a função exclusivamente de amortecimento de oscilações de potência no sistema elétrico, sua operação em regime permanente se dará com baixos níveis de impedância (ângulos de corte  $\gamma$  próximos a  $180^\circ$ ) durante a maior parte do tempo. Eventualmente, quando for necessário amortecer oscilações de potência, o GCSC operará durante um curto período de tempo com modulação de sua impedância equivalente, alcançando impedâncias elevadas (ângulos de corte  $\gamma$  próximos a  $90^\circ$ ). Neste caso, tal qual é feito com os TCSC, os limites de sobrecarga previstos na norma 824 do ANSI/IEEE (1985) podem ser adotados no projeto do capacitor série, que poderá ser dimensionado para um Mvar menor. Esta prática já foi adotada em diversos projetos, como no TCSC do circuito 1 da linha Norte-Sul do sistema interligado brasileiro (GAMA *et al.*, 2000).

Para um GCSC cuja função é amortecer oscilações eletromecânicas, os critérios para definição da capacitância são os mesmos adotados para o GCSC cuja função seja o controle de fluxo de potência: a reatância máxima de que se necessita ditará o tamanho da capacitância, independentemente do seu regime de operação.

No entanto, o Mvar do capacitor dependerá do regime de operação do GCSC. Admite-se que na maioria do tempo o GCSC opera com uma limitação no ângulo de corte  $\gamma$ , que não deve ser menor do que um valor limite mínimo igual a  $\gamma_{min}$ . A corrente no capacitor e o nível de compensação são limitados em regime permanente. O dimensionamento do Mvar dos capacitores é feito para esta condição de operação. A operação com ângulos de cortes menores do que  $\gamma_{min}$ , *i. e.*, maiores níveis de compensação série, só é possível em regime temporário ou transitório, seguindo as recomendações da norma 824 do ANSI/IEEE (1985).

A Tabela 2-4 mostra uma comparação entre alguns dos parâmetros de um GCSC e um TCSC equivalentes para amortecimento de oscilações de potência. Alguns dos dados do TCSC são similares àqueles existentes na linha Norte-Sul, no entanto os dados apresentados para o TCSC deste exemplo não são necessariamente idênticos aos do equipamento lá existente. Isto não invalida a comparação aqui mostrada, dado que os critérios adotados para o dimensionamento do GCSC e do TCSC foram os mesmos.

**Tabela 2-4: Comparação entre um TCSC e um GCSC equivalentes para amortecimento de oscilações de potência**

<i>Parâmetro</i>	<i>TCSC</i>	<i>GCSC</i>
Reatância nominal do capacitor	13,27 $\Omega$	39,81 $\Omega$
Reatância nominal do reator	3,32 $\Omega$	Não tem
Reatância do equipamento em regime permanente	15,92 $\Omega$	15,92 $\Omega$
Tensão em regime permanente (fundamental)	23,88 kV	23,88 kV
Tensão em regime permanente (valor eficaz)	23,89 kV	25,08 kV
Corrente em regime permanente do capacitor (fundamental)	1800 A	600 A
Corrente em regime permanente do capacitor (valor eficaz)	1830 A	945 A
Corrente em regime permanente das válvulas (valor eficaz)	450 A	1155 A
Corrente máxima transitória das válvulas (valor eficaz)	3735 A	1500 A
Corrente em regime permanente dos reatores (valor eficaz)	450 A	Não tem
Corrente máxima transitória do reator (valor eficaz)	3735 A	Não tem
Tensão máxima das válvulas (valor eficaz)	51,34 kV	59,73 kV
Tensão máxima das válvulas (valor de pico)	74,41 kV	84,47 kV
Mvar do equipamento (operação em regime permanente)	108 Mvar	108 Mvar
Mvar do capacitor (operação em regime permanente)	129 Mvar	108 Mvar

Os parâmetros de reatância do capacitor e do reator (para o TCSC), bem como a tensão do sistema e a corrente da linha são idênticos àqueles utilizados na seção anterior, para o caso de controle de fluxo de potência. O que define as reatâncias dos componentes dos equipamentos é a faixa de reatância a ser alcançada, seja em regime de operação contínua ou transitória. Todavia, o regime de operação será decisivo para a definição da potência dos equipamentos.

Nessa seção procurou-se apenas fazer uma comparação entre um GCSC e um TCSC equivalentes, cujas reatâncias máximas fossem iguais. Contudo, isso não significa que a configuração de GCSC proposta é a melhor para uma aplicação como aquela da linha Norte-Sul. Cabe lembrar, como discutido na seção anterior, que o GCSC operando com baixos níveis de impedância em regime permanente terá altos níveis de corrente nas válvulas, o que fará com que as perdas no equipamento se elevem. Além disso, para uma reatância de operação de 40% da sua reatância máxima, os níveis de distorção harmônica do GCSC são maiores. Quando se projeta um GCSC para amortecimento de oscilações de potência, deve-se sempre considerar a possibilidade do equipamento operar em regime permanente com níveis mais altos de impedância, o que levaria a uma concepção de projeto diferente da que foi usada aqui. A utilização de uma configuração em multimódulos [SOUZA *et al.*, 2000] para o GCSC deve ser considerada, seja em configurações híbridas, com módulos de compensação série fixa, ou em configurações plenamente controláveis, com vários módulos de GCSC de pequena reatância máxima.

## 2.5 CONCLUSÃO

As equações de regime permanente do GCSC permitem a obtenção das correntes e tensões eficazes nos componentes do equipamento. Com estes resultados e utilizando as equações do TCSC, foi possível comparar as características de operação em regime permanente dos dois equipamentos e, posteriormente, dimensionar GCSC e TCSC equivalentes para situações de controle de fluxo de potência e amortecimento de oscilações.

Os resultados obtidos permitem concluir que o GCSC pode apresentar vantagens sobre o TCSC em vários aspectos relacionados ao dimensionamento do equipamento. Os principais pontos destacados dos resultados obtidos são os seguintes:

- Os capacitores de ambos os equipamentos devem operar praticamente à mesma tensão, mas a corrente no capacitor do GCSC pode ser bem menor do que no capacitor do TCSC. A diferença entre as correntes nos capacitores de compensadores equivalentes será tão maior quanto maior for a relação entre  $X_{max}$  e  $X_{min}$  no TCSC;
- A corrente máxima na válvula do TCSC é necessariamente maior do que na válvula autocomutada do GCSC sempre que a relação entre  $X_{max}$  e  $X_{min}$  para o TCSC for maior do que 2. Para relações menores do que 2, deve-se calcular detalhadamente a corrente nos tiristores do TCSC para realizar tal comparação;
- A tensão máxima na válvula do TCSC é menor do que na válvula autocomutada do GCSC;
- O TCSC precisa de um reator dimensionado para a mesma corrente da válvula, enquanto no GCSC o único componente passivo necessário é o capacitor;
- Em situações de controle de fluxo de potência, admitindo-se que um TCSC e um GCSC equivalentes devam ser dimensionados para a mesma tensão máxima de operação, *i.e.*, mesma  $X_{max}$ , o capacitor do TCSC necessariamente terá que ser dimensionado para uma potência reativa (Mvar) maior, uma vez que conduzirá maior corrente na situação de compensação máxima;
- Em situações de amortecimento de oscilações, também se admitindo que o TCSC e o GCSC equivalentes devam ser dimensionados para a mesma reatância máxima, ambos os equipamentos poderão tirar vantagem das capacidades de sobrecarga temporária dos capacitores série. Da mesma forma

que na situação de controle de fluxo de potência, o capacitor do TCSC necessariamente terá que ser dimensionado para uma potência reativa (Mvar) maior, uma vez que conduzirá uma maior corrente na operação em condições de regime permanente. A diferença, no entanto, é menor do que no caso de controle de fluxo de potência;

- As duas conclusões anteriores, aliadas ao fato de o TCSC também necessitar de um reator, faz com que um GCSC equivalente tenha que usar menos componentes passivos.

## CAPÍTULO 3 - FUNÇÕES DE CHAVEAMENTO

### 3.1 CONCEITOS DE FUNÇÃO DE CHAVEAMENTO

O conceito de *funções de existência* foi introduzido por GYUGYI e PELLY (1976) com o propósito de descrever matematicamente formas de onda de cicloconversores. Admitindo que um cicloconversor tenha um sistema  $n$ -fásico como entrada e um sistema  $p$ -fásico como saída, a tensão de saída  $vo$  da fase  $m$  de regime permanente é sintetizada da seguinte forma:

$$vo_m(t) = v_1(t) \cdot [u(t_0) - u(t_1)] + v_2(t) \cdot [u(t_1) - u(t_2)] + \dots + v_n(t) \cdot [u(t_{n-1}) - u(t_n)] \quad (3-1)$$

$$vo_m(t+T) = vo_m(t),$$

onde  $u(t_k)$  é um degrau unitário no instante  $t_k$  e  $T$  é o período da tensão  $v_p$ . Para todos os valores de tempo  $t$ , a relação entre  $v_l$  e  $vo_m$  pode ser expressa por uma *função de chaveamento*:

$$h_{1p}(t) = \sum_{k=0}^{\infty} [u(t_0 + k \cdot T) - u(t_1 + k \cdot T)] \quad (3-2)$$

tal que

$$vo_p(t) = h_{1p}(t) \cdot v_1(t)$$

Extrapolando para as  $n$  fases de entrada e  $p$  fases de saída, tem-se a *matriz de existência* ou *matriz de chaveamento* [(GYUGYI e PELLY, 1976), (WOOD, 1984)]:

$$\begin{bmatrix} vo_1 \\ vo_2 \\ \vdots \\ vo_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{1,1} & h_{2,1} & \dots & h_{n,1} \\ h_{1,2} & h_{2,2} & \dots & h_{n,2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{1,p} & h_{2,p} & \dots & h_{n,p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix}, \quad (3-3)$$

onde todos os elementos das matrizes são funções do tempo.

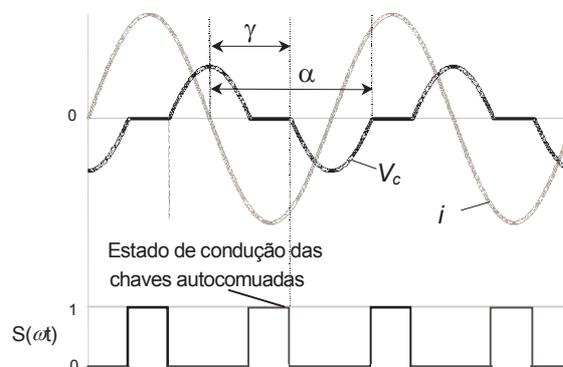
Apesar das funções de chaveamento terem sido inicialmente propostas para modelar cicloconversores, este mesmo conceito pode ser usado para modelar outros equipamentos de eletrônica de potência. O trabalho de WOOD (1984) desenvolve e aplica os conceitos de funções de chaveamento a conversores chaveados. PILOTTO (1994) utiliza o mesmo conceito para modelar conversores de sistemas CCAT (transmissão em Corrente Contínua em Alta Tensão), enquanto ALVES (1999) aplica o conceito a reatores controlados a tiristores (TCR).

O tratamento dado ao problema da modelagem analítica de conversores de eletrônica de potência por GYUGYI e PELLY (1976) é mais geral e não assume em um primeiro momento operação em regime permanente. A função de chaveamento  $h(t)$  passa a ser um somatório de diferenças entre funções degrau aplicadas em instantes de tempo quaisquer, dependentes do modo de operação do equipamento. A determinação destes instantes de tempo não é trivial no caso do GCSC, uma vez que o disparo das suas válvulas autocomutadas se dá de forma natural, não-controlada<sup>1</sup>, e depende de parâmetros da rede elétrica à qual o equipamento está conectado. Assim, a função de chaveamento passa a ser:

$$h = h(\gamma, \alpha, \theta, t); \quad (3-4)$$

onde  $\theta$  é o defasamento angular da corrente na linha de transmissão,  $\gamma$  é o ângulo de corte e  $\alpha$  é o ângulo de disparo natural não-controlado das válvulas autocomutadas. Para grande parte dos estudos em regime permanente, pode-se admitir que o conteúdo harmônico da corrente na linha é desprezível, o que faz com que o corte e o disparo da válvula sejam simétricos em relação ao zero de corrente.

A Figura 3-1 mostra formas de onda de tensão  $V_c$  e corrente  $i$  do GCSC em regime permanente, com um ângulo de bloqueio  $\gamma$ . A corrente  $i$  é suposta perfeitamente senoidal. O estado de condução das chaves autocomutadas também é mostrado na mesma figura, onde 1 significa que as chaves estão conduzindo e 0 que as chaves estão bloqueadas. O sinal de estado de condução das chaves autocomutadas é a representação gráfica da função de chaveamento de um GCSC. O desenvolvimento analítico das funções de chaveamento usualmente é feito através de aproximações por série de Fourier, como se verá na seção subsequente.



**Figura 3-1: Tensão, corrente e estado das chaves autocomutadas na operação em regime permanente do GCSC**

<sup>1</sup> Na verdade, o disparo ocorre quando a tensão anodo-catodo de uma chave tende a ficar positiva, dependendo portanto de parâmetros do circuito em lugar de estratégias de controle (ver seção 1.1).

Parte do material apresentado neste capítulo, particularmente nas seções 3.2.1, 3.2.2 e 3.4, foi apresentada no artigo "Harmonic Analysis of a GTO Controlled Series Capacitor Operating Under Unbalanced Currents.", de SOUZA, WATANABE e PILOTTO (2002), na *10th International Conference on Harmonics and Quality of Power*, no âmbito desta pesquisa de tese.

## 3.2 FUNÇÕES DE CHAVEAMENTO DO GCSC

### 3.2.1 FUNÇÃO DE CHAVEAMENTO CONVENCIONAL

Com base na equação (2-9), pode-se escrever a equação da função de chaveamento  $S(\omega t)$  do GCSC operando em regime permanente:

$$S(\omega t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq \omega t < \gamma - \pi/2 \\ 0, & \gamma - \pi/2 \leq \omega t < 3\pi/2 - \gamma \\ 1, & 3\pi/2 - \gamma \leq \omega t < \gamma + \pi/2 \\ 0, & \gamma + \pi/2 \leq \omega t < 5\pi/2 - \gamma \\ 1, & 5\pi/2 - \gamma \leq \omega t < 2\pi \end{cases} \quad (3-5)$$

$$S(\omega t) = S(\omega t + 2\pi)$$

onde  $\omega$  é a frequência angular da rede elétrica e  $\gamma$  é o ângulo de corte das chaves autocomutadas. Considera-se que a corrente da linha é puramente cossenoidal, o que faz com que o disparo natural da válvula autocomutada seja facilmente determinado em função do ângulo de corte  $\gamma$ . Também se considera que a corrente na linha possui um deslocamento angular  $\theta$ , o que significa defasar todos os ângulos que definem os intervalos utilizados em (3-5) de  $\theta$ .

A função  $S(\omega t)$  pode ser aproximada por série de Fourier, originando a *função de chaveamento convencional* do GCSC. A função  $S(\omega t)$  mostrada na Figura 3-1 possui simetria de onda par, ou seja, seu desenvolvimento em série de Fourier só contém termos em cosseno. Desenvolvendo-se  $S(\omega t)$  em série de Fourier, obtêm-se os coeficientes dos termos constante e em cosseno da série:

$$A_0(\gamma) = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^\pi S(\omega t) \cdot d(\omega t) = \frac{2\gamma - \pi}{\pi} \quad (3-6)$$

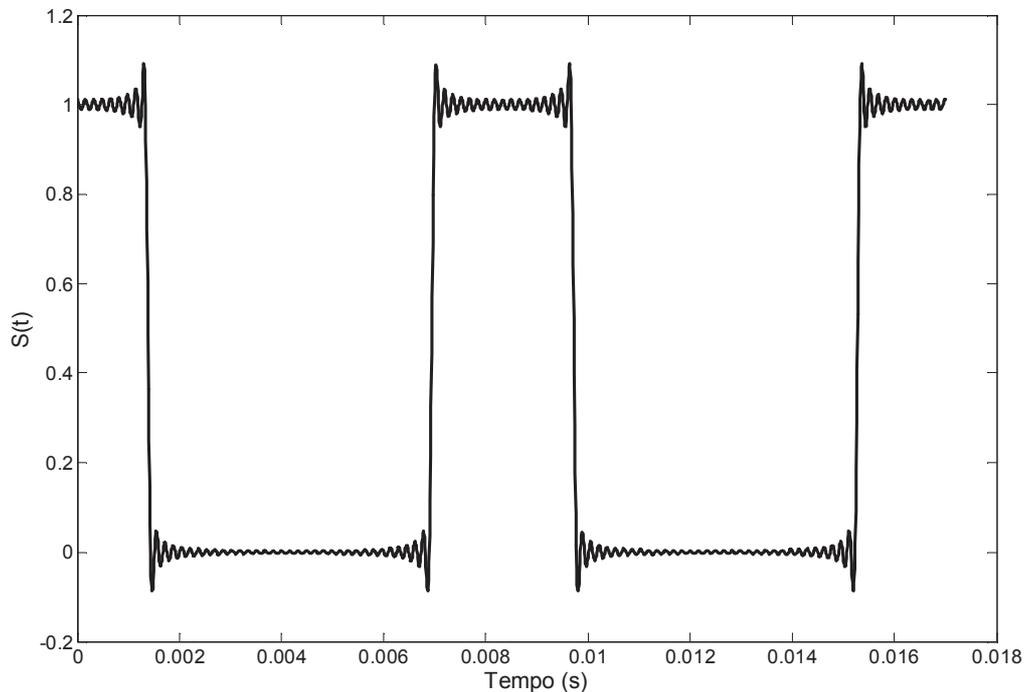
$$A_h(\gamma) = \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^\pi S(\omega t) \cdot \cos(h\omega t) \cdot d(\omega t) = \frac{2}{\pi \cdot h} \cdot \text{sen}[h(2\gamma + \pi)]$$

onde  $h$  é a ordem do harmônico da função de chaveamento.

A função de chaveamento convencional resultante é:

$$S(\omega t) = \frac{2\gamma - \pi}{\pi} + \sum_{h=1}^{\infty} \left[ \frac{2}{\pi \cdot h} \cdot \text{sen}[h(2\gamma + \pi)] \cdot \cos(2h\omega t - 2h\theta) \right]. \quad (3-7)$$

A Figura 3-2 mostra a função de chaveamento convencional obtida utilizando-se a equação (3-7). O somatório de harmônicos foi truncado com 50 termos e o ângulo de corte utilizado foi  $120^\circ$ , mantendo-se a hipótese de corrente cossenoidal na linha.



**Figura 3-2: Função de chaveamento convencional do GCSC para  $\gamma=120^\circ$**

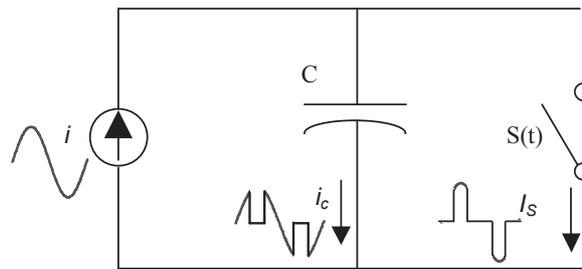
Percebe-se na Figura 3-2 que a função de chaveamento convencional possui várias oscilações, que ocorrem por problemas de convergência não uniforme da série de Fourier truncada nas proximidades das descontinuidades. Este fenômeno é chamado de *Fenômeno de Gibbs* (OPENHEIM *et al.*, 1983). Seus efeitos podem ser diminuídos suavizando-se a descontinuidade (OPENHEIM e SCHAFER, 1989), como será feito na próxima seção.

A partir da função de chaveamento do GCSC, é fácil obter as correntes nas válvulas autocomutadas e no capacitor. A Figura 3-3 ilustra este processo, mostrando um circuito simplificado do GCSC. As correntes  $i_s$  e  $i_c$  são<sup>2</sup>:

$$i_s(t) = S(t) \cdot i(t) \quad (3-8)$$

$$i_c(t) = i(t) - i_s(t) = [1 - S(t)] \cdot i(t) \quad (3-9)$$

<sup>2</sup> A função de chaveamento  $S(t)$  definida aqui é das chaves autocomutadas, onde 1 significa condução das válvulas e 0 significa corte das mesmas. Poderia ser definida diretamente a função de chaveamento do capacitor, tal que  $S_c(t) = 1 - S(t)$ .



**Figura 3-3: Circuito simplificado do GCSC usando o conceito de função de chaveamento**

A corrente na válvula é obtida pela modulação no tempo entre a corrente na linha e a função de chaveamento do equipamento. No domínio da frequência, ocorre uma convolução entre a função de chaveamento e a corrente na linha (OPENHEIM e SCHAFER, 1989).

A tensão no capacitor é obtida por integração da corrente:

$$v_c(t) = \frac{1}{C} \cdot \int_0^t i_c(\tau) \cdot d\tau \quad (3-10)$$

onde C é a capacitância do GCSC.

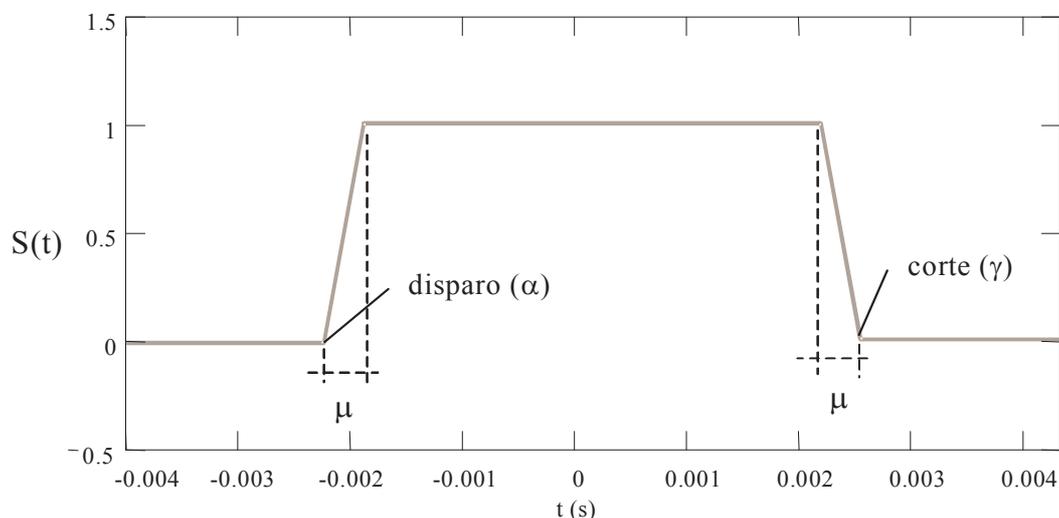
### 3.2.2 FUNÇÃO DE CHAVEAMENTO GENERALIZADA

PILOTTO (1994) acrescentou ao modelo clássico da função de chaveamento de sistemas de transmissão de alta tensão em corrente contínua algumas particularidades físicas dos conversores, desenvolvendo o conceito de *Funções de Chaveamento Generalizadas*.

As *Funções de Chaveamento Generalizadas* de um conversor de transmissão em corrente contínua em alta tensão, que incluem tipicamente os efeitos da indutância de comutação, não só modelam o conversor em maior nível de detalhes, como também diminuem as oscilações introduzidas pela série de Fourier nas proximidades das discontinuidades da função de chaveamento, devido ao fenômeno de Gibbs.

Para modelar a função de chaveamento generalizada do GCSC, será considerado que a mudança de estados das chaves autocomutadas, da condução para o corte e vice-versa, não se dá instantaneamente, tanto por limitações físicas da chave (MOHAN *et al.*, 1989) quanto pela presença de indutâncias parasitas em série com as chaves autocomutadas. Estes efeitos são modelados de forma simplificada através da variação em rampa entre os estados de condução e não-condução das chaves autocomutadas, como feito por ALVES (1999) para o reator controlado a tiristores dos compensadores

estáticos. A Figura 3-4 mostra a função generalizada ideal para o GCSC. Fisicamente, o ângulo  $\mu$ , que corresponde ao tempo de subida e descida da corrente nas chaves autocomutadas, modela de forma aproximada os efeitos do tempo de disparo e corte das chaves, bem como da reatância de dispersão em série com as mesmas.



**Figura 3-4: Função de chaveamento generalizada ideal do GCSC**

A função de chaveamento generalizada  $S(t)$  pode ser obtida analiticamente através da expansão do sinal mostrado na figura anterior em uma série de Fourier, da mesma forma que foi feito na seção 3.2.1. O resultado obtido é:

$$S(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{h=1}^{H_{\max}} [A_h \cos(2h\omega t) + B_h \sin(2h\omega t)] \quad (3-11)$$

onde  $H_{\max}$  é o harmônico de maior ordem utilizado na representação da função de chaveamento,  $h$  é a ordem do harmônico e  $\omega$  é a frequência angular em rad/s. Os coeficientes  $A_0$ ,  $A_h$  e  $B_h$  são definidos através das equações seguintes:

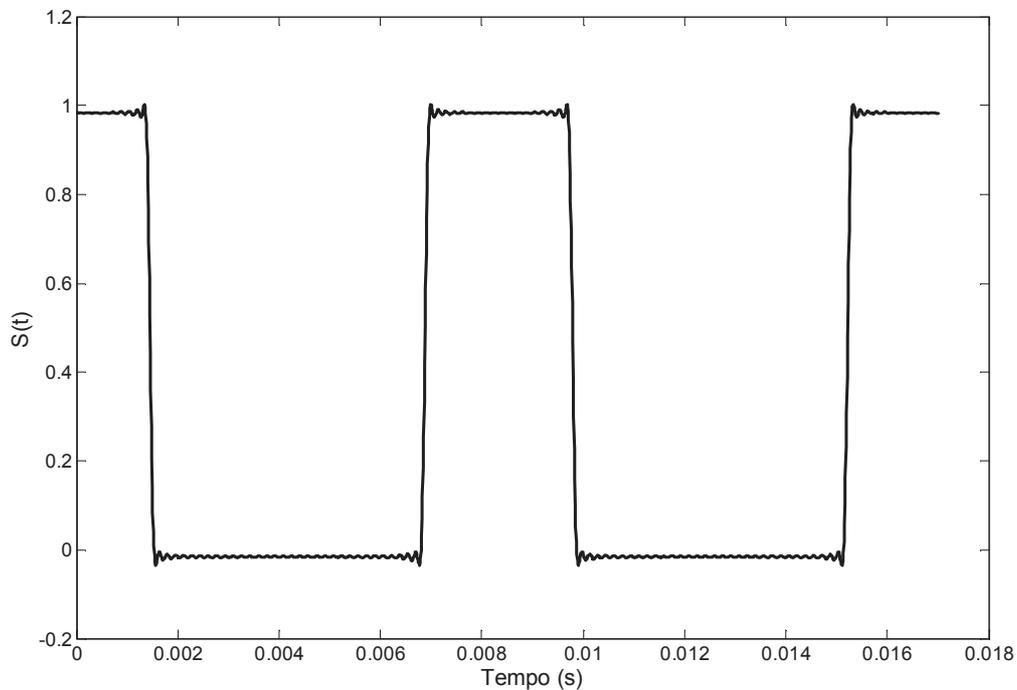
$$A_0(\gamma) = \frac{2(2\gamma - \pi + \mu)}{\pi} \quad (3-12)$$

$$A_h(\gamma) = \frac{\cos(2h\theta)}{h^2\pi \cdot \mu} \{ \cos[2h\gamma + h\pi] - \cos[2h(\gamma + \mu) + h\pi] \} \quad (3-13)$$

$$B_h(\gamma) = \frac{\sin(2h\theta)}{h^2\pi \cdot \mu} \{ -\cos[2h\gamma + h\pi] + \cos[2h(\gamma + \mu) + h\pi] \} \quad (3-14)$$

onde  $\theta$  é o ângulo de fase da corrente de entrada,  $\gamma$  é o ângulo de bloqueio das chaves autocomutadas e  $\mu$  é o ângulo representativo da transição entre condução e corte das chaves autocomutadas. O limite de (3-11) quando o ângulo  $\mu$  tende a zero é dado por (3-7).

A função de chaveamento generalizada resultante é mostrada na Figura 3-5. Foram usados 50 harmônicos, um ângulo  $\mu$  correspondente ao tempo de disparo e/ou corte de  $53 \mu\text{s}^3$  e um ângulo de corte  $\gamma$  de  $120^\circ$ . Percebe-se que o fenômeno de Gibbs foi significativamente amortecido, se comparado à Figura 3-2.



**Figura 3-5: Função de chaveamento generalizada analítica, aproximada por série de Fourier, para  $\gamma=120^\circ$**

A Tabela 3-1 mostra os efeitos do tempo de subida e descida  $\mu$ , utilizado na função de chaveamento generalizada, nas tensões eficaz e fundamental do GCSC e no sobressinal de  $S(t)$  (fenômeno de Gibbs nas transições da função). A título de referência,  $46,3 \mu\text{s}$  correspondem a  $1^\circ$  elétrico, portanto,  $200 \mu\text{s}$  correspondem a mais de  $4^\circ$  elétricos, o que é muito elevado. O ângulo de corte utilizado foi  $135^\circ$ .

**Tabela 3-1: Efeitos do tempo de subida e descida na tensão do GCSC e no sobressinal da função de chaveamento generalizada**

Tempo de subida $\mu$ ( $\mu\text{s}$ )	Tensão eficaz no GCSC (pu)	Tensão fund. no GCSC (pu)	Sobressinal em $S(t)$ (%)
200	0,189	0,159	1,44
100	0,200	0,170	2,11
50	0,206	0,178	6,91
20	0,210	0,179	7,36
10	0,211	0,180	8,59
1	0,212	0,182	8,93
0 ( $S(t)$ convencional)	0,212	0,182	8,95

<sup>3</sup> Este valor é elevado para tempos de corte e disparo típicos de válvulas autocomutadas por si só, mas a presença de indutâncias parasitas no circuito pode fazer com que se chegue a tal tempo de comutação.

A tensão fundamental no GCSC vai se aproximando de 0,182 pu, valor ideal em regime permanente para o ângulo de corte de  $135^\circ$ , à medida que  $\mu$  vai diminuindo. Por outro lado, com um valor menor de  $\mu$ , o efeito do fenômeno de Gibbs na função de chaveamento se faz mais presente através do sobressinal da mesma. Uma alternativa para se evitar a modificação da amplitude da tensão obtida, quando se utilizam valores elevados de  $\mu$  que sejam superiores ao ângulo de comutação real do equipamento, é a centralização da rampa nas transições da função de chaveamento nos instantes de disparo e corte. Na Figura 3-4, o início da rampa de subida não se daria mais no instante de disparo  $\alpha$ , mas sim no instante  $\alpha-\mu/2$ . Na mesma figura, o final da rampa de descida passaria a ocorrer em  $\gamma+\mu/2$ .

Um aumento do sobressinal significa uma maior distorção harmônica das formas de onda de corrente no capacitor e na chave. Contudo, esta distorção tem pouco efeito sobre a forma de onda de tensão no capacitor, dado que à frequência de oscilação do fenômeno de Gibbs, a reatância do capacitor é baixa e a tensão resultante é desprezível. Portanto, a função de chaveamento convencional e a generalizada, mesmo com pequenos valores para  $\mu$ , fornecem uma aproximação adequada para a forma de onda de tensão no capacitor, apesar da corrente no capacitor apresentar oscilações numéricas.

### 3.2.3 FUNÇÃO DE CHAVEAMENTO ELIMINANDO O FENÔMENO DE “GIBBS”

Nas duas seções anteriores, viu-se que a aproximação das funções de chaveamento por uma série de Fourier com um número finito de termos produz o fenômeno de Gibbs nas proximidades das descontinuidades. Este fenômeno é caracterizado pela oscilação do sinal aproximado, diminuindo a qualidade da aproximação.

A função de chaveamento generalizada diminui os efeitos do fenômeno de Gibbs, como já visto, mas não o elimina por completo. Mesmo a pequena parcela de oscilação remanescente tem um efeito indesejável de oscilação numérica em algumas das simulações de sistemas periódicos executadas na seqüência deste trabalho. O aumento do número de termos da série de Fourier finita não diminui o tamanho do sobressinal presente na oscilação, embora aumente a frequência da mesma. A utilização de um número maior de termos associada ao uso de alguma técnica de “enjanelamento”<sup>4</sup> do sinal, como aquelas propostas por OPPENHEIM e SCHAFER (1989), pode diminuir

---

<sup>4</sup> Do ingles *windowing*.

mais ainda as oscilações da função de chaveamento, mas às custas de um esforço computacional muito grande, aumentando os tempos de simulação.

A técnica proposta por GEER e BANERJEE (1997) consiste em subtrair da função que se deseja aproximar uma outra função periódica conhecida e com singularidades coincidentes com as descontinuidades da função original. A função periódica é obtida por combinação linear de algumas funções periódicas básicas. As duas funções básicas propostas por GEER e BANERJEE são as seguintes:

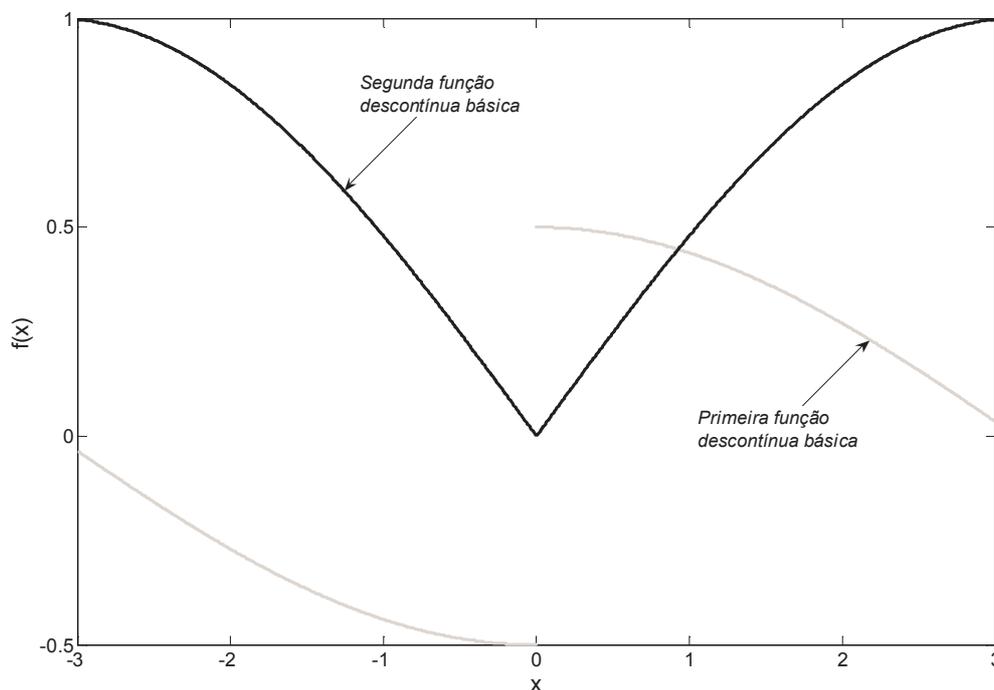
- Primeira função descontínua (periódica em  $2\pi$ ):

$$\beta_1(x) = \frac{\sin(x)}{2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{1 - \cos(x)}} \quad (3-15)$$

- Segunda função descontínua (periódica em  $2\pi$ ):

$$\beta_2(x) = \frac{\sqrt{1 - \cos(x)}}{\sqrt{2}} \quad (3-16)$$

As duas funções são mostradas na Figura 3-6, para o intervalo de  $-\pi$  a  $\pi$ . Ambas possuem singularidades: a primeira função ( $\beta_1$ ) possui uma descontinuidade em  $x=0$ ; a segunda função ( $\beta_2$ ) possui uma descontinuidade na sua primeira derivada em  $x=0$ .



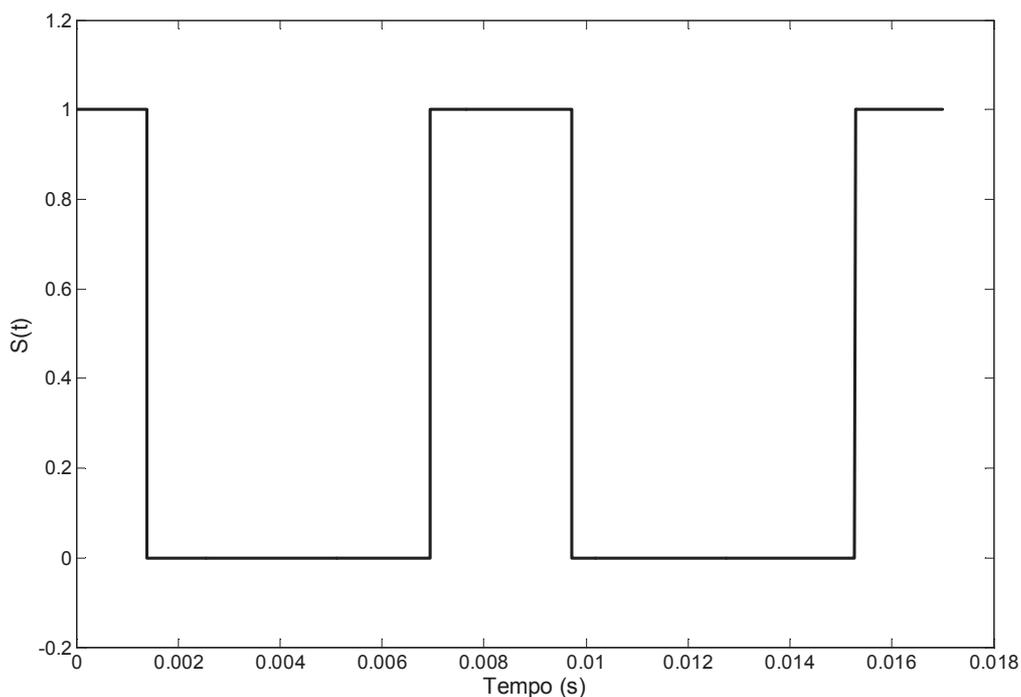
**Figura 3-6: Funções descontínuas básicas propostas por GEER e BANERJEE**

O método proposto consiste em subtrair da função de chaveamento um número de funções básicas igual ao número de suas singularidades. As funções básicas devem ser deslocadas de forma que suas singularidades coincidam com as descontinuidades da

função de chaveamento. O sinal resultante será periódico mas não terá mais descontinuidades.

A nova série de Fourier é obtida subtraindo-se cada termo da série de Fourier original do termo correspondente das séries de Fourier das funções básicas utilizadas. A nova série de Fourier não terá mais o fenômeno de Gibbs, uma vez que o sinal aproximado deixou de ter descontinuidades. Finalmente, a nova série de Fourier obtida deve ser somada às funções básicas subtraídas da série original, de forma a se obter o sinal original desejado.

A técnica proposta foi aplicada à obtenção de uma função de chaveamento sem fenômeno de Gibbs, mostrada na Figura 3-7. Os detalhes do desenvolvimento, bem como informações sobre a precisão da aproximação, estão no Anexo II. Foram usados 50 harmônicos e um ângulo de corte  $\gamma$  de  $120^\circ$ . A qualidade da função de chaveamento obtida é visivelmente superior àquelas das seções anteriores.



**Figura 3-7: Função de chaveamento obtida pelo método de GEER e BANERJEE para  $\gamma=120^\circ$**

### **3.3 FUNÇÃO DE CHAVEAMENTO PARA CORRENTE NÃO SENOIDAL**

Na seção 3.1, viu-se que a função de chaveamento do GCSC é uma função não só do tempo e do ângulo de corte  $\gamma$ , mas também do ângulo natural de disparo  $\alpha$  e do ângulo de fase  $\theta$  da corrente. O ângulo  $\theta$  é importante para representar o sistema de

sincronização dos pulsos de disparo e corte das válvulas. Já o ângulo  $\alpha$  é o ângulo de disparo natural das válvulas, que ocorre sempre que a sua tensão anodo-catodo tender a ficar positiva, como em um diodo. Para ambos os casos, a função de chaveamento do GCSC depende da corrente de alimentação do mesmo, caracterizando um comportamento não-linear.

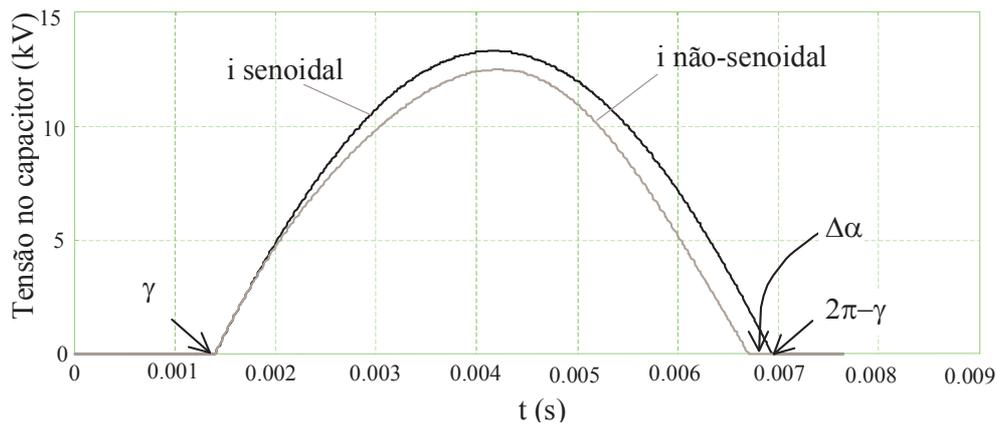
Para sinais senoidais, como aqueles considerados nas seções anteriores, a tensão no capacitor e a função de chaveamento são simétricas em relação ao zero de corrente, o que faz com que, para um ângulo de corte  $\gamma$ , o ângulo natural de disparo  $\alpha$  seja igual a  $2\pi - \gamma$ . O conceito pode ser um pouco estendido: qualquer sinal de corrente com simetria de meia-onda fará com que o ângulo de disparo seja igual a  $2\pi - \gamma$ . Isto inclui alguns sinais de corrente com harmônicos ímpares.

Porém, no caso mais geral, o ângulo natural de disparo  $\alpha$  é determinado através da seguinte equação:

$$\int_{\gamma}^{\alpha} i(\omega t) \cdot d\omega t = 0, \quad (3-17)$$

onde  $\gamma$  é conhecido,  $i(\omega t)$  é a corrente de entrada, que pode conter componentes em frequências diferentes da fundamental, e  $\alpha$  é a variável desconhecida. O problema da obtenção de  $\alpha$  passa a ser a solução de uma equação integral cuja incógnita é o limite superior de integração.

Para ilustrar o efeito de componentes não senoidais de corrente no disparo das válvulas do GCSC, a Figura 3-8 mostra as tensões no capacitor de um GCSC para duas situações distintas. Primeiramente, um GCSC com capacitor de  $100 \mu\text{F}$  e ângulo de corte  $\gamma$  de  $120^\circ$  é alimentado por uma corrente senoidal de  $1000 \text{ A}$  de pico. O ângulo natural de disparo das válvulas é simétrico ao ângulo de corte e vale  $360^\circ - \gamma$ . Em seguida, são acrescentados harmônicos de 5ª ordem (8% com ângulo de fase de  $-60^\circ$ ) e 2ª ordem (5% com ângulo de fase zero) à corrente, sem modificar o ângulo de corte. O período de não-condução da válvula deixa de ser simétrico em relação ao cruzamento por zero da corrente. O novo ângulo de disparo das válvulas ocorre com uma defasagem  $\Delta\alpha$  de aproximadamente  $-5^\circ$ .



**Figura 3-8: Tensão no capacitor do GCSC para corrente senoidal e não senoidal**

Conforme já citado, para grande parte dos problemas estudados, é suficiente considerar a função de chaveamento simétrica em relação ao zero de corrente. Em regime permanente, o cálculo detalhado do instante de disparo só se fará necessário em estudos de harmônicos envolvendo correntes na linha de transmissão com elevada distorção.

Para estudos da dinâmica do GCSC, o efeito transitório da variação do período de condução e do instante de disparo das chaves, por exemplo, frente a um degrau no ângulo de corte, tem um papel fundamental no comportamento do equipamento. Diferentes formas de incorporação deste efeito foram estudadas para outros equipamentos [ALVES (1999), OSAUSKAS *et al.* (2001), HUME (2002) e GOMES *et al.* (2006)]. Esse fenômeno será abordado no Capítulo 5.

### 3.4 FUNÇÃO DE CHAVEAMENTO TRIFÁSICA

Nas seções anteriores, as funções de chaveamento  $S(t)$  foram derivadas somente para GCSC monofásicos. As funções de chaveamento trifásicas podem ser facilmente obtidas a partir de uma função de chaveamento original  $S(t)$ , qualquer que seja seu método de obtenção, através da manipulação do ângulo  $\theta$ , até então sempre igualado a zero quando se quis obter algum resultado numérico ou para facilitar algumas análises.

As funções de chaveamento trifásicas podem ser definidas de formas diferentes, dependendo da técnica utilizada para produzir os pulsos de corte das chaves autocomutadas. Um GCSC trifásico com controle de geração de pulsos independente por fase vai, por exemplo, detectar o zero de corrente de cada fase e o utilizar como referência para a subsequente geração do pulso de corte da respectiva fase,

correspondente ao  $\gamma$  referido. As funções de chaveamento para um GCSC trifásico com controle independente ou individual por fase são:

$$S_A(\omega t) = S(\omega t + \phi_A) \quad (3-18)$$

$$S_B(\omega t) = S(\omega t + \phi_B) \quad (3-19)$$

$$S_C(\omega t) = S(\omega t + \phi_C) \quad (3-20)$$

onde  $\phi_A$ ,  $\phi_B$  e  $\phi_C$  são, respectivamente, os ângulos de fase das correntes senoidais das fases A, B e C. A forma com que o sistema de geração de pulsos do GCSC detecta o ângulo de fase da corrente de entrada ou o seu cruzamento por zero não é discutida neste trabalho. Uma possível forma de detecção do cruzamento por zero da corrente é mostrada por SOUZA (1998).

Alguns equipamentos FACTS utilizam a técnica de controle de pulsos equidistantes para controlar as chaves semicondutoras. Um GCSC de controle equidistante terá tipicamente um circuito PLL<sup>5</sup> que medirá a fase da corrente da linha. O ângulo de corte  $\gamma$  de cada fase será gerado com uma defasagem de 120° em relação às demais fases. Supondo um PLL sincronizado à fase A<sup>6</sup>, as funções de chaveamento do GCSC com controle de pulsos equidistantes são:

$$S_A(\omega t) = S(\omega t + \phi_A) \quad (3-21)$$

$$S_B(\omega t) = S(\omega t + \phi_A + \frac{4 \cdot \pi}{3}) \quad (3-22)$$

$$S_C(\omega t) = S(\omega t + \phi_A + \frac{2 \cdot \pi}{3}) \quad (3-23)$$

O ângulo de corte da fase A continuará sendo  $\gamma$ . Já para as fases B e C, os ângulos de corte resultantes serão:

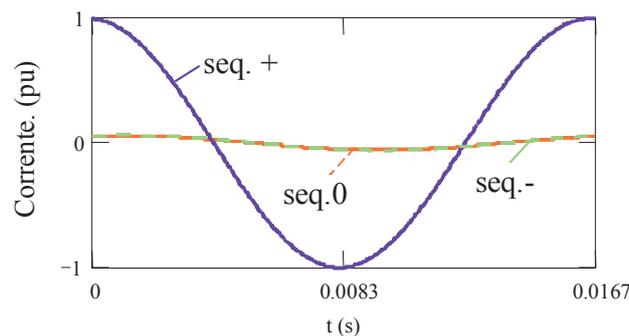
$$\gamma_B = \gamma + \phi_B - \phi_A - \frac{4 \cdot \pi}{3} \quad \text{e} \quad \gamma_C = \gamma + \phi_C - \phi_A - \frac{2 \cdot \pi}{3} \quad (3-24)$$

Estes ângulos de corte possuem limite inferior de 90° e limite superior de 180°. É evidente que, para sistemas perfeitamente equilibrados em regime permanente, as correntes que alimentam o GCSC têm módulos iguais e são defasadas de 120°, o que faz com que os dois modos de sincronização funcionem de forma idêntica. No entanto, para operações em sistemas desequilibrados ou durante transitórios, as características de operação dos equipamentos com os diferentes modos de operação podem ser bem diferentes.

<sup>5</sup> Do inglês *Phase Locked Loop*.

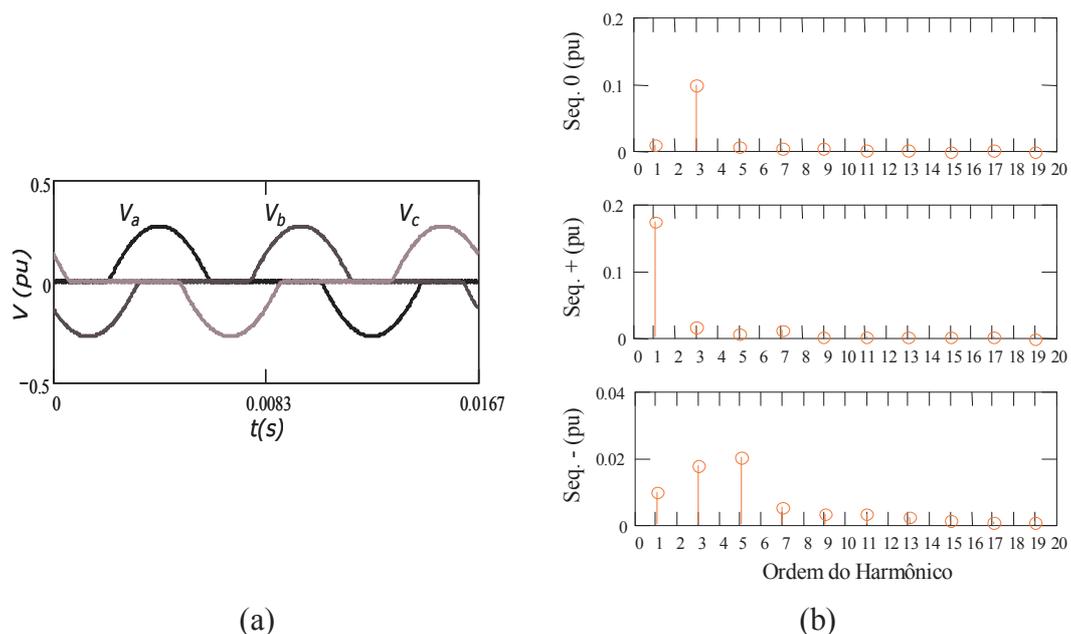
<sup>6</sup> Um GCSC com controle independente por fase também poderia usar um PLL por cada fase.

Para ilustrar as diferenças entre os modos de sincronização dos pulsos de corte das válvulas de um GCSC trifásico, as funções de chaveamento trifásicas apresentadas foram utilizadas para simular os dois modos de operação. Admitiu-se que o GCSC trifásico é alimentado por fontes de corrente senoidais e que seu ângulo de corte é  $135^\circ$ . As fases A e C estão equilibradas, isto é, com módulos iguais a 1 pu e ângulos de fase de  $0^\circ$  e  $120^\circ$ , respectivamente. Já a fase B está desequilibrada: embora seu módulo também seja igual a 1 pu, seu ângulo de fase é  $-110^\circ$  (ao invés de  $-120^\circ$ ). A Figura 3-9 mostra as componentes de seqüência 0, + e - da corrente.



**Figura 3-9: Corrente desequilibrada alimentando um GCSC trifásico**

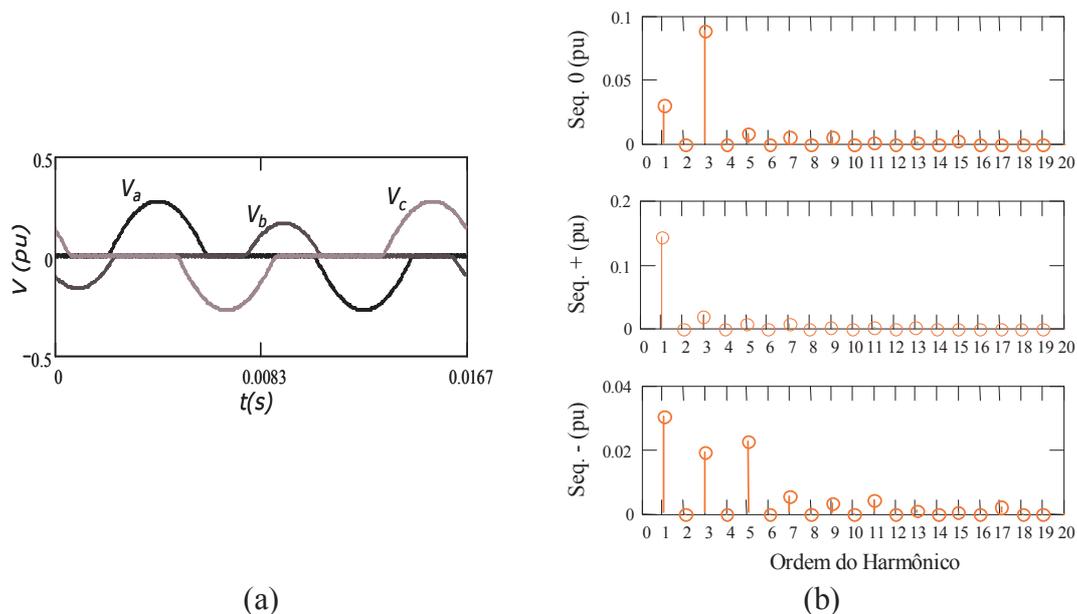
A Figura 3-10 mostra as tensões (a) e componentes simétricas dos harmônicos de tensão (b) de um GCSC operando com controle independente de pulsos, quando alimentado pelas correntes da Figura 3-9. A função de chaveamento generalizada com tempo de subida e descida de  $50 \mu\text{s}$  foi utilizada nas simulações. As equações (3-18) a (3-20) foram utilizadas para as funções de chaveamento trifásica.



**Figura 3-10: GCSC operando com controle independente de pulsos e alimentação por correntes desequilibradas: (a) tensões nas fases, (b) componentes simétricas dos harmônicos**

Observa-se que a forma de onda de tensão na fase B, cuja corrente está com uma defasagem de  $10^\circ$  em relação ao ângulo de fase equilibrado, simplesmente sofre a mesma defasagem da corrente. Não há qualquer modificação no valor de pico da tensão ou na duração do período de corte da chave na fase B. As componentes 0, + e - aparecem agora em vários harmônicos: o terceiro harmônico, usualmente de seqüência zero em sistemas trifásicos equilibrados, contém seqüências positiva e negativa também.

A Figura 3-11 mostra as tensões (a) e componentes simétricas dos harmônicos de tensão (b) de um GCSC agora operando com controle equidistante de pulsos, também quando alimentado pela corrente da Figura 3-9. A função de chaveamento generalizada similar àquela da simulação anterior foi utilizada. As equações (3-21) a (3-23) foram utilizadas para as funções de chaveamento trifásica.



**Figura 3-11: GCSC operando com controle equidistante de pulsos e alimentação por correntes desequilibradas: (a) tensões nas fases, (b) componentes simétricas dos harmônicos**

Observa-se que a forma de onda de tensão na fase B não só está defasada como tem um valor de pico diferente das demais. Este efeito se reflete nos componentes de seqüência dos harmônicos de tensão. Na verdade, da forma como foi implementado o controle equidistante de pulsos do GCSC, é como se a fase B não só estivesse defasada como também operasse com um ângulo de corte diferente das demais. No capítulo seguinte, outros exemplos do efeito do sistema de controle dos pulsos na operação do GCSC serão apresentados.

### 3.5 CONCLUSÃO

A modelagem através de funções de chaveamento é uma interessante ferramenta analítica para modelagem de equipamentos FACTS, em geral, e do GCSC em particular. Nesta seção, foram revisados os conceitos básicos de funções de chaveamento e desenvolvidas funções para o GCSC através de diferentes técnicas:

- Uma função de chaveamento convencional foi desenvolvida através da aproximação por série de Fourier da função de chaveamento ideal. Esta função apresentou oscilações devidas ao fenômeno de Gibbs;
- Utilizou-se a técnica de funções de chaveamento generalizadas, desenvolvida por PILOTTO (1994) e ALVES (1999), que reduzem significativamente as oscilações por fenômeno de Gibbs na função;
- Foi desenvolvida uma função de chaveamento sem fenômeno de Gibbs, através do uso de funções descontínuas conhecidas analiticamente, baseando-se em uma técnica proposta por GEER e BANERJEE (1997).

Mostrou-se que a função de chaveamento depende da corrente de alimentação do GCSC, sendo portanto não-linear. Demonstrou-se que a presença de harmônicos na corrente da linha pode fazer com que a função deixe de ser simétrica em relação ao zero de corrente, dado que as válvulas autocomutadas disparam naturalmente quando sua tensão anodo-catodo tender a ficar positiva. Além disso, devido às mudanças no ângulo de corte ou outros fenômenos, a função de chaveamento pode ficar transitoriamente assimétrica. Esse efeito será fundamental no comportamento dinâmico do equipamento e será discutido no Capítulo 5.

Foram apresentadas ainda funções de chaveamento trifásicas considerando-se controle de pulsos independentes e equidistantes. Os resultados de simulações com correntes desequilibradas mostram que ambas as técnicas podem produzir tensões bem diferentes para uma mesma corrente de alimentação do GCSC.

A modelagem do GCSC por função de chaveamento permite concluir que a corrente no capacitor é obtida pela modulação no tempo entre a função de chaveamento e a corrente na linha. O fenômeno de modulação no tempo se reflete em uma convolução em frequência, que é a base do desenvolvimento das matrizes harmônicas e do método de *Hill*, um dos métodos de análise de sistemas lineares periódicos no tempo, a serem discutidos no próximo capítulo.

## **CAPÍTULO 4 - MODELO DO GCSC COMO UM SISTEMA LINEAR PERIÓDICO NO TEMPO (SLPT)**

### **4.1 INTRODUÇÃO**

A introdução de equipamentos não-lineares (equipamentos estáticos com núcleo ferro-magnético) e variantes no tempo (equipamentos de eletrônica de potência) no sistema elétrico de potência faz com que surjam harmônicos na rede elétrica. Problemas de instabilidade harmônica podem fazer com que o sistema com tais equipamentos seja instável.

BOHMANN e LASSETER (1990) modelaram o TCR como um sistema linear periódico no tempo, utilizando funções de chaveamento simétricas, como as descritas no capítulo anterior, para analisar a estabilidade da operação do TCR em regime permanente. Utilizando técnicas de análise de sistemas lineares periódicos no tempo, os autores estudaram o problema de estabilidade e interações harmônicas em reatores controlados a tiristores utilizando duas técnicas distintas. Para analisar a estabilidade do sistema, eles obtiveram a matriz de transição de estados de um sistema variante no tempo o que, ao contrário do que acontece em sistemas lineares invariantes no tempo, não é tarefa simples (OGATA, 1990). No entanto, os autores utilizaram uma particularidade da função de chaveamento: ela é formada por degraus. Com isso, um método numérico foi desenvolvido para a obtenção da matriz de transição de estados após um período de operação do equipamento, conforme a teoria de *Floquet* (ver seção 4.3.1). Os pólos desta matriz são calculados e a estabilidade do sistema é garantida caso todos os pólos estejam dentro do círculo unitário no plano complexo. Para a análise harmônica, os autores desenvolveram uma matriz harmônica relacionando harmônicos de tensão na rede a harmônicos de tensão no reator. Os elementos da matriz foram obtidos a partir da função de chaveamento. A diagonal principal da matriz correlaciona harmônicos de mesma ordem, enquanto os demais elementos representam as interações harmônicas. Para o estudo de harmônicos, é necessário utilizar um método iterativo para

cálculo do ângulo de corte dos tiristores (problema dual àquele apresentado na seção 3.3).

Adotando o mesmo enfoque para o problema, SEMLYEN (1999) propõe o uso de técnicas de sistemas lineares periódicos no tempo para avaliar a estabilidade a pequenos sinais em regime permanente de operação periódica do sistema contendo elementos não-lineares e equipamentos de eletrônica de potência. O método proposto consiste em se obter numericamente um sistema linear invariante no tempo equivalente dinamicamente ao SLPT e avaliar a estabilidade desse novo sistema utilizando-se técnicas convencionais de análise linear. O autor ainda sugere que o TCSC possa ser modelado como um equipamento linear periódico no tempo, utilizando abordagem similar àquela usada por BOHMANN e LASSETER (1990).

No capítulo 3 desta tese, viu-se, nas equações (3-8) e (3-9), que as correntes na chave e no capacitor são obtidas pela modulação da corrente de linha pela função de chaveamento. Em regime permanente, a função de chaveamento é periódica e, para as condições admitidas de conteúdo harmônico desprezível na corrente de linha, depende apenas do ângulo de disparo  $\gamma$ . Conclui-se que o GCSC operando em regime permanente é um sistema periódico no tempo.

Neste capítulo, a teoria de sistemas lineares periódicos no tempo será usada para modelar e analisar um GCSC. Será investigada a hipótese de operação do GCSC como um SLPT mesmo para pequenas perturbações do seu regime permanente de operação.

## 4.2 SISTEMAS LINEARES PERIÓDICOS NO TEMPO

Sistemas Lineares Periódicos no Tempo (SLPT) são um caso particular de Sistemas Lineares Variantes no Tempo (SLVT) cujos coeficientes variantes no tempo são funções periódicas. Seja um SLVT da seguinte forma:

$$\dot{x}(t) = A(t) \cdot x(t) + B(t) \cdot u(t), \quad \text{com } x(t_0) = x_0, \quad (4-1)$$

onde  $u(t)$  é a função forçante do sistema. A solução da equação homogênea do sistema é (OGATA, 1990):

$$x(t) = \Phi(t, t_0) \cdot x(t_0). \quad (4-2)$$

A matriz  $\Phi(t, t_0)$  é chamada de matriz de transição de estados do sistema e possui as seguintes propriedades:

$$\dot{\Phi}(t, t_0) = A(t) \cdot \Phi(t, t_0) \quad \text{e} \quad \Phi(t_0, t_0) = I, \quad (4-3)$$

onde  $I$  é a matriz identidade da mesma ordem do sistema. Ambas as relações são facilmente demonstradas a partir de (4-2). Supondo-se o sistema escalar, é fácil obter a sua matriz de transição de estados de forma fechada:

$$\Phi(t, t_0) = e^{\int_{t_0}^t A(\tau) \cdot d\tau} \quad \text{e} \quad (4-4)$$

$$x(t) = x(t_0) \cdot e^{\int_{t_0}^t A(\tau) \cdot d\tau}.$$

A matriz de transição de estados assim obtida é, na verdade, uma função escalar. Quando o sistema estudado é de ordem  $n > 1$ ,  $A(t)$  passa a ser uma matriz  $n \times n$ ,  $x(t)$  passa a ser um vetor coluna de dimensão  $n$  e a obtenção da matriz de transição de estados de uma forma fechada deixa de ser possível na maioria dos casos. Para computar numericamente  $\Phi(t, t_0)$  em um SLVT matricial, pode-se usar o método iterativo de *Picard* (RALSTON, 1965):

$$\Phi(t, t_0) = I + \int_{t_0}^t A(\tau) \cdot d\tau + \int_{t_0}^t A(\tau) \left[ \int_{t_0}^{\tau} A(\tau_1) \cdot d\tau_1 \right] \cdot d\tau + \int_{t_0}^t A(\tau) \left[ \int_{t_0}^{\tau} A(\tau_1) \left[ \int_{t_0}^{\tau_1} A(\tau_2) \cdot d\tau_2 \right] \cdot d\tau_1 \right] \cdot d\tau + \dots \quad (4-5)$$

A matriz de transição de estados possui algumas propriedades interessantes, facilmente demonstráveis a partir de (4-2) e (4-3):

$$\Phi(t_2, t_0) = \Phi(t_2, t_1) \cdot \Phi(t_1, t_0); \quad (4-6)$$

$$\Phi(t_1, t_0) = \Phi^{-1}(t_0, t_1). \quad (4-7)$$

A equação matricial (4-1) pode ser resolvida para uma função forçante  $u(t)$ . No caso mais geral,  $x(t)$  é o vetor de estados com  $n$  elementos,  $u(t)$  é o vetor de funções forçantes com  $r$  elementos,  $A(t)$  é uma matriz  $n \times n$  e  $B(t)$  é uma matriz  $n \times r$ . A resposta do sistema a uma função forçante é dada por:

$$x(t) = \Phi(t, t_0) \cdot x(t_0) + \int_{t_0}^t \Phi(t, \tau) \cdot B(\tau) \cdot u(\tau) \cdot d\tau \quad (4-8)$$

As equações e propriedades aqui apresentadas valem para um SLPT, que é um caso particular de um SLVT. Porém, os SLPT, por possuírem algumas propriedades

características, podem ser tratados por teorias específicas, notadamente as teorias de *Floquet* e *Hill* (WERELEY, 1991), que serão discutidas nas próximas seções<sup>1</sup>.

#### 4.2.1 TEORIA DE FLOQUET

*Floquet* publicou seu artigo sobre equações diferenciais com coeficientes periódicos em 1883<sup>2</sup>. A teoria por ele desenvolvida permanece sendo um dos dois métodos de análise de SLPT apresentados tradicionalmente em livros e artigos técnicos, e a partir dos quais diversos desenvolvimentos têm sido feitos. A teoria de *Floquet* tem sido usada nos mais diversos campos do conhecimento, desde na análise dinâmica do movimento de hélices de helicópteros (WERELEY, 1991) até o estudo de epidemias de dengue (OLIVA e SALLUM, 1996), passando evidentemente pelos sistemas de potência [(BOHMANN e LASSETER, 1990), (PILOTTO, 1994), (SEMLYEN, 1999), (MÖLLERSTEDT e BERNHARDSSON, 2000), (NODA *et al.*, 2003)].

Em um sistema periódico, com período  $T$ , a matriz de transição de estados também será periódica, ou seja, será representada por  $\Phi(t + T, t)$ . A matriz de estados de um SLPT é chamada de matriz de monodromia<sup>3</sup> no instante  $t$ . A matriz constante  $\Phi(t_0 + T, t_0)$  é chamada de matriz de monodromia fundamental, ou simplesmente *matriz fundamental*. Usualmente, a matriz fundamental é representada com  $t_0=0$ . A matriz fundamental do sistema tem um papel importantíssimo no teorema de *Floquet* (WERELEY, 1991):

- *Teorema de Floquet*: seja o sistema dinâmico representado em espaço de estados por:

$$\dot{x}(t) = A(t) \cdot x(t) + B(t) \cdot u(t), \quad (4-9)$$

e com a equação de saída:

$$y(t) = C(t) \cdot x(t) + D(t) \cdot u(t), \quad (4-10)$$

onde  $A(t)$ ,  $B(t)$ ,  $C(t)$  e  $D(t)$  são periódicas em  $T$ . Se a matriz fundamental  $\Phi(T, 0)$  não é defectiva, então:

1. A matriz de transição de estados pode ser representada por:

$$\Phi(t, \tau) = P(t) \cdot e^{Q(t-\tau)} \cdot P^{-1}(\tau), \quad (4-11)$$

<sup>1</sup> Ambas as teorias foram desenvolvidas para estudarem a estabilidade do movimento orbital da lua.

<sup>2</sup> A referência completa deste artigo clássico é: FLOQUET, G., 1883, "Sur les Équations Differentielles Linéaires a Coefficients Périodiques". In: *Annales de L'Ecole Normale Supérieure*, no. 12, pp. 47-89.

<sup>3</sup> Monodromia, em matemática, é um *homomorfismo* (o que não ajuda muito a entender...). Na prática, monodromia é o resultado obtido pela integração de uma função ao longo de uma curva fechada, ou ciclo.

onde  $P(t)$  é uma matriz não singular com período  $T$  e  $Q$  é uma matriz constante e eventualmente complexa. Ambas as matrizes terão a mesma dimensão de  $A(t)$ : se  $A(t)$  é  $n \times n$ ,  $P(t)$  e  $Q$  também serão  $n \times n$ . Teoricamente,  $P(t)$  pode ser obtida pela equação diferencial matricial (MÖLLERSTEDT, 2000):

$$\dot{P}(t) = A(t) \cdot P(t) - P(t) \cdot Q . \quad (4-12)$$

2. É possível fazer uma transformação de similaridade tal que  $x(t)$  seja transformada em um outro vetor  $v(t)$ , em um conjunto de coordenadas que são periódicas e variantes no tempo. A equação resultante no novo espaço de estados é um SLIT. A transformação de coordenadas é dada por:

$$v(t) = P^{-1}(t) \cdot x(t) . \quad (4-13)$$

O novo sistema passa a ser:

$$\dot{v}(t) = Q \cdot v(t) + P^{-1}(t) \cdot B(t) \cdot u(t) \quad (4-14)$$

$$y(t) = C(t) \cdot P(t) \cdot v(t) + D(t) \cdot u(t) .$$

A matriz  $Q$  é dada por:

$$Q = P^{-1}(t) \cdot \{A(t) \cdot P(t) - \dot{P}(t)\} . \quad (4-15)$$

A relação entre  $Q$  e  $\Phi(T, 0)$  é:  $\Phi(T, 0) = e^{QT}$ ;

3. Uma condição necessária e suficiente para a estabilidade do sistema é que todos os autovalores da matriz fundamental se localizem dentro do disco unitário aberto ou, matematicamente,  $\lambda\{\Phi(T, 0)\} \in D_0$ , onde  $D_0 = \{z \mid |z| < 1\}$ .

A transformação de coordenadas dada por (4-13) é conhecida como transformação de *Floquet*, *Lyapunov* (HAGEDORN, 1988) ou *Floquet-Lyapunov* (WERELEY, 1991). A maior dificuldade em aplicar a teoria de *Floquet* é obter a matriz de transição de estados para um SLPT, tarefa extremamente complicada para sistemas de ordem igual ou superior a 2. A matriz fundamental é um caso particular do mapa de *Poincaré* para SLPT (FOSSARD e NORMAND-CYROT, 1996).

Ao contrário do que acontece com SLIT, onde sinais exponenciais complexos  $u \cdot e^{st}$  na entrada, onde  $s = (\sigma + j\omega)$ , levam a um operador que os mapeia em sinais exponenciais na saída, criando o conceito de função de transferência, nos SLPT não é possível encontrar um operador que mapeie sinais exponenciais complexos na entrada em sinais exponenciais complexos na saída. Uma simples inspeção das equações do SLPT ((4-9) e (4-10)) permite perceber que um sinal de entrada  $u(t)$  senoidal será modulado por uma

matriz periódica em  $T$ . A modulação no domínio do tempo se transforma em convolução no domínio da frequência, produzindo uma série de harmônicos do sinal  $u(t)$  na saída. Admitindo-se, por exemplo, que a matriz periódica seja formada por um sinal constante somado a um sinal à mesma frequência  $\omega$  de  $u(t)$ , a modulação entre esta matriz e  $u(t)$  produzirá um sinal formado por uma parcela constante, além de componentes às frequências  $\omega$  e  $2\omega$ . Este comportamento é similar ao que ocorre com a função de chaveamento do GCSC, como mostrado no Capítulo 3.

Formalmente, a resposta de um SLPT a um sinal complexo do tipo  $u \cdot e^{st}$ , onde  $s = (\sigma + j\omega)$ , é obtida através de (4-8). Após algumas manipulações algébricas e aplicando as propriedades da matriz de transição de estados, chega-se a (WERELEY, 1991):

$$x(t) = \Phi(t, t_0) \left\{ x(t_0) - \sum_{m=-\infty}^{\infty} [(s + jm\omega)I - Q]^{-1} \cdot P^{-1}_m \cdot B_m \cdot u \right\} + P(t) \cdot \sum_{m=-\infty}^{\infty} [(s + jm\omega)I - Q]^{-1} \cdot P^{-1}_m \cdot B_m \cdot u \cdot e^{(s+jm\omega)t}, \quad (4-16)$$

onde  $\omega$  é a frequência da matriz  $B(t)$  e  $P_m^{-1} B_m$  é o  $m$ -ésimo termo da expansão em série de Fourier da matriz periódica  $P^{-1} B$  (o tempo  $t$  foi omitido por conveniência). A primeira parcela da equação acima é a resposta transitória do sistema, enquanto a segunda parcela é a resposta em regime permanente. Vê-se que, conforme já dito, apesar do sinal de entrada ser uma função exponencial complexa, o sinal de saída é um somatório infinito de funções exponenciais complexas. Assim, os sinais exponenciais complexos não servem como espaço fundamental para os SLPT.

Os resultados apresentados mostram que, teoricamente, não faz sentido falar em função de transferência de um SLPT. Pode-se chegar a uma solução de engenharia adequada o suficiente ao problema que se pretende estudar, tal que o comportamento de um SLPT seja aproximado por um SLIT, representado por sua função de transferência. Todavia, WERELEY (1991) propõe, através de um desenvolvimento matemático sólido e rigoroso, um operador integral apropriado para SLPT. O autor também estabelece um novo espaço fundamental de sinais para os SLPT, formado por *sinais periódicos geométricos (SPG)*, definidos como  $u(t+NT) = z^N u(t)$ ,  $N \in \mathbb{N}$  e  $z \in \mathbb{C}$ . A resposta em regime permanente de um SLPT a um sinal de entrada SPG também é um sinal SPG. Esta teoria desenvolvida por WERELEY, embora elegante, não leva a métodos numéricos eficientes de cálculo de pólos do sistema.

A matriz fundamental de um SLPT é definida em  $t=T$  e o Teorema de *Floquet* diz que uma condição de estabilidade necessária e suficiente é que os autovalores desta matriz se encontrem dentro do círculo unitário. O problema do cálculo dos pólos de um SLPT pode então ser formulado no domínio  $z$ :

$$\{z \cdot I - \Phi(T,0)\} \cdot v = 0, \quad (4-17)$$

onde  $v$  são os autovetores do SLPT e  $z \in \mathbb{C}$ . O polinômio característico do SLPT é dado por:

$$\lambda(z) = |z \cdot I - \Phi(T,0)|. \quad (4-18)$$

#### 4.2.2 TEORIA DE HILL

A segunda teoria clássica para análise dinâmica de SLPT é a teoria de *Hill*, publicada em 1886<sup>4</sup>, também conhecida como método do balanceamento harmônico. O resultado de (4-16) mostrou que a resposta de um SLPT a um sinal de entrada exponencial complexo é um somatório infinito de componentes exponenciais complexas. *Hill* desenvolveu uma representação de um SLPT como um determinante infinito, baseando-se no fato de que a solução de um SLPT, quando excitado por um sinal exponencial complexo, é dada por um somatório de exponenciais complexas da seguinte forma:

$$x(t) = e^{st} \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n \cdot e^{jn\omega t}, \quad (4-19)$$

onde  $e^{st}$  é o sinal de entrada e  $\omega$  é a frequência angular do SLPT. O sinal  $x(t)$  é representado por uma exponencial complexa modulada por uma série de Fourier complexa. Este sinal, chamado de *sinal periódico modulado exponencialmente (SPME)*, é uma representação diferente de um *SPG* utilizando série de Fourier. Pode-se afirmar que um *SPG* ou *SPME* tem um papel para os SLPT similar ao que os sinais senoidais têm para os SLIT (WERELEY e HALL, 1990).

Partindo das equações de estado (4-9) e (4-10) de um SLPT, e admitindo que o vetor de estados  $x(t)$  é um *SPME*, dado por (4-19), quando o sinal de entrada também é um *SPME*, o modelo do SLPT em espaço de estados pode ter seus termos expandidos em séries de Fourier complexas (WERELEY, 1991). O resultado a que se chega é um espaço de estados harmônicos:

---

<sup>4</sup> A referência completa deste artigo clássico é: HILL, G. W., 1886, "On the Part of Lunar Perigee which is a Function of the Mean Motions of the Sun and Moon". In: *Acta Mathematica*, no. 8, pp. 1-36.

$$s \cdot \mathbf{x} = [\mathbf{A} - \mathbf{N}] \cdot \mathbf{x} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{u} \quad (4-20)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{D} \cdot \mathbf{u}; \quad (4-21)$$

onde  $s$  é a frequência complexa. Os vetores e matrizes em negrito são infinitos, formados pelos coeficientes de Fourier dos vetores e matrizes periódicos originais. Os vetores infinitos são:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \vdots \\ x_{-2} \\ x_{-1} \\ x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ \vdots \end{bmatrix}, \quad \mathbf{y} = \begin{bmatrix} \vdots \\ y_{-2} \\ y_{-1} \\ y_0 \\ y_1 \\ y_2 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \vdots \\ u_{-2} \\ u_{-1} \\ u_0 \\ u_1 \\ u_2 \\ \vdots \end{bmatrix}, \quad (4-22)$$

onde cada um dos elementos dos vetores tem a mesma dimensão do vetor periódico original, ou seja, se  $x(t)$  é um vetor  $r \times 1$ ,  $x_n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ , também será  $r \times 1$ .

A matriz dinâmica  $A(t)$ , periódica em  $T$ , é dada por:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \\ \cdots & A_0 & A_{-1} & A_{-2} & A_{-3} & A_{-4} & \cdots \\ \cdots & A_1 & A_0 & A_{-1} & A_{-2} & A_{-3} & \cdots \\ \cdots & A_2 & A_1 & A_0 & A_{-1} & A_{-2} & \cdots \\ \cdots & A_3 & A_2 & A_1 & A_0 & A_{-1} & \cdots \\ \cdots & A_4 & A_3 & A_2 & A_1 & A_0 & \cdots \\ \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}, \quad (4-23)$$

onde  $A_k$  são os coeficientes de Fourier de  $A(t)$ , tal que:

$$A(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} A_k e^{jk\omega t} \quad \text{e} \quad (4-24)$$

$$A_k = \frac{\omega}{2\pi} \int_{t_0 - \frac{2\pi}{\omega}}^{t_0} A(t) e^{-jk\omega t} dt.$$

As matrizes infinitas  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{C}$  e  $\mathbf{D}$  são obtidas de forma similar. Finalmente, a matriz diagonal  $\mathbf{N}$  contém todos os harmônicos da frequência fundamental do SLPT:

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \\ \cdots & -j2\omega \cdot I & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\ \cdots & 0 & -j\omega \cdot I & 0 & 0 & 0 & \cdots \\ \cdots & 0 & 0 & 0 \cdot I & 0 & 0 & \cdots \\ \cdots & 0 & 0 & 0 & j\omega \cdot I & 0 & \cdots \\ \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & j2\omega \cdot I & \cdots \\ \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}, \quad (4-25)$$

onde  $I$  é a matriz identidade com dimensão igual à de  $A(t)$ .

Em sua tese, WERELEY (1991) desenvolve e estabelece uma série de propriedades para os espaços de estados harmônicos, criando um valioso arcabouço teórico para os SLPT. Duas delas são destacadas a seguir:

- Pode-se definir uma função de transferência harmônica para o SLPT, da seguinte forma:

$$\mathbf{y} = \left\{ \mathbf{C} \cdot [s\mathbf{I} - (\mathbf{A} - \mathbf{N})]^{-1} \cdot \mathbf{B} + \mathbf{D} \right\} \cdot \mathbf{u} = \mathbf{G}(s) \cdot \mathbf{u}, \quad (4-26)$$

onde  $\mathbf{I}$  é uma matriz identidade infinita e  $\mathbf{G}(s)$  é a função de transferência harmônica.

- A partir da modelagem feita no espaço de estados harmônicos, o problema do cálculo de pólos de um SLPT pode ser formulado no domínio  $s$ :

$$[s\mathbf{I} - (\mathbf{A} - \mathbf{N})] \cdot \mathbf{v} = 0 \quad \text{e} \quad (4-27)$$

$$\lambda(s) = |s\mathbf{I} - (\mathbf{A} - \mathbf{N})|, \quad (4-28)$$

onde  $\mathbf{v}$  são os autovalores e  $\lambda(s)$  é o polinômio característico do SLPT.

Na prática, a abordagem proposta por *Hill* de modelagem em espaço de estados harmônicos é implementável numericamente desde que as matrizes e vetores infinitos sejam truncados até o maior nível de harmônico desejado. Baseando-se nessa teoria, NODA *et al.* (2003) desenvolvem uma função de transferência dinâmica no domínio harmônico para sistemas de potência contendo elementos não lineares e periódicos no tempo.

Para concluir esta seção, os métodos de *Floquet* e *Hill* apresentam duas maneiras diferentes de modelar um mesmo SLPT:

- *Floquet* analisa a matriz fundamental, definida após um ciclo de operação do SLPT. Isto significa amostrar os estados do sistema a cada ciclo e calcular os pólos do sistema discreto resultante, *i.e.*, obter os pólos no domínio  $z$ . Através desta abordagem, obtêm-se tantos pólos em  $z$  quantos são os estados do sistema;
- *Hill* modela o sistema no espaço de estados harmônicos, encontrando a relação entre cada harmônico do SLPT, dos estados, do sinal de entrada e da saída do sistema. Os pólos são calculados para o sistema contínuo, *i.e.*, no domínio  $s$ . Através desta abordagem, obtêm-se infinitos pólos em  $s$ .

Embora as abordagens sejam distintas, elas são equivalentes e devem levar a resultados iguais na análise da estabilidade de um sistema linear periódico no tempo.

Assim, os pólos encontrados por ambos os métodos se relacionam através da conhecida equação de transformação entre os domínios  $s$  e  $z$  (OPPENHEIM *et al.*, 1983):

$$z = e^{sT}. \quad (4-29)$$

Os pólos no domínio  $z$  são mapeados no domínio  $s$  através do logaritmo complexo de  $e^{sT}$ , dado que  $s$  é uma variável complexa. Usando a definição de logaritmo complexo (CAIN, 1999), chega-se a:

$$s = \frac{1}{T} [\log|z| + j\angle z] + jn\omega, \quad (4-30)$$

onde  $n \in \mathbb{Z}$ .

Cada valor de  $n$  definirá um conjunto diferente de pólos em  $s$ , ou um ramo diferente no plano  $s$ , uma vez que a parcela  $jn\omega$  significa uma translação de  $n\omega$  no eixo complexo. Quando  $n$  é igual a zero, obtêm-se o logaritmo principal de  $z$  e os pólos do ramo fundamental, em número idêntico ao de estados do sistema<sup>5</sup>. Assim, na abordagem de *Hill*, as informações sobre a estabilidade do sistema linear periódico no tempo podem ser suficientemente obtidas dos pólos no ramo fundamental.

### 4.3 MODELAGEM DO GCSC COMO UM SLPT

Com base no que foi discutido no Capítulo 3 e nas seções anteriores, busca-se nesta seção um modelo analítico para o GCSC, utilizando suas funções de chaveamento e demais relações de circuito. No caso mais geral, como se viu na seção 3.3, a função de chaveamento do GCSC depende da corrente na linha, o que torna a relação entre tensão e corrente do equipamento não-linear. Além disso, as funções de chaveamento dependem do ângulo de corte, o que torna a relação entre ângulo de corte e tensão também não-linear.

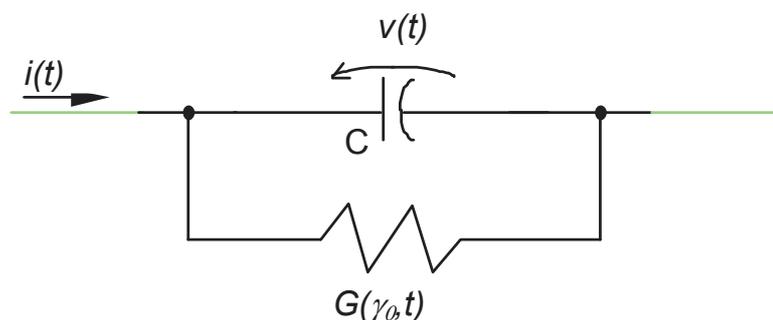
#### 4.3.1 O GCSC COMO UM SISTEMA LINEAR PERIÓDICO NO TEMPO

Admitindo-se que o conteúdo harmônico na corrente da linha de transmissão seja pequeno o suficiente para que a variação no ângulo de disparo natural  $\alpha$  das chaves autocomutadas seja desprezível e que o ângulo de fase  $\theta$  da corrente não varie significativamente com a mudança do ponto de operação do GCSC, a função de chaveamento do equipamento será dependente apenas de  $\gamma$  e de  $t$ .

---

<sup>5</sup> Na verdade, cada ramo harmônico de pólos terá tantos pólos quanto forem os estados do SLPT.

Supondo uma operação com ângulo de corte constante  $\gamma_0$ , a função de chaveamento será dependente apenas do tempo, e a relação entre tensão e corrente, doravante chamada de relação de impedância no GCSC, será linear periódica no tempo. A Figura 4-1 mostra um circuito equivalente para a o GCSC alimentado por uma fonte de corrente. A chave autocomutada é modelada por uma condutância variante no tempo e dependente do ângulo de corte das chaves. Esta função condutância é obtida multiplicando-se a função de chaveamento pela condutância das chaves autocomutadas, que é da ordem de  $10^3 \text{ S}^6$ . A função condutância será representada por  $G(t)$ , omitindo-se a dependência de  $\gamma_0$ , que é considerado constante.



**Figura 4-1: GCSC ligado a fonte de corrente modelado como um SLPT**

O circuito obtido é escalar, com a tensão  $v(t)$  como variável de estado e a corrente  $i(t)$  como função forçante. A equação do sistema na forma de espaço de estados é:

$$\dot{v} = \left[ -\frac{G(t)}{C} \right] \cdot v + \left[ \frac{1}{C} \right] \cdot i \quad (4-31)$$

onde as dependências de  $v$  e  $i$  com  $t$  são omitidas.

#### 4.3.2 APLICAÇÃO DA TEORIA DE FLOQUET A UM GCSC LIGADO A FONTE DE CORRENTE

A teoria de *Floquet* será aplicada ao GCSC ligado a fonte de corrente, para que se obtenha a matriz de transição de estados do sistema. Como o sistema estudado possui um único estado, a matriz de transição de estados tem um único elemento e se reduz a uma função de transição de estados.

A solução homogênea do sistema (4-31) é obtida resolvendo-se:

$$\dot{v}(t) = -\frac{G(t)}{C} v(t) = -\frac{S(t)}{R_{ch} C} v(t), \quad (4-32)$$

<sup>6</sup> Esse valor, equivalente a uma resistência de condução das válvulas de  $1 \text{ m}\Omega$  e típico para GTO, é uma aproximação, dado que a relação entre corrente e tensão na válvula em condução é não-linear.

onde  $S(t)$  é a função de chaveamento do GCSC e  $R_{ch}$  é a resistência de condução da válvula autocomutada.

Chega-se ao seguinte resultado:

$$v_h(t) = \Phi(t, t_0) \cdot v(t_0) , \quad (4-33)$$

onde  $v(t_0)$  é o estado inicial do sistema em  $t_0$ . Por conveniência, manteve-se para a função de transição de estados a mesma representação da matriz de transição de estados. A função de transição  $\Phi(t, t_0)$  é obtida da seguinte forma:

$$\Phi(t, t_0) = e^{\int_{t_0}^t -\frac{S(\tau)}{R_{ch} \cdot C} \cdot d\tau} . \quad (4-34)$$

Substituindo o valor da função de chaveamento convencional  $S(t)$  em (4-34), chega-se à função de transição de estados do GCSC:

$$\Phi(t, t_0) = e^{\frac{-1}{R_{ch} \cdot C} \cdot \left\{ \frac{2\gamma - \pi}{\pi} (t - t_0) + \sum_{h=1}^{\infty} \left\{ \frac{\text{sen}(2h\gamma + h\pi)}{\pi h^2 \omega} [\text{sen}(2h\omega t - 2h) - \text{sen}(2h\omega t_0 - 2h\theta)] \right\} \right\}} \quad (4-35)$$

Desagrupando os termos, pode-se colocar esta matriz na forma proposta pelo teorema de *Floquet* (4-11), chegando-se às funções utilizadas naquela equação para o GCSC ligado a fonte de corrente:

$$\begin{aligned} \Phi(t, t_0) = e^{\left\{ \frac{1}{R_{ch} \cdot C} \cdot \sum_{h=1}^{\infty} \left\{ \frac{\text{sen}(2h\gamma + h\pi)}{\pi h^2 \omega} [\text{sen}(2h\omega t_0 - 2h\theta)] \right\} \right\}} \cdot e^{\frac{-1}{R_{ch} \cdot C} \cdot \frac{2\gamma - \pi}{\pi} (t - t_0)} \\ \cdot e^{\left\{ \frac{-1}{R_{ch} \cdot C} \cdot \sum_{h=1}^{\infty} \left\{ \frac{\text{sen}(2h\gamma + h\pi)}{\pi h^2 \omega} [\text{sen}(2h\omega t - 2h\theta)] \right\} \right\}} = P^{-1}(t) \cdot e^{\mathcal{Q}(t-t_0)} \cdot P(t) \end{aligned} \quad (4-36)$$

Fazendo  $t=T$  e supondo  $t_0=0$ , obtém-se a matriz fundamental do GCSC, utilizada no problema do cálculo de autovalores do sistema:

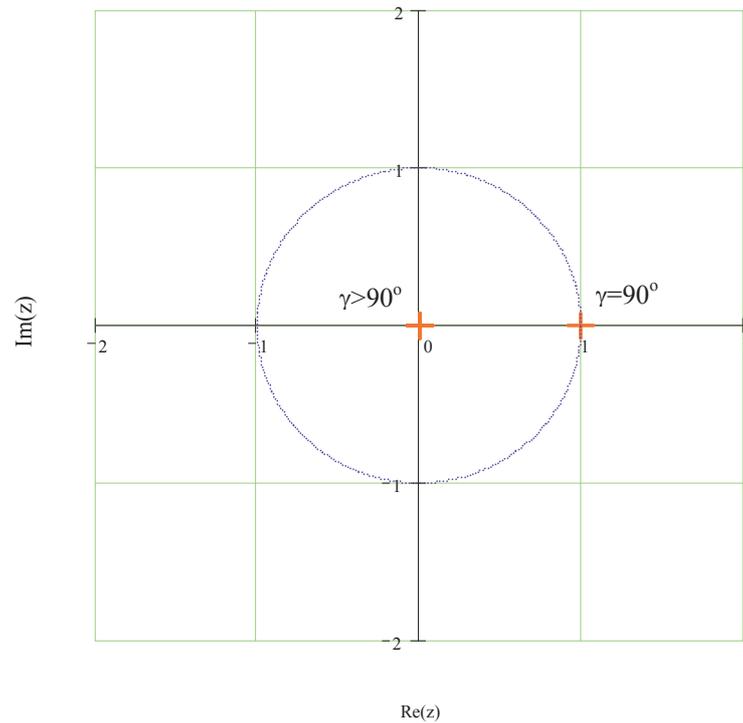
$$\Phi(T, 0) = e^{\left[ \frac{-(2\gamma - \pi)}{R_{ch} \cdot C \cdot \pi} \right] \cdot T} = e^{\mathcal{Q} \cdot T} . \quad (4-37)$$

Pode-se usar  $P(t)$  para se fazer uma transformação de similaridade ou transformação de *Floquet-Lyapunov* para uma variável  $z(t)$ , tal que  $v(t) = P(t)z(t)$ . Chega-se a um sistema invariante no tempo da forma:

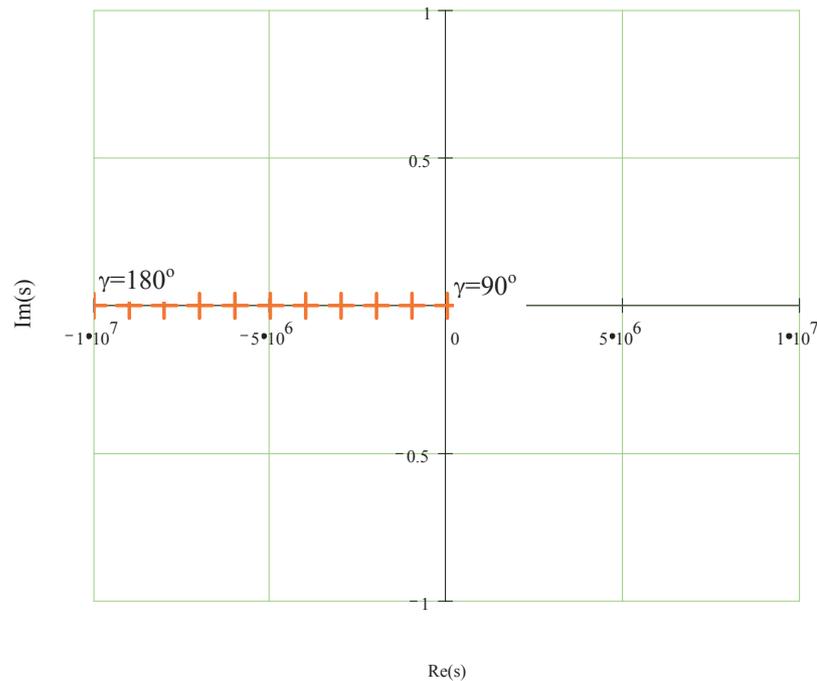
$$z(t) = P^{-1}(t) \cdot [A(t) \cdot P(t) - P(t)] z(t) + P^{-1}(t) \cdot B(t) \cdot i(t) = \mathcal{Q} \cdot z(t) + P^{-1}(t) \cdot B(t) \cdot i(t) \quad (4-38)$$

Os pólos do sistema podem ser agora calculados de duas formas diferentes: no domínio discreto, calculando-se os autovalores de  $\Phi(T, 0)$ , ou no domínio contínuo, calculando-se os pólos de  $\mathcal{Q}$ . A Figura 4-2 mostra o diagrama de pólos do GCSC no

domínio  $z$ , em função do ângulo de corte  $\gamma$ . A Figura 4-3 mostra o diagrama de pólos fundamentais do GCSC no domínio  $s$ , também em função do ângulo de corte  $\gamma$ , obtidos a partir do logaritmo principal de  $\Phi(T,0)$ . A operação com  $\gamma=90^\circ$  equivale à operação como capacitor fixo. Neste caso, o pólo correspondente em  $z$  aparece no círculo unitário, enquanto o pólo em  $s$  aparece na origem. Como a constante de tempo  $R_{ch}C$  é muito pequena, os demais pólos se concentram virtualmente na origem, no plano  $z$ , e com partes reais negativas de módulo grande, no plano  $s$ .



**Figura 4-2: Pólos do GCSC em função de  $\gamma$  no domínio  $z$**



**Figura 4-3: Pólos do GCSC em função de  $\gamma$  no domínio  $s$  (ramo fundamental)**

É evidente que o sistema modelado é bastante simplificado, especialmente quando se considera que o objetivo do GCSC ou de qualquer outro equipamento FACTS é ser interligado ao sistema elétrico de potência, extremamente complexo. A dinâmica do chaveamento das chaves autocomutadas, modelada através do circuito RC formado pela capacitância e pela resistência de condução das chaves, é muito rápida: a constante de tempo do circuito analisado é de 100 ns e sua modelagem não tem qualquer interesse prático na análise dinâmica do sistema elétrico<sup>7</sup>.

No entanto, algumas conclusões interessantes podem ser observadas desta análise:

- O método previu corretamente o comportamento do sistema com ângulo de corte  $\gamma=90^\circ$ , situação em que o GCSC se reduz a um capacitor série. Neste caso, não há qualquer amortecimento no sistema: o pólo correspondente no espaço discreto está em  $z=1$ , e no espaço contínuo está em  $s=0$ ;
- Para ângulos de corte maiores que  $90^\circ$ , a dinâmica RC é muito rápida e os pólos tendem para  $z=0$  no espaço discreto e para  $-\infty$  no espaço contínuo. Na prática, a resposta do GCSC nestas situações é praticamente instantânea, exceto pelo atraso natural dos instantes de corte e disparo das chaves, devido à natureza discreta de sua operação;

<sup>7</sup> Mesmo que se deseje modelar a dinâmica do chaveamento, para efeito de análise dos seus transitórios, é provável que se tenha que usar um modelo mais detalhado das chaves autocomutadas.

- Aplicando-se o teorema de *Floquet*, obteve-se a função de transição de estados e, a partir dela, a matriz fundamental (ou função fundamental neste caso) do GCSC operando com fonte de corrente. Comparando-se (4-37) com a função de chaveamento, dada por (3-7), chega-se à importante conclusão de que a matriz constante  $Q$  do SLIT obtido por transformação de *Floquet-Lyapunov* do SLPT é formada pelo termo contínuo da função de chaveamento. Em outras palavras, a parcela da função de chaveamento que interessa para a análise da estabilidade periódica do GCSC ligado a fonte de corrente é o seu termo contínuo.

#### 4.4 ANÁLISE DE UM GCSC COMPENSANDO LINHA CURTA

A Figura 4-4 mostra o circuito equivalente de um GCSC compensando uma linha de transmissão curta, representada pelo seu equivalente RL. Ao contrário do que se fez na modelagem do GCSC ligado a fonte de corrente, despreza-se a resistência de condução das chaves autocomutadas. A chave é modelada diretamente por sua função de chaveamento convencional. Admite-se que as condições de operação do sistema são tais que (3-7) continua válida para a função de chaveamento do GCSC, ou seja, as chaves operam de forma periódica.

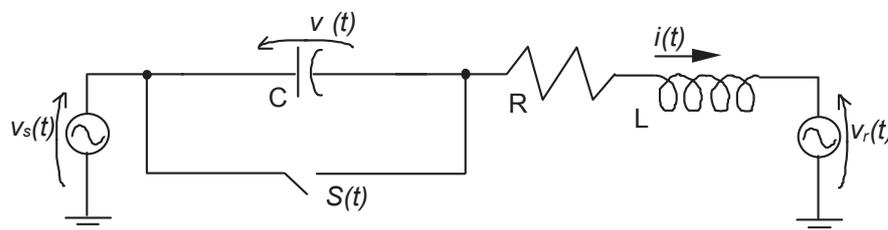


Figura 4-4: GCSC compensando linha curta, ligando duas fontes de tensão

Desenvolvendo as equações do circuito, chega-se ao seguinte modelo em espaço de estados para o SLPT:

$$\begin{bmatrix} \dot{i} \\ \dot{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1-S(t)}{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_s \\ v_r \end{bmatrix}, \quad (4-39)$$

onde  $i$  é a corrente na linha,  $v$  é a tensão no capacitor do GCSC,  $v_s$  é a tensão no terminal emissor da linha e  $v_r$  é a tensão no lado receptor da linha. A dependência com  $t$  das variáveis de estado e das funções forçantes foi omitida por simplicidade de notação.

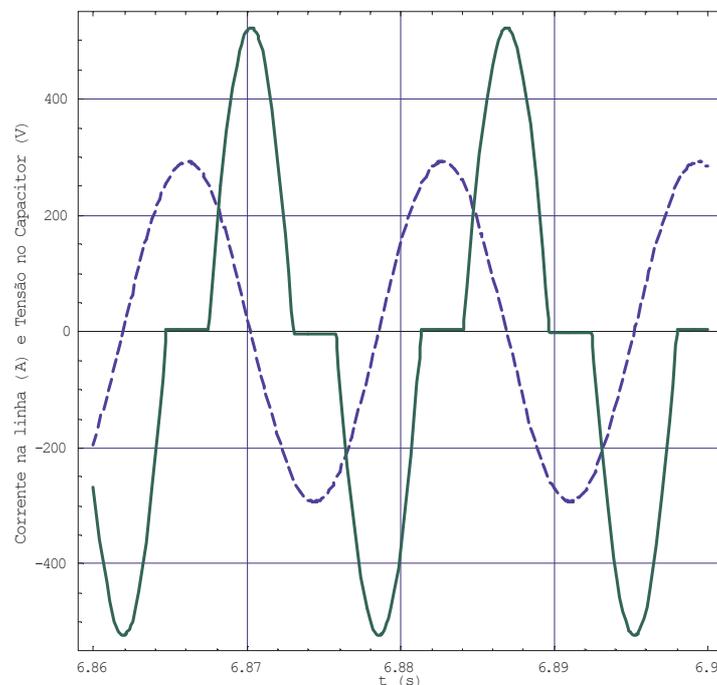
O sistema de equações de estados do GCSC ligado a linha curta foi simulado no *Mathematica* (WOLFRAM, 2003). A diferença entre as tensões do sistema é

cossenoidal e pode ser representada fasorialmente, em valores de pico, por  $V = 10000 \angle 0^\circ \text{V}$ . A linha curta é modelada por uma resistência de  $5,6 \Omega$  e uma indutância de  $92,8 \text{ mH}$ . A capacitância do GCSC foi dimensionada para compensar um máximo de 10% da reatância da linha e vale  $759 \mu\text{F}$ . O equipamento opera com ângulo de corte de  $120^\circ$ . A função de chaveamento  $S(t)$  foi sincronizada com a corrente na linha. Para isso, ela foi deslocada de  $\theta_{vi}$ , que é o ângulo de fase entre a tensão aplicada à linha e a corrente na linha, utilizando-se a aproximação a seguir<sup>8</sup>:

$$\theta_{vi} = \left\{ \frac{\pi}{2} - \arctan \left[ \left( \omega \cdot L - \frac{1}{\pi \cdot \omega \cdot C} (2\gamma - 2\pi - \sin(2\gamma)) \right) / R \right] \right\}, \quad (4-40)$$

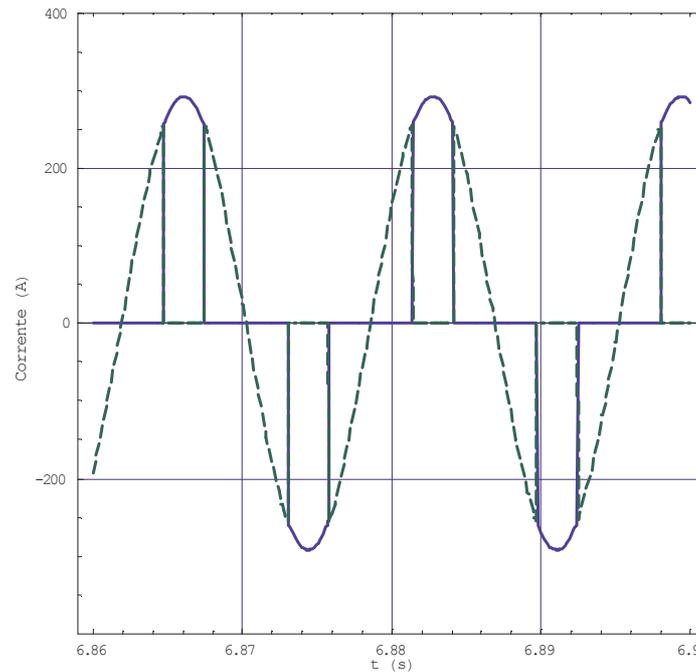
onde L e R são, respectivamente, a resistência e a indutância da linha, C é a capacitância do GCSC e  $\gamma$  é o ângulo de corte considerado.

A Figura 4-5 mostra as formas de onda de tensão no capacitor e corrente na linha para esta simulação. A Figura 4-6 mostra as correntes na válvula e no capacitor. A simulação apresentada serve para mostrar a adequação do modelo, mas não é um método computacionalmente eficiente para se obter as formas de onda do GCSC em regime permanente, especialmente quando o sistema analisado é mais complicado. Uma alternativa mais eficiente para se obter estas formas de onda seria usar um método iterativo, como o proposto por LIMA *et al.* (2003).



**Figura 4-5: Resultado da simulação do sistema de equações periódicas no tempo do GCSC ligado a linha curta - Tensão no capacitor (linha contínua) e Corrente na linha (linha tracejada).**

<sup>8</sup> O capacitor é representado pela sua reatância fundamental equivalente (ver Capítulo 2).



**Figura 4-6: Resultado da simulação do sistema de equações periódicas no tempo do GCSC ligado a linha curta - Corrente nas válvulas (linha contínua) e Corrente no capacitor (linha tracejada).**

No caso de um SLPT matricial, com dois ou mais estados, não há nenhum método analítico geral para se obter a matriz de transição de estados. A obtenção da matriz de transição de estados e da matriz fundamental não é mais possível por integração direta, como no caso do GCSC ligado a fonte de corrente. A utilização do método iterativo de *Picard*, dado pela equação (4-5), também não leva a uma forma fechada da matriz de transição de estados  $\Phi(t, t_0)$ . Algumas formas de se obter a matriz fundamental e calcular pólos do sistema são discutidas a seguir.

#### 4.4.1 CÁLCULO DE PÓLOS DO SISTEMA

BOMANN e LASSETER (1990) exploram o fato da função de chaveamento do reator controlado a tiristor ser um caso especial de função periódica, formada por um somatório de degraus. O mesmo ocorre para o GCSC (ver Figura 3-7). A operação do equipamento pode ser entendida como uma seqüência de operações de sistemas lineares cuja topologia é modificada pela operação da chave autocomutada, fazendo com que o sistema seja linear por partes.

No método linear por partes desenvolvido pelos autores, considera-se o fato de que em cada um dos intervalos definidos pela função de chaveamento o sistema é um SLIT, cuja equação de estado independe do tempo. A equação diferencial de cada um destes intervalos é dada por:

$$\dot{x}(t) = A \cdot x(t) \quad , \quad (4-41)$$

onde  $x(t)$  é o vetor de estados do sistema. A solução deste sistema é:

$$x(t) = e^{A(t-t_0)} \cdot x(t_0) \quad , \quad (4-42)$$

onde  $x(t_0)$  é o vetor de estados do sistema no início do intervalo  $t=t_0$ . Esta solução só é válida para o intervalo em apreciação, seja ele de condução da chave, seja ele de corte. Cada intervalo de condução e corte das chaves será representado por uma matriz  $A$  distinta, respectivamente:

$$A_{cond} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad A_{corte} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix}. \quad (4-43)$$

Observe-se que  $A_{cond}$ , na verdade, corresponde a uma situação em que o capacitor está curto-circuitado e o sistema possui apenas um estado – a corrente na indutância da linha curta. O sistema com a chave fechada seria perfeitamente representado por uma única equação e uma variável de estado, porém, para manter compatibilidade com o sistema com a chave aberta, ele é representado pela matriz 2x2  $A_{cond}$ .

Utilizando-se a equação (4-6), pode-se obter a matriz fundamental do SLPT. Admitindo-se que o período de operação do SLPT se inicia em  $t_0$ , com a chave autocomutada conduzindo, e os sucessivos instantes de chaveamento neste mesmo período são  $t_1, t_2, t_3, t_4$  e  $t_5$ , onde instantes ímpares delimitam o início de período de corte da chave, chega-se à matriz fundamental do sistema:

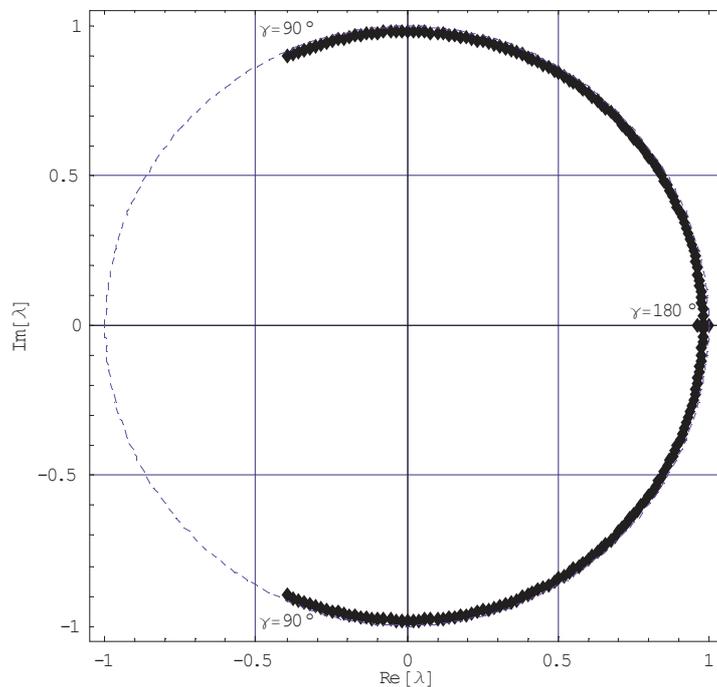
$$\Phi(T,0) = e^{A_{cond}(t_5-t_4)} \cdot e^{A_{corte}(t_4-t_3)} \cdot e^{A_{cond}(t_3-t_2)} \cdot e^{A_{corte}(t_2-t_1)} \cdot e^{A_{cond}(t_1-t_0)}. \quad (4-44)$$

A grande dificuldade passa a ser determinar os instantes de disparo e corte das chaves autocomutadas, que dependerão do ângulo de corte  $\gamma$ , além da corrente na linha, no caso mais geral. Todavia, uma vez conhecidos os instantes de chaveamento, o método proposto é facilmente implementável numericamente, bastando utilizar uma rotina de cálculo de  $e^{A \cdot t}$  (OGATA, 1990)<sup>9</sup>.

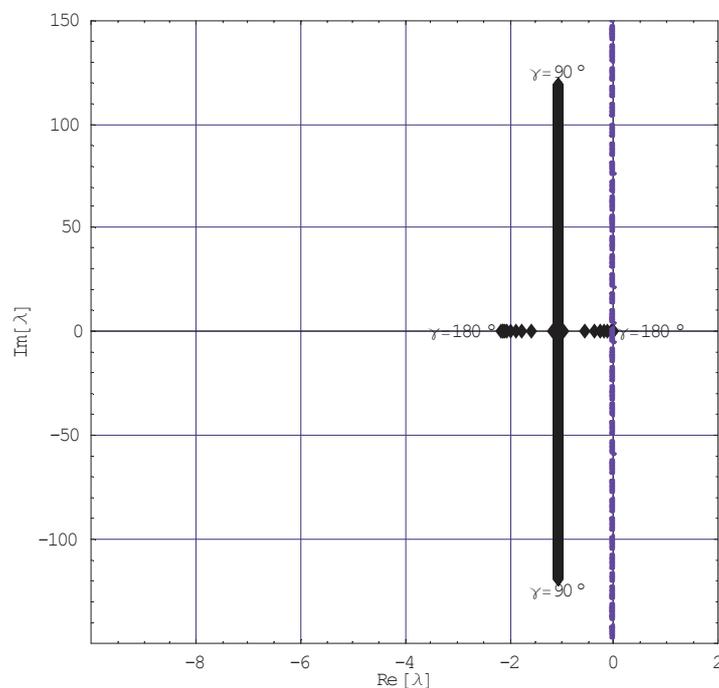
O exemplo apresentado a seguir considera uma linha curta com  $L=92,8$  mH e  $R=0,2 \Omega$ . O GCSC pode compensar um máximo de 10% da reatância série da linha, com  $C=759 \mu\text{F}$ . Utilizando-se o método da equação (4-44) e variando o valor de  $\gamma$  de

<sup>9</sup> Mesmo que a operação das chaves não seja periódica, pode se usar o método descrito para a obtenção da matriz de transição de estados em um instante qualquer. No entanto, não faz sentido obter uma matriz fundamental para sistemas não periódicos.

$90^\circ$  a  $180^\circ$ , são obtidas as matrizes fundamentais para cada ângulo de corte. Considere-se que o ângulo de não-condução das chaves é  $\sigma=2\pi-2\gamma$ . Seus autovalores são mostrados na Figura 4-7, no espaço discreto, e na Figura 4-8, no espaço contínuo.



**Figura 4-7: Pólos no domínio  $z$  do GCSC ligado a linha curta**

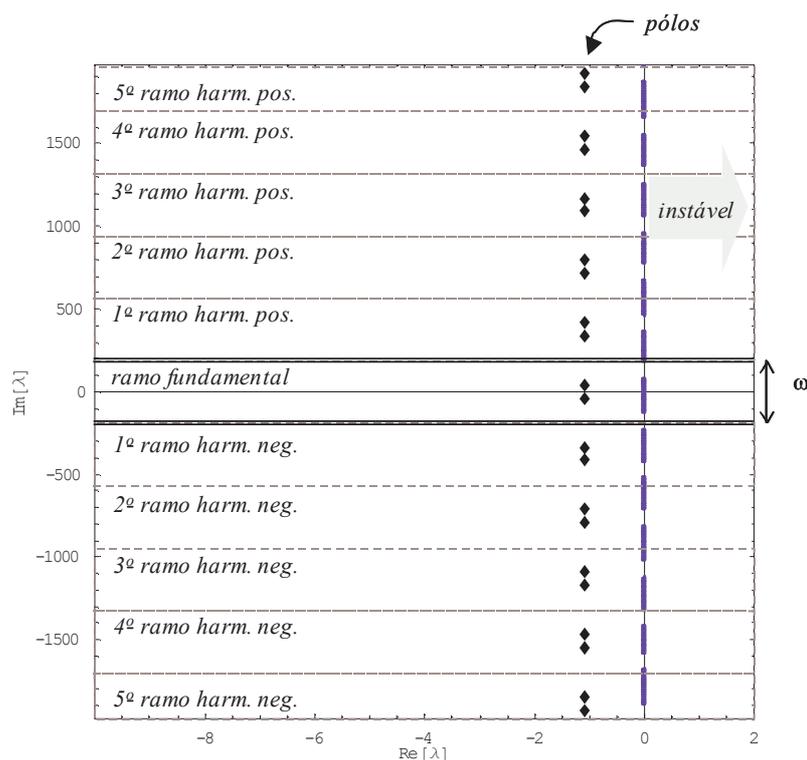


**Figura 4-8: Pólos no domínio  $s$  do GCSC ligado a linha curta (ramo fundamental)**

A Figura 4-9 mostra os pólos do SLPT para um ângulo de corte  $\gamma=150^\circ$ . São mostrados na figura, além dos pólos no ramo fundamental, localizado na faixa infinita

paralela ao eixo real e delimitada por  $-188,5$  e  $+188,5$  rad/s ( $\pm\omega/2$ ), alguns pólos em ramos harmônicos. Estes pólos são matematicamente obtidos pela função logaritmo complexo dos pólos do sistema discreto, modelado segundo a abordagem de Floquet. Os ramos harmônicos surgem quando se varia o ângulo de fase da função logaritmo de  $2n\pi$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ , como visto em (4-29).

Fisicamente, é importante lembrar que o sistema da Figura 4-4 possui apenas dois estados: a tensão no capacitor e a corrente na indutância da linha curta. Os pólos em ramos harmônicos são apenas translações no eixo imaginário dos pólos no ramo fundamental, que surgem devido à periodicidade do sistema. Em outras palavras, tanto os pólos no ramo fundamental como nos ramos harmônicos possuem partes reais idênticas, para um determinado ângulo de corte. Como, para se determinar a estabilidade do sistema no domínio  $\mathbb{s}$ , o que importa é o sinal da parte real dos pólos, é suficiente considerar apenas os pólos no ramo fundamental quando se pretende determinar a estabilidade do sistema linear periódico no tempo<sup>10</sup>.



**Figura 4-9: Pólos no domínio  $\mathbb{s}$  do GCSC ligado a linha curta para  $\gamma=150^\circ$  (ramo fundamental e ramos harmônicos)**

<sup>10</sup> Na verdade, poder-se-ia olhar qualquer ramo harmônico para se determinar a estabilidade do sistema. A conclusão importante é que, para avaliar a estabilidade do sistema, basta analisar um dos ramos (fundamental ou harmônicos), não sendo necessário analisar os demais.

#### 4.4.2 APROXIMAÇÃO DO GCSC POR UM SLIT

Na seção 4.3.2 viu-se que a matriz constante  $Q$  do SLIT equivalente dinâmico de Floquet de um GCSC ligado a fonte de corrente é formada pela componente contínua da função de chaveamento. Para investigar a possibilidade da validade deste resultado para um GCSC ligado a linha curta, a primeira tentativa foi obter um SLIT utilizando-se apenas a componente contínua da função de chaveamento. A aproximação não foi adequada pelo fato de que, da forma como foi modelado o sistema, durante a condução da chave o estado “tensão no capacitor” não existe.

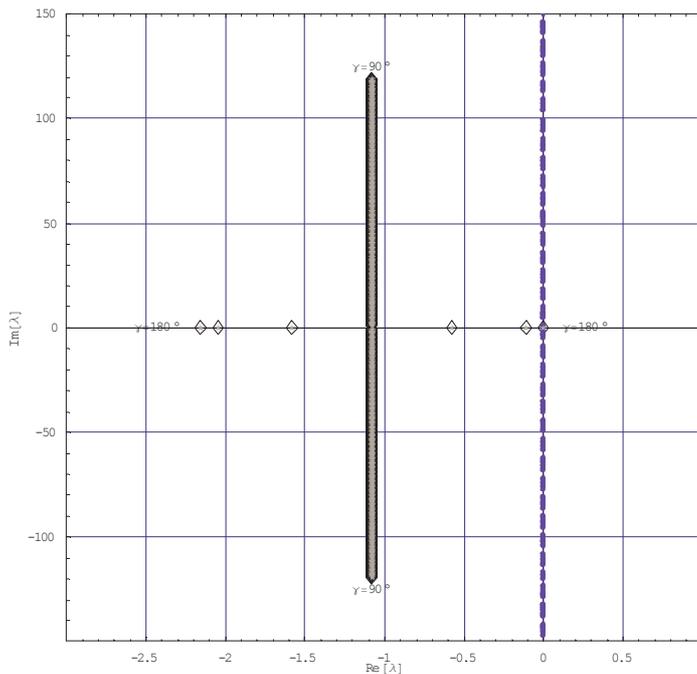
A aproximação adotada para o GCSC ligado a linha curta consistiu em usar a componente contínua da matriz  $A(t)$  do SLPT, ao invés da componente contínua da função de chaveamento<sup>11</sup>. Dessa forma, se obteve uma aproximação média do espaço de estados (MIDDLEBROOK, 1988) para a matriz  $Q$ . O SLIT homogêneo obtido é:

$$\begin{bmatrix} \dot{i} \\ \dot{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{2\gamma - \pi}{\pi} \frac{1}{L} \\ \frac{2\pi - 2\gamma}{\pi} \frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix}. \quad (4-45)$$

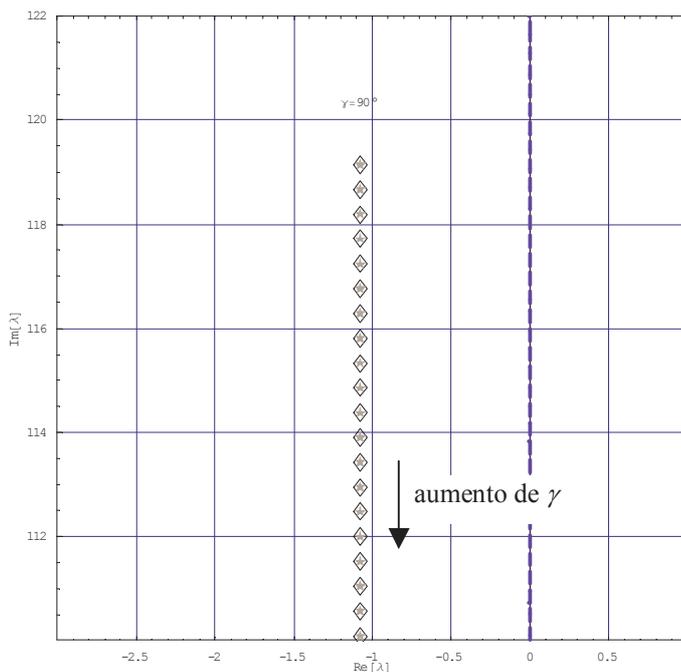
Os pólos deste sistema foram calculados, em função do ângulo de corte  $\gamma$  das chaves autocomutadas, no domínio  $s$ . A Figura 4-10 mostra os pólos do SLIT definido por (4-45), comparados aos pólos do SLPT obtido pelo método linear por partes. A Figura 4-11 mostra um detalhe do ramo superior dos pólos próximo à região de operação com  $\gamma$  igual a  $90^\circ$ . Percebe-se claramente que os pólos do SLIT são virtualmente coincidentes com os pólos do SLPT.

---

<sup>11</sup> Para o caso escalar, do GCSC ligado a fonte de corrente, as duas abordagens são idênticas.



**Figura 4-10: Comparação de pólos do SLPT com pólos do equivalente SLIT (♦: SLPT, \*:SLIT)**

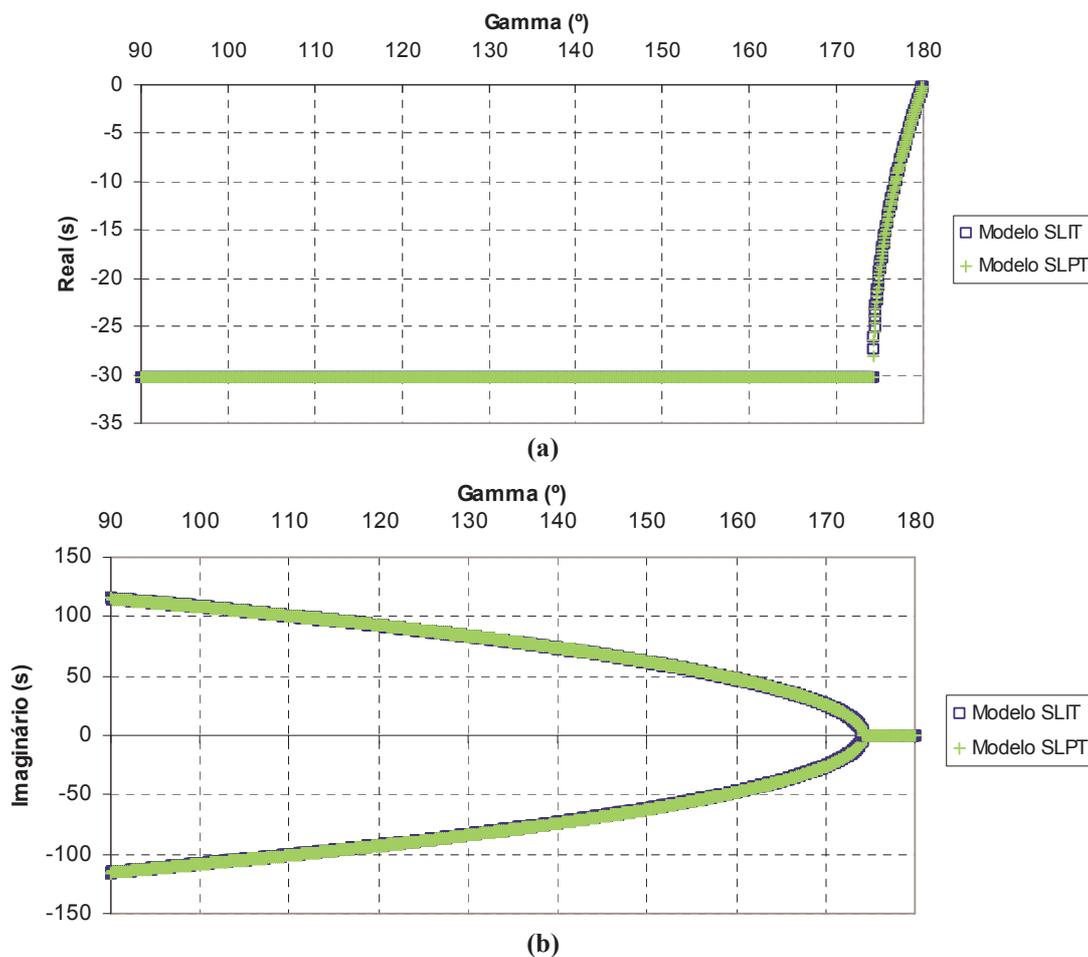


**Figura 4-11: Detalhe da comparação de pólos do SLPT com pólos do equivalente SLIT na região de  $\gamma \approx 90^\circ$  (♦: SLPT, \*:SLIT)**

Os resultados mostrados nas figuras anteriores indicam que a aproximação da matriz  $Q$  através de um modelo médio no espaço de estados é suficiente para calcular os pólos e determinar a estabilidade de um GCSC operando em regime permanente periódico, para o caso de compensação de 10% da reatância série da linha curta. A aplicabilidade deste resultado a situações em que a compensação da linha é maior do que a usada foi investigada e os resultados são apresentados a seguir. O sistema é

idêntico ao usado nos resultados anteriores, exceto pelo aumento da resistência série da linha, agora de  $5,6 \Omega$ , para se obter valores numericamente maiores das partes reais dos pólos.

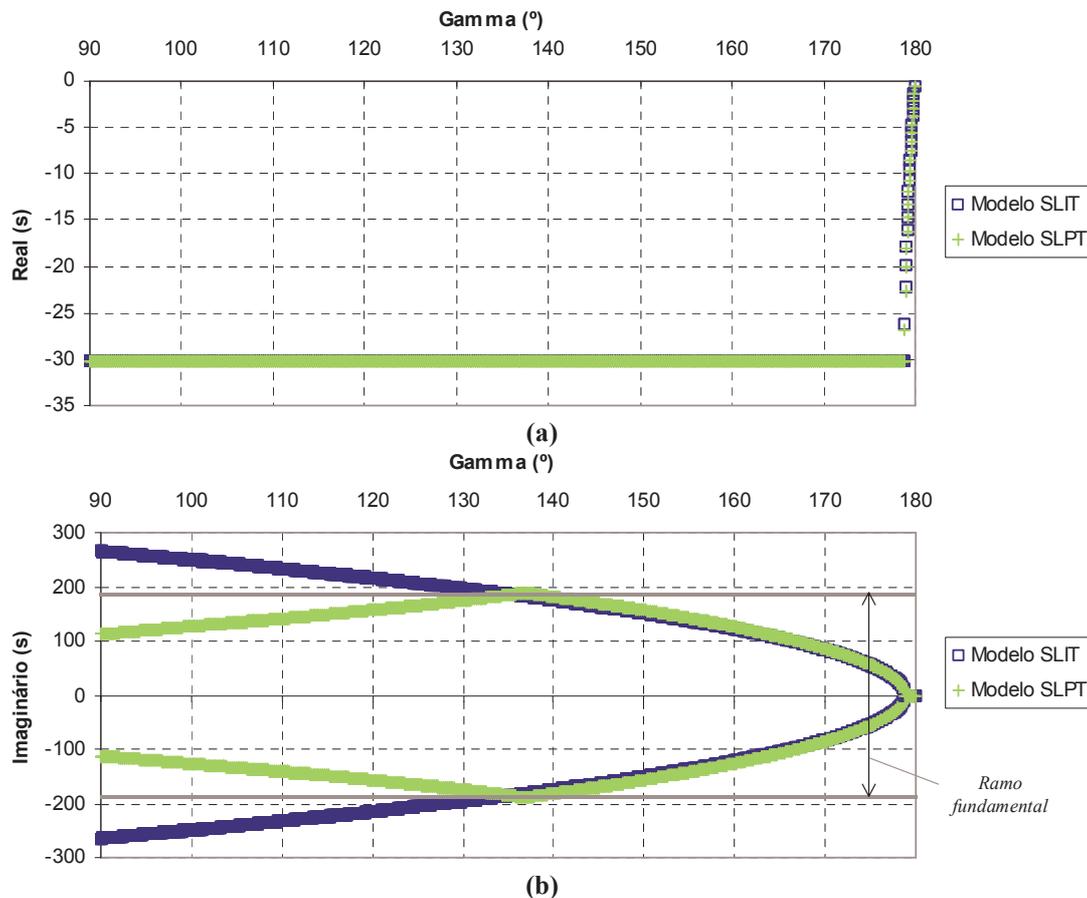
A Figura 4-12 mostra os lugares geométricos das partes real e imaginária dos pólos da linha curta compensada por GCSC, em função do ângulo de corte  $\gamma$ , para 10% da compensação série da linha, tal como feito nos resultados anteriores. Como esperado, tanto as partes reais quanto as partes imaginárias dos pólos coincidem para toda a faixa de variação do ângulo de corte.



**Figura 4-12: Pólos obtidos para uma linha curta com 10% de compensação por GCSC pelo ramo fundamental do modelo SLPT e pelo modelo SLIT aproximado por Média de Espaço de Estados – (a) parte real e (b) parte imaginária dos pólos**

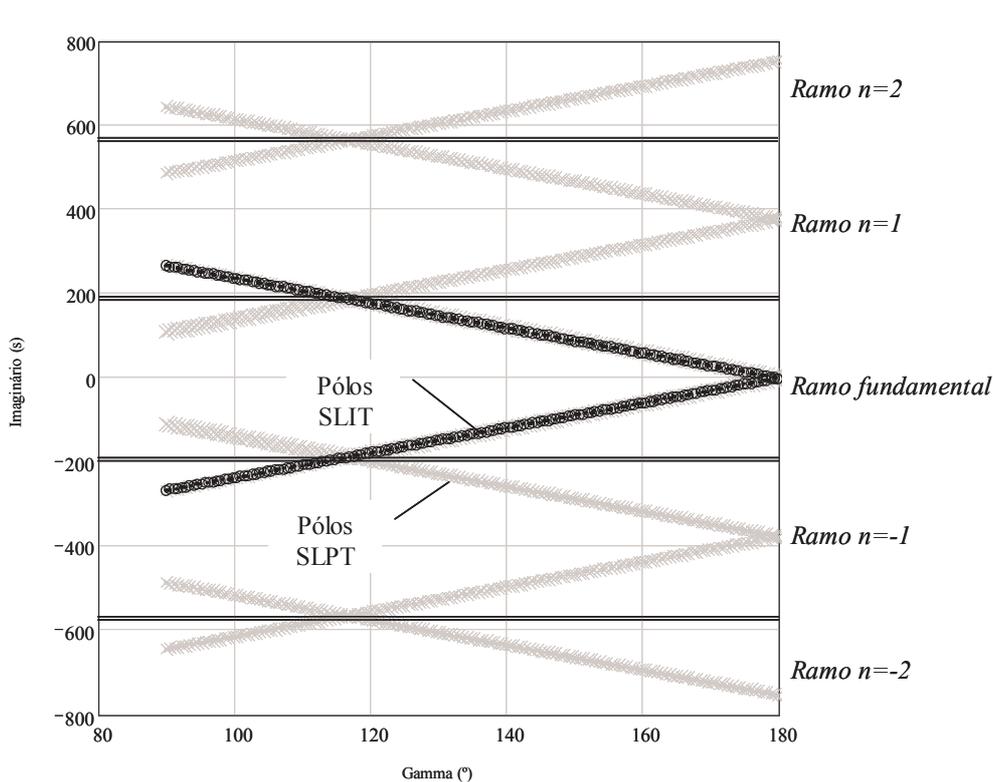
A Figura 4-13 mostra os lugares geométricos das partes real e imaginária dos pólos da linha curta compensada por GCSC, em função do ângulo de corte  $\gamma$ , para 50% da compensação série da linha. Como nos casos anteriores, as partes reais dos pólos são coincidentes, o que garante que o modelo SLIT usado representa adequadamente o SLPT no que se refere a análise de estabilidade. Já as partes imaginárias são diferentes

para uma faixa de variação do ângulo de corte que vai de aproximadamente  $140^\circ$  a  $90^\circ$ . Para compensações mais baixas, as partes imaginárias dos pólos continuam coincidindo.



**Figura 4-13: Pólos obtidos para uma linha curta com 50% de compensação por GCSC pelo ramo fundamental do modelo SLPT e pelo modelo SLIT aproximado por Média de Espaço de Estados – (a) parte real e (b) parte imaginária dos pólos**

Observando as partes imaginárias dos pólos, para a região em que não há coincidência entre os modelos, vê-se que o ramo inferior (valores negativos) da curva para o ramo fundamental do modelo SLPT é igual ao ramo superior (valores positivos) da curva para o modelo SLIT subtraído de  $\omega$ . O mesmo vale para a comparação do ramo superior do ramo fundamental do modelo SLPT com o ramo inferior do modelo SLIT, para a mesma região onde não há coincidência. Vê-se que o modelo SLIT, quando comparado ao modelo SLPT, obtém parte do ramo fundamental, parte do ramo de  $n=1$  e parte do ramo de  $n=-1$ . A Figura 4-14 ilustra isso, mostrando as partes imaginárias dos pólos para 50% de compensação, tanto para a aproximação por um SLIT quanto para o SLPT, incluindo os ramos fundamental e harmônicos.



**Figura 4-14: Parte imaginária dos pólos obtidos para uma linha curta com 50% de compensação por GCSC modelo SLPT (ramo fundamental e harmônicos) e pelo modelo SLIT aproximado por Média de Espaço de Estados**

Estes resultados indicam que, para o caso do GCSC ligado a linha curta, a matriz constante  $Q$  do SLIT equivalente dinâmico de *Floquet* pode ser obtida utilizando-se o valor médio da matriz dinâmica  $A(t)$ . Em outras palavras, o modelo de média do espaço de estados (MIDDLEBROOK, 1988) fornece a matriz constante  $Q$  de um equivalente dinâmico de *Floquet* para o GCSC ligado a linha curta.

O método linear por partes permite obter os pólos de um SLPT cujo parâmetro periódico seja formado por funções degrau, o que ocorre com os equipamentos FACTS em geral e com o GCSC em particular. Porém, o método tal como proposto, não permite se obter a matriz de transição de estados ou a matriz fundamental do SLPT de forma analítica, tal que se possa obter um SLIT equivalente via transformação de *Floquet-Lyapunov*. Embora uma solução analítica das equações não seja possível, SINHA e BUTCHER (1997) propõem uma técnica de computação simbólica da matriz de transição de estados, utilizando o método iterativo de *Picard* (4-5) e polinômios de *Chebyshev*, com a qual é possível se obter uma equação simbólica aproximada para a matriz de transição de estados, com a qual podem ser feitos estudos paramétricos.

## 4.5 RESULTADOS DE SIMULAÇÕES

Para demonstrar o método de modelagem da operação em regime permanente do GCSC como um SLPT, foram feitas algumas simulações transitórias no EMTP. A análise feita até o momento pressupõe que o GCSC opera em regime permanente como um sistema periódico, isto é, suas chaves operam periodicamente. A análise dinâmica propiciada pelas teorias de *Floquet* e *Hill* é válida para perturbações para as quais as chaves continuem operando de forma periódica. No entanto, esse padrão de operação só ocorre sob determinadas condições. Por exemplo, um degrau na referência do ângulo de corte das válvulas faz com que a operação deixe de ser periódica e o método de análise ora apresentado não seja válido.

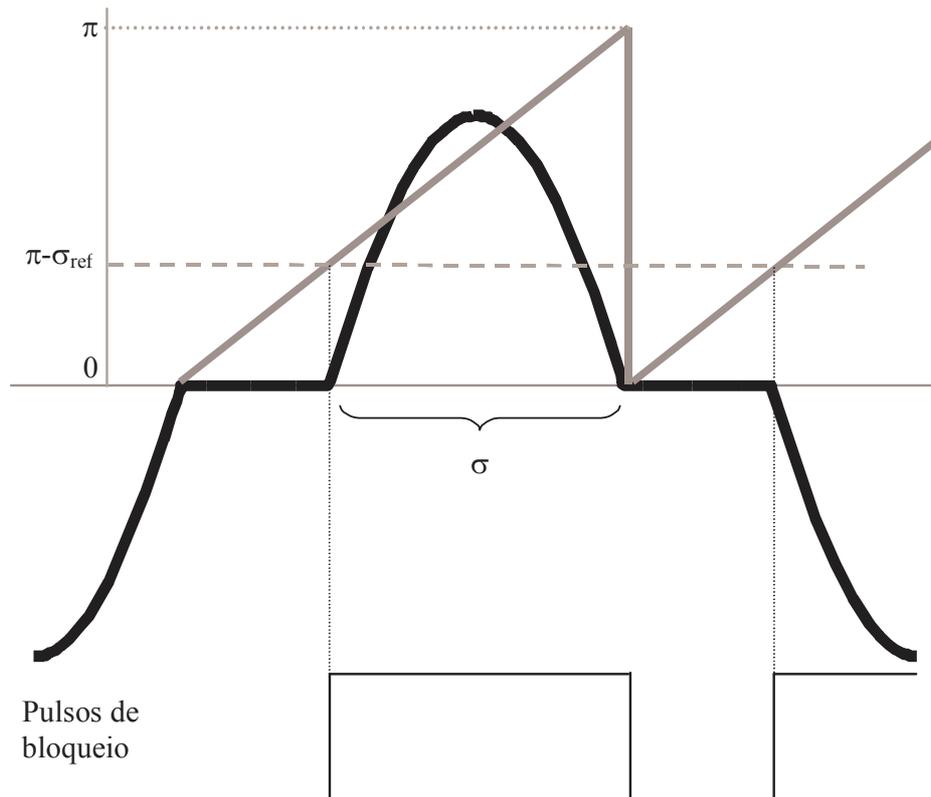
Um outro aspecto extremamente relevante para garantia da periodicidade da operação em regime permanente é o tipo de controle de corte das válvulas do GCSC. Em regime permanente com corrente de linha essencialmente senoidal, para qualquer modo de controle do corte, a relação entre ângulos de corte  $\gamma$  e de não condução  $\sigma$  é :

$$\sigma = 2\pi - 2\gamma. \quad (4-46)$$

Contudo, transitoriamente esta relação deixa de valer, dado que o disparo das válvulas é natural. Dependendo da forma como é implementado o controle de corte, o GCSC poderá ou não operar como um SLPT frente a pequenas perturbações. As seções a seguir ilustram essas diferenças de comportamentos para dois diferentes modos de controle da operação das válvulas.

### 4.5.1 CONTROLE DE CORTE POR ÂNGULO DE NÃO-CONDUÇÃO $\sigma$

O controle de corte por ângulo de não-condução  $\sigma$  consiste em manter a largura da tensão no capacitor constante, mantendo-se sempre o período de não-condução constante. A Figura 4-15 mostra o funcionamento desse modo de controle. Um sinal do tipo rampa é sincronizado ao instante de disparo da válvula. Compara-se a este sinal um valor de referência de  $180^\circ$  subtraído de  $\sigma_{ref}$ . Quando ambos os sinais forem iguais, emite-se um sinal de bloqueio para as válvulas. Neste modo de controle, caso haja uma variação transitória no disparo das válvulas, o ângulo de bloqueio  $\gamma$  indiretamente variará no mesmo sentido: uma diminuição do ângulo de disparo  $\alpha$  acarreta em uma diminuição de  $\gamma$  e o conseqüente aumento da compensação série no semi-ciclo seguinte. Um aumento de  $\alpha$  acarreta em um aumento de  $\gamma$  e a diminuição da compensação série no semi-ciclo seguinte.



**Figura 4-15: Controle de corte das válvulas por ângulo de não-condução  $\sigma$**

O sistema de controle por ângulo de não condução foi implementado no ATP. O sistema simulado é aquele da Figura 4-4 com os mesmos parâmetros utilizados na seção 4.4:  $R=0,2 \Omega$ ,  $L=92,8 \text{ mH}$  e  $C=759 \mu\text{F}$ . A diferença de tensão entre as fontes é cossenoidal e tem valor de pico de 10 kV. No início da simulação, o GCSC é posto a operar com um ângulo de não-condução  $\sigma=120^\circ$ . Para esta situação, o sistema SLIT equivalente possui um par de pólos conjugados  $-1,07759 \pm j79,4282$  no domínio  $s$ , o que corresponde a uma frequência de oscilação de 12,64 Hz. Esse par de pólos conjugados está no ramo fundamental dos pólos calculados pela modelagem como um SLPT.

A Figura 4-16 mostra a corrente na linha para a operação em malha aberta com o ângulo de bloqueio ordenado e a Figura 4-17 mostra seu espectro de frequência durante os primeiros 1000 ms. A Figura 4-18 mostra a tensão no capacitor. Dada a baixa resistência presente no circuito, o amortecimento da oscilação é lento. A frequência dominante de oscilação é de aproximadamente  $13 \text{ Hz}^{12}$ , estando de acordo com a teoria. Em outras palavras, com o controle adotado, a operação das chaves é periódica.

<sup>12</sup> Com o número de ciclos utilizados na simulação, não se consegue precisão da ordem de centésimo de Hz. Porém, o aumento do número de ciclos não surtiria efeito, uma vez que a oscilação é amortecida.

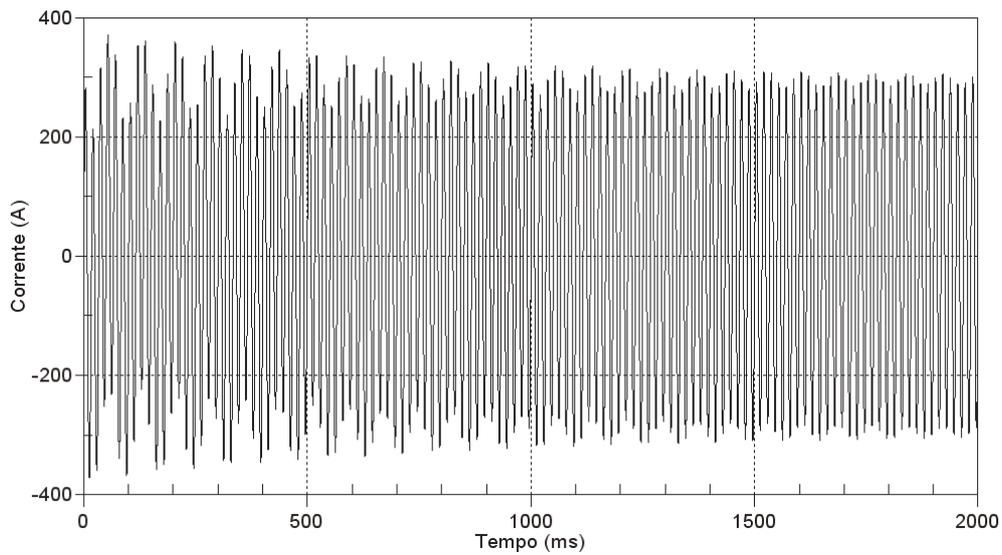


Figura 4-16: Corrente na linha para ângulo de não-condução  $\sigma=120^\circ$ , para o caso da Figura 4-4

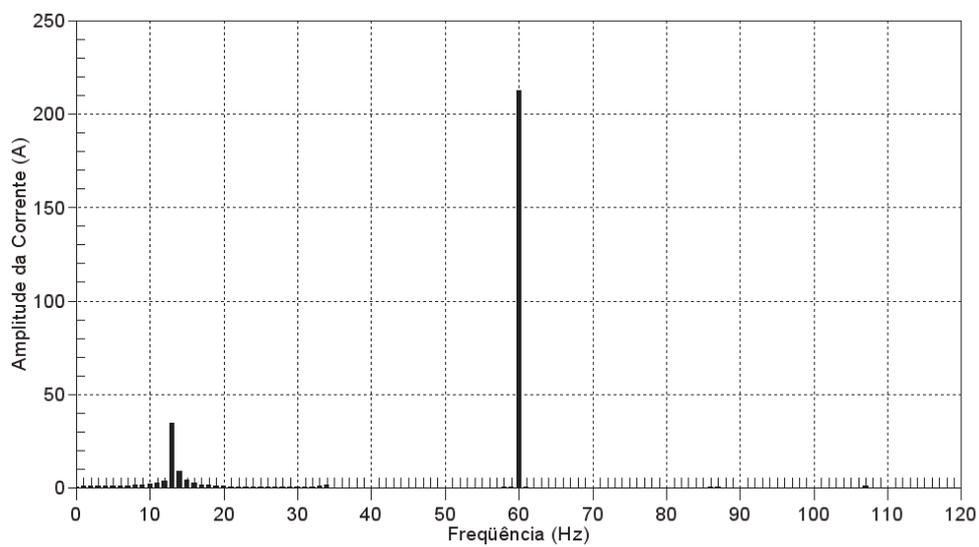


Figura 4-17: Espectro em frequência da corrente na linha para o caso da Figura 4-16

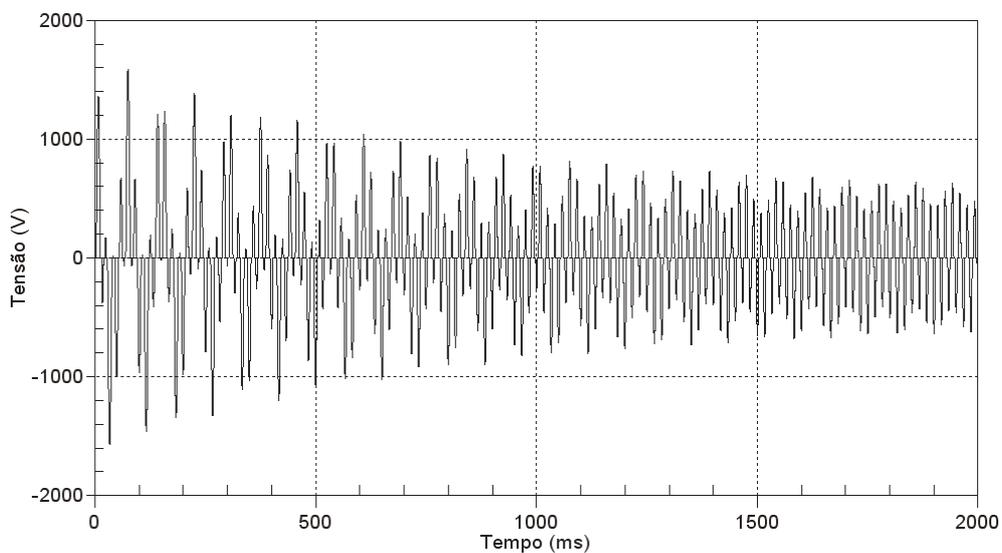
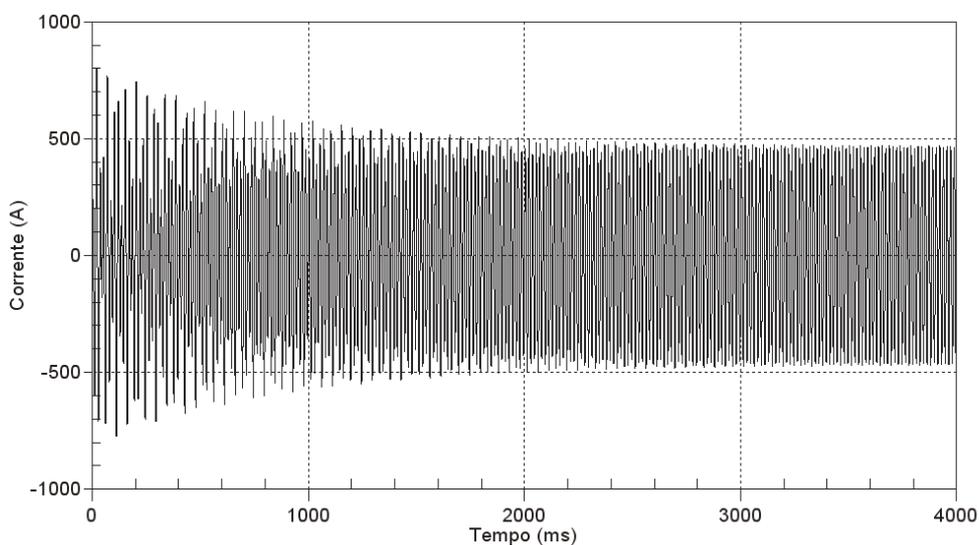


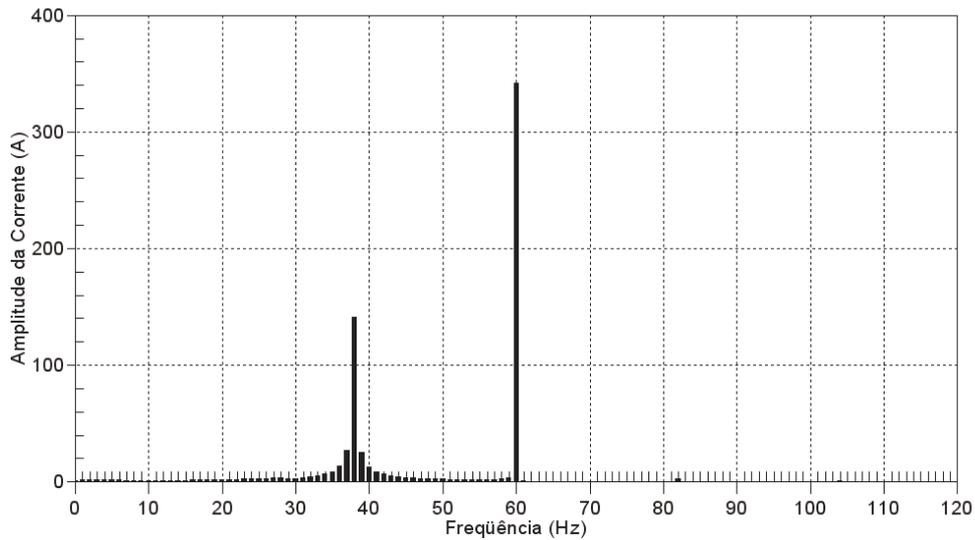
Figura 4-18: Tensão no capacitor para ângulo de não-condução  $\sigma=120^\circ$ , para o caso da Figura 4-4

O sistema simulado da Figura 4-4 foi modificado para que a porcentagem de compensação máxima fornecida pelo GCSC fosse de 50% da reatância série da linha. A capacitância do GCSC passa a ser  $C=151,5 \mu\text{F}$ . Os demais parâmetros não se modificam. No início da simulação, o GCSC é posto a operar com um ângulo de não-condução  $\sigma=160^\circ$ , que equivale a um ângulo de corte  $\gamma$  de  $100^\circ$ . Para esta situação, o equivalente SLIT do sistema possui um par de pólos conjugados  $-1,07759 \pm j237,062$  no domínio  $s$ , o que corresponde a uma frequência de oscilação de 37,73 Hz. Observando-se a Figura 4-13, percebe-se que neste ponto de operação as partes imaginárias dos pólos obtidos pelo equivalente SLIT e pelo ramo fundamental do SLPT não coincidem. O par de pólos conjugados obtidos pelo SLIT está nos ramos  $n=1$  (parte imaginária positiva) e  $n=-1$  (parte imaginária negativa) dos pólos calculados pela modelagem como um SLPT. O pólo no ramo fundamental do modelo SLPT está em  $-1.078 \pm j 139,938$ , o que corresponde a uma frequência de oscilação de 22,27 Hz.

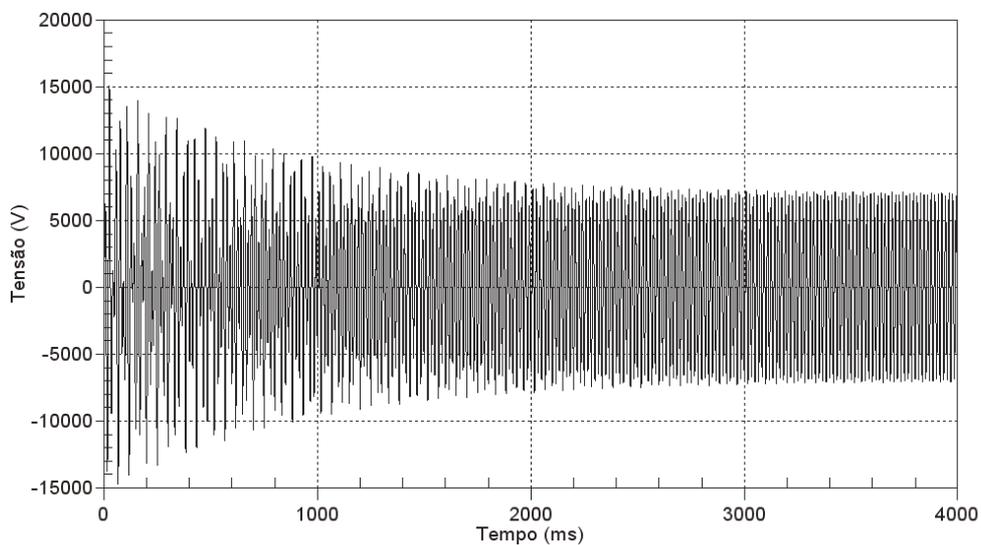
A Figura 4-19 mostra a corrente na linha para a operação em malha aberta com o ângulo de bloqueio ordenado e a Figura 4-20 mostra seu espectro de frequência durante os primeiros 1000 ms. A Figura 4-21 mostra a tensão no capacitor. A frequência dominante de oscilação é de aproximadamente 37 Hz, correspondendo ao pólo obtido pelo SLIT equivalente e aos ramos  $n=1$  e  $n=-1$  dos pólos obtidos pelo modelo SLPT.



**Figura 4-19: Corrente na linha para ângulo de não-condução  $\sigma=160^\circ$ , para o caso da Figura 4-4 e com 50% de compensação máxima**



**Figura 4-20: Espectro em frequência da corrente na linha para o caso da Figura 4-19**



**Figura 4-21: Tensão no capacitor para ângulo de não-condução  $\sigma=160^\circ$ , para o caso da Figura 4-4 e com 50% de compensação máxima**

O fato dos pólos da matriz constante do SLIT equivalente representarem a frequência dominante de oscilação do sistema para os casos simulados nessa seção nos leva a questionar sobre a possibilidade de aproximar o SLPT, modelado pela função de transferência harmônica (4-26) truncada, apenas pelos pólos harmônicos dominantes. Na seção 4.4 se viu que, para determinar a estabilidade do sistema SLPT, basta avaliar um ramo harmônico dos pólos, já que, para um dado ângulo de corte, todos eles têm a mesma parte real. Assim, mesmo com a eventual redução do número de pólos harmônicos do modelo, não se perde a informação sobre a estabilidade do sistema.

Na análise de sistemas elétricos de potência de grande porte há um problema similar de redução de modelos. Em um sistema elétrico real, o número de variáveis de estado a serem analisadas é da ordem de dezenas de milhares (MARTINS *et al.*, 1996).

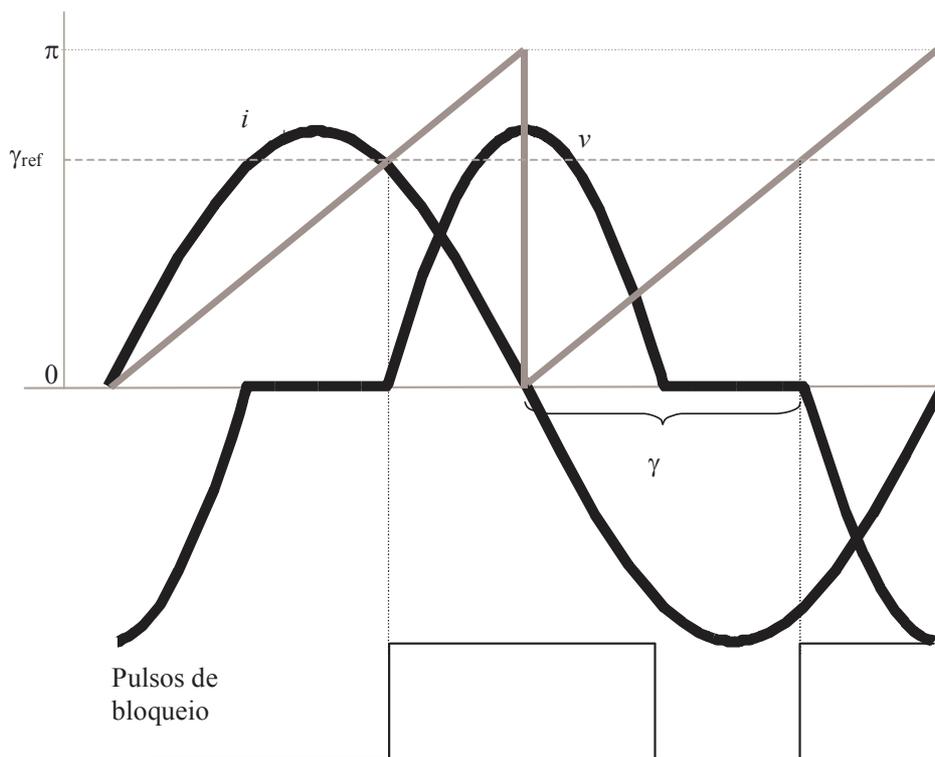
Dentre outras coisas, a redução da ordem do modelo do sistema de potência facilita o projeto de controladores, havendo diferentes técnicas para a obtenção de modelos reduzidos [e.g.,(MARTINS *et al.*, 1996), (SANCHEZ-GASCA e CHOW,1996), (ROMMES e MARTINS, 2006)].

A diferença entre o problema da redução do modelo do sistema de potência de grande porte e a redução do modelo de um SLPT é que, no segundo caso, um mesmo estado do sistema é representado por seus diversos harmônicos e o objetivo passa a ser modelar este estado através dos seus harmônicos dominantes. Nos exemplos apresentados, por exemplo, o ramo harmônico dominante do SLPT varia: no caso de 10% da compensação da linha, o ramo fundamental é o dominante para qualquer ângulo de corte; no caso de 50% de compensação da linha, o ramo dominante pode ser o fundamental ou  $n=\pm 1$ , dependendo do ângulo de corte.

Embora não aborde diretamente o problema da redução do modelo, WERELEY (1990) propõe métodos para a obtenção de direções e ganhos principais de SLPT através da decomposição em valores singulares da função de transferência harmônica (4-26) truncada. Outros autores, como ROYCHOWDHURY (1999) e SANDBERG (2004), apresentam métodos de obtenção de modelos reduzidos de sistemas lineares variantes no tempo, estendendo-os aos SLPT. O ponto em comum entre essas diversas técnicas é que elas necessitam de informações sobre os zeros do sistema. Assim, é necessário também se avaliar a matriz  $B$  do SLPT.

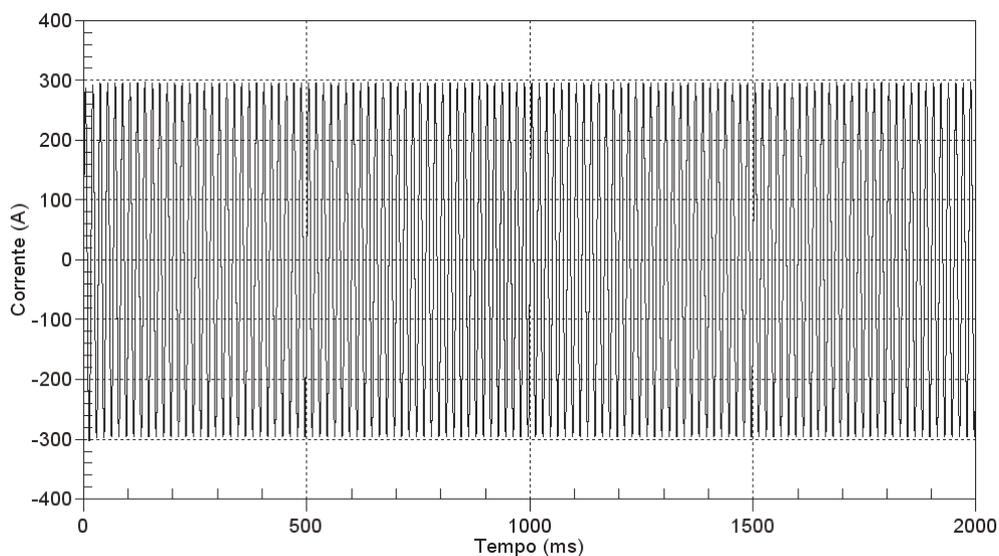
#### 4.5.2 CONTROLE DE CORTE POR ÂNGULO DE BLOQUEIO $\gamma$

O controle de corte por ângulo de bloqueio  $\gamma$  é mais intuitivo e está intrinsecamente ligado ao próprio princípio de funcionamento do GCSC. O controle consiste em manter sempre um bloqueio com defasamento constante em relação à corrente de linha ou, mais precisamente, ao zero da corrente de linha. A Figura 4-22 mostra o funcionamento desse modo de controle. Um sinal do tipo rampa é sincronizado ao cruzamento por zero da corrente na linha. Compara-se a este sinal um valor de referência  $\gamma_{ref}$ . Quando ambos os sinais forem iguais, emite-se um sinal de bloqueio para as válvulas.

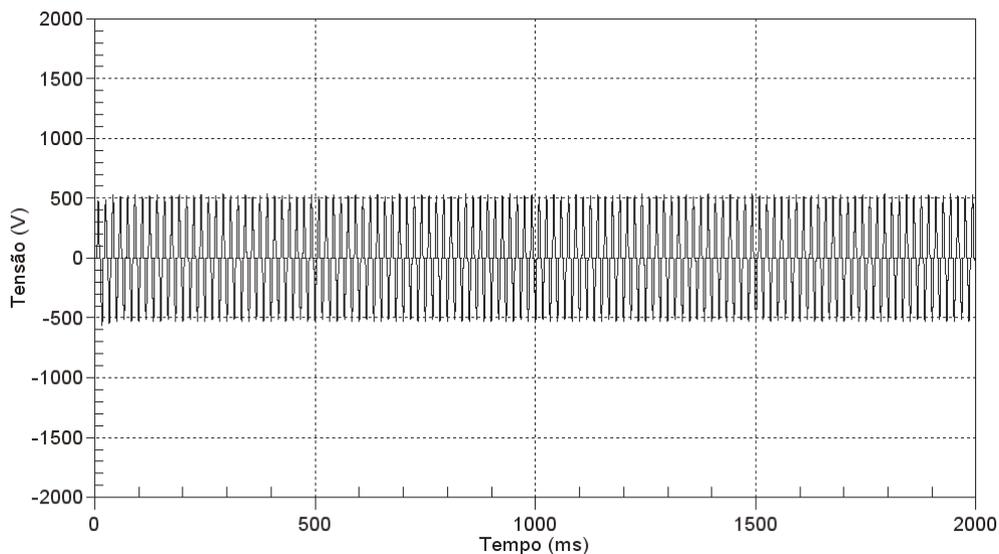


**Figura 4-22: Controle de corte das válvulas por ângulo de bloqueio  $\gamma$**

O sistema de controle por ângulo de bloqueio também foi implementado no ATP e o sistema da Figura 4-4 foi novamente simulado, com os mesmos parâmetros. No início da simulação, o GCSC é posto a operar em malha aberta com um ângulo de bloqueio  $\gamma=120^\circ$ . A Figura 4-23 mostra a corrente na linha e a Figura 4-24 mostra a tensão no capacitor para esta simulação. Nota-se que o resultado é completamente diferente daquele obtido com o modo de controle por ângulo de não-condução: em cerca de três ciclos o GCSC está em regime permanente sem qualquer oscilação.



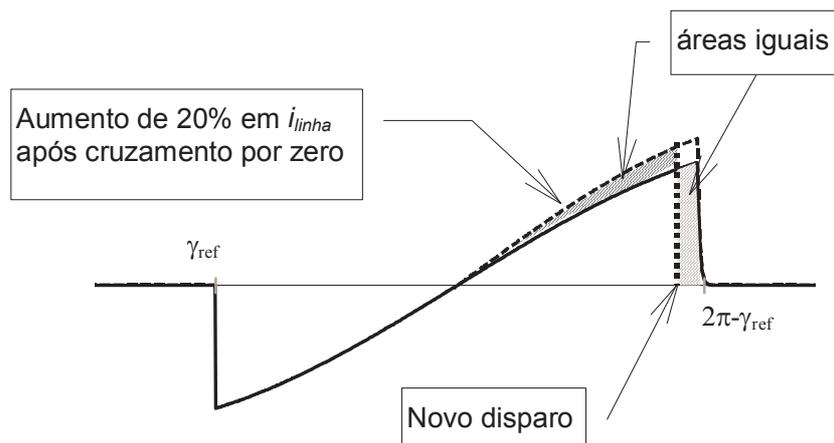
**Figura 4-23: Corrente na linha para ângulo de bloqueio  $\gamma=120^\circ$ , para o caso da Figura 4-4**



**Figura 4-24: Tensão no capacitor para ângulo de bloqueio  $\gamma=120^\circ$ , para o caso da Figura 4-4**

O comportamento do GCSC com controle de corte por ângulo de bloqueio mostra claramente que a operação das chaves só é periódica em regime permanente. Mesmo quando ocorrem pequenas perturbações, a operação das chaves deixa de ser periódica. Embora o circuito simulado contenha a mesma resistência do circuito contendo o GCSC com controle de corte por ângulo de não-condução, percebe-se que o amortecimento agora é muito maior. Este tipo de amortecimento, dado pelo chaveamento das válvulas, também é observado em outros equipamentos de eletrônica de potência, como descrito em DOBSON (2001).

Para entender o funcionamento do método de controle de ângulo de corte quando ocorrem perturbações na corrente de linha, considere-se a Figura 4-25. A curva contínua indica a corrente no capacitor do GCSC em regime permanente, com um ângulo de corte  $\gamma_{ref}$  e um ângulo de disparo simétrico de  $2\pi-\gamma_{ref}$ . Supõe-se que, logo após o cruzamento por zero, o módulo da corrente sofre um pequeno aumento, representado na figura pela curva pontilhada. A maior corrente fará com que a tensão no capacitor (negativa para a corrente mostrada) cresça mais rapidamente e chegue a zero antes. Isso se reflete na corrente do capacitor: as áreas sob as porções negativa e positiva da curva de corrente têm que ser iguais. Observando a figura, vê-se que ocorre um ganho na área sob a porção positiva da curva de corrente, que fará com que o novo disparo das válvulas se adiante e ocorra antes de  $2\pi-\gamma_{ref}$ .



**Figura 4-25: Efeito de um aumento da corrente no ângulo de disparo natural em um GCSC com modo de controle de ângulo de não-condução**

Efeito inverso ocorre caso haja uma diminuição do módulo da corrente na linha, que gerará um atraso no disparo natural das válvulas. Nota-se que a equação (4-46) deixa de ser válida e passa ser necessária a obtenção direta dos instantes de disparo para o cálculo da matriz de transição para um período de operação utilizando-se a equação (4-44). A operação das chaves deixa de ser periódica.

É interessante notar o efeito do adiantamento ou atraso no ângulo de disparo sobre a própria corrente na linha. Um aumento da corrente na linha causa um adiantamento no disparo das válvulas, que faz com que a compensação série diminua e faça com que a corrente na linha diminua. Já uma diminuição da corrente na linha faz com que haja um atraso no disparo das válvulas, que faz com que a compensação série aumente e faça com que a corrente na linha aumente. Assim, o modo de controle de corte por ângulo de bloqueio tem um efeito de amortecimento de oscilações na corrente de linha. Efeito parecido foi observado por JESUS *et. al.* (2006) em estudos da capacidade de mitigação de ressonância subsíncrona pelo GCSC, quando foi percebido que o GCSC operando com controle de corte por ângulo de bloqueio tende a amortecer variações na corrente da linha de transmissão associadas a oscilações em frequência.

#### 4.6 CONCLUSÕES

Partindo do conceito de função de chaveamento, viu-se neste capítulo que, sob determinadas condições de operação, equipamentos FACTS em geral e o GCSC em particular podem ser modelados como Sistemas Lineares Periódicos no Tempo (SLPT).

Foram revistas as duas teorias clássicas para análise de SLPT: a teoria de *Floquet* e a teoria de *Hill*. Cada uma das teorias aborda o problema de uma maneira diferente:

enquanto *Floquet* analisa o estado do SLPT a cada ciclo, obtendo um método de cálculo de pólos no espaço discreto (domínio  $z$ ), *Hill* desenvolve um método utilizando determinantes infinitos a partir dos harmônicos dos estados, obtendo um método de cálculo de pólos no espaço contínuo (domínio  $s$ ). Uma análise comparativa das duas abordagens mostra que os pólos obtidos por *Floquet* no espaço  $z$  e *Hill* no espaço  $s$  são equivalentes.

Foi desenvolvido um modelo de SLPT do GCSC ligado a fonte de corrente. A aplicação do teorema de *Floquet* ao GCSC ligado a fonte de corrente, sistema que possui apenas um estado, permite obter analiticamente a matriz de transição de estados e a matriz fundamental  $\Phi(T,0)$  do sistema. Fazendo a transformação de similaridade de *Floquet-Lyapunov*, obteve-se um SLIT equivalente dinamicamente ao SLPT original. Uma conclusão importante desta análise é que a matriz constante  $Q$  do SLIT equivalente dinamicamente segundo *Floquet* é obtida desprezando-se os termos harmônicos da função de chaveamento do GCSC.

A solução analítica do SLPT não é possível na maioria dos casos nos quais o sistema analisado possui dois ou mais estados. A análise de estabilidade de um SLPT pode ser feita utilizando-se o método linear por partes sempre que o seu coeficiente periódico for uma função periódica formada por degraus. Os pólos do GCSC ligado a linha curta foram obtidos tanto no domínio  $s$  quanto no domínio  $z$ , variando-se o seu ângulo de corte.

Para investigar a conclusão obtida sobre o SLIT equivalente dinamicamente ao GCSC ligado a fonte de corrente, modelou-se o GCSC ligado a linha curta através da matriz constante  $Q$  de um SLIT equivalente. A matriz  $Q$  foi aproximada apenas por um modelo médio de espaço de estados. Os pólos obtidos para este SLIT foram comparados aos pólos do SLPT, obtidos pelo método linear por partes, com resultados satisfatórios.

Para comprovar as teorias discutidas, foram simulados dois sistemas simples compensados por GCSC. No primeiro sistema, utilizou-se o modo de controle de corte de ângulo de não-condução. No segundo sistema, idêntico ao primeiro, utilizou-se o modo de controle de corte de ângulo de bloqueio. Observou-se que, no primeiro caso, o sistema opera como um SLPT e a teoria apresentada se aplica perfeitamente. Já no segundo caso, o sistema deixa de operar como um sistema periódico sempre que há uma perturbação e a teoria deixa de ser válida. Conclui-se que a teoria de SLPT se aplica ao

GCSC apenas naquelas situações em que sua operação frente a pequenas perturbações do regime permanente continue sendo periódica.

No capítulo seguinte será desenvolvido um modelo para análise dinâmica do GCSC mesmo para situações de operação não periódica.

## **CAPÍTULO 5 - ANÁLISE DINÂMICA DO GCSC**

### **5.1 REVISÃO DE ALGUNS MÉTODOS DE MODELAGEM DINÂMICA DE EQUIPAMENTOS FACTS**

No capítulo anterior, viu-se que, sob determinadas condições de operação, o GCSC pode ser modelado como um sistema linear periódico no tempo. Utilizando essa teoria, é possível obter informações sobre a estabilidade de operação do sistema elétrico em regime permanente, tal como sugerido por BOHMANN e LASSETER (1990) e SEMLYEN (1999). Todavia, essa técnica se restringe a um determinado conjunto de sinais elétricos e modos de controle do GCSC, de forma que, mesmo transitoriamente, seja garantida a operação periódica de suas chaves. É, portanto, desejável se utilizar uma técnica de modelagem de equipamentos FACTS para que se tenha um modelo que represente o comportamento dinâmico do GCSC frente a perturbações como degraus no ângulo de corte ou não-condução ordenado e modulações senoidais.

Diversos engenheiros e pesquisadores têm trabalhado com métodos de modelagem dinâmica de equipamentos FACTS nos últimos anos, empregando técnicas diferentes. Nesta seção, será feita uma pequena revisão de alguns trabalhos sobre modelagem de TCR (principalmente) e TCSC. O primeiro equipamento foi pesquisado neste trabalho por ser o dual do GCSC; já o segundo equipamento foi escolhido por também ser um compensador série controlável do tipo impedância variável. A revisão ora apresentada não pretende ser exaustiva: alguns artigos foram selecionados, utilizando-se o critério de abrangência de algumas técnicas e métodos que pudessem ser úteis para a modelagem dinâmica do GCSC. Os artigos serão discutidos em ordem cronológica de publicação.

JALALI *et al.* (1994) apresentam um método para computar autovalores da resposta a pequenas perturbações de um TCSC. O método considera as não-linearidades devidas ao chaveamento dos tiristores, bem como as dinâmicas de sincronização e do controlador. A dinâmica do sistema é descrita como as mudanças nos estados amostrados a cada ciclo, utilizando o conceito de mapeamento de *Poincaré* (FOSSARD e NORMAND-CYROT, 1996). A dinâmica dependerá dos instantes de chaveamento dos tiristores, cuja dependência em relação aos estados do sistema, mais

especificamente à corrente do reator, é a principal causa de não-linearidade do equipamento (similar ao discutido na seção 3.3). O mapa de *Poincaré* pode ser computado ao longo do período através da integração das equações do sistema nos intervalos apropriados, determinados pelos instantes de chaveamento. Os autovalores do Jacobiano do mapa de *Poincaré* fornecem informações sobre a dinâmica do sistema a pequenas perturbações. Mais precisamente, os autovalores são os pólos da função de transferência discreta obtida. Caso os autovalores estejam dentro do círculo unitário no plano complexo, o sistema é exponencialmente estável.

GOSH e LEDWICH (1995) desenvolvem um modelo discreto linearizado para um TCSC. A técnica por eles usada consiste em amostrar os picos do sinal de tensão no capacitor como uma forma de indicar variações na tensão fundamental do equipamento. Os autores demonstram que, transitoriamente, essa amostragem deixa de ser uniforme devido a variações no ângulo de fase da fundamental da tensão em relação à corrente de linha. Porém, em regime permanente, o espaçamento entre os picos é uniforme e o modelo discreto linearizado obtido pode ser analisado com as técnicas convencionais de análise linear de sistemas discretos (OPPENHEIM e SCHAFER, 1989). Os autores usam o modelo desenvolvido para projetarem um controlador para o TCSC.

OHTMAN e ÄNGQUIST (1996) estudam a dinâmica do TCSC em situações de ressonância subsíncrona. A abordagem é similar àquela dos artigos anteriores: é desenvolvido um modelo discreto do circuito principal do TCSC, incorporando tanto dinâmicas contínuas (*e.g.*, tensão no capacitor) quanto discretas (disparo do tiristor), utilizando-se o mapa de *Poincaré*. Primeiramente os autores desenvolvem um modelo monofásico, para em seguida obter um modelo trifásico do TCSC. Como visto na discussão anterior, o mapa de *Poincaré* fornece um modelo discreto, mas os autores o transformam em um modelo contínuo utilizando a relação existente entre os domínios discreto ( $z$ ) e contínuo ( $s$ ) (OPPENHEIM *et al.*, 1983). O modelo analítico monofásico, base dos demais modelos, procura prever as variações na tensão do capacitor a cada meio-ciclo, em função da sua variação no início do ciclo, o instante do disparo e a variação da corrente na linha no meio-ciclo. Os autores também destacam que o modelo trifásico do TCSC em coordenadas  $dq0$  deve ser referenciado à base do sistema, quando for incorporado ao modelo do sistema de transmissão.

HAN *et al.* (1997) modelam o sistema de transmissão incorporando o TCSC como um sistema de equações diferenciais não homogêneas com coeficientes periódicos,

como a função de chaveamento dos tiristores. O sistema obtido é colocado na forma de espaço de estados, com uma função forçante (fonte de tensão em uma das extremidades da linha à qual o TCSC está conectado). O período de condução para cada meio-ciclo é determinado pelo ângulo de disparo e pela condição de contorno para a qual a corrente do tiristor vai a zero. A função de chaveamento do TCSC tem o mesmo período da função forçante. Para resolver o sistema, os autores encontram a matriz de transição de estados do sistema e convertem-na por decomposição modal para sua forma de Jordan. Com base na equação obtida para o vetor de estados  $\mathbf{x}(t)$ , é utilizada a técnica do Mapa de *Poincaré* para análise de estabilidade do sistema. Portanto, o modelo obtido também é discreto.

MATTAVELI *et al.* (1997) derivam modelos de TCSC utilizando a técnica de *fasores dinâmicos*, que se baseia em coeficientes de Fourier variáveis no tempo. As formas de onda são representadas por séries de Fourier cujos coeficientes complexos são funções do tempo, chegando a um modelo no domínio harmônico. O modelo obtido utiliza a função de chaveamento do TCSC, dependente não só do ângulo de disparo, mas também de seu corte, que é função da corrente no reator. Considerando a componente fundamental da corrente na linha essencialmente simétrica em relação ao pico da corrente instantânea e admitindo que a tensão sobre o reator controlado a tiristor pode ser suficientemente bem representada pela sua fundamental, os autores conseguem chegar a um modelo não-linear no espaço de estados. Os modelos obtidos são contínuos e relacionam grandezas fasoriais e são facilmente interconectáveis a modelos de outros componentes do sistema, como máquinas elétricas e linhas de transmissão. Posteriormente, os mesmos autores utilizaram o modelo desenvolvido para análise de ressonância subsíncrona de sistemas com TCSC (MATTAVELLI *et al.*, 1999), obtendo um modelo linearizado para análises a pequenas perturbações.

OSAUSKAS e WOOD (1998) aplicam uma técnica ao reator controlado a tiristor, posteriormente desenvolvida por OSAUSKAS *et al.* (2001) e HUME (2002) para outros equipamentos, que consiste em descrever no domínio da frequência os períodos de condução e não-condução dos tiristores. A partir daí são obtidas funções de transferência em que as variáveis ângulo de disparo e corrente são a entrada e a variável tensão é a saída, produzindo uma matriz de transferência harmônica formada por tensores. O trabalho inclui um elegante método de obtenção do ângulo de corte dos tiristores quando a tensão de alimentação do reator controlado a tiristor contém

harmônicos ou um sinal a outra frequência qualquer, resultando na inclusão de um espectro de modulação por largura de pulso na função de transferência do equipamento. Cada fenômeno abordado nesta modelagem é tratado separadamente, linearizado quando necessário e superposto aos demais fenômenos modelados, utilizando-se o princípio da superposição para sistemas lineares.

ALVES *et al.* (2003) desenvolvem um trabalho também a partir de funções de chaveamento, baseado nas teses de doutorado de PILOTTO (1994) e, principalmente, ALVES (1999). Os autores desenvolvem uma função de chaveamento detalhada do reator controlado a tiristor, utilizando o conceito de função de chaveamento generalizada e transformando o sistema trifásico obtido para coordenadas na referência dq0. Em seguida, os autores eliminam os harmônicos, linearizam as expressões obtidas e chegam a relações linearizadas para desvios de tensão da rede e desvios de ângulo de disparo dos tiristores em função dos desvios de tensão no reator. Obtém-se um sistema linear invariante no tempo com parâmetros dependentes do ponto de operação do equipamento.

RICO *et al.* (2003) utilizam explicitamente o domínio harmônico, modelando o sistema através de uma matriz harmônica, mas considerando os sinais harmônicos como variantes no tempo. A partir desse ponto de partida, os autores fazem diversas manipulações com as matrizes no sistema, até chegar a um modelo em espaço de estados, resolvido por integração numérica. O método é aplicado a um circuito contendo um STATCOM<sup>1</sup>.

GOMES *et al.* (2006) partem da técnica de *fasores dinâmicos*, desenvolvida por MATTAVELLI *et al.* (1997), para propor uma série de refinamentos importantes para o modelo de um TCR, como a incorporação da dinâmica do PLL nas equações e a modelagem detalhada do ângulo de condução, que passa a ser calculado por integração numérica da tensão no reator.

Esta pequena revisão sobre alguns métodos de modelagem de equipamentos FACTS para análise dinâmica nos permite concluir que:

- Os métodos de modelagem, em sua maioria, se dividem em dois tipos:
  - Análise da dinâmica do equipamento ciclo a ciclo, utilizando o mapa de *Poincaré* e se obtendo um modelo discreto, do tipo *sampled-data* (VERGHESE *et al.*, 1989);

---

<sup>1</sup> Do inglês *STATic synchronous COMpensator*.

- Análise das relações entre harmônicos em uma matriz de transferência harmônica, obtendo modelos contínuos;
- Fazendo um paralelo com o Capítulo 4, o mesmo ocorre com os sistemas periódicos. As teorias básicas para sistemas lineares periódicos no tempo também fornecem modelos discretos (*Floquet*), em que a dinâmica do sistema é analisada ciclo a ciclo, ou contínuos (*Hill*), em que a dinâmica do sistema é analisada através de uma função de transferência harmônica, dada por uma matriz que inter-relaciona os harmônicos das variáveis de estado;
- Praticamente todos os métodos de modelagem têm um problema em comum para desenvolver modelos precisos: calcular corretamente os instantes de chaveamento das chaves semicondutoras, especialmente quando ocorre comutação natural, caso dos tiristores, no TCSC e TCR, e das válvulas autocomutadas, no GCSC.

O modelo desenvolvido nas seções seguintes se baseia no conceito de *fasores dinâmicos*. Esta técnica foi selecionada por produzir modelos fasoriais perfeitamente compatíveis com modelos existentes para outros equipamentos e facilmente implementáveis em programas de simulação de sistemas elétricos.

## 5.2 MÉDIA GENERALIZADA E FASORES DINÂMICOS

A técnica de média do espaço de estados (MIDDLEBROOK, 1988) foi utilizada no capítulo 4 para, sob determinadas condições, aproximar o modelo de sistema periódico do GCSC através de um equivalente linear invariante no tempo. A aproximação obtém precisamente os pólos do sistema quando sob operação periódica, mas não fornece uma resposta no tempo adequada.

SANDERS *et. al.* (1991) mostraram que o método da média do espaço de estados se aplica a um conjunto limitado de conversores. Algumas condições são necessárias para que o método forneça um modelo adequado para um determinado equipamento de eletrônica de potência. Dentre elas, podem-se destacar os seguintes pontos:

- a variação (*ripple*) dos sinais investigados deve ser pequena, ou seja, uma eventual representação em série de Fourier de um período das formas de onda do equipamento deve ser dominada pela componente contínua das mesmas;

- as variações do sinal devem ser lineares, ou seja, os sinais do equipamento devem poder ser aproximados entre os instantes de chaveamento por funções lineares no tempo.

As condições apresentadas justificam o fato de que o método da média do espaço de estados, embora apresente uma boa aproximação para o cálculo dos pólos de determinados sistemas periódicos contendo GCSC, não possa ser usado de forma generalizada para representar o comportamento dinâmico deste equipamento. As formas de onda de tensão e corrente no GCSC são dominadas pela componente fundamental e são funções senoidais do tempo, e portanto não-lineares, entre os instantes de chaveamento.

Visando à obtenção de um método de modelagem mais abrangente, SANDERS *et al.* (1991) criaram o conceito da *média generalizada*<sup>2</sup>, baseando-se no fato de que, em um período de operação do equipamento de eletrônica de potência, uma forma de onda pode ser aproximada por uma série de Fourier. Supondo um sinal  $x(t)$ , periódico em  $T$ , tem-se a seguinte representação, válida para  $\tau$  pertencente ao intervalo  $(t-T, t]$ :

$$x(\tau) = \Re \left[ \sum_{k=0}^N X_k(t) \cdot e^{j \cdot k \cdot \omega \tau} \right], \quad (5-1)$$

onde  $N$  é a ordem máxima do harmônico considerado,  $X_k(t)$  é o coeficiente de ordem  $k$  da série de Fourier e  $\omega$  é a frequência angular ( $\omega = 2\pi/T$ ).

Na formulação apresentada, é importante destacar que é possível obter uma série de Fourier para cada instante no tempo, considerando como período a ser analisado a janela de duração  $T$  que termina no instante  $t$ . Em outras palavras, a janela de duração  $T$  desliza no tempo. Assim, se obtêm coeficientes de Fourier  $X_k(t)$  complexos e variantes no tempo. O  $k$ -ésimo coeficiente de Fourier é obtido pela equação (OPPENHEIM *et al.*, 1983):

$$X_k(t) = \frac{c}{T} \int_0^T x(t-T+\tau) \cdot e^{-j \cdot k \cdot \omega (t-T+\tau)} d\tau, \quad (5-2)$$

onde  $c$  é igual a 1 para  $k=0$  ou 2 para  $k>0$ . A obtenção dos coeficientes de Fourier pela equação acima é feita por uma operação de média, caracterizada pela integração ao longo de um período.

---

<sup>2</sup> Do inglês *Generalized Averaging Method*

O método de *média generalizada* consiste em utilizar os coeficientes  $X_k(t)$  como variáveis de estado. Uma propriedade importante dos coeficientes  $X_k(t)$  é obtida quando se faz a diferenciação de (5-2):

$$\frac{dX_k(t)}{dt} = \frac{c}{T} \int_0^T \frac{dx(t-T+\tau)}{dt} \cdot e^{-j \cdot k \cdot \omega \cdot (t-T+\tau)} d\tau - j \cdot k \cdot \omega \cdot X_k(t)., \quad (5-3)$$

A equação (5-3) mostra que a derivada de  $X_k(t)$  em relação ao tempo é composta por dois termos distintos:

- Um 1º termo que é o  $k$ -ésimo coeficiente de Fourier da derivada, em relação ao tempo, do sinal  $x(t)$ , que pode ser obtido aplicando-se (5-2) à derivada de  $x(t)$  em relação ao tempo;
- Um 2º termo que é igual ao próprio coeficiente  $X_k(t)$  multiplicado por um termo de *velocidade* (frequência angular da rede).

Os coeficientes  $X_k(t)$  do sinal  $x(t)$  são grandezas complexas formadas por módulo e ângulo. O módulo de  $X_k(t)$  representa a amplitude da componente senoidal de  $k$ -ésima ordem de  $x(t)$ . Já a fase de  $X_k(t)$  representa a fase da componente senoidal de  $k$ -ésima ordem de  $x(t)$ . Os coeficientes  $X_k(t)$  são fasores a frequências angulares iguais a  $k \cdot \omega$ . Como esses fasores variam no tempo, são denominados *fasores dinâmicos* (MATTAVELLI *et al.*, 1997). Caso o sinal  $x(t)$  seja puramente senoidal e com módulo e fase constantes, ele pode ser representado exclusivamente pelo coeficiente  $X_1$ , constante e à frequência angular  $\omega$ , que é idêntico ao fasor convencional usado em teoria de circuitos de corrente alternada.

É importante destacar que a *média móvel*, caracterizada em (5-2) pela integração de um período de  $x(t)$  deslizando ao longo do tempo, quando aplicada para processamento de um sinal, introduz um atraso nas variações dinâmicas presentes no mesmo. No entanto, no método dos *fasores dinâmicos*, essa operação é utilizada apenas na definição dos coeficientes  $X_k(t)$  e na obtenção da sua derivada, fornecendo uma relação entre os sinais instantâneos físicos e fasoriais dinâmicos<sup>3</sup>. Na prática, para se avaliar a dinâmica destes coeficientes, não é necessário fazer a operação de *média móvel* nos sinais de interesse, com será visto na seção seguinte.

---

<sup>3</sup> A nomenclatura talvez não seja a mais adequada, uma vez que, da forma como é definido, um fasor dinâmico também é um sinal instantâneo. Mas, por sinal instantâneo físico, entenda-se, por exemplo, a tensão em um capacitor.

### 5.3 MODELO NÃO-LINEAR DO GCSC UTILIZANDO FASORES DINÂMICOS

#### 5.3.1 DESENVOLVIMENTO DO MODELO

O conceito de *fasores dinâmicos* será aplicado a um sistema contendo um GCSC. A Figura 5-1 mostra o sistema considerado, que é praticamente idêntico ao sistema usado como exemplo no capítulo anterior, onde um GCSC compensava uma linha curta (Figura 4-4). Agora, a linha também é compensada por um capacitor fixo, utilizando o conceito de compensadores multimódulos, proposto em SOUZA *et al.* (2000).

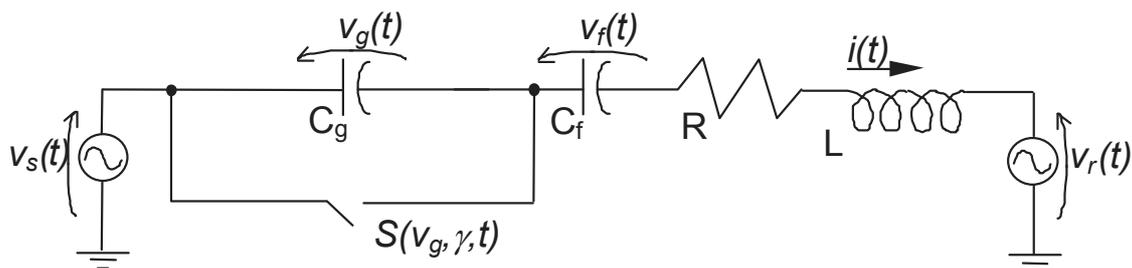


Figura 5-1: Compensação série de linha curta com GCSC e Capacitor Fixo

O sistema assim representado possui três estados: corrente na linha, tensão no capacitor fixo e tensão no GCSC. O desenvolvimento apresentado a seguir poderia ser feito para o mesmo sistema da Figura 4-4. No entanto, a dinâmica da linha deve ser considerada, uma vez que um GCSC alimentado por fonte de corrente responde de forma praticamente instantânea a um degrau no ângulo de corte, atingindo regime permanente no semiciclo seguinte<sup>4</sup>.

Um ponto importante do desenvolvimento ora apresentado é que, para fenômenos transitórios, a função de chaveamento não pode mais ser considerada periódica. Ela depende do ângulo de corte  $\gamma$ , que definirá o instante do corte controlado, e da tensão  $v_g$  no capacitor, que definirá o disparo natural das válvulas autocomutadas.

O sistema da Figura 5-1 pode ser representado pelo seguinte conjunto de equações diferenciais, envolvendo os estados do sistema, as fontes de tensão e função de chaveamento  $S(v_g, \gamma, t)$ <sup>5</sup>:

<sup>4</sup> SOUZA (1998) apresenta vários resultados de simulações que mostram este fenômeno.

<sup>5</sup> A função de chaveamento a ser usada é não-linear e variante no tempo. As representações analíticas da função de chaveamento periódica obtidas no capítulo 3 não se aplicam aqui, já que o sistema não necessariamente operará de forma periódica. A função  $S(v_g, \gamma, t)$  é a função genérica apresentada na seção 3.3.

$$\begin{bmatrix} \dot{i} \\ \dot{v}_f \\ \dot{v}_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{1}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C_f} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_g} \cdot [1 - S(v_g, \gamma, t)] & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i \\ v_f \\ v_g \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot [v_s(t) - v_r(t)]. \quad (5-4)$$

As variáveis de estado  $v_g$ ,  $v_f$  e  $i$  podem ser representadas por fasores dinâmicos<sup>6</sup>. Algumas hipóteses e convenções são admitidas:

- para os fenômenos dinâmicos de interesse (oscilações eletromecânicas, ressonância subsíncrona e outros fenômenos de frequência usualmente subsíncrona), as variáveis de estado são suficientemente representadas por seus fasores fundamentais;
- grandezas fasoriais são representadas por letras maiúsculas itálicas e suas componentes real e imaginária por letras maiúsculas e índices r e i para real e imaginário, respectivamente. Assim, o fasor dinâmico fundamental da tensão no GCSC é:

$$V_{gl} = V_{gr1} + j \cdot V_{gi1}, \quad (5-5)$$

onde a dependência com o tempo deixou de ser representada por simplicidade de notação;

- o sinal tomado como referência para o eixo real é a função cosseno. Um fasor de corrente na linha  $I_l=1$  pu equivale a uma corrente na linha  $i = \cos(\omega t)$  pu. Já um fasor de corrente na linha  $I_l=j$  pu equivale a uma corrente na linha  $i = \cos(\omega t - \pi/2)$  pu;
- do item anterior e se aplicando a definição (5-1), conclui-se que um sinal no tempo pode ser representado da seguinte forma a partir das componentes real e imaginária do fasor dinâmico (na equação, utiliza-se a corrente na linha):

$$i(t) = I_{gr1} \cdot \cos(\omega t) - I_{gi1} \cdot \sin(\omega t). \quad (5-6)$$

Aplicando-se (5-2) e (5-3) ao sistema de equações representado por (5-4), chega-se a um conjunto de equações que representam a dinâmica fasorial do sistema sob análise:

<sup>6</sup> Para sistemas trifásicos, basta desenvolver conjuntos de equações similares para as demais fases.

$$\begin{aligned}
\dot{I}_1 &= \left( -\frac{R}{L} - j \cdot \omega \right) \cdot I_1 - \frac{1}{L} \cdot V_{f1} - \frac{1}{L} \cdot V_{g1} + \frac{1}{L} \cdot (V_s - V_r) \\
\dot{V}_{f1} &= \frac{1}{C_f} \cdot I_1 - j \cdot \omega \cdot V_{f1} \\
\dot{V}_{g1} &= \frac{1}{C_g} \cdot I_{g1} - j \cdot \omega \cdot V_{g1}
\end{aligned} \tag{5-7}$$

onde  $I_{g1}$  é o fasor dinâmico da corrente no capacitor, obtido por:

$$I_{g1} = \frac{2}{T} \int_0^T [1 - S(v_g, \gamma, \tau - T)] \cdot i(\tau - T) \cdot e^{-j \cdot k \cdot \omega(\tau - T)} d\tau . \tag{5-8}$$

As relações entre fasores dinâmicos e suas derivadas no tempo são parecidas com as relações representadas em (5-4), com duas importantes diferenças:

- nas equações dinâmicas fasoriais aparecem termos de velocidade relacionando os fasores dinâmicos a suas derivadas em relação ao tempo;
- a equação da derivada de  $V_{g1}$  contém o termo  $I_{g1}$ , que depende da tensão  $v_g$  no capacitor, o que faz com que (5-7) deixe de ser um conjunto de equações no espaço de estados.

A corrente  $I_{g1}$  é obtida em função dos ângulos de corte e disparo das válvulas:

$$I_{g1} = \frac{2}{\pi} \int_{\gamma_{ef}}^{\alpha} i \cdot e^{-j \cdot \tau} \cdot d\tau , \tag{5-9}$$

onde  $\gamma_{ef}$  é o ângulo de corte efetivo<sup>7</sup> e  $\alpha$  é o ângulo de disparo natural das válvulas do GCSC, como mostrado na Figura 5-3. Como discutido na seção 3.3, o cálculo do ângulo de disparo natural requer a solução de uma equação envolvendo a tensão  $v_g$  no capacitor. A tensão  $v_g$ , por sua vez, depende dos demais parâmetros do sistema, dentre eles, a própria corrente na linha, caracterizando a não-linearidade desta equação. Por isso, a rigor, não é possível representar a dinâmica dos fasores do sistema em espaço de estados, como visto no conjunto de equações (5-7).

Embora o cálculo do ângulo de disparo natural  $\alpha$  possa ser feito numericamente, de forma similar à implementada por GOMES *et al.* (2006) para o cálculo do ângulo de corte do reator controlado a tiristor, há uma série de aproximações que podem ser feitas para simplificar o seu cálculo e transformar o conjunto de equações (5-7) em equações no espaço de estados.

<sup>7</sup> O ângulo de corte efetivo  $\gamma_{ef}$  corresponde ao instante *efetivo* de corte das válvulas. Este ângulo é diferente de  $\gamma$ , que é o ângulo de corte ordenado ao GCSC.

Inicialmente, é necessário definir o ângulo de corte efetivo  $\gamma_{ef}$ . O modo de controle a ser considerado é o controle do ângulo de corte ou bloqueio  $\gamma$  (ver seção 4.5.2). O ângulo de corte efetivo das válvulas é obtido pela comparação de uma rampa sincronizada com o zero de corrente ao ângulo  $\gamma$  desejado. Assim,  $\gamma_{ef}$  ocorrerá  $\gamma$  graus após o cruzamento por zero da corrente. Com a convenção adotada de sinais cossenoidais possuírem ângulo zero e aproximando a corrente na linha pela sua fundamental, tem-se:

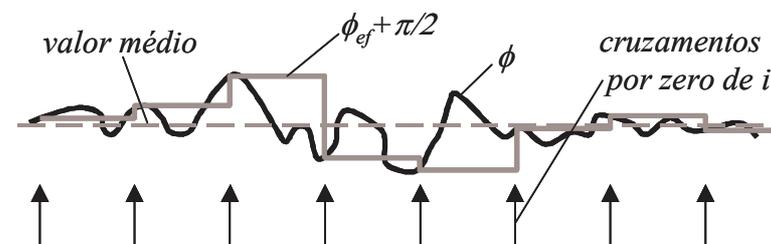
$$i_1 = |I_1| \cdot \cos(\omega \cdot t + \phi), \quad (5-10)$$

onde  $\phi$  é o ângulo de fase do fasor dinâmico de corrente.

A rampa é sincronizada exclusivamente pelo cruzamento por zero da corrente, ou seja, aproximadamente a cada meio-ciclo. O ângulo de corte é contado a partir desse cruzamento por zero<sup>8</sup>. Teoricamente, a referência do zero de corrente para o ângulo de corte é dada por:

$$\phi_{ef}(t) = \phi \left[ \text{Inteiro} \left( 2 \frac{t}{T} \right) \frac{T}{2} \right] - \frac{\pi}{2}, \quad (5-11)$$

onde  $T$  é o período da corrente,  $\phi[t]$  é o ângulo da corrente na referência cossenoidal, variante no tempo, e  $\text{Inteiro}[x]$  é uma função que obtém a parte inteira do número  $x$ . A Figura 5-2 ilustra graficamente as relações entre  $\phi$ ,  $\phi_{ef}$  e os cruzamentos por zero da corrente  $i$ .



**Figura 5-2: Amostragem do ângulo de fase da corrente na linha nos cruzamentos por zero da corrente**

O ângulo de referência  $\phi_{ef}(t)$  mostrado pode ser modelado através da modulação de  $\phi(t)$  por um trem periódico de impulsos sincronizados com o zero de corrente e, posteriormente, pela convolução com um bloco do tipo *zero-order hold* (OPPENHEIM *et al.*, 1983), representado pela seguinte função:

<sup>8</sup> Uma abordagem diferente utiliza um circuito *PLL* (GOMES *et al.*, 2006), incorporando as equações da dinâmica do *PLL* no modelo de fasores dinâmicos do reator controlado a tiristores.

$$h_0(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t < \frac{T}{2} \\ 0, & t \geq \frac{T}{2} \end{cases}. \quad (5-12)$$

Essa modelagem é bastante trabalhosa e deixaria as simulações muito lentas, por envolver uma convolução no tempo.

Para simplificar o modelo aqui desenvolvido, aproxima-se  $\phi_{ef}$  por seu valor médio, obtido admitindo-se que o cruzamento por zero da corrente na linha ocorre  $90^\circ$  depois do cruzamento por zero da tensão nas fontes, considerando que a resistência série da linha é bem menor que sua reatância série.

Admite-se que a função forçante do sistema, dada pela diferença entre  $v_s$  e  $v_r$ , é:

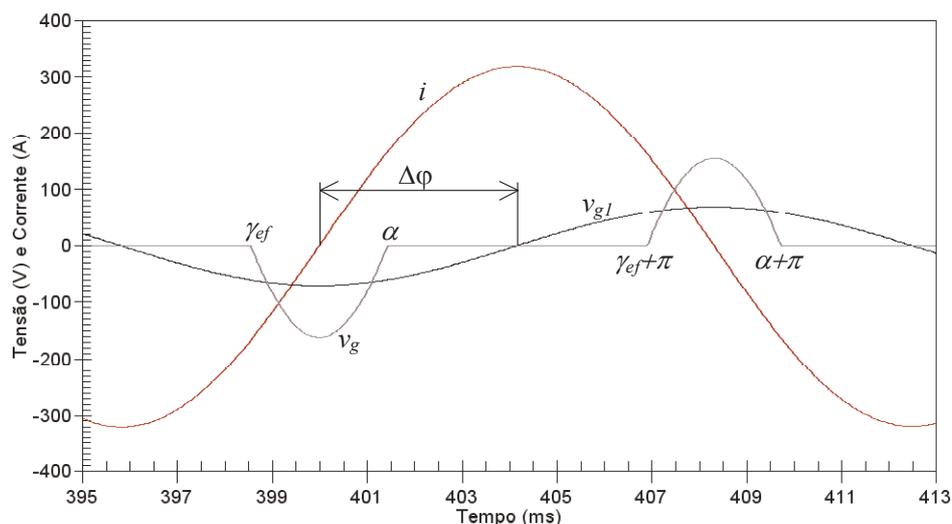
$$v_s - v_r = |V_{sr}| \cdot \cos(\omega \cdot t + \varepsilon), \quad (5-13)$$

onde  $V_{sr}$  é o fasor dinâmico  $V_s - V_r$ .

O valor de pico da tensão forçante define, em regime permanente, o cruzamento por zero da corrente na linha. Assim, tem-se:

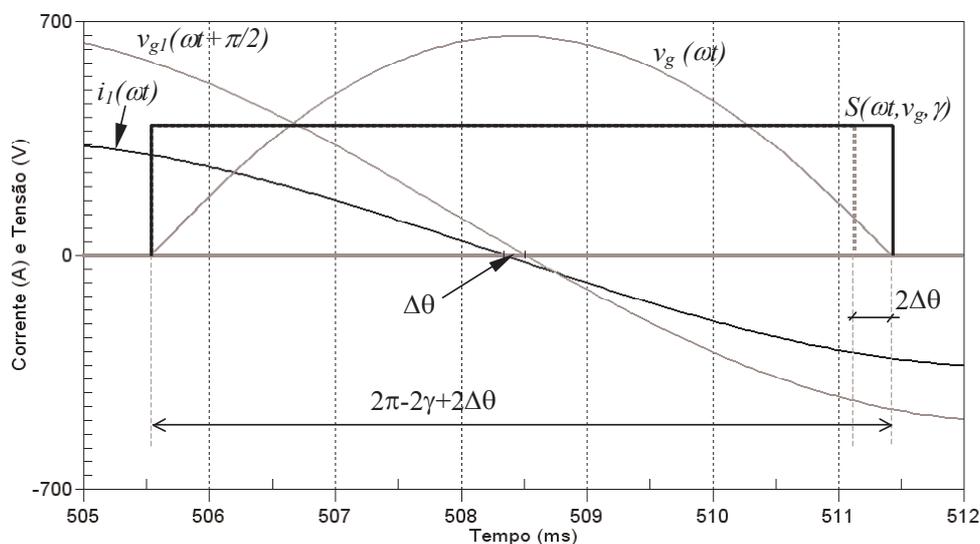
$$\gamma_{ef} = \gamma - \varepsilon. \quad (5-14)$$

Em regime permanente, o ângulo de não condução  $\sigma$  das válvulas é dado por (4-46), que é obtida fazendo as hipóteses de defasagem angular igual a  $90^\circ$  entre tensão  $v_g$  e corrente  $i$  e simetria da corrente  $i$  em torno de seu zero. Porém, transitoriamente, essa defasagem  $\Delta\phi$  pode ser diferente de  $90^\circ$ . A Figura 5-3 mostra as formas de onda de tensão  $v_g$ , sua fundamental  $v_{gl}$  e corrente  $i$ . Os ângulos de corte efetivo ( $\gamma_{ef}$ ), disparo natural ( $\alpha$ ) e defasagem entre  $v_{gl}$  e  $i$  ( $\Delta\phi$ ) também são mostrados.



**Figura 5-3: Tensão no capacitor do GCSC, sua fundamental, corrente na linha e ângulos notáveis (os instantes de corte e disparo são mostrados como ângulos)**

Considerando que a fundamental da tensão no capacitor é simétrica em relação ao seu valor de pico e que a corrente na linha é aproximada por sua fundamental, a Figura 5-4 mostra o efeito do deslocamento angular entre a tensão  $v_g$  e a corrente  $i$  sobre a função de chaveamento. Para evidenciar o deslocamento transitório, a fundamental  $v_{g1}$  da tensão  $v_g$  foi multiplicada por  $j$ , o que resulta em um adiantamento de  $90^\circ$ . A tensão resultante  $v_{g1}(\omega t + \pi/2)$  está em fase com  $i_1(\omega t)$  em regime permanente. Transitoriamente, pode haver uma defasagem  $\Delta\theta$  entre os dois sinais. Admite-se que eventuais modificações na amplitude da corrente  $i$  ao longo do ciclo não afetam significativamente a função de chaveamento.



**Figura 5-4: Efeito do deslocamento angular entre tensão no capacitor e corrente na linha sobre a função de chaveamento**

Na figura, define-se o ângulo de defasamento  $\Delta\theta$ , que é dado pela equação:

$$\Delta\theta = \Delta\varphi - \frac{\pi}{2}. \quad (5-15)$$

Na prática,  $\Delta\theta$  é a defasagem entre a corrente  $i_l$  na linha e a tensão  $v_{g1}$  no capacitor deslocada de  $+90^\circ$  ( $+\pi/2$  rad). Em função dos fasores dinâmicos,  $\Delta\theta$  é:

$$\Delta\theta = \angle(-j \cdot I_1 \cdot V_{g1}^*), \quad (5-16)$$

onde  $\angle$  é o ângulo e  $*$  é o conjugado do fasor.

Como necessariamente o pico da tensão  $v_g$  no capacitor deve ocorrer simultaneamente ao zero da corrente  $i^9$ , a largura da função de chaveamento deve ser acrescida de  $\Delta\theta$  antes do pico de  $v_g$ . Como as áreas sob a curva de corrente  $i$  devem ser

<sup>9</sup> Se  $i=0$ ,  $dv_g/dt=0$ , então  $v_g$  deve ser o valor de pico.

iguais antes e depois do cruzamento por zero, a largura da função de chaveamento também deve ser acrescida de  $\Delta\theta$  depois do pico de  $v_g$ .

O ângulo de disparo natural  $\alpha$  é dado então pelo ângulo de corte efetivo  $\gamma_{ef}$  somado a  $\sigma$  e a duas vezes  $\Delta\theta$ . A equação resultante é:

$$\alpha = 2\pi - \gamma - \varepsilon + 2\Delta\theta. \quad (5-17)$$

Substituindo (5-10), (5-14) e (5-17) em (5-9), chega-se a:

$$I_{g1} = \frac{1}{\pi} \left[ I_1 \cdot (2\pi - 2\gamma + 2\Delta\theta) - I_1^* \cdot \text{sen}(2\gamma - 2\Delta\theta) \cdot e^{-2j(\Delta\theta - \varepsilon)} \right]. \quad (5-18)$$

Substituindo (5-18) em (5-7), chega-se a um modelo não-linear complexo em espaço de estados:

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = \left( -\frac{R}{L} - j \cdot \omega \right) \cdot I_1 - \frac{1}{L} \cdot V_{f1} - \frac{1}{L} \cdot V_{g1} + \frac{1}{L} \cdot (V_s - V_r) \\ \dot{V}_{f1} = \frac{1}{C_f} \cdot I_1 - j \cdot \omega \cdot V_{f1} \\ \dot{V}_{g1} = \frac{1}{C_g} \cdot \frac{1}{\pi} \left[ I_1 \cdot (2\pi - 2\gamma + 2\Delta\theta) - I_1^* \cdot \text{sen}(2\gamma - 2\Delta\theta) \cdot e^{-2j(\Delta\theta - \varepsilon)} \right] - j \cdot \omega \cdot V_{g1} \end{cases} \quad (5-19)$$

O modelo dado por (5-19) é um modelo de terceira ordem com variáveis complexas, que são os fasores dinâmicos do sistema da Figura 5-1. Representando os fasores por suas componentes reais e imaginárias, chega-se a um modelo no espaço de estados não-linear, de sexta ordem e com variáveis reais:

$$\begin{cases} \dot{I}_{r1} = -\frac{R}{L} \cdot I_{r1} + \omega \cdot I_{i1} - \frac{1}{L} \cdot V_{fr1} - \frac{1}{L} \cdot V_{gr1} + \frac{1}{L} \cdot V_{sr,r} \\ \dot{I}_{i1} = -\omega \cdot I_{r1} - \frac{R}{L} \cdot I_{i1} - \frac{1}{L} \cdot V_{fi1} - \frac{1}{L} \cdot V_{gi1} + \frac{1}{L} \cdot V_{sr,i} \\ \dot{V}_{fr1} = \frac{1}{C_f} \cdot I_{r1} + \omega \cdot V_{fi1} \\ \dot{V}_{fi1} = \frac{1}{C_f} \cdot I_{i1} - \omega \cdot V_{fr1} \\ \dot{V}_{gr1} = \frac{1}{C_g} \cdot \frac{1}{\pi} \left\{ I_{r1} \cdot [(2\pi - 2\gamma + 2\Delta\theta) - \text{sen}(2\gamma - 2\Delta\theta) \cdot \cos(2\Delta\theta - 2\varepsilon)] \right. \\ \quad \left. + I_{i1} \cdot \text{sen}(2\gamma - 2\Delta\theta) \cdot \text{sen}(2\Delta\theta - 2\varepsilon) \right\} + \omega \cdot V_{gi1} \\ \dot{V}_{gi1} = \frac{1}{C_g} \cdot \frac{1}{\pi} \left\{ I_{r1} \cdot \text{sen}(2\gamma - 2\Delta\theta) \cdot \text{sen}(2\Delta\theta - 2\varepsilon) \right. \\ \quad \left. + I_{i1} \cdot [(2\pi - 2\gamma + 2\Delta\theta) + \text{sen}(2\gamma - 2\Delta\theta) \cdot \cos(2\Delta\theta - 2\varepsilon)] \right\} - \omega \cdot V_{gr1} \end{cases} \quad (5-20)$$

### 5.3.2 RESULTADOS DE SIMULAÇÕES DO MODELO NÃO-LINEAR

Para demonstrar que o modelo desenvolvido na seção anterior representa adequadamente a dinâmica do GCSC, foram feitas algumas simulações digitais do mesmo. Foi utilizado o sistema representado na Figura 5-1, considerando que a linha possui um total de 20% de compensação série, sendo 10% fixa e 10% controlável por um GCSC. A Tabela 5-1 mostra os parâmetros considerados para o sistema.

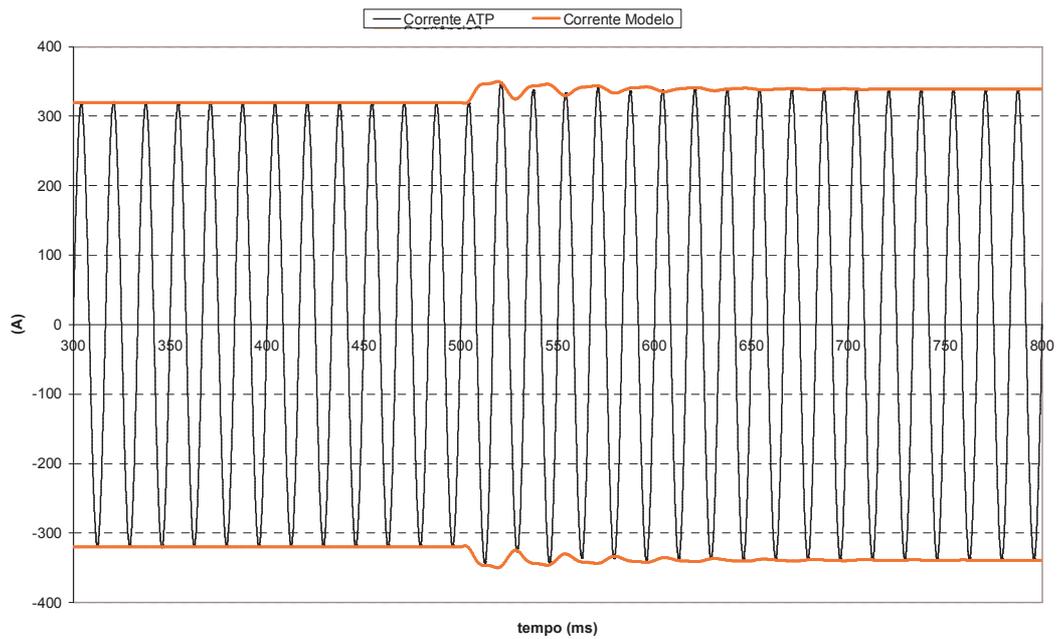
**Tabela 5-1: Parâmetros utilizados nas simulações do sistema elétrico da Figura 5-1 com 10% de compensação variável e 10% de compensação fixa**

Parâmetro	Valor
Indutância da linha	92,8 mH
Resistência da linha	0,2 $\Omega$
Capacitor fixo	759 $\mu$ F
Capacitor do GCSC	759 $\mu$ F
Tensão da fonte $V_{sr}$	10000 $\angle 0^\circ$ V

O modelo representado em (5-20) foi simulado no programa *Mathematica 5.2* (WOLFRAM, 2003). As equações foram resolvidas utilizando-se a função *NDSolve*, que obtém soluções numéricas para equações diferenciais. O sistema também foi modelado no ATP para efeito de comparação.

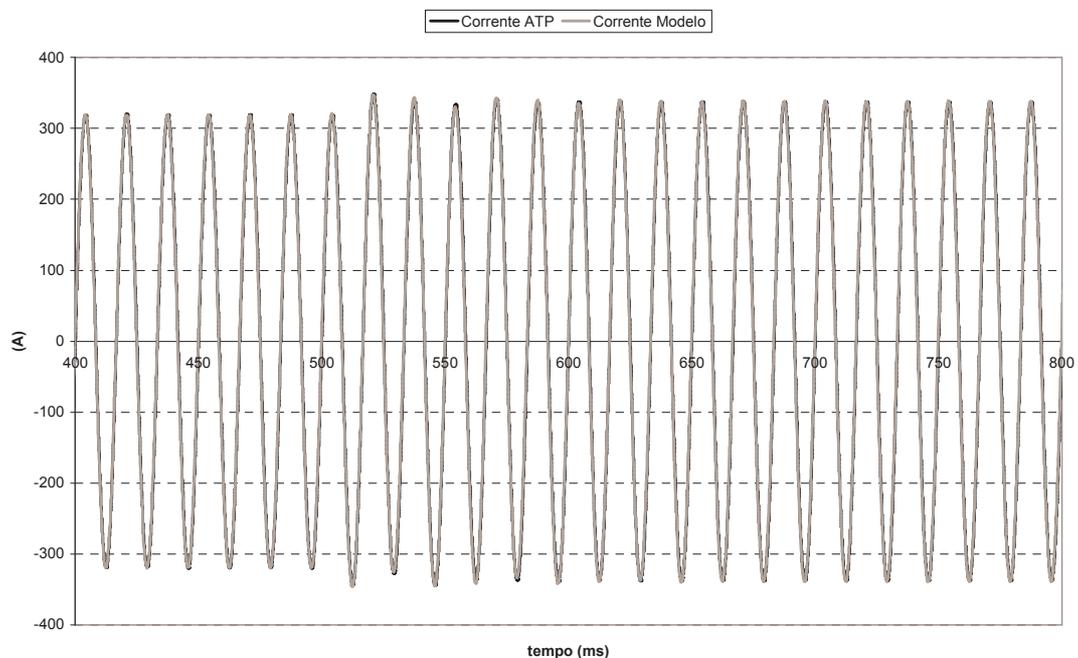
#### 5.3.2.1 Caso 1: Aumento da compensação série

A primeira simulação realizada considera que o GCSC inicialmente opera com um ângulo de corte de  $150^\circ$ . Nessa condição, a linha está com uma compensação aproximada de 10,58% (10% de compensação fixa e 0,58% de compensação do GCSC). Em  $t=500$  ms, ocorre um degrau no ângulo de disparo, que passa a ser de  $110^\circ$ , aumentando o total de compensação série para 15,73%. A Figura 5-5 mostra a comparação da forma de onda de corrente na linha obtida no ATP com a amplitude do fasor dinâmico  $I_l$  obtida pelo modelo (na figura foram traçadas as curvas de  $+|I_l|$  e  $-|I_l|$ ).

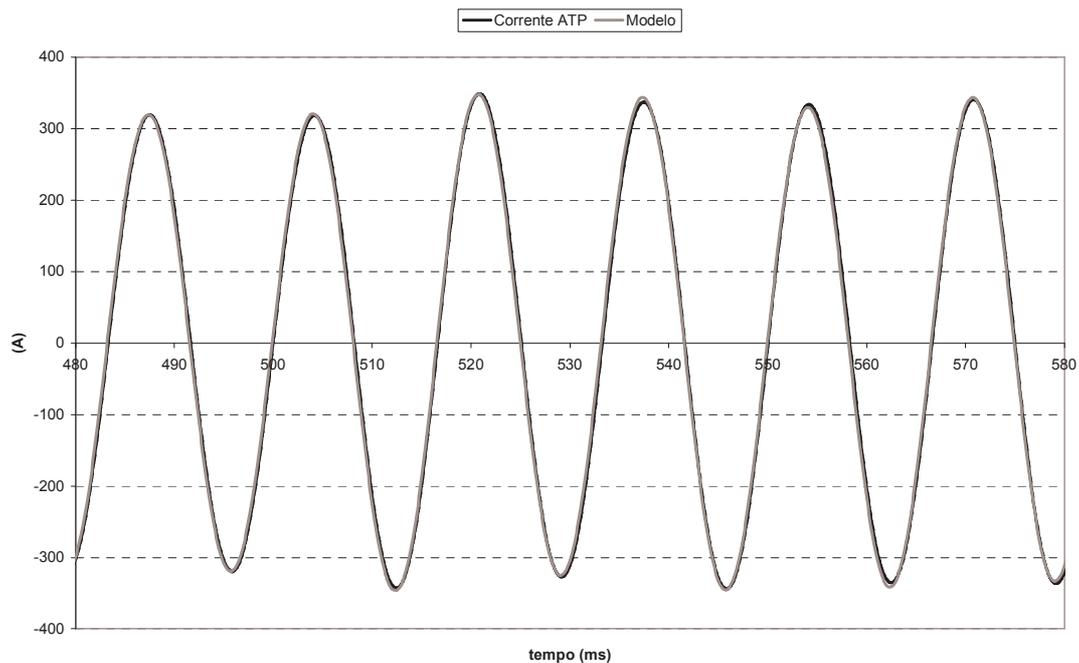


**Figura 5-5: Comparação entre correntes simuladas pelo modelo (envoltória) e pelo ATP (forma de onda), para degrau de  $150^\circ$  a  $110^\circ$  aplicado em  $\gamma$  em 500 ms**

Utilizando-se (5-6), pode-se obter a forma de onda de corrente a partir do fasor dinâmico do modelo. A Figura 5-6 mostra uma comparação das formas de onda simuladas no ATP e obtida pelo modelo. A Figura 5-7 mostra um detalhe da região próxima ao degrau em  $\gamma$ . O modelo representa precisamente o comportamento da corrente na linha.

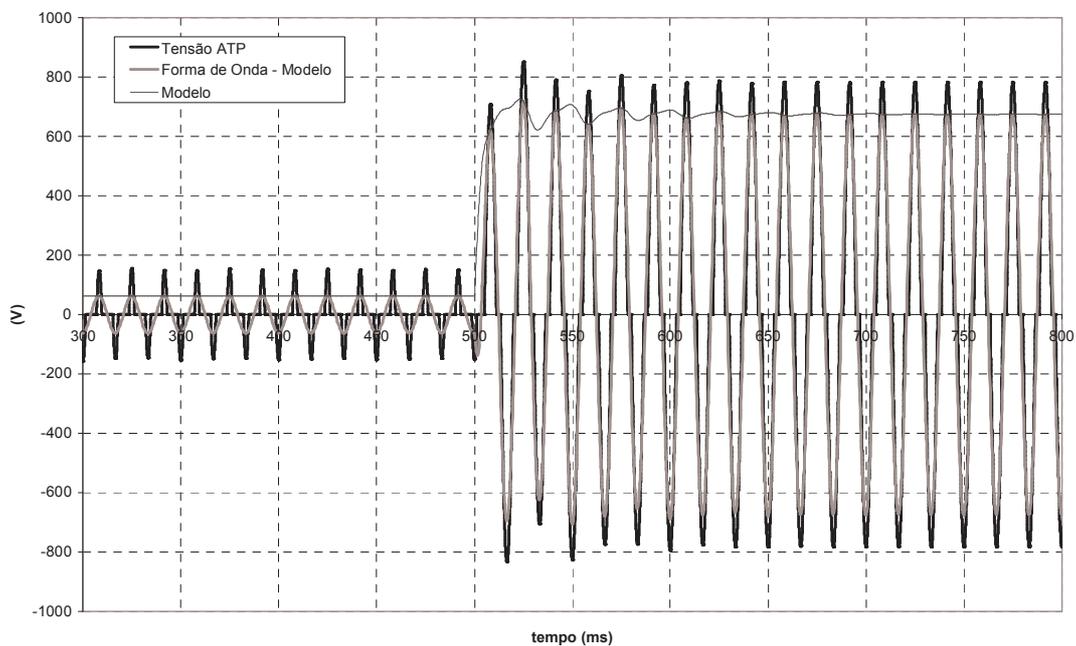


**Figura 5-6: Comparação entre formas de onda de correntes simuladas pelo modelo e pelo ATP, para degrau de  $150^\circ$  a  $110^\circ$  aplicado em  $\gamma$  em 500 ms**



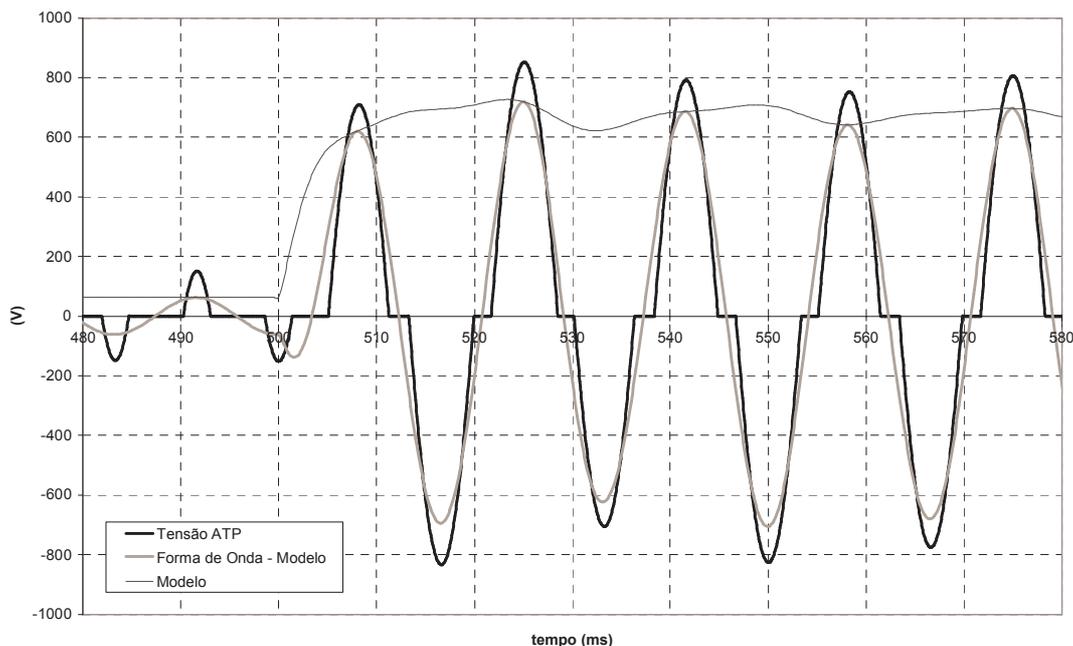
**Figura 5-7: Comparação entre formas de onda de correntes simuladas pelo modelo e pelo ATP, para degrau de  $150^\circ$  a  $110^\circ$  aplicado em  $\gamma$  em 500 ms - Detalhe da região do degrau**

A Figura 5-8 mostra a comparação das formas de onda de tensão no capacitor obtidas no ATP e pelo modelo para a mesma situação de aumento da compensação série em 500 ms. Na mesma figura é mostrada a amplitude do fasor dinâmico  $V_{g1}$ .



**Figura 5-8: Comparação entre formas de onda de tensões no GCSC simuladas pelo modelo e pelo ATP, para degrau de  $150^\circ$  a  $110^\circ$  aplicado em  $\gamma$  em 500 ms**

A Figura 5-9 mostra um detalhe da região próxima ao degrau. Como a tensão no capacitor possui harmônicos, não representados no modelo, as formas de onda não são coincidentes.



**Figura 5-9: Comparação entre formas de onda de tensões no GCSC simuladas pelo modelo e pelo ATP, para degrau de 150° a 110° aplicado em  $\gamma$  em 500 ms - Detalhe da região do degrau**

Percebe-se que, mesmo para a tensão no capacitor, o modelo prevê aproximadamente as oscilações de baixas frequências após o degrau. Para comparar mais detalhadamente essas oscilações, foram obtidos valores agregados de tensão no capacitor e corrente na linha simuladas no ATP. Este mesmo método é usado por GOMES *et al.* (2006) para comparar simulações transitórias com resultados do modelo por eles desenvolvido. O valor agregado é essencialmente trifásico e comparável a grandezas eficazes do modelo monofásico multiplicadas pela raiz quadrada de 3.

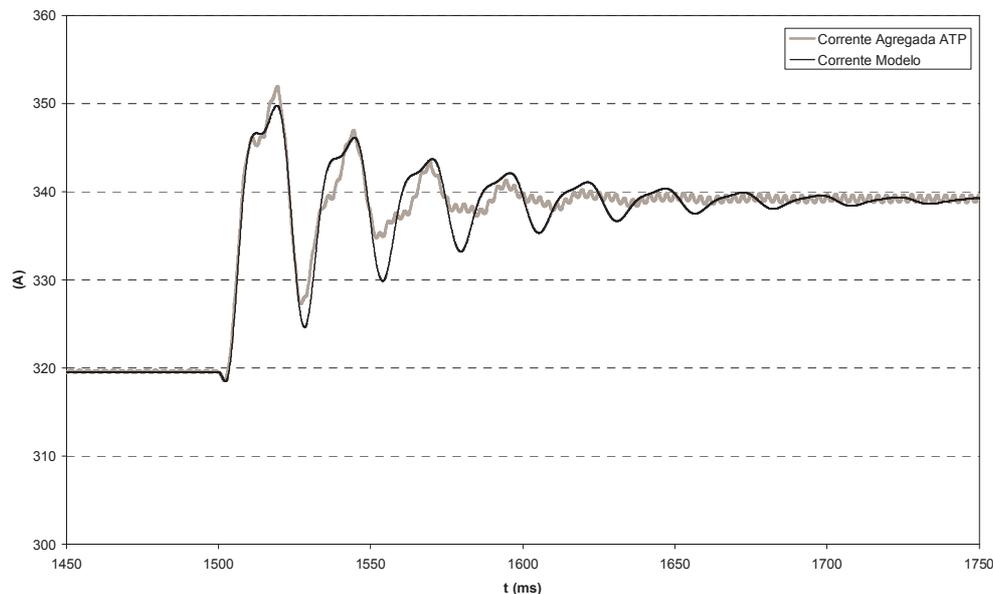
Para o sistema da Figura 5-1 ser trifásico, admite-se que as fontes  $v_s$  e  $v_r$  são ligadas em Y aterrado, o que faz com que cada fase opere independentemente das demais. As tensões nas três fases têm mesmo módulo e ângulos de fase iguais a 0° (fase A), -120° (fase B) e 120° (fase C). O degrau no ângulo de corte se deu em 1500 ms.

O valor agregado de tensão é definido da seguinte forma [*e.g.*, AREDES (1996)]:

$$v_{ag} = \sqrt{v_a^2 + v_b^2 + v_c^2} . \quad (5-21)$$

onde os índices  $a$ ,  $b$  e  $c$  representam as três fases. Embora seja um sinal instantâneo, o valor agregado não precisa de nenhuma operação de enjanelamento, que introduz atrasos indesejáveis quando se comparam sinais no tempo. Multiplicando-se  $v_{ag}$  pela raiz quadrada de 2/3, obtém-se um valor de tensão agregada monofásica de pico. Definição similar pode ser feita para a corrente. A Figura 5-10 mostra a comparação da

corrente obtida pelo modelo com a corrente agregada monofásica de pico obtida a partir de simulações feitas no ATP.



**Figura 5-10: Comparação entre corrente simulada pelo modelo e corrente agregada simulada pelo ATP, para degrau de 150° a 110° aplicado em  $\gamma$  em 1500 ms**

Nota-se que o modelo fornece uma resposta menos amortecida do que a simulação no ATP. Esse resultado é justificado, uma vez que o modelo desenvolvido faz algumas aproximações, como o uso do valor médio do ângulo de cruzamento por zero da corrente como referência, e não considera o efeito da variação do módulo da corrente sobre a função de chaveamento.<sup>10</sup>

Para comparar o valor agregado de tensão obtido por simulações no ATP e a tensão obtida no modelo, foi necessário um passo adicional. Dado que a tensão no capacitor possui harmônicos, o valor agregado apresentou elevado *ripple*. O valor agregado de tensão no capacitor foi filtrado utilizando-se um filtro digital passa-baixa de *Butterworth* (OPPENHEIM e SCHAFER, 1989) com frequência de corte em 120 Hz. O filtro implementado foi o seguinte:

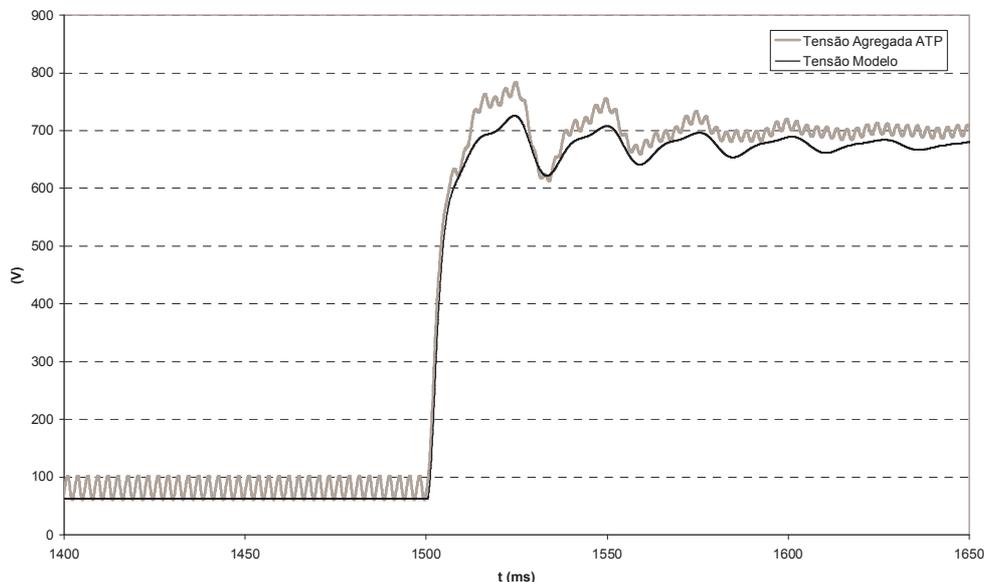
$$H_{pb}(z) = 1,4018 \times 10^{-3} \frac{1 + 2 \cdot z^{-1} + z^{-2}}{1 - 1,89134 \cdot z^{-1} + 0,89694 \cdot z^{-2}} \quad (5-22)$$

onde  $H_{pb}(z)$  é a função de transferência do filtro no domínio  $z$ .

Para garantir que a tensão obtida pelo modelo tenha o mesmo atraso, ela também foi filtrada com o mesmo filtro. A Figura 5-11 mostra uma comparação entre os valores filtrados para tensão agregada monofásica de pico obtida por simulações no ATP e para

<sup>10</sup> Ver seção 4.5.2 para a descrição do fenômeno e a seção 5.4.2 para uma discussão de como o modelar.

a tensão fornecida pelo modelo de fasores dinâmicos. Mais uma vez, nota-se que os valores em regime permanente, tanto antes quanto depois do degrau, não coincidem porque o modelo representa apenas a tensão fundamental.

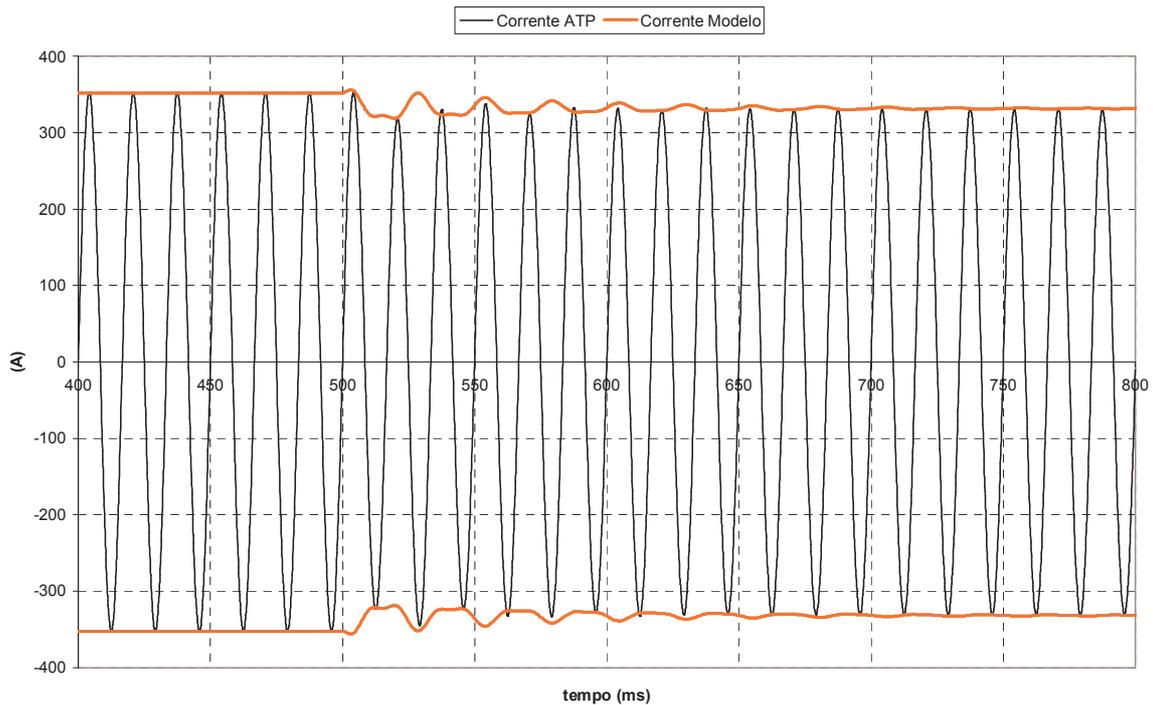


**Figura 5-11: Comparação entre tensão no GCSC simulada pelo modelo e tensão agregada no GCSC simulada pelo ATP, para degrau de 150° a 110° aplicado em  $\gamma$  em 1500 ms**

Os resultados de comparações entre valores agregados de tensão e corrente e fasores dinâmicos mostram que o modelo aproxima adequadamente as oscilações em baixa frequência do sistema, mesmo para a tensão no capacitor, modelada apenas pela fundamental, mas cujo conteúdo harmônico é significativo.

#### 5.3.2.2 Caso 2: Diminuição da compensação série

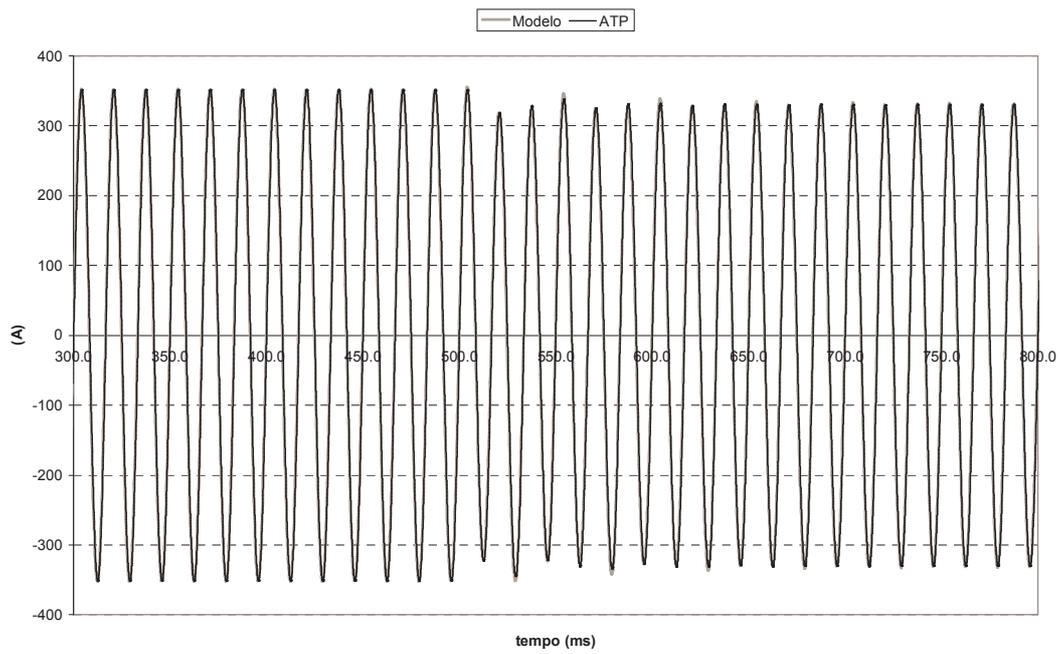
A segunda simulação realizada considera que a linha está, inicialmente, com uma compensação aproximada de 18,89% (GCSC com  $\gamma=95^\circ$ ). Em  $t=500$  ms, ocorre um degrau no ângulo de disparo, que passa a ser de  $120^\circ$ , diminuindo o total de compensação série para 13,91%. A Figura 5-12 mostra a comparação da forma de onda de corrente na linha obtida no ATP com a amplitude do fasor dinâmico  $I_l$  obtida pelo modelo. Mais uma vez, são mostradas envoltórias positiva e negativa da curva de corrente.



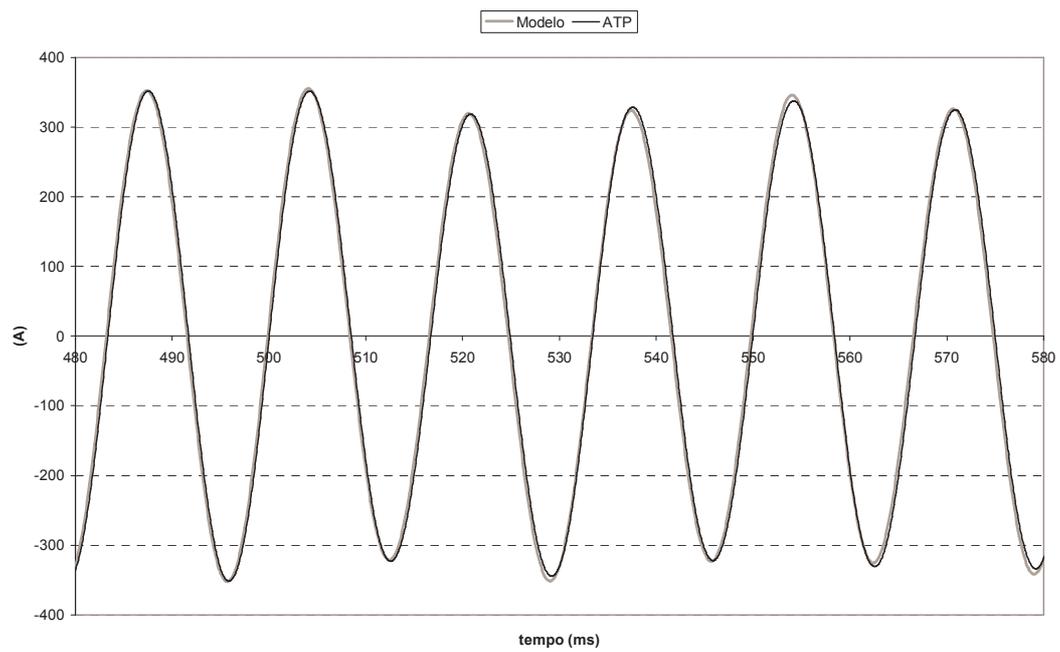
**Figura 5-12: Comparação entre correntes simuladas pelo modelo (envoltória) e pelo ATP (forma de onda), para degrau de  $95^\circ$  a  $120^\circ$  aplicado em  $\gamma$  em 500 ms**

A Figura 5-13 mostra uma comparação das formas de onda simuladas no ATP e obtida pelo modelo. A Figura 5-14 mostra um detalhe da região próxima ao degrau em  $\gamma$ . O modelo representa precisamente o comportamento da corrente na linha, que é adequadamente aproximada pela sua fundamental.

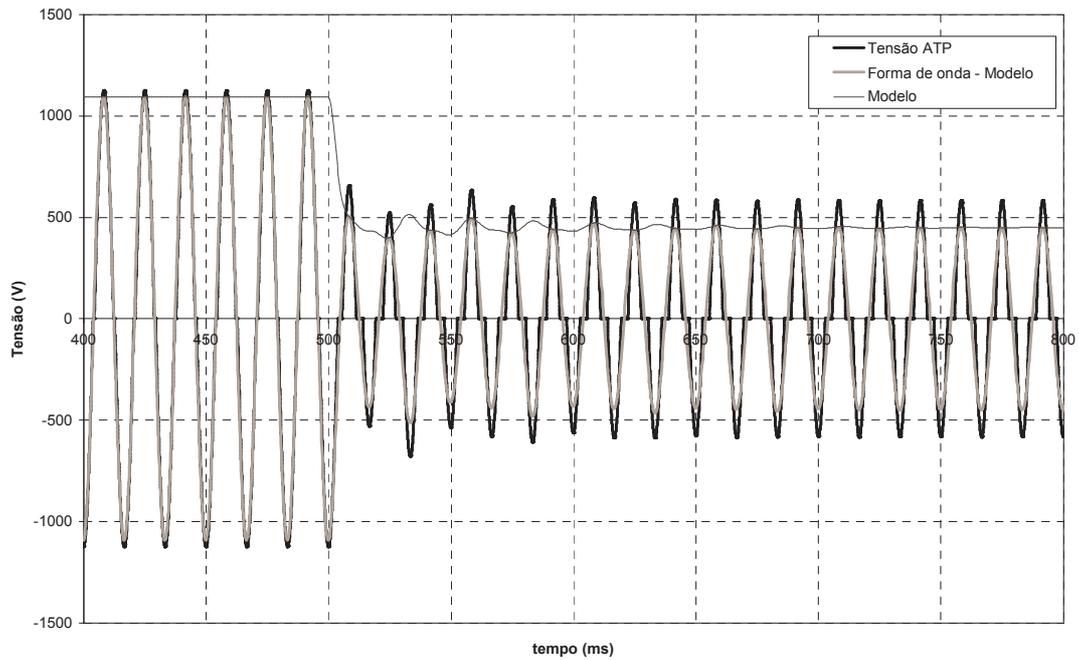
As formas de onda de tensão simuladas no ATP e pelo modelo são mostradas na Figura 5-15, juntamente à amplitude do fasor dinâmico de tensão fornecida pelo modelo. A Figura 5-16 mostra um detalhe da região do degrau. Tal qual aconteceu no caso de aumento da compensação série, o modelo representou adequadamente as oscilações dinâmicas de baixa frequência do sistema elétrico sob análise, mesmo utilizando apenas o fasor dinâmico fundamental para representar a tensão  $v_g$  no capacitor.



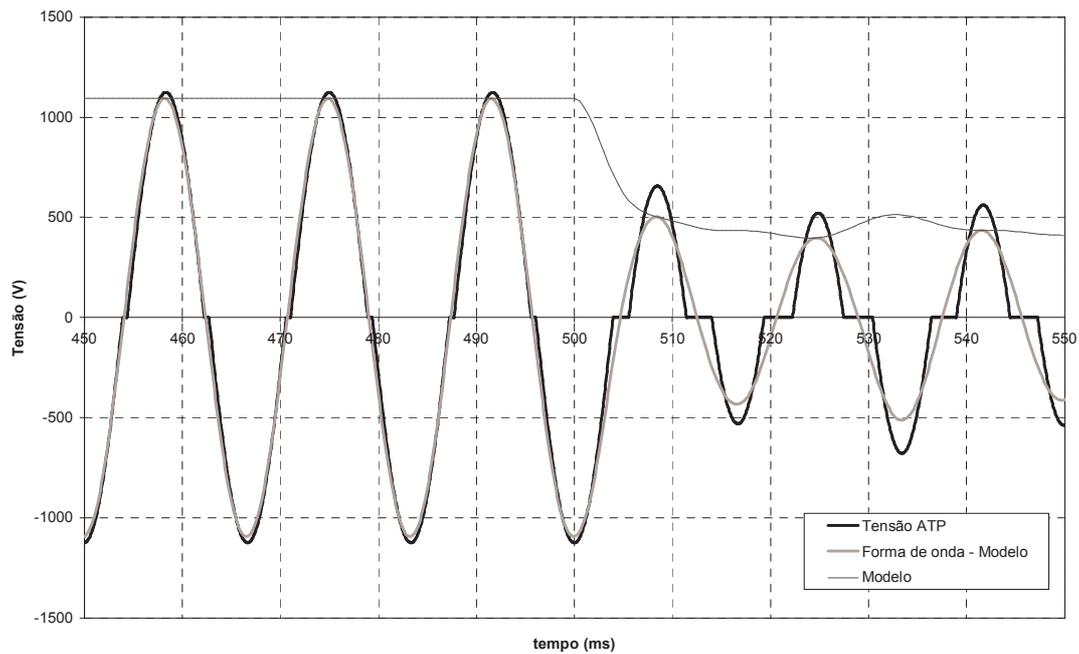
**Figura 5-13: Comparação entre formas de onda de correntes simuladas pelo modelo e pelo ATP, para degrau de 95° a 120° aplicado em  $\gamma$  em 500 ms**



**Figura 5-14: Comparação entre formas de onda de correntes simuladas pelo modelo e pelo ATP, para degrau de 95° a 120° aplicado em  $\gamma$  em 500 ms - Detalhe da região do degrau**



**Figura 5-15:** Comparação entre formas de onda de tensões simuladas pelo modelo e pelo ATP, para degrau de 95° a 120° aplicado em  $\gamma$  em 500 ms



**Figura 5-16:** Comparação entre formas de onda de tensões simuladas pelo modelo e pelo ATP, para degrau de 95° a 120° aplicado em  $\gamma$  em 500 ms - Detalhe da região do degrau

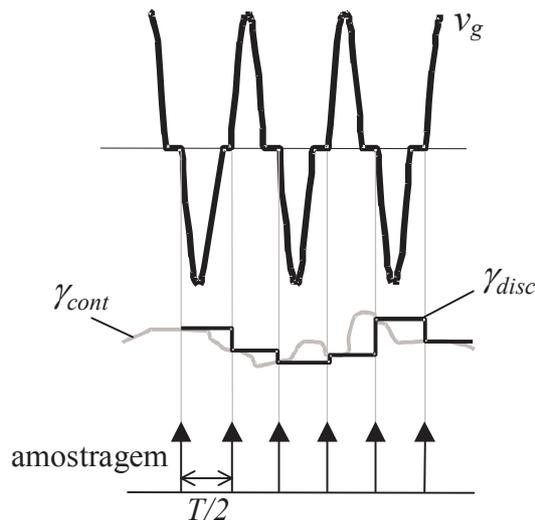
## 5.4 FENÔMENOS ADICIONAIS QUE INFLUENCIAM O MODELO NÃO-LINEAR

### 5.4.1 DISCRETIZAÇÃO DO ÂNGULO DE CORTE

O desenvolvimento do modelo não-linear considerou o ângulo de corte como uma variável contínua, mas, na verdade, o ângulo de corte varia discretamente. A Figura

4-22 mostrou o princípio de operação do modo de controle de ângulo de corte, em que o pulso de bloqueio da válvula é enviado nos instantes em que a rampa sincronizada com o zero de corrente é igual ao valor de referência  $\gamma_{ref}$ .

A Figura 5-17 mostra o efeito da discretização no ângulo de corte. Supondo que o ângulo ordenado ao GCSC é  $\gamma_{cont}$ , o ângulo com o qual efetivamente o GCSC operará é  $\gamma_{disc}$ , obtido pela discretização de  $\gamma_{cont}$  nos instantes em que as válvulas forem cortadas.



**Figura 5-17: Efeito da discretização do chaveamento das válvulas no ângulo de corte**

O sinal  $\gamma_{disc}$  discretizado é obtido pela amostragem do sinal  $\gamma_{cont}$  contínuo, utilizando o trem de impulsos mostrado na figura, e pela convolução com um bloco do tipo *zero-order hold* (OPPENHEIM *et al.*, 1983).

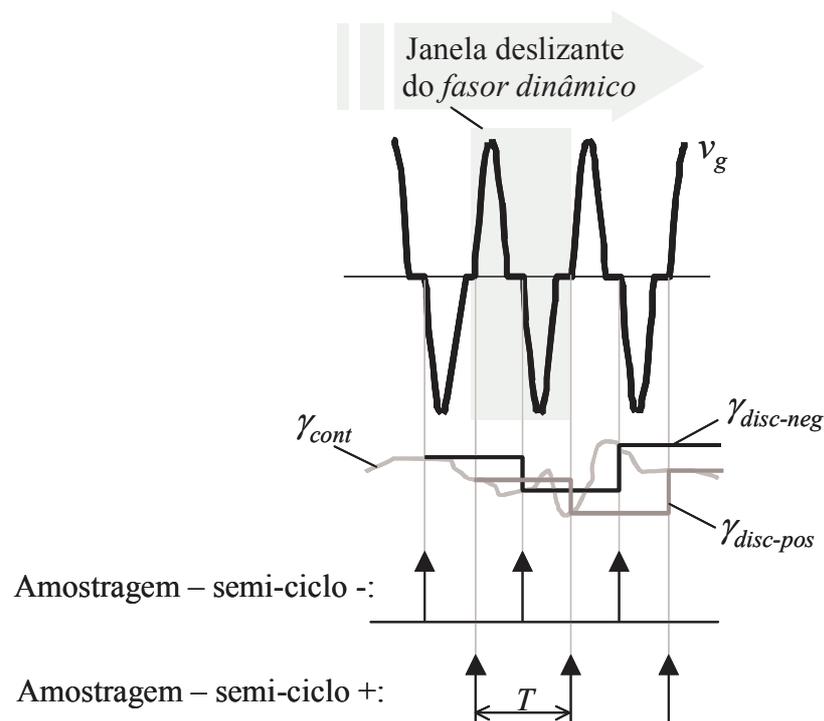
Admitindo que as variações no ângulo de corte ordenado sejam pequenas o suficiente para considerar o período de amostragem constante e igual a  $T/2$ , a operação de amostragem pode ser modelada por um chaveador ideal (PILOTTO, 1994), representado simplesmente por um ganho  $(T/2)^{-1}$ . A função de transferência de  $h_0(t)$  pode facilmente ser obtida usando transformada de Laplace. Como a convolução no tempo corresponde ao produto em  $s$ , finalmente se chega à função de transferência entre os ângulos  $\gamma_{cont}$  e  $\gamma_{disc}$ :

$$\frac{\Gamma_{disc}(s)}{\Gamma_{cont}(s)} = \frac{2}{T} \cdot \frac{1 - e^{-s \cdot \frac{T}{2}}}{s} \quad (5-23)$$

onde  $T$  é o período fundamental.

Para a incorporação desse efeito à modelagem por fasores dinâmicos, deve-se lembrar que, teoricamente, os coeficientes de Fourier são obtidos utilizando-se uma

janela deslizante de um ciclo, mostrada na Figura 5-18. Na prática, em uma janela de um ciclo, os semiciclos positivo e negativo poderão ter ângulos de corte diferentes. Supondo operação em regime permanente, a diferença de tempo entre o instante em que a janela deslizante começa a percorrer o início do semiciclo positivo e o instante em que a janela deslizante termina de percorrer o final do semiciclo positivo é de um ciclo. Assim, o ângulo de corte em um determinado semiciclo positivo terá efeito sobre a janela deslizante ao longo de um ciclo inteiro. O mesmo vale para o semiciclo negativo, com a diferença que ele estará defasado de  $T/2$  do semiciclo positivo.



**Figura 5-18: Efeito da discretização do chaveamento das válvulas no ângulo de corte na modelagem por fasores dinâmicos**

A modelagem exata do efeito da discretização sobre a janela deslizante é complicada, uma vez que, além do descrito no parágrafo anterior, uma janela deslizante também é influenciada por dois valores consecutivos de  $\gamma_{disc-pos}$  ou  $\gamma_{disc-neg}$ . Uma aproximação pode ser feita considerando-se que, para pequenas perturbações, as diferenças entre  $\gamma_{disc-neg}$  e  $\gamma_{disc-pos}$  ao longo de um semiciclo são desprezíveis. Dessa forma, a função de transferência a ser usada é a mesma da equação (5-23), mas com o período de amostragem igual a  $T$ :

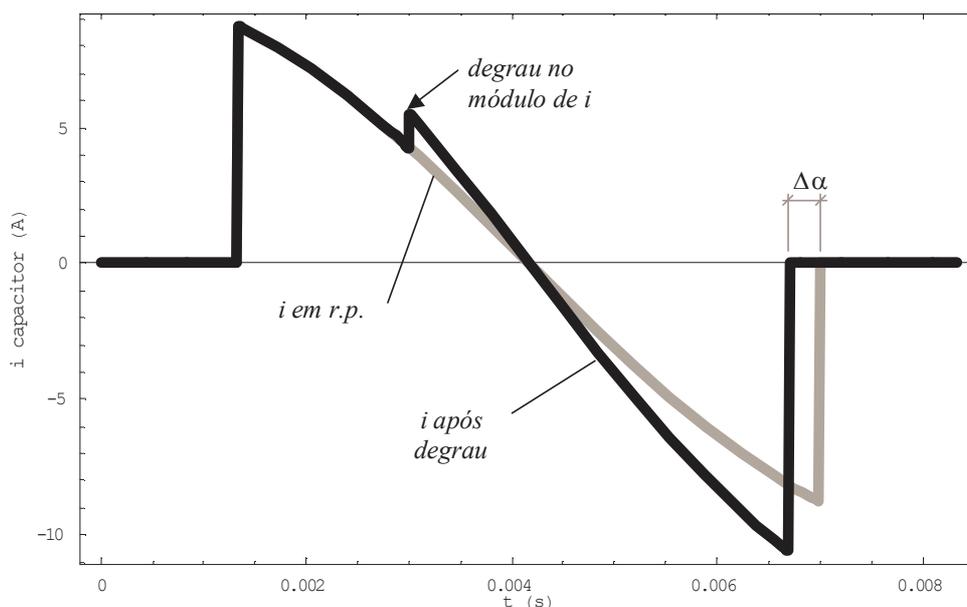
$$H(s) = \frac{\Gamma_{disc}(s)}{\Gamma_{cont}(s)} = \frac{1}{T} \cdot \frac{1 - e^{-sT}}{s}. \quad (5-24)$$

Em situações de degraus no ângulo de corte, como aquelas simuladas na seção 5.3.2, a discretização se faz notar na forma de um atraso entre o degrau em  $\gamma_{cont}$  e o degrau em  $\gamma_{disc}$ . Esse fenômeno não foi incluído no modelo não-linear. Seu efeito é pouco significativo para os distúrbios aplicados na seção 5.3.2. Contudo, quando se consideram modulações senoidais no ângulo de corte, esse efeito se torna significativo. Para a análise do modelo linearizado, este efeito será incluído.

#### 5.4.2 INFLUÊNCIA DA VARIAÇÃO DA AMPLITUDE DA CORRENTE NA LINHA NA FUNÇÃO DE CHAVEAMENTO

No desenvolvimento do modelo não-linear da seção 5.3, admitiu-se que, ao longo de um ciclo, a amplitude da corrente na linha não varia. No entanto, como discutido na seção 4.5.2, uma variação na amplitude da corrente durante o período de não-condução afetará o disparo natural das válvulas. Mostrou-se, qualitativamente, que a variação no ângulo de disparo ocorre no sentido de amortecer a variação na corrente: um aumento de corrente gera um adiantamento do disparo natural da válvula e uma diminuição de corrente gera um atraso do disparo natural da válvula.

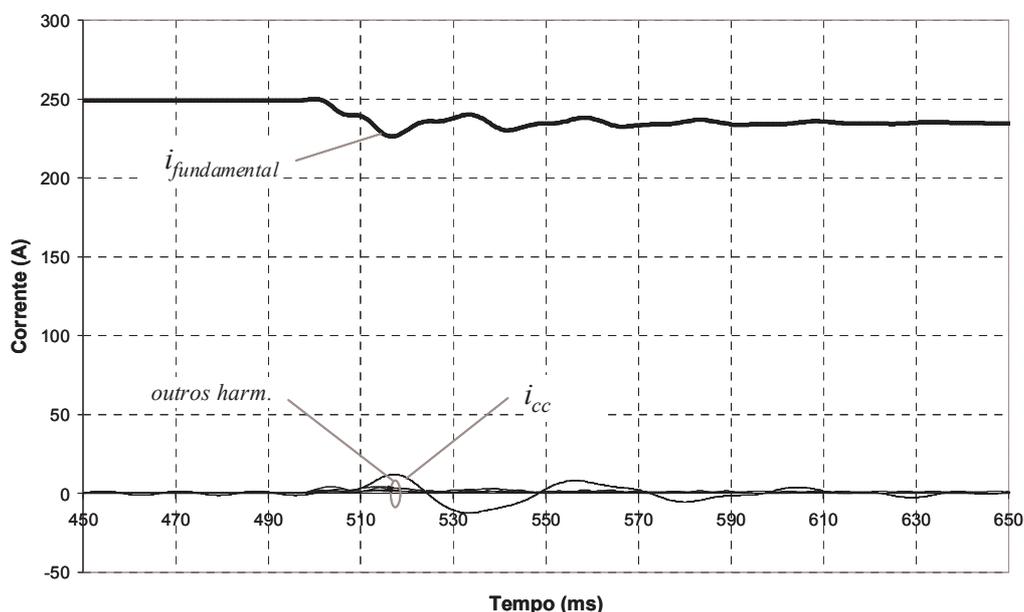
A Figura 5-19 mostra o efeito de um degrau no módulo da corrente durante o período de não condução das válvulas. Considera-se que a corrente na linha em regime permanente é senoidal. Com o aumento do módulo da corrente, o capacitor se descarrega mais rapidamente e o disparo natural da válvula se antecipa em  $\Delta\alpha$  em relação ao disparo em regime permanente.



**Figura 5-19: Efeito de um degrau na amplitude da corrente sobre o período de não condução do GCSC**

Na prática, as variações na amplitude da corrente na linha ocorrem suavemente e se refletem no surgimento de um nível transitório de corrente contínua após variações no ângulo de corte.

Para exemplificar, seja o caso simulado na seção 5.3.2.2, em que o ângulo de corte do GCSC é modificado de  $95^\circ$  para  $120^\circ$  em  $t=500$  ms, diminuindo o nível de compensação série. A Figura 5-20 mostra as componentes da corrente na linha. A corrente fundamental oscila após o degrau e diminui em regime permanente, como já visto na seção 5.3.2.2. Transitoriamente, após o degrau no ângulo de corte, aparece uma componente contínua de corrente, que desaparece quando o novo regime permanente é alcançado. As demais componentes harmônicas pouco variam<sup>11</sup>.



**Figura 5-20: Componentes harmônicas da corrente na linha para um degrau no ângulo de corte do GCSC em  $t=500$  ms, para o caso simulado na seção 5.3.2.2 (Figura 5-12)**

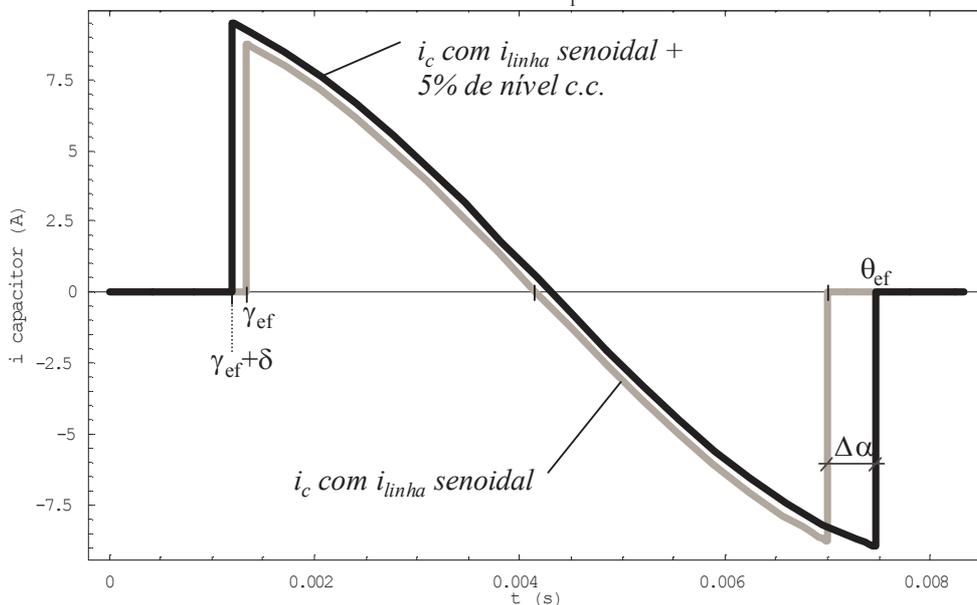
O efeito de uma componente contínua de corrente na linha sobre o ângulo de disparo do GCSC é mostrado na Figura 5-21. Considera-se que, ao longo do ciclo, as componentes fundamental e contínua da corrente são constantes. O efeito de uma componente contínua sobre o instante de corte das válvulas se dá através da mudança do instante de cruzamento por zero da corrente na linha. A defasagem no cruzamento por zero é obtida resolvendo-se a equação:

$$I_1 \cdot \text{sen}(\delta) + I_0 = 0, \quad (5-25)$$

<sup>11</sup> Todas as componentes da corrente – contínua, fundamental e harmônicas – foram calculadas utilizando-se a transformada discreta de Fourier (OPPENHEIM *et al.*, 1983) em janelas deslizantes de um ciclo. Esse cálculo está de acordo com a definição de fasores dinâmicos dada por (5-2) e (5-3).

onde  $I_1$  é a fundamental,  $I_0$  é a componente contínua e  $\delta$  é a defasagem no cruzamento por zero. Resolvendo-se (5-25), chega-se a:

$$\delta = \arcsen\left(-\frac{I_0}{I_1}\right). \quad (5-26)$$



**Figura 5-21: Influência da corrente contínua na linha nos instantes de corte e disparo das válvulas**

O ângulo  $\theta_{ef}$  pode ser obtido através da equação:

$$\int_{\gamma_{ef} + \delta}^{\theta_{ef}} [I_1 \cdot \cos(x + \phi) + I_0] dx = 0. \quad (5-27)$$

Para se obter os fasores dinâmicos fundamentais e as componentes contínuas das variáveis de estado, (5-2) e (5-3) deverão ser utilizadas com  $k=0$  e  $k=1$ . Como resultado, aparecerão acoplamentos entre os fasores dinâmicos fundamentais e as componentes contínuas das variáveis de estado.

A influência da variação da amplitude da corrente na linha sobre a duração no período de não condução do GCSC corresponde, por dualidade, à influência da variação da amplitude da tensão no barramento do sistema sobre o período de condução dos tiristores de um reator controlado a tiristores. Tal fenômeno, descrito em ALVES (1999) e incorporado ao modelo lá desenvolvido para o reator controlado a tiristor a partir de modulações da tensão, não é considerado em outros trabalhos de modelagem de reatores controlados a tiristores baseados em fasores dinâmicos [(MATTAVELI *et al.*, 1997) e (MATTAVELI *et al.*, 1999)]. GOMES *et al.* (2006) desenvolvem um método de integração para se obter o ângulo de corte natural nos reatores controlados a tiristores

que considera, indireta e precisamente, este e outros fenômenos. Todavia, essa abordagem é feita em modelos no domínio  $s$ , e não na forma de espaço de estados.

### 5.4.3 DISTORÇÃO HARMÔNICA DA CORRENTE DE LINHA

No sistema analisado neste capítulo (Figura 5-1), o conteúdo harmônico da corrente da linha é desprezível<sup>12</sup>. Nessas condições, o modelo de fasores dinâmicos fundamentais representa adequadamente o comportamento dinâmico do sistema.

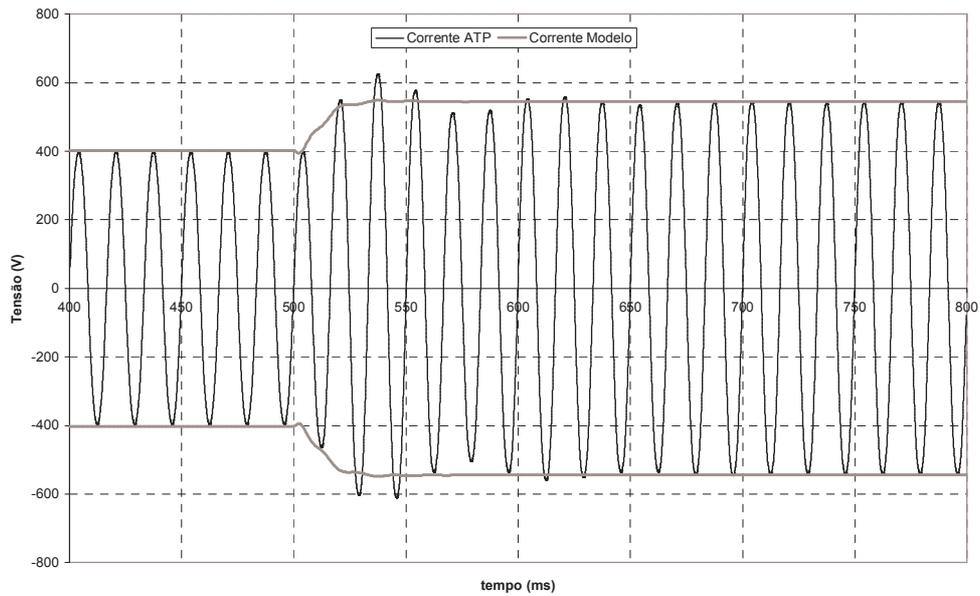
Porém, caso o conteúdo harmônico da corrente da linha não seja desprezível, o modelo já não representa adequadamente a dinâmica do sistema. Considere-se um sistema similar ao da Figura 5-1, mas com a compensação variável de 80% da reatância série total da linha. A Tabela 5-2 mostra os novos parâmetros do sistema.

**Tabela 5-2: Parâmetros utilizados nas simulações do sistema elétrico da Figura 5-1 com 80% de compensação variável e 10% de compensação fixa**

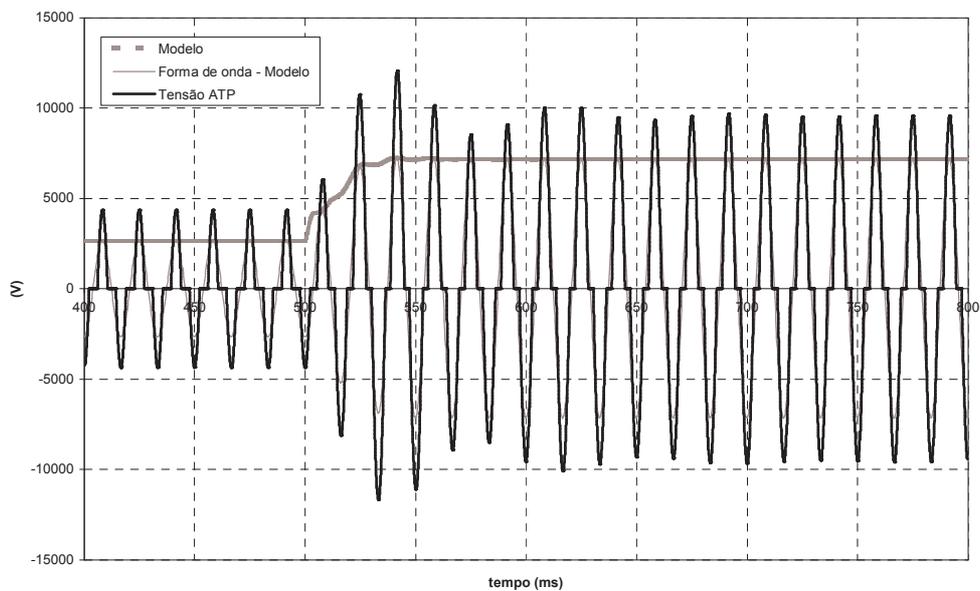
Parâmetro	Valor
Indutância da linha	92,8 mH
Resistência da linha	0,2 $\Omega$
Capacitor fixo	759 $\mu\text{F}$
Capacitor do GCSC	94,77 $\mu\text{F}$
Tensão da fonte $V_{sr}$	10000 $\angle 0^\circ$ V

O sistema, com essa nova configuração, foi simulado no ATP e no *Mathematica*, através do modelo representado por (5-20). Inicialmente, o GCSC foi posto em operação com um ângulo de corte de  $130^\circ$ . Em  $t=500$  ms, a compensação série da linha foi aumentada, diminuindo-se o ângulo de corte do GCSC para  $115^\circ$ . A Figura 5-22 mostra a forma de onda de corrente na linha obtida no ATP e a corrente de pico obtida com o modelo não-linear. A Figura 5-23 mostra as formas de onda de tensão no capacitor simulada pelo ATP e pelo modelo não-linear e a tensão de pico simulada pelo modelo não-linear.

<sup>12</sup> Pode-se usar como referência a norma IEEE 519 (1992), que propõe um limite de distorção harmônica total de 1,5% para sistemas de transmissão de energia elétrica com tensões superiores a 138 kV. GCSC conectados a linhas com distorção harmônica de corrente inferior a este limite são representados adequadamente pelo modelo de fasores fundamentais. Observe-se que a mesma norma propõe limites para corrente de cargas ligadas à rede mas, para o caso da compensação série, os limites de distorção de tensão são mais apropriados.



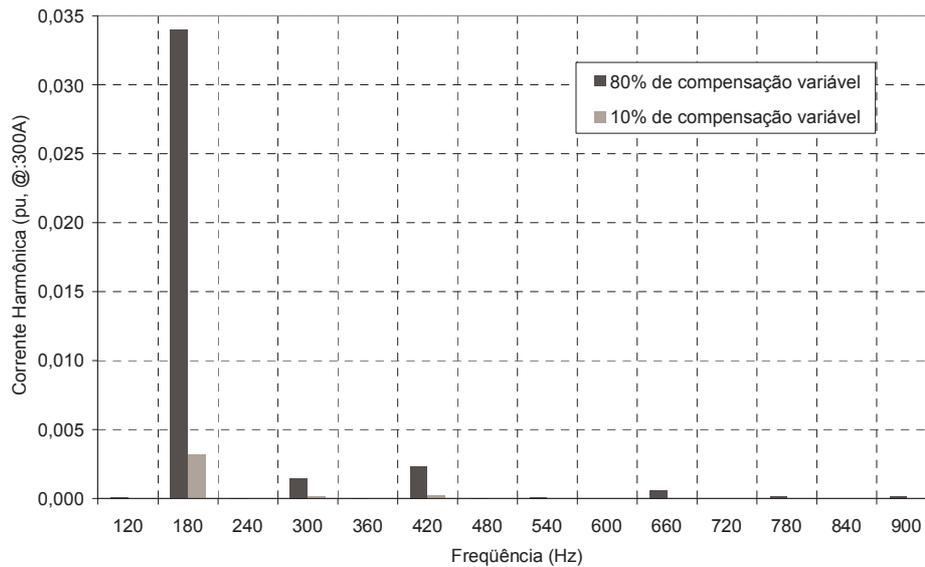
**Figura 5-22: Forma de onda de corrente simulada pelo ATP e envoltória fornecida pelo modelo, para degrau de  $130^\circ$  a  $115^\circ$  aplicado em  $\gamma$  em 500 ms**



**Figura 5-23: Comparação entre formas de onda de tensões no GCSC simuladas pelo modelo e pelo ATP, para degrau de  $130^\circ$  a  $115^\circ$  aplicado em  $\gamma$  em 500 ms**

As Figuras 5-22 e 5-23 mostram que, embora o modelo ainda represente bem o comportamento do sistema em regime permanente, ele falha em representar a dinâmica do mesmo logo após o transitório. Com a compensação série elevada, a distorção harmônica de corrente na linha aumenta e passa a ter que ser considerada.

A Figura 5-24 mostra comparações entre os espectros harmônicos da corrente para o sistema com 80% e 10% de compensação variável máxima. O ângulo de corte do GCSC é  $130^\circ$  em ambos os casos. A distorção harmônica é mostrada em valores pu de uma corrente base de 300 A.



**Figura 5-24: Conteúdo harmônico da corrente na linha com 80% e 10% de compensação variável da linha, para  $\gamma=130^\circ$**

A distorção harmônica total de corrente do sistema com 80% de compensação série variável é igual a 3,41%, enquanto a distorção harmônica total de corrente do sistema com 10% de compensação série variável é igual a 0,321%. Observa-se que o aumento da distorção harmônica se deve principalmente ao aumento do 3<sup>o</sup> harmônico da corrente.

A consideração dos efeitos dos harmônicos na linha é feita incluindo-se fasores dinâmicos para outros harmônicos do sistema. Podem-se incluir quantos harmônicos forem necessários para representar adequadamente o comportamento do sistema.

Embora nesta tese não se tenha feito o desenvolvimento completo das equações de fasores dinâmicos incluindo harmônicos, a equação a seguir ilustra como seria a estrutura do sistema de equações do modelo com harmônicos incluídos (a tensão da fonte foi omitida por simplicidade):

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \vdots \\ \dot{X}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^1(6,6) & B^{1,2}(6,6) & \cdots & B^{1,n}(6,6) \\ B^{2,1}(6,6) & A^2(6,6) & \cdots & B^{2,n}(6,6) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ B^{n,1}(6,6) & B^{n,2}(6,6) & \cdots & A^n(6,6) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} \quad (5-28)$$

onde:

$X_k = [i_{rk} \quad i_{ik} \quad v_{fjk} \quad v_{fik} \quad v_{grk} \quad v_{gik}]^T$ ,  $A^k(6,6)$  são as matrizes não-lineares de sexta ordem que representam as relações entre fasores harmônicos de mesma ordem  $k$  e

$B^{k,m}(6,6)$  são as matrizes não-lineares de sexta ordem que representam os acoplamentos entre os harmônicos de ordens  $k$  e  $m$ .

No caso do sistema dado como exemplo nesta seção, provavelmente a inclusão apenas dos fasores dinâmicos de terceiro harmônico seria suficiente para uma modelagem adequada.

Embora possam ocorrer situações em que a corrente harmônica na linha precise ser considerada, o exemplo dado nesta seção para ilustrar a influência dos harmônicos no comportamento dinâmico tem um caráter meramente didático, uma vez que essa configuração não deve ser usada. Ainda que se deseje obter um alto grau de compensação série variável da linha de transmissão, por razões técnico-econômicas, tal compensador seria provavelmente formado por multimódulos (SOUZA *et al.*, 2000). Neste caso, a distorção harmônica de corrente na linha seria baixa e o modelo dado por (5-20) representaria adequadamente o sistema.

#### 5.4.4 VARIAÇÃO DA FREQUÊNCIA

Para o GCSC operando com modo de controle de ângulo de bloqueio, JESUS *et al.* (2006) perceberam que variações de frequência influenciam o ângulo de corte. O controle de ângulo de corte se dá comparando um ângulo de referência a uma rampa sincronizada ao zero de corrente na linha. Essa rampa é obtida pela integração de um sinal constante, ou seja, tem a inclinação constante. Uma diminuição da frequência elétrica fará com que o próximo cruzamento por zero ocorra em um intervalo superior a  $T/2$ , onde  $T$  é o período correspondente à frequência elétrica original. O corte da válvula ocorrerá em um instante correspondente a um ângulo de corte menor do que o ordenado, o que fará com que a compensação aumente. Efeito oposto ocorre com o aumento da frequência elétrica, que faz com que o ângulo de corte aumente e a compensação diminua.

JESUS *et al.* (2006) mostram que este efeito tende a amortecer oscilações de frequência na linha. O modelo de fasores dinâmicos considera que a frequência angular da rede elétrica se mantém constante, por isso esse efeito não é incorporado aos modelos desenvolvidos.

## 5.5 MODELO LINEAR DO GCSC UTILIZANDO FASORES DINÂMICOS

### 5.5.1 OBTENÇÃO DO MODELO LINEAR

De forma a poder usar técnicas de análise linear em sistemas contendo um GCSC, será feita uma aproximação linear do modelo dado em (5-20) para pequenas perturbações. A equação (5-29) é uma modificação de (5-20):

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{I}_{r1} = -\frac{R}{L} \cdot I_{r1} + \omega \cdot I_{i1} - \frac{1}{L} \cdot V_{fr1} - \frac{1}{L} \cdot V_{gr1} + \frac{1}{L} \cdot V_{sr,r} \\ \dot{I}_{i1} = -\omega \cdot I_{r1} - \frac{R}{L} \cdot I_{i1} - \frac{1}{L} \cdot V_{fi1} - \frac{1}{L} \cdot V_{gi1} + \frac{1}{L} \cdot V_{sr,i} \\ \dot{V}_{fr1} = \frac{1}{C_f} \cdot I_{r1} + \omega \cdot V_{fr1} \\ \dot{V}_{fi1} = \frac{1}{C_f} \cdot I_{i1} - \omega \cdot V_{fr1} \\ \dot{V}_{gr1} = \frac{1}{C_g} \cdot \frac{1}{\pi} [I_{r1} \cdot (A_{aa0} + A_{aa1}) + I_{i1} \cdot A_{ab}] + \omega \cdot V_{gi1} \\ \dot{V}_{gi1} = \frac{1}{C_g} \cdot \frac{1}{\pi} [I_{r1} \cdot A_{ab} + I_{i1} \cdot (A_{aa0} - A_{aa1})] - \omega \cdot V_{gr1} \end{array} \right. , \quad (5-29)$$

onde:

$$\begin{aligned} A_{aa0} &= 2\pi - 2\gamma + 2\Delta\theta \\ A_{aa1} &= -\text{sen}(2\gamma - 2\Delta\theta) \cdot \cos(2\Delta\theta - 2\varepsilon). \\ A_{ab} &= \text{sen}(2\gamma - 2\Delta\theta) \cdot \text{sen}(2\Delta\theta - 2\varepsilon) \end{aligned} \quad (5-30)$$

Os termos destacados  $A_{aa0}$ ,  $A_{aa1}$  e  $A_{ab}$  são os termos não-lineares da equação, pois dependem de  $\gamma$ ,  $I_l$  e  $V_{gl}$ . A linearização de (5-29) é obtida fazendo-se:

$$\begin{aligned} I_{r1} &= I_{r1}^0 + dI_{r1} & V_{gi1} &= V_{gi1}^0 + dV_{gi1} \\ I_{i1} &= I_{i1}^0 + dI_{i1} & \gamma &= \gamma^0 + d\gamma \\ V_{fr1} &= V_{fr1}^0 + dV_{fr1} & A_{aa0} &= A_{aa0}^0 + dA_{aa0} \\ V_{fi1} &= V_{fi1}^0 + dV_{fi1} & A_{aa1} &= A_{aa1}^0 + dA_{aa1} \\ V_{gr1} &= V_{gr1}^0 + dV_{gr1} & A_{ab} &= A_{ab}^0 + dA_{ab} \end{aligned} \quad (5-31)$$

onde  $dx$  indica uma pequena perturbação da variável  $x$  em torno de  $x^0$ . O problema passa a ser a obtenção da aproximação linear dos termos não-lineares de (5-29):

$$\begin{aligned} dA_{aa0} &= F_1[dI_{r1}, dI_{i1}, dV_{gr1}, dV_{gi1}, d\gamma] \\ dA_{aa1} &= F_2[dI_{r1}, dI_{i1}, dV_{gr1}, dV_{gi1}, d\gamma] \\ dA_{ab} &= F_3[dI_{r1}, dI_{i1}, dV_{gr1}, dV_{gi1}, d\gamma]. \end{aligned} \quad (5-32)$$

O desenvolvimento detalhado do modelo linearizado, a partir da aproximação das variáveis para pequenas perturbações, é apresentado no Anexo III. O modelo linear obtido é:

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_{r1} \\ \dot{I}_{i1} \\ \dot{V}_{fr1} \\ \dot{V}_{fi1} \\ \dot{V}_{gr1} \\ \dot{V}_{gi1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & \omega & -\frac{1}{L} & 0 & -\frac{1}{L} & 0 \\ -\omega & -\frac{R}{L} & 0 & -\frac{1}{L} & 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C_f} & 0 & 0 & +\omega & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_f} & -\omega & 0 & 0 & 0 \\ A_{5,1} & A_{5,2} & 0 & 0 & A_{5,5} & A_{5,6} + \omega \\ A_{6,1} & A_{6,2} & 0 & 0 & A_{6,5} - \omega & A_{6,6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{r1} \\ I_{i1} \\ V_{fr1} \\ V_{fi1} \\ V_{gr1} \\ V_{gi1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ B_{5,1} & B_{5,2} & B_{5,3} \\ B_{6,1} & B_{6,2} & B_{6,3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{sr,r} \\ V_{sr,i} \\ \gamma \end{bmatrix} \quad (5-33)$$

Os indicadores de pequenos sinais ( $dI_{r1}$ ,  $dI_{i1}$ , etc.) foram omitidos por simplicidade de notação. Tem-se ainda:

$$\begin{aligned} A_{5,1} &= \frac{1}{C_g \cdot \pi} \{2\pi - 2\gamma - \cos(2\varepsilon) \text{Sen}(2\gamma) \\ &\quad + \frac{2V_{gr1}[I_{r1} + I_{i1} \text{sen}(2\gamma + 2\varepsilon) + I_{r1} \cos(2\gamma - 2\varepsilon)]}{I_{r1}V_{gi1} - I_{i1}V_{gr1}}\} \\ A_{5,2} &= \frac{1}{C_g \cdot \pi} \{-\text{sen}(2\gamma) \text{sen}(2\varepsilon) \\ &\quad + \frac{2V_{gi1}[I_{r1} + I_{i1} \text{sen}(2\gamma + 2\varepsilon) + I_{r1} \cos(2\gamma - 2\varepsilon)]}{I_{r1}V_{gi1} - I_{i1}V_{gr1}}\}, \\ A_{5,5} &= \frac{1}{C_g \cdot \pi} \left\{ \frac{2I_{r1}[I_{r1} + I_{i1} \text{sen}(2\gamma + 2\varepsilon) + I_{r1} \cos(2\gamma - 2\varepsilon)]}{I_{r1}V_{gi1} - I_{i1}V_{gr1}} \right\} \\ A_{5,6} &= \frac{1}{C_g \cdot \pi} \left\{ \frac{2I_{i1}[I_{r1} + I_{i1} \text{sen}(2\gamma + 2\varepsilon) + I_{r1} \cos(2\gamma - 2\varepsilon)]}{I_{r1}V_{gi1} - I_{i1}V_{gr1}} \right\} \end{aligned} \quad (5-34)$$

$$\begin{aligned}
A_{6,1} &= \frac{1}{C_g \cdot \pi} \left\{ -\text{sen}(2\gamma) \text{sen}(2\varepsilon) \right. \\
&\quad \left. + \frac{2V_{gr1}[I_{i1} + I_{r1} \text{sen}(2\gamma + 2\varepsilon) - I_{i1} \cos(2\gamma - 2\varepsilon)]}{I_{r1}V_{gi1} - I_{i1}V_{gr1}} \right\} \\
A_{6,2} &= \frac{1}{C_g \cdot \pi} \{2\pi - 2\gamma + \text{sen}(2\gamma) \cos(2\varepsilon) \\
&\quad + \frac{2V_{gi1}[I_{i1} + I_{r1} \text{sen}(2\gamma + 2\varepsilon) - I_{i1} \cos(2\gamma - 2\varepsilon)]}{I_{r1}V_{gi1} - I_{i1}V_{gr1}} \} \\
A_{6,5} &= \frac{1}{C_g \cdot \pi} \left\{ \frac{2I_{r1}[I_{i1} + I_{r1} \text{sen}(2\gamma + 2\varepsilon) - I_{i1} \cos(2\gamma - 2\varepsilon)]}{I_{r1}V_{gi1} - I_{i1}V_{gr1}} \right\} \\
A_{6,6} &= \frac{1}{C_g \cdot \pi} \left\{ \frac{2I_{i1}[I_{i1} + I_{r1} \text{sen}(2\gamma + 2\varepsilon) - I_{i1} \cos(2\gamma - 2\varepsilon)]}{I_{r1}V_{gi1} - I_{i1}V_{gr1}} \right\}
\end{aligned} \tag{5-35}$$

e

$$\begin{aligned}
B_{5,1} &= \frac{2}{C_g \cdot \pi} \text{sen}(2\gamma) [-I_{r1} \text{sen}(2\varepsilon) + I_{i1} \cos(2\varepsilon)] \frac{V_{sr,i}}{V_{sr,r}^2 + V_{sr,i}^2} \\
B_{5,2} &= \frac{2}{C_g \cdot \pi} \text{sen}(2\gamma) [I_{r1} \text{sen}(2\varepsilon) - I_{i1} \cos(2\varepsilon)] \frac{V_{sr,r}}{V_{sr,r}^2 + V_{sr,i}^2} \\
B_{5,3} &= \frac{1}{C_g \cdot \pi} \{-2I_{r1} + 2 \cos(2\gamma) [-I_{r1} \cos(2\varepsilon) + I_{i1} \text{sen}(2\varepsilon)]\} \\
B_{6,1} &= \frac{2}{C_g \cdot \pi} \text{sen}(2\gamma) [I_{i1} \text{sen}(2\varepsilon) + I_{r1} \cos(2\varepsilon)] \frac{V_{sr,i}}{V_{sr,r}^2 + V_{sr,i}^2} \\
B_{6,2} &= \frac{2}{C_g \cdot \pi} \text{sen}(2\gamma) [-I_{i1} \text{sen}(2\varepsilon) - I_{r1} \cos(2\varepsilon)] \frac{V_{sr,r}}{V_{sr,r}^2 + V_{sr,i}^2} \\
B_{6,3} &= \frac{1}{C_g \cdot \pi} \{-2I_{i1} + 2 \cos(2\gamma) [I_{i1} \cos(2\varepsilon) + I_{r1} \text{sen}(2\varepsilon)]\}
\end{aligned} \tag{5-36}$$

### 5.5.2 RESULTADOS DE SIMULAÇÕES DIGITAIS

O modelo linear obtido foi comparado ao modelo não-linear através de simulações realizadas no programa *Mathematica 5.2* (WOLFRAM, 2003), utilizando-se a função *NDSolve*. O modelo não-linear foi implementado através de (5-20). O modelo linear foi implementado através de (5-33) a (5-36).

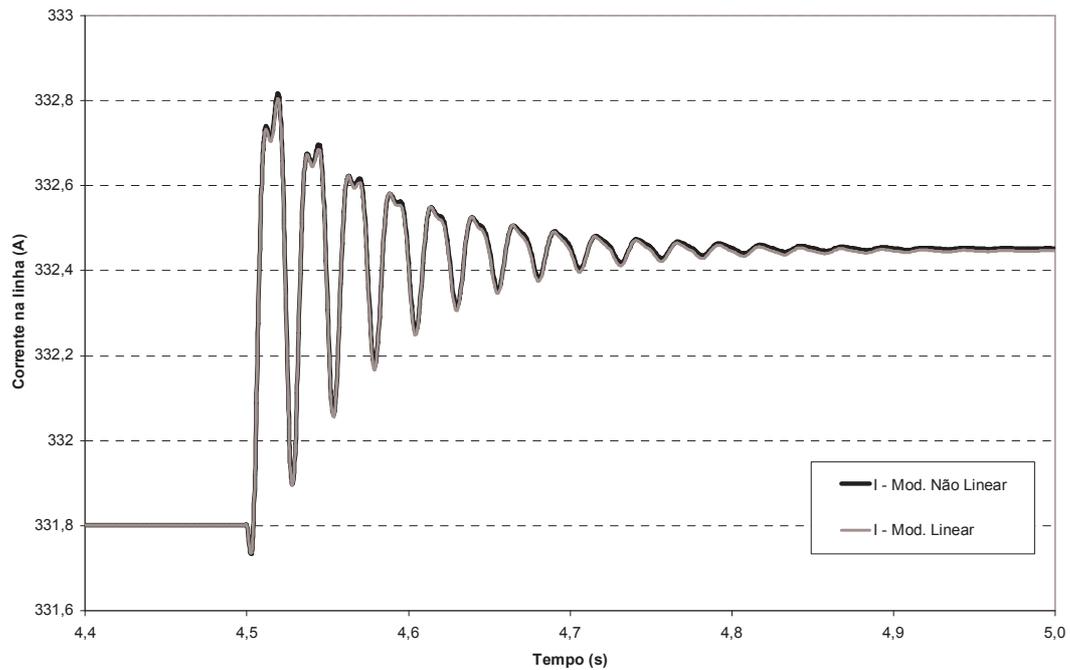
Um aspecto importante da simulação do modelo linear é ajustar corretamente o ponto de operação do sistema. Neste trabalho foram utilizadas, com sucesso, três formas distintas de obtenção dos valores em regime permanente:

- Simulação da operação em regime permanente do GCSC como um sistema periódico no tempo, utilizando funções de chaveamento. O modelo do sistema passa a ser um sistema de equações diferenciais de primeira ordem com

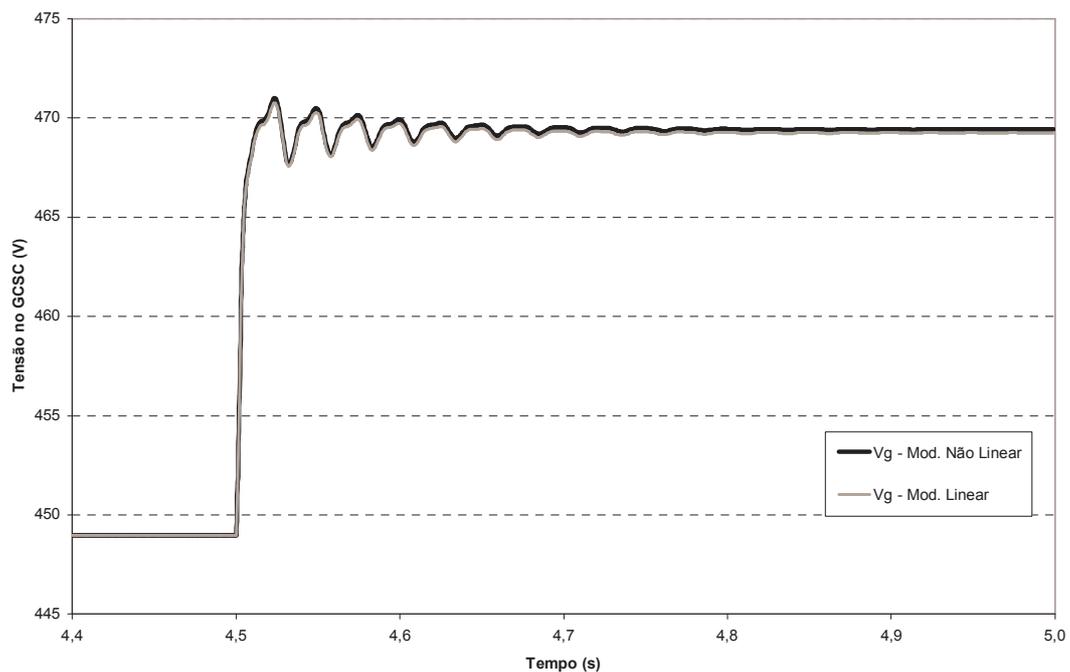
coeficientes periódicos no tempo. Esse método tem a vantagem de, uma vez conhecida a função de chaveamento do equipamento, ser facilmente implementável em qualquer programa de computador de cálculos matemáticos, como o *Mathematica 5.2*. As principais desvantagens do método são: a solução numérica do sistema de equações periódicas é complicada e pode tornar a simulação lenta; é necessário ajustar o ângulo da função de chaveamento adequadamente, tal que ela fique sincronizada com a corrente de linha; as formas de onda de tensões e correntes obtidas são valores no tempo, sendo necessário obter seus valores fundamentais.

- Simulação transitória no ATP, no qual os componentes do sistema de potência e o controle do GCSC são modelados. Caso se tenha o modelo do sistema implementado, a simulação é simples. Contudo, o desenvolvimento do modelo é uma tarefa complicada e que demanda bastante tempo. Tal qual na simulação com funções de chaveamento, as formas de onda de tensões e correntes obtidas são valores no tempo, sendo necessário obter seus valores fundamentais.
- Simulação do modelo não-linear. Uma vez validado o modelo, a simulação é rápida e os valores obtidos para as grandezas já estão na forma fasorial necessária ao modelo linear. Este método foi usado nas simulações cujos resultados são apresentados a seguir.

Na primeira simulação, o GCSC é posto a operar com um ângulo de corte de  $120^\circ$ . Em  $t=4,5$  s, aplica-se uma pequena perturbação de  $-1^\circ$  no ângulo de corte do equipamento. A Figura 5-25 mostra uma comparação das correntes de linha obtidas pelos modelos linear e não-linear. A Figura 5-26 mostra as tensões no capacitor obtidas por ambos os modelos. Em ambos os casos, as curvas são praticamente coincidentes.



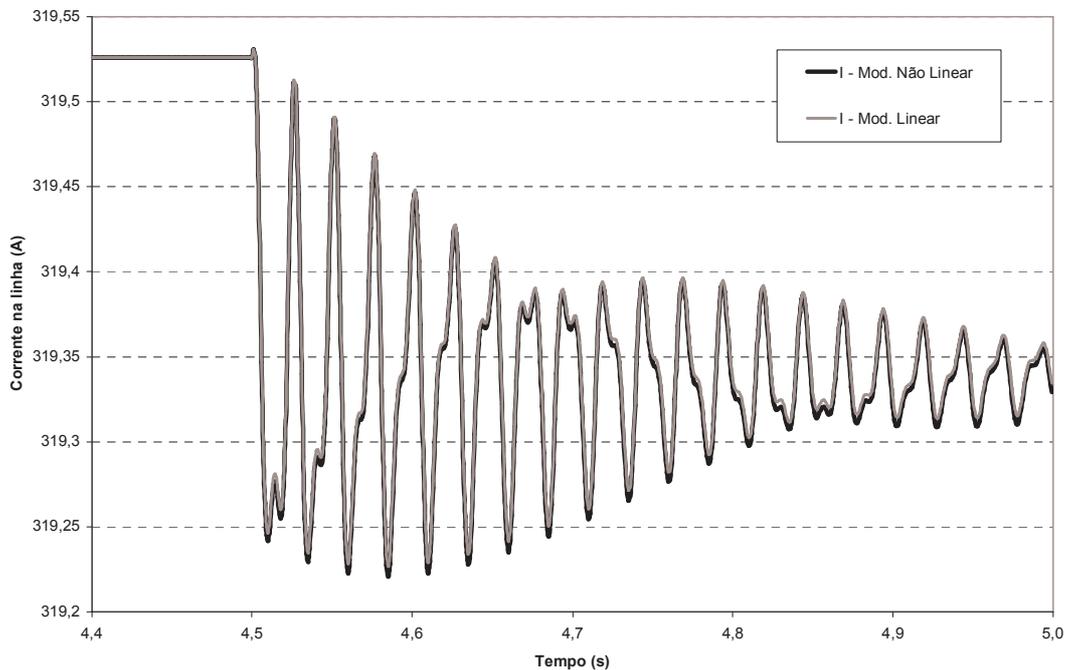
**Figura 5-25:** Comparação da corrente na linha para os modelos linear e não-linear, com o GCSC operando com  $120^\circ$  e considerando um degrau de  $-1^\circ$  no ângulo de corte em  $t=4,5$  s



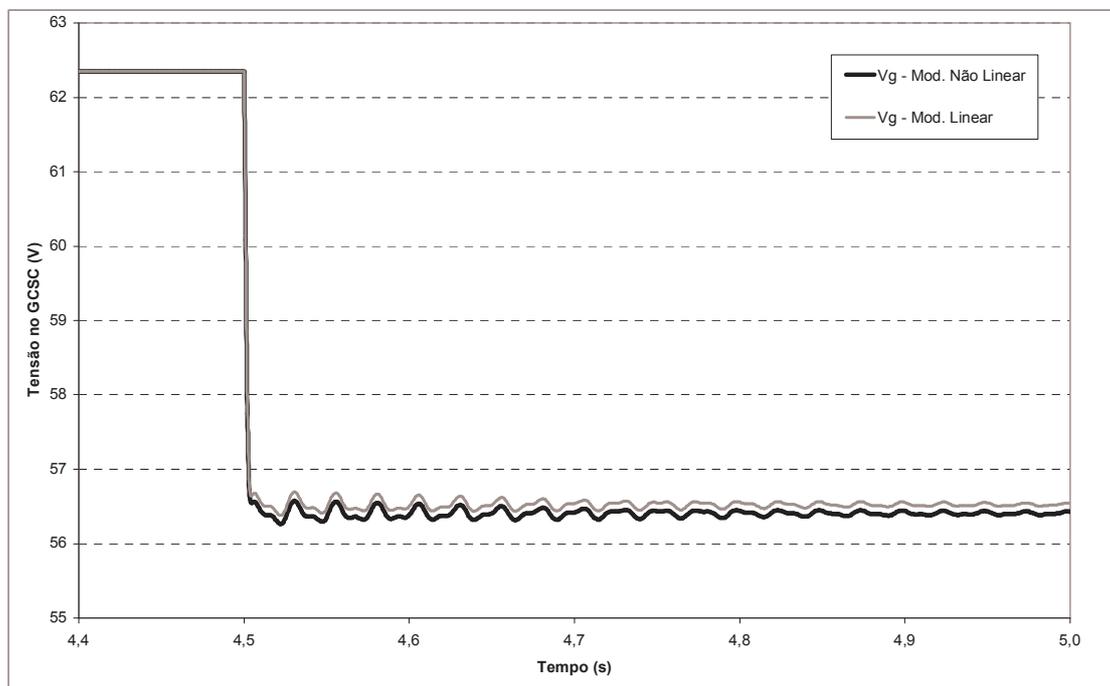
**Figura 5-26:** Comparação da tensão no capacitor para os modelos linear e não-linear, com o GCSC operando com  $120^\circ$  e considerando um degrau de  $-1^\circ$  no ângulo de corte em  $t=4,5$  s

Na segunda simulação, o GCSC é posto a operar com um ângulo de corte de  $150^\circ$  e uma pequena perturbação de  $+1^\circ$  é aplicada no ângulo de corte em  $t=4,5$  s. A Figura 5-27 mostra as correntes de linha e a Figura 5-28 mostra as tensões no capacitor obtidas

pelos modelos linear e não-linear. A diferença entre as curvas de tensão após o degrau é inferior a 1%.



**Figura 5-27:** Comparação da corrente na linha para os modelos linear e não-linear, com o GCSC operando com  $150^\circ$  e considerando um degrau de  $+1^\circ$  no ângulo de corte em  $t=4,5$  s



**Figura 5-28:** Comparação da tensão no capacitor para os modelos linear e não-linear, com o GCSC operando com  $150^\circ$  e considerando um degrau de  $+1^\circ$  no ângulo de corte em  $t=4,5$  s

Embora possa parecer que o degrau de  $1^\circ$  no ponto de operação de  $150^\circ$  seja uma perturbação relativamente menor do que um degrau de mesmo tamanho no ponto de

operação de  $120^\circ$ , esse degrau deve ser comparado ao período de não condução das válvulas. Para o ponto de operação de  $120^\circ$ , um degrau de  $1^\circ$  corresponde a uma variação de  $2^\circ$  no período de não condução original de  $120^\circ$ , correspondendo a uma variação relativa de 1,67%. Já para o ponto de operação de  $150^\circ$ , a variação é de  $2^\circ$  em um período de não condução original de  $60^\circ$ , correspondendo a uma variação relativa de 3,33%. Essa diferença explica porque o resultado da primeira simulação mostrou uma maior coincidência entre os modelos linear e não-linear.

### 5.5.3 FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA

O sistema representado por (5-9) pode ser descrito na forma de espaço de estados:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{u} \quad (5-37)$$

onde

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} I_{r1} \\ I_{i1} \\ V_{fr1} \\ V_{fi1} \\ V_{gr1} \\ V_{gi1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} V_{sr,r} \\ V_{sr,i} \\ \gamma \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ B_{5,1} & B_{5,2} & B_{5,3} \\ B_{6,1} & B_{6,2} & B_{6,3} \end{bmatrix} \quad e$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & \omega & -\frac{1}{L} & 0 & -\frac{1}{L} & 0 \\ -\omega & -\frac{R}{L} & 0 & -\frac{1}{L} & 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C_f} & 0 & 0 & +\omega & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_f} & -\omega & 0 & 0 & 0 \\ A_{5,1} & A_{5,2} & 0 & 0 & A_{5,5} & A_{5,6} + \omega \\ A_{6,1} & A_{6,2} & 0 & 0 & A_{6,5} - \omega & A_{6,6} \end{bmatrix}.$$

A matriz de transferência do sistema pode ser obtida por (OGATA, 1990):

$$G(s) = (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{B}, \quad (5-38)$$

onde  $I$  é a matriz identidade de  $6^{\text{a}}$  ordem.

A matriz  $G(s)$  fornece as funções de transferência entre a tensão da fonte e o ângulo de corte do GCSC e as variáveis de estado do sistema, dadas pelas partes real e imaginária dos fasores dinâmicos. Para o sistema da Figura 5-1, são apresentadas a seguir as funções de transferência entre ângulo de corte e, respectivamente, partes real e imaginária da tensão no GCSC. O ponto de operação considerado é  $\gamma=120^\circ$ . Tem-se:

$$G_{5,3}(s) = \frac{-948,48 s^5 + 3,815 \cdot 10^8 s^4 + 1,307 \cdot 10^9 s^3 + 1,159 \cdot 10^{14} s^2 + 2,352 \cdot 10^{14} s + 5,816 \cdot 10^{18}}{s^6 + 941,41 s^5 + 6,862 \cdot 10^5 s^4 + 2,973 \cdot 10^8 s^3 + 1,236 \cdot 10^{11} s^2 + 1,607 \cdot 10^{13} s + 5,006 \cdot 10^{15}} \quad (5-39)$$

e

$$G_{6,3}(s) = \frac{4,175 \cdot 10^5 s^5 + 3,684 \cdot 10^6 s^4 + 1,394 \cdot 10^{11} s^3 + 8,744 \cdot 10^{11} s^2 + 8,218 \cdot 10^{15} s + 3,160 \cdot 10^{16}}{s^6 + 941,41 s^5 + 6,862 \cdot 10^5 s^4 + 2,973 \cdot 10^8 s^3 + 1,236 \cdot 10^{11} s^2 + 1,607 \cdot 10^{13} s + 5,006 \cdot 10^{15}} \quad (5-40)$$

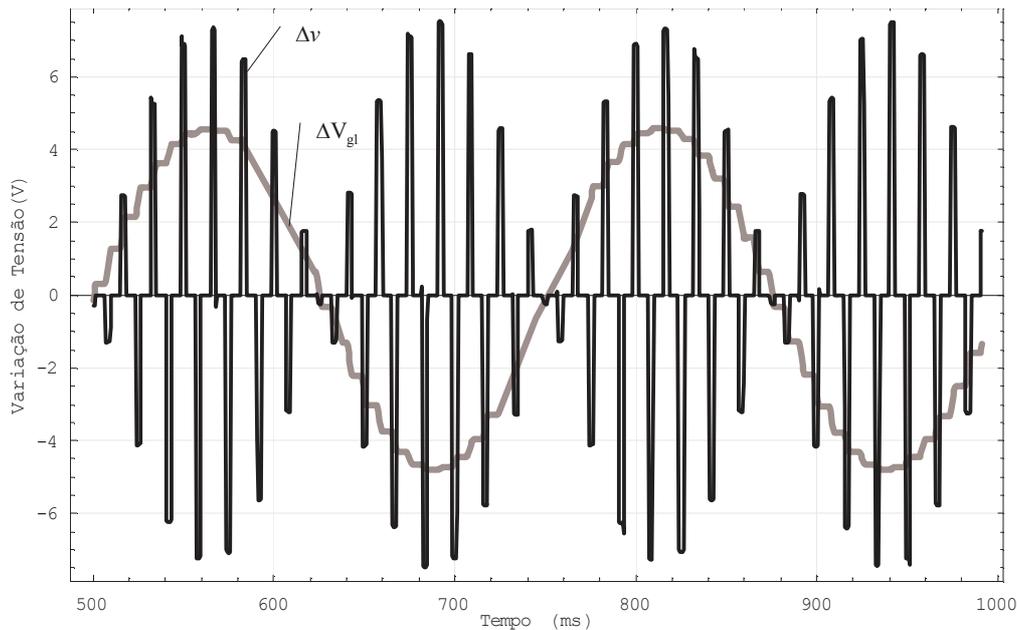
A partir da matriz de transferência, podem-se obter curvas de resposta em frequência entre as variáveis de entrada e os estados do sistema, para um dado ponto de operação. Nesta seção serão mostradas curvas de resposta em frequência apenas entre o ângulo de corte e a tensão no GCSC.

No ATP, o sistema foi posto em operação com um ângulo de corte  $\gamma_0$ . Posteriormente, foram simuladas perturbações senoidais em  $\gamma$ , em torno do ângulo de corte  $\gamma_0$ , com frequências variáveis e amplitudes da ordem de 0,5% de  $\gamma_0$ . As variações descritas foram consideradas pequenas o suficiente para que o comportamento do sistema pudesse ainda ser representado por seu modelo linear.

Foram feitas 30 simulações consecutivas para cada ponto de operação estudado. Cada simulação utilizou uma frequência diferente de modulação de  $\gamma$ , variando de 2 a 60 Hz, em intervalos de 2 Hz. Para cada simulação, foram obtidos o módulo e o ângulo do fasor fundamental (em 60 Hz) das variações de tensão no GCSC em torno de sua tensão em regime permanente. A variação de tensão no GCSC foi obtida pela diferença entre a tensão no capacitor com modulação senoidal do ângulo de corte em torno de  $\gamma_0$  e a tensão no capacitor com ângulo de corte  $\gamma_0$  constante.

Os resultados foram pós-processados utilizando-se o programa *Mathematica*, onde se obteve a variação do fasor fundamental de tensão no GCSC em torno da tensão de regime permanente. A Figura 5-29 mostra a variação da tensão e do fasor fundamental de tensão no GCSC para uma pequena modulação de 4 Hz em  $\gamma$  igual a  $120^{013}$ . Note-se que a modulação de 4 Hz no ângulo de bloqueio se transforma em componentes em 56 e 64 Hz em  $\Delta v$  e novamente em uma modulação de 4 Hz em  $\Delta V_{g1}$ .

<sup>13</sup> O valor de pico da tensão no GCSC para  $\gamma=120^\circ$  é de aproximadamente 584 V.



**Figura 5-29: Variação de tensão ( $\Delta v$ ) e do fasor fundamental de tensão ( $\Delta V_{g1}$ ) no GCSC para modulação do ângulo de corte em 4 Hz**

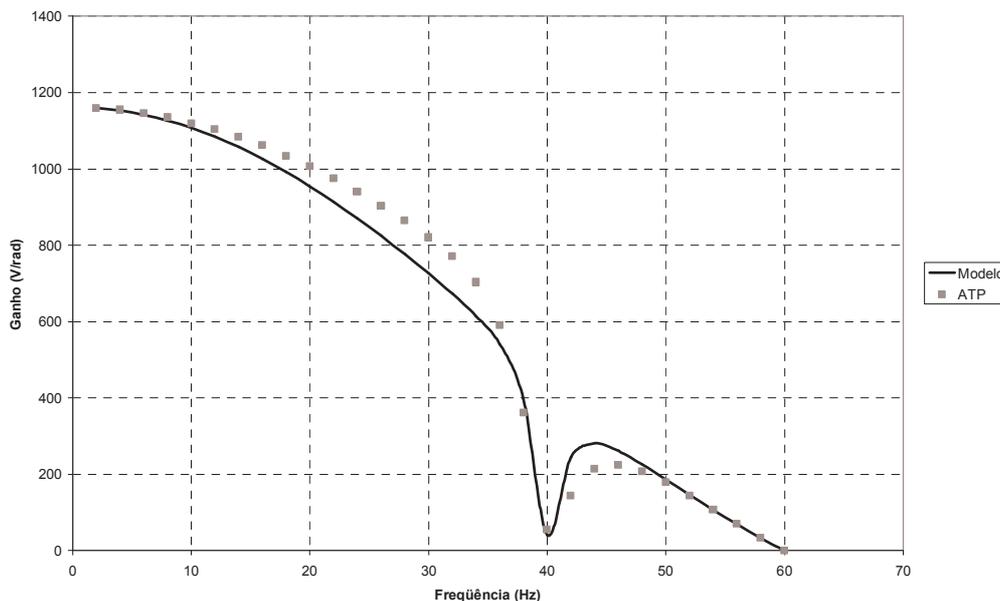
As curvas de resposta em frequência são obtidas diretamente a partir dos elementos correspondentes da matriz de transferência para o ponto de operação desejado fazendo-se  $s=j\cdot\omega$ . Porém, o modelo desenvolvido tem como variáveis de estado os componentes real e imaginário do fasor tensão no GCSC. A aplicação direta da transformada discreta de Fourier às tensões obtidas nas simulações realizadas no ATP fornece módulo e ângulo das tensões instantâneas no GCSC.

Neste trabalho, serão usadas as curvas de resposta em frequência dos componentes real e imaginário dos fasores de tensão, obtidas diretamente da matriz de transferência para o modelo desenvolvido. Para as simulações no ATP, é necessário determinar as projeções do fasor variação de tensão  $\Delta V_{g1}$  sobre os eixos real e imaginário.

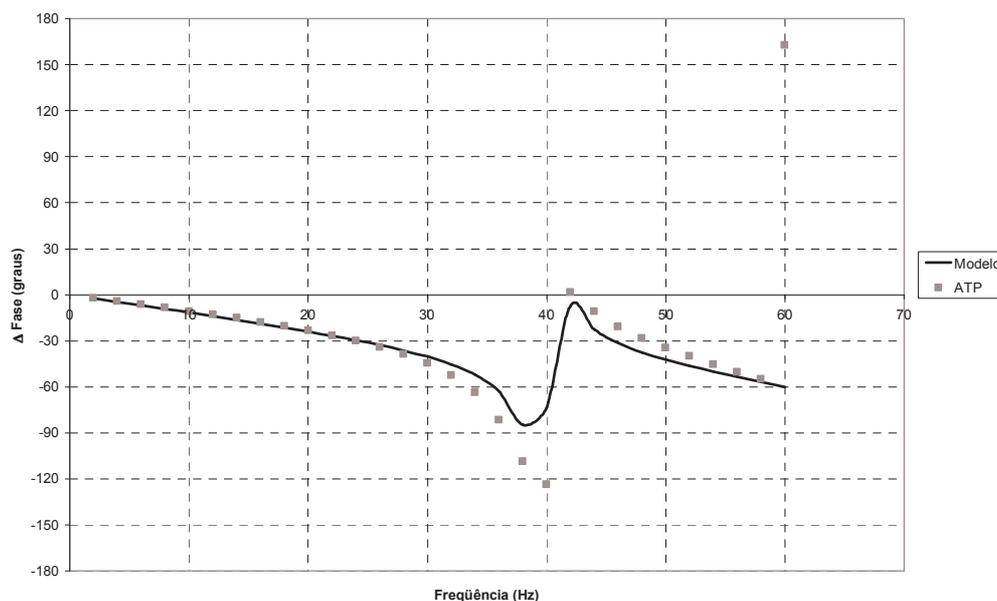
A Figura 5-30 mostra o ganho do componente real do fasor variação de tensão para um ponto de operação com ângulo de corte  $\gamma=120^\circ$ . A Figura 5-31 mostra a variação de fase do componente real do fasor variação de tensão. Ressalta-se que, para o modelo, a curva do ganho é obtida multiplicando-se o elemento correspondente da matriz de transferência pela função  $H(s)$  dada por (5-24), para se considerar o efeito da discretização do ângulo de corte. Para o cálculo da variação de fase, isso não é necessário: o ângulo de fase da função  $H(s)$  é cancelado quando se trabalha com variações de fase<sup>14</sup>. Considerando-se o problema de projeto de controladores para o GCSC, os resultados mostram que o modelo desenvolvido fornece uma aproximação

<sup>14</sup> Para a obtenção do valor *absoluto* da fase da tensão, deve-se considerar a fase de  $H(s)$ .

satisfatória da resposta em frequência obtida por simulação transitória do sistema no ATP para toda a faixa de frequência entre 0 e 60 Hz.



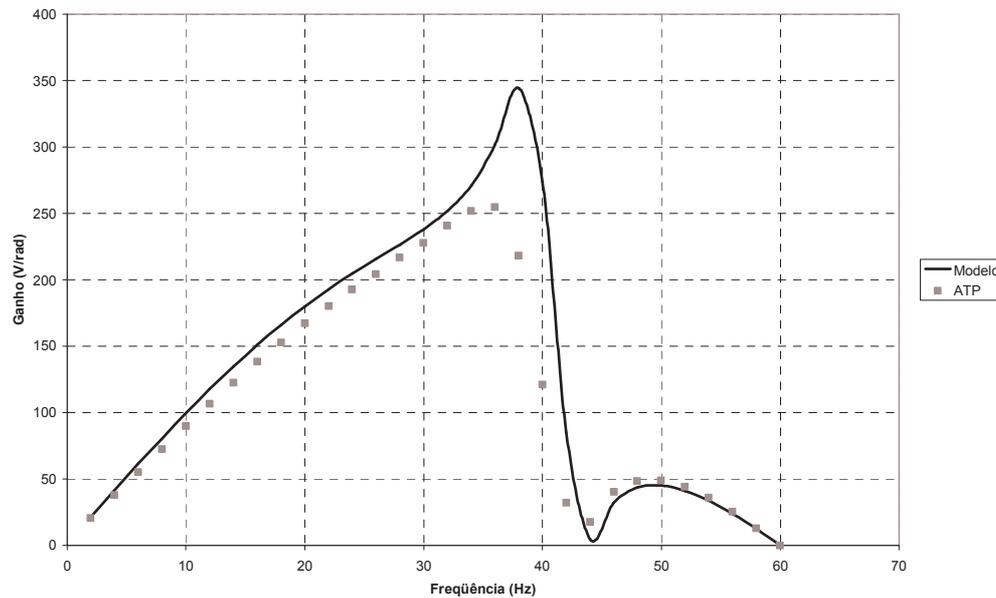
**Figura 5-30: Ganho no componente real do fasor tensão para modulações no ângulo de corte  $\gamma$  ( $\gamma^0=120^\circ$ )**



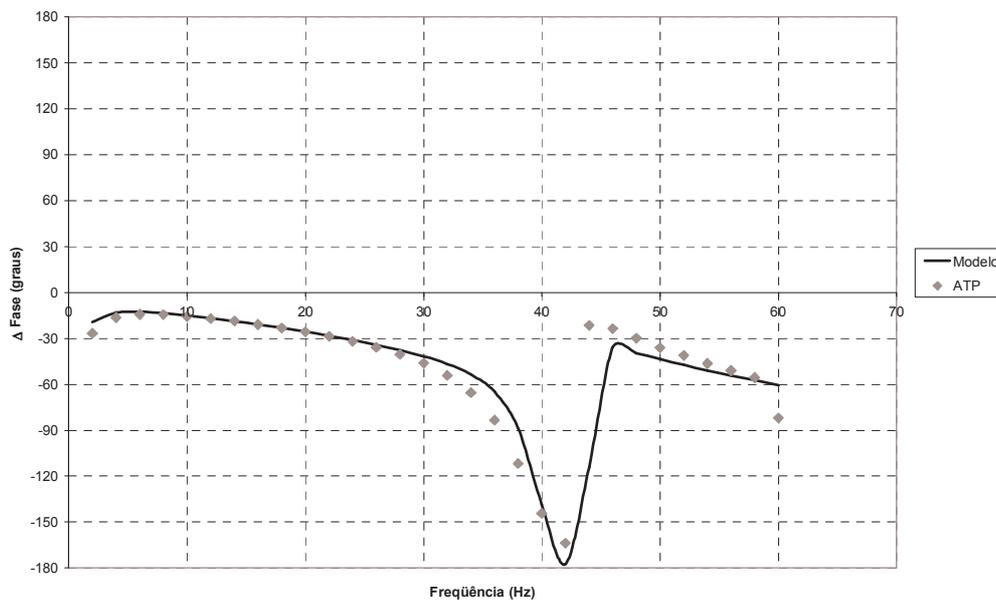
**Figura 5-31: Variação de fase no componente real do fasor tensão para modulações no ângulo de corte  $\gamma$  ( $\gamma^0=120^\circ$ )**

A Figura 5-32 mostra o ganho do componente imaginário do fasor variação de tensão para um ponto de operação com ângulo de corte  $\gamma=120^\circ$ . A Figura 5-33 mostra a variação de fase do componente imaginário do fasor variação de tensão para o mesmo ponto de operação. O modelo reproduz as curvas obtidas por simulação transitória no ATP para toda a faixa de frequência de 0 a 60 Hz, havendo alguma discrepância entre as curvas de ganho para frequências entre 34 Hz e 40 Hz. Contudo, para fins de projeto de

controladores para o GCSC, o modelo representa adequadamente o comportamento do equipamento.



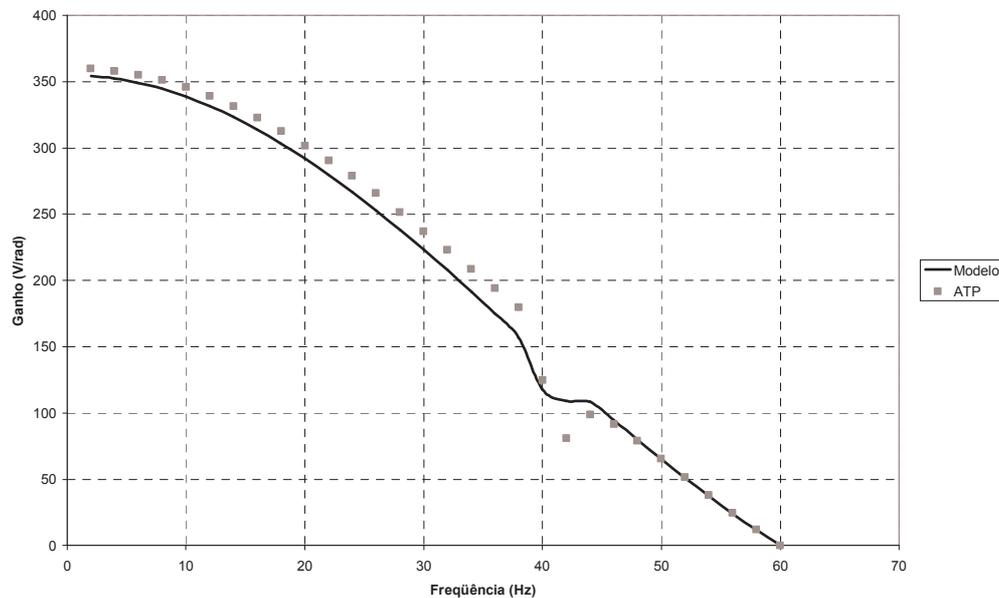
**Figura 5-32: Ganho no componente imaginário do fasor tensão para modulações no ângulo de corte  $\gamma$  ( $\gamma^0=120^\circ$ )**



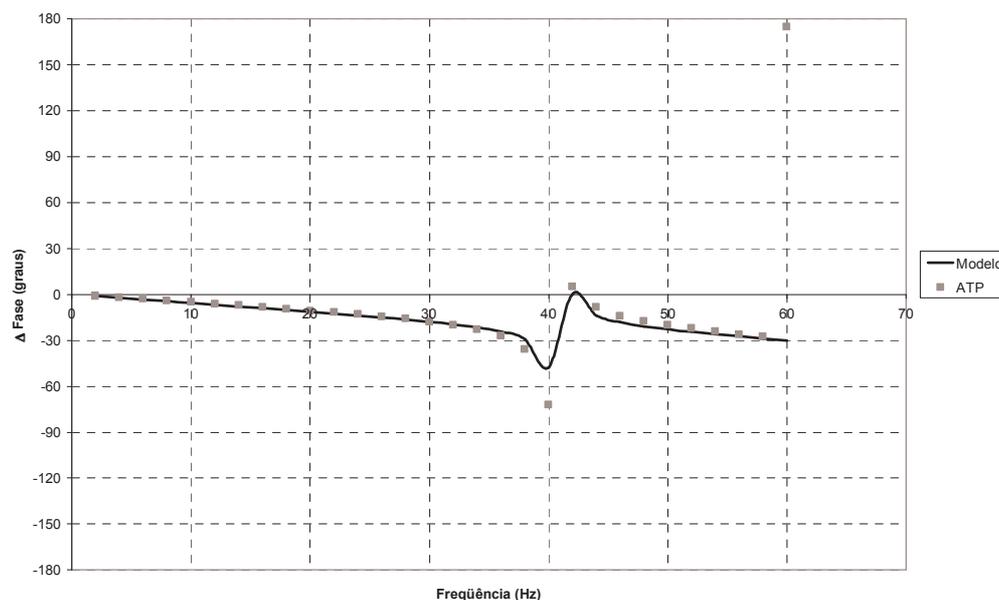
**Figura 5-33: Variação de fase no componente imaginário do fasor tensão para modulações no ângulo de corte  $\gamma$  ( $\gamma^0=120^\circ$ )**

A Figura 5-34 e a Figura 5-35 mostram, respectivamente, ganho e variação de fase do componente real do fasor variação de tensão para um ponto de operação com ângulo de corte  $\gamma=150^\circ$ . Novamente, percebe-se que o modelo representa adequadamente a resposta em frequência obtida por simulação transitória do sistema no ATP para toda a faixa de frequência entre 0 e 60 Hz. Comparando-se os ganhos dos componentes reais

para  $\gamma=150^\circ$  e  $\gamma=120^\circ$  (Figura 5-30), nota-se claramente a diferença entre as características do sistema em ambos os pontos de operação<sup>15</sup>.



**Figura 5-34: Ganho no componente real do fasor tensão para modulações no ângulo de corte  $\gamma$  ( $\gamma^0=150^\circ$ )**



**Figura 5-35: Variação de fase no componente real do fasor tensão para modulações no ângulo de corte  $\gamma$  ( $\gamma^0=150^\circ$ )**

A Figura 5-36 e a Figura 5-37 mostram, respectivamente, ganho e variação de fase do componente imaginário do fasor variação de tensão para o mesmo ponto de operação. Mais uma vez, o modelo representa adequadamente a resposta em freqüência

<sup>15</sup> Este resultado também é observado nos ganhos dos componentes imaginários para os dois pontos de operação.

obtida por simulação transitória do sistema no ATP, com algumas discrepâncias no ganho para frequências próximas a 40 Hz.

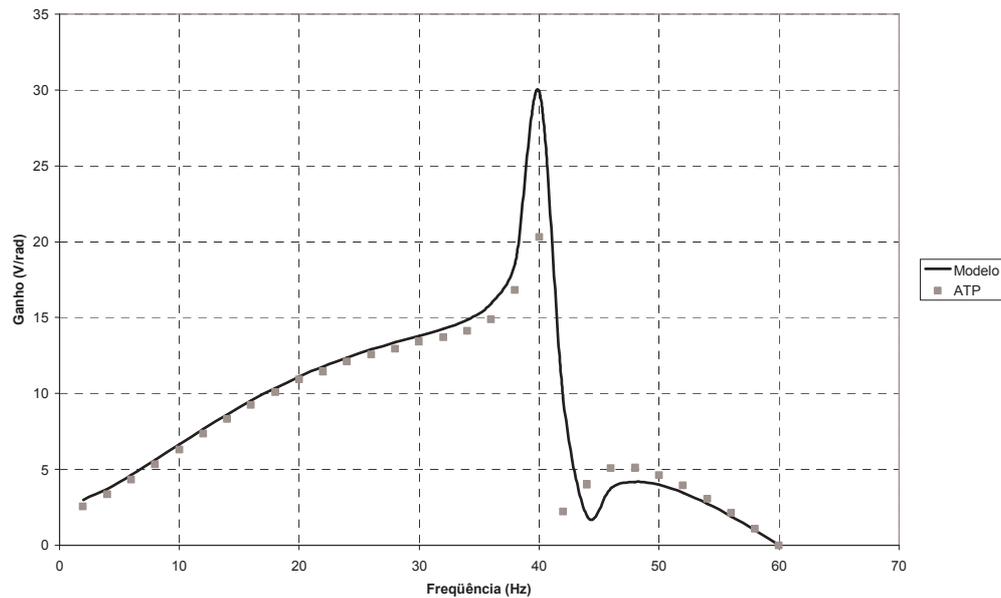


Figura 5-36: Ganho no componente imaginário do fasor tensão para modulações no ângulo de corte  $\gamma$  ( $\gamma^0=150^\circ$ )

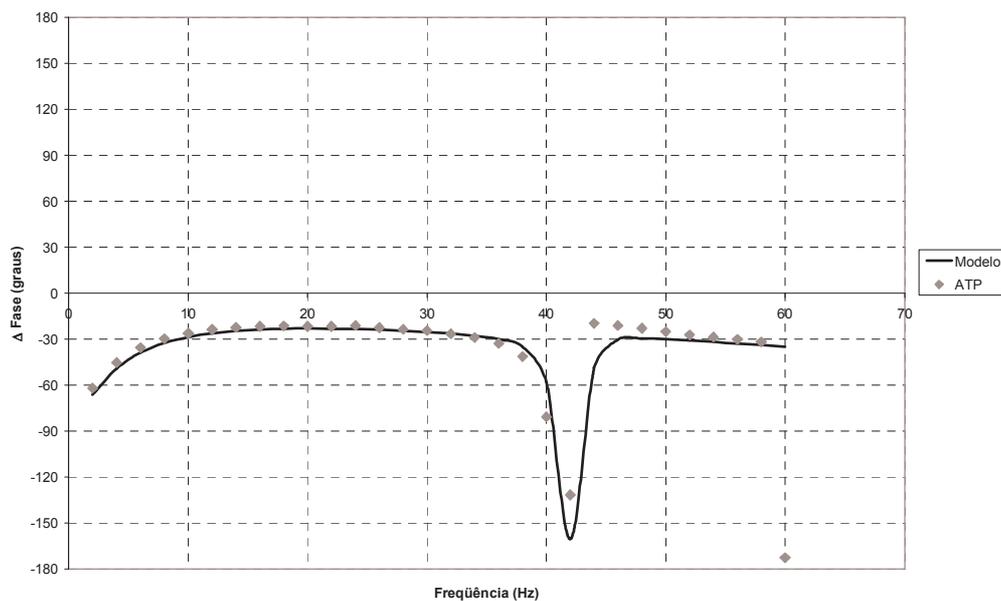


Figura 5-37: Variação de fase no componente imaginário do fasor tensão para modulações no ângulo de corte  $\gamma$  ( $\gamma^0=150^\circ$ )

## 5.6 CONCLUSÕES

Buscando um modelo matemático que representasse o comportamento dinâmico de um sistema contendo um GCSC, foram revisadas algumas diferentes técnicas de modelagem de equipamentos FACTS - particularmente do reator controlado a tiristor e do capacitor série controlado a tiristor. Utilizou-se neste capítulo a técnica de *fasores*

*dinâmicos*, através da qual se obteve um modelo não-linear que inter-relaciona os fasores fundamentais das variáveis de estado do sistema.

O modelo desenvolvido se aplica para o GCSC com modo de controle de corte por cruzamento por zero da corrente na linha. Para outros modos de controle do pulso de corte das válvulas autocomutadas, o modelo deve ser modificado. A referência de cruzamento por zero da corrente na linha é obtida a partir da amostragem do ângulo de fase da corrente de linha nos instantes em que a corrente é igual a zero. Essa referência foi aproximada pelo ângulo de fase da tensão entre os terminais da linha, admitindo que a tensão entre os terminais da linha e sua corrente estão defasadas de aproximadamente  $90^\circ$ .

Um aspecto importante do modelo desenvolvido é a incorporação da variação transitória do ângulo entre corrente e tensão fundamentais no capacitor. Em regime permanente, essa defasagem é igual a  $90^\circ$ , mas transitoriamente esta defasagem se modifica.

O modelo não-linear foi simulado e os resultados obtidos foram comparados a simulações transitórias realizadas no ATP. Os resultados mostram que o modelo desenvolvido obtém resultados bastante similares àqueles obtidos com o ATP, representando adequadamente o comportamento do sistema frente a degraus no ângulo de corte do GCSC. As principais diferenças observadas entre os resultados se refletem na corrente na linha, um pouco menos amortecida no modelo desenvolvido do que nas simulações realizadas no ATP, e na tensão no capacitor, que não incorpora os harmônicos no modelo mas cujo comportamento dinâmico ainda é bem representado somente pelo fasor fundamental.

Alguns fenômenos não incorporados ao modelo não-linear são discutidos. O efeito de discretização do ângulo  $\gamma$  nos instantes dos cortes das válvulas é apresentado e posteriormente incorporado no modelo linear obtido a partir da linearização do modelo não-linear.

O efeito da variação de corrente sobre o ângulo de disparo natural das válvulas é discutido e as diretrizes básicas para sua modelagem são apresentadas. Demonstra-se que a variação do ângulo de disparo natural devido a variações na amplitude da corrente na linha está intimamente ligada à componente contínua transitória na corrente na linha. A não inclusão deste efeito é, provavelmente, a principal causa do modelo desenvolvido apresentar um amortecimento ligeiramente inferior ao modelo simulado no ATP.

Também se viu que o modelo desenvolvido, que utiliza apenas fasores fundamentais, não representa adequadamente o comportamento dinâmico do sistema quando o conteúdo harmônico da corrente de linha é considerável. Embora uma aplicação real do GCSC, ainda que para alto grau de compensação série controlável da linha, não deva produzir muitos harmônicos, pois usaria o conceito de multimódulos, em situações em que o conteúdo harmônico da linha seja considerável, devem-se incluir fasores dinâmicos correspondentes aos harmônicos e os acoplamentos entre eles e os fasores dinâmicos fundamentais.

Por último, viu-se também que o efeito da variação de frequência na rede elétrica não é incorporado ao modelo, que considera a frequência da rede constante.

O modelo não-linear de fasores dinâmicos foi linearizado e simulado para pequenas perturbações em torno de um ângulo de corte de regime permanente. Comparações com o modelo não-linear mostraram que o modelo representa adequadamente o comportamento do sistema frente a pequenas perturbações. Uma vez obtido o modelo linear, podem-se usar técnicas de análise linear para o estudo do sistema. Neste trabalho, obteve-se a matriz da transferência do sistema.

As curvas de resposta em frequência do sistema frente a pequenas modulações senoidais do ângulo de corte de regime permanente foram obtidas para alguns pontos de operação e comparadas com resultados de simulações no ATP. Para estas simulações, foi incorporado ao modelo linear o efeito da discretização do ângulo de corte. Os resultados mostraram grande coincidência entre o modelo e as simulações no ATP para os dois pontos de operação selecionados.

O modelo desenvolvido pode ser usado em estudos de amortecimento de oscilações eletromecânicas e de ressonância subsíncrona. De posse deste modelo, podem-se projetar adequadamente controladores visando à mitigação destes fenômenos na rede elétrica. O modelo de fasores dinâmicos obtido pode facilmente ser interconectado a modelos de outros equipamentos e componentes da rede elétrica, também usualmente baseados em fasores.

## **CAPÍTULO 6 - CONCLUSÃO**

### **6.1 CONSTATAÇÕES FINAIS**

Nesta pesquisa de tese foram desenvolvidos modelos analíticos para o GCSC, representando seu comportamento para diferentes situações de operação.

As equações de regime permanente do GCSC, desenvolvidas no capítulo 2, permitem a obtenção das correntes e tensões eficazes em regime permanente nos componentes do equipamento, tal que se possa, por exemplo, dimensioná-los quanto a potência aparente. Foi feita uma comparação da operação em regime permanente do GCSC e do TCSC. Posteriormente, dimensionou-se GCSC e TCSC equivalentes para situações de controle de fluxo de potência e amortecimento de oscilações. Os resultados obtidos mostram que, se o GCSC pode eventualmente ser uma alternativa competitiva para amortecimento de oscilações eletromecânicas, ele é claramente mais vantajoso em situações de controle de fluxo de potência.

Foram desenvolvidas, no capítulo 3, funções de chaveamento para o GCSC utilizando as técnicas convencional (GYUGYI e PELLY, 1976) e generalizada (PILOTTO, 1994). Além disso, se propôs uma nova técnica de obtenção de funções de chaveamento capaz de eliminar por completo o fenômeno de Gibbs. Os modelos obtidos neste capítulo permitiram reproduzir adequadamente formas de onda do equipamento operando em regime permanente. Os modelos foram aplicados a diferentes métodos de geração de pulsos de corte de GCSC trifásicos em situações de desequilíbrio na rede elétrica.

A partir das funções de chaveamento desenvolvidas, no capítulo 4 se analisou a operação periódica do GCSC em regime permanente. Viu-se que a estabilidade de um GCSC cujas chaves operem periodicamente pode ser analisada pelo cálculo dos pólos de um SLIT equivalente cuja matriz  $A$  é obtida pela média da matriz dinâmica do sistema (modelo médio no espaço de estados). Comparações com resultados de simulações digitais no ATP mostraram que o método identifica adequadamente os modos de oscilação do sistema para os casos em que o GCSC efetivamente opera de forma periódica em regime permanente. Porém, viu-se que a operação em regime

permanente está intrinsecamente ligada ao modo de geração dos pulsos de corte das válvulas. Por exemplo, caso se utilize o método de controle da largura de pulso, o GCSC opera periodicamente frente a pequenas perturbações do regime permanente. No entanto, caso se utilize o método de controle por cruzamento por zero, ocorre um efeito de amortecimento das perturbações, mesmo com o equipamento operando em malha aberta.

Finalmente, no capítulo 5 foi desenvolvido um modelo dinâmico do GCSC baseado em fasores dinâmicos que representa adequadamente o comportamento do sistema. O modelo não-linear obtido reproduziu precisamente formas de onda de tensão no capacitor e corrente na linha para degraus no ângulo de corte que causassem aumento e diminuição da compensação série da linha. O capítulo também discutiu outros fenômenos não incluídos nos modelos não-lineares e seus efeitos na operação do equipamento, estabelecendo as bases para o desenvolvimento de trabalhos futuros. A partir da linearização do modelo não-linear, obteve-se um modelo linear capaz de representar o comportamento do sistema frente a pequenas perturbações. Os modelos obtidos podem ser acoplados a outros modelos fasoriais de equipamentos elétricos e componentes da rede, como máquinas elétricas e linhas de transmissão.

A Tabela 6-1 apresenta um sumário dos modelos desenvolvidos nesta tese e em quais situações de operação eles podem ser aplicados.

**Tabela 6-1: Sumário dos modelos desenvolvidos**

Capítulo	Modelo	Aplicação
2	Equações de regime permanente	Estudos paramétricos de operação em regime permanente; Dimensionamento de Mvar de componentes.
3	Funções de chaveamento	Obtenção de formas de onda em regime permanente.
4	Sistema linear periódico no tempo	Análise da estabilidade da operação periódica em regime permanente; Predição de eventuais instabilidades harmônicas.
5	Fasores dinâmicos	Estudos do comportamento dinâmico do sistema frente a degraus no ângulo de corte, oscilação eletromecânica e ressonância subsíncrona; Projeto de controladores.

As principais contribuições desta tese são destacadas a seguir:

- Demonstrou-se que o GCSC pode ser uma alternativa competitiva, do ponto de vista técnico-econômico, para aplicações de amortecimento de oscilações

eletromecânicas no sistema e que certamente é uma alternativa vantajosa para aplicações de controle do fluxo de potência na rede, nas quais o uso do TCSC é inviável;

- Desenvolveu-se um método de modelagem do GCSC por funções de chaveamento que elimina completamente o fenômeno de Gibbs e pode ser estendido a outros equipamentos de eletrônica de potência;
- Obteve-se a matriz dinâmica de um equivalente SLIT do GCSC capaz de fornecer importantes informações sobre a estabilidade da operação periódica em regime permanente de um sistema contendo o equipamento;
- Mostrou-se que um GCSC, operando com controle de pulsos de corte por cruzamento por zero da corrente, mesmo em malha aberta, tende a amortecer oscilações de corrente na linha;
- Obtiveram-se os modelos não-linear e linear de fasores dinâmicos do GCSC, adequados para análise dinâmica de sistemas contendo o equipamento;
- Descreveu-se o efeito de variações na amplitude da corrente na linha sobre a duração do período de não condução das válvulas do GCSC, mostrando-se sua relação com a componente contínua da corrente na linha e se estabelecendo as condições para sua incorporação ao modelo do equipamento.

Finalmente, os modelos desenvolvidos nesta tese, aliados a modelos desenvolvidos para o programa de simulações de transitórios ATP (SOUZA, 1998), criam condições para análise detalhada da operação dos sistemas elétricos contendo o GCSC para diversos fenômenos. Espera-se, com isso, que o conhecimento dos detalhes operativos do GCSC seja disseminado e que o equipamento possa ser considerado uma alternativa viável e competitiva, dos pontos de vista técnico e econômico, para situações em que se necessite de compensação série controlada de linhas de transmissão, despertando o interesse de concessionárias de transmissão de energia elétrica, órgãos de planejamento da expansão e operação do sistema elétrico e de fabricantes de equipamentos elétricos.

## 6.2 TRABALHOS FUTUROS

Alguns aspectos relevantes, que merecem mais investigações, foram observados ao longo desta pesquisa de tese. Os principais tópicos observados para trabalhos futuros nos capítulos 2 a 5 são ressaltados nos parágrafos seguintes.

No capítulo 2, viu-se que um GCSC equivalente a um TCSC possui um capacitor de reatância maior, o que tem um impacto direto sobre as sobretensões transitórias no equipamento. Um aspecto importante para uma avaliação técnico-econômica do GCSC, especialmente quando comparado ao TCSC, é o esquema de proteção do equipamento. Sabe-se que o GCSC não tem o potencial de contribuir ativamente para a limitação da corrente de curto-circuito na linha, como faz o TCSC (HINGORANI e GYUGYI, 2000), dado que o GCSC não possui um reator. Porém, mais pesquisa é necessária para se estabelecer qual é a real capacidade transitória das válvulas autocomutadas, sendo primordial **realizar uma análise transitória detalhada do GCSC frente a transitórios na rede elétrica, visando a projetar seus esquemas de proteção.** Também se viu que o princípio de funcionamento do GCSC é diferente daquele do TCSC, o que faz com que, em situações de baixa compensação série da linha de transmissão, a corrente na válvula seja elevada. **As perdas no GCSC, para vários padrões de operação,** devem ser investigadas, o que eventualmente envolverá uma modelagem detalhada do capacitor e, principalmente, da válvula.

No capítulo 3, a obtenção de uma função de chaveamento sem fenômeno de Gibbs para o GCSC encoraja a aplicação do método a outros dispositivos de eletrônica de potência, tanto do tipo reatância variável quanto baseados em conversores do tipo fonte de tensão. O método pode ser aplicado para a **obtenção de funções de chaveamento analíticas sem fenômeno de Gibbs de outros equipamentos de eletrônica de alta e baixa potência.**

No capítulo 4, a modelagem do GCSC como um sistema periódico trouxe algumas conclusões interessantes, aliadas a questões que devem motivar maiores investigações futuras. **A modelagem de sistemas elétricos de grande porte como SLPT** requer um maior aprofundamento na teoria de sistemas lineares periódicos no tempo e o uso de matemática avançada para o desenvolvimento de ferramentas numéricas para sua análise. **A técnica de aproximação da matriz constante  $Q$  do SLIT equivalente utilizando-se modelo médio no espaço de estados** precisa ser mais investigada visando à sua possível extensão a outros equipamentos FACTS. Viu-se que, para situações de

instabilidade harmônica, o método de controle dos pulsos de corte por cruzamento por zero apresenta uma grande vantagem sobre o método de controle dos pulsos de corte por largura de pulsos. É interessante **comparar os diferentes métodos de controle dos pulsos de corte** para outros fenômenos, procurando identificar outras vantagens e desvantagens de cada um deles para diferentes situações.

No capítulo 5, alguns fenômenos foram discutidos, mas não incorporados ao modelo de fasores dinâmicos do GCSC. **O efeito da variação da amplitude da corrente sobre o período de não condução das válvulas** deve ser incorporado futuramente para que se obtenha um modelo mais preciso. Caso se deseje aplicar o modelo a situações em que o conteúdo harmônico da corrente da linha seja significativo, deve-se **desenvolver um modelo de fasores dinâmicos contendo harmônicos**. Para uma maior precisão, também é importante **modelar detalhadamente o ângulo de fase referente ao cruzamento por zero da corrente de linha**, cujo comportamento foi apenas aproximado por seu valor médio. Finalmente, o modelo dinâmico desenvolvido deve ser usado em **estudos de amortecimento de oscilações eletromecânicas e mitigação de ressonância subsíncrona**, tanto para observar o comportamento do GCSC frente a estes fenômenos como para **projetar controladores adequados**.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALVES, J. E. R., Jr., PILOTTO, L. A. S., WATANABE, E. H., 2003, “TCR Nonlinear and Linear Dynamic Analytical Model”, In: *Proceedings of IEEE Power Engineering Society General Meeting*, Denver, Colorado, June 6-10.
- ALVES, J. E. R., Jr., 1999, *Modelagem de Reatores Controlados por Tiristores Baseada em Funções de Chaveamento Generalizadas*, Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.
- ANSI/IEEE, 1985, *IEEE Standard for Series Capacitors in Power Systems*, Standard no. 824.
- AREDES, M., 1996, *Active Power Line Conditioners*, Dr.-Ing. Thesis, Technische Universität Berlin, Berlin, Germany.
- BARBOSA, P. G., 1994, *Proposta de um Compensador Série Avançado Baseado em Conversores CC-CA Tipo Fonte de Tensão com Modulação PWM*. Tese de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ.
- BOHMANN, L. J., LASSETER, R. H., 1990, “Stability and Harmonics in Thyristor Controlled Reactors”, In: *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 5, No. 2 (April), pp. 1175-1181.
- CAIN, G., 1999, *Complex Analysis*. Georgia Institute of Technology, Atlanta, Georgia [online: [www.math.gatech.edu/~cain/winter99/complex.html](http://www.math.gatech.edu/~cain/winter99/complex.html)].
- DOBSON, I., 2001, “Stability and Nonlinear Dynamics in Thyristor and Diode Circuits”, In: Banerjee, S., Verghese, G. C. (eds), *Nonlinear Phenomena in Power Electronic Circuits*, Chapter 6, USA, IEEE Press.
- DOMMEL, H. W., 1986, *Electromagnetic Transients Program Reference Manual*. (EMTP Theory Book). Bonneville Press Administration, August.
- FOSSARD, A. J., NORMAN-CYROT, 1996, *Nonlinear Systems – Vol. 2: Stability and Control*, Chapman & Hall and Masson, London, 244 p.

- GAMA, C., ANGQÜIST, L., INGESTRÖM, G. *et al.*, 2000, “Commissioning and Operative Experience of TCSC for Damping Power Oscillation in the Brazilian North-South Interconnection”. In: *Proceedings of Cigré 1992 Session*, Session 14, Paper 104, Session Papers, Paris.
- GEER, J., BANERJEE, N. S., 1997, “Exponentially Accurate Approximations to Piece-Wise Smooth Periodic Functions”. In: *Journal of Scientific Computing*, Vol. 12, No. 3, pp 253-287.
- GOMES, S., Jr., MARTINS, N., STANKOVIC, A., 2006, "Improved Controller Design Using New Dynamic Phasor Models of SVC's Suitable for High Frequency Analysis". In: *Proceedings of 2005/2006 IEEE PES Transmission & Distribution Conference & Exposition*, Dallas, Texas, May 21-26.
- GOSH, A., LEDWICH, G., 1995, "Modeling and Control of Thyristor Controlled Series Compensators". In: *IEE Proc. Generation, Transmission and Distribution*, 142(3) (May), pp. 297-304.
- GYUGI, L., 1988, “Power Electronics in Electric Utilities: Static Var Compensators”. In: *Proceedings of the IEEE*, vol. 76, no. 4 (April), pp. 483-494.
- GYUGYI, L., PELLY, B. R., 1976, *Static Power Frequency Changers: Theory, Performance and Application*. John Wiley, New York, 442 p.
- HAGEDORN, P., 1988, *Non-Linear Oscillations*, 2<sup>nd</sup> edition, Clarendon Press, Oxford, 311 p.
- HAN, H. G., PARK, J. K., LEE, B. H., 1997, “Analysis of Thyristor Controlled Series Compensator Dynamics Using the State Variable Approach of a Periodic System Model”, In: *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 12, No. 4 (October), pp. 1744-1750.
- HINGORANI, N., GYUGYI, L., 2000, *Understanding FACTS: Concepts and Technology of Flexible AC Transmission Systems*. IEEE Press.
- HINGORANI, N. G, 1988,. “Power Electronics in Electric Utilities: Role of Power Electronics in Future Power Systems”. In: *Proceedings of the IEEE*, vol. 76, no. 4, (April), pp. 481-482.
- HUME, D. J., 2002, *Harmonic and Interharmonic Cross Modulation in HVDC Links*. Ph.D. Thesis, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand.

- IEEE, 1992, *IEEE Recommended Practices and Requirements for Harmonic Control in Electrical Power Systems*, Standard no. 519.
- IEEE, 2002, *IEEE Recommended Practice for Specifying Thyristor-Controlled Series Capacitors*, Standard no. 1534.
- JALALI, S. G., LASSETER, R. H., DOBSON, I., 1994, "Dynamic Response of a Thyristor Controlled Series Capacitor", In: *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 9, No. 3 (July), pp. 1609-1615.
- JESUS, F. D., WATANABE, E. H., SOUZA, L. F. W. de, ALVES, J. E. R., Jr., 2006, "SSR Mitigation using Gate-Controlled Series Capacitors", In: *Proceedings of IEEE Power Engineering Society General Meeting*, Montreal, Quebec, June 18-22.
- JIANBO, G., GESONG, C., JIMING, L., BAIQING, L., WEIZHOU, W., 2005, "Chengxian 220kV Thyristor Controlled Series Compensation: Parameters Design, Control & Overvoltage Protection", In: *Proceedings of 2005 IEEE/PES Transmission and Distribution Conference and Exhibition: Asia and Pacific*, Dalian, China, August 15-18.
- KARADY, G. G., ORTMAYER, T. H., PILVELAIT, B. R. *et al.*, 1993, "Continuously Regulated Series Capacitor," In: *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 8, no. 3 (July), pp. 1348-1354.
- KERI, A. J. F., WARE, B. J., BYRON, R. A. *et al.*, 1992, "Improving Transmission System Performance using Controlled Series Capacitors". In: *Proceedings of Cigré 1992 Session*, Joint Session 14/37/38, Paper 07, Session Papers, Paris.
- KUNDUR, P., 1994, *Power System Stability and Control*. The EPRI Power System Engineering Series, California: McGraw-Hill, Inc., 1176 p.
- LARSEN, E.V., CLARK, K., MISKE Jr., S.A. *et al.*, 1994, "Characteristics and Rating Considerations of Thyristor Controlled Series Compensation". *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 9, no. 2 (April), pp. 992-1000.
- LASSETER, R. H., LEE, S. Y., 1982, "Digital Simulation of Static VAR System Transients". In: *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-101, no. 10 (October), pp. 4171-4177.

- LIMA, L. T. G., SEMLYEN, A., IRAVANI, M. R., 2003, "Harmonic Domain Periodic Steady State Modeling of Power Electronics Apparatus: SVC and TCSC". In: *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 18, no. 3 (July), pp. 960-967.
- MAKSIMOVIC, D., STANKOVIC, A. M., THOTTUVELIL, V. J. *et al.*, 2001, "Modeling and Simulation of Power Electronic Converters". In: *Proceedings of IEEE*, vol. 89, no. 6, (June), pp.898-912.
- MARTINS, N., LIMA, L. T. G., PINTO, H. J. C. P., 1996, "Computing Dominant Poles of Power System Transfer Functions". In: *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 11, No. 1 (February), pp. 162-170.
- MATTAVELI, P., VERGHESE, G. C., STANKOVIC, A. M., 1997, "Phasor Dynamics of Thyristor Controlled Series Capacitor Systems", In: *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 12, No. 3 (August), pp. 1259-1267.
- MATTAVELI, P., STANKOVIC, A. M., VERGHESE, G. C., 1999, "SSR Analysis with Dynamic Phasor Model of Thyristor Controlled Series Capacitor", In: *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 14, No. 1 (February), pp. 200-208.
- MIDDLEBROOK, R. D., 1988, "Small-Signal Modeling of Pulse-Width Modulated Switched-Mode Power Converters", In: *Proceedings of IEEE*, Vol. 76, No. 4 (April), pp. 343-354.
- MILLER, T.J.E., 1982, *Reactive Power Control in Electric Systems*. John Wiley & Sons, Inc., USA, 381 p.
- MOHAN, N., ROBBINS, W. P., UNDELAND, T. M. *et al.*, 1994, "Simulation of Power Electronics and Motion Control Systems – An Overview". In: *Proceedings of IEEE*, vol. 82, no. 8 (August), pp. 1287-1302.
- MOHAN, N., UNDELAND, T. M., ROBBINS, W. P. , 1989, *Power Electronics: Converters, Applications, and Design*. John Wiley & Sons, Inc., Singapore, 667 p.
- MÖLLERSTEDT, E., BERNHARDSSON, B., 2000, "Out of Control Because of Harmonics", In: *IEEE Control Systems Magazine* (August), pp. 70-81.
- MÖLLERSTEDT, E., 2000, *Dynamic Analysis of Harmonics in Electrical Systems*, PhD Thesis, Lund Institute of Technology, Lund, Sweden.

- NEJAD, M. M., ORTMEYER, T. H., 1998, "GTO Thyristor Controlled Series Capacitor Switch Performance," In: *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 13, no. 2 (April), pp. 615–621.
- NODA, T., SEMLYEN, A., IRAVANI, R., 2003, "Harmonic Domain Transfer Function of a Nonlinear Time-Periodic Network", In: *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 18, no. 4 (October), pp. 1433–1441.
- OGATA, K., 1990, *Engenharia de Controle Moderno*. Tradução de I. J. Albuquerque, 2ª edição, Editora Prentice Hall do Brasil Ltda., Rio de Janeiro, 781 p.
- OLIVA, W. M., SALLUM, E. M., 1996, "Periodic Dynamic Systems for Infected Hosts and Mosquitoes", In: *Revista Saúde Pública*, no. 30(3), pp.218-223.
- OPPENHEIM, A.V., SCHAFER, R. W., 1989, *Discrete-time Signal Processing*. 1<sup>st</sup> ed. New Jersey, Prentice-Hall International, Inc, 879 p.
- OPPENHEIM, A.V., WILLSKY, A. S., YOUNG, I. T., 1983, *Signals and Systems*. 1<sup>st</sup> ed. London, Prentice-Hall International, Inc.
- OSKALAS, C. M., WOOD, A. R., 1998, "A frequency domain model of a thyristor controlled reactor", In: *Proceedings of 8<sup>th</sup> International Conference on Harmonics and Quality of Power*, Athens, October, pp.923-929.
- OSKALAS, C. M., HUME, D. J., WOOD, A. R., 2001, "Small Signal Frequency Domain Model of an HVDC Converter". In: *IEE Proceedings – Generation, Transmission and Distribution*, Vol. 148, No. 6, (November), pp. 573-578.
- OTHMAN, H. A., ÄNGQUIST, L., 1996, "Analytical Modeling of Thyristor Controlled Series Capacitor for SSR Studies", In: *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol 11, No. 1 (February), pp. 119-127.
- PILOTTO, L. A. S., 1994, *Modelagem Avançada de Sistemas CA/CC*, Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.
- RALSTON, A., 1965, *A First Course in Numerical Analysis*, International Student Edition, McGraw-Hill Kogakusha, Ltd., Tokyo, 578 p.
- RICO, J. J., MADRIGAL, M., ACHA, E., 2003, "Dynamic Harmonic Evolution Using the Extended Harmonic Domain", In: *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 18, No. 2 (April), pp.587-594.

- ROMMES, J. MARTINS, N., 2006, "Efficient Computation of Transfer Function Dominant Poles Using Subspace Acceleration". In: *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 21, No. 3 (August), pp. 1218-1226.
- ROYCHOWDHURY, J., 1999, "Reduced-Order Modeling of Time-Varying Systems". In: *IEEE Transactions on Circuits and Systems-II: Analog and Digital Signal Processing*, Vol. 46, No. 10 (October), pp. 1273-1288.
- SANCHEZ-GASCA, J. J., CHOW, J. H., 1996, "Power System Reduction to Simplify the Design of Damping Controllers for Interarea Oscillations". In: *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 11, No. 3 (August), pp. 1342-1349.
- SANDBERG, H., 2004, *Model Reduction of Linear Time-Varying Systems*. PhD Thesis, Lund Institute of Technology, Lund, Sweden.
- SANDERS, S. R., NOWOROLSKI, M., LIU, X. Z., VERGHESE, G. C., 1991, "Generalized Averaging Method for Power Conversion Circuits". In: *IEEE Transactions on Power Electronics*, Vol. 6, No. 2 (April), pp. 251-259.
- SATOH, K., YAMAMOTO, M., 2001, "The Present State of the Art in High-Power Semiconductor Devices". In: *Proceedings of the IEEE*, vol. 89, no. 6 (June), pp. 813-821.
- SEMLYEN, A., 1999, "S-Domain Methodology for Assessing the Small Signal Stability of Complex Systems in Non-Sinusoidal Steady State", In: *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 14, No. 1 (February), pp. 132-137.
- SINHA, S. C., BUTCHER, E. A., 1997, "Symbolic Computation of Fundamental Solution Matrices for Linear Time-Periodic Dynamical Systems", In: *Journal of Sound and Vibration*, 206(1), pp. 61-85.
- SINHA, S. C., BUTCHER, E. A., DÁVID, A., 1998, "Construction of Dynamically Equivalent Time-Invariant Forms for Time-Periodic Systems", In: *Nonlinear Dynamics*, no. 16, pp. 203-221.
- SOUZA, L. F. W. de., 1998, *Capacitor Série Controlado a GTO*. Tese de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ.
- SOUZA, L. F. W. de, WATANABE, E. H., ALVES, J. E. R., Jr. *et al.*, 2003, "Thyristor and Gate Controlled Series Capacitors: Comparison of Components Rating". In:

*Proceedings of IEEE Power Engineering Society General Meeting*, vol. 4, Toronto, Canada, July 13-17, pp. 2542-2547.

SOUZA, L. F. W. de, WATANABE, E. H., AREDES, M., 1998, "A GTO Controlled Series Capacitor for Distribution Lines". In: *Proceedings of CIGRÉ 1998 Session*, Session 14, paper 201, Session Papers, Paris.

SOUZA, L. F. W. de, WATANABE, E. H., AREDES, M., 2000, "GTO Controlled Series Capacitors: Multi-module and Multi-pulse Arrangements," In: *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 15, no. 2 (April), pp. 725-731.

SOUZA, L. F. W. de, WATANABE, E. H., PILOTTO, L. A. S., 2002, "Harmonic Analysis of a GTO Controlled Series Capacitor Operating Under Unbalanced Currents." In: *Proceedings of 10<sup>th</sup> International Conference on Harmonics and Quality of Power*, vol. 1, Rio de Janeiro, Brazil, October 6-9, pp. 176-182.

TORGERSON, D., CHRISTL, N., HEDIN *et al.*, 1992, "Advanced Series Compensation (ASC) with Thyristor Controlled Impedance". In: *Proceedings of Cigré 1992 Session*, Joint Session 14/37/38, Paper 05, Session Papers, Paris.

VERGHESE, G. C., BRUZOS, C. A., MAHABIR, K. N., 1989, "Averaged and Sampled-Data Models for Current Mode Control: a Reexamination", In: *Proceedings of 20<sup>th</sup> Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference*, Vol. 1, Milwaukee, Wisconsin, June 26-29, pp. 484-491.

WATANABE, E. H., AREDES, M., SOUZA, L. F. W. de *et al.*, 2000, "Series Connection of Power Switches for Very High Power Applications and Zero Voltage Switching". In: *IEEE Trans. Power Electronics*, vol. 15, no. 1 (January), pp. 44-50.

WERELEY, N. M., 1991, *Analysis and Control of Linear Periodically Time Varying Systems*. PhD Thesis, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts.

WERELEY, N. M., HALL, S. R., 1990, "Frequency Response of Linear Time Periodic Systems", In: *Proceedings of the 22<sup>th</sup> IEEE Conference on Decision and Control*, Honolulu, December 5-7, pp. 3650-3655.

WOLFRAM, S., 2003, *The Mathematica Book*, 5<sup>th</sup> edition, Wolfram Media, 1464 p.

WOOD, P., 1984, *Switching Power Converters*. Robert E. Krieger Publishing Company, Inc, Malabar, Florida, 446 p.

ZAO, S. B., CZARKOWSKI, D., 1999, "A Novel Phase-Control Topology to Improve Characteristics of Thyristor Controlled Series Compensation in AC Transmission Systems." In: *Proceedings of IEEE PES Summer Meeting 1999*, vol. 2, Edmonton, Canada, July 18-22, pp. 1134-1139.

## Anexo I. Equações do TCSC

Este anexo reproduz as equações do TCSC relevantes para a análise apresentada no Capítulo 2 desta tese. Algumas equações foram retiradas da norma IEEE nº 1534 (IEEE, 2002); outras foram deduzidas.

- Equação de impedância:

$$X(\alpha) = -\frac{1}{\omega \cdot C} \left[ 1 - \frac{k^2}{k^2 - 1} \frac{\sigma + \text{sen}(\sigma)}{\pi} + \frac{4k^2}{(k^2 - 1)^2} \cos^2\left(\frac{\sigma}{2}\right) \frac{k \cdot \text{tg}\left(\frac{k \cdot \sigma}{2}\right) - \text{tg}\left(\frac{\sigma}{2}\right)}{\pi} \right], \quad (\text{I-1})$$

onde  $\sigma$  é o ângulo de condução e vale  $2\pi - 2\alpha$ , sendo  $\alpha$  o ângulo de disparo;  $k$  é  $\lambda/\omega$ , sendo  $\omega$  a frequência angular da rede elétrica, em rad/s; e  $\lambda^2$  é  $(L \cdot C)^{-1}$ , sendo L a indutância do reator e C a capacitância do capacitor série.

- Equação da corrente instantânea no reator e na válvula, considerando-se uma corrente de linha puramente cossenoidal:

$$i_L(\omega \cdot t) = \begin{cases} I_p \cdot \frac{1}{1 - k^2} \frac{\cos(\alpha)}{\cos[k(\alpha - \pi)]} \cos(\lambda \cdot t) + I_p \cdot \frac{1}{1 - k^2} \cos(\omega \cdot t) & , \quad \alpha - \pi \leq \omega \cdot t < \pi - \alpha \\ 0 & , \quad \pi - \alpha \leq \omega \cdot t < \alpha \\ -I_p \cdot \frac{1}{1 - k^2} \frac{\cos(\alpha)}{\cos[k(\alpha - \pi)]} \cos(\lambda \cdot t - k \cdot \pi) + & , \quad \alpha \leq \omega \cdot t < 2\pi - \alpha \\ I_p \cdot \frac{1}{1 - k^2} \cos(\omega \cdot t) & , \quad 2\pi - \alpha \leq \omega \cdot t < \pi + \alpha \\ 0 & , \quad 2\pi - \alpha \leq \omega \cdot t < \pi + \alpha \end{cases}, \quad (\text{I-2})$$

$$\text{com } i_L(\omega \cdot t + 2k\pi) = i_L(\omega \cdot t), \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

- Equação da corrente instantânea no capacitor, considerando-se uma corrente de linha puramente cossenoidal:

$$i_c(\omega \cdot t) = \begin{cases} [I_p \cdot \cos(\omega \cdot t) - I_p \cdot \frac{1}{1-k^2} \frac{\cos(\alpha)}{\cos[k(\alpha-\pi)]} \cos(\lambda \cdot t) - I_p \cdot \frac{1}{1-k^2} \cos(\omega \cdot t)] & , \quad \alpha - \pi \leq \omega \cdot t < \pi - \alpha \\ I_p \cdot \cos(\omega \cdot t) & , \quad \pi - \alpha \leq \omega \cdot t < \alpha \\ [I_p \cdot \cos(\omega \cdot t) + I_p \cdot \frac{1}{1-k^2} \frac{\cos(\alpha)}{\cos[k(\alpha-\pi)]} \cos(\lambda \cdot t - k \cdot \pi) - I_p \cdot \frac{1}{1-k^2} \cos(\omega \cdot t)] & , \quad \alpha \leq \omega \cdot t < 2\pi - \alpha \\ I_p \cdot \cos(\omega \cdot t) & , \quad 2\pi - \alpha \leq \omega \cdot t < \pi + \alpha \end{cases} \quad (\text{I-3})$$

$$\text{com } i_c(\omega \cdot t + 2k\pi) = i_c(\omega \cdot t), \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

- Equação de tensão no reator:

$$v_L(\omega \cdot t) = \begin{cases} [\omega \cdot L \cdot I_p \cdot (\frac{-k}{1-k^2} \frac{\cos(\alpha)}{\cos[k(\alpha-\pi)]} \text{sen}(\lambda \cdot t) - \frac{1}{1-k^2} \text{sen}(\omega \cdot t))] & , \quad \alpha - \pi \leq \omega \cdot t < \pi - \alpha \\ 0 & , \quad \pi - \alpha \leq \omega \cdot t < \alpha \\ [\omega \cdot L \cdot I_p \cdot (\frac{-k}{1-k^2} \frac{\cos(\alpha)}{\cos[k(\alpha-\pi)]} \text{sen}(\lambda \cdot t - k \cdot \pi) - \frac{1}{1-k^2} \text{sen}(\omega \cdot t))] & , \quad \alpha \leq \omega \cdot t < 2\pi - \alpha \\ 0 & , \quad 2\pi - \alpha \leq \omega \cdot t < \pi + \alpha \end{cases} \quad (\text{I-4})$$

$$\text{com } v_L(\omega \cdot t + 2k\pi) = v_L(\omega \cdot t), \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

- Equação de tensão no capacitor:

$$v_c(\omega \cdot t) = \begin{cases} \frac{I_p}{\omega \cdot C} \cdot \left( \frac{k}{1-k^2} \frac{\cos(\alpha)}{\cos[k(\alpha-\pi)]} \text{sen}(\lambda \cdot t) - \frac{1}{1-k^2} \text{sen}(\omega \cdot t) \right), & \alpha - \pi \leq \omega \cdot t < \pi - \alpha \\ \frac{I_p}{\omega \cdot C} \cdot \left( \text{sen}(\omega \cdot t) + \frac{k^2 \cdot \text{sen}(\alpha)}{1-k^2} + \frac{k}{1-k^2} \frac{\cos(\alpha)}{\cos[k(\alpha-\pi)]} \text{sen}(\lambda \cdot \frac{\pi - \alpha}{\omega}) \right), & \pi - \alpha \leq \omega \cdot t < \alpha \\ \frac{I_p}{\omega \cdot C} \cdot \left( \frac{k}{1-k^2} \frac{\cos(\alpha)}{\cos[k(\alpha-\pi)]} \text{sen}(\lambda \cdot t - k \cdot \pi) + \frac{1}{1-k^2} \text{sen}(\omega \cdot t) \right), & \alpha \leq \omega \cdot t < 2\pi - \alpha \\ \frac{I_p}{\omega \cdot C} \cdot \left( \text{sen}(\omega \cdot t) - \frac{k^2 \cdot \text{sen}(\alpha)}{1-k^2} - \frac{k}{1-k^2} \frac{\cos(\alpha)}{\cos[k(\alpha-\pi)]} \text{sen}(\lambda \cdot \frac{\pi - \alpha}{\omega}) \right), & 2\pi - \alpha \leq \omega \cdot t < \pi + \alpha \end{cases} \quad (\text{I-5})$$

$$\text{com } v_c(\omega \cdot t + 2k\pi) = v_c(\omega \cdot t), \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

- Equação de tensão na válvula:

$$v_{valv}(\omega \cdot t) = v_c(\omega \cdot t) - v_L(\omega \cdot t). \quad (\text{I-6})$$

A partir das equações apresentadas, é possível se obter valores eficazes e harmônicos de qualquer uma das grandezas. Por exemplo, as equações seguintes calculam componentes harmônicas na corrente no reator e na tensão do capacitor:

- Equação da corrente fundamental no reator:

$$I_{L1} = \frac{I_p}{\pi} \frac{k^2}{k^2 - 1} \left\{ 2\pi - 2\alpha - \text{sen}(2\alpha) + \frac{4 \cdot \cos^2(\alpha)}{k^2 - 1} [-k \cdot \text{tg}[k(\pi - \alpha)] - \text{tg}(\alpha)] \right\}. \quad (\text{I-7})$$

- Equação dos harmônicos de corrente no reator:

$$I_{Lh} = 2 \frac{I_p}{\pi} \frac{k^2}{k^2 - 1} \left\{ -\frac{\text{sen}[(h+1)\alpha]}{h+1} - \frac{\text{sen}[(h-1)\alpha]}{h-1} + \frac{\cos(\alpha)}{\cos[k(\alpha - \pi)]} \left[ \frac{\text{sen}[(h+k)(\pi - \alpha)]}{h+k} + \frac{\text{sen}[(h-k)(\pi - \alpha)]}{h-k} \right] \right\}, \quad (\text{I-8})$$

onde  $h$  é a ordem do harmônico.

- Equação da tensão fundamental no capacitor:

$$V_{c1} = \frac{I_p}{\omega \cdot C} \left[ 1 - \frac{1}{\pi} \frac{k^2}{k^2 - 1} \left\{ 2\pi - 2\alpha - \text{sen}(2\alpha) + \frac{4 \cdot \cos^2(\alpha)}{k^2 - 1} [-k \cdot \text{tg}[k(\pi - \alpha)] - \text{tg}(\alpha)] \right\} \right]. \quad (\text{I-7})$$

- Equação dos harmônicos de tensão no capacitor:

$$V_{ch} = \frac{2 \cdot I_p}{\omega \cdot h \cdot C \cdot \pi} \frac{k^2}{k^2 - 1} \left\{ -\frac{\text{sen}[(h+1)\alpha]}{h+1} - \frac{\text{sen}[(h-1)\alpha]}{h-1} + \frac{\cos(\alpha)}{\cos[k(\alpha - \pi)]} \left[ \frac{\text{sen}[(h+k)(\pi - \alpha)]}{h+k} + \frac{\text{sen}[(h-k)(\pi - \alpha)]}{h-k} \right] \right\}. \quad (\text{I-8})$$

## Anexo II. Função de chaveamento sem fenômeno de Gibbs

Considere-se a seguinte função de chaveamento convencional, onde  $\gamma$  é o ângulo de corte:

$$S(\theta) = \frac{2\gamma - \pi}{\pi} + \sum_{h=1}^{\infty} \left[ \frac{2}{\pi \cdot h} \cdot \text{sen}[h(2\gamma + \pi)] \cdot \cos(2h\theta) \right]. \quad (\text{II- 1})$$

Graficamente, esta função é mostrada na Figura II- 1, truncada com 25 termos e com ângulo de corte de  $120^\circ$ . Embora a figura mostre um ciclo de 60 Hz, a função de chaveamento tem um período igual à metade do período de 60 Hz. As funções descontínuas mostradas na seção 3.2.3 têm que ser ligeiramente modificadas para que seus períodos sejam  $\pi$ , o que é facilmente conseguido multiplicando-se a variável independente por 2.

A primeira coisa a fazer é identificar os pontos de descontinuidade em um período. Estes pontos são:

- $\theta_1 = \pi - 2\gamma$ ;
- $\theta_2 = 2\gamma - \pi$ .

A função a ser subtraída da função original é a seguinte:

$$R(\theta) = A_{1,1} \cdot \beta_1(2\theta - \theta_1) + A_{1,2} \cdot \beta_1(2\theta - \theta_2) + A_{2,1} \cdot \beta_2(2\theta - \theta_1) + A_{2,2} \cdot \beta_2(2\theta - \theta_2) \quad (\text{II- 2})$$

As constantes  $A_{i,j}$ , onde  $i$  é o número da função descontínua e  $j$  é o ponto de descontinuidade, são calculadas da seguinte forma:

$$A_{1,j} = S(\theta_j^+) - S(\theta_j^-) \quad \text{e} \quad A_{2,j} = \frac{dS(\theta_j^+)}{dt} - \frac{dS(\theta_j^-)}{dt}. \quad (\text{II- 3})$$

Para a função de chaveamento da Figura II- 1, tem-se que  $A_{1,1}=1$ ,  $A_{1,2}=-1$ ,  $A_{2,1}=0$  e  $A_{2,2}=0$ .

A função modificada pode ser obtida subtraindo-se  $R(\theta)$  de  $S(\theta)$ . Como  $A_{2,1}$  e  $A_{2,2}$  são iguais a zero para a função de chaveamento de interesse, as funções  $\beta_2(2\theta)$  podem ser desprezadas. Assim,

$$R(\theta) = A_{1,1} \cdot \beta_1(2\theta - \theta_1) + A_{1,2} \cdot \beta_1(2\theta - \theta_2), \quad (\text{II- 4})$$

e a função descontínua de interesse é desenvolvida em série de Fourier:

$$\beta_1(2\theta) = \sum_{h=1}^{\infty} b_{1,h} \text{sen}(2h\theta), \quad \text{onde} \quad b_{1,h} = 4 \frac{h}{\pi(4h^2 - 1)}. \quad (\text{II- 5})$$

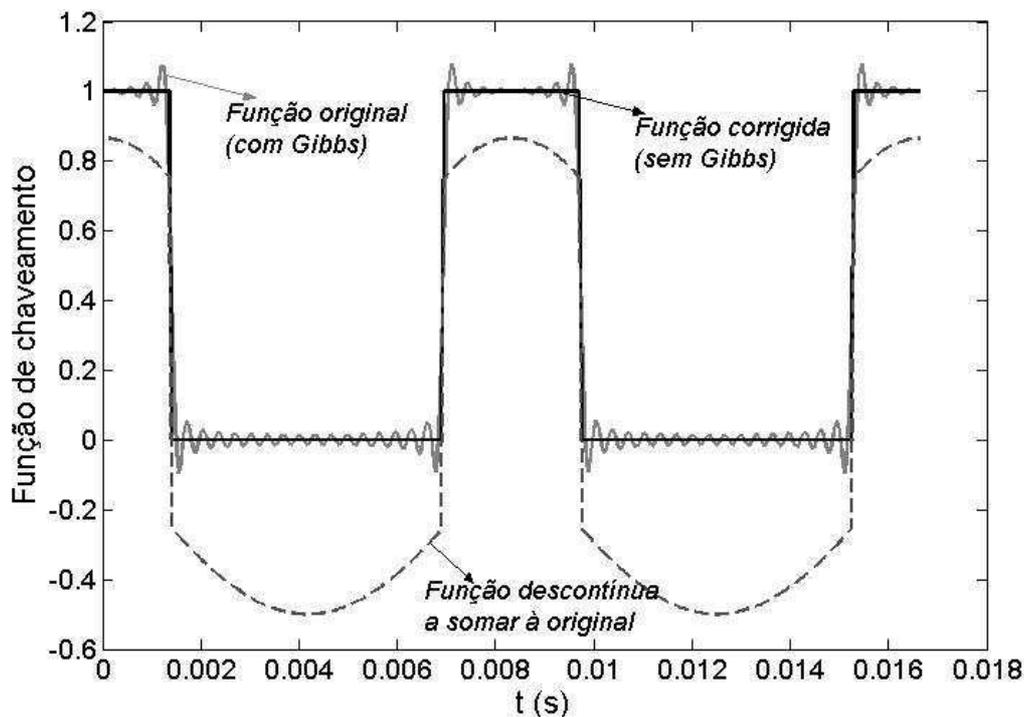
Os coeficientes de Fourier da função de chaveamento original são modificados pela subtração de  $R(\theta)$ , aproximada por sua série de Fourier:

$$A_h^{\text{mod}}(\gamma) = \frac{2}{\pi h} \text{sen}(2h\gamma + h\pi) - \frac{8h}{\pi(4h^2 - 1)} \text{sen}(2h\gamma - h\pi); \quad (\text{II- 7})$$

Para obter o resultado final, é necessário somar  $R(\theta)$  novamente à nova série de Fourier obtida, o que dá a nova função de chaveamento procurada:

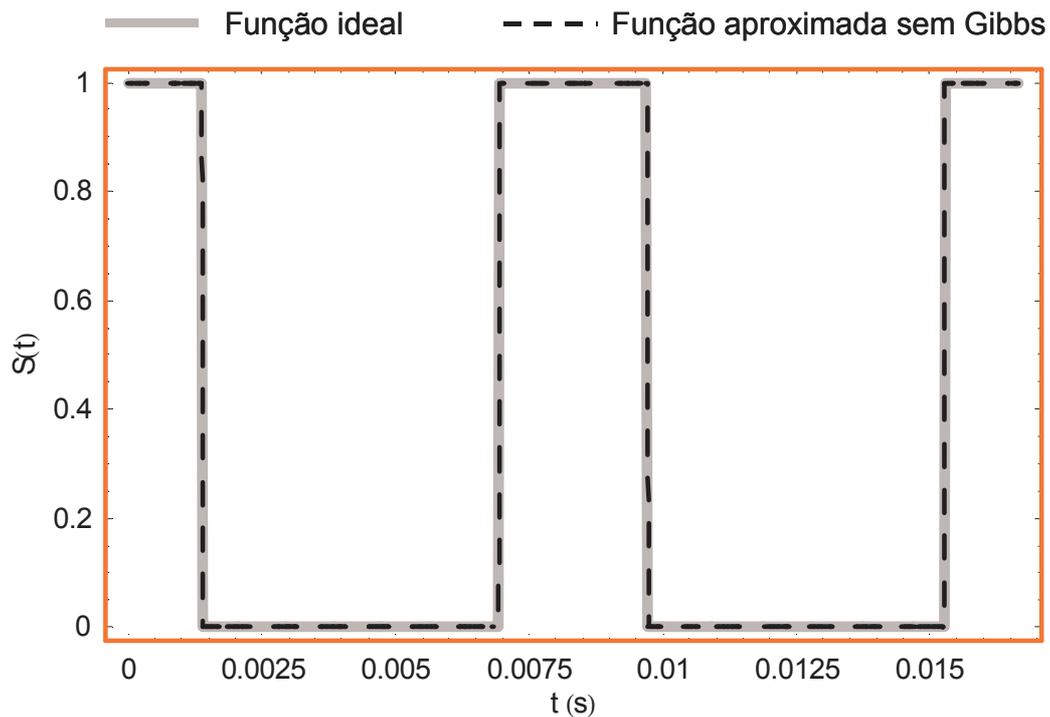
$$S^{\text{mod}}(\theta) = R(\theta) + \frac{2\gamma - \pi}{\pi} + \sum_{h=1}^N A_h^{\text{mod}} \cdot \cos(2h\theta). \quad (\text{II- 9})$$

A Figura II- 1 mostra a função original, a nova função de chaveamento e a função descontínua  $R(\theta)$ , todas truncadas com 25 termos e com um ângulo de corte de  $120^\circ$ .

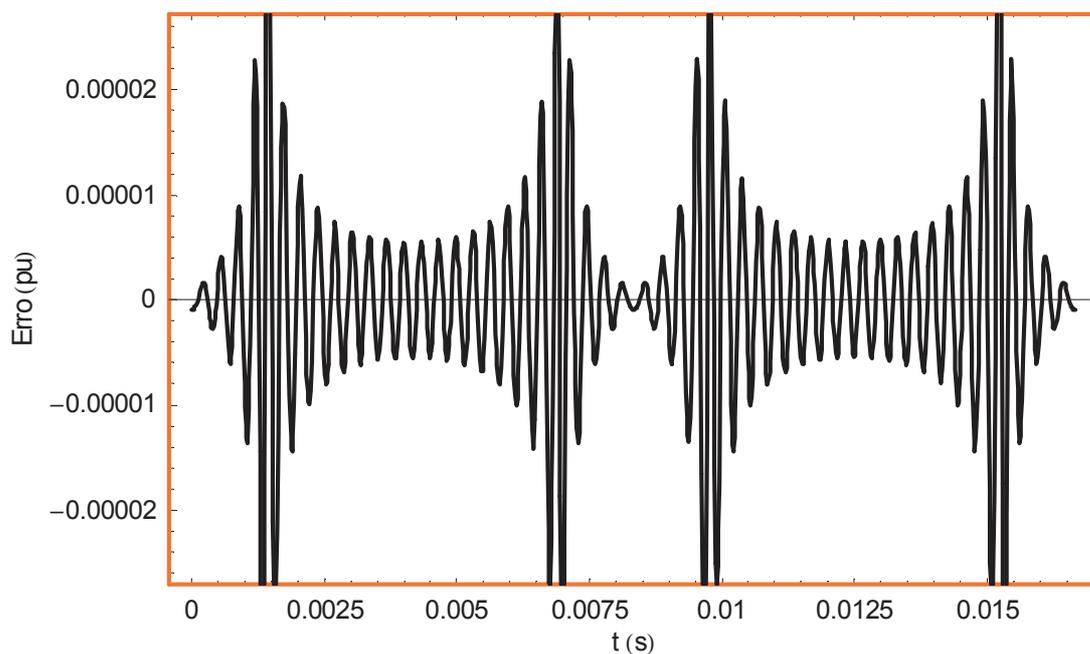


**Figura II- 1: Função de chaveamento original, função descontínua utilizada e função de chaveamento sem Gibbs**

A Figura II- 2 mostra uma comparação da função de chaveamento ideal e da aproximação obtida com a técnica proposta, para um ângulo de corte de  $120^\circ$  e com 25 termos na série de Fourier. A Figura II- 3 mostra o erro da aproximação, obtido ao longo de um ciclo através da diferença entre as funções ideal e aproximada.



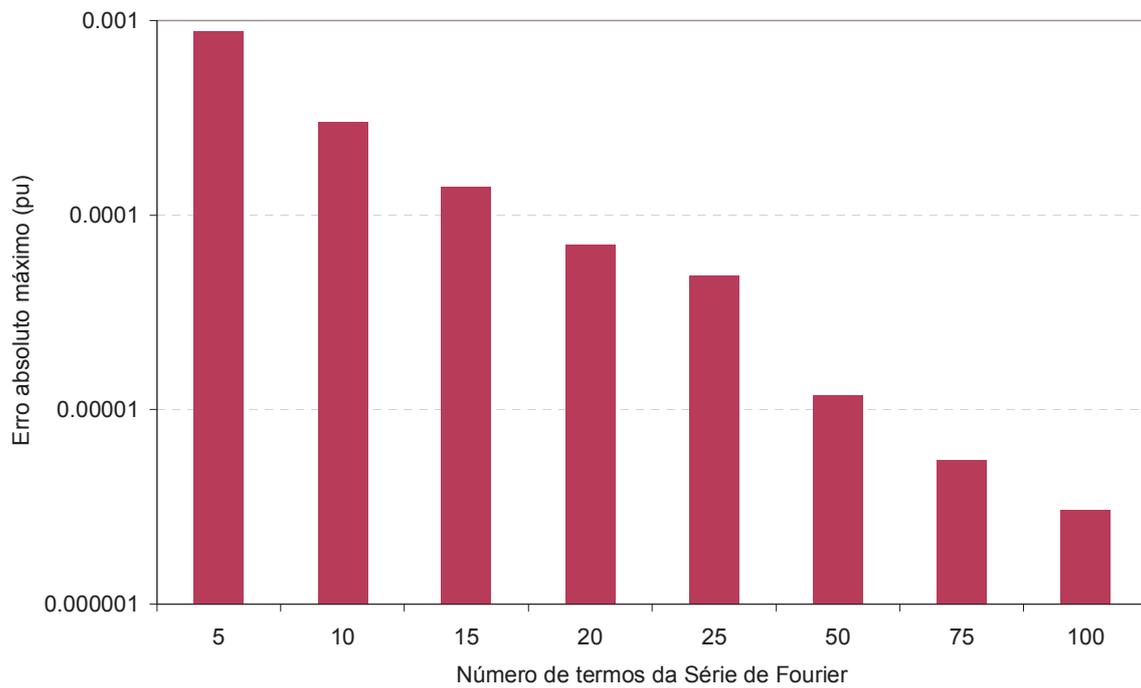
**Figura II- 2:** Função de chaveamento ideal e função de chaveamento aproximada sem fenômeno de Gibbs, com 25 termos e ângulo de corte de  $120^\circ$



**Figura II- 3:** Erro de aproximação da função de chaveamento sem fenômeno de Gibbs, com 25 termos e ângulo de corte de  $120^\circ$

A Figura II- 4 mostra o erro absoluto máximo da função proposta para diferentes números de termos na série de Fourier. Os erros foram obtidos numericamente para cada valor calculado de função de chaveamento, utilizando-se um passo de  $1 \mu\text{s}$ .

Percebe-se que, mesmo que sejam utilizados apenas cinco termos na função de chaveamento, ainda se consegue uma boa aproximação com o método proposto.



**Figura II- 4: Erro de aproximação da função de chaveamento sem fenômeno de Gibbs em função do número de termos utilizados na série de Fourier (ângulo de corte de 120°)**

### Anexo III. Linearização do Modelo Fasorial Dinâmico

A linearização do modelo fasorial dinâmico consiste em, basicamente, linearizar as duas últimas equações do conjunto de equações (5-20). Substituindo as variáveis por seus valores em regime permanente somados a pequenas perturbações, tem-se:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{gr1} + d\dot{V}_{gr1} &= \frac{1}{C_g} \cdot \frac{1}{\pi} [(I_{r1} + dI_{r1}) \cdot (A_{aa0} + dA_{aa0} + A_{aa1} + dA_{aa1}) \\ &\quad + (I_{i1} + dI_{i1}) \cdot (A_{ab} + dA_{ab})] + \omega \cdot (V_{gi1} + dV_{gi1}) \\ \dot{V}_{gi1} + d\dot{V}_{gi1} &= \frac{1}{C_g} \cdot \frac{1}{\pi} [(I_{r1} + dI_{r1}) \cdot (A_{ab} + dA_{ab}) + (I_{i1} + dI_{i1}) \cdot \\ &\quad (A_{aa0} + dA_{aa0} - A_{aa1} - dA_{aa1})] - \omega \cdot (V_{gr1} + dV_{gr1}) \end{aligned} \quad (III-1)$$

Para a obtenção de  $dA_{aa0}$ ,  $dA_{aa1}$  e  $dA_{ab}$  em função das demais variáveis incrementais, é necessário lembrar que (equação (5-30)):

$$\begin{aligned} A_{aa0} &= 2\pi - 2\gamma + 2\Delta\theta \\ A_{aa1} &= -\text{sen}(2\gamma - 2\Delta\theta) \cdot \cos(2\Delta\theta - 2\varepsilon) . \\ A_{ab} &= \text{sen}(2\gamma - 2\Delta\theta) \cdot \text{sen}(2\Delta\theta - 2\varepsilon) \end{aligned} \quad (III-2)$$

Como:

$$\Delta\theta = \text{Arctg}\left(\frac{-V_{gr1} \cdot I_{r1} - V_{gi1} \cdot I_{i1}}{V_{gr1} \cdot I_{i1} - V_{gi1} \cdot I_{r1}}\right), \quad (III-3)$$

e

$$\varepsilon = \text{Arctg}\left(\frac{V_{sr,i}}{V_{sr,r}}\right), \quad (III-4)$$

as variações incrementais dessas variáveis são os seus diferenciais totais:

$$d\Delta\theta = \frac{\partial\Delta\theta}{\partial V_{gr1}} dV_{gr1} + \frac{\partial\Delta\theta}{\partial V_{gi1}} dV_{gi1} + \frac{\partial\Delta\theta}{\partial I_{r1}} dI_{r1} + \frac{\partial\Delta\theta}{\partial I_{i1}} dI_{i1} \quad (III-5)$$

e

$$d\varepsilon = \frac{\partial\varepsilon}{\partial V_{sr,r}} dV_{sr,r} + \frac{\partial\varepsilon}{\partial V_{sr,i}} dV_{sr,i} . \quad (III-6)$$

Substituindo (III-3) e (III-4) em (III-5) e (III-6), tem-se:

$$d\Delta\theta = \frac{(-I_{il}^0 \cdot V_{gil}^0 - I_{rl}^0 \cdot V_{grl}^0)(I_{il}^0 dV_{grl} - I_{rl}^0 dV_{gil} - V_{gil}^0 dI_{rl} + V_{grl}^0 dI_{il})}{(-I_{rl}^0 \cdot V_{gil}^0 + I_{il}^0 \cdot V_{grl}^0)^2 + (-I_{il}^0 \cdot V_{gil}^0 - I_{rl}^0 \cdot V_{grl}^0)^2} + \frac{(-I_{rl}^0 dV_{grl} - I_{il}^0 dV_{gil} - V_{grl}^0 dI_{rl} - V_{gil}^0 dI_{il})}{(-I_{rl}^0 \cdot V_{gil}^0 + I_{il}^0 \cdot V_{grl}^0) + \frac{(-I_{il}^0 \cdot V_{gil}^0 - I_{rl}^0 \cdot V_{grl}^0)^2}{(-I_{rl}^0 \cdot V_{gil}^0 + I_{il}^0 \cdot V_{grl}^0)}} \quad \text{(III-7)}$$

e

$$d\varepsilon = -\frac{V_{sr,i}^0}{(V_{sr,r}^0)^2 + (V_{sr,i}^0)^2} dV_{sr,r} + \frac{V_{sr,r}^0}{(V_{sr,r}^0)^2 + (V_{sr,i}^0)^2} dV_{sr,i} \quad \text{(III-8)}$$

Pela equação (5-15), tem-se que em regime permanente  $\Delta\theta=0$ , o que faz com que:

$$-I_{il}^0 \cdot V_{gil}^0 - I_{rl}^0 \cdot V_{grl}^0 = 0 \quad \text{(III-9)}$$

Levando (III-9) em (III-7), chega-se à equação de  $d\Delta\theta$ .

$$d\Delta\theta = \frac{I_{rl}^0 dV_{grl} + I_{il}^0 dV_{gil} + V_{grl}^0 dI_{rl} + V_{gil}^0 dI_{il}}{I_{rl}^0 \cdot V_{gil}^0 - I_{il}^0 \cdot V_{grl}^0} \quad \text{(III-10)}$$

Fazendo os diferenciais totais de (III-2), chega-se a:

$$\begin{aligned} dA_{aa0} &= -2d\gamma + 2d\Delta\theta \\ dA_{aa1} &= -2\{\cos(2\gamma - 2\Delta\theta) \cdot \cos(2\Delta\theta - 2\varepsilon) \cdot d\gamma + \\ &\quad [-\cos(2\gamma - 2\Delta\theta) \cdot \cos(2\Delta\theta - 2\varepsilon) - \sin(2\gamma - 2\Delta\theta) \sin(2\Delta\theta - 2\varepsilon)] \cdot d\Delta\theta \\ &\quad + \sin(2\gamma - 2\Delta\theta) \sin(2\Delta\theta - 2\varepsilon) \cdot d\varepsilon\} \quad \text{(III-11)} \\ dA_{ab} &= 2\{\cos(2\gamma - 2\Delta\theta) \cdot \sin(2\Delta\theta - 2\varepsilon) \cdot d\gamma + \\ &\quad [-\cos(2\gamma - 2\Delta\theta) \cdot \sin(2\Delta\theta - 2\varepsilon) + \sin(2\gamma - 2\Delta\theta) \cos(2\Delta\theta - 2\varepsilon)] \cdot d\Delta\theta \\ &\quad - \sin(2\gamma - 2\Delta\theta) \cos(2\Delta\theta - 2\varepsilon) \cdot d\varepsilon\} \end{aligned}$$

Finalmente, substituindo-se (III-10) e (III-8) em (III-11), levando-se o resultado em (III-2), e posteriormente o resultado de (III-2) em (III-1), eliminando-se os termos incrementais de segunda ordem e se considerando que  $\Delta\theta=0$ , chega-se às equações (5-33) a (5-36).