

DESENVOLVIMENTO DE UM AMBIENTE COMPUTACIONAL FLEXÍVEL  
PARA APLICAÇÕES DE FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO UTILIZANDO  
MODELAGEM ORIENTADA A OBJETOS

Zulmar Soares Machado Júnior

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS  
PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE  
FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS  
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM CIÊNCIAS  
EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

Aprovada por:

---

Prof. Djalma Mosqueira Falcão, Ph.D.

---

Prof. Glauco Nery Taranto, Ph.D.

---

Prof. José Luiz Rezende Pereira, Ph.D.

---

Dr. Sérgio Granville, Ph.D.

---

Prof. Adilson Elias Xavier, D.Sc.

---

Prof. Geraldo Leite Torres, Ph.D.

---

Prof. Carmen Lucia Tancredo Borges, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL  
DEZEMBRO DE 2005

MACHADO JR, ZULMAR SOARES

Desenvolvimento de um Ambiente Computacional Flexível para Aplicações de Fluxo de Potência Ótimo Utilizando Modelagem Orientada a Objetos [Rio de Janeiro] 2005

IX, 211 p. 29,7cm (COPPE/UFRJ, D.Sc., Engenharia Elétrica, 2005)

Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE

1. Fluxo de Potência Ótimo
2. Modelagem Orientada a Objetos
3. Diferenciação Automática
4. Modelos de Máquinas Síncronas

I. COPPE/UFRJ II. Título ( série )

”Tua é, SENHOR, a magnificência, e o poder, e a honra, e a vitória, e a majestade; porque teu é tudo quanto há nos céus e na terra; teu é, SENHOR, o reino, e tu te exaltaste sobre todos como chefe.”  
I Crônicas 29 : 11

## AGRADECIMENTOS

A Deus Pai, Filho e Espírito Santo, o Criador de todas as coisas.

A minha família, em especial a meus pais, Maria e Zulmar que me ensinaram a crer em um Deus Vivo e Verdadeiro; aos meus irmãos Edward e Ruth, Marcel e Valéria, e aos meus sobrinhos, Callebe e Eliabe.

Ao colega e amigo Alessandro Manzoni pelo aprendizado que recebi através das nossas conversas a respeito deste trabalho.

Aos professores e orientadores Glauco Nery Taranto e Djalma Mosqueira Falcão pela orientação e confiança ao longo do desenvolvimento deste trabalho.

A todos os professores, funcionários, bolsistas e colegas de mestrado/doutorado pelo convívio e companheirismo dentro e fora da universidade.

Ao CNPq pelo suporte financeiro.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

DESENVOLVIMENTO DE UM AMBIENTE COMPUTACIONAL FLEXÍVEL  
PARA APLICAÇÕES DE FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO UTILIZANDO  
MODELAGEM ORIENTADA A OBJETOS

Zulmar Soares Machado Júnior

Dezembro/2005

Orientadores: Djalma Mosqueira Falcão  
Glauco Nery Taranto

Programa: Engenharia Elétrica

Este trabalho apresenta a construção de uma estrutura computacional orientada a objetos aplicada a resolução de problemas de otimização, o qual possibilita a incorporação de modelos de máquinas síncronas na formulação do fluxo de potência ótimo. Bem como, a representação das curvas de capacidade de geração com dependência da tensão terminal do gerador.

Um algoritmo de fluxo de potência ótimo não linear é apresentado e as condições de otimalidade de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) são resolvidas usando-se o método de Newton-Raphson. O algoritmo utiliza-se de um método de diferenciação automática, o qual calcula as derivadas da função objetivo e das restrições de igualdade e desigualdade, obtendo as matrizes Jacobiana e Hessiana da função Lagrangeana. A diferenciação automática permite a implementação de funções objetivo e restrições definidas pelo usuário, agregando flexibilidade e novas funcionalidades.

Além disso, a formulação detalhada de máquinas no fluxo de potência ótimo permite maior precisão nos resultados na representação de limites, tornando-se em uma poderosa ferramenta para estudos de estabilidade de tensão.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

DEVELOPMENT OF A FLEXIBLE COMPUTATIONAL ENVIRONMENT FOR  
OPTIMAL POWER FLOW APPLICATIONS USING OBJECT ORIENTED  
MODELING

Zulmar Soares Machado Júnior

December/2005

Advisors: Djalma Mosqueira Falcão  
Glauco Nery Taranto

Department: Electrical Engineering

This work presents a computational framework that is structured with concepts of object oriented modeling for optimization purposes, which allows the inclusion of synchronous machines models and the comprehensive representation of voltage-dependent capability curves, in the optimal power flow formulation.

A non-linear optimal power flow algorithm is presented and the Karush-Kuhn-Tucker (KKT) optimality conditions are solved using the Newton-Raphson method. The proposed algorithm uses an automatic differentiation method, which calculates the first and second-order derivatives of the objective function and of the equality and inequality constraints, obtaining the Jacobian and the Hessian matrices of the Lagrangian function. The automatic differentiation methodology readily allows the implementation of user-defined objective functions and constraints, aggregating flexibility and new functionalities to the optimal power flow.

The detailed representation of machine models in the optimal power flow allows a richer system analysis and more accurate computations.

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
1.1	O Cenário Atual e A Modelagem do Sistema . . . . .	1
1.2	O Fluxo de Potência Ótimo e a Modelagem da Otimização . . . . .	3
1.3	Descrição dos Capítulos . . . . .	6
<b>2</b>	<b>Modelagem Orientada a Objetos</b>	<b>8</b>
2.1	Considerações Iniciais . . . . .	8
2.2	Breve Histórico da Modelagem Orientada a Objetos . . . . .	9
2.3	Características da Modelagem Orientada a Objetos . . . . .	10
2.4	Uma Nova Filosofia de Desenvolvimento Computacional . . . . .	11
2.4.1	Processo de Desenvolvimento . . . . .	12
2.4.2	Representação Gráfica . . . . .	13
2.5	Diagrama de Classes . . . . .	14
2.5.1	Termos e Conceitos . . . . .	15
2.5.2	Relacionamentos entre Classes . . . . .	17
2.5.3	Conceitos Adicionais . . . . .	19
2.6	Considerações Finais . . . . .	20
<b>3</b>	<b>Modelagem Orientada a Objetos Aplicados a Sistemas Elétricos de Potência</b>	<b>22</b>
3.1	Considerações Iniciais . . . . .	22
3.2	Revisão Bibliográfica . . . . .	23
3.3	Processo de Desenvolvimento . . . . .	28
3.4	Descrição Topológica do Sistema Elétrico de Potência . . . . .	29
3.4.1	Conectividade da Rede . . . . .	30
3.4.2	Configuração da Rede Elétrica . . . . .	32
3.5	Descrição Funcional . . . . .	34
3.6	Considerações Finais . . . . .	35
<b>4</b>	<b>Modelagem Matemática</b>	<b>37</b>
4.1	Considerações Iniciais . . . . .	37
4.2	Cálculo das Derivadas . . . . .	38

4.2.1	Diferenciação Automática . . . . .	39
4.2.2	Cálculo das Derivadas de Segunda Ordem . . . . .	48
4.3	Estrutura Computacional dos Modelos . . . . .	49
4.3.1	Modelagem Orientada a Objetos para Construção de Modelos . . . . .	50
4.3.2	Exemplo Numérico de Diferenciação Automática . . . . .	54
4.4	Considerações Finais . . . . .	57
<b>5</b>	<b>Fluxo de Potência Ótimo</b> . . . . .	<b>58</b>
5.1	Considerações Iniciais . . . . .	58
5.2	Revisão Bibliográfica . . . . .	59
5.3	Modelagem das Equações do Sistema de Potência . . . . .	68
5.3.1	Máquinas Síncronas e Controles . . . . .	69
5.3.2	Modelo de Carga . . . . .	71
5.3.3	Curva de Capacidade de Geração . . . . .	71
5.4	Formulação do Fluxo de Potência Ótimo . . . . .	73
5.4.1	Função Objetivo . . . . .	73
5.4.2	Restrições de Igualdade . . . . .	76
5.4.3	Restrições de Desigualdade . . . . .	78
5.4.4	Linguagem Utilizada para Definição de Funções . . . . .	80
5.5	Método de Pontos Interiores . . . . .	82
5.6	Características da Solução do Fluxo de Potência Ótimo . . . . .	84
5.7	Modelagem Orientada a Objetos Aplicada em Otimização . . . . .	85
5.7.1	Requisitos Necessários para Modelagem Orientada a Objetos . . . . .	87
5.7.2	Descrição Construtiva . . . . .	88
5.7.3	Descrição Conceitual . . . . .	90
5.7.4	Integração com Outros Desenvolvimentos . . . . .	92
5.8	Modelagem Generalizada de Dispositivos na Rede Elétrica . . . . .	93
5.8.1	Modelagem de Dispositivos Shunt por Injeção de Potência . . . . .	93
5.8.2	Modelagem de Dispositivos Shunt por Injeção de Corrente . . . . .	95
5.8.3	Modelo Generalizado de Elementos Shunt . . . . .	97
5.8.4	Modelagem de Dispositivos Série por Injeção de Potência . . . . .	98
5.8.5	Modelagem de Dispositivos Série por Injeção de Corrente . . . . .	101
5.8.6	Modelo Generalizado de Elementos Série . . . . .	104
5.8.7	A Formulação Quadrática e Modelos de Geradores . . . . .	106
5.8.8	Considerações Gerais . . . . .	111
5.9	Métodos de Penalização . . . . .	112
5.9.1	Princípio Geral dos Métodos de Penalização . . . . .	112
5.9.2	Penalidade Exterior . . . . .	113
5.9.3	Penalidade Interior . . . . .	114
5.9.4	Penalidade Hiperbólica . . . . .	115
5.9.5	Método de Pontos Interiores e a Penalização Hiperbólica . . . . .	118

5.10	Considerações Finais . . . . .	120
<b>6</b>	<b>Resultados com Fluxo de Potência Ótimo</b>	<b>121</b>
6.1	Considerações Iniciais . . . . .	121
6.2	Resultados com o Sistema 45 Barras . . . . .	122
6.2.1	Formulações do Fluxo de Potência Ótimo . . . . .	122
6.2.2	Comparação usando a Formulação com Modelos de Máquinas	123
6.2.3	Curva de Capacidade de Geração . . . . .	126
6.2.4	Flexibilidade na Representação de Limites . . . . .	127
6.2.5	Resultados com a Penalização Hiperbólica . . . . .	135
6.2.6	Análise de Autovalores . . . . .	138
6.2.7	Definição pelo Usuário das Funções Objetivo e Restrições . . .	144
6.2.8	Comparação usando a Formulação Quadrática . . . . .	148
6.2.9	Resultados com a Minimização de Perdas . . . . .	152
6.2.10	Resultados com a Maximização da Carga . . . . .	154
6.2.11	Maximização da Carga e a Restrição de Fator de Potência . .	162
6.2.12	Inclusão do Compensador Estático de Reativos . . . . .	165
6.3	Sistemas de Médio e Grande Porte . . . . .	169
6.4	Resultados com o Sistema de 188 Barras . . . . .	170
6.4.1	Minimização da Geração Ativa e Reativa . . . . .	170
6.4.2	Minimização de Perdas Ativas . . . . .	174
6.4.3	Máximo Carregamento . . . . .	178
6.5	Resultados com o Sistema de 730 Barras . . . . .	181
6.5.1	Minimização da Geração Ativa e Reativa . . . . .	183
6.5.2	Minimização de Perdas Ativas . . . . .	184
6.5.3	Máximo Carregamento . . . . .	186
6.6	Resultados Comparativos com o FLUPOT . . . . .	191
6.7	Considerações Finais . . . . .	196
<b>7</b>	<b>Conclusões</b>	<b>198</b>
7.1	Contribuições . . . . .	198
7.2	Conclusões . . . . .	199
7.3	Possíveis Atividades Futuras . . . . .	200
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>202</b>

# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 O Cenário Atual e A Modelagem do Sistema

No atual cenário do setor elétrico, onde um ambiente competitivo tem levado o sistema a operar com margens de segurança cada vez menores, é fundamental que haja um elenco de ferramentas computacionais ágeis e flexíveis. Neste contexto, a modelagem adequada do sistema elétrico de potência e de seus aplicativos é de fundamental importância.

Em geral, os estudos de regime permanente requerem a utilização de ferramentas de análise estática, enquanto que, os estudos de estabilidade requerem a utilização de ferramentas de análise dinâmica, desta forma, estas análises caracterizam em um variado elenco de aplicativos para o sistema elétrico. Assim, faz-se necessário a elaboração de uma estrutura computacional que possa acomodar de maneira prática os diversos aplicativos para estudos em engenharia elétrica. Com isto, a construção de uma estrutura que modele o sistema de potência deve ter um grau de generalização tal que permita que estes elementos de análise possam ser inseridos de maneira adequada.

Assim, um ponto comum para se acomodar os aplicativos está em se construir uma modelagem mais geral da topologia da rede elétrica, a qual, caracteriza-se na representação dos elementos físicos do sistema e na configuração da rede. Isto porque, uma representação adequada da topologia permite que seus elementos físicos e

suas funcionalidades possam ser compartilhados e acessados por todos os aplicativos do sistema de maneira única.

Além disto, uma questão importante é que os problemas encontrados na engenharia se caracterizam pela sua complexidade de solução, principalmente quando a dimensão do sistema aumenta. Logo, torna-se importante desenvolver e construir programas computacionais que sejam aplicáveis a sistemas de grande porte. Daí a modelagem da topologia da rede se faz útil, uma vez que, todos os aplicativos que forem construídos irão compartilhar de uma representação única da rede elétrica, se beneficiando pela integração entre os aplicativos, pois, qualquer modificação sofrida pela topologia será automaticamente compartilhada por todos os aplicativos, sem a necessidade de alteração destes.

Neste contexto, a modelagem orientada a objetos [1] tem se apresentado como uma atraente alternativa para enfrentar os novos desafios na construção de ferramentas que atendam à necessidade do setor.

A modelagem orientada a objetos permite um alto grau de organização, manutenção e flexibilidade no gerenciamento de uma estrutura computacional, pois estabelece o desenvolvimento de softwares através de conceitos simples, que representam pequenas partes de um conjunto, que se devidamente relacionados entre si, formam todo o domínio da modelagem que está sendo desenvolvida. Este tipo de desenvolvimento permite que os conceitos se transformem em módulos auto-contidos dentro do processo de construção da modelagem. Esta característica possibilita que funcionalidades simples sejam utilizadas para compor e construir sistemas extremamente complexos, a partir de pequenos elementos da estrutura, caracterizando-se em uma nova filosofia de desenvolvimento, a qual é muito distante da forma de programação convencional.

Além disto, a modelagem orientada a objetos permite que a estrutura computacional seja flexível o suficiente a ponto de se adaptar facilmente à inserção de novos módulos no desenvolvimento, garantindo uma fácil manutenção do código de programação.

Um ponto importante para que o desenvolvimento computacional seja adequado diante dos vários aplicativos no sistema de potência é o tratamento dado para a

modelagem matemática. Muitos métodos numéricos empregados em estudos de sistemas de potência requerem a determinação das derivadas de funções matemáticas. Em estudos de análise de redes, por exemplo, a matriz Jacobiana das equações de fluxo de potência é construída e avaliada em cada iteração do método de Newton-Raphson. Já, em otimização, a escolha de métodos de programação não-linear frequentemente requerem o cálculo das matrizes Jacobiana e Hessiana, correspondentes às derivadas de primeira e segunda ordem, respectivamente.

## 1.2 O Fluxo de Potência Ótimo e a Modelagem da Otimização

O termo generalizado *Problema de Fluxo de Potência Ótimo (FPO)* [2] é usado para descrever uma classe de problemas de otimização na área de sistemas de potência. Um programa computacional de FPO é um ferramenta útil para análise em diversas aplicações no setor elétrico. A principal tarefa do FPO está no ajuste adequado dos controles do sistema segundo um objetivo específico. A implementação destes controles pode trazer o sistema a operar dentro de um *estado ótimo*.

Há diversas aplicações que o FPO pode ser usado: na operação em tempo real, no planejamento da operação com análise de contingências, na análise de confiabilidade, etc.

Na análise de operação em tempo real, o programa de FPO deve ser rápido, confiável e robusto, auxiliando ao operador na tomada de decisões, permitindo determinar as medidas corretivas a fim de corrigir violações de limites. Mas, em estudos onde decisões de longo termo do sistema são estabelecidas, o desempenho computacional é de menos importância e uma melhor representação na modelagem dos elementos do sistema torna a análise mais precisa e adequada.

No planejamento da operação com análise de contingências, o programa de FPO deve determinar despachos de reativos em uma estrutura hierárquica de subproblemas de operação do caso base e subproblemas de operação das contingências.

Em geral, as aplicações em que o FPO pode ser usado são caracterizadas pela

sua complexidade e tendem a aumentar significativamente o esforço computacional à medida que a dimensão do sistema e o grau de liberdade aumentam.

Atualmente, os desenvolvimentos tradicionais em fluxo de potência ótimo possuem modelos pré-definidos que não podem ser modificados pelo usuário sem acesso ao código fonte. Há desenvolvimentos computacionais de FPO que permitem ao usuário a escolha de um elenco de restrições, a partir de uma lista já pré-definida, o qual é muito útil pelo fato de adaptar o desenvolvimento do software à necessidade do usuário [3]. Mas, a adição de novas funções objetivo e restrições na formulação são de difícil incorporação, pois necessitam que o desenvolvedor codifique tais funções e restrições, e as insira ao desenvolvimento. Em alguns casos, esta tarefa pode ser árdua e pouco prática, pois a determinação das derivadas pode ser de difícil obtenção manual, dependendo da complexidade das expressões.

Assim, a utilização de técnicas de diferenciação automática [4], combinada com a modelagem matemática das equações por meio de diagramas de blocos, permite a inclusão e incorporação de novos modelos à estrutura computacional, sem requerer do usuário nenhum esforço de inclusão destas equações em código de programação, uma vez que, estas são automaticamente tratadas pela modelagem. Por exemplo, a inclusão de uma nova equação e/ou restrição na matriz Hessiana de um programa de fluxo de potência ótimo é feita apenas escrevendo a equação num formato padrão que a modelagem matemática automaticamente se encarrega de fazer o cálculo e a determinação da posição das derivadas para sua devida inclusão na matriz. Esta característica fornece uma grande flexibilidade no tratamento dado às equações e permite maior rapidez de análise de um sistema elétrico, uma vez que as novas equações e/ou restrições são facilmente incorporadas à estrutura computacional.

Além da utilização de técnicas de diferenciação automática, este trabalho apresenta uma modelagem orientada a objetos voltada para a otimização. A idéia consiste em construir uma modelagem que pudesse manipular qualquer tipo de restrição e função objetivo, além de permitir modificação de parâmetros, adição e remoção de restrições em qualquer instante, mesmo durante o processo iterativo de otimização. Isto se torna em uma característica interessante, pois permite maior flexibilidade no tratamento da inserção e remoção de funções objetivo e restrições das mais adversas. Além disto, com o esquema de diferenciação automática, esta característica se torna

mais evidente, uma vez que a construção da matriz Hessiana associada ao problema de otimização estaria sob responsabilidade da diferenciação automática e não da modelagem da otimização em si.

Um outro ponto importante está na representação dada para os geradores no FPO. A formulação convencional trata os geradores como uma barra de tensão controlada, o qual pode, em alguns casos, conduzir a soluções que estejam distantes da realidade. Ou seja, por razões de segurança, a capacidade da máquina pode ser especificada muito abaixo de seus limites reais. Assim, a representação adequada das máquinas síncronas é de grande importância para análise em sistemas de potência, especialmente em condições de carga pesada. Mas, com a modelagem matemática adotada e combinando-a com a diferenciação automática, a inclusão das equações da máquina se torna uma tarefa simples dentro da formulação ótima, pois as equações são representadas dentro dos modelos de máquinas e incorporados no FPO como restrições de igualdade. Uma vez adicionada as equações da máquina, cabe ao FPO o tratamento destas restrições dentro de sua formulação ótima. Da mesma forma, a representação das curvas de capacidade de geração com dependência da tensão se torna uma tarefa simples, bastando construir as restrições e adicioná-las no FPO que as derivadas serão automaticamente tratadas pela modelagem. Isto se dá de maneira simples, pois a modelagem da otimização, a modelagem matemática e a topologia da rede são elementos independentes dentro da estrutura computacional, mas que combinados produzem maior flexibilidade no tratamento das equações no algoritmo de FPO, o que implica em maior grau de liberdade na representação de funções matemáticas, permitindo assim, maior capacidade de análise e maior compreensão da formulação adotada.

O presente trabalho tem por objetivo a construção de um ambiente computacional flexível para aplicação de fluxo de potência ótimo na incorporação de funções objetivos e restrições. Para isto, utiliza-se de uma modelagem orientada a objetos voltada para aplicações em otimização, combinada com técnicas de diferenciação automática. A estrutura deste trabalho será apresentada a seguir.

## 1.3 Descrição dos Capítulos

Este texto representa o desenvolvimento de um trabalho de tese, assim serão destacados a estrutura do texto de modo a torna-lo mais compreensível.

No Capítulo 2, serão apresentados conceitos básicos relacionados à Modelagem Orientada a Objetos, os quais representam a forma como a construção de uma estrutura computacional deve ser organizada, partindo-se de numa primeira fase de análise e numa segunda fase de estabelecimento de um projeto, para numa fase final do desenvolvimento, partir-se para a implementação propriamente dita. Sendo esta característica totalmente diferente do estilo de programação convencional.

No Capítulo 3, será apresentado todo o processo de desenvolvimento de uma modelagem orientada a objetos voltada para propósitos gerais em sistemas elétricos de potência. As características da rede elétrica são apresentadas, tais como, a conectividade da rede elétrica e a configuração da rede. Além disto, a estrutura a ser apresentada permite a representação de elementos físicos e conceituais do sistema elétrico, tais como, disjuntores, barras, geradores, cargas, linhas de transmissão, etc. Estes são caracterizados como objetos da estrutura computacional, devidamente, organizados e com relacionamentos entre si.

No Capítulo 4, será apresentada toda a modelagem matemática adotada para o tratamento das equações, funções e ações de controle no sistema de potência. Além disto, será apresentado o mecanismo de diferenciação automática, que permite determinar a solução e as derivadas de primeira e segunda ordem das equações do sistema, fornecendo as matrizes Jacobiana e Hessiana do sistema.

No Capítulo 5, será apresentado o desenvolvimento de um ambiente computacional flexível para aplicação de fluxo de potência ótimo na incorporação de funções objetivos e restrições. Uma modelagem orientada a objetos voltada para aplicações em otimização será apresentada.

No Capítulo 6, serão apresentados resultados obtidos com a construção do fluxo de potência ótimo, o qual permite a inclusão dos modelos detalhados de máquinas na formulação ótima.

No Capítulo 7, apresenta as conclusões e as possíveis atividades futuras deste desenvolvimento.

# Capítulo 2

## Modelagem Orientada a Objetos

### 2.1 Considerações Iniciais

A modelagem de sistemas é o ponto central para se criar bons desenvolvimentos computacionais. Ou seja, a modelagem é uma etapa importante para construção de uma estrutura voltada para aplicações, pois, em geral, os problemas encontrados na engenharia se caracterizam pela sua complexidade de solução, principalmente quando a dimensão do sistema aumenta. Logo, torna-se importante desenvolver e construir programas computacionais que possuam um grau de organização, que permitam ao engenheiro compreendê-lo mesmo sem a necessidade deste ser um profissional da área de desenvolvimento de softwares. A modelagem orientada a objetos permite tal grau de organização e compreensão, tanto na análise, quanto na elaboração de projetos, que não requerem nenhum conhecimento em linguagem de programação.

Assim, este capítulo tem por objetivo dar uma pequena introdução no que diz respeito à modelagem de sistemas segundo uma visão orientada a objetos. Uma vez entendido os conceitos apresentados neste capítulo, a discussão do desenvolvimento se dá a nível conceitual e não a nível de programação, como se caracterizam os desenvolvimentos tradicionais.

## 2.2 Breve Histórico da Modelagem Orientada a Objetos

A linguagem de modelagem orientada a objetos surgiu entre meados da década de setenta e fim da década de oitenta, como um novo gênero de linguagem de programação, tornando-se em uma alternativa de desenvolvimento e modelagem de sistemas mais complexos. Inicialmente, a Modelagem Orientada a Objetos (MOO) teve dificuldade em se tornar uma linguagem que atendesse a todas as necessidades de seus usuários, mas novas gerações de métodos orientados a objetos tornaram a aparecer com características mais notáveis, tais como, o método Booch [5], o OOSE [5] (*Object-Oriented Software Engineering*) desenvolvido por Jacobson, e o OMT [6] (*Object Modelling Technique*) criado por Rumbaugh. Outros métodos também foram importantes [6]: Fusion, Shaler-Mellor, and Coad-Yourdon, mas com menor grau de popularidade.

O método Booch se tornou expressivo durante as fases de construção e desenvolvimento de projetos, pois permitia a tomada de decisão antes da criação do código, contribuindo para a melhoria do sistema gerado. Já o OOSE possuía um excelente suporte com elevado nível de desenvolvimento, utilizando linguagens apropriadas e ferramentas orientadas a objetos, mas sua notação era muito simplista. Finalmente, o método OMT tornou-se muito utilizado pela análise de sistemas cobrindo nas diversas fases do desenvolvimento orientado a objetos, mas não possuía uma notação específica para representar a passagem de mensagem de um objeto para outro.

Com isto, uma massa crítica começava a se formar em torno dos métodos Booch, OOSE e OMT. Mas, seus autores Grady Booch, Ivar Jacobson e James Rumbaugh, motivados pela deficiência que cada um de seus métodos ainda apresentavam, uniram forças a fim de criar uma linguagem unificada, conhecida atualmente com UML [1] (*Unified Modelling Language*). Assim, a UML teve início oficialmente em outubro de 1994, quando Rumbaugh uniu-se a Booch, unificando os métodos Booch e OMT. Já em 1995, o projeto inicial foi expandido com a incorporação do método OOSE. Atualmente, a UML é reconhecida como linguagem padrão usada para visualizar, especificar, construir e documentar sistemas orientados a objetos.

## 2.3 Características da Modelagem Orientada a Objetos

Existem vários conceitos que estão associados à Modelagem Orientada a Objetos, alguns deles serão apresentados a seguir:

- *Identidade (ou Objeto)*: Significa que os dados são subdivididos em entidades discretas e distintas, denominadas *Objetos*.
- *Classificação (ou Classe)*: Significa que os objetos com a mesma estrutura de dados (atributos) e o mesmo comportamento (operações) são agrupados em uma classe. Uma classe é uma abstração que descreve propriedades importantes para uma aplicação e ignora o restante. Qualquer escolha de classes é arbitrária e depende da aplicação.
- *Compartilhamento*: As técnicas baseada em objetos promovem o compartilhamento em diversos níveis. A herança da estrutura de dados e do seu compartilhamento permite que a estrutura comum seja reutilizada por diversas subclasses semelhantes sem redundância.
- *Herança*: É o compartilhamento de atributos e operações entre classes com base em um relacionamento hierárquico. Cada classe incorpora, ou herda, todas as propriedades de sua super classe e acrescenta suas próprias e exclusivas características.
- *Encapsulamento*: Consiste na separação dos aspectos externos de um objeto, acessíveis por outros objetos, que ficam ocultos dos demais. No encapsulamento, a capacidade de combinar estruturas de dados e seu comportamento em uma única entidade torna-o mais completo e mais poderoso do que nas linguagens convencionais.
- *Polimorfismo*: Significa que a mesma operação pode atuar de diversas maneiras em classes diferentes. Quando um operador é polimórfico pode haver mais de um método para a sua implementação.
- *Abstração*: Consiste na concentração em aspectos essenciais, próprios de uma entidade. No desenvolvimento, isto significa em concentrar-se no que um ob-

jeto é e faz, antes de decidir como ele deve ser implementado. O uso da abstração durante a análise significa lidar apenas com conceitos do domínio da aplicação, e não ter de tomar decisões sobre o projeto e a implementação antes do problema ser compreendido.

O objetivo da abstração é isolar os aspectos que sejam importantes para algum propósito e suprimir os que não forem importantes. A abstração deve sempre visar a um propósito, porque este determina o que é, e o que não é importante. Assim, o propósito de uma abstração é limitar o universo para que se possa compreender melhor a aplicação a ser desenvolvida. Na construção de modelos, portanto, não se deve procurar a verdade absoluta e sim a adequação a algum propósito. Não há um único modelo correto de uma situação, apenas modelos adequados e inadequados. Um bom modelo incorpora os aspectos fundamentais de um problema e omite os demais.

A meta na construção de um modelo é incorporar conceitos do mundo real que sejam importantes para a aplicação. Por exemplo, na modelagem de um problema de engenharia, o modelo deve conter termos familiares a engenheiros.

A MOO preocupa-se em especificar o que um objeto é, e não em como ele é utilizado. Os benefícios da MOO são maiores do que podem parecer à primeira vista. A grande ênfase nas propriedades essenciais de um objeto obriga o desenvolvedor a pensar com mais cuidado sobre o que um objeto é e faz, resultando em um sistema mais genérico e mais robusto.

## 2.4 Uma Nova Filosofia de Desenvolvimento Computacional

Modelagem Orientada a Objetos é um novo modo de estudar problemas com utilização de modelos conceituados ao nível de como se compreende o mundo real. Uma característica da MOO é que sua estrutura e o comportamento dos dados tem grande vinculação entre si, pois estão organizados como uma coleção de objetos separados, que possuem relacionamentos entre si. Esta característica é muito contrastante com a programação convencional.

### 2.4.1 Processo de Desenvolvimento

O desenvolvimento baseado em objetos é um novo modo de tratar o modelo com base em abstrações que existem no mundo real. Logo, o desenvolvimento é parte inicial no ciclo de vida do modelo. Assim, pode-se definir as seguintes etapas do processo de desenvolvimento: *Análise, Projeto e Implementação*.

- i. **ANÁLISE:** Partindo do enunciado do problema, constrói-se um modelo da situação do mundo real, mostrando propriedades relevantes. O modelo de análise é uma abstração concisa e precisa do que o sistema desejado deverá fazer, não como deverá fazê-lo. Os objetos do modelo devem ser conceitos a partir do domínio da aplicação e não a partir de conceitos de implementação computacional. Um bom modelo pode ser compreendido e criticado por peritos em aplicações que não sejam programadores.
- ii. **PROJETO:** Procura-se tomar decisões de alto-nível relativamente à arquitetura geral. Deve-se decidir quais características devem ser otimizadas, escolher a abordagem mais adequada ao problema e realizar alocações experimentais. O enfoque está na estrutura de dados e dos métodos necessários a cada classe. Nesta etapa, os atributos e as operações de cada classe são estabelecidos.
- iii. **IMPLEMENTAÇÃO:** As classes e objetos, bem como seus relacionamentos, desenvolvidos durante o projeto, são traduzidos para uma determinada implementação em uma linguagem de programação. A programação deve ser uma parte mecânica e relativamente de menos importância do ciclo de desenvolvimento, porque todas as decisões difíceis foram tomadas durante o projeto. A única preocupação necessária na implementação é que, para garantir o bom andamento do projeto, o sistema implementado permaneça flexível e expansível.

A essência de um bom desenvolvimento está na identificação e na organização de conceitos do domínio da aplicação, em vez de sua representação definitiva em uma linguagem de programação, baseada em objetos ou não.

A vantagem real do desenvolvimento provém da abordagem inicial dos problemas conceituais, em lugar dos problemas de implementação. A abordagem baseada

em objetos encoraja os desenvolvedores de software a trabalharem e pensarem em termos do domínio da aplicação durante a maior parte do ciclo de vida do modelo. Somente quando os conceitos relativos à aplicação são identificados, organizados e compreendidos é que os detalhes das estruturas de dados e das funções podem ser tratados. Assim, o desenvolvimento baseado em objetos é fundamentalmente uma nova maneira de pensar e não uma técnica de programação.

## 2.4.2 Representação Gráfica

Na MOO, um diagrama é uma representação gráfica de um conjunto de elementos, mais freqüentemente tratados como vértices (elementos) e arestas (relacionamentos) conectados formando um grafo. Bons diagramas criados a partir do problema que se está modelando tornam-os mais compreensíveis e de fácil proximidade com a realidade em que vivemos.

Os diagramas podem ser classificados como estáticos e dinâmicos. Estáticos porque apresentam as partes do sistema do ponto de vista estrutural da modelagem, e dinâmicos pois representam o comportamento do sistema ao longo do tempo.

### i. Diagramas Estáticos

Os diagramas estruturais e estáticos existem para visualizar, especificar, construir e documentar aspectos estáticos dos sistema. São eles:

#### (a) Diagrama de Classes:

Apresenta um conjunto de classes, interfaces e relacionamentos. É o tipo de diagrama mais comum encontrado em modelagem de sistemas orientados a objetos, ilustrando uma visão de desenvolvimento estático do sistema.

#### (b) Diagrama de Objetos:

Apresenta um conjunto de objetos e seus relacionamentos. Pode ser usado para ilustrar estruturas de dados, além de poder ilustrar como os elementos se encontram no diagrama de classes.

#### (c) Diagrama de Componente:

Apresenta um conjunto de componentes e seus relacionamentos. Usado

para ilustrar a implementação estática do sistema.

(d) **Diagrama de Disposição:**

Apresenta um conjunto de nós e seus relacionamentos. Usado para ilustrar a disposição estática de uma arquitetura.

ii. **Diagramas Dinâmicos**

Os diagramas dinâmicos são utilizados para visualizar, especificar, construir e documentar aspectos dinâmicos dos sistema. São eles:

(a) **Diagrama de Casos de Uso:**

Apresenta um conjunto de casos de uso e atores (tipos especiais de classe) e seus relacionamentos. Este diagrama é importante na organização e modelagem do comportamento do sistema.

(b) **Diagrama de Seqüencia:**

É um diagrama de interação que enfatiza a ordenação das mensagens no tempo. Expressa um conjunto de objetos e as mensagens enviadas e recebidas por aqueles objetos.

(c) **Diagrama de Colaboração:**

É um diagrama de interação que enfatiza a organização estrutural dos objetos que enviam e recebem mensagens.

Existem outros tipos de diagramas de menor importância, que não serão discutidos neste trabalho. Como o Diagrama de Classes é o mais utilizado na modelagem orientada a objetos e por fornecer uma idéia clara do sistema que se deseja modelar, este será melhor explorado a seguir.

## 2.5 Diagrama de Classes

Como já mencionado, diagramas de classes são os diagramas mais utilizados na modelagem de sistemas orientados à objetos. Um diagrama de classe mostra um conjunto de classes, interfaces e seus relacionamentos. Além de poder conter pacotes computacionais ou subsistemas.

Quando se modela uma visão estática do sistema, usa-se o diagrama de classes com os seguintes intuitos:

- Representar um aspecto importante do sistema a ser modelado;
- Incluir somente elementos que são essenciais;
- Incluir detalhes consistentes com o seu nível de abstração;
- Incluir classes cujos nomes comuniquem algum significado.

### 2.5.1 Termos e Conceitos

A representação gráfica básica de uma classe, é apresentada na Figura 2.1. Esta notação permite enfatizar as partes mais importantes em uma abstração, ou seja: seu nome, seus atributos e suas operações.

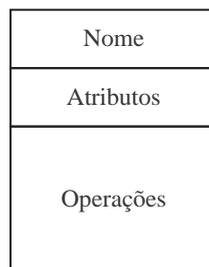


Figura 2.1: Abstração das partes de uma classe

A *classe* é uma descrição de um conjunto de objetos que compartilham os mesmos atributos, operações e relacionamentos. Cada *objeto* é dito ser uma instância de sua classe, o qual possui atributos e operações que são compartilhadas por outras instâncias da mesma classe ou de outras classes. Toda classe deve ter um nome que a distingui das outras classes. Por exemplo, no domínio de sistemas elétricos de potência os nomes de possíveis classes podem ser: *Barra*, *Shunt*, *Serie*, *Subestação*, etc. Uma forma mais simplificada para representar as classes pode ser usada, onde apenas o retângulo com o nome da classe aparece, como mostra a Figura 2.2.

Os *atributos* formam um conjunto de valores ou propriedades associadas a uma dada classe. Geralmente, representam algumas propriedades de algo que se está mo-

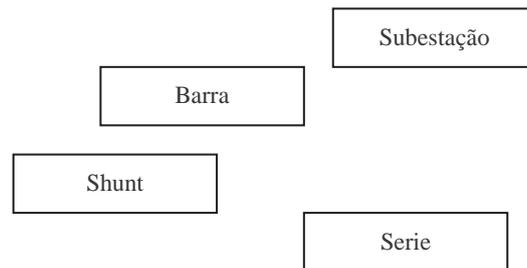
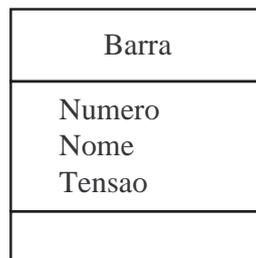


Figura 2.2: Representação de Classes

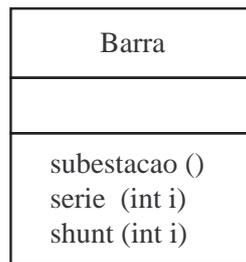
delando e que pode ser compartilhado com outros objetos desta classe. Por exemplo, toda *Barra* tem um número, um nome e uma magnitude de tensão associado.

Figura 2.3: Classe *Barra* - Atributos

Assim, a Figura 2.3 apresenta os atributos da classe *Barra*: os valores *Numero*, *Nome* e *Tensao*. Graficamente, os atributos são listados logo abaixo do nome da classe.

Uma *operação* é uma implementação de uma execução de tarefa que pode ser requisitada por algum objeto da classe. Em outras palavras, uma operação é uma abstração de alguma coisa que pode-se fazer a um objeto e que é compartilhada por todos objetos de uma classe. Por exemplo, na classe *Barra* pode haver operações, tais como, identificar em qual *Subestação* aquela barra pertence, ou mesmo permitir acesso a todos os elementos *Serie* e elementos *Shunt* da rede elétrica, conectados a esta barra.

A Figura 2.4 apresenta as funções *subestacao()*, *serie(i)* e *shunt(i)*, como operações da classe *Barra*. Graficamente, as operações são listadas logo abaixo dos atributos da classe.

Figura 2.4: Classe *Barra* - Operações

## 2.5.2 Relacionamentos entre Classes

Em modelagem orientada a objetos, existem três tipos principais de relacionamentos que as classes podem ter: *Dependência*, *Generalização* e *Associação*

- *Dependência*: É um relacionamento unidirecional em que uma mudança na especificação de um elemento pode afetar outros elementos que o usa, mas não necessariamente a recíproca é verdadeira. A dependência é usada quando se quer mostrar que um dado elemento é usado por outro. Por exemplo, um *Relé* é um dispositivo da rede elétrica que pode atuar em um *Disjuntor* afim de executar uma ação de proteção em um dado equipamento da rede. A dependência é representada como uma seta tracejada, como mostra a Figura 2.5.



Figura 2.5: Relacionamento do tipo Dependência

- *Generalização*: É um relacionamento entre um elemento geral (classe pai) com um mais específico do que este (classe filho). Na generalização, o objeto filho pode ser usado em qualquer contexto em que o pai aparece, mas o contrário não é verdadeiro. Um filho herda as propriedades do pai, especialmente seus atributos e operações.

Uma operação na classe filho que é sobre-escrita na classe pai é conhecida como *Polimorfismo*. A generalização é usada quando se quer mostrar as relações do

tipo pai e filho, em que os atributos e operações da classe pai podem ser herdadas pela classe filha, definindo assim uma *Herança*. Por exemplo, elementos da rede elétrica, tais como transformadores, LTC, linhas de transmissão, etc, são também classificados como elementos tipo *Série*, pois são elementos físicos que possuem em geral dois pontos de conexão no sistema.

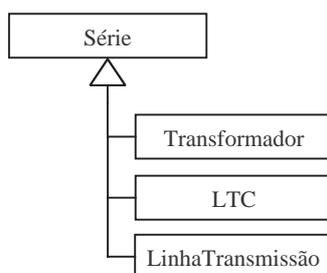


Figura 2.6: Relacionamento do tipo Generalização

Esta característica faz com que transformadores, LTC e linhas de transmissão se tornem classes filhas à classe *Serie*, como mostra a Figura 2.6. A generalização é representada por uma seta em forma de um triângulo.

- **Associação:** É um relacionamento estrutural que especifica que os objetos de um dado elemento estão conectados com objetos de outro. Através da conexão entre classes, é possível navegar de um objeto de uma classe para um objeto de outra classe e vice-versa. Além disto, é possível estabelecer uma associação de objetos que retorna para a mesma classe, num esquema de associação em loop ou círculo.

Há quatro conceitos que se aplicam em relacionamentos do tipo associação:

- **Nome:** uma associação pode ter um nome para descrever a natureza do relacionamento;
- **Regra:** quando uma classe participa em uma associação, existe uma regra específica que estabelece tal relacionamento;
- **Multiplicidade:** representa uma associação estrutural entre objetos. Em alguns casos, é importante mostrar quanto objetos estão conectados através daquela associação;

- **Agregação:** modela um relacionamento no qual uma classe represente um elemento integrante de outra classe, o qual forma uma instância ainda maior.

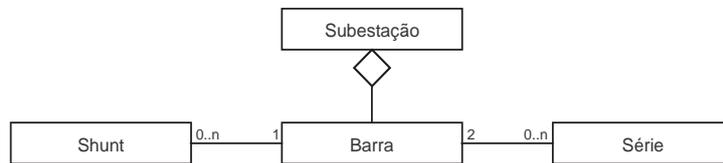


Figura 2.7: Relacionamento do tipo Associação

A Figura 2.7 mostra um tipo de associação de agregação no qual uma Subestação possui um grupo de Barras. A figura apresenta também duas associações de multiplicidade que uma Barra pode ter com elementos Shunt e Serie da rede elétrica. Ou seja, uma Barra possui uma ou várias conexões com elementos Shunt e possui uma ou várias conexões com elementos Serie, mas um elemento Shunt está conectado a apenas uma Barra, e um elemento Série esta conectado a duas Barras. A classe *Subestação* possui outros tipos associação com outros elementos do sistema elétrico, mas que não foram apresentados aqui. Além disto, a existência da classe *Barra* está ligado ao processo de configuração de rede, o qual será melhor descrito no próximo capítulo.

Em geral, a associação é representada como uma linha unindo as classes que se relacionam, mas os conceitos, tais como, **Nome**, **Regra** e **Multiplicidade**, podem ser escritos logo acima da linha que une as classes, definindo melhor o tipo de associação a que estas classes estão estabelecendo. Já a **Agregação** é representada por uma seta em forma de um losango.

### 2.5.3 Conceitos Adicionais

*Subsistemas* ou *Pacotes* representam um mecanismo geral para organização de elementos do sistema modelado em grupo. Podem ser utilizados para agrupar sistemas complexos, ou mesmo, reunir uma base de elementos do diagrama de classe, afim de organizar a representação do que está modelando. A Figura 2.8 mostra a representação gráfica de subsistemas.

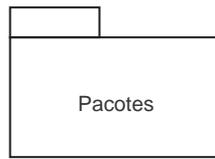


Figura 2.8: Representação de Subsistemas

Um *Template* é um elemento parametrizado onde pode-se definir classes que possuam parâmetro genérico, aumentando, assim, seu nível de generalização. Por exemplo, é possível representar uma lista encadeada através do uso de templates, onde o tipo de parâmetro passado para a definir o tipo de lista pode ser uma classe não especificada. Assim, as funções desta lista (template) serão naturalmente utilizadas independentemente do tipo de classe está sendo passado como parâmetro, permitindo a criação de listas encadeadas de vários tipos, mas que mantém uma estrutura única. Os templates são representados como mostra a Figura 2.9.

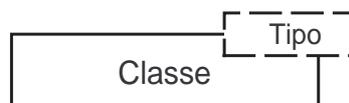


Figura 2.9: Representação de Templates

## 2.6 Considerações Finais

Em engenharia, há várias maneiras de se criar um modelo para uma dada aplicação. A modelagem orientada a objetos se caracteriza adequadamente para a construção de modelos em sistemas de potência, pois classes e objetos são estruturas simples, os quais são entidades que representam pequenas partes de um conjunto que, se devidamente relacionados entre si, formam todo o domínio da aplicação que se está modelando. Assim, esta filosofia de desenvolvimento é muito distante da forma de programação convencional, pois permite que as classes e/ou objetos sejam elementos auto-contidos dentro do processo de construção do modelo. Esta característica possibilita através de funcionalidades simples compor e construir sistemas

---

extremamente complexos, a partir de pequenos elementos da estrutura. Com isto, as fases de Análise e Projeto de uma MOO são de grande importância na elaboração de sistemas computacionais para propósitos gerais, pois são nestas fases do desenvolvimento que se deve detectar todas as necessidades que uma estrutura deve ter para que esta seja inequívoca, compreensível e expansível durante todo o ciclo de desenvolvimento, e ainda durante o período posterior a este.

# Capítulo 3

## Modelagem Orientada a Objetos Aplicados a Sistemas Elétricos de Potência

### 3.1 Considerações Iniciais

Os estudos de regime permanente requerem a utilização de ferramentas de análise estática, tais como: fluxo de potência convencional e continuado, fluxo de potência ótimo, análise de sensibilidade, etc. Por outro lado, os estudos de estabilidade requerem a utilização de ferramentas de análise dinâmica, tais como: análise de autovalores, simulações no tempo, etc. Assim, diante de um variado elenco de ferramentas, faz-se conveniente a elaboração de uma estrutura computacional que possa acomodar de maneira prática os diversos aplicativos para estudos em engenharia elétrica.

Com isto, a construção de uma estrutura orientada a objetos deve ter um grau de generalização tal que permita que estes elementos de análise possam se acomodar de maneira adequada.

Um ponto de partida comum a estes elementos se dá na representação da topologia da rede elétrica, a qual é única para cada uma das ferramentas de análise. Portanto, este capítulo tem por objetivo apresentar o processo de desenvolvimento

de uma estrutura computational, desenvolvida em [7], voltada para as aplicações em sistemas elétricos de potência.

## 3.2 Revisão Bibliográfica

Em 1988, Alvarado [8] apresentou uma ferramenta integrada de simulação, que considerava uma modelagem orientada a objetos para manipulação simbólica de equações. O desenvolvimento obtém a matriz Jacobiana através de operações de diferenciação simbólica. O algoritmo apresentou-se dez vezes mais lento que a programação convencional, mas possuía apenas vantagens na flexibilidade no tratamento de equações.

Keronen [9] propôs uma modelagem do sistema de potência baseada em técnicas orientadas a objetos, o qual procura representar o sistema elétrico. Uma classificação dos componentes da rede elétrica foi apresentada a fim de levantar os requisitos para modelagem do sistema. Foi relatado que a representação descrita torna o desenvolvimento inviável de ser usado em operações em tempo real, mas o autor sugere o tratamento de algoritmos mais eficientes.

Em 1990, Neyer *et al.* [10] aplicaram técnicas de programação orientada a objetos para representar elementos físicos e conceituais da rede elétrica. Uma análise de desempenho da MOO com o FORTRAN se mostrou ser duas a três vezes mais lenta. A matriz Jacobiana do Fluxo de Potência era construída através da representação de classes *Node* e *DirectBranch*. O artigo reforça o uso de abstração para representar modelos que correspondam diretamente os elementos do sistema de potência. Além de explorar a hierarquia dos objetos inerentes à MOO.

Em 1992, Flinn e Dugan [11] descreveram uma base de dados capaz de suportar diversos conjuntos de aplicativos em sistemas de potência, desde cálculo de harmônico e análise de transitório, até cálculos de fluxo de potência convencional e curto circuito. No artigo, é relatado a dificuldade de modelar estruturas de dados complexas em base de dados relacional.

Em 1993, Foley *et al.* [12] descreveram uma estrutura hierárquica dos elementos físicos da rede elétrica, de maneira a reproduzir características reais da topologia do

sistema. Apresentaram os elementos do sistema com representação de um estado próprio. Utilizaram a linguagem C combinada com uma metodologia orientada a objetos.

Em 1994, Hakavik e Holen [13] apresentaram uma estrutura hierárquica para representar uma descrição topológica da rede elétrica. Demonstraram através de classes exemplo, as facilidades e flexibilidades da MOO, tais como, funções virtuais, herança, encapsulamento, etc. Resultados numéricos de desempenho da MOO são apresentados e comparados com uma representação convencional que não utiliza métodos virtuais, nem encapsulamento. Apresentam um encapsulamento de rotinas de matrizes esparsas em FORTRAN, a fim de compará-las com a MOO. Os autores acreditam que o desenvolvimento em MOO é conveniente para eficientes implementações de técnicas de matrizes esparsas. Uma estrutura hierárquica de aplicativos em sistemas elétricos de energia é mostrada apenas para caracterizar que a estrutura topológica da rede elétrica continua valendo.

Silva *et al.* [14] apresentaram uma modelagem orientada a objetos aplicado a teoria de elementos finitos em magnetismo. Mas, é uma representação que não busca uma adequada abstração da teoria de elementos finitos, e sim utiliza-se dos benefícios da MOO em eletromagnetismo e elementos finitos.

Em 1995, Foley e Bose [15] apresentaram a mesma hierarquia de classes discutida em [12], mas expõem uma nova conceituação para uma provável representação da classe *Barra*, na qual os elementos lógicos, tais como, disjuntor, fusível, etc são incorporados no objeto Barra, transformando este objeto em um tipo de nó, em que está conectado a elementos da rede elétrica, tais como, geradores, carga, trafo, LTC e linhas de transmissão. A topologia física é criada através de subestações e por elementos que compõem a subestação. O método utilizado para o fluxo de potência é o tradicional Gauss-Seidel e é comparado seu desempenho com o fluxo de potência convencional, sendo 1 segundo para 2.3 segundos, o desempenho do fluxo tradicional para o fluxo de potência formulado pela MOO.

Zhou [16] propôs uma estrutura de classes baseada em 3 classes principais: *Bus*, *Branch* e *Network*; o qual, utiliza toda estrutura baseada em *templates*. O autor relata ainda que a ordenação de barras é a forma utilizada, e mais adequada, a fim de minimizar a geração de elementos não nulos no processo de fatoração do sistema

linear e assim acelerar o processo de cálculo. Apresenta um estrutura esparsa para as matrizes com manipulação de números complexos.

Em 1996, Gaing *et al.* [17] apresentaram um diagrama de classe para a recomposição de sistemas, no qual as etapas da recomposição formam as classes que compõem o aplicativo. Não há referência à forma como os elementos físicos são modelados nos estudos com fluxo de potência. O protótipo do sistema foi testado e as estratégias de recomposição foram similares aos sugeridos pelos operadores do sistema elétrico. O artigo segue todas as etapas de aplicação da metodologia de desenvolvimento da OMT (do termo em inglês *Object Modelling Technique*).

Em 1997, Zhu e Lubkeman [18] apresentaram uma descrição da OMT, com exemplos práticos voltados para a distribuição. É mostrado um diagrama de classe no qual procura representar a rede de distribuição com seus componentes. Em um primeiro nível hierárquico, a classe principal *Device* é criada e procura representar elementos físicos genéricos da distribuição. Em um segundo nível, derivados da *Device*, estão as classes *ShuntDevice*, *Bus*, *BranchDevice* e *ProtectiveDevice* no qual representam elementos que se conectam a uma ou duas barras e elementos de proteção da distribuição. Os autores acreditam que a modelagem de qualquer sistema deve ser feita pensando sempre em representar um objeto ou uma instância como ele é e não pensando no que ele executa ou usa. Finalmente, é discutido como é possível expandir o modelo apresentado à conceitos de distribuição que representem o sistema trifásico da distribuição.

Em 1998, Fuerte-Esquivel *et al.* [19] apresentaram uma classe geral *PowerSystem* no qual os aplicativos do sistema são classes descendentes. Uma representação matricial esparsa para a matriz jacobiana do fluxo de potência é apresentada e um desempenho computacional do fluxo de potência em MOO é comparado com uma implementação em FORTRAN. Para sistemas de 1080 barras, o algoritmo MOO foi 17% mais lento que o FORTRAN. A estrutura topológica do sistema elétrico de energia não é apresentada no artigo.

Em 1999, Manzoni *et al.* [20] apresentaram uma estrutura orientada a objetos para aplicação em simulações dinâmicas para sistemas elétricos de potência. A estrutura é decomposta a partir da estrutura física da rede elétrica, no qual a aplicação está voltada. A classe base é a *PowerSystem*, a qual deriva-se em 3 classes:

*network*, *gen.unit* e *load*. A classe *network* é responsável pela conectividade da rede elétrica, pois é composta pelos elementos físicos e topológicos do sistema. Uma estrutura matricial esparsa é apresentada, a qual é composta das classes *Matriz* e *Vetor* através de listas encadeadas. Resultados de desempenho são apresentados e comparados com um aplicativo já consagrado no Sistema Brasileiro, desenvolvido em FORTRAN. Os autores acreditam que os resultados são comparáveis, pois a fatoração LU é muito eficiente, pois utiliza-se de um lista encadeada auxiliar que quase elimina completamente as buscas pelos elementos da matriz, aumentando sua eficiência.

Bradley *et al.* [21] propuseram uma estrutura hierárquica em que a rede elétrica pode ser vista em vários níveis de abstração, ou seja, a rede elétrica pode ser formada por várias ilhas elétricas, por exemplo. As ilhas são compostas pelos elementos físicos do sistema elétrico, tal como, subestações que se reúnem para compor o sistema. A notação formal para esta representação hierárquica não foi apresentada.

Em 2000, Araújo e Pereira [22] apresentaram uma estrutura esparsa para aplicação em sistemas lineares e matrizes, no qual os resultados computacionais se mostraram excelentes para matrizes da ordem 53000. A estrutura é constituída através de *templates*, o que permite facilmente a generalização de matrizes do tipo complexas.

Agostini *et al.* [23] apresentaram uma estrutura orientada a objetos no qual procurava representar os componentes físicos do sistema elétrico, organizados em 3 grandes grupos: *ElementosSerie*, *ElementosDerivação*, *OutrosElementos*, que são agregados à classe principal *SistEnergiaEletrica*. Apresentaram também um estrutura voltada para os aplicativos, o qual pode-se citar: Fluxo de Potência, Análise de Estabilidade, etc. Duas grandes estruturas são exploradas nos aplicativos: *Componentes Físicos* e *Metodologias de Análise*.

Pandit *et al.* [24, 25, 26] desenvolveram uma estrutura de classes para sistemas elétricos com diversos aplicativos do sistema voltados ao regime permanente (fluxo de potência, curto circuitos, fluxo de potência ótimo, estimador de estados, análise de contingências, etc). A estrutura possui 3 classes bases: *Apparatus*, *Substation* e *Graph*. Uma classe *Network* é mostrada com atributos para processamento da topologia da rede elétrica. Estabeleceram uma modelagem para subestações que estão conectados aos circuitos da rede, criando uma visão geral de conectividade do sistema ao nível de subestações. Propuseram também um estrutura de classes

para resolução de sistemas lineares para tratamento de Matrizes Esparsas, utilizam *templates* com o objetivo de prover níveis de generalização, de modo que as matrizes possam ser do tipo: real e complexo, sem a necessidade de implementar várias funções para cada tipo de matriz definida. Os resultados de desempenho da MOO são competitivos em relação à programação procedural (FORTRAN) e à biblioteca *NetLib* (SPOOLES).

Em 2002, Agostini *et al.* [27] apresentaram uma estrutura de classes para representar matrizes esparsas com aplicação em sistemas de larga escala. Foram utilizados *templates* e funcionalidade da STL (*Standard Template Library*) [28]. A principal característica e ênfase está na facilidade de incorporar novas estratégias de solução de sistemas lineares, tais como: métodos diretos ou iterativos, para sistemas lineares ou não.

Agostini *et al.* [29] propuseram uma hierarquia de classes para representação de elementos físicos do sistema elétrico. Em primeira instância, situa os elementos como elementos *estruturais*, sendo formados pela estrutura básica da rede elétrica, ou seja, conectados às barras. Em segunda instância, situa os elementos como elementos de *composição*, que apesar de não possuírem conexão direta ao sistema, formam elementos que compõem a rede elétrica, tais como, máquina síncrona, regulador de tensão e regulador de velocidade. Um padrão denominado *Adapter*, é utilizado para tornar expansível a estrutura de classes. Um ponto frágil é que os elementos físicos formam uma relação de dependência com os aplicativos.

Araújo *et al.* [30] apresentaram uma hierarquia de classes para representação trifásica de elementos da rede de distribuição. A classe principal é a *CComponente* no qual todos objetos são seus dependentes. Em segundo plano, vem as classes *CElemento*, *CChave* e *CBarra* para determinar o relacionamento com componentes da rede. Em terceiro nível, são definidos as classes *CPassivo* e *CAtivo* com o objetivo de separar os elementos que não mudam de status (passivos), dos elementos que mudam de status (ativos). Finalmente, é apresentado uma estrutura que compõe os diversos aplicativos através da classe *CRede* que executa a configuração da rede elétrica.

Em 2004, Selvan e Swarup [31] apresentaram uma MOO para tratamento de matrizes esparsas e sistemas lineares. Os autores destacam as vantagens provenientes

da MOO, o qual não requer nenhuma alteração de código na utilização de novos aplicativos. Uma estrutura hierárquica é apresentada para tratamento da conectividade da rede elétrica, na qual as classes básicas são *Ramo* e *Nó*. Os demais elementos físicos do sistema são derivados destas classes básicas.

Medina *et al.* [32] apresentaram uma MOO para tratamento de equações diferenciais ordinárias (EDO), na qual a equação é decomposta através de um conjunto de termos num esquema de listas encadeadas. Uma classe contendo diversos métodos de integração numérica foi apresentado, mas não é discutido como é o tratamento dado à diferenciação numérica das equações.

Em 2005, Manzoni [7] apresentou uma modelagem orientada a objetos para representação da topologia da rede do sistema elétrico de potência. A descrição foi caracterizada para representar a descrição física, bem como, para representar todas as funcionalidades da configuração da rede. Além disto, obteve-se um grau de generalização para os aplicativos que permitem que um novo equipamento seja adicionado ao sistema e assimilado automaticamente por todo o elenco de aplicativos. Todo este capítulo é caracterizado a partir deste trabalho.

### 3.3 Processo de Desenvolvimento

Como mencionado no Capítulo 2, a modelagem orientada a objetos é um novo modo de estudar problemas que procuram construir modelos conceituados ao nível de como se compreende o mundo real. Assim, partindo do enunciado do problema, procura-se construir um modelo do problema mais próximo à realidade e caracterizando suas propriedades mais relevantes. Neste trabalho, procurou-se desenvolver a seguinte idéia:

*Elaborar uma estrutura genérica  
para propósitos gerais em Sistemas Elétricos de Potência*

Então, tendo definido o enunciado do problema, pode-se estabelecer os requisitos para sua construção e elaboração:

- Construir uma estrutura sólida, inequívoca e consistente aos conceitos associados a sistemas elétricos;
- Fornecer meios de acomodação de diversos aplicativos existentes em sistemas elétricos;
- Representar as características reais do sistema elétrico, descrevendo conceitos físicos com maior proximidade com a realidade;
- Permitir adequação e flexibilidade a incorporação de funcionalidades futuras à MOO.

Tendo caracterizado estes requisitos, são apresentados a seguir três aspectos fundamentais na elaboração da estrutura MOO:

- Descrição Topológica:** descreve toda a estrutura topológica relacionada a conectividade da rede elétrica, bem como, as características da configuração da rede elétrica;
- Descrição Funcional:** descreve toda funcionalidade específica inerente aos aplicativos, por exemplo, diferentes aplicativos possuem diferentes representações de modelos da rede;
- Modelagem Matemática:** descreve todo o ferramental matemático utilizado para o tratamento de equações, bem como, o processo de diferenciação automática.

## 3.4 Descrição Topológica do Sistema Elétrico de Potência

A descrição topológica do sistema elétrico de potência define toda a modelagem de classes geral do sistema elétrico. Além disto, esta descrição é caracterizada por representar a rede física e todas as funcionalidades da configuração da rede. Assim, tem-se caracterizado: a conectividade da rede e a configuração da rede elétrica. A modelagem apresentada nesta seção é baseada na proposta descrita em [7].

### 3.4.1 Conectividade da Rede

A modelagem da conectividade da rede procura representar o sistema elétrico em níveis hierárquicos. Num primeiro plano, um sistema de grande porte é subdividido por áreas e/ou por empresas; estas, por sua vez, delimitam um conjunto de subestações e linhas de transmissão. Num segundo plano, as subestações podem conter um conjunto de equipamentos (geradores, transformadores, cargas, etc) e de dispositivos internos (disjuntores, medidores, etc).

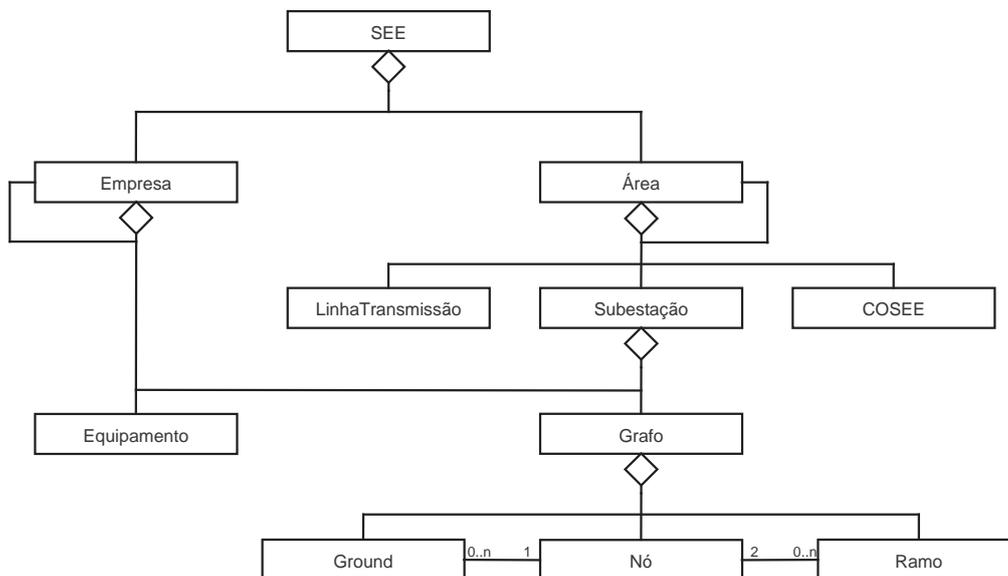


Figura 3.1: Diagrama de Classes - Conectividade da SEE

A Figura 3.1 apresenta um primeiro nível hierárquico de classes, cuja classe principal é denominada *SEE*, criada para agrupar toda representação física dos elementos do sistema. Esta classe é composta por uma área base que pode conter subáreas, subestações, linhas de transmissão ou até conter um centro de controle e operação do sistema.

A classe *Área* pode conter outras áreas, permitindo níveis de subáreas. A classe *Subestação* é composta por uma classe *Grafo* e por uma classe *Equipamento*. Esta classe tem como objetivos principais: armazenar os elementos físicos da rede elétrica e gerenciar a conectividade destes elementos.

A classe *Grafo* representa toda a conectividade com elementos da rede elétrica,

e é composta por um grupo de classes elementares: *Nó*, *Ramo* e *Ground*. A escolha destas classes resulta da classificação dos equipamentos de acordo com o seu número de pontos de conexão. Ou seja, os equipamentos podem ter um ponto de conexão (*Ground*) ou dois pontos de conexão (*Ramo*), e ambos estabelecem conexão através da classe *Nó*, por isto, estas classes estabelecem uma relação de associação por multiplicidade com a classe *Nó*. Na SEE, pode haver equipamentos que possuam mais de dois pontos de conexão, mas estes equipamentos não serão abordados neste trabalho [7].

Num segundo nível hierárquico, tem-se representado um diagrama de classes no qual se destaca os equipamentos e dispositivos que compõem a subestação.

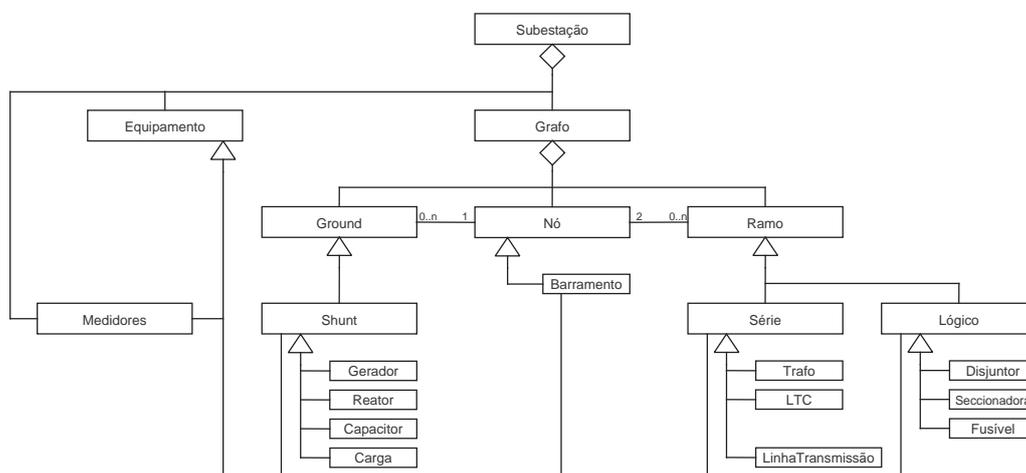


Figura 3.2: Diagrama de Classes - Equipamentos da SEE

A Figura 3.2 possui um grupo de classes construtivas base (*Shunt*, *Serie* e *Lógico*) que possuem uma característica dupla, pois em termos de conectividade, representam elementos que possuem um ou dois pontos de conexão, mas em termos de subestação, são também definidos como equipamentos da rede elétrica. Assim, estas classes são definidas a seguir:

- *Classe Shunt*: define equipamentos com apenas um ponto de conexão (geradores, reatores, capacitores, cargas), portanto, esta classe se caracteriza em uma generalização da classe *Ground*;
- *Classe Série*: define equipamentos que possuem dois pontos de conexão e que

possuem impedância (transformadores, LTC, linhas de transmissão), portanto, esta classe se caracteriza em uma generalização da classe *Ramo*;

- *Classe Lógico*: define equipamentos que possuem dois pontos de conexão e que representam dispositivos de manobra (disjuntores, seccionadores, etc), portanto, esta classe também se caracteriza em uma generalização da classe *Ramo*.

A classe *Equipamento* define elementos da subestação que possuem características gerais comuns, tais como, identificador do tipo de equipamento, seu nome, sua empresa proprietária, etc. A classe *Medidores* define características de medição, através da implementação de funções de monitoramento de grandezas elétricas ou mesmo grandezas lógicas dos equipamentos da subestação.

A classe *Barramento* representa uma generalização da classe *Nó*, mas sua característica principal é representar barramentos na subestação, entretanto possui características que a difere de um nó comum, pois um barramento possui nome de identificação, nível de tensão, numeração e importância específica no sistema elétrico.

A classe *Linha Transmissão* representa uma classe especial, pois apesar de ser um elemento que possui dois pontos de conexão e que é representado como uma generalização das classes *Série* e *Ramo*, seus pontos de conexão pertencem a subestações distintas, não permitindo caracterizá-la ao grafo de uma subestação, sendo então, definida como um elemento pertencente a uma área, como apresentado na Figura 3.1.

### 3.4.2 Configuração da Rede Elétrica

A conectividade da rede procura modelar o sistema elétrico, através da representação dos equipamentos e pontos de conexão em grafo, além de caracterizar as áreas e subestações. Esta conectividade permanece inalterada ao longo do estudo, pois apenas sofre modificações quando algum novo dispositivo físico é adicionado no sistema. Por sua vez, um mesmo sistema pode apresentar diferentes configurações de operação, pois, dispositivos de manobra, tais como, disjuntos, seccionadores e

etc, podem sofrer modificação do seu estado lógico (aberto/fechado), com o objetivo de isolar ou mesmo conectar equipamentos à rede elétrica.

Elementos conectados através de dispositivos de manobra fechados pertencem à mesma barra. Dispositivos de manobra abertos representam um circuito aberto, pois não há corrente elétrica entre os nós em que se encontra o dispositivo lógico. Portanto, elementos série ou shunt conectados em lado distintos de dispositivos abertos não estão conectados à mesma barra (a menos que haja outro caminho que conecte eletricamente estes pontos). Assim, a barra é definida por elementos (nós e/ou dispositivos lógicos) que formem um ponto elétrico comum. Este conceito de barra pode ser melhor entendido através da Figura 3.3.

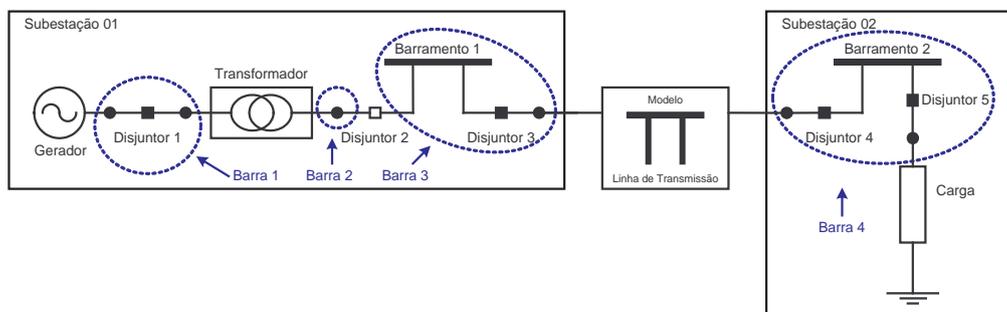


Figura 3.3: Sistema Exemplo - Configuração de Redes

A Figura 3.3 apresenta um sistema exemplo que possui duas subestações e cada uma é composta por elementos físicos, tais como, gerador, carga, transformador, barramentos e disjuntores. Além disto, a figura destaca como as barras são formadas assumindo disjuntores abertos ou fechados. O disjuntor aberto causa a identificação de duas barras (barras 2 e 3) eletricamente isoladas, já os disjuntores que estão fechados estabelecem uma conexão eletricamente comum (barras 1 e 4).

A Figura 3.4 apresenta um diagrama de classes que compõem o esquema de configuração de rede do sistema. Na configuração de rede, a não existência de dispositivo de manobra aberto no sistema possibilita a existência de apenas uma ilha elétrica, caso contrário, poderá existir mais de uma ilha. Assim, a classe *SEE* é composta por uma agregação da classe *IlhaEletrica*, e esta, por sua vez, é uma agregação da classe *Barra*. Assim, tendo as barras sido criadas na estrutura, é necessário que estas possam detectar quais elementos shunt e elementos série estão

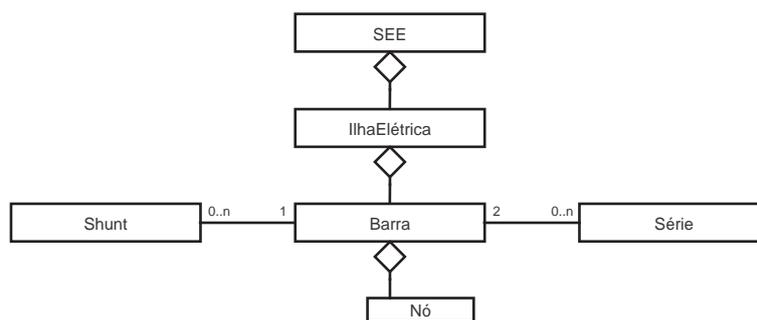


Figura 3.4: Diagrama de Classes - Configuração de Redes

a elas conectados, uma vez que os dispositivos de manobra foram suprimidos na configuração.

Assim, percebe-se que a configuração de redes não se caracteriza como um aplicativo dentro da classe *SEE*, mas em uma funcionalidade específica.

## 3.5 Descrição Funcional

A metodologia adotada para a descrição funcional procura representar características específicas inerente aos aplicativos, ou seja, dados e funcionalidades podem ser adicionados aos dispositivos conforme a aplicação, e removidos quando não são mais necessários. Por exemplo, diferentes aplicativos possuem diferentes representações de modelos de equipamentos na rede elétrica, caracterizando, assim, uma mudança nos dados e no comportamento de um dado dispositivo. Ao contrário da descrição topológica, esta descrição é completamente dependente do aplicativo que se está utilizando num dado estudo. A metodologia consiste em definir cada dispositivo como uma composição de:

**Estado:** Define uma condição operativa do dispositivo;

**Modelo:** Tem a capacidade de alterar o estado do dispositivo e possui diferentes representações para diferentes aplicativos.

A Figura 3.5 mostra a classe *Equipamento* sendo representada como uma agregação das classes *Estado* e *Modelo*. A classe *Equipamento* gerencia todo mecanismo

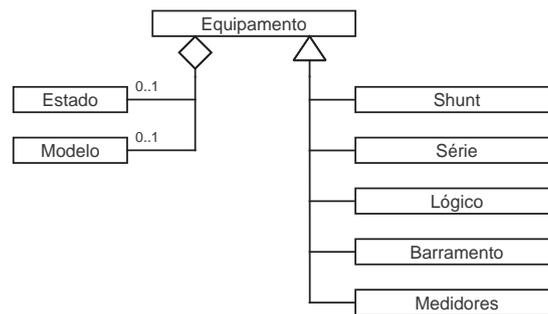


Figura 3.5: Diagrama de Classes - Descrição Funcional

para adição e substituição de modelos, bem como, mantém o estado operativo sempre atualizado independente do aplicativo. Além disto, os descendentes da classe *Equipamento* têm acesso a seu estado ou modelo, dependendo de qual característica está disponível. Por exemplo, um barramento estabelece sua condição operativa através da magnitude de tensão, em contra partida, os elementos shunt e série estabelecem suas condições operativas através da magnitude de tensão e da injeção de potência na barra. Esta característica adiciona à estrutura orientada a objetos maior flexibilidade e maior grau de generalização.

A decomposição do equipamento em modelo e estado, permite que um dispositivo permaneça inalterado, quando uma nova aplicação necessita ser implementada, pois basta alterar o modelo para atender à nova aplicação. Além disto, como o estado operativo é o mais atualizado, permite que as variáveis de estado internas ao novo modelo sejam inicializadas. Por isto, a classe *Estado* permanece ligado ao dispositivo durante todo tempo que este existir.

## 3.6 Considerações Finais

Este capítulo procurou destacar os requisitos necessários para construção de uma estrutura genérica orientada a objetos aplicada a sistemas elétricos de potência, apresentando dois dos três aspectos fundamentais para sua elaboração: Descrição Topológica e Descrição Funcional.

Finalmente, a Modelagem Matemática que foi apresentada como um dos aspectos

fundamentais será mais claramente descrita no próximo capítulo. Este irá destacar o tratamento dado para o armazenamento de dados e equações, a determinação das condições iniciais e a determinação da solução e diferenciação das equações.

# Capítulo 4

## Modelagem Matemática

### 4.1 Considerações Iniciais

Muitos métodos numéricos empregados em estudos de sistemas de potência requerem a determinação das derivadas de funções matemáticas. Em estudos de análise de redes, a matriz Jacobiana das equações de fluxo de potência é construída e avaliada em cada iteração do método de Newton-Raphson. Já, em otimização, a escolha de métodos de programação não-linear frequentemente requerem o cálculo das matrizes Jacobiana e Hessiana, correspondendo às derivadas de primeira e segunda ordem, respectivamente.

A modelagem matemática adotada, neste trabalho, representa as equações matemáticas por meio de uma construção por diagrama de blocos, o qual pode ser utilizável em qualquer aplicativo. Isto porque, qualquer função matemática que pertença ao domínios dos números reais, pode ser escrita por uma representação em diagramas de blocos.

Antes de apresentar a modelagem orientada a objetos para o tratamento das equações, será mostrado o esquema de diferenciação automática utilizado, o qual permite obter as derivadas num dado ponto para qualquer função diferenciável.

## 4.2 Cálculo das Derivadas

Às vezes, as derivadas são de fácil determinação de forma manual, e é razoável esperar que o usuário construa um código para computá-las. Em outros casos, as funções são muito complicadas, então busca-se por outros meios, o cálculo ou mesmo uma aproximação das derivadas de maneira automática. Há várias maneiras de se obter as derivadas de primeira ordem de uma função. São elas [33]:

**Diferenciação Manual:** Esta forma de cálculo de derivadas consiste em determinar a derivada de funções de forma manual, e em uma posterior codificação destas derivadas para linguagens de programação de alto nível. Este tipo de cálculo é bastante utilizado, quando o número de funções a serem diferenciadas é pequeno e de simples diferenciação. Quando as funções são mais complexas, a eficiência e a confiabilidade na codificação e no cálculo das derivadas passa a ser de responsabilidade do programador. Como resultado, esta forma de diferenciação pode se tornar em um trabalho muito pesado e a probabilidade de erros é considerável, à medida que a complexidade das funções matemáticas aumenta. Um outro aspecto é que a inserção de novas funções matemáticas na aplicação de interesse pode transformar-se em um trabalho árduo, pois requer do programador a necessidade de determinação das derivadas das novas funções tornando a codificação pouco flexível e de difícil manutenção.

**Diferenciação Finita:** É uma forma de cálculo das derivadas por aproximação que tem como base o teorema de Taylor. Pela observação na mudança nos valores da função em resposta à pequenos incrementos no entorno de um dado ponto  $x$ , pode-se estimar a resposta a variações infinitesimais. Assim, a derivada parcial de uma função contínua  $f: \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}$  com respeito à  $i$ -ésima variável  $x_i$  pode ser aproximada pela seguinte fórmula da diferença central:

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} \approx \frac{f(x + h \cdot e_i) - f(x - h \cdot e_i)}{2h},$$

onde  $h$  é um incremento positivo e  $e_i$  é a  $i$ -ésima posição no vetor  $x$ . Em casos onde o número de funções a serem avaliadas é muito grande ou quando a precisão no cálculo das derivadas não é uma exigência, a técnica de diferenciação finita pode ser aplicada de maneira satisfatória. A principal vantagem desta

técnica é que esta requer apenas a avaliação e codificação das funções originais, não necessitando do conhecimento prévio da função derivada. Uma questão importante na implementação da diferenciação finita é a escolha do parâmetro  $h$ . Por se tratar de uma aproximação da derivada, o erro de precisão inerente ao cálculo será menor à medida que o parâmetro  $h$  for menor. Com isto, este erro pode se torna crucial para utilização desta técnica em diversas aplicações. Outro aspecto, é que o custo computacional para se obter o valor das derivadas cresce com o número de variáveis independentes  $x_j$ .

**Diferenciação Simbólica:** Nesta técnica, a função  $f$  é especificada e trabalhada por ferramentas de manipulação simbólica, a fim de produzir novas expressões algébricas para cada componente da derivada. Estas expressões devem ser então avaliadas ou codificadas em alguma linguagem de programação a fim de incorporar o cálculo destas à aplicação final. O uso de manipulação simbólica pode ser encontrada em pacotes, tais como: Mathematica [34], Maple [35] e Matlab [36].

**Diferenciação Automática:** Esta técnica leva em consideração que a função matemática pode ser quebrada e composta por operações aritméticas elementares, no qual a regra da cadeia pode ser aplicada. Alguns softwares de diferenciação automática produzem novos códigos que calculam ambos os valores da função e de sua derivada, tais como: ADIFOR [37] e ADOL-C [38].

Neste trabalho, desenvolveu-se um mecanismo de diferenciação automática independente que não se utiliza de softwares comerciais, do qual o valor da função e os valores de suas derivadas de primeira e segunda ordem podem ser calculados para um dado ponto  $x$  qualquer. O mecanismo construção das funções possui a vantagem de não necessitar da codificação de novas funções matemáticas a serem incorporadas na formulação do problema ou aplicação. Além disto, é capaz de determinar o cálculo das derivadas independentemente da complexidade das funções matemáticas.

### 4.2.1 Diferenciação Automática

Diferenciação Automática é o nome genérico dado às técnicas que se utilizam de uma representação computacional para determinar o cálculo de derivadas. Al-

gumas técnicas produzem o cálculo das derivadas para um ponto genérico  $x$  pela manipulação de funções elementares. Outras técnicas mantêm gravadas as operações computacionais durante a avaliação da função para um dado ponto  $x$  e então reutiliza esta informação armazenada para produzir o conjunto de derivadas para este ponto.

A maioria das técnicas de diferenciação automática consistem na avaliação de uma dada função através do desenvolvimento de uma sequência de simples operações elementares, sem se preocupar com o seu nível de complexidade matemática. Em geral, o propósito de uma técnica de diferenciação deve caracterizar-se por [39]:

- Calcular as derivadas de forma automática, sem se preocupar com o nível de complexidade das funções;
- Dependendo do tipo de aplicação, calcular os valores exatos da derivada, livre de erros de arredondamento;
- Obter o cálculo a um custo computacional independente do número de variáveis, buscando otimizar a codificação.

Este trabalho se restringirá inicialmente a obter as derivadas exatas de forma automática sem levar em consideração a complexidade das funções para, a partir daí, buscar alcançar a otimização no custo computacional.

A diferenciação automática se baseia na aplicação da regra da cadeia para o cálculo das derivadas. Assim, considere duas funções diferenciáveis  $f$  e  $g$ , onde

$$y = f(u) \quad e \quad u = g(x).$$

Se  $g(x)$  está no domínio de  $f$ , pode-se escrever:

$$y = f(u) = f(g(x)),$$

isto é,  $y$  é função de  $x$ . A regra da cadeia supõe que as variáveis sejam escolhidas de modo que a função composta  $f(g(x))$  seja definida, e que, se  $g$  tem derivada em  $x$ , então  $f$  tem derivada em  $g(x)$ .

**Teorema 4.1 (Regra da Cadeia [4])** *Se  $y = f(u)$ ,  $u = g(x)$  e as derivadas  $\nabla_u y$  e  $\nabla_x u$  existem, com  $u \in \mathfrak{R}^m$  e  $x \in \mathfrak{R}^n$ , então a função composta definida por  $y = f(g(x))$  tem derivada dada por*

$$\nabla f(g(x)) = \sum_{i=1}^m \frac{\partial f}{\partial u_i} \cdot \nabla g_i(x).$$

Há dois modos básicos para se obter a diferenciação automática através da regra da cadeia: o modo direto (*forward*) e o modo reverso (*backward*). A diferença entre estes modos pode ser ilustrada em um simples exemplo.

Considere a Figura 4.1 representando o diagrama unifilar de uma subestação, e considere que se deseja determinar a parte real da corrente na linha de transmissão. Assim, aplicando a lei dos nós (leis de Kirchhoff) e fazendo as devidas manipulações algébricas, é possível obter a função (4.1).

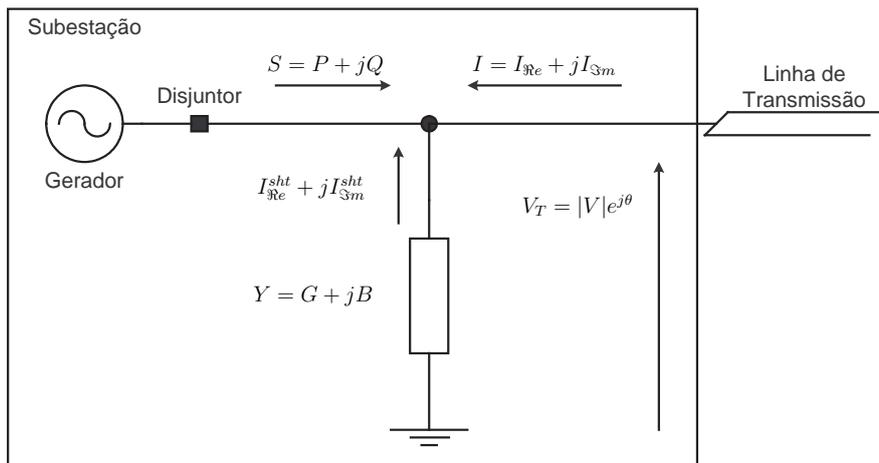


Figura 4.1: Sistema Exemplo

$$I_{\Re} = \frac{1}{|V|} [P \cos(\theta) + Q \sin(\theta) - |V|^2 (G \cos(\theta) + B \sin(\theta))] \quad (4.1)$$

onde,  $P$  e  $Q$  representam as potências ativa e reativa do gerador respectivamente, e  $|V|$  e  $\theta$  representam a magnitude e o ângulo da tensão no nó.

Considere que  $P$ ,  $Q$ ,  $\theta$  e  $|V|$  possam ser redefinidos pelas variáveis  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$ , e  $x_4$ , respectivamente, assim a Figura 4.2 mostra um grafo computacional da função

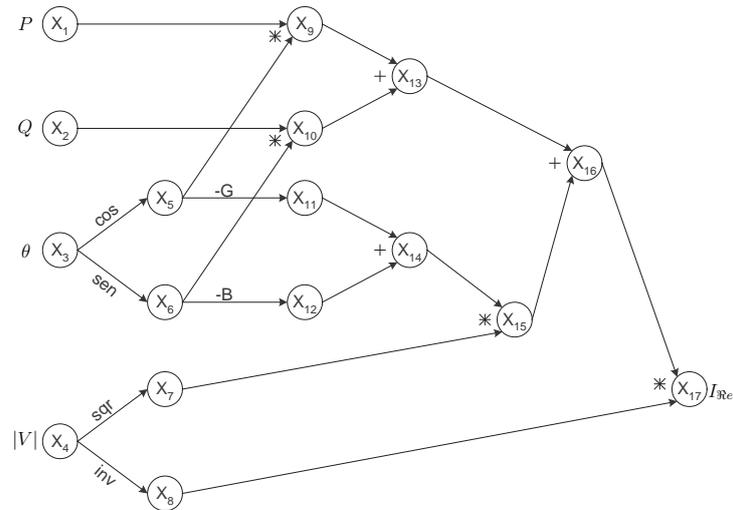


Figura 4.2: Grafo Computacional da Parte Real da Corrente

(4.1) decomposta em termos de operações elementares e também mostra um sentido de orientação no cálculo da função associada a estas operações. Por exemplo, a operação de  $\text{sen}(x_3)$  deve ser calculada antes de se aplicar a operação  $-B * x_6$ . Outro aspecto é que este grafo introduz *variáveis intermediárias*  $x_5, x_6, \dots, x_{17}$  que contém resultados computacionais intermediários. Estes, por sua vez, são caracterizados de forma diferente das *variáveis de estado* (ou *variáveis independentes*)  $x_1, x_2, x_3, x_4$ , que aparecem no lado esquerdo do grafo. A caracterização da função  $I_{\Re}$  em termos de operações aritméticas pode ser expressa pelo conjunto de funções (4.2), como segue:

$$\begin{aligned}
x_5 &= \cos(x_3) \\
x_6 &= \text{sen}(x_3) \\
x_7 &= (x_4)^2 \\
x_8 &= \frac{1}{x_4} \\
x_9 &= x_1 * x_5 \\
x_{10} &= x_2 * x_6 \\
x_{11} &= -G * x_5 \\
x_{12} &= -B * x_6 \\
x_{13} &= x_9 + x_{10} \\
x_{14} &= x_{11} + x_{12} \\
x_{15} &= x_{14} * x_7 \\
x_{16} &= x_{13} + x_{15} \\
x_{17} &= x_{16} * x_8
\end{aligned} \tag{4.2}$$

O nó final  $x_{17}$ , na Figura 4.2, conterà o valor da corrente  $I_{\mathfrak{R}e}$  representada pela função 4.1. Na terminologia da teoria de grafos, o nó  $i$  é *pai* do nó  $j$ , e o nó  $j$ , por sua vez, é o nó *filho* do nó  $i$ , onde há um arco que une diretamente o nó  $i$  ao nó  $j$ . Assim, um nó pode ser calculado somente quando os valores de todos os seus pais forem conhecidos, então o fluxo computacional flui no grafo da esquerda para a direita, ou seja, o fluxo caminha dos nós *pai* para os nós *filho*. Esta direção de fluxo é conhecida por *fluxo direto*. É importante ressaltar que ferramentas computacionais de diferenciação automática não exigem que o usuário decomponha o código para avaliar a função através de suas operações elementares, como mostrado na Figura 4.2. A identificação das variáveis intermediárias e a posterior construção do grafo computacional é uma tarefa executada pela maioria dos desenvolvimentos computacionais, sem conhecimento do usuário que utiliza a ferramenta de diferenciação.

**Modo Direto:** No modo direto de diferenciação automática, avalia-se a derivada de cada variável intermediária  $x_i$ , simultaneamente com a determinação da solução de cada variável  $x_i$ , partindo das variáveis de estado, até chegar ao final na variável que representa a função que se quer determinar a derivada,

no exemplo da Figura 4.1, a derivada que se deseja calcular é a  $\nabla f$  com  $f(g(x)) = I_{\mathbb{R}^e}(P, Q, \theta, |V|)$ , no qual,  $(P \ Q \ \theta \ |V|)^T = (x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4)^T$ .

Assim que os valores de  $x_i$  e  $\nabla x_i$  para um dado nó são conhecidos, é possível determinar o correspondente valor de  $\nabla x_j$ , a partir da regra da cadeia. Ou seja, suponha conhecidos os valores de  $x_7$ ,  $\nabla x_7$ ,  $x_{14}$  e  $\nabla x_{14}$ , então é possível calcular  $x_{15}$  e  $\nabla x_{15}$ . Sabe-se que  $x_{15} = x_7 * x_{14}$ , sendo uma função dependente das variáveis  $x_7$  e  $x_{14}$ , o qual são funções dependentes de outras variáveis. Assim, aplicando o Teorema 4.1, tem-se a derivada de  $x_{15}$  definida pela equação (4.3):

$$\nabla x_{15} = \frac{\partial x_{15}}{\partial x_7} \nabla x_7 + \frac{\partial x_{15}}{\partial x_{14}} \nabla x_{14} = x_{14} \nabla x_7 + x_7 \nabla x_{14} \quad (4.3)$$

O princípio do modo direto é evidentemente simples, as informações práticas inerentes à sua implementação são: Primeiramente, o usuário não necessita de construir o grafo computacional e compor a função através de operações elementares. Segundo, não é necessário armazenar a informação  $x_i$  e  $\nabla x_i$  para todo nó do grafo, uma vez que, se todos os nós pai de um dado nó já estiverem sido determinados é possível calcular o nó filho de forma que o armazenamento das informações são transferidas dos nós pai para os nós filho. Finalmente, em termos de implementação prática é determinado simultaneamente os valores de  $x_i$  e  $\nabla x_i$ . Mas, uma questão importante é que as informações de armazenamento podem aumentar à medida que o número de variáveis aumenta, além disto, muitos dos componentes do vetor de diferenciação serão zero, principalmente em estágios iniciais do cálculo da derivada. Logo, pode-se utilizar de técnicas de esparsidade a fim de reduzir a necessidade de armazenamento de elementos com diferenciais nulas.

**Modo Reverso:** Diferentemente do modo direto, o modo reverso de diferenciação automática não avalia simultaneamente o valor da função e da derivada. Ao invés disto, numa fase inicial é executada uma avaliação completa da função, e então, numa segunda fase, é realizado o cálculo da derivada da função com respeito a cada variável  $x_i$  (variáveis de estado e intermediárias) através de um sentido de orientação contrário (ou reverso) ao sentido de orientação do grafo computacional.

O modo reverso associa uma variável escalar  $\bar{x}_i$  à cada nó no grafo. Informações da derivada parcial  $\partial f / \partial x_i$  são acumulados em  $\bar{x}_i$  durante o processo reverso. As variáveis escalares  $\bar{x}_i$  são inicializadas com zero, exceto àquela associada

ao nó mais a direita no grafo, no qual é ajustado igual a um (por exemplo,  $\bar{x}_{17} = 1$ ). Esta escolha faz sentido, pois esta variável escalar representa a própria função que se deseja calcular a derivada, ou seja,  $\partial f / \partial x_{17} = 1$ .

O modo reverso faz uso novamente da regra da cadeia (Teorema 4.1): Para um dado nó  $i$ , a derivada parcial  $\partial f / \partial x_i$  pode ser construída a partir da derivada parcial  $\partial f / \partial x_j$  correspondente à seus nós filhos  $j$  de acordo com a seguinte regra:

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} = \sum_{j \text{ filho de } i} \frac{\partial f}{\partial x_j} \frac{\partial x_j}{\partial x_i}. \quad (4.4)$$

Para cada nó  $i$ , pode-se adicionar os termos do lado direito da expressão (4.4) à  $\bar{x}_i$ , assim que este se torne conhecido, realizando a seguinte operação<sup>1</sup>:

$$\bar{x}_{i+} = \frac{\partial f}{\partial x_j} \frac{\partial x_j}{\partial x_i}. \quad (4.5)$$

Assim que todos os nós filhos de  $i$  contribuírem para o cálculo de  $\bar{x}_i = \partial f / \partial x_i$ , este nó  $i$  é considerado *finalizado*. Então, a partir deste ponto, o nó  $i$  está pronto para contribuir na soma de cada um de seus nós pai de acordo com a equação (4.4). O processo continua neste sentido até que todos os nós sejam finalizados. Note que o fluxo de cálculo da derivada caminha no grafo dos filhos para os pais, ou seja, do nó mais a direita para os nós mais a esquerda. Esta é a direção contrária à direção de avaliação da função  $f$ . No fim do processo, quando todos os nós forem finalizados as variáveis de estado conterão os valores finais da derivada de  $f$ .

Considere o exemplo da Figura 4.1, a fim de ilustrar o procedimento de cálculo do modo reverso. Considere os seguintes valores para as variáveis de estado  $(P \ Q \ \theta \ |V|)^T = (1.09 \ 0.51 \ 0.6 \ 1.017)^T$  e  $Y = G + jB = 0.15 + j \ 0.8$ . Como mencionado, na primeira fase, a função  $I_{Re}$  é avaliada para cada variável  $x_i$ ,  $i = 1, \dots, 17$ , enquanto que na segunda fase, calcula-se a sua derivada, no qual as variáveis escalares  $\bar{x}_i$  são inicializadas iguais a zero, exceto a variável do nó mais a direita, para o qual tem-se  $\bar{x}_{17} = 1$ . Se  $f(x) = x_{17}$  e como o nó 17 não possui nós filhos, tem-se que  $\bar{x}_{17} = \partial f / \partial x_{17}$ , então o nó 17 pode ser declarado finalizado.

Pelo cálculo obtido na primeira fase, sabe-se que  $x_8 = 0.983$  e  $x_{16} = 0.913$ , assim, como o nó 17 é filho dos nós 16 e 8, então pode-se aplicar a formula

<sup>1</sup>A notação  $\bar{x}_{i+} = \frac{\partial f}{\partial x_j} \frac{x_j}{x_i}$  representa que  $\bar{x}_i = \bar{x}_i + \frac{\partial f}{\partial x_j} \frac{x_j}{x_i}$ .

(4.5) para atualizar os valores de  $\bar{x}_{16}$  e  $\bar{x}_8$ , como segue:

$$\begin{aligned}\bar{x}_{16} &+ = \frac{\partial f}{\partial x_{17}} \frac{\partial x_{17}}{\partial x_{16}} = \bar{x}_{17} \cdot x_8 = 0.983, \\ \bar{x}_8 &+ = \frac{\partial f}{\partial x_{17}} \frac{\partial x_{17}}{\partial x_8} = \bar{x}_{17} \cdot x_{16} = 0.913.\end{aligned}$$

Como o nó 17 é o único filho dos nós 16 e 8, então estes nós podem ser considerados finalizados com os seguintes valores:  $\frac{\partial f}{\partial x_{16}} = 0.983$  e  $\frac{\partial f}{\partial x_8} = 0.913$ . Como os nós 16 e 8 foram finalizados, então é possível atualizar os valores  $\bar{x}_i$  para os nós pai dos nós 16 e 8, aplicando a fórmula (4.5) novamente, como segue:

i. Nós 13 e 15, pais do nó 16:

$$\begin{aligned}\bar{x}_{13} &+ = \frac{\partial f}{\partial x_{16}} \frac{\partial x_{16}}{\partial x_{13}} = 0.983 \cdot 1 = 0.983 \\ \bar{x}_{15} &+ = \frac{\partial f}{\partial x_{16}} \frac{\partial x_{16}}{\partial x_{15}} = 0.983 \cdot 1 = 0.983\end{aligned}$$

ii. Nó 4, pai do nó 8:

$$\bar{x}_4 + = \frac{\partial f}{\partial x_8} \frac{\partial x_8}{\partial x_4} = 0.913 \cdot \frac{-1}{x_4^2} = -0.883$$

Os nós 13 e 15 serão finalizados, e poderão ser usados para atualizarem os nós 9, 10, 14 e 7, mas o nó 4 não será finalizado, pois este nó terá que esperar a contribuição de seu outro nó filho, nó 7. Este processo continua até que todos os nós sejam finalizados, e o resultado final da derivada da função  $f$  estará computada nos nós 1, 2, 3, e 4, como mostra o vetor derivada de  $f$  em (4.6).

$$\nabla f = \begin{pmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \\ \bar{x}_3 \\ \bar{x}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.8115 \\ 0.5552 \\ -0.7866 \\ -2.3188 \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

O principal apelo do modo reverso é que sua complexidade computacional é baixa para funções escalares  $f : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}$ . O modo direto requer mais operações aritméticas para calcular  $\nabla f$  do que para calcular apenas a função  $f$ , fazendo que este não seja atrativo em comparação ao modo reverso, mas quando se considera funções vetoriais  $h : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^m$ , os custos relativos dos modos direto e reverso se tornam similares. Mas, esta discussão não será detalhada neste trabalho [33, 4].

Tabela 4.1: Comparação entre os Modos Direto e Reverso

Modo Direto	Modo Reverso
$\nabla x_1 = (1, 0, 0, 0)^T$ , $\nabla x_2 = (0, 1, 0, 0)^T$ ,	$\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4 = 0$
$\nabla x_3 = (0, 0, 1, 0)^T$ , $\nabla x_4 = (0, 0, 0, 1)^T$ ,	$\bar{x}_i = 0, i = 1, \dots, 16$
$\nabla x_i = (0, 0, 0, 0)^T, i = 5, \dots, 17.$	$\bar{x}_{17} = 1$
$\nabla x_5 = \frac{\partial x_5}{\partial x_3} \nabla x_3 = -\text{sen}(x_3) \nabla x_3$	$\bar{x}_{8+} = \frac{\partial f}{\partial x_{17}} \frac{\partial x_{17}}{\partial x_8} = \bar{x}_{17} \cdot x_{16}$
$\nabla x_6 = \frac{\partial x_6}{\partial x_3} \nabla x_3 = \text{cos}(x_3) \nabla x_3$	$\bar{x}_{16+} = \frac{\partial f}{\partial x_{17}} \frac{\partial x_{17}}{\partial x_{16}} = \bar{x}_{17} \cdot x_8$
$\nabla x_7 = \frac{\partial x_7}{\partial x_4} \nabla x_4 = 2x_4 \nabla x_4$	$\bar{x}_{13+} = \frac{\partial f}{\partial x_{16}} \frac{\partial x_{16}}{\partial x_{13}} = \bar{x}_{16} \cdot 1$
$\nabla x_8 = \frac{\partial x_8}{\partial x_4} \nabla x_4 = \frac{-1}{x_4^2} \nabla x_4$	$\bar{x}_{15+} = \frac{\partial f}{\partial x_{16}} \frac{\partial x_{16}}{\partial x_{15}} = \bar{x}_{16} \cdot 1$
$\nabla x_9 = \frac{\partial x_9}{\partial x_1} \nabla x_1 + \frac{\partial x_9}{\partial x_5} \nabla x_5 = x_5 \nabla x_1 + x_1 \nabla x_5$	$\bar{x}_4+ = \frac{\partial f}{\partial x_8} \frac{\partial x_8}{\partial x_4} = \bar{x}_8 \cdot \frac{-1}{x_4^2}$
$\nabla x_{10} = \frac{\partial x_{10}}{\partial x_2} \nabla x_2 + \frac{\partial x_{10}}{\partial x_6} \nabla x_6 = x_6 \nabla x_2 + x_2 \nabla x_6$	$\bar{x}_9+ = \frac{\partial f}{\partial x_{13}} \frac{\partial x_{13}}{\partial x_9} = \bar{x}_{13} \cdot 1$
$\nabla x_{11} = \frac{\partial x_{11}}{\partial x_5} \nabla x_5 = -G \nabla x_5$	$\bar{x}_{10+} = \frac{\partial f}{\partial x_{13}} \frac{\partial x_{13}}{\partial x_{10}} = \bar{x}_{13} \cdot 1$
$\nabla x_{12} = \frac{\partial x_{12}}{\partial x_6} \nabla x_6 = -B \nabla x_6$	$\bar{x}_{14+} = \frac{\partial f}{\partial x_{15}} \frac{\partial x_{15}}{\partial x_{14}} = \bar{x}_{15} \cdot x_7$
$\nabla x_{13} = \frac{\partial x_{13}}{\partial x_9} \nabla x_9 + \frac{\partial x_{13}}{\partial x_{10}} \nabla x_{10} = \nabla x_9 + \nabla x_{10}$	$\bar{x}_7+ = \frac{\partial f}{\partial x_{15}} \frac{\partial x_{15}}{\partial x_7} = \bar{x}_{15} \cdot x_{14}$
$\nabla x_{14} = \frac{\partial x_{14}}{\partial x_{11}} \nabla x_{11} + \frac{\partial x_{14}}{\partial x_{12}} \nabla x_{12} = \nabla x_{11} + \nabla x_{12}$	$\bar{x}_{11+} = \frac{\partial f}{\partial x_{14}} \frac{\partial x_{14}}{\partial x_{11}} = \bar{x}_{14} \cdot 1$
$\nabla x_{15} = \frac{\partial x_{15}}{\partial x_{14}} \nabla x_{14} + \frac{\partial x_{15}}{\partial x_7} \nabla x_7 = x_7 \nabla x_{14} + x_{14} \nabla x_7$	$\bar{x}_{12+} = \frac{\partial f}{\partial x_{14}} \frac{\partial x_{14}}{\partial x_{12}} = \bar{x}_{14} \cdot 1$
$\nabla x_{16} = \frac{\partial x_{16}}{\partial x_{13}} \nabla x_{13} + \frac{\partial x_{16}}{\partial x_{15}} \nabla x_{15} = \nabla x_{13} + \nabla x_{15}$	$\bar{x}_4+ = \frac{\partial f}{\partial x_7} \frac{\partial x_7}{\partial x_4} = \bar{x}_7 \cdot 2x_4$
$\nabla x_{17} = \frac{\partial x_{17}}{\partial x_{16}} \nabla x_{16} + \frac{\partial x_{17}}{\partial x_8} \nabla x_8 = x_8 \nabla x_{16} + x_{16} \nabla x_8$	$\bar{x}_5+ = \frac{\partial f}{\partial x_9} \frac{\partial x_9}{\partial x_5} = \bar{x}_9 \cdot x_1$
	$\bar{x}_5+ = \frac{\partial f}{\partial x_{11}} \frac{\partial x_{11}}{\partial x_5} = \bar{x}_{11} \cdot (-G)$
	$\bar{x}_6+ = \frac{\partial f}{\partial x_{10}} \frac{\partial x_{10}}{\partial x_6} = \bar{x}_{10} \cdot x_2$
	$\bar{x}_6+ = \frac{\partial f}{\partial x_{12}} \frac{\partial x_{12}}{\partial x_6} = \bar{x}_{12} \cdot (-B)$
	$\bar{x}_1+ = \frac{\partial f}{\partial x_9} \frac{\partial x_9}{\partial x_1} = \bar{x}_9 \cdot x_5$
	$\bar{x}_2+ = \frac{\partial f}{\partial x_{10}} \frac{\partial x_{10}}{\partial x_2} = \bar{x}_{10} \cdot x_6$
	$\bar{x}_3+ = \frac{\partial f}{\partial x_5} \frac{\partial x_5}{\partial x_3} = \bar{x}_5 \cdot (-\text{sen}(x_3))$
	$\bar{x}_3+ = \frac{\partial f}{\partial x_6} \frac{\partial x_6}{\partial x_3} = \bar{x}_6 \cdot \text{cos}(x_3)$

A Tabela 4.1 apresenta a implementação passo a passo do cálculo da derivada da função (4.1) considerando os modos direto e reverso. Durante o modo reverso, se trabalha com *valores numéricos*, não com fórmulas ou vetores envolvendo variáveis  $x_i$  ou derivadas parciais  $\frac{\partial f}{\partial x_i}$ . Já no modo direto, são calculados os valores de cada variável  $x_i$ , mas é armazenado e calculado os valores numéricos de cada derivada parcial  $\frac{\partial f}{\partial x_i}$ .

### 4.2.2 Cálculo das Derivadas de Segunda Ordem

A determinação da derivada de segunda ordem consiste em se aplicar novamente a regra da cadeia à função  $\nabla f(g(x))$  que foi definida no Teorema 4.1. Assim, aplicando a derivada, obtém-se a equação (4.7) mostrada a seguir.

$$\nabla^2 f(g(x)) = \sum_{i=1}^m \left( \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^m \frac{\partial^2 f}{\partial u_i \partial u_j} \cdot (\nabla g_j(x))^T (\nabla g_i(x)) + \frac{\partial f}{\partial u_i} \cdot [\nabla^2 g_i(x)] \right) \quad (4.7)$$

Como  $x \in \mathfrak{R}^n$ , então a derivada de segunda ordem será representada por  $[\nabla^2 f(g(x))] \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ , a qual é conhecida como a matriz Hessiana de  $f$ .

Como já mencionado, no modo direto de diferenciação automática, a derivada de cada variável intermediária  $x_i$  é avaliada simultaneamente com a determinação da solução de cada variável  $x_i$ . De maneira similar, é a determinação da derivada de segunda ordem pelo método direto, ou seja, esta derivada é calculada simultaneamente com a determinação da solução e da derivada de primeira ordem de cada variável intermediária  $x_i$ . O processo de cálculo consiste em tão logo o valor de  $x_i$  com  $i = 1, \dots, m$  e de  $\nabla f$  para um dado nó serem conhecidos, então é possível determinar o correspondente valor de  $\nabla^2 f$  em relação a  $x_i$  a partir da equação (4.7).

Considere novamente o exemplo da Figura 4.1 e suponha conhecidos os valores de  $x_7$  e  $x_{14}$  e os valores das derivadas de  $\nabla x_7$ ,  $\nabla^2 x_7$ ,  $\nabla x_{14}$  e  $\nabla^2 x_{14}$ , então é possível calcular  $x_{15}$ ,  $\nabla x_{15}$  e  $\nabla^2 x_{15}$ .

Sabe-se que  $x_{15} = x_7 * x_{14}$  e aplicando a equação (4.7), tem-se:

$$\nabla^2 x_{15} = \frac{\partial^2 x_{15}}{\partial x_7 \partial x_{14}} \nabla^T x_{14} \nabla x_7 + \frac{\partial x_{15}}{\partial x_7} [\nabla^2 x_7] + \frac{\partial^2 x_{15}}{\partial x_{14} \partial x_7} \nabla^T x_7 \nabla x_{14} + \frac{\partial x_{15}}{\partial x_{14}} [\nabla^2 x_{14}] \quad (4.8)$$

Os termos  $\frac{\partial^2 x_{15}}{\partial x_7 \partial x_{14}}$ ,  $\frac{\partial x_{15}}{\partial x_7}$ ,  $\frac{\partial^2 x_{15}}{\partial x_{14} \partial x_7}$  e  $\frac{\partial x_{15}}{\partial x_{14}}$  representam valores escalares na equação (4.8), enquanto que os termos  $\nabla^T x_{14} \nabla x_7$ ,  $[\nabla^2 x_7]$ ,  $\nabla^T x_7 \nabla x_{14}$  e  $[\nabla^2 x_{14}]$  representam matrizes  $n \times n$ . Um exemplo numérico do cálculo da derivada de segunda ordem será apresentado posteriormente.

## 4.3 Estrutura Computacional dos Modelos

Neste trabalho, o desenvolvimento de equações e modelagem de ações de controle, bem como, a construção de funções objetivo e das restrições no problema de otimização são tratados na estrutura de modelagem orientada a objeto através de uma classe chamada *modelo*, que será apresentada mais adiante.

O modelo tem como características encerrar em sua estrutura: dados, funções ou equações e ações de um dispositivo para um dado aplicativo. Mas, há características comuns na classe *modelo* que permitem que sua estrutura possa ser compartilhada por vários aplicativos. As funcionalidades do modelo são:

- i. **Armazenamento de Dados e Equações:** dados, parâmetros, variáveis e equações que descrevem o modelo são gerenciados pela classe;
- ii. **Determinação das Condições Iniciais:** com base no estado do dispositivo, é possível calcular as condições iniciais das variáveis de estado e das referências do modelo descrito por suas equações;
- iii. **Determinação da Solução e Derivação das Equações:** responsável por resolver o conjunto de equações do modelo e calcular as derivadas parciais em relação às variáveis de interesse de cada aplicativo;
- iv. **Funcionalidades Específicas:** capacidade de introduzir ações particulares em um dado dispositivo da rede.

A padronização e a generalização no tratamento de modelos permite que os diversos aplicativos possam ter acesso a funcionalidades que lhes são comuns, sem desconsiderar a possibilidade de tratamento de funcionalidades específicas a cada um. Ou seja, um fluxo de potência ótimo e um programa de simulação no tempo podem incorporar quaisquer novos modelos na estrutura de classes sem a necessidade de alteração do código de cada aplicativo, pois tem na classe *modelo* um tratamento comum.

### 4.3.1 Modelagem Orientada a Objetos para Construção de Modelos

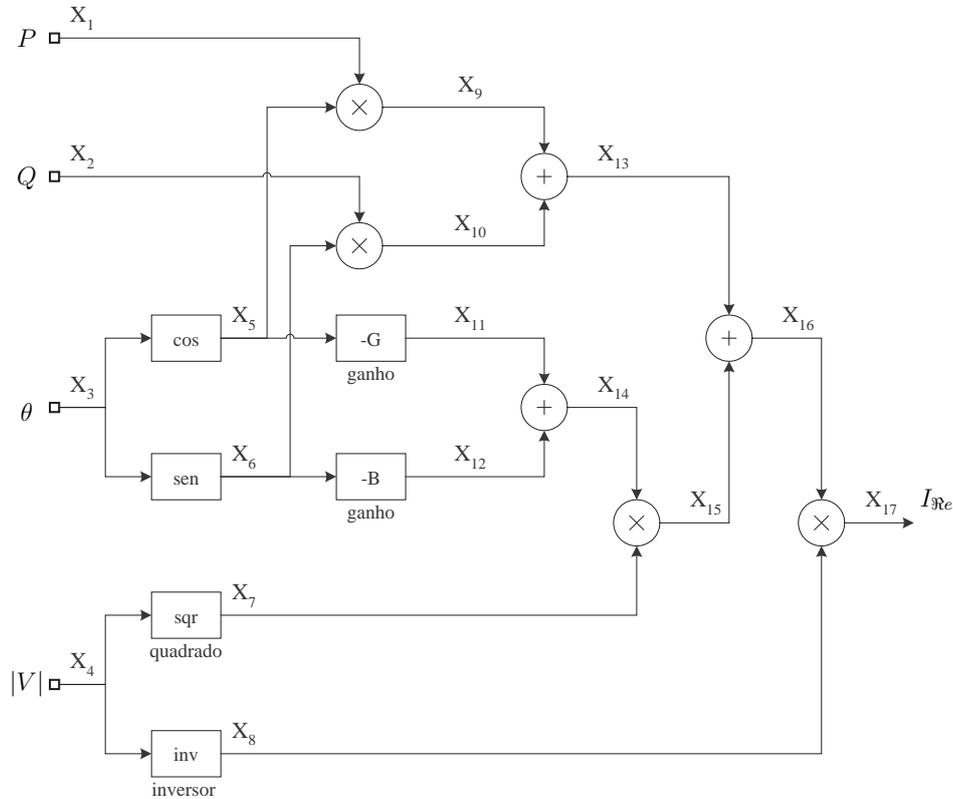


Figura 4.3: Diagrama de Blocos representando a Parte Real da Corrente

O tratamento adotado para construção dos modelos dentro da estrutura da classe *modelo*, é compor as equações através de um conjunto de blocos ou operadores elementares na forma de um *Diagrama de Blocos*, no qual cada bloco representa uma operação matemática elementar. A Figura 4.3 mostra a representação da função (4.1) da corrente  $I_{Re}$  na forma de diagrama de blocos.

A representação em diagrama de blocos é semelhante à representação de equações na forma de grafo computacional, como mostrado na Figura 4.2, a diferença básica é que, no diagrama de blocos, os ramos representam as variáveis de estado e variáveis intermediárias, enquanto que, os blocos representam as operações matemáticas elementares.

A modelagem orientada a objetos adotada para o tratamento das equações é

genérica o suficiente para adotar características dos diagramas de blocos, em que uma variável de saída pode estabelecer conexão com mais de uma variável de entrada, mas uma variável de entrada estabelece conexão com apenas uma variável de saída.

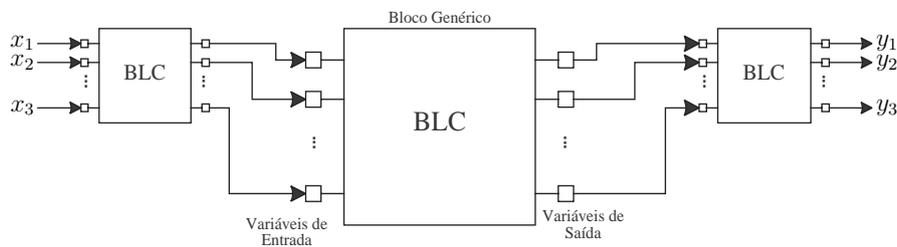
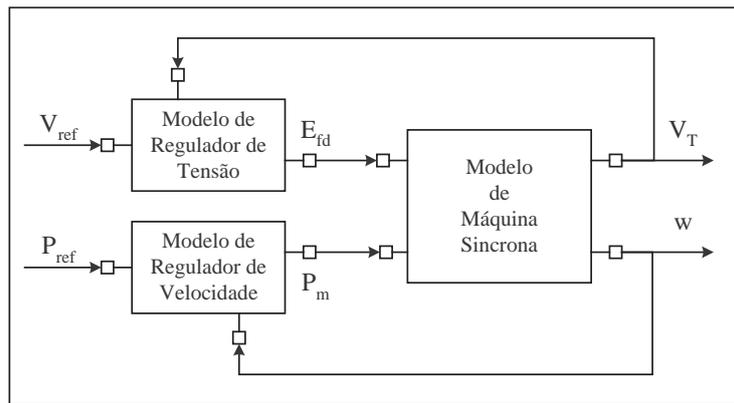


Figura 4.4: Caracterização de Bloco Genérico

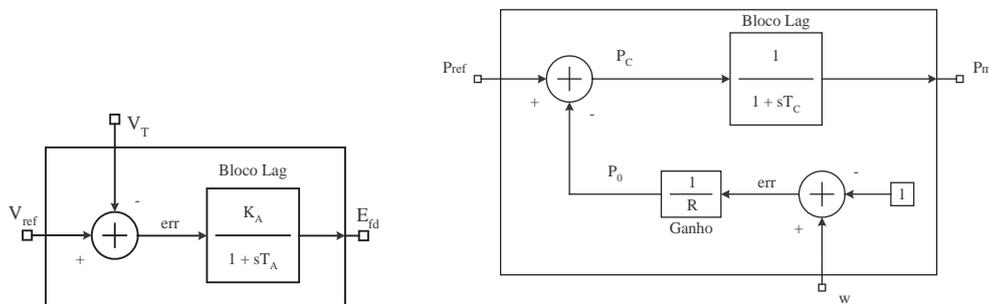
A Figura 4.4 apresenta a caracterização de um bloco genérico e suas conexões com outros blocos permitindo assim compor equações matemáticas diversas.

A modelagem orientada a objetos implementa um bloco genérico (classe *BLC*) para descrever as equações matemáticas sem associar especificamente nenhuma operação elementar, ou seja, este bloco genérico se restringe principalmente em gerenciar a conectividade entre os blocos, pois é de se esperar que em um diagrama de bloco haja variáveis estabelecendo conexões entre os blocos. Assim, determina-se uma estrutura computacional em que está associado ao bloco a conexão com variáveis de entrada (classe *VarInp*) e variáveis de saída (classe *VarOut*). Evidentemente, que o número de entradas e saídas que um dado bloco depende do tipo de operação que este bloco irá executar.

Na modelagem orientada a objetos, um modelo de um dispositivo, em geral, é utilizado para compor um conjunto de equações, assim é natural que a estrutura computacional permita que haja a construção de sub-modelos de modo que as equações sejam agrupadas de acordo com seus devidos significados físicos. Um exemplo deste tipo de construção está representado na Figura 4.5, onde a Figura 4.5(a) apresenta um modelo de gerador, o qual é formado pelos sub-modelos: máquina síncrona, regulador de tensão e regulador de velocidade. As Figuras 4.5(b) e 4.5(c) apresentam os diagramas de blocos dos reguladores de tensão e de velocidade, respectivamente. Este agrupamento em sub-modelos permite maior flexibilidade na estrutura, pois permite que um dado modelo, ou sub-modelo, possa ser substituído, removido ou



(a) Modelo de Gerador



(b) Modelo de Regulador de Tensão

(c) Modelo de Regulador de Velocidade

Figura 4.5: Representação de Modelos e Sub-Modelos

adicionado ao dispositivo, a fim de atender uma necessidade de um dado aplicativo.

O diagrama de classes que implementa o bloco genérico com seus devidos relacionamentos entre as variáveis de entrada e saída é mostrado na Figura 4.6. Este diagrama de classes mostra que a classe *BLC* possui uma relação de agregação com as variáveis de entrada e saída (classes *VarInp* e *VarOut*), e estas, por sua vez, se relacionam através de uma associação, afim de estabelecer a conectividade entre os blocos. As variáveis de saída formam dois grupos importantes de variáveis de interesse, que são: os parâmetros (classe *Parâmetro*) e as variáveis de estado (classe *VarEstado*). As referências (classe *Referência*) são variáveis do conjunto de equações que serão apenas modificados quando houve a necessidade de se determinar as condições iniciais do modelo. As variáveis de estado definem variáveis que representam estados internos dos modelos. Assim, variáveis diferenciais (classe *VarDiferencial*) são definidas por blocos do tipo diferencial, tais como, blocos integradores, washout,

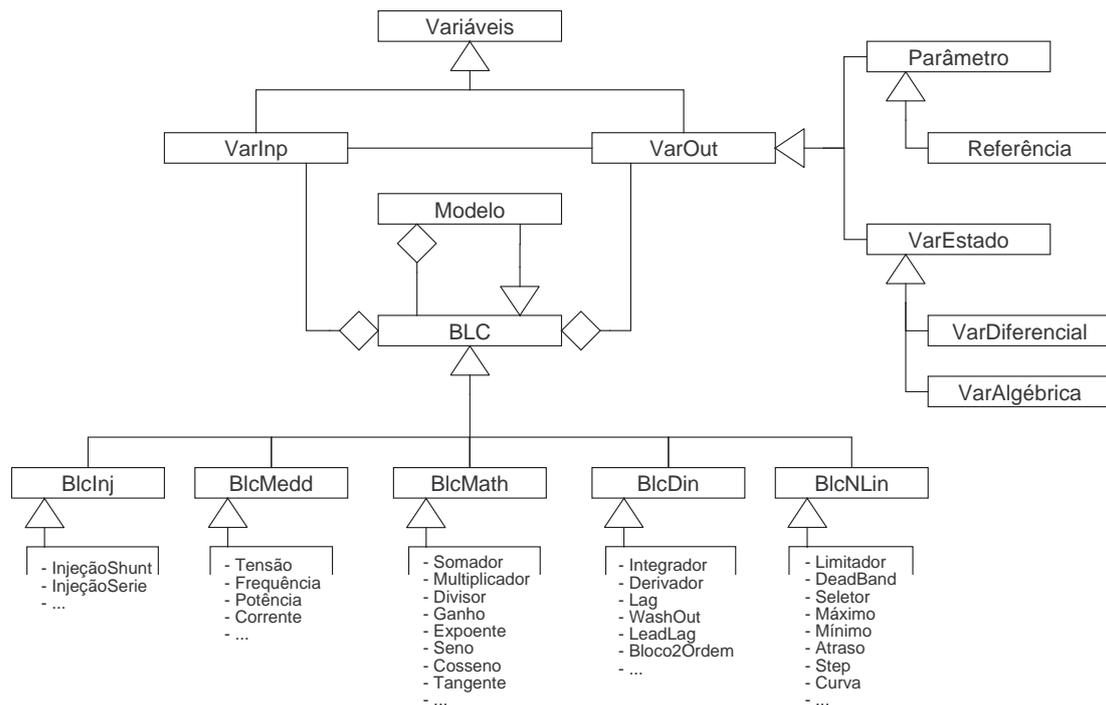


Figura 4.6: Diagrama de Classes para o Modelo

lag, etc. Enquanto, as variáveis algébricas (classe *VarAlgébrica*) representam variáveis de interesse, que por algum motivo possuem significado físico, no qual se deseja calcular a dependência de uma dada equação à esta variável. Em geral, estas variáveis algébricas são representadas por variáveis de saída de blocos algébrico.

A Figura 4.6 também mostra blocos construtivos que são derivados do bloco base. Estes blocos construtivos são definidos conforme suas características comuns. Assim, tem-se:

**Blocos de Injeção (classe *BlcInj*):** são blocos responsáveis pela alteração do estado operativo dos dispositivos e pelo cálculo das derivadas parciais da injeção destes dispositivos na rede elétrica. Estes blocos aceitam como entrada tanto injeção de corrente, quanto injeção de potência, ficando responsáveis também pelas devidas conversões de corrente para potência e de potência para corrente. Esta funcionalidade é válida para todo o elenco de aplicativos utilizados.

**Blocos de Medição (classe *BlcMedd*):** são blocos responsáveis pela aquisição e o acesso a variáveis internas aos modelos. Esta classe se relaciona com os

medidores a fim de permitir que variáveis de interesse possam ser monitoradas e utilizados em outros modelos externos, afim de estabelecer alguma ação de controle remota, por exemplo.

**Blocos Matemáticos (classe *BlcMath*):** são blocos que realizam operações matemáticas elementares, tais como: soma, multiplicação, divisão, expoente, função trigonométricas, etc.

**Blocos Dinâmicos (classe *BlcDin*):** são blocos que possuem algum tipo de equação diferencial associada, caracterizando alguma variável de estado diferencial no modelo.

**Blocos Não-Lineares (classe *BlcNLin*):** são blocos que definem algum tipo de não linearidade nas equações matemáticas, pois podem torná-las em funções não contínuas e/ou não diferenciáveis em alguns pontos. Blocos não lineares são representados por: limitadores, banda morta, seletores, curvas linearizadas, etc.

### 4.3.2 Exemplo Numérico de Diferenciação Automática

O mecanismo de solução e diferenciação das equações começa a partir da variável de saída que define a equação que se deseja conhecer sua solução e/ou derivadas, ou seja, através de uma espécie de processo recursivo. No exemplo da Figura 4.3, a variável de saída a ser considerada é a corrente  $I_{Re}$ , esta função é novamente reproduzida em forma de diagrama de blocos na Figura 4.7, o qual apresenta todo o processo de cálculo de sua solução e de suas derivadas. Os valores delimitados pelas chaves representam o cálculo de solução de cada função elementar que foi definida para compor a função  $I_{Re}$ , já os valores delimitados pelo parênteses representam os vetores de derivadas de primeira ordem e os valores delimitados entre os colchetes representam as matrizes de derivadas de segunda ordem.

A partir de  $I_{Re}$ , percorre-se o diagrama de blocos em sentido contrário à direção de orientação do diagrama, de modo que em cada bloco, busca-se a solução e/ou as derivadas de suas respectivas entradas antes de se executar o cálculo neste bloco propriamente dito. Este processo reverso continua até que se tenha alcançado alguma variável de estado ou referência (variáveis *independentes*). Neste momento, o

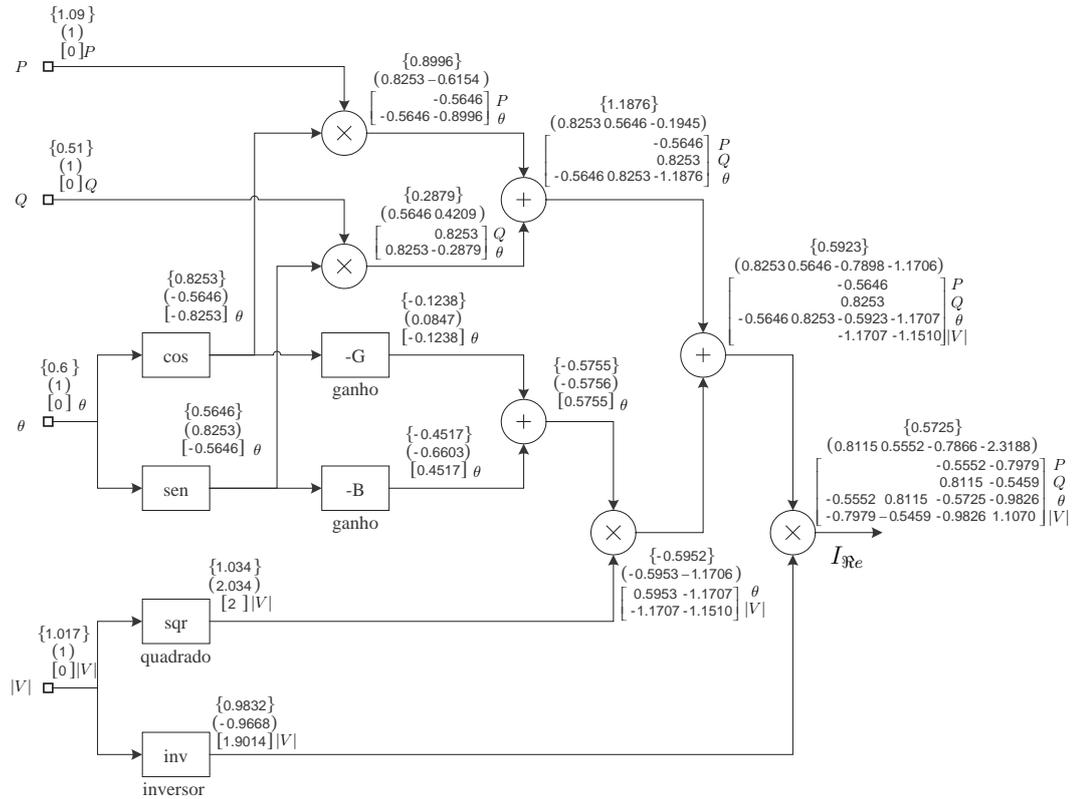


Figura 4.7: Cálculo da Solução e Diferenciação das Equações

processo retorna executando o cálculo desejado, seguindo, assim, a orientação natural dos blocos, até se retornar à variável de saída  $I_{Re}$  onde o cálculo se iniciou, caracterizando este processo pelo método direto.

Considere novamente o exemplo da Figura 4.1 e suponha conhecido os valores  $x_7$  e  $x_{14}$  e os valores das derivadas de  $\nabla x_7$ ,  $\nabla^2 x_7$ ,  $\nabla x_{14}$  e  $\nabla^2 x_{14}$ , então é possível calcular  $x_{15}$ ,  $\nabla x_{15}$  e  $\nabla^2 x_{15}$ . Considere também que  $(P \ Q \ \theta \ |V|)^T = (1.09 \ 0.51 \ 0.6 \ 1.017)$  e  $G + jB = 0.15 + j \ 0.8$ . Este processo de cálculo pode ser melhor compreendido pela Figura 4.8, o qual foi extraída a função  $x_{15}$  da Figura 4.7 e que foi definida no conjunto de funções (refEquacao:CorrenteDecomposta).

Pode-se ver pela Figura 4.8 que a dimensão das derivadas irá aumentar, pois a função representada por  $x_{15}$  possui dependência das variáveis  $\theta$  e  $|V|$ , apesar da função representada por  $x_7$  ter dependência apenas de  $|V|$ , e da função em  $x_{14}$  ter dependência apenas de  $\theta$ . Contudo, o processo computacional gerencia todo o au-

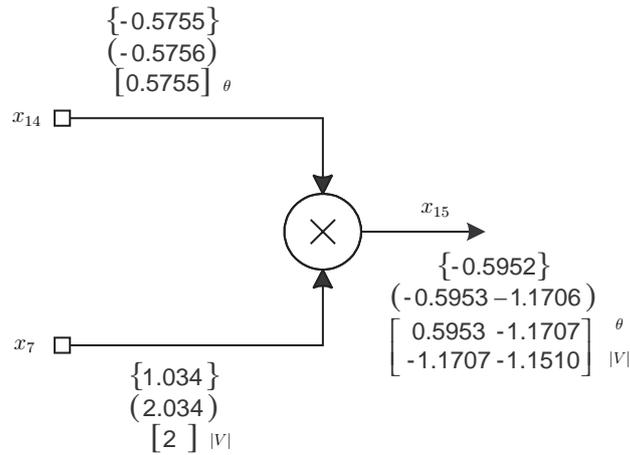


Figura 4.8: Processo de diferenciação na função  $x_{15}$  extraída da figura 4.7

mento necessário da dimensão vetorial e matricial das derivadas. Além disto, o armazenamento computacional para estas derivadas é feito utilizando-se de técnicas de esparsidade [20] no qual se armazena apenas os elementos não nulos. Outro detalhe importante, é que a matriz formada pelas derivadas de segunda ordem é simétrica, mas o desenvolvimento computacional calcula apenas a diagonal e a submatriz superior, com o objetivo de aumentar o desempenho computacional e evitar cálculos desnecessários.

O cálculo do valor da variável  $x_{15}$  pode ser obtido como mostrado na equação (4.9) abaixo:

$$x_{15} = \underbrace{x_7}_{1.034} * \underbrace{x_{14}}_{-0.5755}$$

$$\therefore x_{15} = -0.5952 \quad (4.9)$$

O cálculo de  $\nabla x_{15}$  pode ser obtido através da equação (4.3) e é mostrado na equação (4.10) abaixo:

$$\nabla x_{15} = \underbrace{\frac{\partial x_{15}}{\partial x_7} \nabla x_7}_{-0.5755 * (0 \ 2.034)} + \underbrace{\frac{\partial x_{15}}{\partial x_{14}} \nabla x_{14}}_{1.034 * (-0.5756 \ 0)}$$

$$\therefore \nabla x_{15} = \begin{pmatrix} -0.5953 & -1.1706 \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

E, finalmente, o cálculo de  $\nabla^2 x_{15}$  pode ser obtida a partir da equação (4.8) e é

mostrado na equação (4.11):

$$\nabla^2 x_{15} = \underbrace{\frac{\partial^2 x_{15}}{\partial x_7 \partial x_{14}} \nabla^T x_{14} \nabla x_7}_{1.0(-0.5756 \ 0)^T(0 \ 2.034)} + \underbrace{\frac{\partial x_{15}}{\partial x_7} [\nabla^2 x_7]}_{-0.5755 \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}} + \underbrace{\frac{\partial^2 x_{15}}{\partial x_{14} \partial x_7} \nabla^T x_7 \nabla x_{14}}_{1.0(0 \ 2.034)^T(-0.5756 \ 0)} + \underbrace{\frac{\partial x_{15}}{\partial x_{14}} [\nabla^2 x_{14}]}_{1.034 \begin{bmatrix} 0.5755 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}$$

$$\therefore \nabla^2 x_{15} = \begin{bmatrix} 0.5953 & -1.1707 \\ -1.1707 & -1.1510 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Todo o processo de cálculo de cada função que compõe a corrente  $I_{\mathfrak{R}e}$  é semelhante ao realizado na função  $x_{15}$ , assim com base no Teorema 4.1 e com base na equação (4.7), é possível calcular as derivadas de primeira e segunda ordem de qualquer função matemática sem a necessidade de se preocupar com o grau de complexidade das equações e nem com a necessidade de modificação de código fonte, além disto o valor calculado para as derivadas não é uma aproximação, mas representa o valor exato da derivada no ponto.

## 4.4 Considerações Finais

A utilização de técnicas de diferenciação automática combinada com a modelagem das equações por meio de diagramas de blocos, permite sem dúvida alguma a inclusão e incorporação de novos modelos à estrutura computacional, sem requerer do usuário nenhum esforço de inclusão destas equações em código de programação, uma vez que estas são automaticamente tratadas pela modelagem orientada a objetos. Por exemplo, a inclusão de uma nova equação na matriz Jacobiana de um programa de fluxo de potência é feita apenas escrevendo a equação num formato padrão que a modelagem matemática automaticamente se encarrega de fazer a sua inclusão no sistema linear, a mesma análise é válida quanto à matriz Hessiana em um fluxo de potência ótimo. Esta característica fornece uma grande flexibilidade e rapidez de análise e estudo de um sistema elétrico, uma vez que as novas equações são facilmente incorporadas à estrutura computacional.

# Capítulo 5

## Fluxo de Potência Ótimo

### 5.1 Considerações Iniciais

Um requisito básico na sociedade moderna é estabelecer uma operação segura e econômica no sistema elétrico de potência. A operação segura de um dado sistema de potência pode ser definida pela sua habilidade de se manter estável diante de certas contingências, mantendo as tensões e a frequência dentro de limites aceitáveis e sem sobrecargas de fluxos em circuitos. A operação econômica neste contexto significa que a rede elétrica está em uma condição operativa de menor custo de geração e com perdas mínimas. Para determinar um *estado* que combina um custo de operação mínima com garantia do sistema suportar operações sob condições de emergências, os operadores do sistema elétrico necessitarão estabelecer estudos de otimização levando em consideração restrições de segurança. O termo generalizado *Problema de Fluxo de Potência Ótimo (FPO)* é usado para descrever uma classe de problemas de otimização na área de sistemas de potência. Otimização e análise de segurança são tarefas complexas e tende a aumentar significativamente o esforço computacional à medida que a dimensão do sistema e o grau de liberdade aumentam.

Um programa computacional de FPO é um ferramenta útil para análise em diversas aplicações no setor elétrico. A principal tarefa do FPO está no ajuste adequado dos controles do sistema segundo um objetivo específico. A implementação destes controles pode trazer o sistema a operar dentro de um *estado ótimo*. Há

diversas aplicações que o FPO pode ser usado; em operação em tempo real, no qual o programa de FPO deve ser rápido, confiável e robusto. Mas, em estudos onde decisões de longo termo do sistema são estabelecidas, o enfoque do aplicativo FPO é estabelecer uma otimização diante de diferentes tipo de objetivos. Neste caso o desempenho computacional é de menos importância e uma melhor representação na modelagem dos elementos do sistema torna a análise mais precisa e adequada.

Neste capítulo, o problema de FPO será formulado com consideração na diferenciação automática combinada com a modelagem orientada a objetos, permitindo que o aplicativo se torne mais flexível à incorporação de novas restrições e funções objetivo. Já, foi visto que a diferenciação automática torna o tratamento das funções e equações mais flexível, uma vez que, não há a necessidade de alteração no código fonte para a incorporação de novas equações, além de permitir o cálculo da solução e diferenciação de qualquer equação no ponto, independentemente de sua complexidade.

## 5.2 Revisão Bibliográfica

Em 1961, Squires [40] usou técnicas lagrangeanas clássicas para formular as condições de otimalidade para o fluxo de potência ótimo. Este trabalho incorporava as equações de fluxo de potência, mas negligenciava os limites nas variáveis. Um ano mais tarde, Carpentier [41] apresentou as condições de otimalidade para o FPO, incluindo limites baseado nas condições de Kuhn-Tucker. Esta é, geralmente, considerada a primeira publicação em FPO.

Em 1968, Dommel e Tinney [42] propuseram um trabalho que consistia na determinação da solução do fluxo de potência pelo método de Newton com um ajuste ótimo do parâmetro de controle pelo método do gradiente reduzido. É estabelecida a condição de otimalidade de primeira ordem calculada através da construção da função Lagrangeana. No trabalho, é discutido a utilização de função penalidade tipo exterior para acomodar as restrições funcionais inerentes ao problema de fluxo de potência ótimo.

Em 1973, Sasson *et al.* [43] propuseram um FPO utilizando o método de Fletcher-

Powell, o qual consiste em transformar o problema de otimização com restrições em um problema irrestrito, através de uma penalização exterior. Os autores reconhecem as dificuldades de se aplicar este método em sistemas de grande porte e apresentam uma forma alternativa para se tratar da inversa da matriz hessiana que é não esparsa.

Em 1982, Burchett *et al.* [44] aplicaram uma técnica de otimização para resolução do FPO que é baseada na transformação do problema original em uma seqüência de subproblemas linearmente restritos usando uma função objetivo do tipo Lagrangeano aumentado. A otimização dos subproblemas linearmente restritos consiste na utilização do método do gradiente reduzido, com direção de busca. Resultados são comparados com outras técnicas de otimização, tais como, o método de direções conjugadas (Polak-Ribiere), método de Fletcher-Reeves e o método do gradiente.

Em 1984, Sun *et al.* [45] apresentaram um método que minimiza uma aproximação quadrática do Lagrangeano, o qual é calculado pelo método de Newton. O maior desafio e dificuldade, neste trabalho, é a identificação do conjunto de restrições de desigualdade que estará ativo. Além disto, é apresentada uma estrutura de armazenamento matricial da Hessiana, na qual caracteriza a esparsidade em uma estrutura de blocos 2x2 da sub-matriz principal (Heavy Border) em que tal sub-matriz é formada por forte acoplamento entre as variáveis  $(\theta, \lambda_p)$  e  $(V, \lambda_q)$ .

Burchett *et al.* [46] apresentaram um método que cria uma seqüência de problemas quadráticos, o qual converge para a solução ótima do problema de programação não-linear original. As restrições não lineares são substituídas por um conjunto de equações lineares, a fim de obter uma convergência quadrática em relação à consideração das restrições não lineares originais. Contudo, o algoritmo necessita que seja determinado a cada passo o correto conjunto ativo para as restrições de desigualdade. No artigo, a determinação deste conjunto é feita segundo uma estimativa inicial dos multiplicadores de Lagrange. Os autores reconhecem que a convergência desta aproximação pode ser pouco confiável e dependerá necessariamente do grau de heurística adotado a fim de determinar qual conjunto de restrições estarão ativas.

Em 1988, Santos Jr *et al.* [47] apresentaram uma melhoria do trabalho [43] quanto ao mal condicionamento matricial associado à penalização adotada. O trabalho apresenta uma minimização da função Lagrangeana aumentada com respeito às variáveis primais e resolução das equações pelo método de Newton. Uma pena-

lidade exterior é introduzida na formulação a fim de melhorar a convergência dual do algoritmo. Contudo, o aumento do fator de penalidade torna o sistema mal condicionado, acarretando dificuldade no processo iterativo na obtenção do ótimo. O desempenho do processo de convergência depende do valor inicial para a penalidade e, também, da regra de atualização do valor desta penalidade.

Bacher e Meeteren [48] utilizaram do FPO e do controle automático de geração (CAG) para compor um aplicativo de FPO em tempo real, o qual se dividiu em dois estágios: No primeiro estágio, o FPO é executado em modo não-crítico e no segundo estágio é executado um despacho econômico com representação da frequência. O FPO utiliza-se de um algoritmo de programação quadrática e leva em consideração mudanças na carga, fluxos em linhas e limites. Contudo, o algoritmo trabalha com a determinação de um conjunto ativo para representação de quais limites estarão ativos durante o processo de solução.

Em 1989, Vaahedi e El-Din [49] apresentaram um estudo para a utilização do FPO como aplicativo, enfocando a sua modelagem. Os autores destacam que, a existência de uma solução viável do FPO não é garantia de uma transição estável do estado pré-contingência para o pós-contingência. Entretanto, acreditam que o uso de índices de estabilidade pode fornecer informações relevantes para o FPO.

Em 1990, Gribik *et al.* [50] apresentaram uma metodologia para o problema de fluxo de potência ótimo, o qual introduz um parâmetro  $\varepsilon$  na formulação que é calculado utilizando-se da programação quadrática. A formulação realiza análises de sensibilidade das perdas com respeito à carga.

Em 1991, Huneault e Galiana [51] apresentaram um trabalho que contém uma coletânea de publicações no campo do Problema de Fluxo de Potência Ótimo. Num esquema detalhado, é apresentado a classificação das aplicações de FPO em diversas metodologias empregadas: Programação Linear, Programação Quadrática, Técnicas de Decomposição, etc.

Em 1992, Monticelli e Liu [52] apresentaram um método para determinação do conjunto de restrições ativas no FPO baseado no método de Newton. A principal característica do método está em manter a matriz definida positiva durante todo o processo de convergência sem afetar as características de convergência do método de

Newton. O método determina uma estratégia de penalidade dos elementos diagonais das variáveis que apresentam os menores pivôs na matriz Hessiana, estabelecendo assim um maior controle no processo de convergência principalmente quando a matriz torna-se quase singular.

Em 1994, Granville [53] apresentou uma implementação de um método de pontos interiores para a resolução do problema de despacho ótimo de reativo, o qual considera o controle somente na potência reativa, tensões dos geradores, síncronos e VAR estáticos. Resultados com sistemas de grande porte são apresentados e o método não apresenta dificuldades na determinação do conjunto de restrições de desigualdade que estarão ativas na solução ótima.

Almeida *et al.* [54] apresentaram uma generalização de pesquisas anteriormente realizadas na utilização de um parâmetro  $\varepsilon$  de carga que inicialmente é igual a zero ( $\varepsilon = 0$ ) e tende para um ( $\varepsilon \rightarrow 1$ ), transformando a formulação do problema de quadrática em uma formulação convencional para o FPO, quando o  $\varepsilon = 1$ . A maior dificuldade encontrada está em determinar o correto conjunto de restrições que estão ativas na solução ótima. Assim, o trabalho apresenta uma metodologia de variação de  $\varepsilon$ , a fim de ajustar a solução para o conjunto de restrições que estarão ativas no ótimo.

Wu *et al.* [55] apresentaram um novo algoritmo, o qual se baseia no método de pontos interiores, mas com uma correção na formulação através da predição e correção no estabelecimento do método de Newton para as condições de Karush-Kuhn-Tucker (KKT). Resultados numéricos são apresentados e comparados com a formulação convencional do FPO de pontos interiores.

Em 1996, Granville *et al.* [56] apresentaram um aplicação do FPO, no qual utiliza-se da metodologia de pontos interiores para resolver problemas que em um fluxo potência convencional não possuem solução. Ou seja, através da função objetivo de mínimo corte de carga busca-se alcançar uma solução para o conjunto de equações de balanço. O algoritmo é flexível a ponto de permitir especificar diversos tipos de controle, tais como, controle de taps, controle de tensão de geradores, etc; a fim de observar o impacto de cada controle na determinação da solução do sistema pelo mínimo corte de carga.

Almeida e Galiana [57] apresentam um estudo no qual determinam uma série de razões nas quais o algoritmo de fluxo de potência ótimo paramétrico possa não achar (ou falhar) a solução ótima devido a descontinuidade na solução. São caracterizados os casos críticos e não-críticos de modo a estabelecer a perda da determinação da solução pela otimalidade ou pela viabilidade.

Em 1997, Irisarri *et al.* [58] apresentaram um algoritmo de pontos interiores com um mecanismo corretor-preditor no FPO, para o cálculo do máximo carregamento, utilizando modelagem de carga dependente da tensão. Os resultados são validados utilizando um fluxo de potência continuado (FPC), com sistemas de grande porte, chegando a dimensões superiores a 4000 barras. A contribuição do trabalho está em que o FPC segue uma trajetória bem definida, descrita pelo conjunto de equações não-lineares, associado ao aumento de carga incremental até que se identifique alguma singularidade ao longo da trajetória. Enquanto que o FPO não possui uma trajetória de busca do máximo carregamento bem definida, mas este encontra a solução ótima.

Momoh *et al.* [59] apresentaram um série de discussões e desafios envolvendo o fluxo de potência ótimo. São apresentadas questões importantes relativas aos pontos positivos e negativos das diversas aplicações e desenvolvimentos envolvendo FPO, além de sua aplicabilidade em ambientes de tempo-real.

Costa [60] apresentou uma metodologia que combina programação quadrática sequencial com métodos de Lagrangeano aumentado, no qual as dificuldades encontradas no passado foram eliminadas, tais como: não necessidade de identificar o conjunto de restrições ativas. O processo iterativo pode ser iniciado com ponto inviável, pois o algoritmo utiliza-se de penalidade exterior, a fim de tratar a viabilidade da solução.

Em 1998, Latorre *et al.* [61] apresentam um trabalho que estabelece uma relação entre o colapso de tensão e o aplicativo fluxo de potência ótimo. O FPO é utilizado para determinar o máximo carregamento, sendo utilizado uma modelagem de carga do tipo potência constante, conduzindo, assim, a solução a uma bifurcação do tipo sela-nó (*saddle-node*). Os autores relatam que a utilização de opções de controle no processo de otimização pode fornecer um aumento significativo na margem do sistema antes que ocorra o colapso de tensão.

Wang *et al.* [62] apresentaram uma aplicação do algoritmo preditor-corretor de pontos interiores para o FPO na determinação de uma solução para o problema de controle preventivo/corretivo para estabilidade de tensão. Limites na margem de estabilidade de tensão são incorporados no fluxo de potência ótimo a fim de aumentar a confiabilidade de operação do sistema. O modelo de corte de carga foi inserido neste controle preventivo/corretivo com o objetivo de fazer com que o corte de carga seja mínimo.

Torres e Quintana [63] descrevem a implementação de um FPO com formulação na tensão em coordenadas retangulares, aplicado ao algoritmo preditor-corretor de pontos interiores. A característica principal da formulação está no fato de que a função objetivo e as restrições são expressas como funções quadráticas, pois as tensões foram representadas em coordenadas retangulares. Assim, a matriz Hessiana se torna constante, a não ser pelos termos relacionados ao tap e às restrições funcionais. Resultados são comparados com a formulação tradicional com coordenadas polares.

Em 1999, Momoh *et al.* [64, 65] apresentaram dois trabalhos que estabelecem um revisão da literatura envolvendo fluxo de potência ótimo, analisando a evolução progressiva das metodologias desenvolvidas nas últimas três décadas até 1993. As técnicas foram classificadas em: programação não-linear, programação quadrática, soluções baseadas no método de Newton, programação linear e inteira, e finalmente, os métodos de pontos interiores.

Tognola e Bacher [66] apresentaram um algoritmo de solução do FPO que estabelece as condições de KKT usando o processo de solução de Newton-Raphson. As variáveis não necessitam permanecer na região viável durante o processo iterativo. A metodologia é semelhante aos métodos de pontos interiores. Sua diferença está na inexistência de controlar a viabilidade das variáveis e não requer ajuste de parâmetro barreira. Os autores relataram que a inclusão de todas as restrições de desigualdade em certos sistemas pode comprometer a robustez de convergência, então uma metodologia é apresentada de maneira a se incluir tais restrições ao longo do processo iterativo de modo a garantir a convergência.

Momoh e Zhu [67] apresentaram um método avançado de pontos interiores quadrático, no qual as restrições não lineares são tratadas via linearizações sucessivas combinado com o fluxo de potência (programação quadrática). Os autores destaca-

ram a versatilidade do método de iniciar o processo iterativo de pontos genéricos, mantendo a eficiência e a rápida convergência.

Em 2000, Quintana *et al.* [68] apresentaram uma lista de classificação de publicações e códigos fonte em métodos de pontos interiores e suas aplicações em sistemas de potência.

Torres e Quintana [69] apresentaram um algoritmo para o FPO que se utiliza de uma função chamada *função de complementariedade não-linear*, que possui a característica de aceitar soluções iniciais que não estejam dentro da região viável e que permite que a matriz Hessiana fique muito similar à Hessiana do algoritmo de pontos interiores convencional. Resultados são comparados com algoritmos tradicionais e com o método de pontos interiores preditor-corretor, o qual se mostraram satisfatórios.

Nejdawi *et al.* [70] apresentaram um eficiente algoritmo para resolver o problema de FPO via programação quadrática seqüencial. O algoritmo trabalha com dois estágios: no primeiro é resolvido um problema quadrático reduzido relaxado e no segundo estágio é aplicado o método de Newton satisfazendo as condições de KKT.

Em 2001, Cañizares *et al.* [71] apresentaram duas formulações para o FPO considerando a segurança de tensão em sistemas de potência. A primeira formulação considera a maximização da distância ao colapso, enquanto que a segunda busca maximizar a segurança de tensão, através do uso dos mínimos valores singulares da matriz Jacobiana. As técnicas são baseadas em metodologias de otimização multi-objetivo, em que se observou que com o aumento do carregamento do sistema, os níveis de segurança de tensão só podem ser obtidos com valores de custos mais elevados. Vantagens e desvantagens de ambos os métodos são discutidos e apresentados.

Lima *et al.* [72] apresentaram uma nova estratégia para resolver o FPO paramétrico, o qual inclui uma melhora na atualização do conjunto de restrições de desigualdade que estão ativas e uma melhoria no critério de parada.

Baptista *et al.* [73] apresentaram uma nova técnica de penalização combinada com função Lagrangeana aumentada para resolver o FPO. Ou seja, considerou-se a aplicação da penalidade logarítmica nos limites de magnitude de tensão e na variável

de tap de transformadores, e nas demais restrições de desigualdade são tratadas pelo método de Lagrangeano aumentado com penalidade exterior. Os autores relatam a dificuldade de se ajustar as penalidades durante o processo de convergência.

Em 2002, Rosehart e Aguado [74] apresentaram uma formulação alternativa para a construção de um FPO, de modo que o problema se transforma em um problema de programação não linear do tipo quadrático devido a consideração das equações de balanço serem tratadas como injeções de corrente e das tensões nodais serem expressas em coordenadas retangulares. É importante ressaltar que esta característica só é possível, pois considerou-se a utilização de funções objetivo apenas quadráticas, além de se tratar os limites das magnitudes das tensões na barras como sendo o quadrado da magnitude da tensão, a fim de manter toda a formulação como sendo quadrática. Entretanto, esta representação tem a vantagem da matriz Hessiana ser constante durante todo o processo de cálculo, uma vez que o FPO pode ser resolvido utilizando-se de técnicas de programação quadrática seqüencial.

Jarb *et al.* [75] apresentaram duas modificações no método preditor-corretor para pontos interiores na determinação da solução do FPO. A primeira modificação está relacionada na determinação do tamanho do passo do método de Newton, enquanto que, a segunda modificação está na perturbação inserida na diagonal da matriz Hessiana reduzida, a fim de garantir que esta seja positiva definida a cada iteração.

Simões Costa e Costa [76] apresentaram uma analogia de comparação entre o método de mínimos quadrados ponderados com o método de pontos interiores aplicado à programação quadrática. No qual, uma metodologia conhecida por rotação de givens é utilizada no FPO, a fim de melhorar o mal-condicionamento matricial quando o algoritmo se aproxima da solução ótima.

Oliveira *et al.* [77] apresentaram uma metodologia de relaxação a fim de fazer com que sistemas que não possuem solução em um fluxo de potência convencional voltem a ter solução viável. É introduzido uma relaxação nos limites dos fluxos dos circuitos, o qual são penalizados por um custo, a fim de fazer com que o sistema encontre solução viável ao final do processo de convergência. Resultados são apresentados e comparados com trabalhos anteriores da literatura [56].

Menezes *et al.* [78] apresentaram uma metodologia para reprogramar a geração

de reativos, através do cálculo de fatores de participação dos geradores, obtidos pela análise modal. Os modelos dos geradores são estáticos, do qual estabelece-se a linearização das equações do sistema, assumindo que,  $\Delta Q = 0$ , obtendo assim uma matriz Jacobiana reduzida (JR). Os autovetores associados ao autovalor mais crítico da matriz JR revelam as barras onde os acréscimos no consumo de potência são mais prejudiciais para a estabilidade de tensão. Estas informações de barra são usadas para redespachar a geração no FPO.

Em 2003, Belati *et al.* [79] apresentaram uma metodologia semelhante a adotada por [73], com o objetivo de resolver o problema de despacho ótimo de reativo. A diferença está no fato de que as injeções de reativo são agora tratados com penalidade logarítmica e as demais restrições de desigualdade são tratadas com funções de penalidade exterior.

Yuan *et al.* [80] apresentaram uma metodologia baseada no método de pontos interiores primal-dual para problemas de programação não-linear para resolver o problema de otimização de máxima transferência de potência entre áreas (ATC - *Available Transfer Capability*). As equações de movimento da máquina são discretizadas pelo método de integração trapezoidal e incorporadas no FPO como uma restrição de igualdade a ser satisfeita. Além disto, a geração é considerada como um modelo de máquina síncrona representada como uma fonte de tensão de magnitude  $E'$  constante.

Rosehart *et al.* [81] apresentaram um FPO que incorpora um modelo detalhado de gerador, ou seja, as barras de geração com tensão controlada, são representadas por um modelo de máquina síncrona como fonte de tensão de magnitude  $E'$  constante. Os limites de corrente de campo e de corrente de armadura são representados, mas estes não possuem dependência com a tensão terminal.

Em 2004, Souza *et al.* [82] apresentaram uma nova formulação para o tradicional método de pontos interiores com função barreira logarítmica modificada. Segundo os autores, esta função modificada se apresenta mais suave à medida que o método se aproxima da solução ótima, quando comparada com a função barreira tradicional. O comprimento do passo de atualização do método é calculado usando a regra de Goldstein-Armijo [33].

### 5.3 Modelagem das Equações do Sistema de Potência

Para análise de estabilidade transitória e análise em regime permanente, um sistema de potência é representado por um conjunto de equações não-lineares algébricas e diferenciais, como mostrado pelo sistema (5.1) abaixo.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, y) \\ 0 &= g(x, y)\end{aligned}\tag{5.1}$$

onde  $x$  é o vetor de variáveis de estado, tais como, a velocidade e o ângulo do rotor,  $y$  é o vetor de variáveis algébricas, tais como, as tensões complexas nodais, e  $f$  e  $g$  são os vetores de funções não-lineares descrevendo, respectivamente, as equações diferenciais modelando os elementos dinâmicos do sistema (geradores e seus controles, equipamentos FACTS, motores de indução, etc) e as equações algébricas modelando a rede elétrica.

Formulações convencionais de FPO estão baseadas apenas no conjunto de equações algébricas dadas em (5.1), o qual basicamente representa as equações do fluxo de carga. Por outro lado, este trabalho se utiliza de uma representação generalizada no tratamento do conjunto de equações do sistema, permitindo assim a consideração das equações de estado do sistema em regime permanente.

Análises de estabilidade a pequenas perturbações ou análises em regime permanente são baseadas no ponto de equilíbrio de (5.1), considerando a seguinte representação:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= 0 = f(x, y) \\ 0 &= g(x, y)\end{aligned}\tag{5.2}$$

O conjunto de equações algébricas dado por (5.2) é então usado como um novo conjunto de restrições de igualdade na formulação do FPO, similarmente à metodologia usada na simulação quase estática apresentada em [83].

A adição das equações  $f(x, y) = 0$  ao conjunto de restrições algébricas abre uma série de novas oportunidades para a formulação do FPO, por exemplo, a representação das curvas de capacidade de geração e seus sistemas de controle, melhorando

a fidelidade da solução ao resultado real, o que permite maior precisão na representação dos limites das máquinas.

### 5.3.1 Máquinas Síncronas e Controles

O modelo completo de gerador adotado, neste trabalho, é baseado em uma representação detalhada da máquina e de seus sistemas de controle [84, 85], isto é, o regulador automático de tensão e o regulador de velocidade. A Figura 5.1 mostra como a máquina e os reguladores de tensão e velocidade são construídos na estrutura computacional. Além disto, este modelo de máquina utilizado permite que as injeções na barra sejam tipo corrente ou tipo potência.

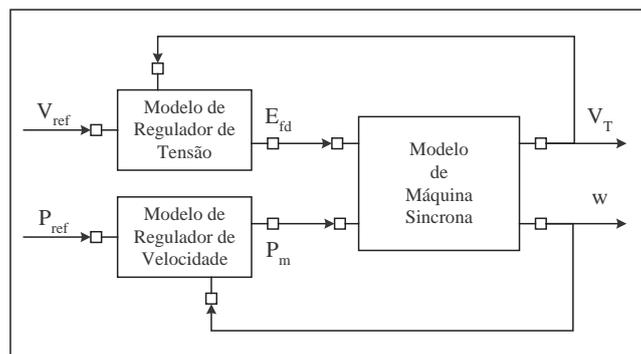


Figura 5.1: Representação da Máquina Síncrona e seus Sistemas de Controle

As Figuras 5.2 e 5.3 mostram modelos simples usados para os reguladores de tensão e velocidade. O modelo de regulador de tensão tem como variáveis de entrada a tensão terminal  $V_T$  e a tensão de referência  $V_{ref}$ , e como variável de saída a tensão de campo  $E_{fd}$ . O modelo de regulador de velocidade tem como entradas a velocidade do rotor  $w$  e a potência mecânica de referência  $P_{ref}$ , e como variável de saída a potência mecânica  $P_m$ .

Nota-se que estes modelos tem suas referências, representadas como variáveis de controle, contrastando com os programas de fluxo de potência ou simulação no tempo, onde estas referências são mantidas constantes, sendo apenas calculadas na inicialização dos modelos.

A máquina de pólos salientes, os modelos dos reguladores de tensão e velocidade

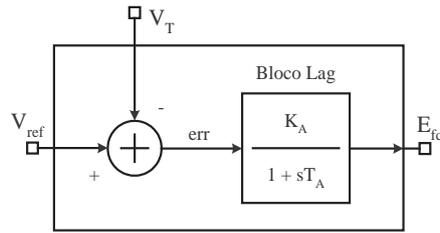


Figura 5.2: Modelo do Regulador Automático de Tensão

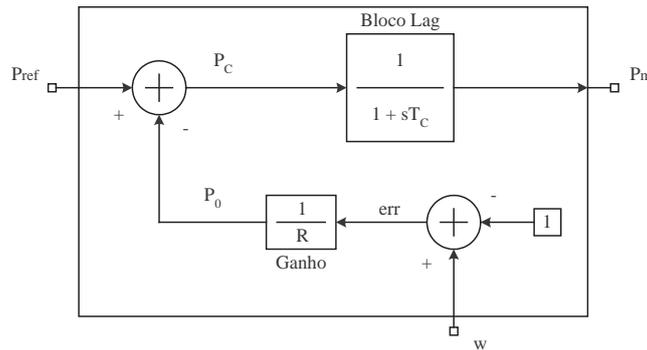


Figura 5.3: Modelo do Regulador de Velocidade

usados estão descritos pelas equações (5.3) a (5.7).

### Máquina Síncrona:

$$\dot{E}'_q = \frac{1}{T'_{d0}} [(x_d - x'_d)I_d + E_{fd} - E'_q] \quad (5.3)$$

$$\dot{w} = \frac{1}{2H} (P_m - P_e) \quad (5.4)$$

$$\dot{\delta} = w_r(w - 1) \quad (5.5)$$

### Regulador Automático de Tensão:

$$\dot{E}_{fd} = \frac{K_a}{T_a} (V_{ref} - V_T) - \frac{1}{T_a} E_{fd} \quad (5.6)$$

### Regulador de Velocidade:

$$\dot{P}_m = \frac{1}{T_c} \left[ P_{ref} - \frac{1}{R} (w - 1) \right] - \frac{1}{T_c} P_m \quad (5.7)$$

O ponto de equilíbrio nas equações (5.3) a (5.7) é obtido quando:

$$\dot{E}'_q = 0; \quad \dot{w} = 0; \quad \dot{\delta} = 0; \quad \dot{E}_{fd} = 0; \quad \dot{P}_m = 0.$$

As equações dinâmicas para o ponto de equilíbrio são adicionadas às equações algébricas do fluxo de potência no FPO proposto. Como não há simplificações nas equações dinâmicas no ponto de equilíbrio, então a matriz Jacobiana do sistema algébrico aumentado é idêntica àquela utilizada na análise de estabilidade à pequenas perturbações, permitindo fazer a análise modal do sistema [83]. Desta forma, a análise dinâmica do sistema pode ser feita tanto para o caso base, quanto para a solução ótima.

### 5.3.2 Modelo de Carga

As cargas utilizadas podem ser caracterizadas pelo modelo ZIP dependente da tensão, o qual é dado pelas equações (5.8) e (5.9).

$$P_l = P_0 [p_a + i_a V_T + z_a V_T^2] \quad (5.8)$$

$$Q_l = Q_0 [p_r + i_r V_T + z_r V_T^2] \quad (5.9)$$

onde  $P_0$  e  $Q_0$  são as cargas ativa e reativa de referência, respectivamente. Os parâmetros  $p_a$ ,  $i_a$  e  $z_a$  correspondem a porcentagem de carga ativa modelada como potência constante, corrente constante e impedância constante, respectivamente. Similarmente, os parâmetros  $p_r$ ,  $i_r$  e  $z_r$  são usados para a parte reativa da carga.

### 5.3.3 Curva de Capacidade de Geração

As curvas de capacidade da máquina síncrona descrevem sua região viável de operação em estado permanente. Nestas curvas, tem-se os limites na corrente de campo e armadura dependentes da tensão modelados. Para as máquinas de pólos salientes, estes limites são dados pelas equações (5.10) e (5.11).

$$P = \frac{V_T E_q}{x_d} \text{sen} \delta + \frac{V_T^2}{2} \left( \frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d} \right) \text{sen} 2\delta \quad (5.10)$$

$$Q = \frac{V_T E_q}{x_d} \text{cos} \delta + \frac{V_T^2}{2} \left( \frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d} \right) \text{cos} 2\delta - \frac{V_T^2}{2} \left( \frac{1}{x_q} + \frac{1}{x_d} \right) \quad (5.11)$$

onde  $P$  e  $Q$  são a potência ativa e reativa gerada, respectivamente,  $\delta$  é o ângulo da tensão interna,  $E_q$  e  $V_T$  são as magnitudes de tensão interna e terminal, respectivamente, e  $x_d$  e  $x_q$  são as reatâncias síncronas de eixo direto e eixo de quadratura,

respectivamente. As equações (5.10) e (5.11) são também válidas para a máquina de pólos lisos, basta considerar  $x_d = x_q$ .

A corrente de campo nominal é dada pelas equações (5.12) e (5.13).

$$E_q = E_{fd} + (x_d - x_q)I_d \quad (5.12)$$

$$E_{fd} = (x_d - x_l)I_{fd_{nominal}} \quad (5.13)$$

onde  $E_{fd}$  é a tensão de campo,  $I_d$  é a corrente de armadura de eixo direto considerando fator de potência nominal e  $x_l$  é a reatância de dispersão.

O limite máximo da corrente de armadura  $I_{a_{max}}$  é obtido através da equação (5.14).

$$Q_{lim} = \pm \sqrt{V_T^2 I_{a_{max}}^2 - P^2} \quad (5.14)$$

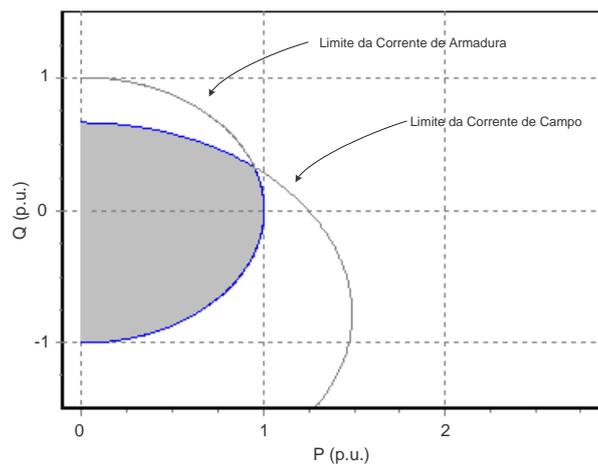


Figura 5.4: Curvas de Capacidade de Geração

A Figura 5.4 apresenta as curvas de capacidade de geração e a região viável de operação. Por viabilidade, o ponto de operação deve-se manter no interior de ambas as curvas limites de corrente [86]. Há outros limites a serem representados que não foram considerados neste trabalho, tais como, o limite de sub-excitação.

## 5.4 Formulação do Fluxo de Potência Ótimo

Tendo caracterizado as equações do sistema de potência, seja agora o problema de otimização escrito, em seu formato padrão:

$$\begin{aligned} \min_{s. a.} \quad & f_{obj}(z) \\ & h_{eq}(z) = 0 \\ & g_{ds}(z) \leq 0 \end{aligned} \quad (5.15)$$

onde,  $f_{obj}$  é a função objetivo,  $h_{eq}$  são as restrições de igualdade,  $g_{ds}$  são as restrições de desigualdade e  $z$  representa as variáveis de estado  $x$  e algébricas  $y$ .

O conjunto de equações dada em (5.1) constitui o conjunto de restrições de igualdade  $h_{eq}$  para o problema de otimização (5.15), como mostra (5.16) abaixo.

$$z = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \Rightarrow h_{eq}(z) = \begin{pmatrix} f(x,y) \\ g(x,y) \end{pmatrix} = 0 \quad (5.16)$$

Como o FPO leva em consideração o ajuste em variáveis de controle  $u$ , o qual definem algum tipo de controle, tais como, controle de tap de transformadores, controle de tensão em barras de geração, etc, então pode-se expandir  $z$  em 5.16 de forma a conter as variáveis de controle, como mostra 5.17 abaixo.

$$z = \begin{pmatrix} x \\ y \\ u \end{pmatrix} \quad (5.17)$$

Neste trabalho, a função objetivo e as restrições no problema de otimização são construídos a partir de um formato definido pelo usuário utilizando a modelagem matemática computacional já previamente definida, o qual agrupa os parâmetros, equações e ações de um dado dispositivo na rede elétrica.

### 5.4.1 Função Objetivo

Em um FPO, a função objetivo  $f_{obj}(z)$  é uma função não linear que, em geral, representa algum interesse econômico ou de segurança em sistemas de potência. As funções objetivos mais comuns, são:

- Mínimo custo de geração,

- Mínimas perdas ativas,
- Mínimo desvio de operação,
- Máxima transferência de potência entre áreas
- Máximo carregamento
- Mínimo corte de carga

### Construção do Mínimo Custo de Geração

Como forma de ilustração do tratamento dado à construção de uma função objetivo no FPO, considere a minimização do custo de geração como apresentado na expressão (5.18) abaixo.

$$f_{obj} = C_{p_1} \cdot P_1 + \frac{1}{2} C_{q_1} \cdot Q_1^2 + \dots + C_{p_n} \cdot P_n + \frac{1}{2} C_{q_n} \cdot Q_n^2 \quad (5.18)$$

onde,  $P_i$  e  $Q_i$  com  $i = 1, \dots, n$ , representam a potência ativa e reativa dos geradores do sistema elétrico, e  $C_{p_i}$  e  $C_{q_i}$  com  $i = 1, \dots, n$ , representam seus respectivos custos.

Como descrito acima, a Figura 5.5 mostra um exemplo de construção da função objetivo em um formato de diagrama de blocos.

### Construção das Perdas Mínimas

A forma de se calcular as perdas ativas em um circuito da rede elétrica é através da soma dos fluxos injetados em cada uma das barras terminais do circuito. Assim, seja um circuito conectado entre as barras  $i$  e  $j$ , então, o cálculo das perdas ativas será igual a soma  $P_{ij} + P_{ji}$ , onde  $P_{ij}$  é o fluxo ativo que vai da barra  $i$  para  $j$ , e  $P_{ji}$  é o fluxo ativo que vai da barra  $j$  para  $i$ .

A função objetivo que representa a minimização das perdas ativas em um FPO, é representado como o somatório das perdas ativas de todos os circuitos da rede elétrica.

A Figura 5.6 apresenta a forma adotada, neste trabalho, para construir a função objetivo de mínimas perdas, o qual consiste simplesmente em compor o somatório dos fluxos que foram medidos em todos os circuitos da rede.

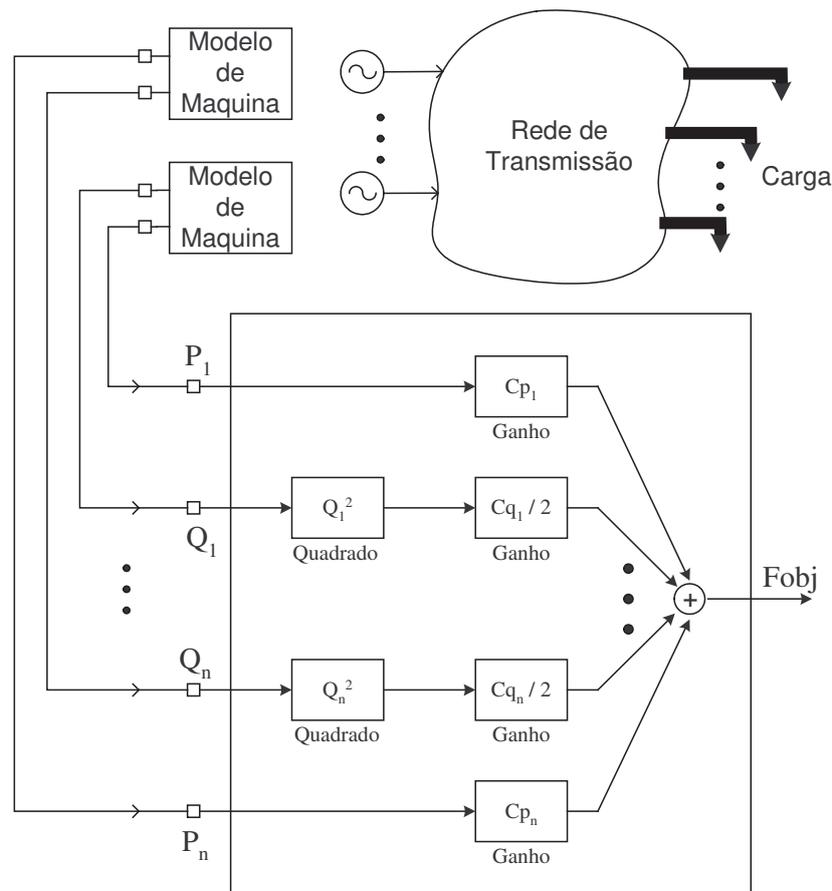


Figura 5.5: Modelo da função objetivo de mínimo custo de geração

### Construção do Máximo Carregamento

A função objetivo que representa a maximização de cargas em um FPO, é representado como o somatório da potência ativa, reativa e/ou aparente de todas as cargas de interesse da rede elétrica.

A Figura 5.7 apresenta a forma adotada, neste trabalho, para construir a função objetivo de maximização da carga, o qual consiste simplesmente em compor o somatório das potências das cargas que são de interesse. Observe que são utilizados medidores de potência, o qual pode ser considerado o valor tanto da potência ativa, reativa ou aparente, dependendo do tipo de maximização se deseja aplicar no FPO.

A composição de funções por diagrama de blocos fornece um alto grau de generalização na construção de funções objetivo e restrições. Com isto, usando-se de uma representação detalhada dos modelos de geradores, é possível construir funções

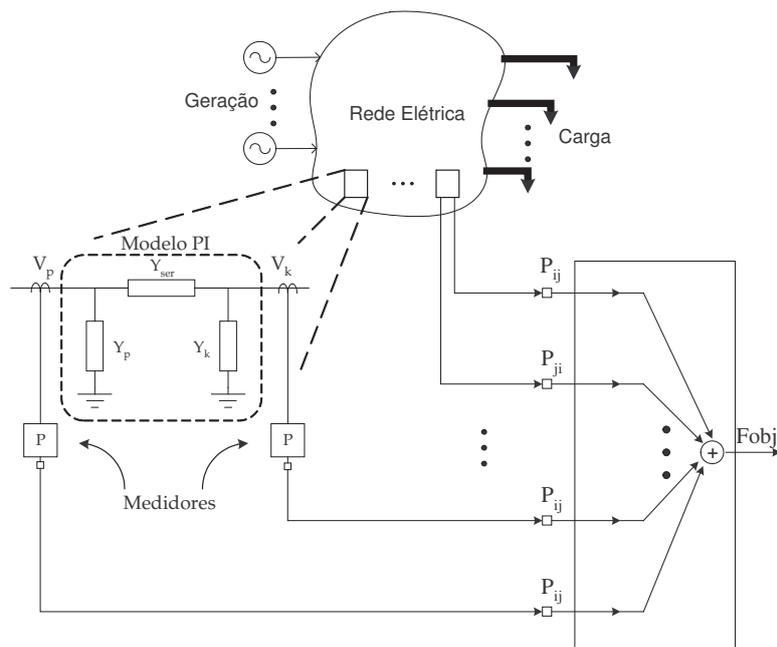


Figura 5.6: Construção da função objetivo de mínimas perdas

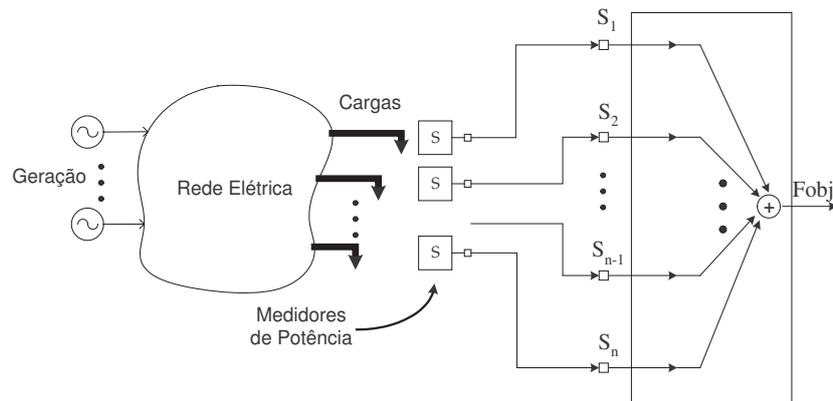


Figura 5.7: Construção da função objetivo de maximização de cargas

objetivo que levem em consideração variáveis de estado internas das máquinas.

## 5.4.2 Restrições de Igualdade

As restrição de igualdade  $h_{eq}(z)$  contém a modelagem das equações de balanço do fluxo de potência da rede elétrica. Na formulação descrita neste trabalho, as equações de estado derivadas da modelagem detalhada dos geradores são incorporadas ao conjunto de restrições de igualdade.

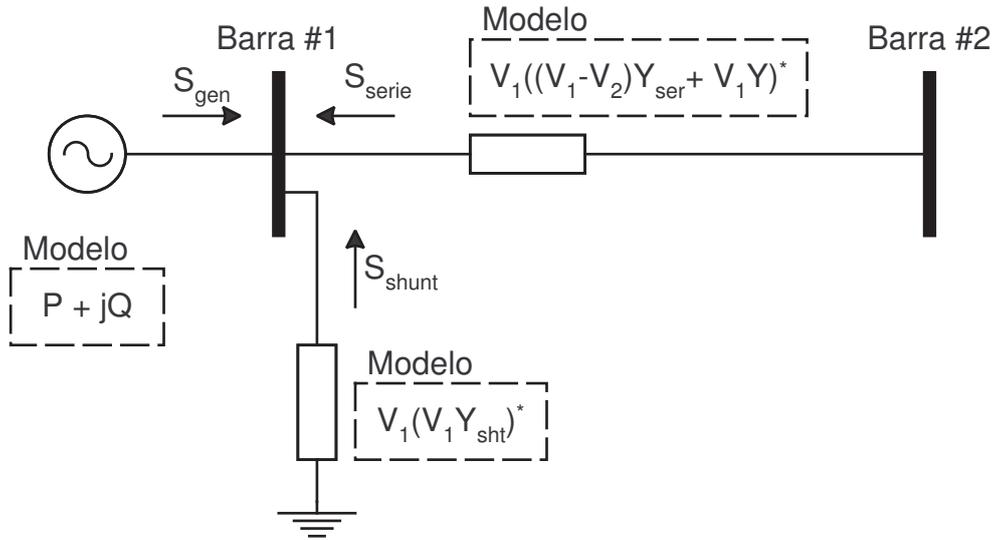


Figura 5.8: Equações de Balanço de Potência

A Figura 5.8 apresenta um sistema exemplo para a ilustração de como as restrições associadas às equações de balanço são inseridas no FPO. Nesta figura, um gerador, um dispositivo shunt e um dispositivo série estão conectados na barra #1. Cada um destes equipamentos têm associados seus respectivos modelos, no qual estão definidos a contribuição de cada equipamento para a injeção de potência na barra. Assim, a equação de balanço é formada pela soma das contribuições de cada equipamento conectado à barra, como mostra (5.19) abaixo.

$$S_{gen} + S_{serie} + S_{shunt} = 0 \quad (5.19)$$

Substituindo cada termo de (5.19) pela expressão correspondente ao respectivo modelo, a equação (5.20) pode ser obtida, a qual irá representar duas restrições de igualdade (parte ativa e reativa) no FPO.

$$(P + jQ) + V_1[(V_1 - V_2)Y_{ser} + V_1Y]^* + V_1(V_1Y_{shunt})^* = 0 \quad (5.20)$$

onde,  $V_1 = |v_1|e^{j\theta_1}$ ,  $V_2 = |v_2|e^{j\theta_2}$ ,  $Y_{ser} = g_{ser} + jb_{ser}$  e  $Y_{shunt} = g_{shunt} + jb_{shunt}$ .

Os modelos associados a cada dispositivo da rede elétrica podem ser calculados considerando tanto a injeção de potência, como injeção de corrente.

As equações de balanço de potência são construídas como resultado da configuração da rede elétrica, o qual possui uma descrição completa de cada subestação, bem como, quais linhas de transmissão estão conectadas aos equipamentos, através dos disjuntores e circuitos de manobra. Assim, uma vez determinada a topologia da rede, as equações de injeção nodal são estabelecidas, como mostra as setas na barra #1 na Figura 5.8. Na formulação do FPO, as equações de balanço são as únicas restrições que não podem ser definidas pelo usuário.

### 5.4.3 Restrições de Desigualdade

O conjunto de restrições de desigualdade  $g_{ds}(z)$  representam as restrições operacionais, tais como, limites na tensão, limites em fluxo nos circuitos, limites nas variáveis de controle, etc. Assim, como no caso das restrições de igualdade, a formulação do FPO descrita, neste trabalho, permite a introdução de restrições que representam limites mais reais nos geradores, tais como, restrições derivada das curvas de capacidade de geração das máquinas [86].

Os limites em variáveis de controle e em variáveis de operação são representados geralmente por restrições de canalização, como mostrado pelas restrições (5.21), o qual representam os limites superior e inferior na tensão, na potência ativa e na potência reativa.

$$\begin{aligned} V_{MIN} &\leq V \leq V_{MAX} \\ P_{MIN} &\leq P \leq P_{MAX} \\ Q_{MIN} &\leq Q \leq Q_{MAX} \end{aligned} \quad (5.21)$$

Em geral, as restrições de canalização podem ser caracterizadas com uma variável de estado  $var$  limitada por valores máximo ( $MAX$ ) ou mínimo ( $MIN$ ), como mostrado em (5.22),

$$MIN \leq var \leq MAX \quad (5.22)$$

o qual pode ser reescrito como

$$\begin{aligned} var - MAX &\leq 0 \\ var - MIN &\geq 0 \end{aligned} \quad (5.23)$$

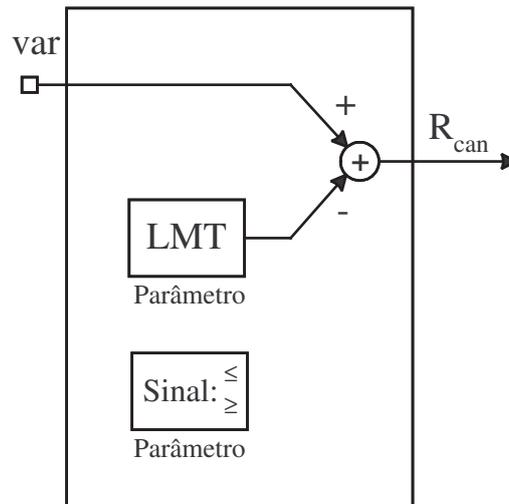


Figura 5.9: Modelo de restrições de canalização

Com base nas restrições (5.23), é possível construir um modelo de restrições de canalização que represente ambos os limites superior e inferior, pois este tipo de restrição representa a diferença entre uma variável e seu limite (máximo ou mínimo). Assim, a Figura 5.9 apresenta um modelo geral deste tipo de restrição no qual o parâmetro *LMT* armazena o valor de limite máximo ou mínimo, e o parâmetro *Sinal* armazena o sinal da restrição ( $\leq$  ou  $\geq$ ), o qual determina como a restrição estará sendo tratada pelo FPO.

As restrições funcionais, tais como, limite em fluxo nas linhas de transmissão, limite em fator de potência, ou limites em grupos de fluxo de potência de intercâmbio escolhidos por usuário, são em geral mais difíceis de serem tratadas pelo FPO. Assim, com o objetivo de ilustrar a construção de restrições deste tipo no trabalho proposto, suponha a construção de uma restrição que representa a soma de três fluxos quaisquer em linhas de transmissão da rede elétrica. Esta restrição é apresentada pela inequação (5.24).

$$|S_1| + |S_2| + |S_3| \leq S_{MAX} \quad (5.24)$$

onde,  $|S_1|$ ,  $|S_2|$  e  $|S_3|$ , representam os fluxos de potência aparente de uma área do sistema e  $S_{MAX}$  representa o valor máximo ou limitante. Como  $|S_i|$ ,  $i = 1, 2, 3$  não são variáveis explícitas do problema, estas devem ser escritas em função das variáveis do problema,  $P$  e  $Q$ , por exemplo, como mostrado pela equação (5.25).

$$|S| = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad (5.25)$$

Substituindo (5.25) na restrição (5.24), tem-se:

$$\sqrt{P_1^2 + Q_1^2} + \sqrt{P_2^2 + Q_2^2} + \sqrt{P_3^2 + Q_3^2} \leq S_{MAX} \quad (5.26)$$

A partir da restrição (5.26), o diagrama de bloco mostrado na Figura 5.10 pode ser construído.

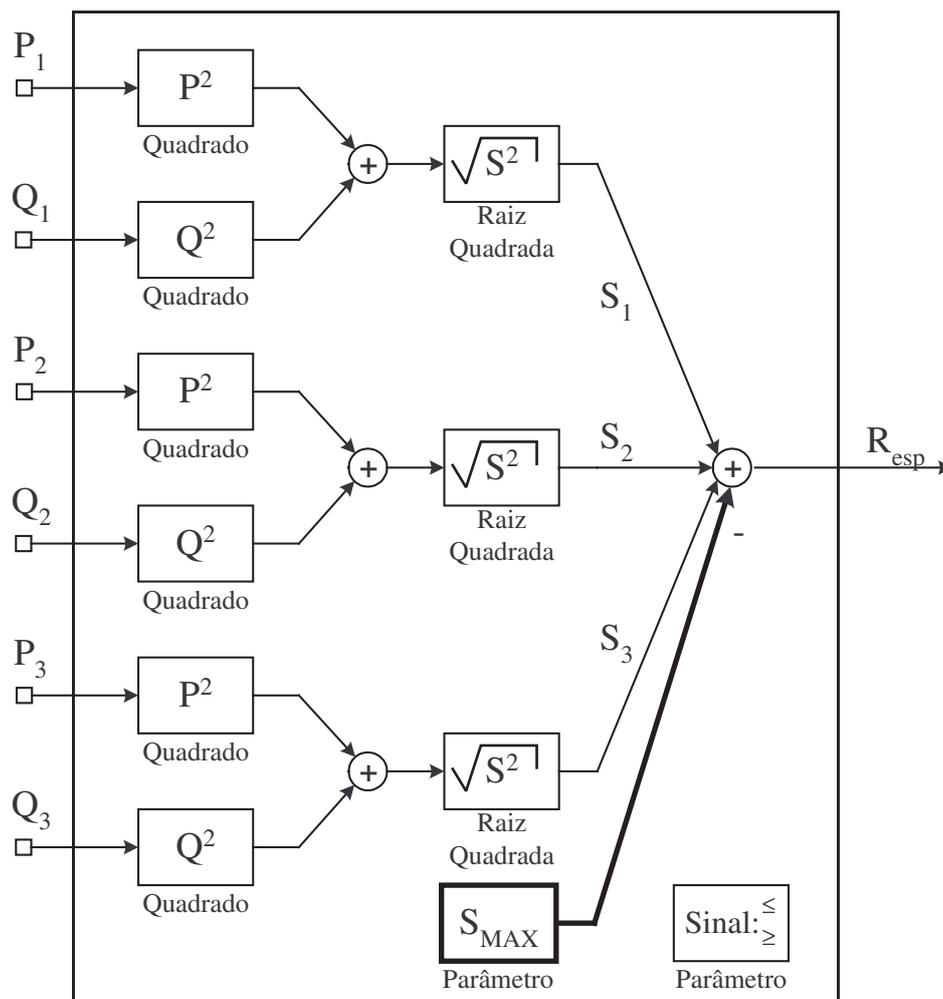


Figura 5.10: Modelo de restrições funcionais

#### 5.4.4 Linguagem Utilizada para Definição de Funções

A função objetivo e restrições são construídas e adicionadas ao desenvolvimento para a otimização através de uma linguagem de modelagem específica para o ambiente computacional implementado. Não é propósito deste trabalho apresentar

detalhes da linguagem para representação das funções, porém a definição do modelo para uma função objetivo é apresentada a seguir apenas para propósitos de ilustração.

```

1  =====
2  === FUNCAO OBJETIVO DE Minimo Custo de Geracao - MINGER ===
3  =====
4  MODL:FuncaoOBJT#Mdl:MinGer .
5  #
6  #   === PARMS ===
7  #   [--ID.--] REF VISIBL [--Valor--]
8  PARM:      Cp1          1.0
9  PARM:      Cp2          1.0
10 PARM:      Cq1          1.0
11 PARM:      Cq2          1.0
12 #
13 #   === SAIDA MODELO ===
14 #   [--ID.--] I/O
15 I/O :      Fobj OUT
16 #
17 #   === ENTRADAS EXTERNAS ===
18 #   [--ID.--] [--INP--]
19 EXTR:     INP_P1        P1
20 EXTR:     INP_P2        P2
21 EXTR:     INP_Q1        Q1
22 EXTR:     INP_Q2        Q2
23 #
24 #   === FUNCAO OBJETIVO ===
25 #   [--ID.--] [--INP--] [--OUT--]
26 SQR :     BLC001        Q1      Q1_2
27 SQR :     BLC002        Q2      Q2_2
28 #
29 #   [--ID.--] [--INP--] [--OUT--] [-----K-----]
30 GANH:     BLC003        P1      sttP1    Cp1
31 GANH:     BLC004        P2      sttP2    Cp2
32 GANH:     BLC005        Q1_2    sttQ1    Cq1/2
33 GANH:     BLC006        Q2_2    sttQ2    Cq2/2
34 #
35 #   [--ID.--] s [--INP--] [--OUT--]
36 SOMD:     BLC007 +      sttP1      Fobj
37           .... +      sttP2
38           .... +      sttQ1
39           .... +      sttQ2
40 DFIM
41 DFIM

```

Código 5.1: Definição do modelo para função objetivo

Assim, considere a função objetivo (5.27) escrita abaixo.

$$F_{obj} = C_{p_1} P_1 + C_{p_2} P_2 + \frac{C_{q_1}}{2} Q_1^2 + \frac{C_{q_2}}{2} Q_2^2 \quad (5.27)$$

Com base na função objetivo (5.27), o diagrama de blocos que expressa esta função é apresentado na Figura 5.11.

Assim, a linguagem para expressar a função objetivo (5.27) é apresentada no Código 5.1.

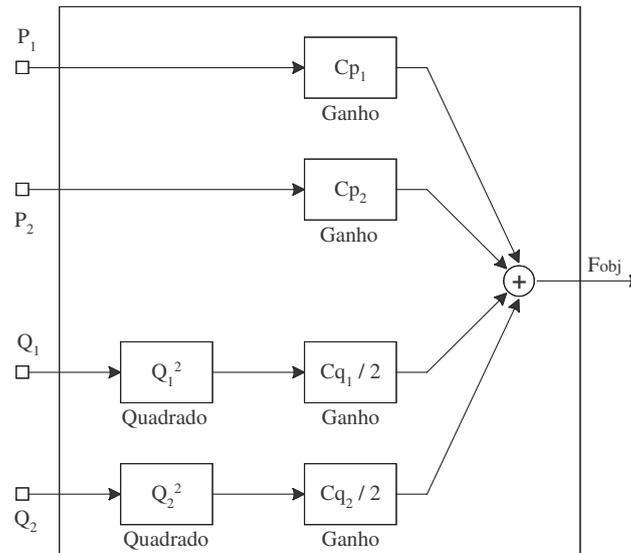


Figura 5.11: Diagrama de blocos da função objetivo

## 5.5 Método de Pontos Interiores

Um conceito fundamental que está inteiramente ligado a problemas de otimização restrita é a *restrição ativa*. Uma restrição de desigualdade  $g_{ds}(z) \leq 0$  é dita ser *ativa* para um ponto  $z$ , se  $g_{ds}(z) = 0$ , e *inativa* para  $z$ , se  $g_{ds}(z) < 0$ . Assim, por conveniência é possível dizer que uma restrição de igualdade é dita ativa para todo ponto  $z$ , pois  $h_{eq}(z) = 0$ . As restrições que estão ativas para um ponto viável  $z$  pertencem à região de viabilidade na vizinhança de  $z$ , por outro lado, as restrições inativas não tem influência na vizinhança de  $z$ .

Assim, é evidente que se  $z$  representa uma solução ótima do problema de otimização, então o conjunto de restrições inativas poderiam ser ignorados e as restrições que estão ativas poderiam ser tratadas como restrições de igualdade, definindo assim o conceito de conjunto ativo. Mas, o conhecimento do conjunto ativo é um dos grandes desafios em otimização, pois define as restrições que são relevantes na obtenção da solução ótima a ser alcançada ao final do processo iterativo. Por este motivo, existem técnicas de otimização que buscam a cada iteração determinar as restrições que estarão ativas.

Neste trabalho, utiliza-se da metodologia apresentada em [53], o qual não necessita da determinação a cada iteração do conjunto ativo, além disto, as restrições

de desigualdade em (5.15) são transformadas em restrições de igualdade através da inclusão das variáveis de folga  $s$ , e pela aplicação de fatores penalidade nas variáveis de folga, como mostrado em (5.28).

$$\begin{aligned} \min_{s. a.} \quad & f_{obj}(z) + \mathcal{P}(s) \\ & h_{eq}(z) = 0 \\ & g_{ds}(z) + s = 0 \end{aligned} \quad (5.28)$$

A função  $\mathcal{P}(s)$  aplica uma penalização no conjunto de variáveis de folga  $s$ , do qual tal função é, em geral, representada pela função logarítmica a fim de estabelecer o método de pontos interiores [53].

Uma vez tendo reduzido o problema de otimização a ter apenas restrições de igualdade, então é possível escrever a função Lagrangeana, como mostrado em (5.29).

$$\mathcal{L}(z, \lambda, \pi, s) = f_{obj}(z) + \lambda^T h_{eq}(z) + \pi^T [g_{ds}(z) - s] + \mathcal{P}(s), \quad (5.29)$$

onde  $\lambda$  e  $\pi$  são os vetores de variáveis duais associados às restrições de igualdade e desigualdade, respectivamente.

Usando a função definida em (5.29), é possível estabelecer as condições de otimalidade necessárias de primeira ordem de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) [87, 88], os quais são mostrados no sistema (5.30).

$$\begin{aligned} \nabla_z \mathcal{L}(z, \lambda, \pi, s) = 0 &= \nabla_z f_{obj}(z) + \lambda^T \nabla_z h_{eq}(z) + \pi^T \nabla_z g_{ds}(z) \\ \nabla_\lambda \mathcal{L}(z, \lambda, \pi, s) = 0 &= h_{eq}(z) \\ \nabla_\pi \mathcal{L}(z, \lambda, \pi, s) = 0 &= [g_{ds}(z) - s] \\ \nabla_s \mathcal{L}(z, \lambda, \pi, s) = 0 &= -\pi + \nabla_s \mathcal{P}(s) \end{aligned} \quad (5.30)$$

O conjunto de equações dado por (5.30) pode ser resolvido pelo método de Newton-Raphson, através das soluções sucessivas do seguinte conjunto de equações lineares:

$$\nabla^2 \mathcal{L}(z, \lambda, \pi, s) \times \Delta v(z, \lambda, \pi, s) = -\nabla \mathcal{L}(z, \lambda, \pi, s) \quad (5.31)$$

O cálculo das derivadas de segunda ordem da função Lagrangeana no sistema linear (5.31) é realizado usando da técnica baseada na regra da cadeia de diferenciação

automática, e na composição das operações elementares para construir as equações através de diagramas de blocos. Este processo produz as derivadas de primeira e segunda ordem em um dado ponto, como mencionado no capítulo anterior.

O grande sucesso do método de pontos interiores está no ajuste da função de penalização  $\mathcal{P}(s)$ , o qual será melhor discutida posteriormente.

## 5.6 Características da Solução do Fluxo de Potência Ótimo

Na prática, um problema real de FPO não satisfaz os requisitos necessários para estabelecer as condições de KKT, pois as funções objetivo não são suaves e convexas. Outro ponto importante é que, em um sistema de potência, há a presença de transformadores com tap variável e capacitores shunt, o qual caracterizam variáveis discretas na formulação ótima.

A solução encontrada na literatura, a fim de possibilitar a aplicação das condições de KKT, é utilizar aproximações de suavização em funções não suaves, além de considerar que todas as variáveis são contínuas. Então, de posse da solução do problema contínuo, é possível estabelecer alguns ajustes de modo a considerar a natureza discreta das variáveis. Além disto, uma função objetivo pode ser otimizada simultaneamente através da soma de funções objetivo simples penalizadas através de ponderações, a fim de representar uma característica multiobjetivo.

Tradicionalmente, há dois tipos diferentes de desenvolvimento em algoritmos de fluxo de potência que levam em consideração processos de otimização.

No primeiro tipo, os algoritmos utilizam o fluxo de potência separadamente do algoritmo de otimização. O problema não-linear é aproximado, e a partir desta aproximação é estabelecida as condições de otimalidade. A determinação da solução das variáveis de fluxo de potência é caracterizada como uma das etapas de solução de um problema ainda maior de otimização. A principal vantagem desta metodologia é que ela requer técnicas simples de implementação e sem necessidade de utilização de heurísticas na determinação da solução. Em geral, esta metodologia se utiliza

de programação linear, ou programação quadrática no tratamento das restrições de igualdade e desigualdade que não fazem parte do grupo de equações de balanço que são resolvidas pelo fluxo de potência convencional.

No segundo tipo, as equações de balanço são integradas ao problema de otimização, como restrições de igualdade e estabelece-se as condições de otimalidade do problema completo. A maior parte das restrições de igualdade é formada pelas equações de balanço, portanto a cada iteração o algoritmo de otimização se aproxima da solução do fluxo de potência e das variáveis de otimização simultaneamente. O grande problema neste tipo de desenvolvimento é o tratamento adequado das restrições de desigualdade, quanto a determinação do conjunto ativo, como já mencionado.

A metodologia descrita neste trabalho leva em consideração o segundo tipo de desenvolvimento para o problema de fluxo de potência ótimo.

## 5.7 Modelagem Orientada a Objetos Aplicada em Otimização

Como um dos objetivos deste trabalho é construir um ambiente computacional flexível para aplicação de fluxo de potência ótimo na incorporação de funções objetivos e restrições, então optou-se por desenvolver um estrutura computacional que pudesse tratar uma ampla variedade de problemas de otimização. Além disto, tal estrutura deveria se relacionar com a modelagem orientada a objetos desenvolvida para o sistema elétrico de potência (*SEE*) [7], a qual foi apresentada no Capítulo 3. Sendo assim, este trabalho irá desenvolver uma modelagem orientada a objetos, que possa ser aplicada para uso geral em otimização.

A Figura 5.12 apresenta como é tratada a integração do módulo orientado a objetos aplicado à otimização com a modelagem desenvolvida para aplicações em sistemas de potência (*SEE*). A classe *Aplicativos* se encontra no mesmo nível hierárquico que a modelagem da *SEE*, de modo que todos os aplicativos que estão construídos descendem desta classe base. Este tipo de hierarquia permite que características comuns aos aplicativos possam ser compartilhadas, tais como, ordenação

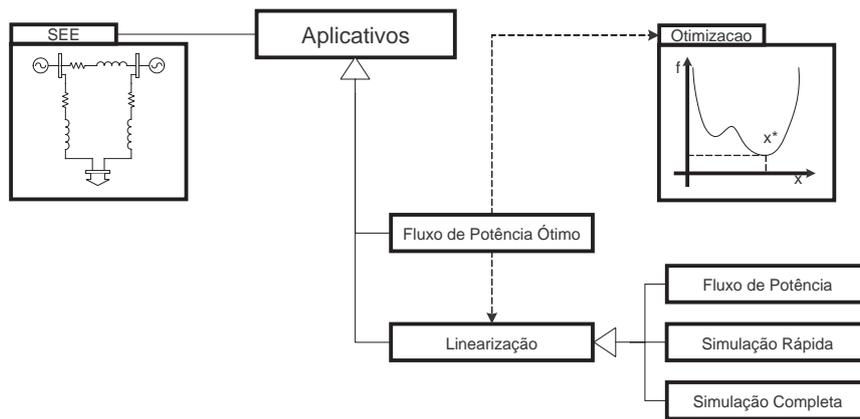


Figura 5.12: Integração entre *SEE* e Otimização

de barras, geração de matriz admitância de barras, etc. Além disto, a figura mostra que a integração entre a estrutura da *SEE* com a Otimização é estabelecida pela classe *FluxodePotênciaÓtimo*. Ou seja, o fluxo de potência ótimo é um descendente da classe *Aplicativos*, por se caracterizar como uma ferramenta de análise em sistemas de potência, por outro lado, este estabelece uma relação de dependência com o módulo de Otimização, pois um FPO é caracterizado como um problema de programação matemática não-linear.

As classes *FluxodePotência*, *SimulaçãoRápida* e *SimulaçãoCompleta* descendem da classe *Linearização*, pois nesta é calculada a matriz Jacobiana, matriz de espaço de estados e os autovalores que são comuns a estes aplicativos. Já o *FluxodePotênciaÓtimo* necessita da determinação da matriz Hessiana, a qual é construída através da determinação das derivadas de segunda ordem. Entretanto, esta classe possui uma relação de dependência com a *Linearização*, apenas para se calcular os autovalores da matriz de estado do sistema. Mas, esta funcionalidade só existe quando a modelagem completa de geradores for representada no FPO, caso contrário, esta relação não se aplica.

Desta forma pode-se perceber que o FPO funciona como um elo de ligação entre o desenvolvimento aplicado à Otimização e o desenvolvimento voltado para a representação do sistema elétrico. Deste modo, é possível verificar que qualquer modificação na classe *SEE* é automaticamente percebida pelo FPO, e pelos demais aplicativos do sistema de potência. Logo, a representação de qualquer novo dispositivo na *SEE*, será tratado pelo FPO, sem a necessidade e alteração do código fonte

do módulo de otimização. Isto porque os desenvolvimentos *SEE*, *FluxodePotênciaÓtimo* e *Otimização* são independentes.

### 5.7.1 Requisitos Necessários para Modelagem Orientada a Objetos

Tendo estabelecido o FPO como o vínculo de integração entre a *Otimização* e a *SEE*, então passa-se a estabelecer os requisitos necessários para a modelagem orientada a objetos da *Otimização*.

A definição de uma estrutura computacional genérica para aplicação em otimização deve ser inequívoca, expansível e de fácil utilização, além de permitir troca de informações e resultados com outros desenvolvimentos orientados a objetos, ou não.

Para que a modelagem atinja o propósito de ser uma base computacional para outros desenvolvimentos em otimização, é necessário que se faça uma identificação das principais características e funcionalidades inerentes às diversas aplicações em otimização. Para tanto, os objetos devem ser direcionados para representar conceitos teóricos de como as diversas técnicas de otimização são compreendidas na literatura, mantendo a modelagem computacional o mais próximo do real entendimento da teoria de otimização. Com base nisto, a modelagem orientada a objetos adotada neste trabalho é caracterizada por dois aspectos fundamentais:

**Descrição Construtiva:** representa uma estrutura que descreve aspectos relacionados à preparação e construção de um problema de otimização, tais como, definir funções objetivos, inserir e remover restrições, calcular variáveis duais, variáveis de folga, quando necessárias, etc;

**Descrição Conceitual:** representa uma estrutura que descreve conceitos relacionados à caracterização de diversos tipos de problemas de otimização, ou seja, um problema de otimização pode ser caracterizado, como sendo: linear ou não-linear ou quadrático sequencial ou dinâmico ou inteiro.

Estas duas características devem se acomodar de modo que a modelagem seja representada de maneira única e consistente.

### 5.7.2 Descrição Construtiva

A primeira pergunta que se faz ao se procurar determinar um modelo orientado a objetos para uso geral em Otimização é: Quais as semelhanças e diferenças existentes entre os diversos tipos de problemas de otimização?

Com base nisto, é possível estabelecer que todo problema de otimização pode ser definido por seu formato padrão, o qual é descrito por uma minimização ou maximização de uma função objetivo sujeito à restrições, tal como mostrado pelo problema (5.15) e que está re-escrito abaixo.

$$\begin{aligned} \min_{s. a.} \quad & f_{obj}(z) \\ & h_{eq}(z) = 0 \\ & g_{ds}(z) \leq 0 \end{aligned}$$

As diferenças existentes entre os diversos tipos de problemas de otimização se fazem pela caracterização dos tipos de funções objetivo e restrições que serão escolhidas para compor o problema em si. Ou seja, em uma programação linear, a função objetivo e as restrições são compostas por funções lineares, enquanto que numa programação quadrática seqüencial, as restrições podem ser lineares, mas com função objetivo representada por uma função quadrática. Contudo, todos os tipos de problemas podem ser caracterizados pelo problema (5.15) definido no formato padrão mais geral.

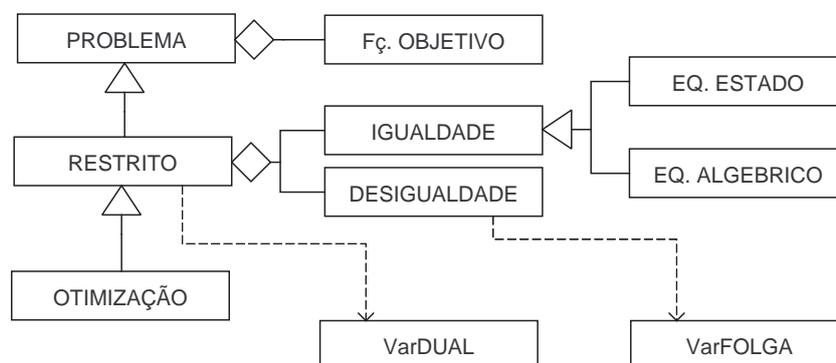


Figura 5.13: Descrição construtiva da otimização

Assim, a Figura 5.13 apresenta a descrição construtiva da otimização, no qual em um primeiro nível hierárquico tem-se definido a classe *Problema*, cujo objetivo é

estabelecer qual tipo de problema de otimização será criado (ou seja, estabelecer se o problema é restrito ou irrestrito), além de definir se o problema é uma minimização ou maximização. Esta classe possui uma relação de agregação com a função objetivo (classe *Fç.Objetivo*) que um problema de otimização pode ter, permitindo caracterizar uma estrutura que leve em consideração até características multiobjetivo.

Em um segundo nível hierárquico, tem-se definido a classe *Restrito*, o qual é responsável pela caracterização das restrições que um problema de otimização pode ter. Sendo que um problema restrito pode ser formado por uma ou mais restrições de igualdade e/ou desigualdade, o qual é caracterizado pela relação de agregação da classe *Restrito* com as classes *Igualdade* e *Desigualdade*. Aqui neste desenvolvimento, a classe *Igualdade* é caracterizada para compor restrições de igualdade, e foi subdividida nas classes *Eq.Estado* e *Eq.Algébrico*, cujo objetivo é permitir a caracterização das equações de estado e das equações algébricas. É evidente que o FPO é um aplicativo da *SEE* voltado para o regime permanente, assim o tratamento dado às equações de estado dependerá do tipo de algebrização dada pela classe *Aplicativos*. Similarmente, a classe *Desigualdade* é caracterizada para compor restrições de desigualdade.

Além disto, as classes *Restrito* e *Desigualdade* possuem relação de dependência com as classes *VarDual* e *VarFolga*, respectivamente. Isto se faz necessário, pois em otimização as restrições de igualdade e desigualdade tem associado variáveis duais (*VarDual*), e as restrições de desigualdade podem ter associado variáveis de folga (*VarFolga*), mas estas variáveis não necessitam tomar conhecimento de que fazem parte de um problema de otimização.

Na descrição apresentada, na Figura 5.13, nenhuma classe pode ser criada livremente, exceto a classe *Otimização*, que é responsável por criar e gerenciar todo o problema, além de adicionar e remover qualquer nova função objetivo e novas restrições ao problema. É através desta classe que se estabelece a troca de informações do problema com outras aplicações, tornando-se transparente a utilização desta modelagem ao usuário. Além disto, as restrições podem ser adicionadas e/ou removidas em qualquer momento, mesmo durante o processo iterativo de busca da solução ótima, e a função objetivo pode ser modificada de modo a atender a uma dada necessidade da aplicação a ser estudada.

### 5.7.3 Descrição Conceitual

Como mencionado, a teoria de otimização pode ser caracterizada por um problema de programação linear ou quadrático ou dinâmico ou inteiro ou até mesmo, não-linear. Assim, esta subseção irá descrever uma estrutura computacional voltada para um problema de programação não-linear considerando restrições, deixando os demais tipos de problemas de otimização em aberto para futuros desenvolvimentos.

Na literatura de otimização, há vários métodos voltados para o tratamento do problema de programação não-linear com restrições, mas na modelagem orientada a objetos, estes métodos foram definidos e divididos em dois tipos:

**Métodos Primais:** São métodos que possuem em sua formulação ótima, apenas o tratamento de variáveis primais;

**Métodos Duais:** São métodos que possuem em sua formulação ótima, o tratamento de variáveis primais e duais.

É conhecido da literatura, que os problemas de programação irrestrita, ou seja, problemas sem restrições, possuem resultados satisfatórios na determinação da solução ótima, via utilização do método de Newton, ou dos métodos quasi-Newton. Assim, em um problema de programação com restrições seria ideal transformá-lo em um problema sem restrições, a fim de se utilizar uma das técnicas de programação irrestrita. Em geral, o que se faz é incorporar as restrições à função objetivo de modo que o problema não possua mais restrições, e, a partir daí, ajustar a solução do novo problema, a fim de conduzir a sua solução para o ótimo do problema original.

Com isto, a descrição conceitual, deste trabalho, se baseará na premissa de transformação do problema original em uma seqüencia de problemas irrestritos. Logo, a modelagem orientada a objetos voltada para tratar problemas de programação não-linear, é mostrada na Figura 5.14.

A Figura 5.14 apresenta a classe base chamada *Irrestrito*, que é responsável por gerenciar a transformação do problema de otimização restrito em um problema irrestrito, além de estabelecer uma relação de dependência com parte construtiva da otimização (Descrição Construtiva). Num segundo nível hierárquico, tem-se repre-

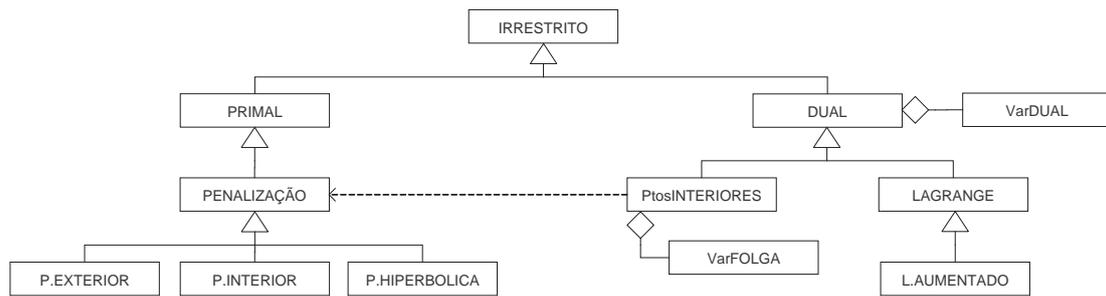


Figura 5.14: Descrição conceitual de programação não-linear

sentado a classe *Primal* e a classe *Dual*.

Derivado da classe *Primal*, tem-se todas as transformações executadas pelos métodos de penalização, os quais são divididos em três classes: *P.Exterior*, *P.Interior* e *P.Hiperbólica*. Estas classes representam a construção das funções de penalidade exterior, interior e hiperbólica, respectivamente. Além disto, a modelagem é flexível o suficiente para permitir a utilização de mais de um tipo de penalização em um mesmo problema de otimização. A caracterização da teoria dos métodos de penalização será descrita posteriormente.

Derivado da classe *Dual*, tem-se a classe *PtosInteriores*, que faz uma transformação no problema de modo a torná-lo em um problema irrestrito, considerando que as restrições de desigualdade foram transformadas em restrições de igualdade através da inserção de variáveis de folga. Ainda derivado da classe *Dual*, tem-se a classe *Lagrange* e a classe *L.Aumentado*, as quais fornecem a possibilidade de construção da função Lagrangeana e do tratamento de métodos tipo Lagrangeano aumentado, o qual não será tratado detalhadamente neste trabalho, ficando como possibilidades de desenvolvimentos futuros.

A classe *PtosInteriores* possui uma relação de dependência com a classe *Penalização*, pois o método de pontos interiores utiliza-se de uma penalização na variável de folga com o intuito de garantir a positividade desta variável no problema de otimização. Além disto, esta classe possui uma relação de agregação com a classe *VarFolga*, permitindo a essa gerenciar toda transformação das restrições de desigualdade em restrições de igualdade.

Por outro lado, a classe *Dual* possui uma relação de agregação com a classe

*VarDual*, permitindo que esta classe gerencie todo o surgimento de novas variáveis duais. Ou seja, sempre que uma nova restrição é inserida ao problema de otimização, a classe *Dual* automaticamente insere uma nova variável dual ao problema e associa esta àquela restrição que foi inserida na otimização. Além disto, a adição e remoção de novas restrições pode ser feita mesmo durante o processo iterativo de convergência do algoritmo de otimização, o que torna a modelagem orientada a objetos mais flexível, pois a classe *Dual* gerencia todas as variáveis duais de maneira automática.

#### 5.7.4 Integração com Outros Desenvolvimentos

A estrutura orientada a objetos aplicada a otimização procura disponibilizar todos os mecanismos necessários para a construção de novos desenvolvimentos de maneira que haja completa comunicação entre a estrutura de otimização e os demais tipos de problemas matemáticos, além de permitir que a estrutura esteja aberta a reconhecer padrões desenvolvidos por pacotes comerciais ou desenvolvimentos de domínio público, como mostra a Figura 5.15.

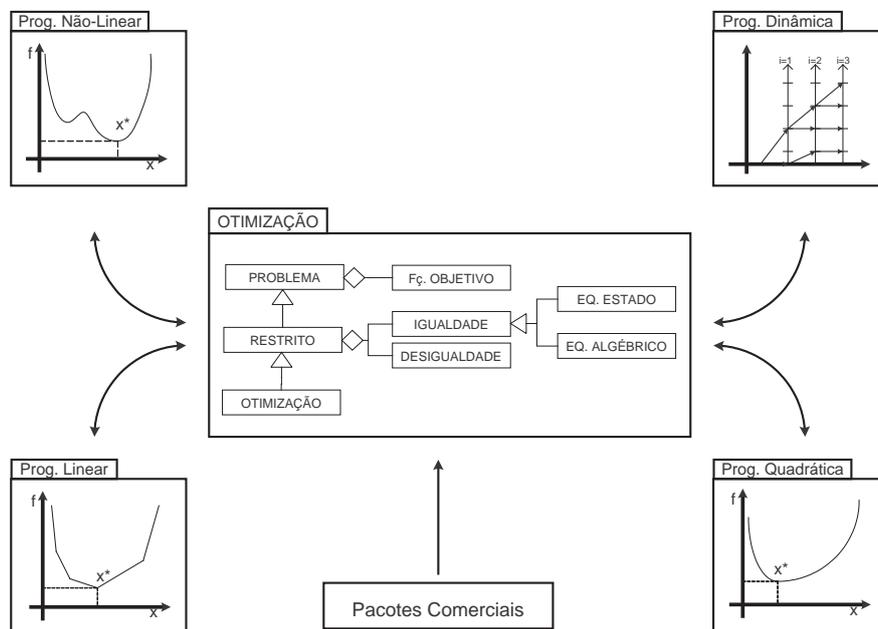


Figura 5.15: Integração de desenvolvimentos

## 5.8 Modelagem Generalizada de Dispositivos na Rede Elétrica

Em sistemas elétricos de potência é conveniente considerar que os elementos físicos da rede elétrica sejam classificados como sendo basicamente de dois tipos: shunt ou série.

Esta consideração é razoável, pois os elementos shunt representam dispositivos que possuem um ponto de conexão com a rede e possuem uma impedância entre o ponto de conexão e o nó de referência. Enquanto que, os elementos série representam dispositivos que possuem dois pontos de conexão e possuem impedância entre seus pontos.

Nesta seção será apresentada a modelagem generalizada adotada para representar qualquer dispositivo shunt ou série da rede elétrica por injeção de potência ou injeção de corrente, além de considerar que as tensões nodais possam ser expressas tanto em coordenadas polares como retangulares.

### 5.8.1 Modelagem de Dispositivos Shunt por Injeção de Potência

Considere a Figura 5.16, a qual apresenta uma representação genérica para dispositivos shunt, tendo: uma injeção de potência complexa  $S_p$  e uma admitância shunt  $Y_p$  conectadas à barra de tensão nodal  $V_p$ . Considere ainda que, se deseja calcular a potência resultante injetada  $S_{sht}$  na barra.

Assim, pela Figura 5.16, pode-se calcular a injeção do elemento shunt  $S_{sht}$  como sendo a soma da potência  $S_p$  com a potência  $S_{adm}$  entregue pela admitância, o qual é apresentado na expressão (5.32).

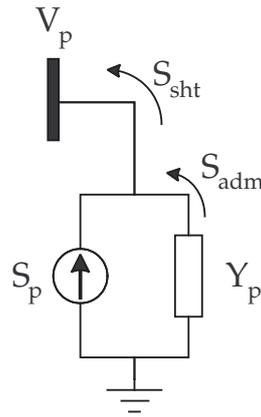


Figura 5.16: Modelo de dispositivos shunt por injeção de potência

$$S_{sht} = S_p + S_{adm} \quad (5.32)$$

$$S_{sht} = S_p + V_p \cdot I_{adm}^*$$

$$S_{sht} = S_p + V_p \cdot (V_p Y_p)^*$$

$$S_{sht} = S_p + |V_p|^2 \cdot Y_p^*$$

Considerando a potência  $S_p$  igual a  $(P_p + jQ_p)$ , admitância  $Y_p$  igual a  $(G_p + jB_p)$  e a tensão nodal  $V_p$  igual a  $(V_{\Re e} + jV_{\Im m})$ , é possível re-escrever a expressão final de (5.32) considerando explicitamente a parte real e imaginária da potência  $S_{sht}$ , como apresentado em (5.33) abaixo.

$$S_{sht} = [P_p + G_p(V_{\Re e}^2 + V_{\Im m}^2)] + j[Q_p - B_p(V_{\Re e}^2 + V_{\Im m}^2)] \quad (5.33)$$

Considere, agora, a Figura 5.17, na qual a injeção complexa  $S_p$  é agora expressa em termos da corrente  $I_p$ , e que se deseja calcular ainda a potência resultante injetada  $S_{sht}$  na barra.

Assim, pela Figura 5.17, pode-se calcular  $S_{sht}$ , como mostrado pela equação (5.34) abaixo.

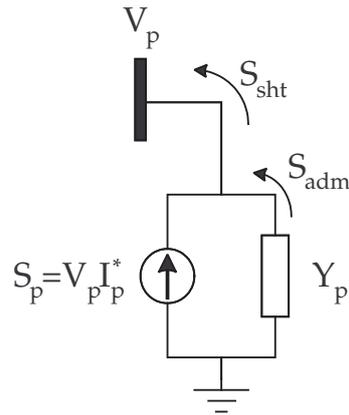


Figura 5.17: Modelo de dispositivos shunt por injeção de potência

$$S_{sht} = S_p + S_{adm} \quad (5.34)$$

$$S_{sht} = V_p \cdot I_p^* + V_p \cdot (V_p Y_p)^*$$

$$S_{sht} = V_p \cdot I_p^* + |V_p|^2 \cdot Y_p^*$$

Fazendo as devidas substituições é possível re-escrever a expressão final de (5.34) considerando sua parte real e imaginária, como apresentado na equação (5.35) abaixo.

$$S_{sht} = [V_{\Re} I_{\Re} + V_{\Im} I_{\Im} + G_p (V_{\Re}^2 + V_{\Im}^2)] + j[V_{\Im} I_{\Re} - V_{\Re} I_{\Im} - B_p (V_{\Re}^2 + V_{\Im}^2)] \quad (5.35)$$

## 5.8.2 Modelagem de Dispositivos Shunt por Injeção de Corrente

Considere a Figura 5.18, a qual apresenta uma injeção de corrente complexa  $I_p$ , mas que é expressa em termos da potência  $S_p$  e uma admitância shunt  $Y_p$  conectadas à barra de tensão nodal  $V_p$ . Considere ainda que, se deseja calcular a corrente resultante injetada  $I_{sht}$  na barra.

Assim, pela Figura 5.18, pode-se calcular a injeção do elemento shunt  $I_{sht}$  como

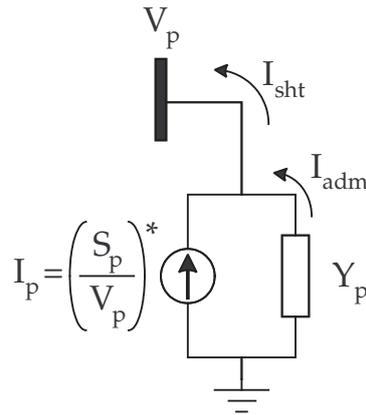


Figura 5.18: Modelo de dispositivos shunt por injeção de corrente

sendo a soma da corrente entregue pela injeção  $I_p$ , com a corrente  $I_{adm}$  entregue pela admitância, o qual é apresentado pela expressão (5.36).

$$\begin{aligned} I_{sht} &= I_p + I_{adm} \\ I_{sht} &= \left( \frac{S_p}{V_p} \right)^* + V_p \cdot Y_p \end{aligned} \quad (5.36)$$

Considerando novamente a potência  $S_p$  igual a  $(P_p + jQ_p)$ , admitância  $Y_p$  igual a  $(G_p + jB_p)$  e a tensão nodal  $V_p$  igual a  $(V_{\Re e} + jV_{\Im m})$ , é possível re-escrever a expressão final de (5.36) considerando a parte real e imaginária da corrente  $I_{sht}$ , como apresentado em (5.37) abaixo.

$$I_{sht} = \left[ \frac{P_p V_{\Re e} + Q_p V_{\Im m}}{V_{\Re e}^2 + V_{\Im m}^2} + G_p V_{\Re e} - B_p V_{\Im m} \right] + j \left[ \frac{P_p V_{\Im m} - Q_p V_{\Re e}}{V_{\Re e}^2 + V_{\Im m}^2} + G_p V_{\Im m} + B_p V_{\Re e} \right] \quad (5.37)$$

Considere, agora, a Figura 5.19, no qual a injeção complexa é expressa pela corrente  $I_p$  e que se deseja calcular ainda a corrente resultante injetada  $I_{sht}$  na barra.

Assim, pela Figura 5.19 pode-se calcular  $I_{sht}$ , como mostrado pela equação (5.38) abaixo.

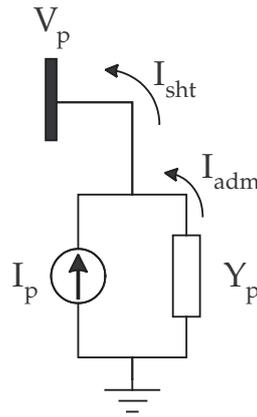


Figura 5.19: Modelo de dispositivos shunt por injeção de corrente

$$I_{sht} = I_p + I_{adm} \quad (5.38)$$

$$I_{sht} = I_p + V_p \cdot Y_p$$

Fazendo as devidas substituições é possível re-escrever a expressão final de (5.38) em termos da parte real e imaginária da corrente  $I_{sht}$  como apresentado na equação (5.39) abaixo.

$$I_{sht} = [I_{\Re e} + G_p V_{\Re e} - B_p V_{\Im m}] + j[I_{\Im m} + G_p V_{\Im m} + B_p V_{\Re e}] \quad (5.39)$$

### 5.8.3 Modelo Generalizado de Elementos Shunt

Com base nas injeções resultantes obtidas (5.33), (5.35), (5.37) e (5.39), é possível construir um modelo geral para tratamento do cálculo da injeção de elementos shunt à rede elétrica, de maneira que este modelo pode ser utilizado para qualquer aplicativo dentro da *SEE*, permitindo calcular injeções tanto para a corrente, como para a potência. Além disto, é possível definir qual o tipo de coordenada (retangular ou polar) para a tensão nodal a ser considerada pelo aplicativo. Entretanto, a estrutura é flexível o suficiente para fazer a conversão da tensão de coordenadas retangulares para coordenadas polares, e de polares para retangular, de maneira adequada nas equações acima mencionadas.

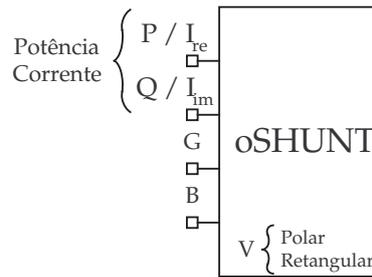


Figura 5.20: Modelo para representação da injeção shunt na rede elétrica

A Figura 5.20 apresenta a estrutura do bloco chamado *oSHUNT*, construído para estabelecer o cálculo da injeção shunt, através das equações já previamente descritas. Além disto, a partir deste modelo se obtém o cálculo parcial das derivadas de primeira e segunda ordem das injeções shunt, permitindo compor a contribuição de um elemento shunt para a montagem da matriz jacobiana, ou mesmo, da matriz hessiana.

Como forma de ilustração, considere o modelo de carga ZIP definido pelas equações (5.40) e (5.41) abaixo.

$$P_l = P_0 [p_a + i_a V_T + z_a V_T^2] \quad (5.40)$$

$$Q_l = Q_0 [p_r + i_r V_T + z_r V_T^2] \quad (5.41)$$

A Figura 5.21 apresenta o digrama de blocos do modelo de carga ZIP implementado, no qual apresenta as conexões entre blocos elementares (blocos ganho, quadrado, somador, multiplicador, *oSHUNT*, etc). Um bloco *medidor* faz a medição da tensão nodal ao qual a carga está conectada e um bloco tipo *oSHUNT* recebe o valor da potência calculada no modelo, a fim de inserir a injeção da carga na rede elétrica. Pode-se perceber que para este modelo as entradas *G* e *B* do bloco *oSHUNT* não são utilizados.

#### 5.8.4 Modelagem de Dispositivos Série por Injeção de Potência

Considere a Figura 5.22, a qual apresenta uma representação genérica para dispositivos série, tendo: uma injeção de potência complexa  $S_p$  e uma admitância shunt

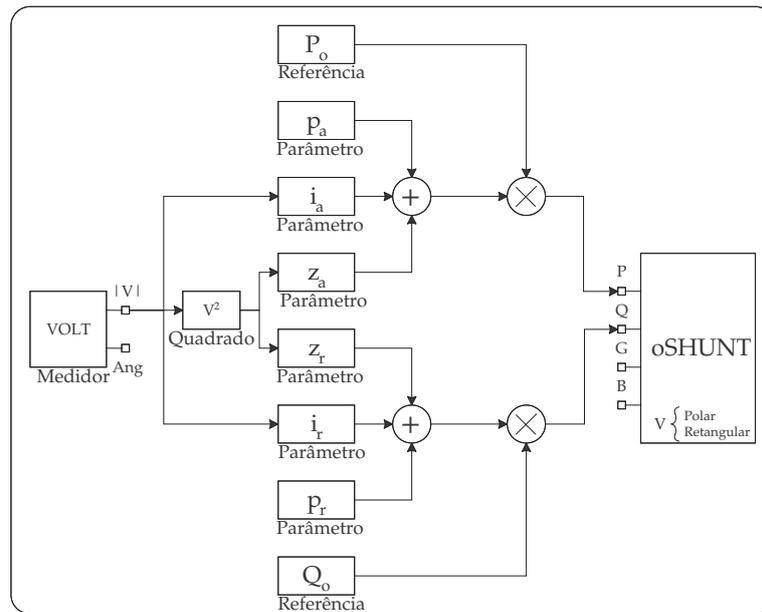


Figura 5.21: Modelo de carga ZIP

$Y_p$  conectadas à barra  $p$  de tensão nodal  $V_p$ . A figura também apresenta uma admitância série  $Y_{ser}$ , conectada entre as barras  $p$  e  $k$ . Considere ainda que, se deseja calcular a potência resultante injetada  $S_{ser}$  na barra  $p$ .

O cálculo da potência resultante injetada  $S_{ser}$  na barra  $k$ , pode ser obtida substituindo nas expressões os índices  $k$  por  $p$ .

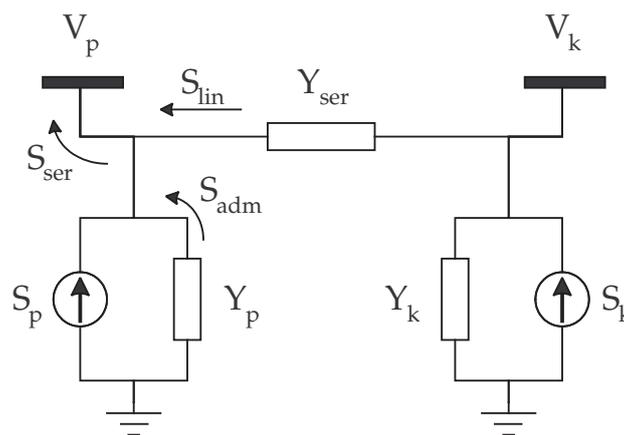


Figura 5.22: Modelo de dispositivos série por injeção de potência

Assim, pela Figura 5.22, pode-se calcular a injeção do elemento série  $S_{ser}$  como sendo a soma da potência  $S_p$  com a potência  $S_{adm}$  entregue pela admitância, mais a potência  $S_{lin}$  entregue pela admitância série, o qual é apresentado na expressão

(5.42) abaixo.

$$\begin{aligned}
 S_{ser} &= S_p + S_{adm} + S_{lin} & (5.42) \\
 S_{ser} &= S_p + V_p \cdot I_p^* + V_p \cdot I_{lin}^* \\
 S_{ser} &= S_p + |V_p|^2 \cdot Y_p^* + V_p[(V_p - V_k)Y_{ser}]^*
 \end{aligned}$$

Considerando a potência  $S_p$  igual a  $(P_p + jQ_p)$ , admitância  $Y_p$  igual a  $(G_p + jB_p)$ , admitância  $Y_{ser}$  igual a  $(G_{ser} + jB_{ser})$  e a tensão nodal  $V_p$  igual a  $(V_p \Re e + jV_p \Im m)$ , é possível re-escrever a expressão final de (5.42) considerando explicitamente a parte real e imaginária da potência  $S_{ser}$ , como apresentado em (5.43) abaixo.

$$\begin{aligned}
 S_{ser} &= \left\{ P_p + [V_p^2 \Re e + V_p^2 \Im m]G_p \right. \\
 &\quad + \left[ V_p^2 \Re e + V_p^2 \Im m - (V_p \Re e V_k \Re e + V_p \Im m V_k \Im m) \right] G_{ser} \\
 &\quad \left. + (V_p \Re e V_k \Im m - V_p \Im m V_k \Re e) B_{ser} \right\} \\
 &+ j \left\{ Q_p - [V_p^2 \Re e + V_p^2 \Im m]B_p \right. \\
 &\quad - \left[ V_p^2 \Re e + V_p^2 \Im m - (V_p \Re e V_k \Re e + V_p \Im m V_k \Im m) \right] B_{ser} \\
 &\quad \left. + (V_p \Re e V_k \Im m - V_p \Im m V_k \Re e) G_{ser} \right\} & (5.43)
 \end{aligned}$$

Considere, agora, a Figura 5.23, no qual a injeção complexa  $S_p$  é expressa em termos da corrente  $I_p$ , e que se deseja calcular ainda a potência resultante injetada  $S_{ser}$  na barra  $p$ .

Assim, pela Figura 5.23, pode-se calcular  $S_{ser}$ , como mostrado pela equação (5.44) abaixo.

$$\begin{aligned}
 S_{ser} &= S_p + S_{adm} + S_{lin} & (5.44) \\
 S_{ser} &= V_p \cdot I_p^* + V_p \cdot I_{adm}^* + V_p \cdot I_{lin}^* \\
 S_{ser} &= V_p \cdot I_p^* + |V_p|^2 \cdot Y_p^* + V_p[(V_p - V_k)Y_{ser}]^*
 \end{aligned}$$

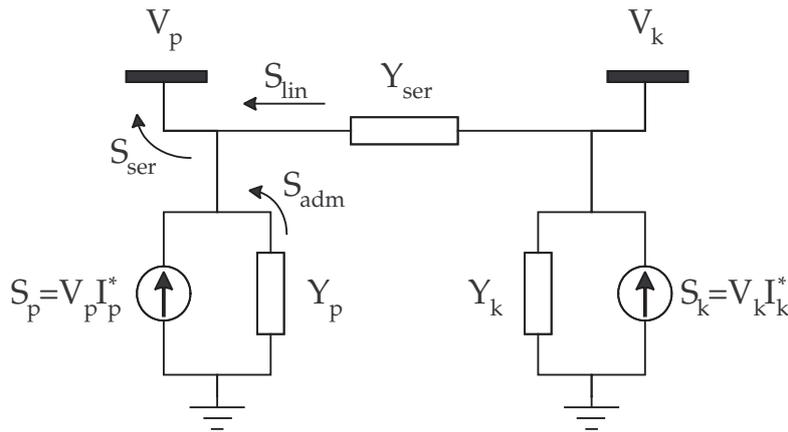


Figura 5.23: Modelo de dispositivos série por injeção de potência

Fazendo as devidas substituições é possível re-escrever a expressão final de (5.44) considerando sua parte real e imaginária, como apresentado na equação (5.45) abaixo.

$$\begin{aligned}
 S_{ser} = & \left\{ V_p \Re I_p \Re + V_p \Im I_p \Im + (V_p^2 \Re + V_p^2 \Im) G_p \right. \\
 & + (V_p^2 \Re + V_p^2 \Im - V_p \Re V_k \Re - V_p \Im V_k \Im) G_{ser} \\
 & \left. + (-V_p \Im V_k \Re + V_p \Re V_k \Im) B_{ser} \right\} \\
 & + j \left\{ V_p \Im I_p \Re - V_p \Re I_p \Im - (V_p^2 \Re + V_p^2 \Im) B_p \right. \\
 & - (V_p^2 \Re + V_p^2 \Im - V_p \Re V_k \Re - V_p \Im V_k \Im) B_{ser} \\
 & \left. + (-V_p \Im V_k \Re + V_p \Re V_k \Im) G_{ser} \right\}
 \end{aligned} \tag{5.45}$$

### 5.8.5 Modelagem de Dispositivos Série por Injeção de Corrente

Considere a Figura 5.24, o qual apresenta uma injeção de corrente complexa  $I_p$ , mas que é expressa em termos da potência  $S_p$  e uma admitância shunt  $Y_p$  conectadas à barra  $p$  de tensão nodal  $V_p$ . A figura também apresenta uma admitância série  $Y_{ser}$ , conectada entre as barras  $p$  e  $k$ . Considere ainda que, se deseja calcular a corrente resultante injetada  $I_{ser}$  na barra  $p$ .

Semelhantemente, o cálculo da corrente resultante injetada  $I_{ser}$  na barra  $k$ , pode ser obtida substituindo nas expressões os índices  $k$  por  $p$ .

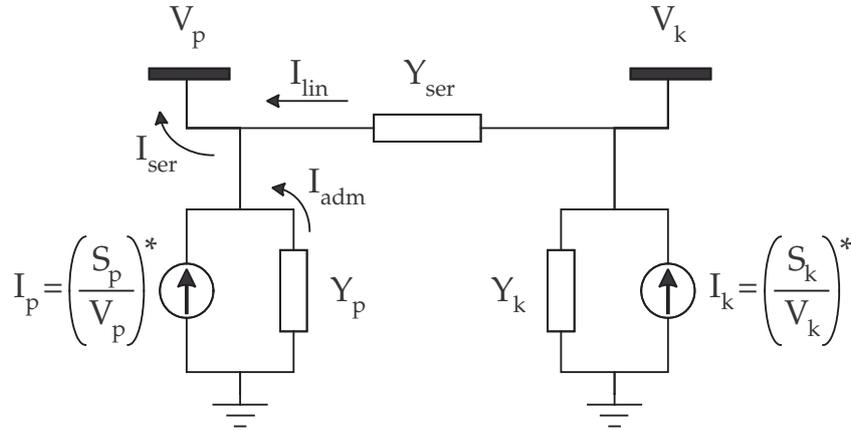


Figura 5.24: Modelo de dispositivos série por injeção de corrente

Assim, pela Figura 5.24, pode-se calcular a injeção do elemento shunt  $I_{ser}$  como sendo a soma da corrente entregue pela injeção  $I_p$ , com a corrente  $I_{adm}$  entregue pela admitância, mais a corrente  $I_{lin}$  entregue pela admitância série, o qual é apresentado pela expressão (5.46).

$$\begin{aligned} I_{ser} &= I_p + I_{adm} + I_{lin} \\ I_{ser} &= \left(\frac{S_p}{V_p}\right)^* + V_p \cdot Y_p + (V_p - V_k)Y_{ser} \end{aligned} \quad (5.46)$$

Fazendo as devidas substituições é possível re-escrever a expressão final de (5.46) considerando sua parte real e imaginária, como apresentado na equação (5.47) abaixo.

$$\begin{aligned} I_{ser} &= \left\{ \frac{P_p V_p \Re e + Q_p V_p \Im m}{V_p^2 \Re e + V_p^2 \Im m} + V_p \Re e G_p - V_p \Im m B_p \right. \\ &\quad \left. + (V_p \Re e - V_k \Re e)G_{ser} - (V_p \Im m - V_k \Im m)B_{ser} \right\} \\ &+ j \left\{ \frac{P_p V_p \Im m - Q_p V_p \Re e}{V_p^2 \Re e + V_p^2 \Im m} + V_p \Re e B_p + V_p \Im m G_p \right. \\ &\quad \left. + (V_p \Re e - V_k \Re e)B_{ser} + (V_p \Im m - V_k \Im m)G_{ser} \right\} \end{aligned} \quad (5.47)$$

Considere, agora, a Figura 5.25, no qual a injeção complexa é expressa apenas pela corrente  $I_p$  e que se deseja calcular ainda a corrente resultante injetada  $I_{ser}$  na barra  $p$ .

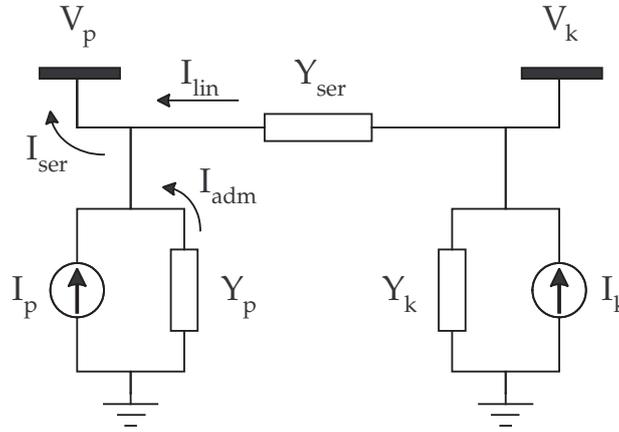


Figura 5.25: Modelo de dispositivos série por injeção de corrente

Assim, pela Figura 5.25 pode-se calcular  $I_{ser}$ , como mostrado pela equação (5.48) abaixo.

$$I_{ser} = I_p + I_{adm} + I_{lin} \quad (5.48)$$

$$I_{ser} = I_p + V_p \cdot Y_p + (V_p - V_k)Y_{ser}$$

Fazendo as devidas substituições é possível re-escrever a expressão final de (5.48) considerando sua parte real e imaginária, como apresentado na equação (5.49) abaixo.

$$I_{ser} = \left\{ I_p \Re e + V_p \Re e G_p - V_p \Im m B_p \right. \\ \left. + (V_p \Re e - V_k \Re e)G_{ser} - (V_p \Im m - V_k \Im m)B_{ser} \right\} \\ + j \left\{ I_p \Im m + V_p \Re e B_p + V_p \Im m G_p \right. \\ \left. + (V_p \Re e - V_k \Re e)B_{ser} + (V_p \Im m - V_k \Im m)G_{ser} \right\} \quad (5.49)$$

### 5.8.6 Modelo Generalizado de Elementos Série

Similarmente, às considerações estabelecidas para o modelo generalizado para elementos shunt, é possível através das injeções resultantes obtidas (5.43), (5.45), (5.47) e (5.49) construir um modelo geral para tratamento do cálculo da injeção de elementos série à rede elétrica, de maneira que este modelo possa ser utilizado para qualquer aplicativo dentro da classe *SEE*, permitindo calcular injeções tanto para a corrente, como para a potência. Além disto, é possível definir qual o tipo de coordenada (retangular ou polar) para a tensão nodal a ser considerada pelo aplicativo. Entretanto, a estrutura é flexível o suficiente para fazer a conversão da tensão de coordenadas retangulares para coordenadas polares, e de polares para retangulares de maneira adequada pelas equações acima mencionadas.

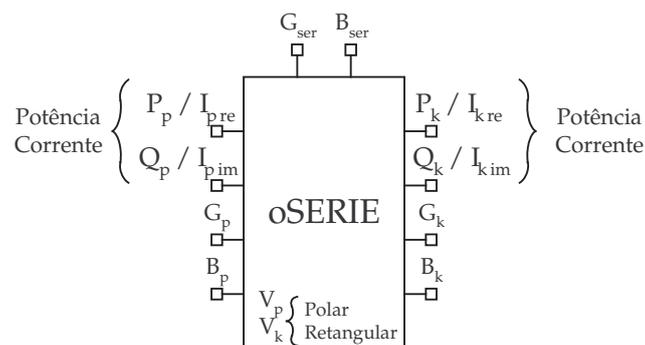


Figura 5.26: Modelo para representação da injeção série na rede elétrica

A Figura 5.26 apresenta a estrutura do bloco chamado *oSERIE*, construído para estabelecer o cálculo da injeção série, através das equações já anteriormente mencionadas. Além disto, a partir deste modelo se obtém o cálculo parcial das derivadas de primeira e segunda ordem das injeções série, permitindo compor a contribuição de um elemento série para a montagem da matriz jacobiana, ou mesmo, da matriz hessiana.

Como forma de ilustração, considere o modelo II de transformadores com *tap* variável definidos pelo conjunto de expressões (5.50) a seguir.

$$\begin{aligned}
 G_o &= \frac{R}{R^2 + X^2}; & B_o &= \frac{-X}{R^2 + X^2} \\
 G_p &= G_o \cdot \left( \frac{1}{tap} - 1 \right) \cdot \frac{1}{tap}; & B_p &= B_o \cdot \left( \frac{1}{tap} - 1 \right) \cdot \frac{1}{tap} \\
 G_k &= G_o \cdot \left( 1 - \frac{1}{tap} \right); & B_k &= B_o \cdot \left( 1 - \frac{1}{tap} \right) \\
 G_{ser} &= G_o \cdot \frac{1}{tap} & B_{ser} &= B_o \cdot \frac{1}{tap}
 \end{aligned} \tag{5.50}$$

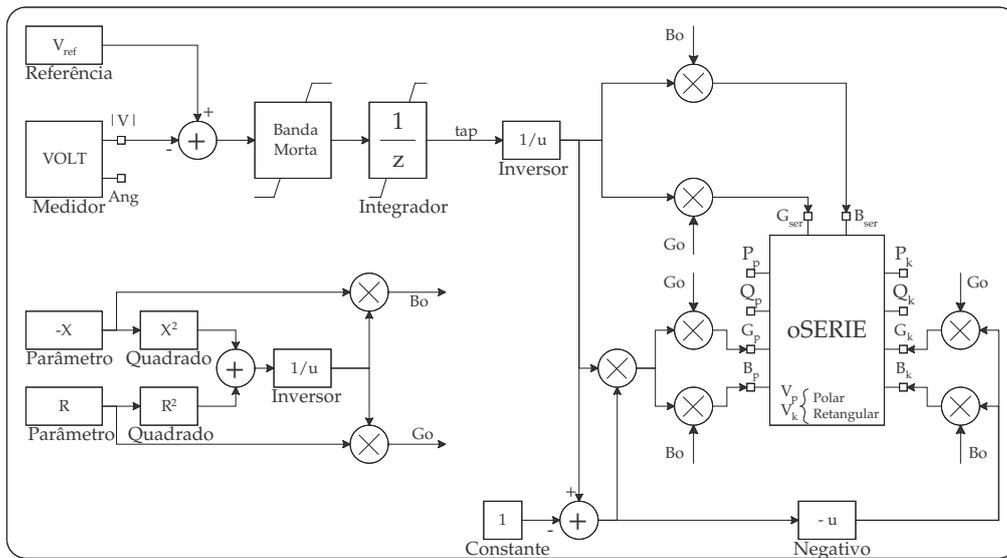


Figura 5.27: Modelo de transformador com tap variável

A Figura 5.27 apresenta o diagrama de blocos do modelo II de um transformador com *tap* variável. Os termos  $(G_o + jB_o)$ ,  $(G_p + jB_p)$ ,  $(G_k + jB_k)$  e  $(G_{ser} + jB_{ser})$  são calculados através de composição das expressões (5.50) acima citadas, usando blocos elementares, tais como, inversor, quadrado, somador, multiplicador, etc. Estes termos são inseridos no bloco *oSERIE* a fim de compor as equações de injeção deste modelo série, utilizando uma das equações (5.43), (5.45), (5.47) ou (5.49) já mencionadas, dependendo da especificação definida pelo usuário. Pode-se perceber que as conexões de entrada de potência  $(P + jQ)$  ou corrente  $(I_{Re} + jI_{Im})$  não foram utilizadas para compor este modelo, além disto, como o *tap* é variável, isto significa que este será inserido nas equações de injeção do transformador através do cálculo das admitâncias, logo, é possível perceber que na construção das matrizes jacobiana ou hessiana, haverá uma variável *tap* associada à este modelo, que é incorporado de forma natural dentro da formulação, sem a necessidade de alteração do código fonte para sua inserção ao problema.

### 5.8.7 A Formulação Quadrática e Modelos de Geradores

Esta seção tem por objetivo apresentar modelos de geradores  $PV$  e  $V\theta$  tradicionais para regime permanente considerado a modelagem generalizada já apresentada para dispositivos shunt, e compará-los com modelos alternativos de geradores, quando se deseja que a formulação das equações de balanço sejam expressas por funções quadráticas.

Assim, considere o modelo de gerador para representação de uma barra  $PV$  no fluxo de potência. Como a potência ativa e magnitude da tensão são especificadas, então no modelo haverá a potência reativa sendo representada como uma variável de estado do problema. Assim, é possível definir tal modelo de gerador pelas equações (5.51) abaixo. Observe que a potência ativa injetada na barra é igual a um valor especificado  $P_{ref}$ , e que a tensão especificada é obtida através de uma equação de estado associada ao estado  $Q$ . O parâmetro  $K_q$  representa um valor constante.

$$\begin{aligned} P &= P_{ref} \\ \dot{Q} &= K_q(V_{ref} - V_T) \end{aligned} \quad (5.51)$$

A Figura 5.28 apresenta o modelo de gerador para barra  $PV$ , no qual o sinal negativo representa a convenção de sinal na injeção de potência. Observe que o modelo considera um integrador para expressar a equação de estado associado à variável  $Q$ . Além disto, em regime permanente, a equação de estado  $\dot{Q}$  é igual a zero, o que irá fazer com que o valor da tensão terminal  $V_T$  seja igual ao valor especificado,  $V_{ref}$ , ou seja,  $\dot{Q} = 0 = K_q(V_{ref} - V_T) \Rightarrow V_T = V_{ref}$ .

Considere, agora, o modelo de gerador para representação de uma barra  $V\theta$  no fluxo de potência. Como o ângulo da barra e a magnitude da tensão são especificadas, então no modelo haverá a potência ativa e reativa sendo representadas como variáveis de estado do problema. Assim, é possível definir tal modelo de gerador pelas equações (5.52) abaixo. Observe que a referência angular é obtida através de uma equação de estado associada a variável  $P$ , e que a tensão especificada é obtida através de uma equação de estado associada a  $Q$ . Os termos  $K_p$  e  $K_q$  representam valores constantes, que não influenciam o regime permanente.

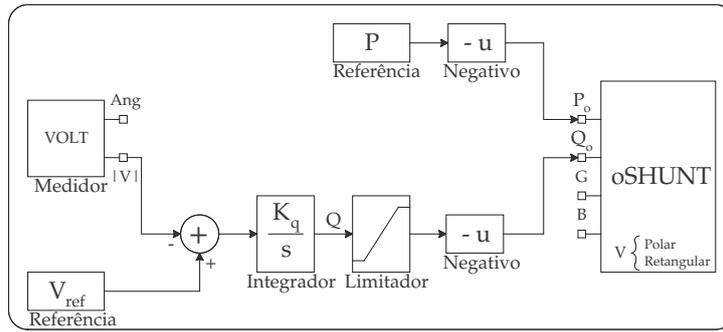


Figura 5.28: Modelo de gerador para representação de barra  $PV$

$$\begin{aligned} \dot{P} &= K_p(\theta_{ref} - \theta) \\ \dot{Q} &= K_q(V_{ref} - V_T) \end{aligned} \tag{5.52}$$

A Figura 5.29 apresenta o modelo de gerador para representação de barra  $V\theta$ . Diferentemente do modelo de barra  $PV$ , no qual a potência ativa era igual a um valor especificado, neste modelo, a potência ativa é um estado do problema. Além disto, por se tratar de um modelo de barra de referência, é natural que o valor do ângulo da barra seja a referência para o sistema, de modo que, quando em regime permanente, as equações de estado  $\dot{P}$  e  $\dot{Q}$  são iguais a zero, o que fará com que a magnitude da tensão e o ângulo sejam iguais a seus valores especificados, ou seja,  $\dot{P} = 0 = K_p(\theta_{ref} - \theta) \Rightarrow \theta = \theta_{ref}$  e  $\dot{Q} = 0 = K_q(V_{ref} - V_T) \Rightarrow V_T = V_{ref}$ .

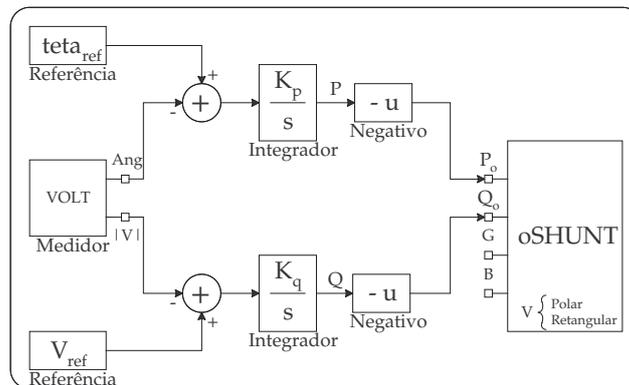


Figura 5.29: Modelo de gerador para representação de barra  $V\theta$

Os modelos apresentados pelas Figuras 5.28 e 5.29, consideram que os estados da injeção shunt são expressos em termos de potência e não de corrente

(bloco *oSHUNT*). Além disto, observe que estes modelos produzem uma matriz Jacobiana aumentada, pois as equações de estado  $\dot{Q} = 0$  e  $\dot{P} = 0$  são inseridas, a fim de especificar a tensão das barras de geração e o ângulo da barra *swing*, como já apresentado.

Em [74] é apresentado uma nova alternativa para representação do fluxo de potência ótimo, no qual é considerado o FPO em coordenadas retangulares e expresso por injeção de corrente. Com base nesta formulação, as equações de balanço da rede elétrica se transformam em equações lineares ou quadráticas. Por exemplo, considerando o modelo II de linhas de transmissão, a injeção série deste modelo é uma função linear, uma vez que, as admitâncias ficam representadas por valores constantes, mas o modelo II de transformadores com tap variável é expresso por uma função quadrática, isto porque as admitâncias do modelo ficam expressas como uma função da variável *tap*.

Entretanto, como já apresentado nas subseções anteriores, as classes *oSHUNT* e *oSERIE* já permitem que o FPO possa ser formulado através da injeção de corrente com coordenadas retangulares para as tensões, mas se forem utilizados os modelos de geradores *PV* e *Vθ* mencionados, a injeção de corrente shunt não será expressa por funções quadráticas. Isto porque estes modelos se utilizariam da equação (5.37), o qual aparece o estado da potência dividida pelo estado da tensão, o qual não representa uma função quadrática.

Assim, para que a formulação seja quadrática é necessário utilizar as equações (5.39) e (5.49) de modo a se ter  $I_{Re}$  e  $I_{Im}$  como estados do FPO. Além disto, é necessário fazer algumas alterações no modelo de barra *PV* e *Vθ* apresentados nas Figuras 5.28 e 5.29, pois estes não possuem a corrente como estado do problema.

A vantagem de se construir o FPO através de funções quadráticas e lineares é a possibilidade de utilização de técnicas de programação quadrática seqüencial, o qual possui uma matriz hessiana constante durante o processo de convergência.

Assim, comparando as equações de injeção shunt (5.37) e (5.39), é possível escrever:

$$\begin{aligned} I_{\Re} &= \frac{PV_{\Re} + QV_{\Im}}{V_{\Re}^2 + V_{\Im}^2} \\ I_{\Im} &= \frac{PV_{\Im} - QV_{\Re}}{V_{\Re}^2 + V_{\Im}^2} \end{aligned} \quad (5.53)$$

Fazendo as devidas manipulações nas equações (5.53), é possível reescrevê-las da seguinte forma:

$$\begin{aligned} P &= V_{\Re}I_{\Re} + V_{\Im}I_{\Im} \\ Q &= V_{\Im}I_{\Re} - V_{\Re}I_{\Im} \end{aligned} \quad (5.54)$$

Assim, pode-se perceber que as equações  $P$  e  $Q$  dadas em (5.54), são funções quadráticas, de modo que estas equações podem ser inseridas como restrições de igualdade adicionais ao FPO, ou como, novas equações em um fluxo de carga. Entretanto, haverá mais duas variáveis adicionais incorporadas ao conjunto de variáveis do FPO, além destas duas restrições.

Com isto, o modelo de gerador para barra  $PV$  pode ser escrito pelo conjunto de expressões apresentadas em (5.55), o qual considera que as correntes reais e imaginárias são agora estados do problema, e que as equações dadas em (5.54), serão determinadas através destas equações de estado, quando consideradas em regime permanente. A partir da equação de estado  $Q$ , é possível verificar que  $V_{ref} = \sqrt{V_{\Re}^2 + V_{\Im}^2}$ , pois em regime permanente,  $\dot{Q} = 0$ , o que mantém esta equação em forma quadrática. Assim como foi apresentado no modelo  $PV$  tradicional na Figura 5.28, a potência ativa e a magnitude da tensão continuam sendo especificadas e com a potência reativa representada como estado. Os termos  $K_{\Re}$ ,  $K_{\Im}$  e  $K_q$  representam termos constantes.

$$\begin{aligned} \dot{I}_{\Re} &= K_{\Re}(P - V_{\Re}I_{\Re} - V_{\Im}I_{\Im}) \\ \dot{I}_{\Im} &= K_{\Im}(Q - V_{\Im}I_{\Re} + V_{\Re}I_{\Im}) \\ P &= P_{ref} \\ \dot{Q} &= K_q(V_{ref}^2 - V_{\Re}^2 - V_{\Im}^2) \end{aligned} \quad (5.55)$$

A Figura 5.30 apresenta o diagrama de blocos do modelo. Uma diferença básica deste modelo em relação ao modelo da Figura 5.28, é que agora a entrada do bloco *oSHUNT* é expresso em termos das correntes real e imaginária. Além disto, o equacionamento deste modelo é representado por funções quadráticas.

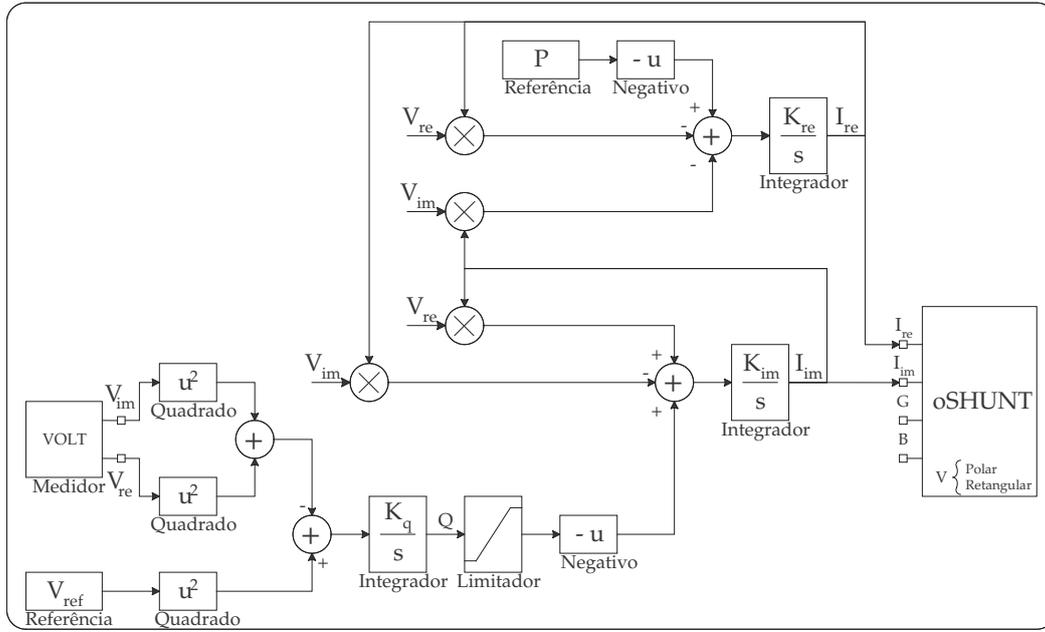


Figura 5.30: Modelo de gerador de barra *PV* para funções quadráticas

Semelhantemente ao modelo de gerador para barra *PV*, e como forma de ilustração, o modelo de gerador para barra  $V\theta$  é apresentado pelo conjunto de equações dado em (5.56). Neste modelo, a potência ativa agora é um estado do sistema, e a equação definida por este estado possui uma referência angular dada por  $A_{ref}$ . Assim, considerando o regime permanente e que  $A_{ref} = \tan\theta_{ref}$ , então é possível obter  $\theta_{ref} = \arctan\frac{V_{\Im m}}{V_{\Re e}}$ , logo a equação de estado  $P$ , irá especificar o valor do ângulo da barra, através de uma equação linear, uma vez que, o valor de  $A_{ref}$ , foi previamente determinado como sendo a tangente de  $\theta_{ref}$ . Além disto, como  $\dot{P} = 0 = K_p(A_{ref}V_{\Re e} - V_{\Im m}) \Rightarrow A_{ref} = \frac{V_{\Im m}}{V_{\Re e}}$ , logo  $A_{ref}$  é o coeficiente angular da reta expressa por  $V_{\Im m}$  e  $V_{\Re e}$ .

$$\begin{aligned}
 \dot{I}_{\Re e} &= K_{\Re e}(P - V_{\Re e}I_{\Re e} - V_{\Im m}I_{\Im m}) \\
 \dot{I}_{\Im m} &= K_{\Im m}(Q - V_{\Im m}I_{\Re e} + V_{\Re e}I_{\Im m}) \\
 \dot{P} &= K_p(A_{ref}V_{\Re e} - V_{\Im m}) \\
 \dot{Q} &= K_q(V_{ref}^2 - V_{\Re e}^2 - V_{\Im m}^2)
 \end{aligned} \tag{5.56}$$

A Figura 5.31 apresenta o diagrama de blocos do modelo, o que apresenta todo o equacionamento representado por funções lineares ou quadráticas. Os termos  $K_{\Re e}$ ,  $K_{\Im m}$ ,  $K_p$  e  $K_q$  representam valores constantes.

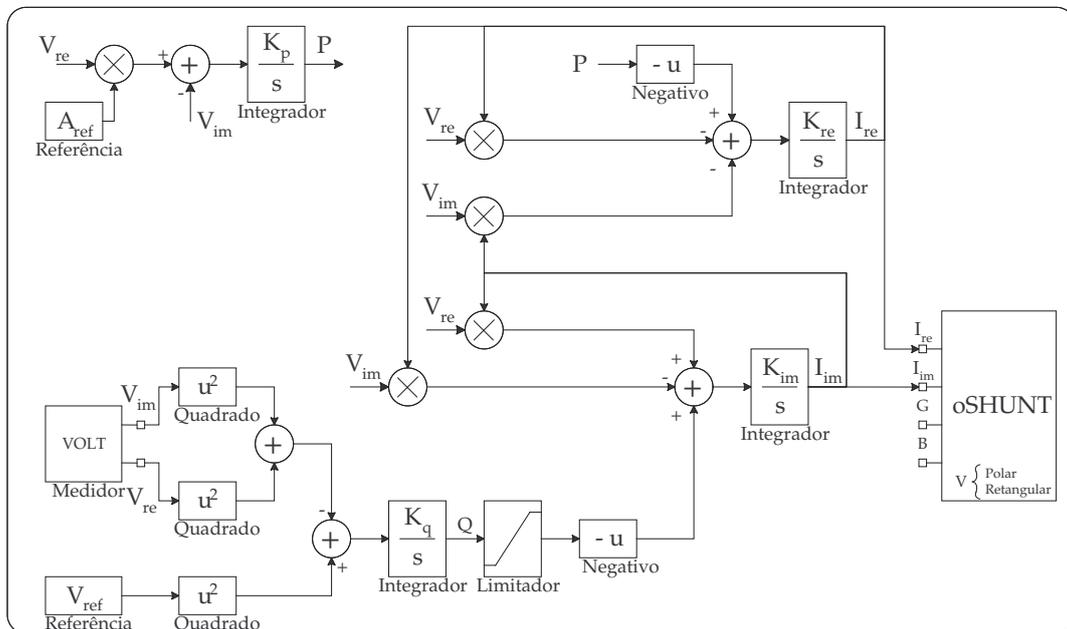


Figura 5.31: Modelo de gerador de barra  $V\theta$  para funções quadráticas

Posteriormente, resultados comparativos serão apresentados utilizando os modelos de geradores descritos.

### 5.8.8 Considerações Gerais

Observe que a modelagem generalizada para dispositivos shunt e série da rede elétrica permite compor as equações de balanço do sistema de potência. Além disto, como as tensões nodais podem ser expressas tanto em coordenadas retangulares, quanto coordenadas polares é possível compor quatro formulações básicas para as equações da rede:

- i. Formulação por injeção de potência em coordenadas polares;
- ii. Formulação por injeção de potência em coordenadas retangulares;
- iii. Formulação por injeção de corrente em coordenadas polares;
- iv. Formulação por injeção de corrente em coordenadas retangulares;

Além disto, esta característica é atribuída a todos os aplicativos da classe *SEE*, sendo válida tanto para o FPO, quanto para o fluxo de carga e para a simulação no tempo.

Observe que este tipo de consideração aumenta a flexibilidade dos aplicativos quanto ao tratamento dado para as equações de balanço do sistema elétrico.

## 5.9 Métodos de Penalização

Os métodos de penalização formam uma família de técnicas particularmente interessantes por dois motivos: primeiro, pela simplicidade conceitual e segundo pela eficiência prática. Nesta seção, será apresentado o princípio fundamental destes métodos.

### 5.9.1 Princípio Geral dos Métodos de Penalização

Considere o problema de otimização com apenas restrições de desigualdade:

$$\begin{aligned} \min_{s. a.} \quad & f_{obj}(z) \\ & g_{ds}(z) \geq 0 \end{aligned} \quad (5.57)$$

A característica comum dos métodos de penalização é a transformação do problema de minimização com restrições em um problema sem restrições.

$$\min \quad f_{obj}(z) + \mathcal{P}(z) \quad (5.58)$$

onde,  $\mathcal{P}(z) = \sum_{i=1}^m p(g_{ds}^i(z))$  é a chamada *função penalidade*, que incorpora as restrições do problema original.

A idéia, destes métodos, é construir uma função penalidade que possua a característica de penalizar variáveis que se encontram fora da região viável e tornar desprezível a influência da penalização para variáveis que estão dentro da região viável, de modo que as soluções sucessivas obtidas, a partir do ajuste da penalidade no problema (5.58), conduza o ponto viável para o ponto ótimo do problema original (5.57).

### 5.9.2 Penalidade Exterior

Uma função muito conhecida para este tipo de penalidade é a função definida em (5.59) abaixo.

$$p(z) = \tau(\max[0, g_{ds}(z)])^2 \quad (5.59)$$

Assim, o problema (5.58) pode ser re-escrito,

$$\min f_{obj}(z) + \tau \sum_{i=1}^m (\max[0, g_{ds}^i(z)])^2 \quad (5.60)$$

onde,  $\tau > 0$  é chamado de *coeficiente de penalidade* e  $m$  é o número de restrições de desigualdade.

A escolha apropriada do valor do coeficiente da penalidade  $\tau$  é um resultado de compromisso, pois  $\tau$  deve ser escolhido ser suficientemente grande para que o ponto ótimo da minimização irrestrita esteja próximo do ponto de solução do problema original, mas é preciso ajustá-lo de maneira adequada, pois valores muito elevado de  $\tau$  podem causar problemas de condicionamento.

Nos métodos de penalização exterior, a função penalidade  $\mathcal{P}(z)$  estabelece um alto custo para violações das restrições. A medida que o parâmetro  $\tau$  aumenta a penalização é mais severa. Assim, torna-se mais difícil se afastar da região viável. A Figura 5.32 ilustra esta característica para o caso unidimensional, no qual a restrição é representada por  $a \leq z \leq b$ . À medida que  $\tau$  cresce o valor da penalidade aumenta para pontos fora dos limites  $a \leq z \leq b$ .

Como não há um tratamento adequado para as variáveis que estão dentro da região viável, no sentido de conduzi-las para a solução ótima, tem-se que os métodos

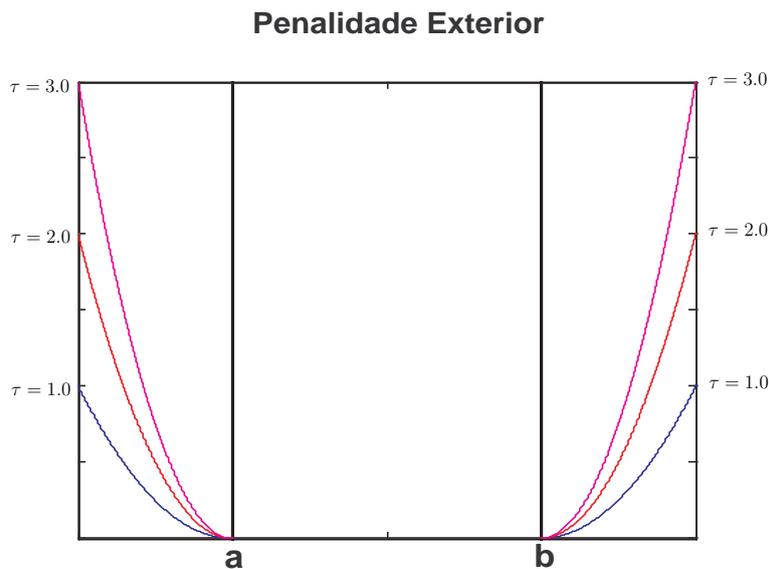


Figura 5.32: Penalização exterior

de penalização exterior apresentam a característica de suas variáveis seguirem uma trajetória de fora para dentro da região viável.

### 5.9.3 Penalidade Interior

Diferentemente dos métodos de penalização exterior, os métodos de penalização interior têm a característica de desenvolver o processo iterativo com variáveis que estejam dentro da solução viável, sem permitir que estas saiam do interior. Além desta característica, o interior da região viável tem que ser não vazio e os pontos na fronteira da região viável devem ser alcançados pelo limite de uma sequência de pontos pertencentes ao interior da região viável.

A função (5.61) define a penalização do tipo interior, ou penalização do tipo barreira.

$$p(z) = -\mu \log[g_{ds}(z)] \quad (5.61)$$

Assim, o problema 5.58 pode ser re-escrito,

$$\min f_{obj}(z) - \mu \sum_{i=1}^m \log[g_{ds}^i(z)] \quad (5.62)$$

onde,  $\mu > 0$  é chamado de *coeficiente de penalidade*.

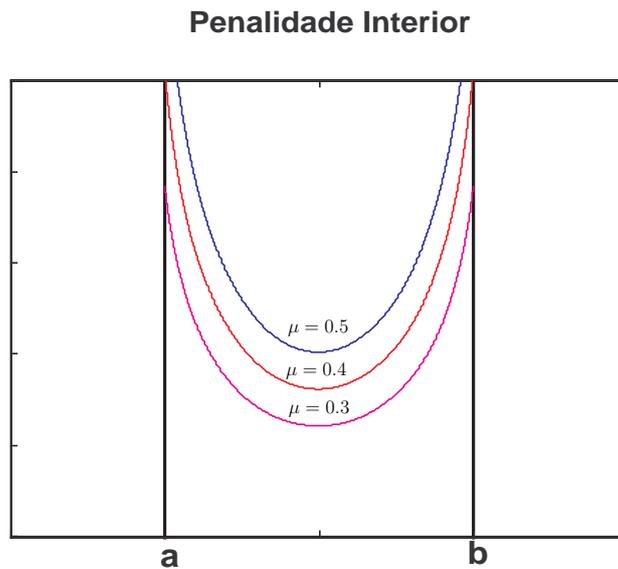


Figura 5.33: Penalização interior

A penalização interior tem a característica de, no início do processo iterativo, favorecer pontos no interior da região viável em relação àqueles que estão mais próximos à fronteira. À medida que o coeficiente de penalidade  $\mu$  diminui, o custo de variáveis que estão próximos à fronteira também diminui. A figura 5.33 ilustra esta característica para o caso unidimensional. À medida que o parâmetro  $\mu$  diminui, o valor da penalidade diminui para os pontos que estão dentro dos limites  $a \leq z \leq b$ .

#### 5.9.4 Penalidade Hiperbólica

O método de Penalização Hiperbólica [89] foi desenvolvido a partir de uma idéia de se construir uma penalização, que ficasse situada no intermédio entre a penalização exterior e a penalização interior. A seqüência de pontos é obtida pela variação de dois parâmetros, o que a princípio poderia se tornar em um complicador no tratamento desta penalidade, pois os outros métodos possuem apenas um parâmetro, mas este fator não trás maiores problemas, pois os parâmetros são manipulados separadamente.

O processo iterativo segue da seguinte forma, inicialmente, a trajetória da seqüência de pontos inviáveis obtidos pelas sucessivas minimizações sem restrições, se aproxima da região viável até atingí-la, de modo a ter somente pontos viáveis. Em se-

guida, segue-se o tratamento inverso no sentido de conduzir os pontos viáveis para a fronteira. Ou seja, o método proposto tem a característica de seus pontos de mínimo seguirem uma trajetória *de fora para dentro* numa primeira fase (seguindo a idéia das penalizações exteriores) e depois *de dentro para fora* numa segunda fase (seguindo a idéia das penalizações interiores). A Figura 5.34 ilustra a função penalidade hiperbólica para o caso unidimensional. À medida que o parâmetro  $\tau$  cresce, o valor da penalidade aumenta para pontos fora dos limites, e à medida que o  $\mu$  diminui, o valor da penalidade diminui para pontos localizados no interior dos limites  $a \leq z \leq b$ .

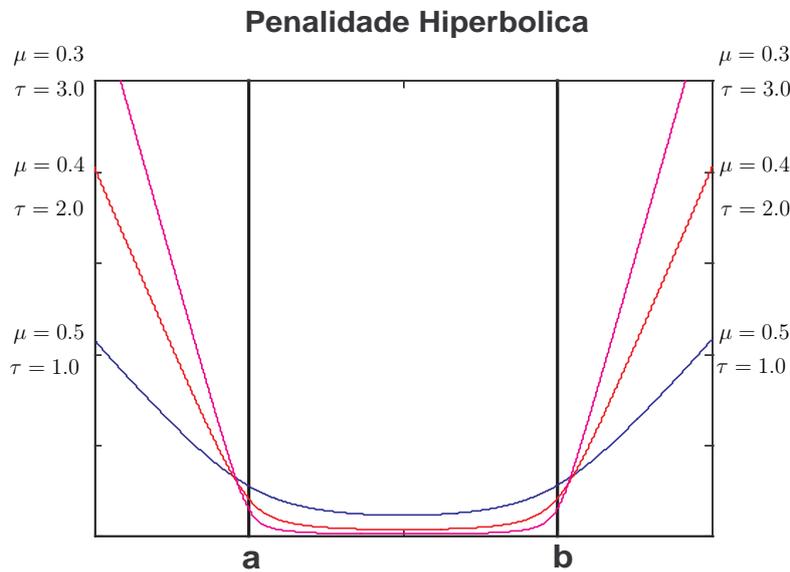


Figura 5.34: Penalização hiperbólica

Este método adota a seguinte função de penalização:

$$p(z) = - \left[ \frac{1}{2} \tan \alpha \right] g_{ds}(z) + \sqrt{\left[ \frac{1}{2} \tan \alpha \right]^2 [g_{ds}(z)]^2 + \mu^2} \quad (5.63)$$

onde  $\alpha \in [0, \pi/2)$  e  $\mu \geq 0$ .

O método trabalha com uma função que apresenta a característica de ser completamente diferenciável, e qualquer ponto pode ser tomado como ponto inicial. Alternativamente, a função penalidade (5.63) pode ser colocada de forma mais conveniente:

$$p(z) = -\tau g_{ds}(z) + \sqrt{\tau^2 [g_{ds}(z)]^2 + \mu^2} \quad (5.64)$$



Inicialmente, o valor de  $\tau$  é pequeno e durante o processo iterativo este aumenta de valor, enquanto que o valor de  $\mu$  é grande, e tende para zero. Mas, estes parâmetros são ajustados separadamente durante o processo, de modo a tratar a viabilidade numa primeira fase e seguido do tratamento da otimalidade numa segunda fase. Como mostra a Figura 5.35, inicialmente o parâmetro  $\tau$  aumenta, causando assim um aumento significativo na penalidade para pontos fora da região viável, enquanto que para os pontos que estão dentro da região viável, a penalidade é reduzida. Assim que os pontos estiverem dentro da região viável, então mantém-se  $\tau$  constante e o valor de  $\mu$  diminui sequencialmente. Desta maneira, a penalidade interna continua a se tornar cada vez menor, mantendo o mesmo grau de penalidade exterior. A Figura 5.36 ilustra a segunda fase do processo.

### 5.9.5 Método de Pontos Interiores e a Penalização Hiperbólica

Um ponto crítico do método de pontos interiores é o controle do parâmetro  $\mu$ . Em geral, o valor inicial de  $\mu$  é um número elevado, por exemplo,  $\mu = 10.0$ . Este valor é usado para atribuir valores iniciais para as variáveis duais  $\pi_{min}$  e  $\pi_{max}$ , enquanto que nas iterações intermediárias a seguinte fórmula é usada [53]:

$$\mu = \frac{gap}{2n\beta}$$

onde,

$$gap = s_{min}^T \pi_{min} - s_{max}^T \pi_{max},$$

e  $\beta$  é um fator redutor do  $gap$ , o qual pode ser igual a 10.0, e  $n$  representa a dimensão do problema de otimização.

Os termos  $s_{min}$  e  $\pi_{min}$  representam os vetores de variáveis de folga e variáveis duais, respectivamente, associados às restrições de desigualdade que são limitadas inferiormente. Analogamente,  $s_{max}$  e  $\pi_{max}$  estão associados as mesmas restrições, mas que são limitadas superiormente.

Nos desenvolvimentos encontrados na literatura existem salvaguardas para evitar problemas numéricos no método de pontos interiores. Por exemplo, o parâmetro  $\mu$  é mantido maior que um valor mínimo, e as variáveis primais são sempre mantidas a

uma distância  $\varepsilon$ , o qual pode ser modificado dinamicamente de acordo com o valor de  $\mu$ . Outra questão está no acompanhamento do valor do *gap*, que, por representar um resíduo da condição de complementariedade de KKT, tende para zero durante o processo iterativo. Caso o valor do *gap* cresça sucessivamente durante o processo iterativo, o algoritmo pode ser interrompido, pois este aumento pode indicar que o problema de otimização é inviável ou está mal condicionado.

No método de pontos interiores, utiliza-se da função de penalização interior (ou barreira) aplicado nas variáveis de folga, assim é necessário que as variáveis sejam ajustadas na inicialização, de tal forma que, não haja limites sendo violado, de modo que, durante o processo iterativo, o algoritmo mantenha tais variáveis sempre dentro no interior da região viável.

No cálculo do FPO, os valores atribuídos inicialmente às variáveis podem ser fornecidos pela rede elétrica ou mesmo escolhidos através de valores centrais das restrições de desigualdade. Mas, o ideal seria que o método aceitasse também soluções iniciais que estivessem fora da região viável para as variáveis de folga, tornando a aplicação mais genérica possível.

Assim, com o objetivo de contemplar o tratamento da viabilidade da solução, optou-se pela substituição da função de penalização interior, usualmente utilizada, pela função de penalização hiperbólica, o qual possui a característica de permitir soluções iniciais inviáveis. Ou seja, numa primeira fase, a penalidade hiperbólica é ajustada com o objetivo de conduzir as variáveis para dentro da região viável e, numa segunda fase, a penalidade é ajustada de modo a tratar da otimalidade das variáveis, como já mencionado na penalização hiperbólica.

Para o tratamento da penalidade hiperbólica será necessário estabelecer ajustes nos dois parâmetros  $\mu$  e  $\tau$ , no qual, inicialmente,  $\mu$  tem um valor muito elevado (ou infinito) e  $\tau$  possui um valor pequeno (ou nulo). Na primeira fase, ajusta-se o valor de  $\tau$  fazendo-o tender para infinito, enquanto que  $\mu$  se mantém constante, tratando assim da viabilidade da solução, como mostrado na Figura 5.35. Na segunda fase, o valor de  $\tau$  é mantido constante e ajusta-se o valor de  $\mu$  fazendo-o tender para zero, tratando assim da otimalidade, como mostrado na Figura 5.36.

Para a variação dos parâmetros  $\tau$  e  $\mu$ , foram adotadas as seguintes regras [89]:

$$\tau^{k+1} = 2 \cdot \tau^k$$

$$\mu^{k+1} = \frac{\mu^k}{10.0}$$

Resultados computacionais serão apresentados posteriormente.

## 5.10 Considerações Finais

A determinação de modelos orientados a objetos exige do desenvolvedor de softwares um conhecimento teórico amplo no sentido de se construir uma estrutura computacional que seja a mais genérica possível. Isto se faz necessário para que tal estrutura possa se adaptar de maneira simples e rápida às novas necessidades de uma nova aplicação.

Entretanto, os desenvolvimentos tradicionais em FPO possuem modelos pré-definidos e não podem ser modificados pelo usuário sem acesso ao código fonte. Há desenvolvimentos computacionais de FPO que permitem ao usuário a escolha de um elenco de restrições, a partir de uma lista já pré-definida, o qual é muito útil pelo fato de adaptar o desenvolvimento do software à necessidade do usuário.

Contudo, o desenvolvimento adotado, neste trabalho, permite maior flexibilidade na incorporação de novas restrições ao problema de fluxo de potência ótimo, pois a modelagem orientada a objetos está ligada, de maneira direta, ao mecanismo de diferenciação automática, permitindo que as derivadas de segunda ordem associadas às novas restrições definidas por usuário, sejam adicionadas à matriz Hessiana do problema de otimização de maneira natural, sem a necessidade de modificação no código fonte. Além disso, não é necessário o gerenciamento por parte do programador para acomodação destas restrições, pois esta tarefa é de responsabilidade da estrutura de diferenciação automática que irá calcular a matriz Hessiana.

# Capítulo 6

## Resultados com Fluxo de Potência Ótimo

### 6.1 Considerações Iniciais

Este capítulo tem como objetivo apresentar resultados do desenvolvimento deste trabalho de tese. Os resultados consistem em:

- Resultados com a representação detalhada de modelos de geradores no fluxo de potência ótimo.
- Resultados com a representação das curvas de capacidade de geração das máquinas.
- Resultados com a flexibilidade de inclusão de limites em variáveis internas das máquinas.
- Resultados com a aplicação da penalização hiperbólica no FPO.
- Resultados com a determinação do cálculo dos autovalores.
- Resultados comparativos considerando a formulação quadrática.
- Resultados com sistemas de médio e grande porte.

## 6.2 Resultados com o Sistema 45 Barras

A metodologia descrita foi aplicada inicialmente em um equivalente do sistema elétrico da região Sul do Brasil. Este sistema é composto por 45 barras, 56 linhas de transmissão, 17 transformadores e 10 geradores, como mostra a Figura 6.1.

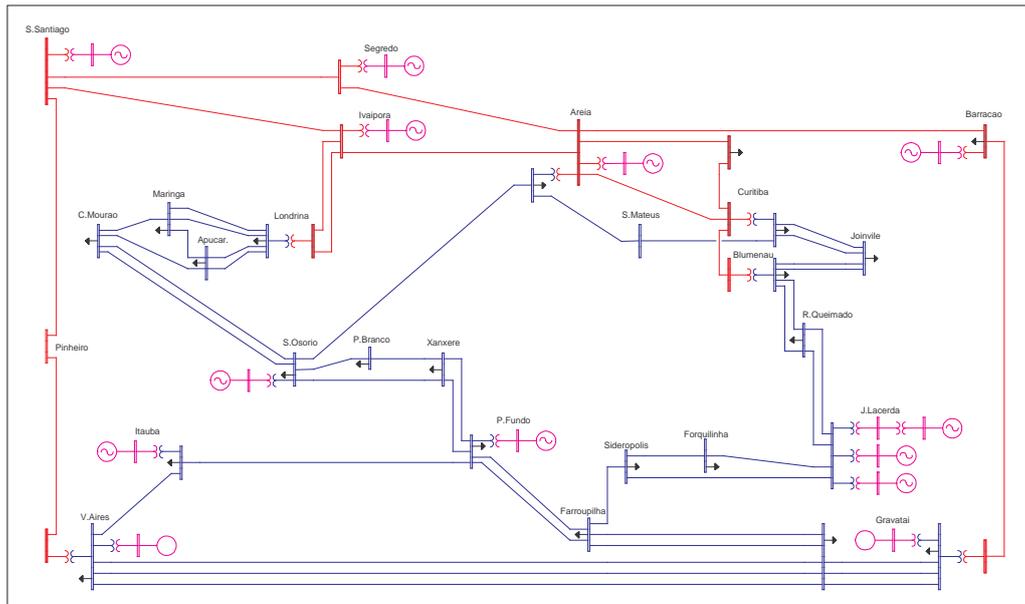


Figura 6.1: Sistema equivalente Sul de 45 barras

### 6.2.1 Formulações do Fluxo de Potência Ótimo

A formulação descrita, neste trabalho, é suficientemente flexível a ponto de permitir a determinação da solução das equações de balanço por um mecanismo definido por usuário. Ou seja, é possível selecionar o tipo de injeção na rede (por potência ou por corrente) e o tipo de representação fasorial para a tensão (coordenadas polares ou retangulares). Os resultados mostrados nas Tabelas 6.1 e 6.2 representam um ponto de operação convergido usando uma modelagem completa de máquinas e usando uma modelagem de geração tipo  $PV$  e  $V\theta$  convencional, respectivamente. Os resultados mostram o mismatch obtido para o ponto de equilíbrio e o número de condição da matriz Hessiana de cada formulação. Estes resultados indicam a superioridade na formulação injeção de corrente e coordenadas polares em termos dos valores do condicionamento e dos mismatches para a formulação com modelos

de máquinas.

A formulação convencional considera a representação dos geradores como barra  $PV$  e uma barra como  $V\theta$ . Já, a formulação com modelos de máquinas considera a representação detalhada dos geradores, por máquinas síncronas e seus controles.

Tabela 6.1: Considerando formulação com modelos de máquinas no FPO

	Tensão ( $V, \theta$ )	Tensão ( $V_{\Re e}, V_{\Im m}$ )
Injeção de Potência	Mismatch: $1.440 \times 10^{-3}$ cond(H): $4.780 \times 10^{+8}$	Mismatch: $4.790 \times 10^{-3}$ cond(H): $7.790 \times 10^{+10}$
Injeção de Corrente	Mismatch: $3.540 \times 10^{-7}$ cond(H): $2.273 \times 10^{+8}$	Mismatch: $5.830 \times 10^{-3}$ cond(H): $2.469 \times 10^{+8}$

Tabela 6.2: Considerando formulação convencional no FPO

	Tensão ( $V, \theta$ )	Tensão ( $V_{\Re e}, V_{\Im m}$ )
Injeção de Potência	Mismatch: $4.130 \times 10^{-5}$ cond(H): $4.355 \times 10^{+6}$	Mismatch: $3.270 \times 10^{-5}$ cond(H): $1.840 \times 10^{+7}$
Injeção de Corrente	Mismatch: $4.430 \times 10^{-4}$ cond(H): $3.095 \times 10^{+5}$	Mismatch: $1.740 \times 10^{-3}$ cond(H): $2.830 \times 10^{+5}$

## 6.2.2 Comparação usando a Formulação com Modelos de Máquinas

Nesta comparação das formulações foram consideradas: formulação convencional e formulação com modelos de máquinas. Nestes testes, a condição inicial para o algoritmo de FPO é a solução do caso base. O experimento consiste em obter a solução para um eventual aumento de carga de 40% na barra de Joinville-230kV.

Em ambos os casos, a função objetivo utilizada é a de mínimo custo de geração ativa e reativa, como mostra a equação (6.1).

$$f_{obj} = C_{p_1} \cdot P_1 + \frac{1}{2} C_{q_1} \cdot Q_1^2 + \dots + C_{p_n} \cdot P_n + \frac{1}{2} C_{q_n} \cdot Q_n^2 \quad (6.1)$$

No caso da formulação com modelos de máquinas, foi considerado restrições na corrente de campo com o objetivo de limitar a saída das máquinas síncronas, enquanto que, no caso da formulação convencional, foi considerado limites na potência reativa dos geradores, usando valores correspondentes aos valores nominais da corrente de campo, com tensões iguais a, aproximadamente, 1.0 pu.

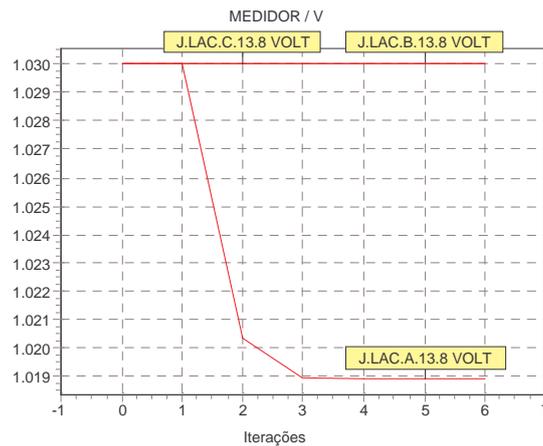


Figura 6.2: Magnitude de tensão (formulação convencional)

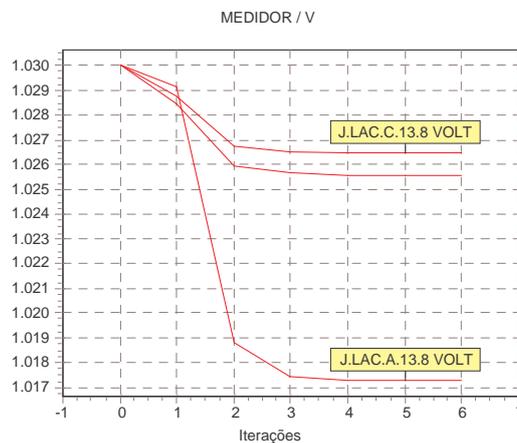


Figura 6.3: Magnitude de tensão (formulação com modelos de máquinas)

A Figura 6.2 e a Figura 6.3 mostram a evolução da tensão terminal de três unidades geradoras da usina de J. Lacerda durante o processo de convergência do FPO. Para o caso da formulação convencional, os valores iniciais das tensões eram

iguais a  $1.030 pu$ , mas, durante o processo iterativo, uma das unidades atinge seu limite de potência reativa e, assim, a tensão é liberada para variar e a potência reativa é fixada em seu valor limite, como pode ser visto na Figura 6.2. No caso da formulação com modelos de máquinas, embora o valor inicial das tensões serem os mesmos que no caso convencional ( $1.030 pu$ ), as tensões não permanecem fixas e variam durante o processo de convergência, caracterizando a atuação do regulador de tensão, como pode ser visto na Figura 6.3.

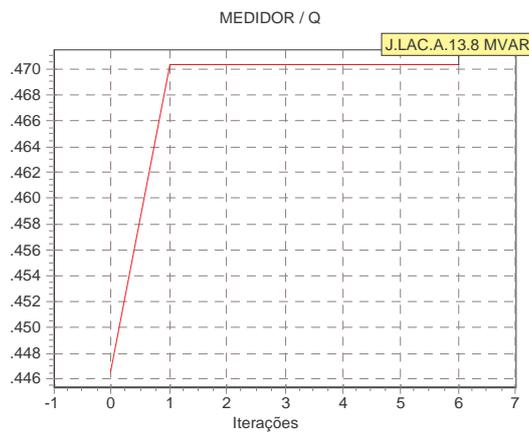


Figura 6.4: Potência reativa (formulação convencional)

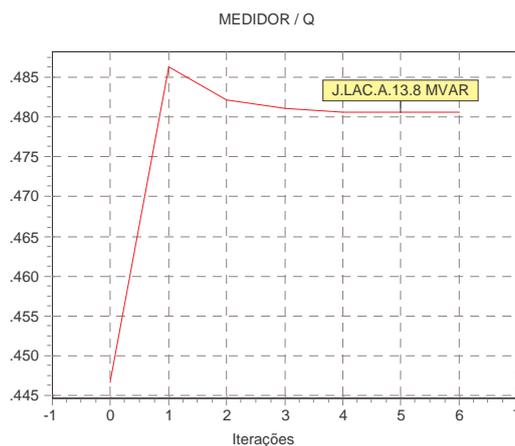


Figura 6.5: Potência reativa (formulação com modelos de máquinas)

A Figura 6.4 e a Figura 6.5 mostram a evolução da potência reativa de uma das unidades geradoras da usina de J. Lacerda quando seu limite é alcançado. Pode-se

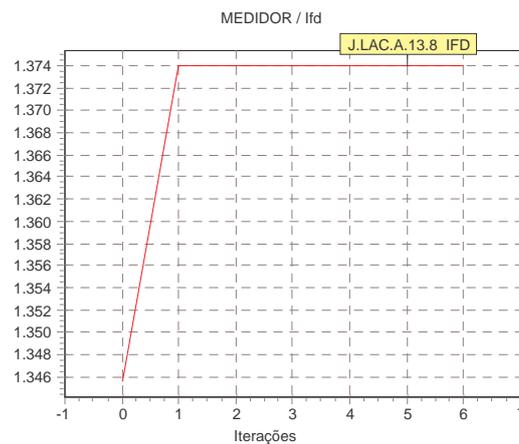


Figura 6.6: Corrente de campo reativa (formulação com modelos de máquinas)

observar que, na primeira iteração da formulação convencional, a potência reativa atinge seu limite e a tensão terminal é liberada para variar, como mostra a Figura 6.4. No caso da formulação com modelos de máquinas, por outro lado, a potência reativa não permanece fixa, pois a variável que está sendo limitada é, neste caso, a corrente de campo, como mostra a Figura 6.6.

### 6.2.3 Curva de Capacidade de Geração

Com o objetivo de mostrar a potencialidade de representação de limites mais reais para as máquinas através das curvas de capacidade de geração, duas situações foram consideradas: com e sem limites na corrente de campo.

A Figura 6.7 mostra a curva de capacidade sem considerar limites na corrente de campo. Pode-se observar nesta figura que uma das unidades de geração de J. Lacerda apresenta o ponto de operação fora da fronteira da corrente de campo, satisfazendo apenas o limite na corrente de armadura. A área preenchida representa a região de operação viável da máquina síncrona, o qual é dependente de sua tensão terminal.

Pode ser visto no detalhe na figura, que o ponto de operação está localizado acima da curva de limite de campo e abaixo da curva de limite de armadura.

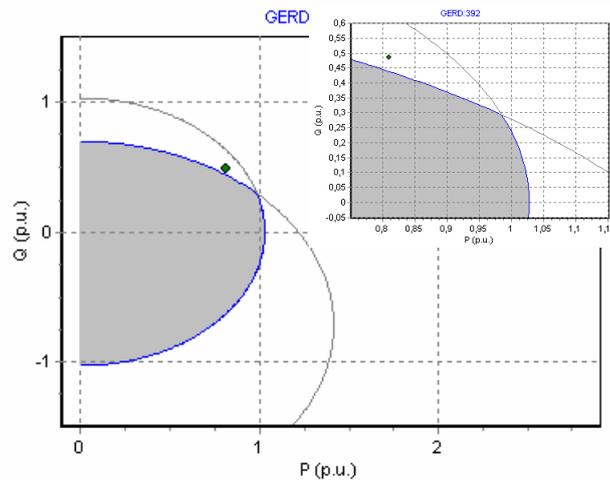


Figura 6.7: Curva de capacidade de geração (sem limites em  $I_{fd}$ )

A Figura 6.8, por outro lado, mostra as curvas de capacidade de geração considerando limites na corrente de campo da máquina. Pode-se observar nesta figura que, agora, o ponto de operação está localizado exatamente na linha de fronteira correspondente ao valor máximo do limite da corrente de campo, como pode ser visto também no detalhe nesta figura. Neste caso, apenas foram representados limites na corrente de campo.

#### 6.2.4 Flexibilidade na Representação de Limites

Os resultados apresentados a seguir procuram mostrar a flexibilidade de inserção de novas restrições nas variáveis de controle e variáveis de estado.

##### Limites na Tensão de Referência

A tensão de referência das máquinas são incorporadas na formulação ótima como variáveis do problema. Assim, inicialmente, foram considerados limites na tensão de referência de todas as barras de geração, de 0.95 e de 1.05 p.u..

A Figura 6.9 e a Figura 6.10 mostram a evolução da tensão terminal e da tensão de campo de uma unidade geradora de J. Lacerda, durante o processo de convergência do FPO.

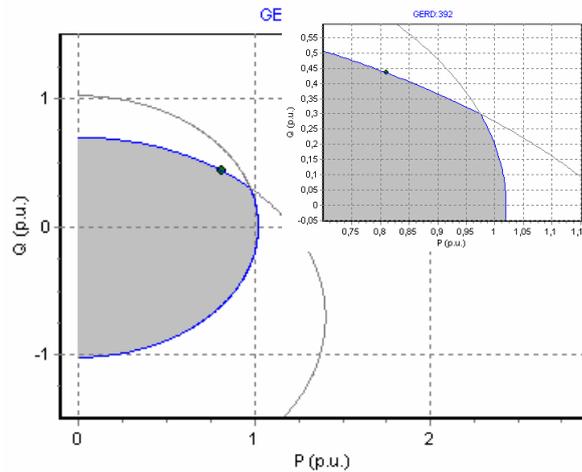


Figura 6.8: Curva de capacidade de geração (com limites em  $I_{fd}$ )

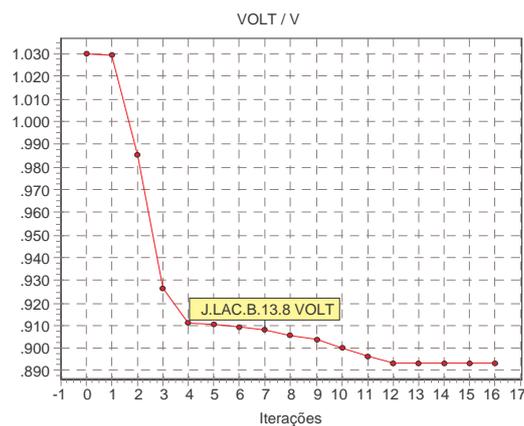


Figura 6.9: Tensão terminal com limites em  $V_{ref}$

A Figura 6.11 mostra o modelo de regulador de tensão adotado, o qual possui a seguinte equação de estado definida:

$$\dot{E}_{fd} = \frac{K_a}{T_a}(V_{ref} - V_t) - \frac{1}{T_a}E_{fd} \quad (6.2)$$

Assim, partindo-se da equação de estado (6.2) definida para variável tensão de campo  $E_{fd}$ , é possível escrever a seguinte expressão simplificada em regime permanente:

$$V_{ref} = \frac{E_{fd}}{K_a} + V_t \quad (6.3)$$

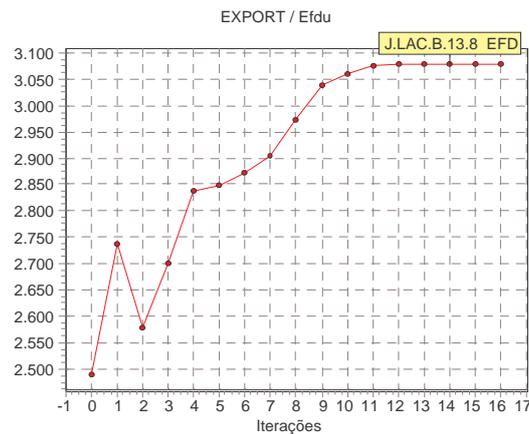


Figura 6.10: Tensão de campo com limites em  $V_{ref}$

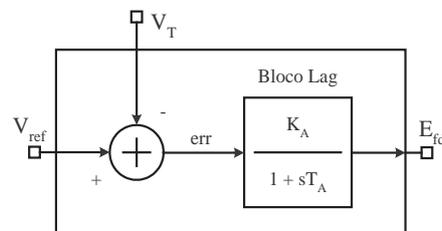


Figura 6.11: Modelo de regulador de tensão adotado

Considerando  $K_a = 50.0$  e a solução obtida pelo FPO, onde  $E_{fd} = 3.07$  p.u. e  $V_t = 0.892$  p.u., pode-se verificar, da equação (6.3), que  $V_{ref}$  é igual a 0.953 p.u.. Assim, pode-se perceber que na solução ótima, a tensão de referência da unidade geradora de J. Lacerda praticamente atingiu seu limite inferior.

Os valores utilizados para limitar a tensão de referência podem determinar soluções para a tensão terminal que estejam fora de valores operacionais. Assim, os valores mais adequados a serem considerados para limitar a tensão de referência irá depender do modelo de regulador de tensão utilizado na máquina síncrona. Em geral, o mais adequado é limitar a tensão terminal da máquina.

### Limites na Tensão de Campo

Para exemplificar a flexibilidade na representação de restrições, considere, agora, os limites inferior e superior para a tensão de campo iguais a 2.0 e 3.07, respectivamente, e considere também que, os limites na tensão de referência foram descon-

siderados. O objetivo aqui é mostrar que é possível limitar a tensão de campo, ao invés da tensão de referência, de modo que os limites de  $V_{ref}$  sejam equivalentes em  $E_{fd}$ .

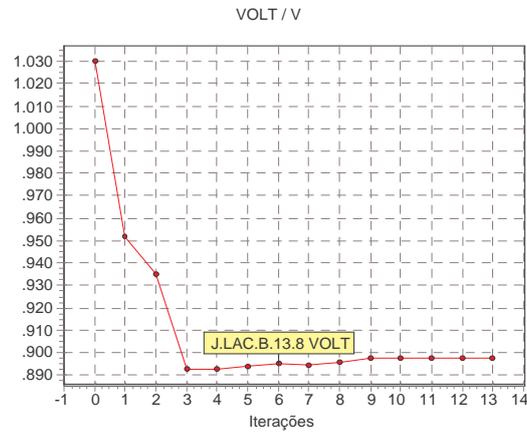


Figura 6.12: Tensão terminal com limites em  $E_{fd}$

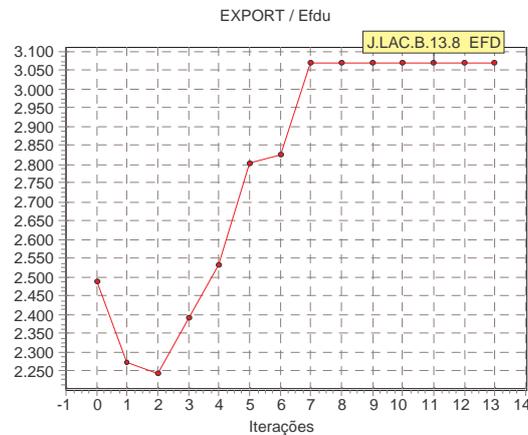


Figura 6.13: Tensão de campo com limites em  $E_{fd}$

As Figuras 6.12 e 6.13 mostram a evolução da tensão terminal e tensão de campo. Comparando estas figuras com as Figuras 6.9 e 6.10, respectivamente, é possível observar as diferentes trajetórias tomadas pelas variáveis do caso base para a solução ótima, e o número de iterações é menor. A solução ótima obtida é  $E_{fd} = 3.07$  p.u. e  $V_t = 0.897$  p.u.. Com  $K_a = 50.0$ , é possível calcular  $V_{ref}$  da expressão (6.3), sendo igual a 0.958 p.u..

### Limites na Corrente de Campo

Novamente, com o objetivo de apresentar as potencialidades de representação das curvas de capacidade de geração, duas situações foram consideradas: com limites e sem limites na corrente de campo.

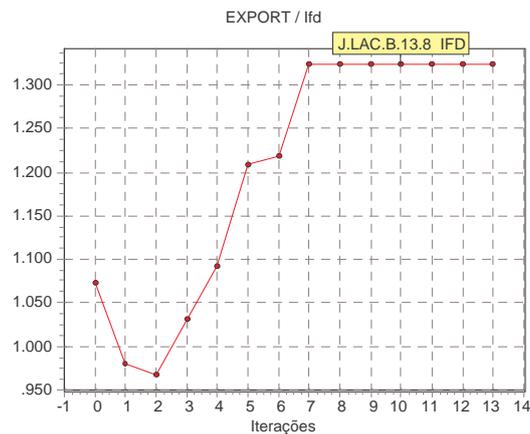


Figura 6.14: Corrente de campo sem limites em  $I_{fd}$

A Figura 6.14 mostra a trajetória da corrente de campo de J. Lacerda durante o processo iterativo. Neste caso, o valor da corrente não está sendo limitado, e seu valor final é 1.34 p.u..

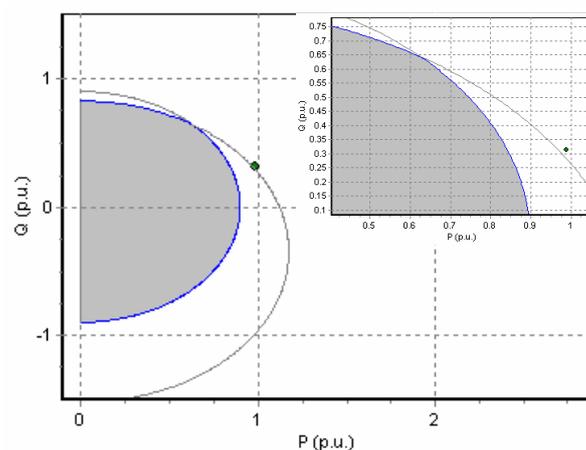


Figura 6.15: Curva de capacidade de geração sem limites em  $I_{fd}$

A Figura 6.15 mostra a curva de capacidade de geração da uma unidade de J.

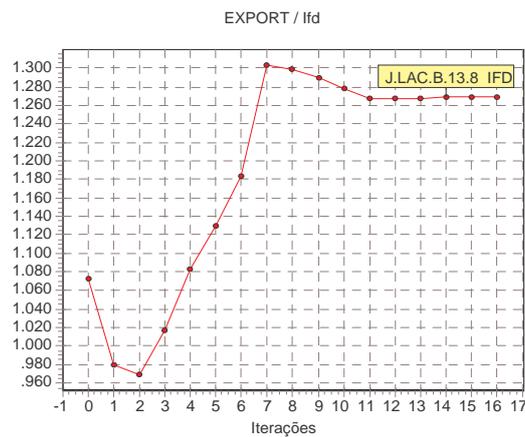


Figura 6.16: Corrente de campo com limites em  $I_{fd}$

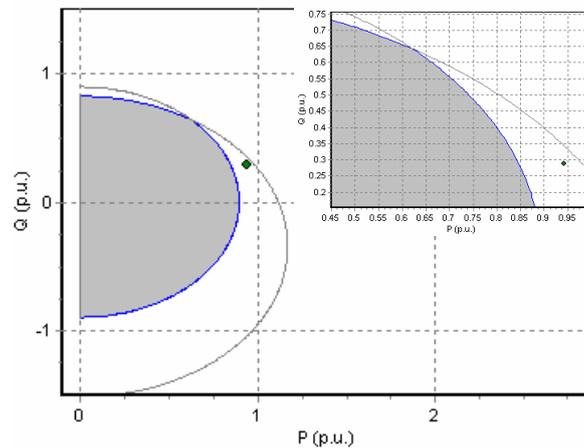


Figura 6.17: Curva de capacidade de geração com limites em  $I_{fd}$

Lacerda. A solução ótima obtida está fora da região de operação da máquina, como pode ser visto no detalhe da figura.

Considerando agora, limite superior na corrente de campo igual a 1.31 p.u., o FPO encontra uma solução ótima com a corrente de campo atingindo seu limite, como pode ser observado na Figura 6.16 e na Figura 6.17.

A Figura 6.16 mostra a solução ótima sendo alcançada na iteração 16. Durante o processo de convergência a corrente de campo atinge seu limite (iteração 7), mas não mantém seu valor no limite.

A Figura 6.17 mostra que a solução ótima está dentro do limite da corrente de

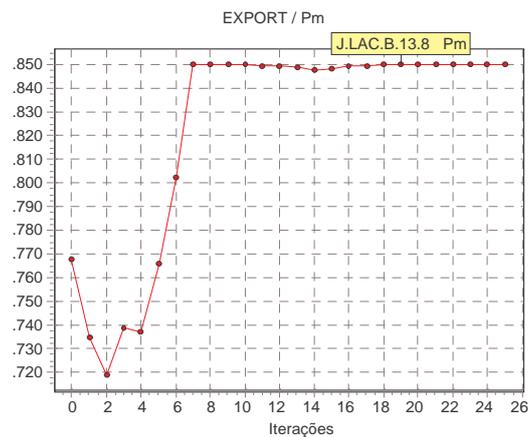


Figura 6.18: Potência mecânica com limites em  $P_m$

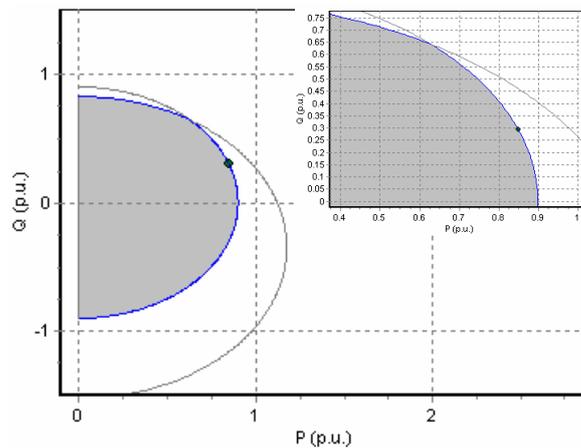


Figura 6.19: Curva de capacidade de geração com limites em  $P_m$

campo, mas fora do limite da corrente de armadura.

### Limites na Potência Mecânica

Para obter a solução dentro dos limites das correntes de campo e armadura, é considerado limites na potência mecânica da turbina igual a  $0.85 pu$ .

A Figura 6.18 mostra que na solução ótima, a unidade geradora de J. Lacerda atingiu seu limite superior de potência mecânica.

A Figura 6.19 mostra a solução ótima da unidade geradora de J. Lacerda, obedecendo ambos os limites de campo e armadura. Além disto, o ponto de operação se encontra exatamente no limite da corrente de armadura, como pode ser visto no

detalhe na figura.

Estes resultados mostram que a representação detalhada dos modelos de máquina permite enriquecer a análise no sistema, além disto o sistema pode ser ajustado de modo a obter soluções dentro da região de operação da máquina mesmo sem representação direta das curvas de capacidade de geração como restrição no fluxo de potência ótimo.

### Curva de Capacidade Representada Como Restrição

As curvas de capacidade de geração que foram apresentadas no Capítulo 5 são reescritas abaixo:

#### Curva Limite de Corrente de Campo

$$P = \frac{V_T E_q}{x_d} \text{sen}\delta + \frac{V_T^2}{2} \left( \frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d} \right) \text{sen}2\delta \quad (6.4)$$

$$Q = \frac{V_T E_q}{x_d} \text{cos}\delta + \frac{V_T^2}{2} \left( \frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d} \right) \text{cos}2\delta - \frac{V_T^2}{2} \left( \frac{1}{x_q} + \frac{1}{x_d} \right) \quad (6.5)$$

#### Curva Limite de Corrente de Armadura

$$Q_{lim} = \pm \sqrt{V_T^2 I_{amax}^2 - P^2} \quad (6.6)$$

Considere, agora, que as curvas (6.4), (6.5) e (6.6) são representadas como restrições no fluxo de potência ótimo e que foram aplicadas em todas as máquinas do sistema, respeitando seus valores nominais de corrente de campo e armadura.

A Figura 6.20 apresenta a evolução do processo iterativo da tensão terminal da unidade geradora de J.Lacerda.C. O algoritmo encontra a solução ótima em 20 iterações. Além disto, o valor da tensão terminal é 1.05, ou seja, atingiu seu limite superior.

A Figura 6.21 mostra a curva de capacidade de geração, no qual, o ponto de operação encontra-se na fronteira da curva de limite de corrente de armadura. Além disto, a solução obtida possui uma região de operação para o gerador maior do que aquela apresentada na Figura 6.19, isto se deve à dependência da curva de capacidade com o valor da tensão, que neste caso atingiu seu limite superior.

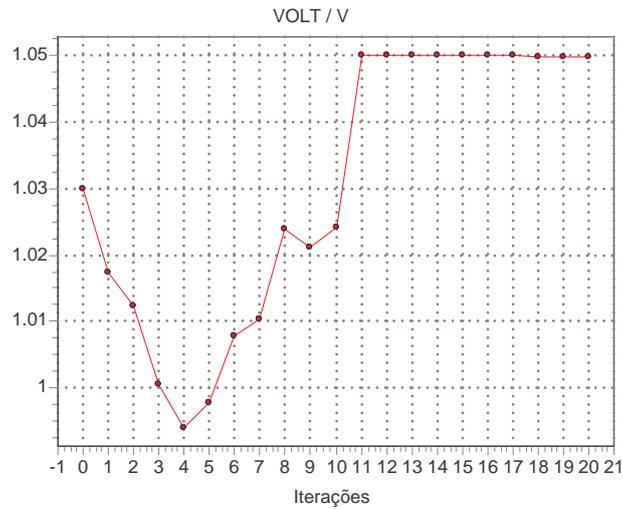


Figura 6.20: Tensão com limites na curva de capacidade - Penalização Interior

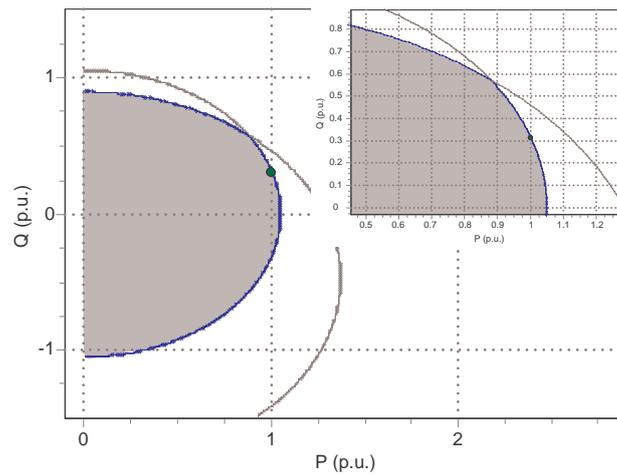


Figura 6.21: Curva de capacidade de geração como restrição

A solução obtida para as demais máquinas síncronas do sistema encontram-se dentro de suas respectivas regiões de operação.

### 6.2.5 Resultados com a Penalização Hiperbólica

Todos os resultados apresentados anteriormente levam em consideração a penalidade barreira logarítmica (ou interior) aplicada nas variáveis de folga. Nesta seção serão apresentados resultados comparativos ao se substituir a penalidade in-

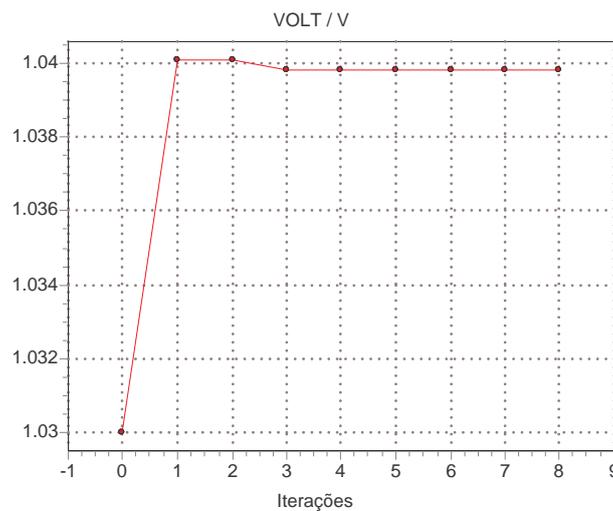


Figura 6.22: Tensão terminal de J.Lacerda.C - penalização hiperbólica

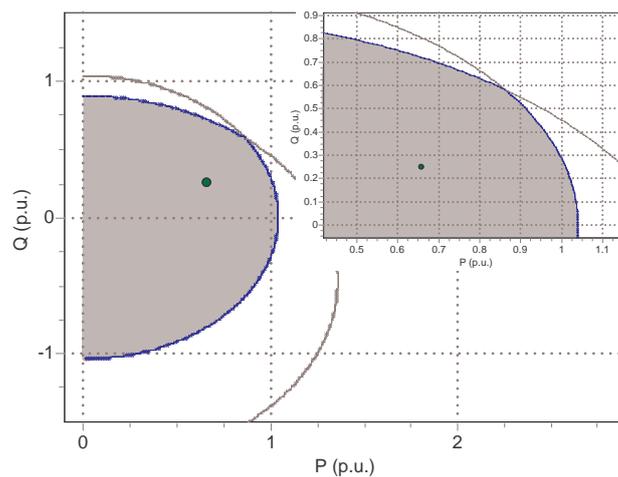


Figura 6.23: Curva de capacidade de J.Lacerda.C - penalização hiperbólica

terior pela penalidade hiperbólica, no qual os ajustes dos parâmetros da penalidade seguem àqueles mencionados no Capítulo 5.

Considerando as curvas de capacidade de geração como restrições adicionais no fluxo de potência ótimo. A Figura 6.22 apresenta a evolução da tensão terminal do gerador de J.Lacerda.C durante o processo iterativo. O algoritmo encontra a solução em 8 iterações, sendo que a tensão terminal é  $V_t = 1.0398$  p.u., o qual não atinge o limite superior de 1.05 p.u.. Por outro lado, quando se utilizou a penalidade interior, o valor da tensão terminal foi de 1.05 p.u., como mostrado na Figura 6.20.

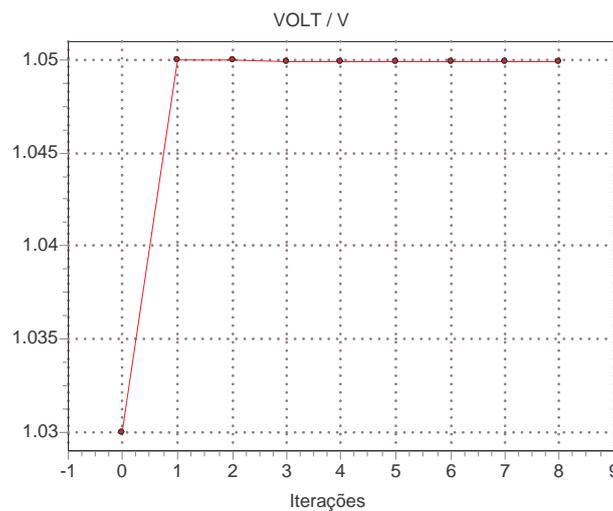


Figura 6.24: Tensão terminal de J.Lacerda.A - penalização hiperbólica

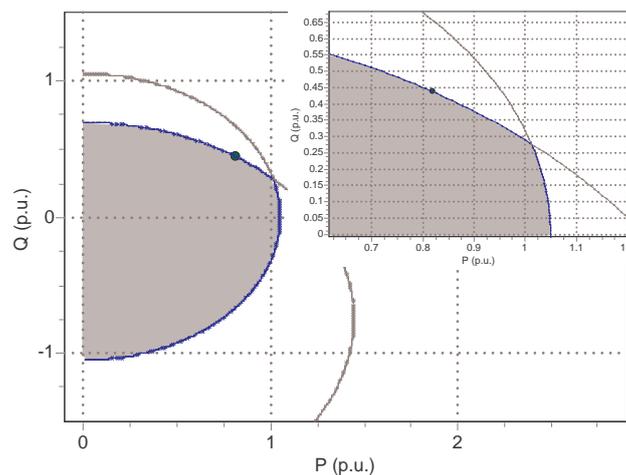


Figura 6.25: Curva de capacidade de J.Lacerda.A - penalização hiperbólica

A Figura 6.23 mostra a curva de capacidade de geração desta unidade geradora, o qual, o ponto de operação encontra-se no interior da região de operação do gerador sem atingir seus limites de corrente de campo e armadura. Já a solução encontrada pelo algoritmo considerando a penalidade interior, apresentada na Figura 6.21, encontrou-se na fronteira da curva limite da corrente de armadura.

Apesar da solução encontrada com a utilização da penalidade hiperbólica não se encontrar no limite para a unidade geradora de J.Lacerda.C, uma outra unidade geradora atingiu seu limite superior. Ou seja, a Figura 6.24 mostra que a tensão terminal da unidade de J.Lacerda.A atingiu seu limite superior de 1.05 p.u..

A Figura 6.25 mostra a curva de capacidade de geração da unidade de J.Lacerda.A, o qual, o ponto de operação encontra-se no limite da corrente de campo.

Este resultado mostra que, a substituição da penalidade interior pela penalidade hiperbólica fornece resultados diferentes em termos de solução ótima, mas mantém o atendimento aos limites estabelecidos.

### 6.2.6 Análise de Autovalores

Como a formulação do FPO adotada, neste trabalho, leva em consideração o conjunto de equações algébrico-diferenciais, e como a análise de estabilidade a pequenas perturbações ou análise em regime permanente se baseia no ponto de equilíbrio do sistema (6.7), tem-se que o FPO, com representação detalhada da máquina e seus sistemas de controle, busca determinar um ponto de equilíbrio ótimo que preserva toda informação associada à análise modal do sistema elétrico.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= 0 = f(x, y) \\ 0 &= g(x, y) \end{aligned} \quad (6.7)$$

Assim, a linearização do conjunto de equações (6.7) é dado em (6.8), abaixo:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{x} = 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} & \frac{\partial f}{\partial y} \\ \frac{\partial g}{\partial x} & \frac{\partial g}{\partial y} \end{bmatrix}}_{J_{xy}} \times \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} \quad (6.8)$$

A matriz  $J_{xy}$  é a matriz Jacobiana do sistema na análise de estabilidade aplicada a pequenas perturbações. O conjunto de autovalores pode ser obtido a partir de  $J_{xy}$ , calculando-se a matriz de estados  $A$ , como mostrado abaixo:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial y} \\ \frac{\partial g}{\partial y} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \frac{\partial g}{\partial x} \\ \frac{\partial g}{\partial y} \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} \frac{\partial g}{\partial x} \\ \frac{\partial g}{\partial y} \end{bmatrix}$$

A posição dos autovalores de  $A$ , no plano complexo, determina a estabilidade do sistema a pequenas perturbações. Além disto, informações importantes podem ser extraídas e analisadas, tais como, análise de sensibilidade, fatores de participação e análise de modos de oscilação do sistema. Estas informações podem ser usadas para

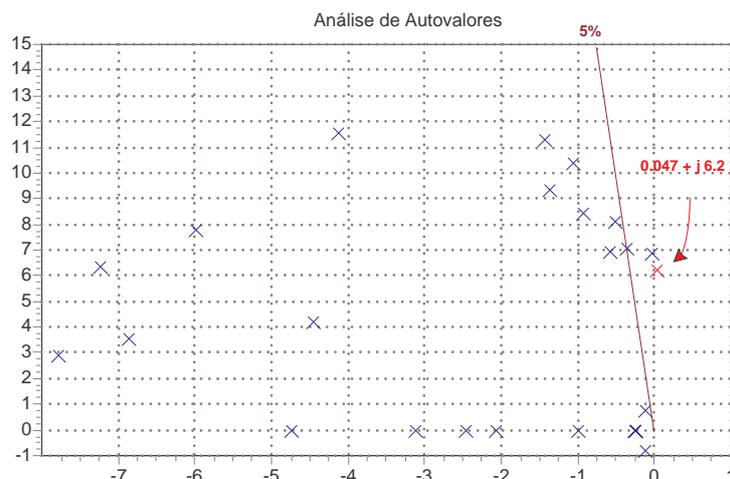


Figura 6.26: Análise de autovalores

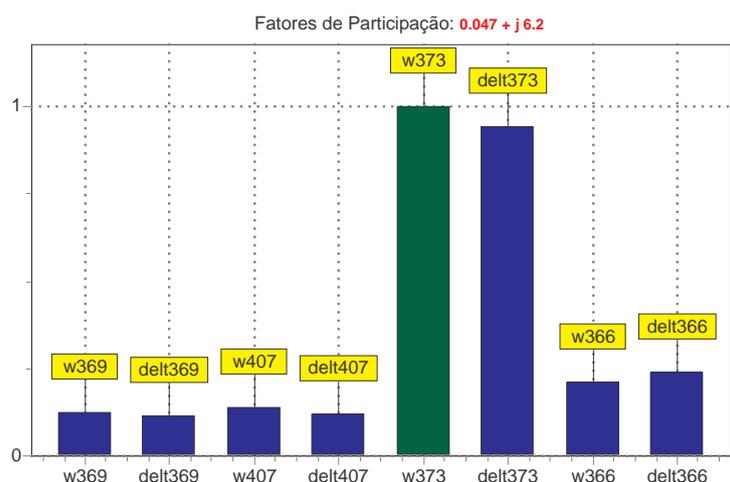


Figura 6.27: Fatores de participação

ajuste de controladores, ou mesmo, servir como indicativo para ações corretivas no sistema.

A Figura 6.26 apresenta os autovalores do sistema a partir da solução ótima encontrada, onde há um autovalor instável de valor igual a  $0.047 \pm j6.20$ .

A Figura 6.27 apresenta os fatores de participação associado ao autovalor instável  $0.047 \pm j6.20$ , o qual apresenta a velocidade angular  $w$  e o ângulo  $\delta$  da máquina de S.Osório (barra #373) com maior sensibilidade neste modo.

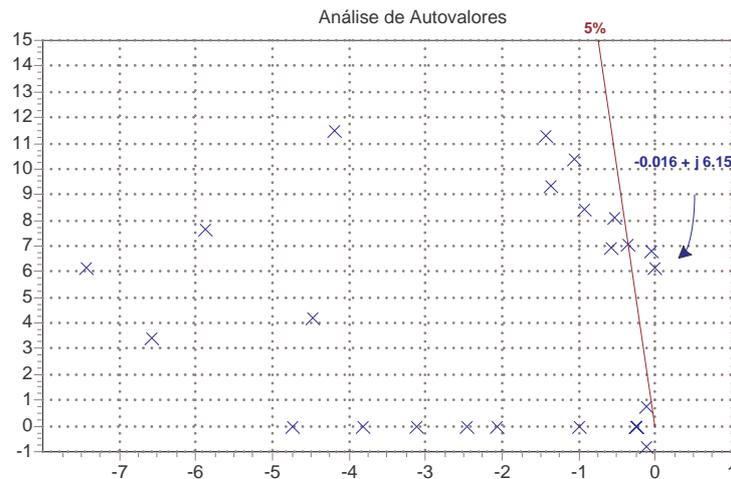


Figura 6.28: Análise de autovalores para ganho igual a 30

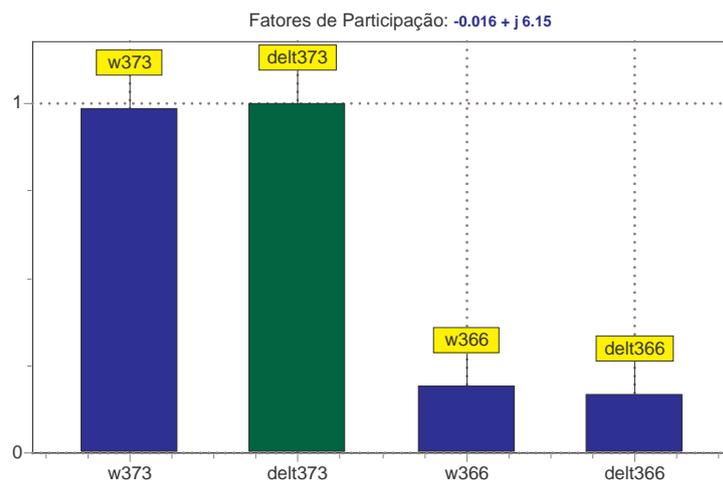


Figura 6.29: Fatores de participação para ganho igual a 30

Há várias maneiras para ajustar o sistema de modo que a solução ótima seja estável. Primeiro, tentar reajustar os controles das máquinas que possuem maiores fatores de participação no modo instável. A segunda maneira é, tentar ajustar o FPO de modo que a solução convirja para um ótimo estável, do ponto de vista da estabilidade a pequenas perturbações. Para isto, deve-se inserir restrições de modo a conter a geração daquelas máquinas que mais participam na instabilidade do modo, ou então, deve-se tentar uma penalização na geração das máquinas, a fim de conter a sua geração, e a partir daí, encontrar uma solução que seja estável.

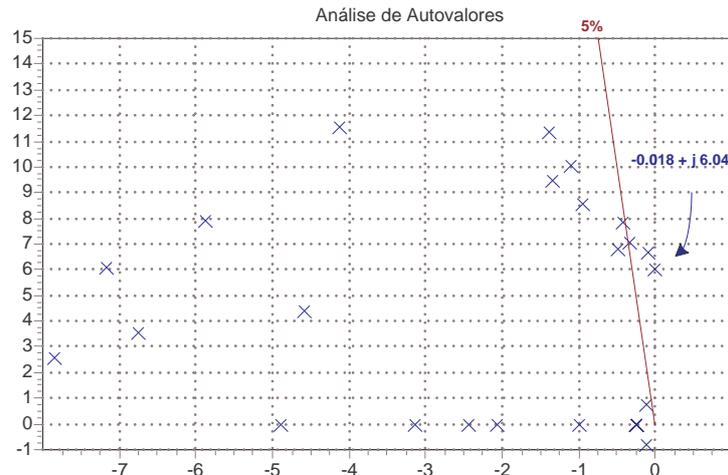


Figura 6.30: Análise de autovalores com ajuste na função objetivo

Assim, apenas para exemplificar, ajustando-se o ganho do regulador de tensão da máquina de S.Osório que era de 50 para 30, tem-se os resultados apresentados nas Figuras 6.28 e 6.29.

A Figura 6.28 apresenta os autovalores do sistema a partir da solução ótima encontrada, tendo ajustado apenas o valor do ganho do regulador de tensão. Nesta situação, não há autovalores instáveis, apesar do sistema ser pouco amortecido.

A Figura 6.29 apresenta os fatores de participação associados ao autovalor com menor amortecimento  $-0.016 \pm j6.15$ , o qual apresenta a velocidade angular  $w$  e o ângulo  $\delta$  da máquina de S.Osório (barra #373) com maior participação neste modo.

Na tentativa de obter a estabilidade do sistema por meio de ajustes na formulação ótima, estabeleceu-se uma correção nos custos de geração da máquina de S.Osório de modo a obter uma solução ótima estável. Assim, os resultados são apresentados nas Figuras 6.30 e 6.31.

A Figura 6.30 apresenta os autovalores do sistema a partir da solução ótima encontrada, tendo sido alterados os custos de geração da máquina de S.Osório (barra #373). Nesta situação, não há autovalores instáveis, mas ainda o sistema está pouco amortecido.

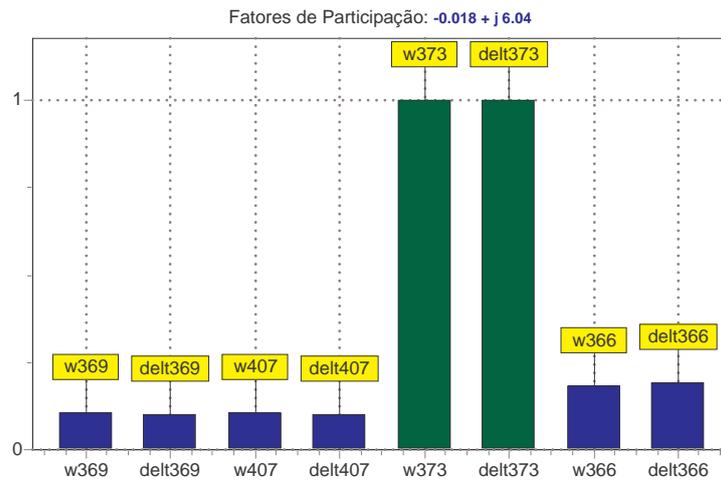


Figura 6.31: Fatores de participação com ajuste na função objetivo

A Figura 6.31 apresenta os fatores de participação associado ao autovalor com menor amortecimento  $-0.018 \pm j6.04$ , o qual apresenta a velocidade angular  $w$  e o ângulo  $\delta$  da máquina de S.Osório (barra #373) com maior participação neste modo.

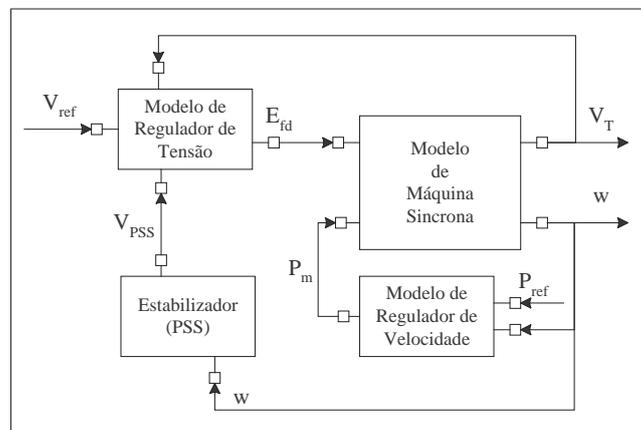


Figura 6.32: Modelo de gerador com inclusão do PSS

Evidentemente que uma outra solução seria ajustar o estabilizador de sistema de potência (PSS) da máquina de S.Osório. Assim, para exemplificar, a Figura 6.32 mostra que o PSS é inserido no modelo de gerador como um sub-modelo conectando a velocidade  $w$  da máquina síncrona e um sinal  $V_{PSS}$  é adicionado ao regulador de tensão.

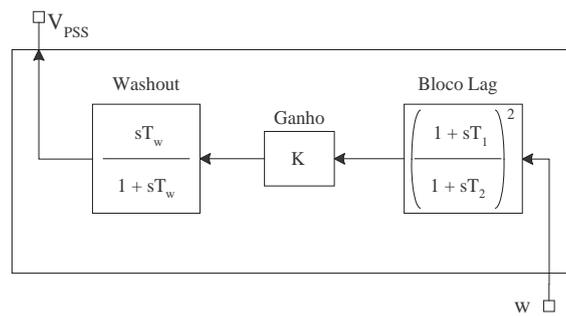


Figura 6.33: Modelo do estabilizador utilizado em S.Osório

A Figura 6.33 apresenta o modelo de PSS utilizado na máquina de S.OSORIO, o qual, os valores dos parâmetros considerados foram os seguintes:  $T_w = 3.0 \text{ segs}$ ,  $K = 10.0$ ,  $T_1 = 0.1 \text{ segs}$  e  $T_2 = 0.01 \text{ segs}$ .

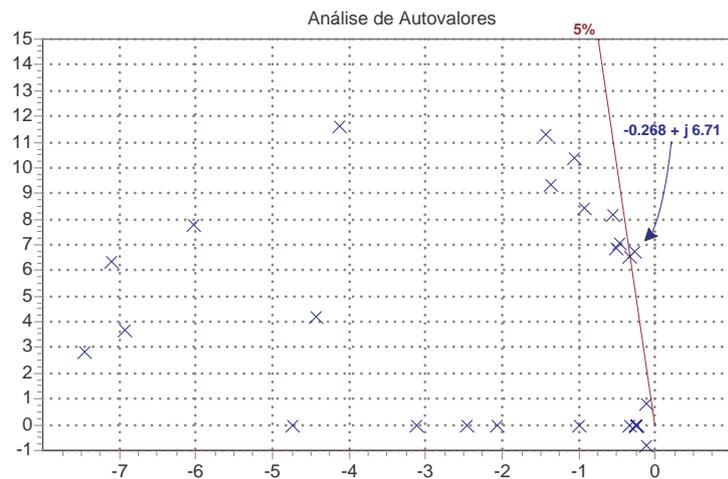


Figura 6.34: Análise de autovalores após ajuste no PSS

Após ajustado o PSS de S.Osório, tem-se na Figura 6.34 os autovalores do sistema, no qual o autovalor com menor amortecimento é igual a  $-0.268 \pm j6.710$ , além disto os demais autovalores possuem amortecimento superior a 5%.

A Figura 6.35 apresenta os fatores de participação associado ao autovalor  $-0.268 \pm j6.710$ , o qual apresenta o ângulo  $\delta$  da máquina de Barracao (barra #366) com maior sensibilidade neste modo. Outros ajustes nos PSS's do sistema poderiam ser estabelecidos, a fim de melhorar o amortecimento do sistema, os quais não serão mostrados aqui.

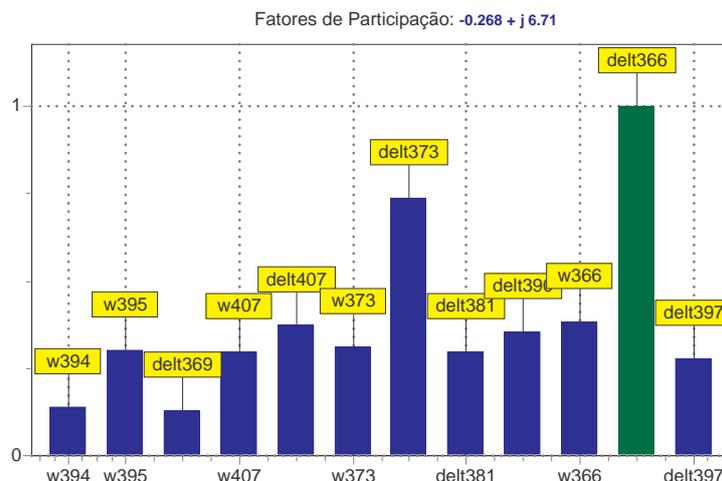


Figura 6.35: Fatores de participação após ajuste no PSS

### 6.2.7 Definição pelo Usuário das Funções Objetivo e Restrições

Os resultados foram obtidos a partir de um caso base onde as variáveis de controle foram consideradas a tensão terminal para barras de geração e a potência ativa gerada. A função objetivo utilizada é a equação (5.18) e construída através de diagramas de blocos como mostrado na Figura 5.5, o qual representa a função objetivo de mínimo custo de geração.

A Figura 6.36 mostra o processo iterativo de convergência da magnitude de tensão das unidades geradoras de J.LacerdaA e J.LacerdaB.

A Figura 6.37 mostra o processo de convergência da corrente de campo do gerador de J.LacerdaA. O valor ótimo obtido foi 1.39 p.u..

Com o objetivo de apresentar a flexibilidade associada a definição pelo usuário para a construção de funções objetivo, não escrita em código de programação no programa de FPO, será considerado que a solução ótima obtida para a corrente de campo de J.Lacerda A está violando seu limite superior considerado igual a 1.374 p.u..

Dois casos podem ser analisados para tratar deste problema:

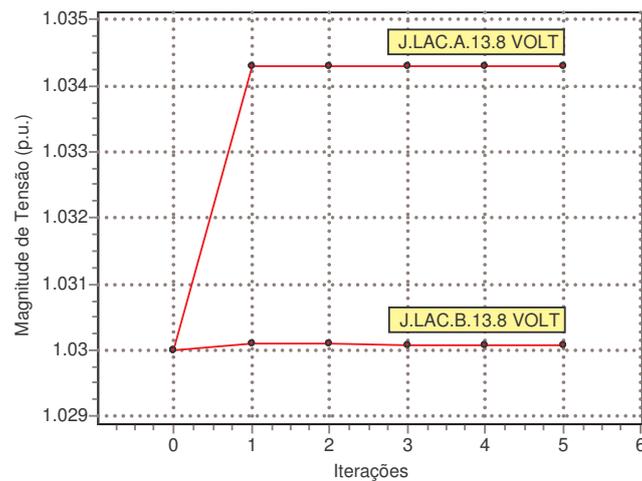


Figura 6.36: Magnitude de tensão de J.Lacerda

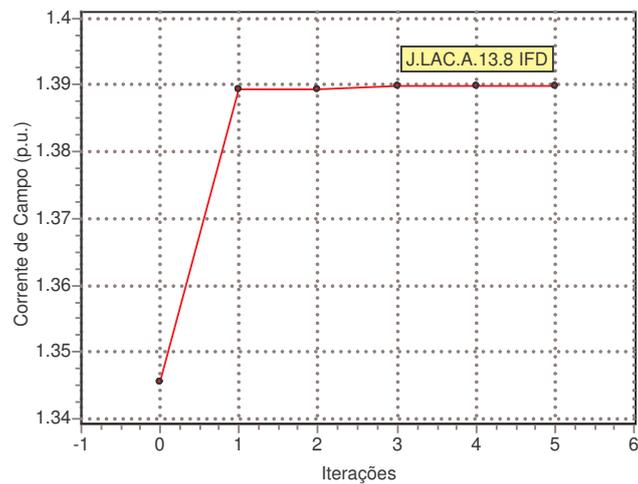


Figura 6.37: Corrente de campo de J.Lacerda

- i. Incluir a variável corrente de campo na função objetivo, ponderada por um custo positivo;
- ii. Representar limites superior e inferior na variável corrente de campo.

A Figura 6.38 mostra a adição da corrente de campo na função objetivo.

A Figura 6.38 também mostra que as variáveis de interesse da função objetivo são conectadas às máquinas síncronas, de modo que qualquer variável interna da máquina pode ser avaliada pela função objetivo e pelas restrições. Além disto, a incorporação de qualquer termo na função objetivo pode ser construído diretamente

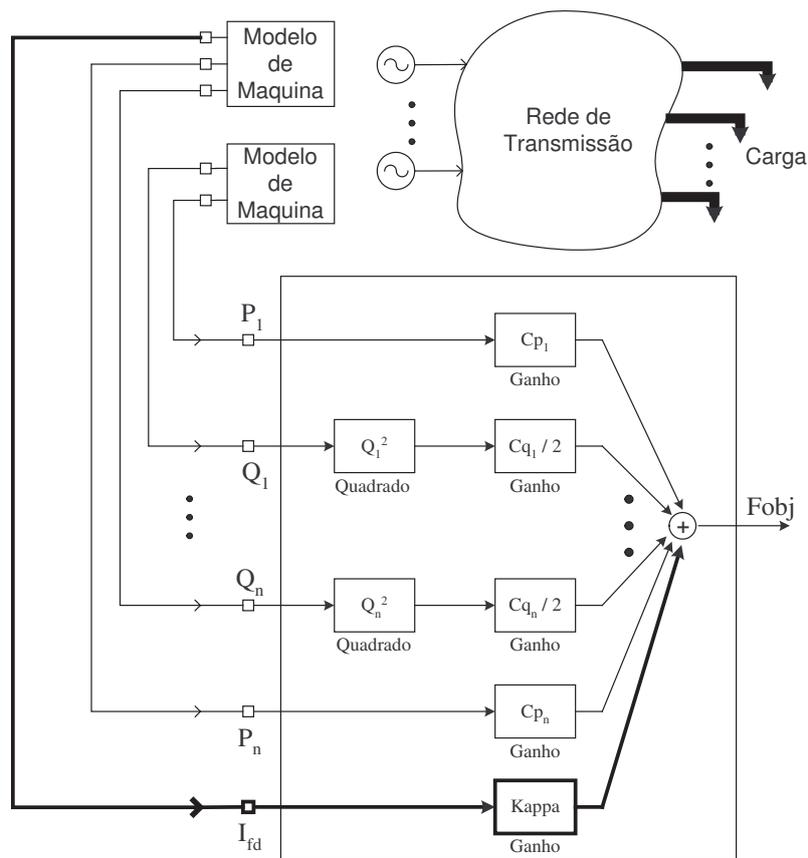


Figura 6.38: Função objetivo e modelos de máquinas síncronas

através do diagrama de blocos desta função.

A Figura 6.39 apresenta o processo iterativo das magnitudes de tensão das unidades geradoras de J. Lacerda A e B, considerando o primeiro caso.

A Figura 6.40 apresenta o processo iterativo da corrente de campo da unidade geradora de J.Lacerda A. O valor ótimo obtido foi de 1.357 p.u., sendo inferior ao limite superior considerado.

Para o segundo caso, a variável corrente de campo é limitada por valores superior e inferior como mostrado em (6.9).

$$0.0 \leq I_{fd} \leq 1.374 \text{ p.u.} \quad (6.9)$$

A Figura 6.41 mostra o processo de convergência da corrente de campo de J.Lacerda A, o qual seu valor ótimo atinge o limite superior de 1.374 p.u..

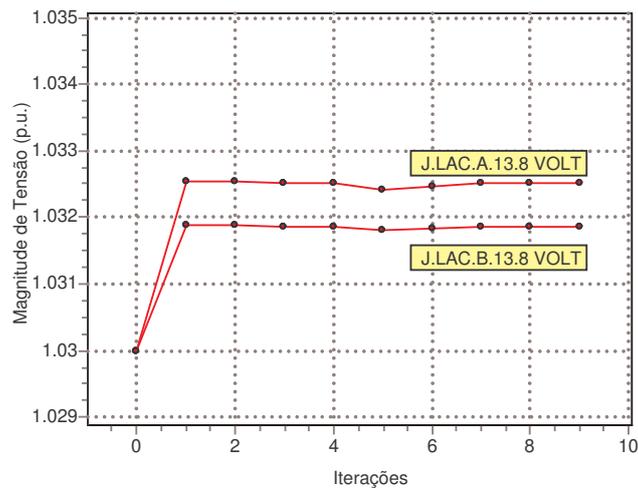


Figura 6.39: Magnitude de tensão de J.Lacerda

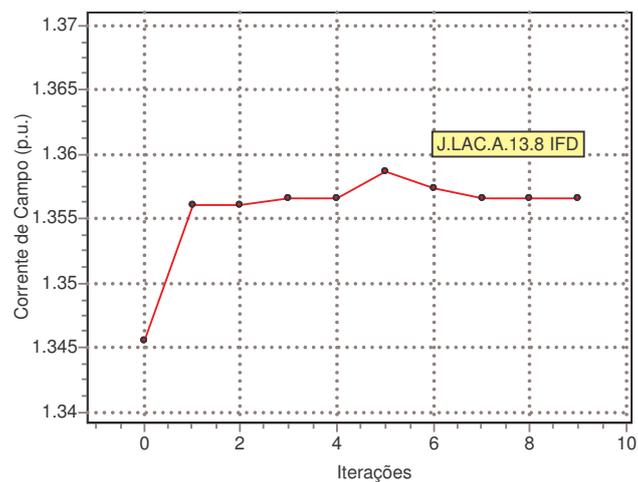


Figura 6.40: Corrente de campo de J.Lacerda

Assim, pode-se verificar que com a utilização de técnicas de diferenciação automática combinada com a representação das funções objetivo e restrições por diagramas de blocos, é possível inserir qualquer variável do sistema elétrico dentro da formulação do FPO, sem a necessidade de alteração do código fonte, o que torna a modelagem mais flexível no tratamento de problemas de otimização.

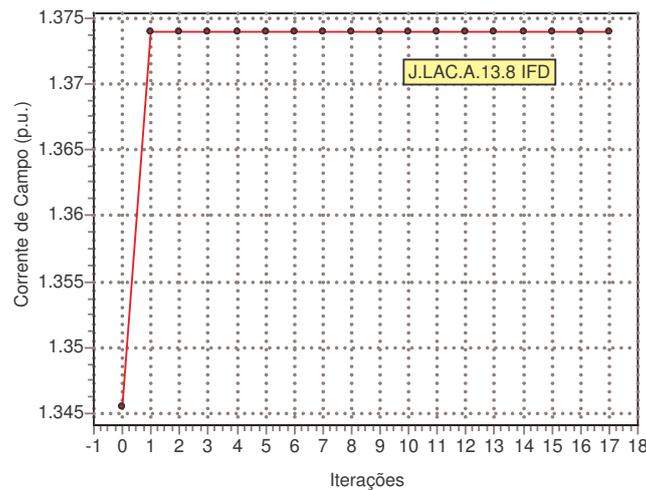


Figura 6.41: Limites na corrente de campo de J.Lacerda

### 6.2.8 Comparação usando a Formulação Quadrática

Nesta seção será apresentado resultados comparativos quando se considera a formulação do FPO utilizando-se de funções quadráticas. Sabe-se que o FPO tradicionalmente é formulado por injeção de potência considerando as tensões nodais em coordenadas polares. Será considerado agora, a construção do FPO que leva em consideração a injeção de corrente e com as tensões nodais em coordenadas retangulares, o qual, como já mencionado, torna as restrições expressas por funções quadráticas.

É importante ressaltar que a consideração feita para o caso de injeção de corrente, o FPO foi modificado de modo que a função objetivo e as restrições se transformassem em funções lineares ou quadráticas. Para isto, a função objetivo considerada foi a de mínimo custo de geração de potência ativa e reativa, apresentada pela equação (5.18) e pela Figura 5.5.

Quanto ao tratamento dado para as equações de balanço que formam as restrições de igualdade do FPO, já foi demonstrado que ao se considerar a injeção de corrente com tensões em coordenadas retangulares, as funções de injeção shunt e série passam a ser representados por funções quadráticas, com pode ser visto pelas expressões (5.39) e (5.49).

Quanto ao tratamento dado para as restrições de desigualdade é apresentado

pelas expressões (6.10) abaixo. Ou seja, como as potências ativa e reativa ainda continuam sendo variáveis no FPO por injeção de corrente, então estas restrições continuam sendo expressas por limites superior e inferior, assim como no FPO tradicional. Mas, como as tensões nodais são, agora, expressas em coordenadas retangulares, então as restrições das tensões são tratadas como, a soma dos quadrados da parte real e imaginária, e os seus limites máximo e mínimo são elevados ao quadrado, a fim de se restringir a magnitude da tensão, como é feito tradicionalmente, mas mantendo o problema em forma de funções quadráticas.

$$\begin{aligned} V_{MIN}^2 &\leq V_{Re}^2 + V_{Im}^2 \leq V_{MAX}^2 \\ P_{MIN} &\leq P \leq P_{MAX} \\ Q_{MIN} &\leq Q \leq Q_{MAX} \end{aligned} \quad (6.10)$$

Os resultados foram obtidos partindo-se de um ponto de operação convergido de um fluxo de potência convencional para o sistema 45 barras. Considerou-se controles tanto na tensão das barras de geração, quanto na potência ativa das máquinas. Além disto, os valores mínimos e máximos das tensões foram considerados entre 0.90 p.u. e 1.10 p.u., respectivamente. Os limites de potência ativa e reativa foram considerados suficientemente abertos a fim de que as máquinas não atingissem seus limites, pois o objetivo aqui é verificar a solução encontrada por ambos os casos e compará-las, assim se tais limites forem muito fechados, a solução será praticamente a mesma, uma vez que, é de se esperar que a geração atinja seus respectivos limites, e daí, não haveria como comparar as formulações em termos de sua solução.

A Figura 6.42 apresenta a comparação das formulações para as tensões nas barras de geração. Pode-se observar que as tensões sofreram pequenas alterações em relação à solução encontrada por cada uma das formulações. Além disto, as barras #390 e #397 atingiram o limite superior de 1.10 p.u., enquanto que a barra #373 atingiu o limite inferior de 0.90 p.u..

A Figura 6.43 apresenta a comparação das formulações para a potência ativa dos geradores. A potência ativa das barras #381 e #390 foram as que mais apresentaram diferença na solução.

A Figura 6.44 apresenta a comparação das formulações para a potência reativa

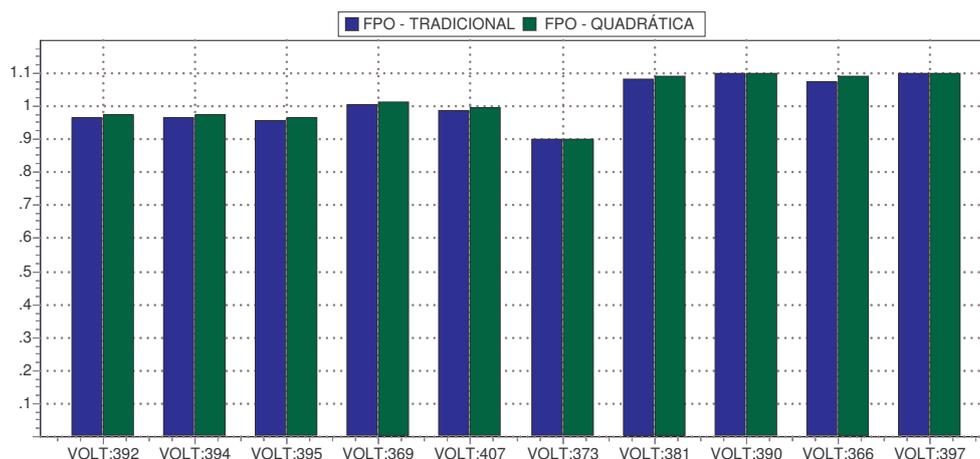


Figura 6.42: Comparação da tensão das barras de geração

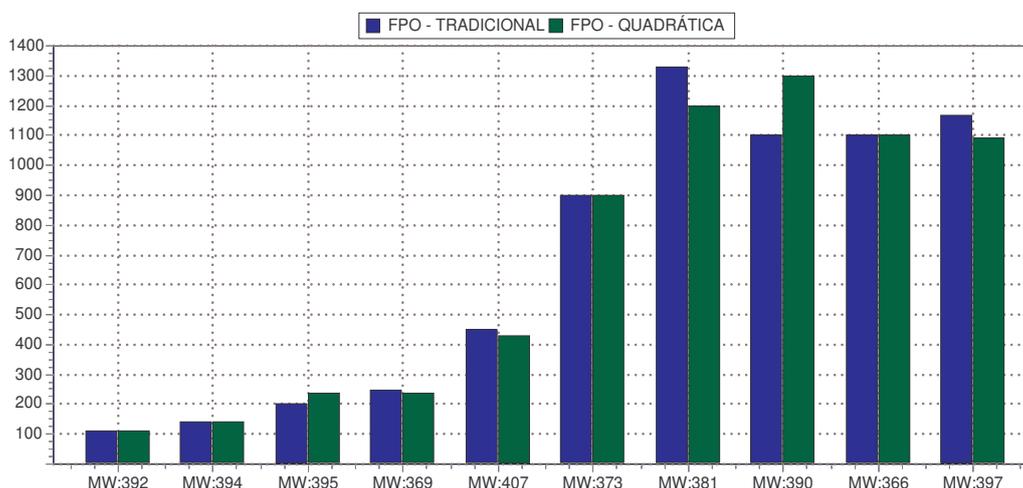


Figura 6.43: Comparação da potência ativa das barras de geração

dos geradores. Os resultados apresentam uma diferença significativa, o que pode ser percebido pelas gerações nas barras #381, #366 e #397.

A Figura 6.45 apresenta o processo iterativo da função objetivo de mínimo custo de geração para ambas as formulações. Pela Figura 6.45(a) pode-se verificar que o FPO tradicional convergiu em 12 iterações com a função objetivo no valor de 68.823 p.u. de geração total. Enquanto, que pela Figura 6.45(b) pode-se verificar que o FPO para quadráticas convergiu em 8 iterações com a função objetivo no valor de 68.787 p.u. de geração total. O valor final na função objetivo como resultado comparativo é praticamente o mesmo, mas o FPO para quadráticas obteve a convergência em menos iterações.

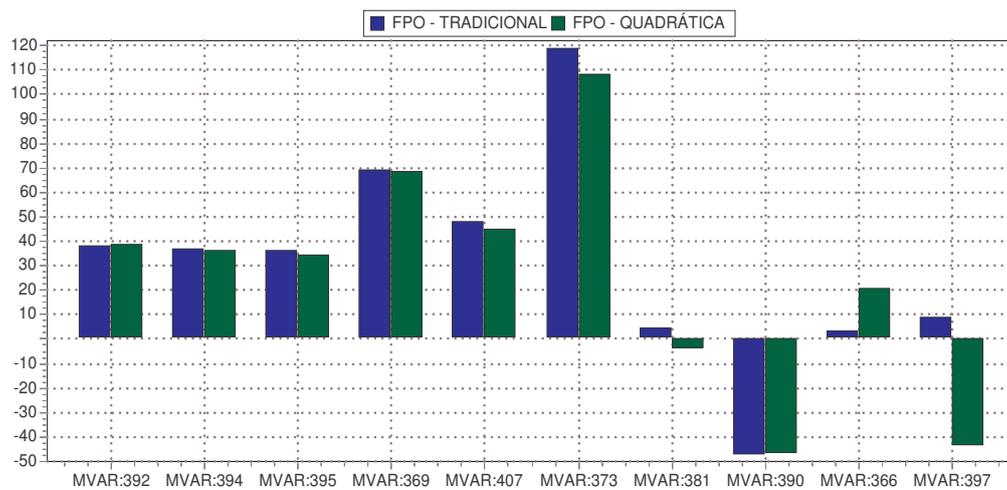


Figura 6.44: Comparação da potência reativa das barras de geração

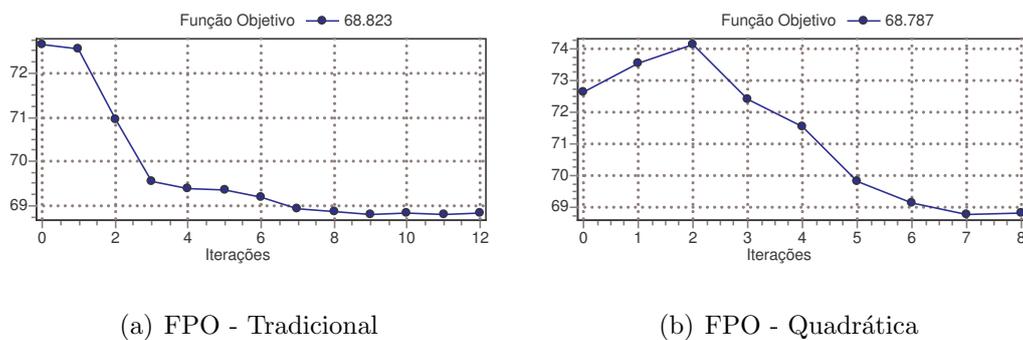


Figura 6.45: Processo iterativo da função objetivo para as formulações

Como o FPO usando funções quadráticas é todo formulado por funções lineares ou quadráticas, e como descrito na referência [74], era de se esperar que os resultados comparativos não apresentassem diferenças na solução ótima obtida, isto porque, como as funções são lineares ou quadráticas, a derivada destas funções iriam compor uma Hessiana constante durante todo o processo iterativo, o que justifica que partindo-se de um mesmo ponto inicial viável, se encontre a mesma solução ótima ao final do processo de otimização.

Esta consideração é verdadeira se for considerado que a metodologia adotada neste trabalho fosse baseada na resolução de um problema de programação quadrática. Mas, adotou-se uma metodologia baseado no algoritmo de pontos interiores, o qual não produz uma Hessiana constante durante o processo de convergência.

A Hessiana adotada apenas possuirá alguns de seus termos constantes, mas não todos os coeficientes o serão. Basta, observar que na metodologia de pontos interiores a função penalidade barreira é do tipo logarítmica, o que não é uma função quadrática, produzindo assim, uma Hessiana não constante.

Mas, a possibilidade de construção de um FPO considerando funções quadráticas pode apresentar vantagens, pois muitos coeficientes da hessiana referentes as funções quadráticas serão constantes, o que permitiria que tais termos não necessitem de ser calculados em todas as iterações, aumentando assim a eficiência computacional para a montagem da matriz do problema.

Neste trabalho, os resultados com a formulação quadrática foram obtidos de maneira fácil e simples, sem a necessidade de alteração do código fonte, pois o tratamento dado para a representação das restrições dentro da formulação do FPO é suficientemente flexível, permitindo a inclusão de novas equações à formulação.

### 6.2.9 Resultados com a Minimização de Perdas

Para a aplicação da minimização das perdas no sistema 45 barras, considerou-se que a barra #378 sofreu um aumento em sua carga em relação ao caso base deste sistema, de modo que, após a obtenção de um novo ponto de operação através de um fluxo de carga, a tensão nesta barra agora é de aproximadamente 0.78 p.u.. Foram considerados controles apenas nas tensões de barras de geração.

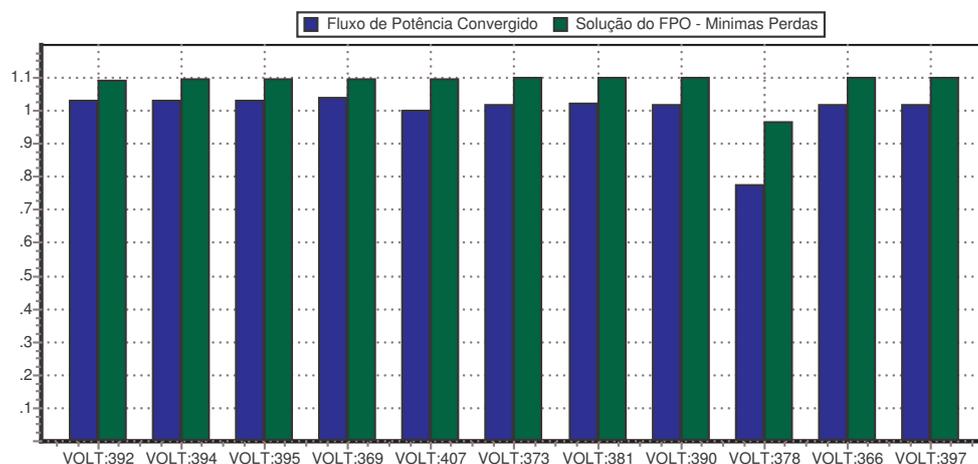


Figura 6.46: Tensões nas barras do sistema

A Figura 6.46 apresenta a comparação das tensões de algumas barras do sistema, no qual é comparado a solução do fluxo de carga com a solução encontrada pelo FPO quando se utilizou de minimização de perdas. Pode-se observar que a tensão da barra #378 que era de aproximadamente 0.78 p.u., mas com a solução do FPO, é agora de 0.97 p.u.. Além disto, as tensões nas barras de geração praticamente foram para os seus respectivos valores de limite superior, ou seja, 1.10 p.u..

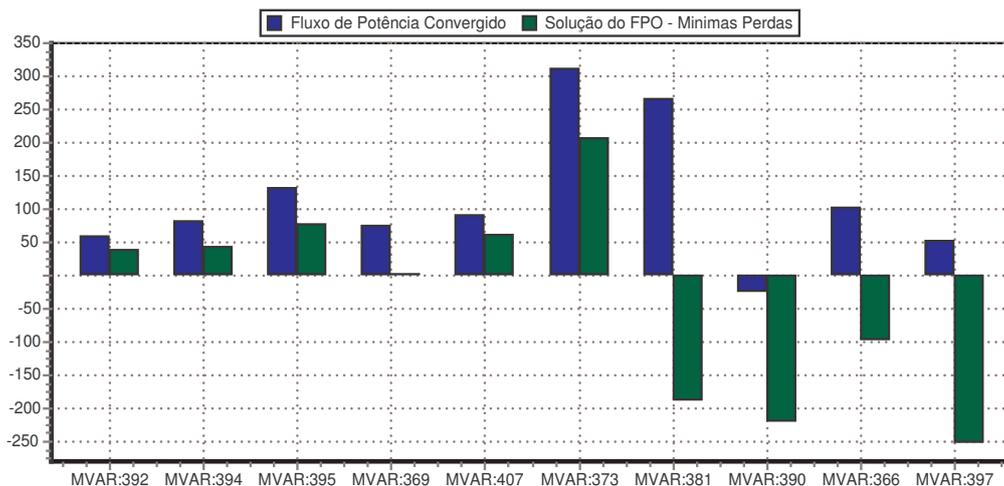


Figura 6.47: Potência reativa das barras de geração

A Figura 6.47 apresenta a comparação da potência reativa das barras de geração do sistema. Na solução do FPO considerou-se que os limites de reativos estivessem abertos, logo é possível perceber a variação significativa da solução do FPO, quando comparado com a solução do fluxo de carga.

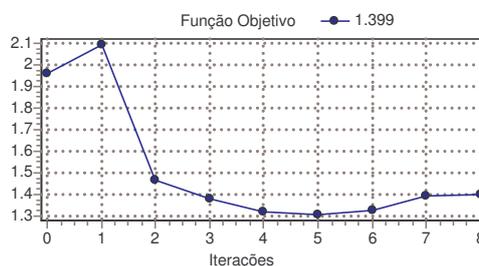


Figura 6.48: Processo iterativo do FPO com minimização de perdas

A Figura 6.48 apresenta o processo iterativo do FPO para a minimização de perdas. O processo converge em 8 iterações. Inicialmente, o sistema possuía 196.2 MW de perdas ativas, e após a solução obtida pelo FPO, as perdas passaram a ser de 139.9 MW.

### 6.2.10 Resultados com a Maximização da Carga

O cálculo de máximo carregamento em um sistema elétrico pode ser realizado de duas maneiras: Primeiro, através de um fluxo de potência continuado (FPC), no qual partindo-se de um fluxo de potência convencional, aumenta-se a carga por incrementos e determina-se a solução do fluxo de carga, até não encontrar mais solução. Segundo, através de um fluxo de potência ótimo cuja função objetivo seja de máximo carregamento.

O máximo carregamento inicialmente é executado considerando o aumento de carga apenas na barra #378, a qual é definida, pelas suas características, como uma barra crítica do sistema.

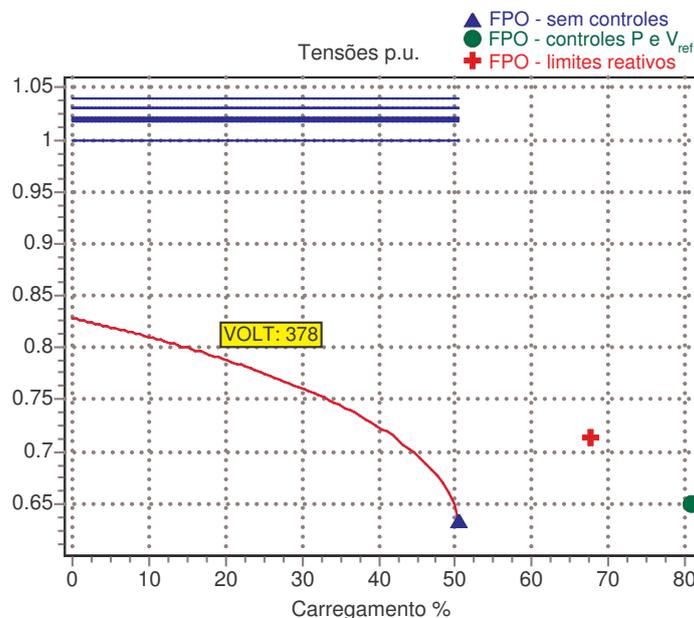


Figura 6.49: Curva  $P \times V$  para cálculo de máximo carregamento

A Figura 6.49 apresenta uma curva  $P \times V$ , no qual é mostrado o perfil de tensão da barra de carga #378 e das barras de geração. Na obtenção da curva, foram considerados abertos os limites de reativo. O triângulo representa a solução obtida pelo FPO, no qual não foi considerado os controles, assim, pode-se observar que a solução coincide com a solução obtida pelo fluxo de potência continuado. Neste caso, o carregamento foi considerado apenas na potência ativa da barra #378. Como a potência ativa inicial é de 410 MW e como o máximo carregamento ocorreu em aproximadamente 50,52 %, logo o carregamento final da barra é de 617,16 MW com

a tensão em 0.633 p.u..

O círculo na Figura 6.49 representa a solução obtida pelo FPO quando são considerados os controles de potência ativa e de tensão nas barras de geração, o qual obteve o máximo carregamento em 80,65 %, ou 740.7 MW, com a tensão em 0.65 p.u.. Neste caso, as barras de geração tiveram seus limites de tensão inferior e superior representados entre 0.95 p.u. a 1.05 p.u., respectivamente. Já, a cruz, na figura, representa a solução do FPO quando se considerou limites na potência reativa da geração, o qual o máximo carregamento é de 68,195 %, ou 689,6 MW, para a tensão de 0.717 p.u..

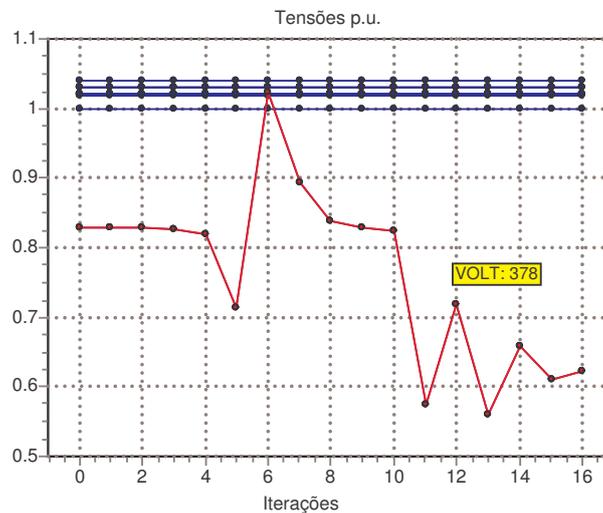


Figura 6.50: Tensões no FPO para o máximo carregamento sem controles

A Figura 6.50 apresenta o processo de convergência do FPO para determinação do máximo carregamento na barra #378, sem consideração de controles. Observa-se que o algoritmo convergiu em 16 iterações. Comparando, por analogia, esta figura com a curva  $P \times V$  apresentada na Figura 6.49, pode-se observar que em ambos os casos a tensão inicial da barra #378 é de 0.828 p.u., além disto, a solução encontrada por ambos é a mesma. A diferença é que, em um FPC, a trajetória da curva  $P \times V$  é obtida através de sucessivas soluções do fluxo de carga, enquanto que em um FPO apenas o ponto inicial e final representavam pontos de solução para o fluxo de carga, ou seja, o FPO não percorre soluções de equilíbrio para determinar o máximo carregamento.

A Figura 6.51 apresenta o processo iterativo da função objetivo de máximo car-

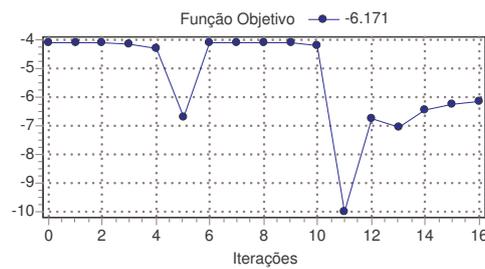


Figura 6.51: Função objetivo de máximo carregamento sem controles no FPO

regamento para o FPO sem controles. Pode-se observar que os valores são negativos, pois para um algoritmo que executa a minimização, basta trocar o sinal da função objetivo para se obter a sua maximização. Observe que a função objetivo representa o valor da carga da barra #378 expressa em *p.u.*, o qual possuía o valor inicial de carga igual a 410 MW e atingiu o máximo carregamento em 617.1 MW aproximadamente.

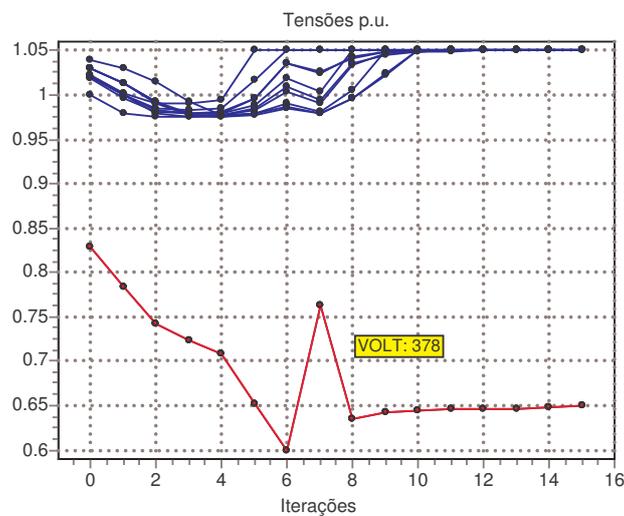


Figura 6.52: Tensões no FPO para o máximo carregamento com controles

A Figura 6.52 apresenta o processo de convergência do FPO para determinação do máximo carregamento na barra #378, considerando os controles de potência ativa e de tensão na barra de geração. Observa-se que o algoritmo convergiu em 15 iterações. Além disto, pode-se observar que as tensões nas barras de geração variam durante o processo iterativo e estes atingiram seu limite superior que foi especificado igual a 1.05 p.u.. A solução obtida nesta figura corresponde ao círculo apresentado na Figura 6.49.

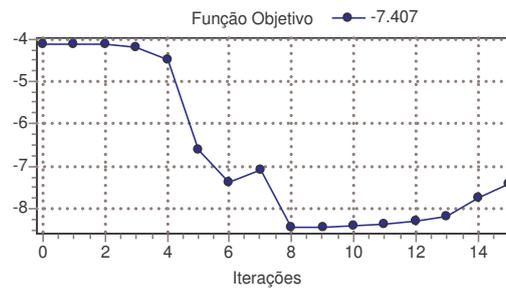


Figura 6.53: Função objetivo de máximo carregamento com controles no FPO

A Figura 6.53 apresenta o processo iterativo da função objetivo de máximo carregamento para o FPO com controles. Observe que a função objetivo representa o valor da carga da barra #378 expressa em *p.u.*, o qual possuía o valor inicial de carga igual a 410 MW e, neste caso, o máximo carregamento é 740.7 MW aproximadamente.

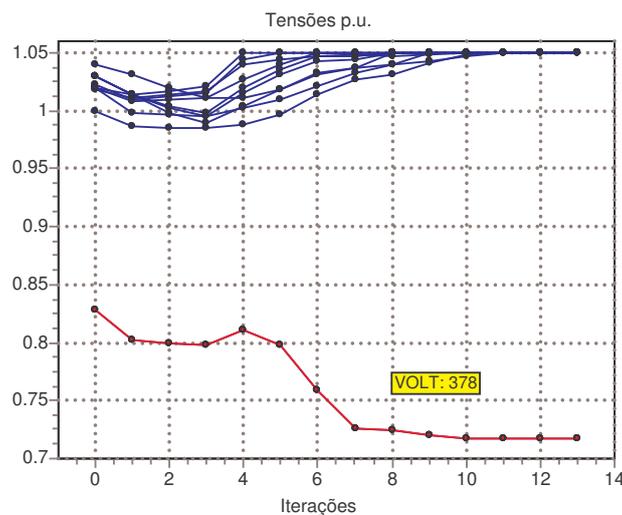


Figura 6.54: Tensões no FPO com limites na potência reativa

A Figura 6.54 apresenta o processo de convergência do FPO para determinação do máximo carregamento na barra #378, considerando limites na potência reativa dos geradores. Observa-se que o algoritmo convergiu em 13 iterações. Além disto, pode-se observar que as tensões nas barras de geração variam durante o processo iterativo. A solução obtida nesta figura corresponde à cruz apresentada na Figura 6.49.

A Figura 6.55 apresenta o processo de convergência das potências reativas dos

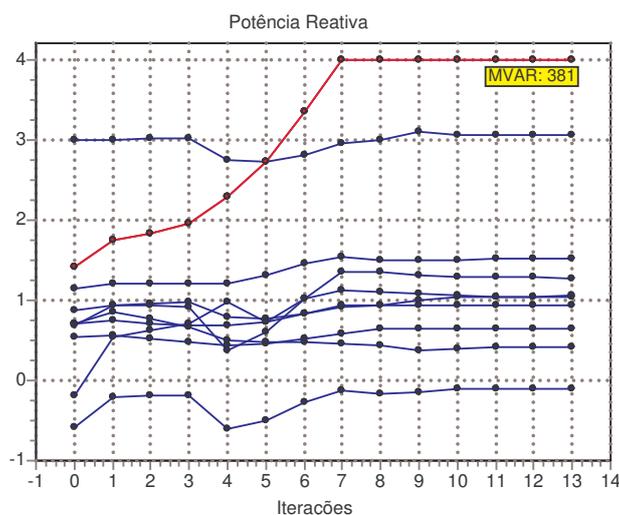


Figura 6.55: Potência reativa no FPO com limites na potência reativa

geradores do sistema. Observa-se que o gerador da barra #381 atingiu seu limite superior de 400 Mvar na sétima iteração, permanecendo limitada até o final da convergência.

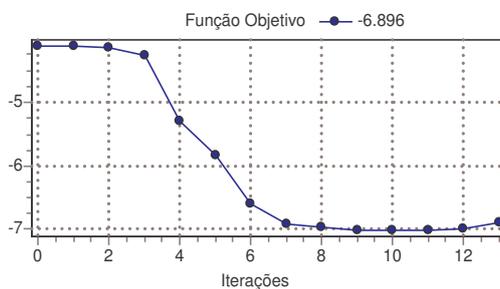


Figura 6.56: Função objetivo de máximo carregamento com limites no reativo

A Figura 6.56 apresenta o processo iterativo da função objetivo de máximo carregamento para o FPO considerando limites no reativo. Observe que a função objetivo representa a carga da barra #378 em *p.u.*, e que era inicialmente igual a 410 MW, mas o máximo carregamento para este caso é igual a 689.6 MW aproximadamente.

Considere agora que se deseja calcular o aumento de carga em algumas barras de cargas do sistema 45 barras. Dentre as barras mais críticas do sistema estão as barras de número: #376, #377, #378, #379 e #380. Estas barras foram consideradas as mais críticas por possuírem os níveis de tensão mais baixos do sistema. Assim, considerando o aumento de carga nestas barras através da análise de um fluxo de

potência continuado tem-se a Figura 6.57.

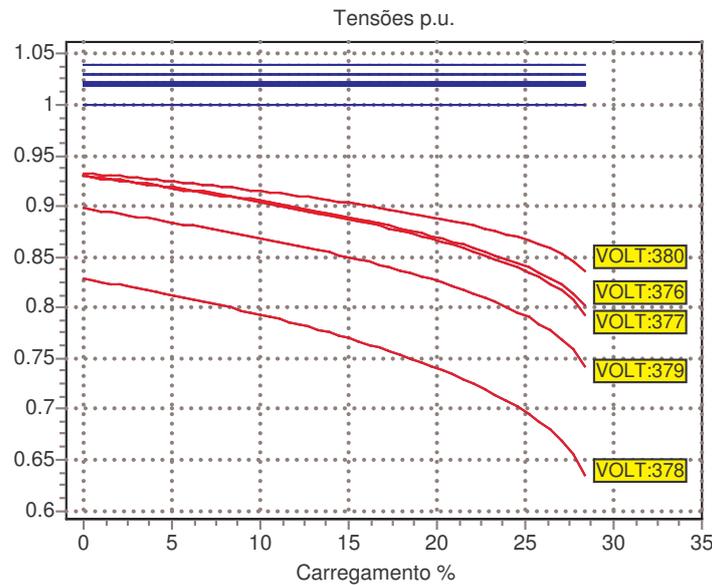


Figura 6.57: Curva  $P \times V$  para cálculo de máximo carregamento

O máximo carregamento para a Figura 6.57 foi de 28,32%, considerando que o somatório inicial das cargas nestas barras eram de 1508 MW, então o valor do carregamento máximo é de aproximadamente 1935,10 MW. Observe que as tensões nas barras de geração permanecem fixas.

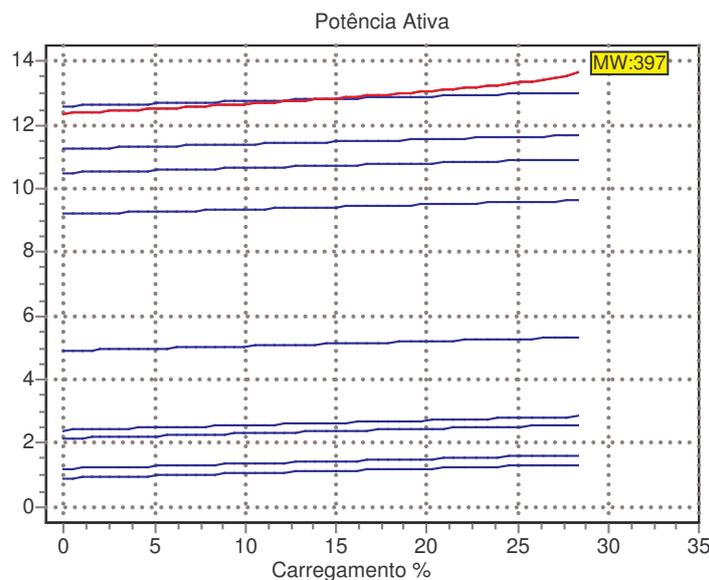


Figura 6.58: Cálculo da Potência Ativa

A Figura 6.58 apresenta o comportamento da potência ativa dos geradores para

a determinação da curva  $P \times V$ , o qual, neste caso, a especificação da potência ativa dos geradores, em cada fluxo de carga, recebeu de maneira uniforme a variação do aumento da carga. Deste modo, a variação na carga não foi absorvida apenas pela barra #397, que representa a barra  $V\theta$  do sistema.

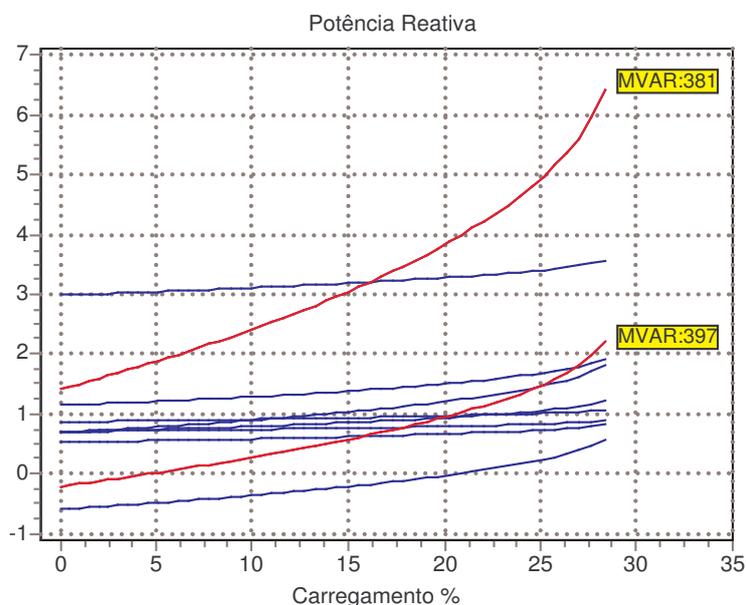


Figura 6.59: Cálculo da Potência Reativa

A Figura 6.59 apresenta o comportamento da potência reativa dos geradores, o qual, neste caso, não foi representado os limites no reativo dos geradores. Observe que o gerador da barra #381 representa a máquina com maior reativo do sistema no ponto de máximo carregamento.

Considere agora o cálculo do máximo carregamento através do FPO para as mesmas barras de carga.

Assim, a Figura 6.60 apresenta o processo iterativo para as tensões das barras de carga. Neste caso, considerou-se controle no FPO apenas na potência ativa dos geradores, assim, observa-se pela figura que a tensão das barras de geração permanecem fixas durante o processo iterativo.

A Figura 6.61 apresenta o processo iterativo para a potência reativa dos geradores do sistema. Neste caso, considerou-se a representação dos limites na potência reativo, o qual pode-se observar que o gerador da barra #381 atingiu o seu valor limite superior de 400 Mvar na quarta iteração, permanecendo neste valor limite até a

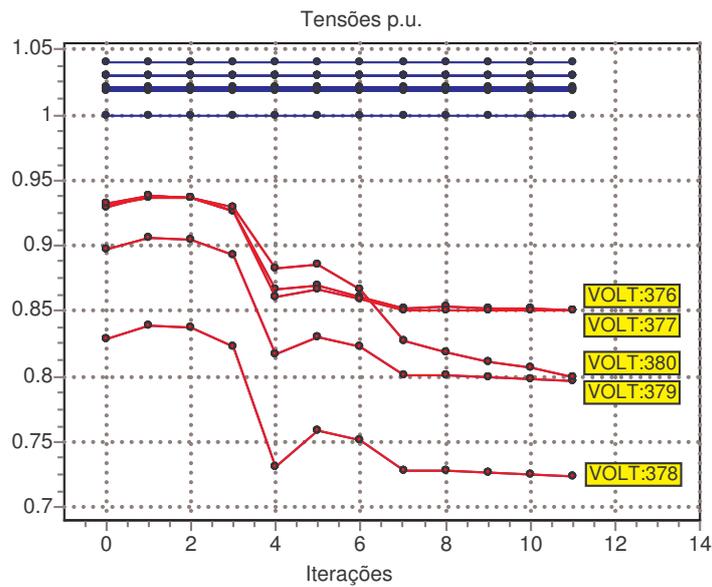


Figura 6.60: Processo iterativo da tensão

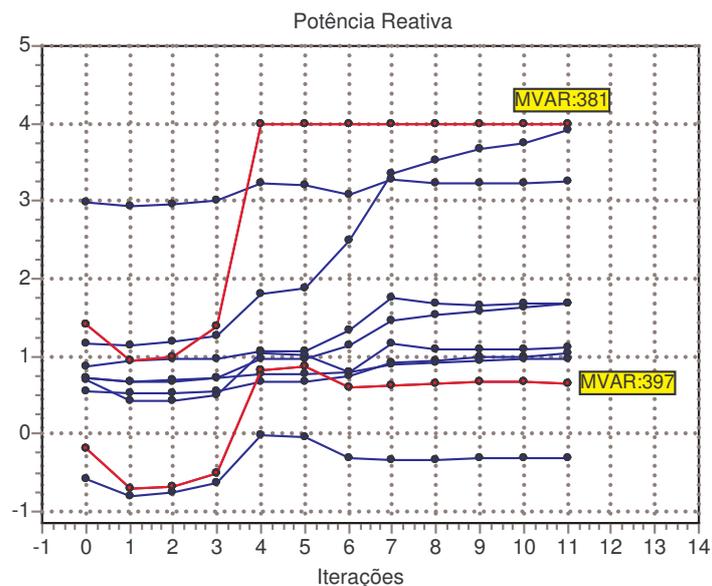


Figura 6.61: Processo iterativo da potência reativa

convergência.

A Figura 6.62 apresenta o processo iterativo da função objetivo de máximo carregamento, o qual se observa que o valor máximo obtido para as cargas do sistema foi de 2167,4 MW, o que representa um carregamento de 43,72 % do valor inicial de 1508 MW. Comparando este resultado com aquele apresentado na Figura 6.57,

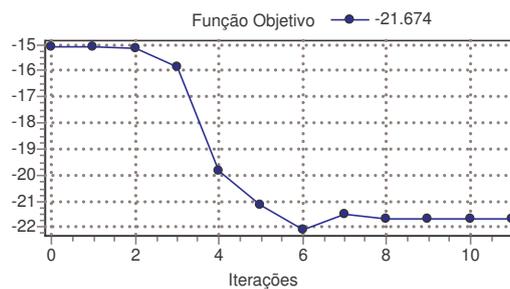


Figura 6.62: Função objetivo de máximo carregamento

no qual, o valor do carregamento era de 28,32 %, pode-se observar que a solução de carregamento obtida pelo FPO é maior que o encontrado pelo FPC. Além disto, o FPO considerou restrições na potência reativa dos geradores, enquanto que no FPC não havia tais restrições.

Mas, este resultado mostra que, no caso do FPO, há uma otimização no despacho da potência ativa dos geradores, enquanto que no FPC a potência ativa dos geradores apenas é repartida igualmente na potência ativa especificada, de acordo com a variação sofrida na carga do sistema para cada fluxo de carga resolvido.

Assim, isto explica o fato do FPO mesmo com limites no reativo, obter uma solução de máximo carregamento maior que o encontrado pelo FPC.

### 6.2.11 Maximização da Carga e a Restrição de Fator de Potência

Com o objetivo de apresentar a flexibilidade da estrutura desenvolvida neste trabalho, considere agora que se deseja calcular o máximo carregamento para o sistema 45 barras considerando fator de potência da carga constante. Assim, considere novamente que as barras mais críticas do sistema são as barras de número: #376, #377, #378, #379 e #380.

Como deseja obter o carregamento máximo de modo a manter constante o fator de potência da carga, considerou-se que a função objetivo é representada pelo somatório da potência ativa e reativa das cargas, com a inserção na formulação do FPO de uma restrição de igualdade de fator de potência para cada carga.

Esta restrição de igualdade consiste em basicamente manter o ângulo da carga constante, o qual é possível escrevendo a restrição (6.11) abaixo:

$$\arctan\left(\frac{Q}{P}\right) - \arccos(fp) = 0 \quad (6.11)$$

A equação (6.11) estabelece que o ângulo da carga que está sendo maximizada deve ser igual ao ângulo do fator de potência  $fp$  definido no ponto de partida do FPO.

A construção do modelo da restrição de fator de potência pode ser visto pela Figura 6.63. O parâmetro  $LMT$  pode ser previamente ajustado de modo a representar o ângulo do fator de potência da carga.

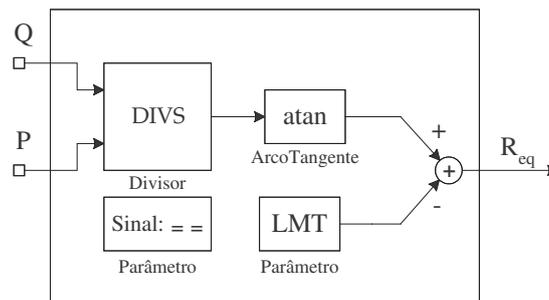


Figura 6.63: Modelo de restrição de igualdade para fator de potência

Para o FPO foi considerado controle apenas na potência ativa das barras de geração. Assim, considerando a maximização das cargas já anteriormente mencionadas, tem-se na Figura 6.64 o processo iterativo das tensões das barras de carga e das barras de geração.

A Figura 6.65 apresenta o processo iterativo para a função objetivo de máximo carregamento considerando restrição de fator de potência. Como o mismatch máximo é igual a 0.0031939, então a restrição de fator de potência que especifica o ângulo da carga está dentro da tolerância, o que significa que a carga foi maximizada mantendo o fator de potência constante em relação ao seu valor inicial.

Fazendo algumas manipulações algébricas na restrição (6.11), é possível obter uma forma simplificada para a restrição de fator de potência, o qual pode ser vista pela equação (6.12) a seguir.

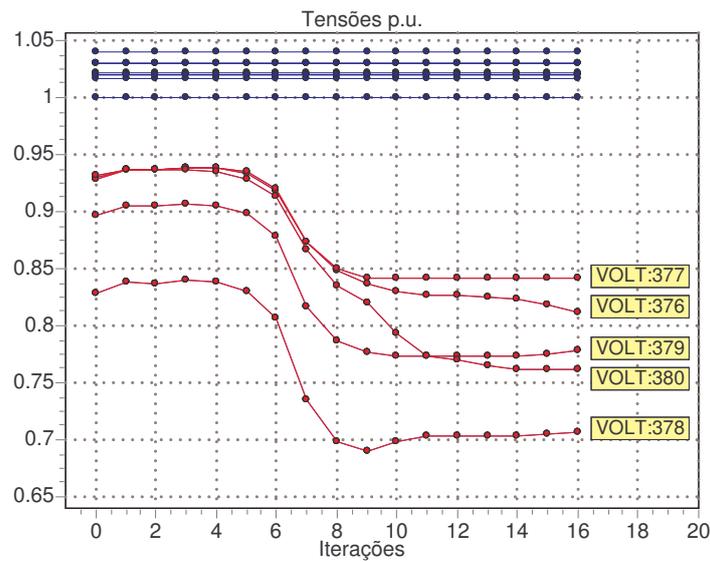
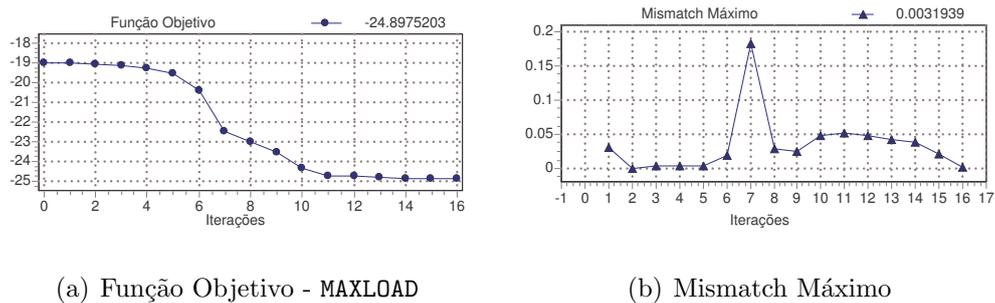


Figura 6.64: Processo iterativo da tensão



(a) Função Objetivo - MAXLOAD

(b) Mismatch Máximo

Figura 6.65: Processo Iterativo - MAXLOAD

$$Q - A \times P = 0 \quad (6.12)$$

onde  $A$  representa o coeficiente angular da reta que relaciona  $Q$  e  $P$ . O coeficiente angular  $A$  é igual a tangente do arco cosseno do fator de potência da carga, ou seja,  $A = \tan(\arccos(fp))$ .

A figura 6.66 apresenta a nova versão para a representação do modelo da restrição de fator de potência.

Resultados considerando a restrição de igualdade (6.12) apresentaram a mesma trajetória de convergência e evidentemente a mesma solução encontrada quando se utilizou a restrição (6.11).

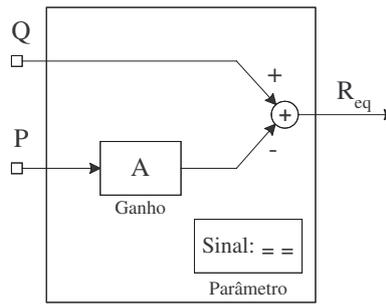


Figura 6.66: Modelo alternativo de restrição de igualdade para fator de potência

### 6.2.12 Inclusão do Compensador Estático de Reativos

Considere agora a inclusão na formulação do FPO de um compensador estático de reativos (SVC) ou do inglês *Static VAR Compensator*. Em geral, o SVC pode ser representado como uma susceptância shunt variável  $B$ , como mostra a figura (6.67).

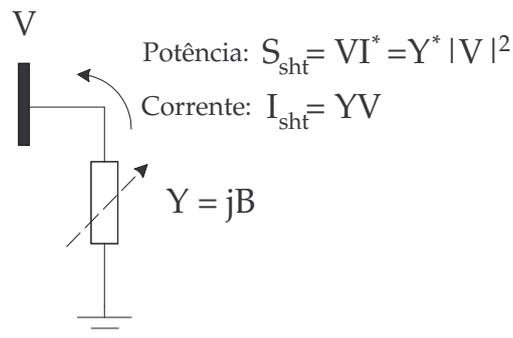


Figura 6.67: Representação de um SVC através de modelos generalizados

Considerando o cálculo da injeção do SVC na rede elétrica por potência ou corrente, respectivamente, tem-se as equações (6.13) e (6.14).

$$S_{sht} = Y^* |V|^2 = -jB(V_{\Re}^2 + V_{\Im}^2) \quad (6.13)$$

$$I_{sht} = YV = -BV_{\Im} + jBV_{\Re} \quad (6.14)$$

A Figura 6.68 apresenta o modelo de SVC considerando a utilização da representação generalizada para dispositivo shunt (bloco *oSHUNT*).

A equação (6.15) representa o cálculo da susceptância obtida a partir do modelo

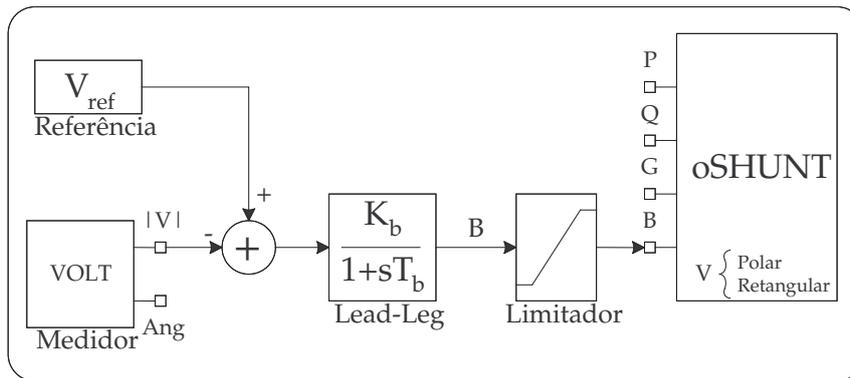


Figura 6.68: Modelo de SVC

da Figura 6.68.

$$B = \frac{K_b}{1 + sT_b}(V_{ref} - V) \quad (6.15)$$

Como o FPO representa as equações de estado em regime permanente, então tem-se que a equação (6.15) será inserida na formulação ótima como uma restrição de igualdade, assim como mostra (6.16).

$$\dot{B} = 0 = \frac{K_b}{T_b}(V_{ref} - V) - \frac{B}{T_b} \quad (6.16)$$

Inicialmente, os resultados irão apresentar a minimização do custo de geração, considerando que o SVC foi instalado na barra de carga #378 (Joinville), no qual a tensão de referência foi ajustada para 0.98 p.u.. Além disto, considerou controles na potência ativa e tensão das barras de geração. Foram representados limites nas tensões de geração entre 0.95 p.u. a 1.05 p.u., além de limites inferior e superior na susceptância entre  $-0.50$  p.u. a  $2.00$  p.u., respectivamente.

A Figura 6.69 apresenta o processo iterativo para a tensão da barra de carga #378 o qual foi ajustada na inicialização em 0.9210 p.u. para que a tensão de referência do SVC pudesse ser inicializada no valor de 0.98 p.u., que é fixa como pode ser visto na figura.

A Figura 6.70 apresenta o processo iterativo para a potência reativa e para a susceptância do SVC. Pela 6.70(b), pode-se verificar que a susceptância não atingiu seus limites, superior ou inferior.

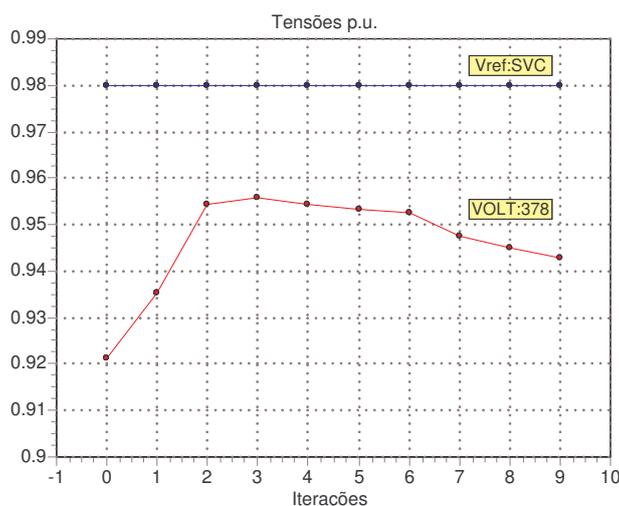
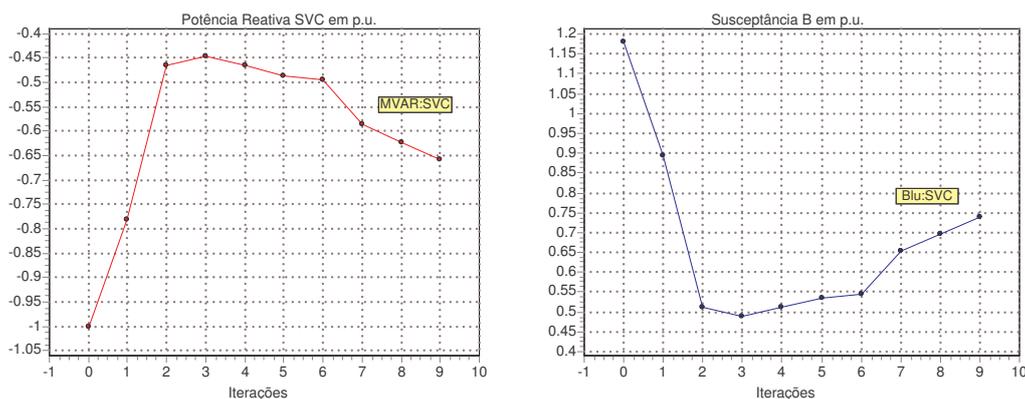


Figura 6.69: Tensão na barra #378 - MINGER - com SVC



(a) Potência Reativa do SVC

(b) Susceptância do SVC

Figura 6.70: Potência reativa e susceptância - MINGER

A Figura 6.71 apresenta o processo iterativo da função objetivo e do mismatch máximo considerando a minimização da geração considerando a instalação de um SVC na barra de carga #378.

Considere agora que a tensão de referência do SVC possa ser incorporada como variável na formulação do FPO.

A Figura 6.72 apresenta o processo iterativo para a tensão na barra #378 e para a tensão de referência do SVC. Pode-se perceber a variação da referência durante o processo de convergência.

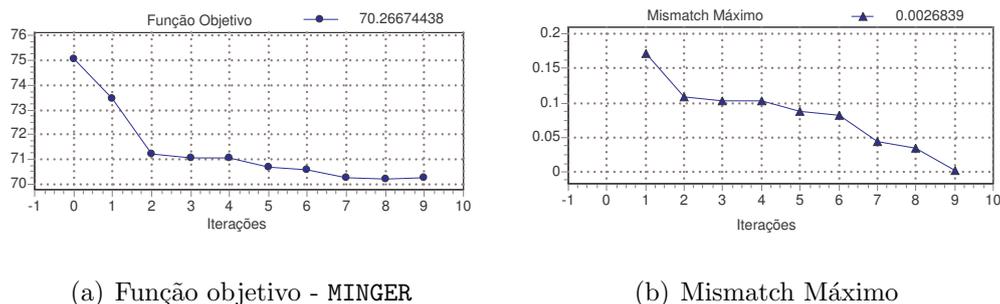


Figura 6.71: Processo iterativo da minimização da geração com SVC

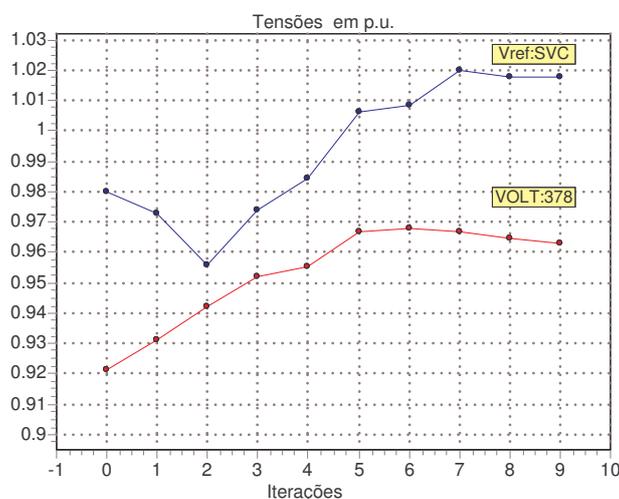


Figura 6.72: Tensão na barra #378 - MINGER - com SVC

A Figura 6.73 apresenta o processo iterativo para a potência reativa e para a susceptância do SVC. Pela 6.73(b), pode-se verificar novamente que a susceptância não atingiu seus limites, superior ou inferior.

A Figura 6.74 apresenta o processo iterativo da função objetivo e do mismatch máximo considerando a minimização da geração considerando a instalação de um SVC na barra de carga #378, e incluindo a tensão de referência como variável.

Comparando a função objetivo obtidas nas Figuras 6.71 e 6.74, é possível perceber que o número de iterações é o mesmo e que o valor final da função objetivo não é muito diferente, sendo na Figura 6.71 igual a 70.2667 e na Figura 6.74 igual a 70.1853.

Entretanto, comparando a potência reativa e a susceptância apresentadas nas

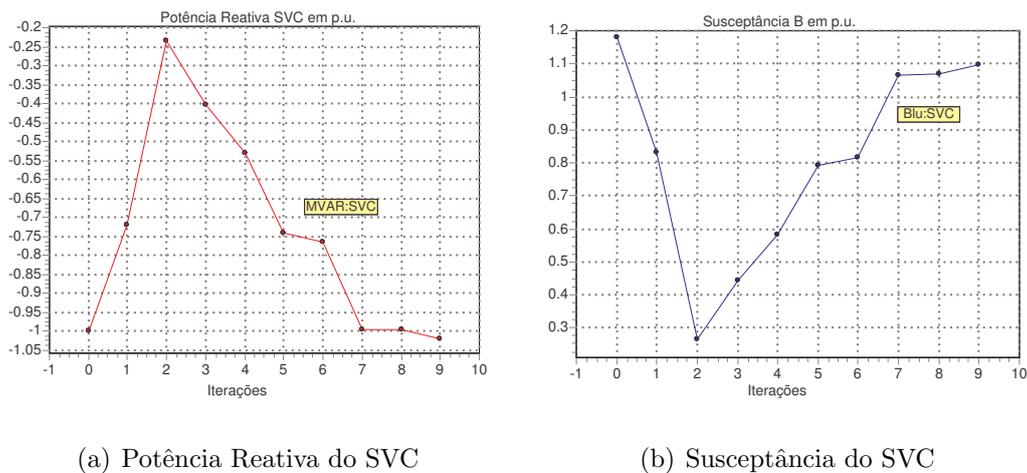


Figura 6.73: Potência reativa e susceptância - MINGER

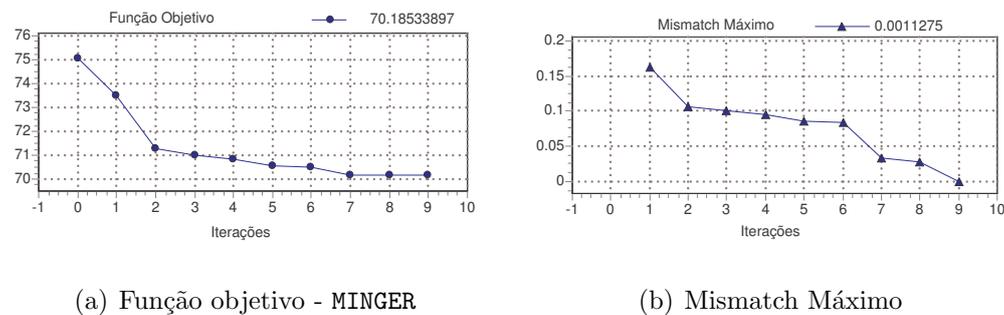


Figura 6.74: Processo iterativo da minimização da geração com SVC

Figuras 6.70 e 6.73, é possível perceber a diferença tanto na trajetória destas variáveis quanto no valor de solução final, mas isto porque no primeiro caso a tensão de referência é fixa, enquanto que no segundo a tensão de referência é variável de otimização.

## 6.3 Sistemas de Médio e Grande Porte

A tabela abaixo apresenta os dados e a dimensão dos dois sistemas utilizados.

Os sistemas utilizados são equivalentes em diferentes níveis de detalhes do sistema interligado brasileiro, o qual possuem algumas sub-áreas representadas por equivalentes estático de rede.

Tabela 6.3: Sistemas utilizados

Sistema	Barras	Circuitos	Cargas	Geradores
Sis188b	188	264	79	36
Sis730b	730	1146	392	102

## 6.4 Resultados com o Sistema de 188 Barras

Para o sistema equivalente 188 barras serão apresentados resultados considerando a minimização da geração (MINGER), minimização das perdas ativas (MINLOSS) e maximização da carga (MAXLOAD).

Este sistema possui 36 geradores, dos quais alguns representam partes de sub-áreas do sistema brasileiro que foram equivalentadas, assim, para este estudo, considerou-se apenas 14 geradores.

### 6.4.1 Minimização da Geração Ativa e Reativa

Inicialmente, considere que os limites de potência ativa e reativa dos geradores estão abertos e que os limites de tensão nas barras do sistema foram abertos para os seguintes valores, 0.80 p.u. para limite inferior e 1.20 p.u. para limite superiores. Considere, também que, foram considerados controles na potência ativa e na tensão das barras de geração.

Assim, partindo-se de uma solução convergida de um fluxo de carga, tem-se na Figura 6.75 uma comparação com a solução obtida pelo FPO considerando a minimização da geração ativa e reativa. Pela figura, pode-se verificar que a solução obtida pelo FPO possui tensões nas barras de geração praticamente em níveis superiores ao obtido no fluxo de potência, sendo que em alguns casos a tensão atingiu o limite superior de 1.20 p.u..

A Figura 6.76 apresenta a comparação da solução obtida pelo FPO para a potência ativa dos geradores, com a solução do fluxo de carga. Neste caso, o FPO possui seus limites abertos, ou seja, limites apenas para não permitir que a potência ativa seja negativa. Então, pode-se observar que 7 geradores passaram suas potências

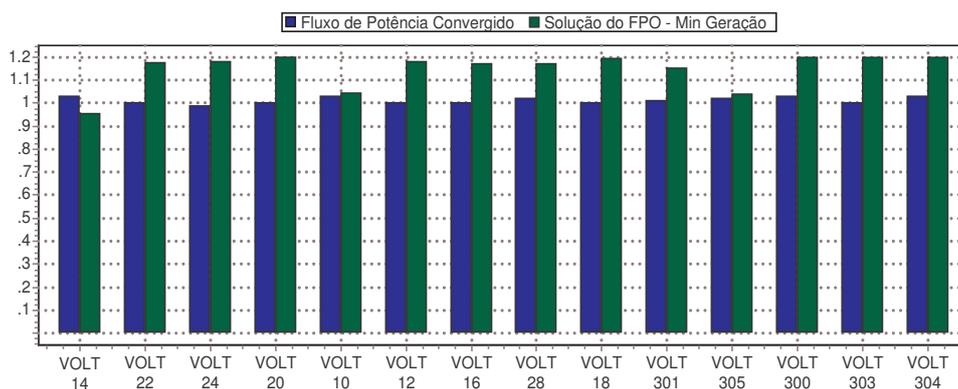


Figura 6.75: Tensões de geração do sistema 188 - MINGER - limites abertos

ativas iguais a zero, enquanto que os demais aumentaram significativamente seus respectivos despachos de potência ativa. É evidente que esta solução não é viável na prática, uma vez que ter potência ativa nula significa uma inviabilidade técnica e econômica.

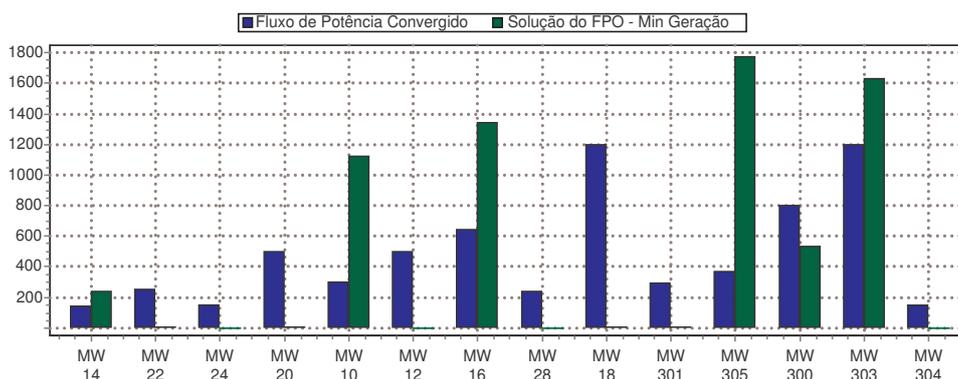


Figura 6.76: Potência ativa gerada do sistema 188 - MINGER - limites abertos

A Figura 6.77 apresenta a comparação entre o FPO e a solução do fluxo de carga para a potência reativa dos geradores. Como a função objetivo minimiza o quadrado da potência reativa, então pode-se observar que em módulo a potência reativa dos geradores diminuiu em relação ao fluxo de carga, exceto para os geradores das barras #24 e #304.

A Figura 6.78 apresenta o processo iterativo da minimização da geração ativa e reativa para o sistema 188 barras considerando os limites abertos, o qual convergiu em 62 iterações, considerando a tolerância de convergência igual a 1 MVA. Pode-se perceber, em 6.78(a), que a solução obtida é igual a 67.477 p.u. de geração total, o

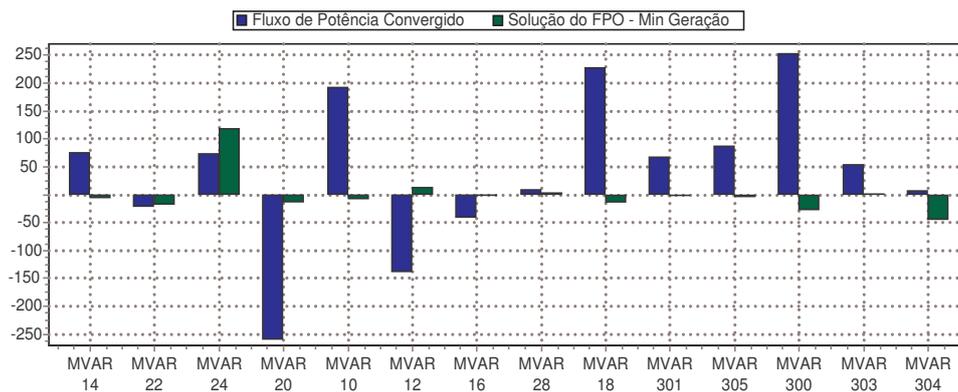
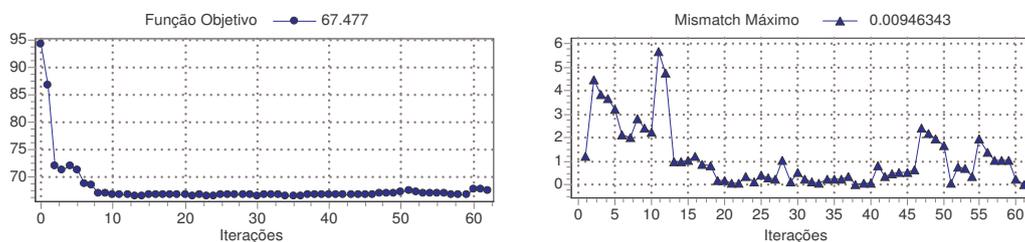


Figura 6.77: Potência reativa gerada do sistema 188 - MINGER - limites abertos



(a) Função objetivo - MINGER

(b) Mismatch Máximo

Figura 6.78: Processo iterativo da minimização da geração com limites abertos

qual possuía inicialmente uma geração de 94.35 p.u.. Além disto, o valor da função objetivo não variou muito a partir da oitava iteração. Já, na Figura 6.78(b), pode-se perceber a variação do mismatch máximo, o qual convergiu no valor de 0.00946343.

Considere a inclusão de limites na potência ativa e reativa dos geradores, além da consideração de limites inferior e superior na tensão das barras de geração iguais a 0.95 p.u. e 1.05 p.u., respectivamente. A Tabela 6.4 apresenta os limites de potência utilizados no sistema 188 barras, o qual representa limites regularmente utilizados no sistema brasileiro, considerando previamente o número de máquinas conectadas na barra de geração.

A Figura 6.79 apresenta a comparação entre a solução do FPO, considerando limites, com a solução do caso base encontrada pelo fluxo de carga para a tensão das barras de geração. Pode-se verificar que as barras #12, #14, #16, #20, #22, #303 e #304 atingiram o limite superior de 1.05 p.u., enquanto que a barra #24 atingiu o limite inferior de 0.95 p.u..

Tabela 6.4: Limites de potência ativa e reativa

Barra	$P_{MIN}$	$P_{MAX}$	$Q_{MIN}$	$Q_{MAX}$
10	296.	657.	-360.	360.
12	480.	920.	-450.	350.
14	60.	148.	-100.	100.
16	600.	1148.	-630.	420.
18	1000.	1900.	-455.	500.
20	400.	1488.	-640.	640.
22	180.	324.	-120.	126.
24	120.	180.	- 24.	84.
28	160.	328.	-100.	100.
300	760.	1192.	-440.	392.
301	240.	300.	-105.	105.
303	900.	1400.	-500.	500.
304	140.	260.	- 60.	60.
305	300.	380.	-120.	120.

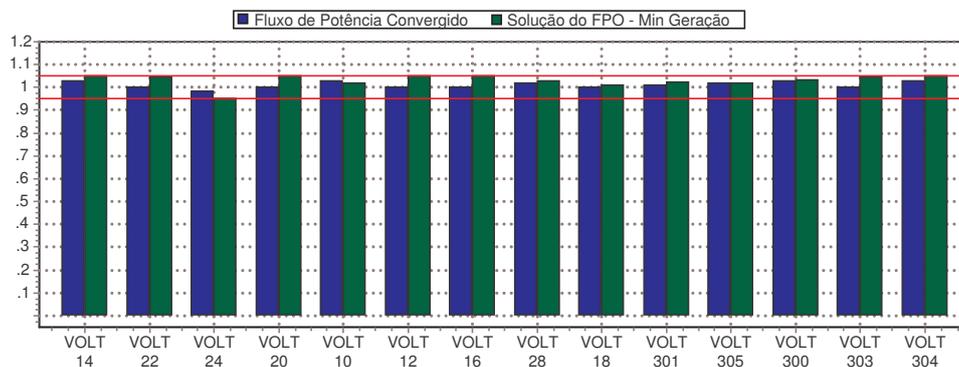


Figura 6.79: Tensão da geração do sistema 188 - MINGER - limites fechados

A Figura 6.80 apresenta a comparação entre a solução do FPO e a solução do fluxo de carga. A potência ativa obtida pelo FPO para as barras #16, #18, #22, #28, #300, #301 e #303 atingiram o limite inferior, enquanto que para as barras #14, #24, #304 e #305 atingiram o limite superior. Mas, o gerador que sofreu maior variação de potência ativa em relação à solução foi o gerador da barra #20.

A Figura 6.81 apresenta a comparação para a potência reativa. Considerando que a parcela da função objetivo representada pela potência reativa é determinada pelo quadrado da potência reativa, o que em termos do módulo, pode-se perceber que na solução obtida pelo FPO há uma redução significativa da potência reativa dos geradores em comparação à solução base. Assim, não há geradores atingindo seus respectivos limites, pois foram minimizados em módulo, ou seja, tenderam a zero.

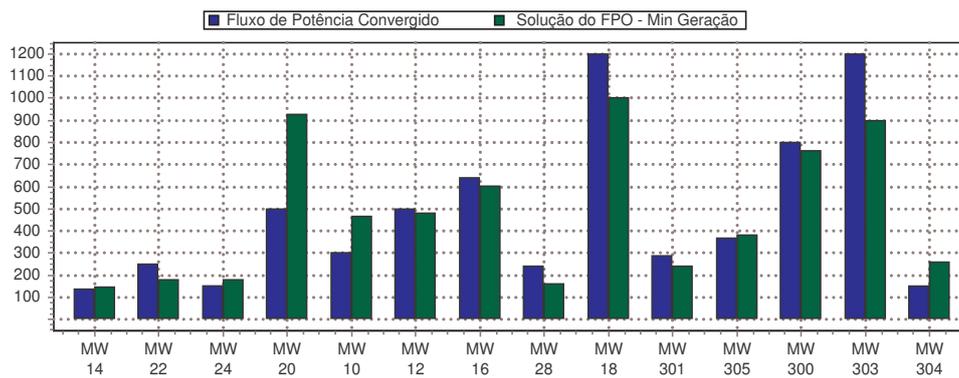


Figura 6.80: Potência ativa gerada do sistema 188 - MINGER - limites fechados

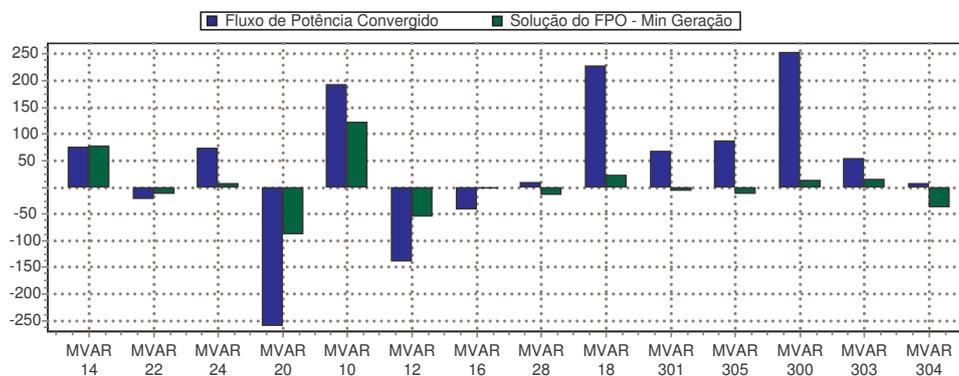


Figura 6.81: Potência reativa gerada do sistema 188 - MINGER - limites fechados

A Figura 6.82 apresenta o processo iterativo para a minimização da geração ativa e reativa do sistema 188 barras considerando limites. Pode-se observar que o FPO convergiu em 16 iterações com o mismatch máximo de 0.00711578. Além disto, a função objetivo convergiu no valor de 71.636 p.u..

Comparando com a Figura 6.82(a) com a Figura 6.78(a), pode-se perceber que a solução da função objetivo é, agora, maior. Este fato pode ser explicado devido à consideração dos limites na potência e na tensão. Além disto, o número de iterações diminuiu.

## 6.4.2 Minimização de Perdas Ativas

Considere que os limites de potência ativa e reativa dos geradores estão abertos e que os limites de tensão nas barras do sistema foram abertos para os seguintes

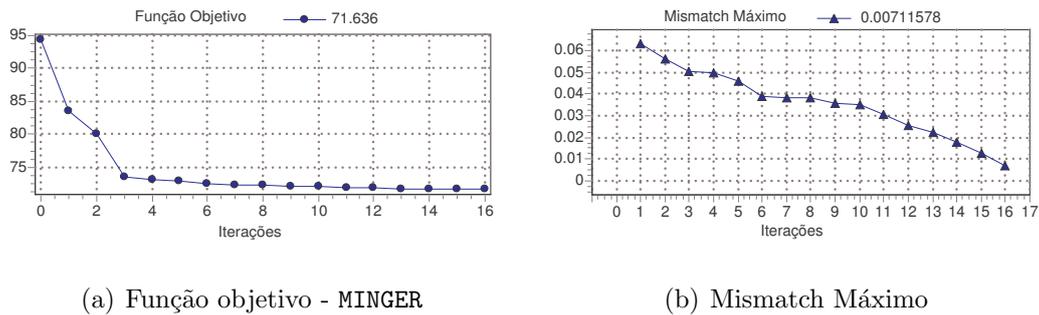


Figura 6.82: Processo iterativo da minimização da geração com limites fechados valores, 0.80 p.u. para limite inferior e 1.20 p.u. para limite superior. Considere, também que, foram considerados controles apenas na tensão das barras de geração.

Assim, partindo-se de uma solução convergida de um fluxo de carga, tem-se na Figura 6.83 uma comparação com a solução obtida pelo FPO considerando a minimização das perdas ativas do sistema. Pela figura, pode-se verificar que a solução obtida pelo FPO possui tensões nas barras de geração em níveis superiores ao obtido no fluxo de potência convencional, atingindo inclusive o limite superior de 1.20 p.u..

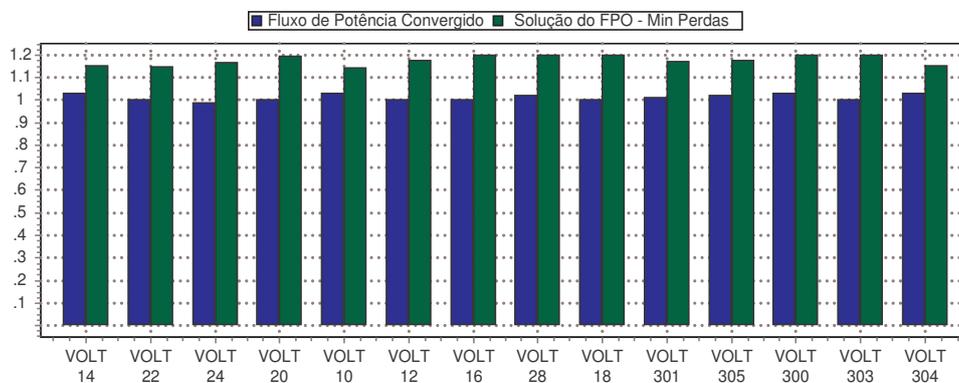


Figura 6.83: Tensões da geração do sistema 188 - MINLOSS - limites abertos

A Figura 6.84 apresenta a potência reativa obtida na solução do FPO, quando comparada com o fluxo de potência convergido, o qual pode-se perceber uma variação significativa na potência reativa, por exemplo, o gerador da barra #10 aumenta sua geração de reativo, já no gerador da barra #16 há uma inversão na geração do reativo.

A Figura 6.85 apresenta o processo iterativo para a minimização de perdas ativas

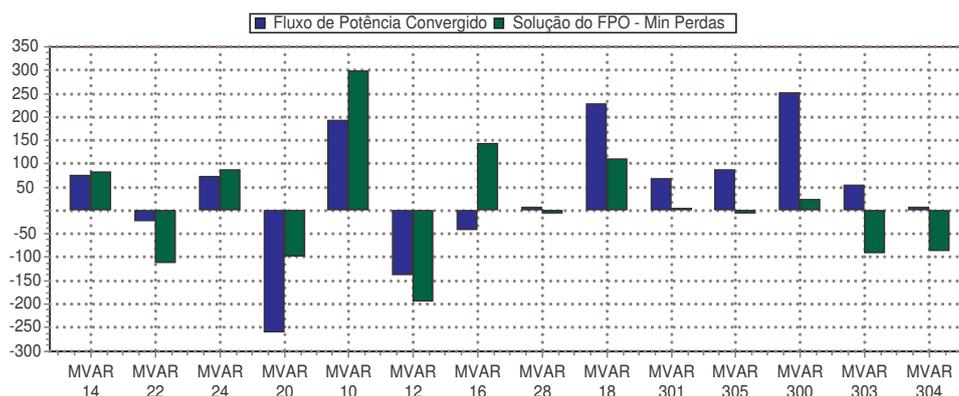
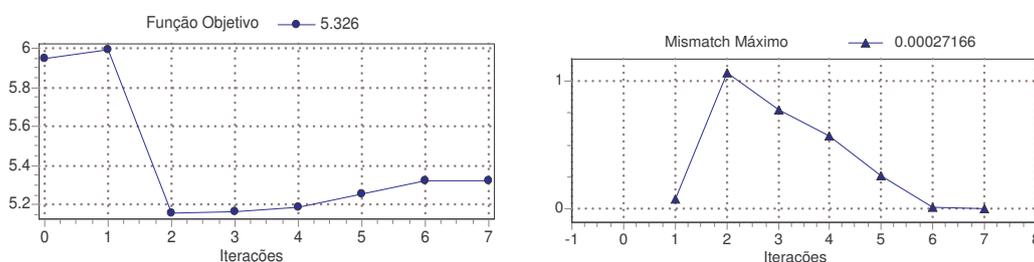


Figura 6.84: Potência reativa gerada do sistema 188 - MINLOSS - limites abertos



(a) Função objetivo - MINLOSS

(b) Mismatch Máximo

Figura 6.85: Processo iterativo da minimização de perdas ativas com limites abertos do sistema 188 barras considerando limites abertos. Pode-se observar que o FPO convergiu em 7 iterações com o mismatch máximo de 0.00027166. Além disto, a função objetivo convergiu no valor de 5.326 p.u.. As perdas iniciais do sistema eram de 5.950 p.u..

Considere agora a inclusão de limites na potência reativa dos geradores, além da consideração de limites inferior e superior na tensão das barras de geração iguais a 0.95 p.u. e 1.05 p.u., respectivamente. A Tabela 6.4 já apresentada possui os limites de potência utilizados no sistema 188 barras, o qual representa limites regularmente utilizados no sistema brasileiro. Os limites de potência ativa não serão utilizados, uma vez que não foi especificado controle na potência ativa dos geradores.

A Figura 6.86 apresenta a comparação da solução encontrada para a tensão para o FPO considerando limites com a solução do fluxo de carga convergi-do. Na figura, pode-se observar que a tensão dos geradores atingiram o limite superior de 1.05 p.u.,

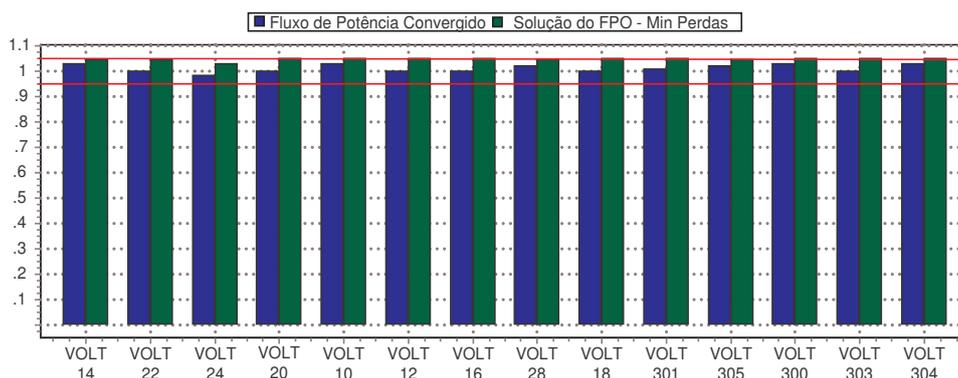


Figura 6.86: Tensões da geração do sistema 188 - MINLOSS - limites fechados

exceto a tensão do gerador da barra #24.

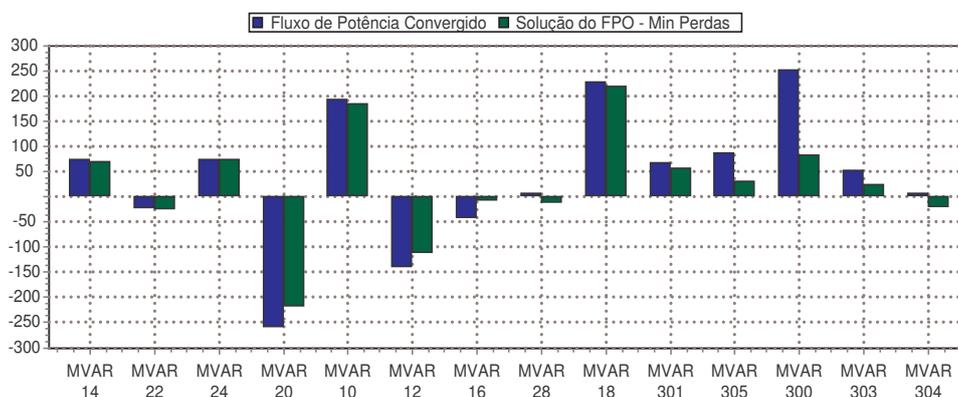
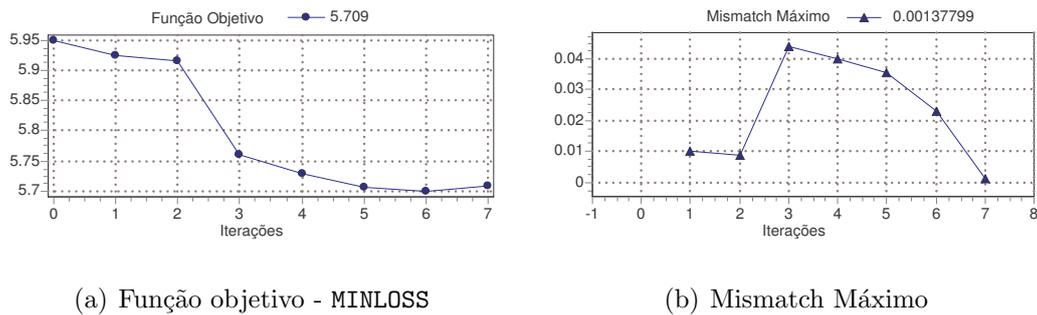


Figura 6.87: Potência reativa gerada do sistema 188 - MINLOSS - limites fechados

A Figura 6.87 apresenta a comparação da solução encontrada para a potência reativa para o FPO considerando limites com a solução do fluxo de carga convergado. Na figura, pode-se observar que a potência reativa dos geradores não sofre grandes variações, exceto o gerador da barra #300 em que há uma redução mais significativa. Mas, de um modo geral, todos os geradores sofreram uma pequena redução em módulo de seus respectivos reativos. Além disto, não houve reativos no limite, mas isto se deve ao fato das tensões dos geradores atingirem seus limites superiores, pois não ha como o FPO encontrar outra solução para o reativo uma vez que as tensões não podem ser mais ajustadas de modo a permitir que as perdas do sistemas melhorem.

A Figura 6.88 apresenta o processo iterativo para a minimização de perdas ativas do sistema 188 barras considerando os limites. Pode-se observar que o FPO conver-



(a) Função objetivo - MINLOSS

(b) Mismatch Máximo

Figura 6.88: Processo iterativo da minimização de perdas ativas com limites fechados em 7 iterações com o mismatch máximo de 0.00137799. Além disto, a função objetivo convergiu no valor de 5.709 p.u.. As perdas iniciais do sistema eram de 5.950 p.u..

Comparando a Figura 6.85(a) com a Figura 6.88(a) pode-se perceber que o valor ótimo da função objetivo neste último é maior que no anterior. Isto porque, no primeiro caso, os limites da tensão estão abertos, o que permite que o FPO encontre uma solução que possua perdas menores para o sistema.

### 6.4.3 Máximo Carregamento

Considere a inclusão de limites na potência ativa e reativa dos geradores, além da consideração de limites inferior e superior na tensão das barras de geração iguais a 0.95 p.u. e 1.05 p.u., respectivamente. A Tabela 6.4 já anteriormente apresentada possui os valores de limites de potência utilizados no sistema 188 barras. Foram considerados controles na potência ativa e na tensão das barras de geração. O máximo carregamento foi considerado em todas as barras de carga do sistema, além disto, apenas a parte ativa das cargas foi permitido variar. Mas, nada impede que a variação do carregamento fosse executado na parte reativa, ou mesmo, na potência aparente com o objetivo de manter o fator de potência.

Novamente, partindo-se de uma solução convergida de um fluxo de carga, tem-se na Figura 6.89 uma comparação com a solução obtida pelo FPO considerando a maximização das cargas do sistema. Pela figura, pode-se verificar que a solução obtida pelo FPO possui tensões nas barras de geração em níveis superiores ao obtido

no fluxo de carga, atingindo em alguns geradores seus respectivos limites superiores de 1.05 p.u..

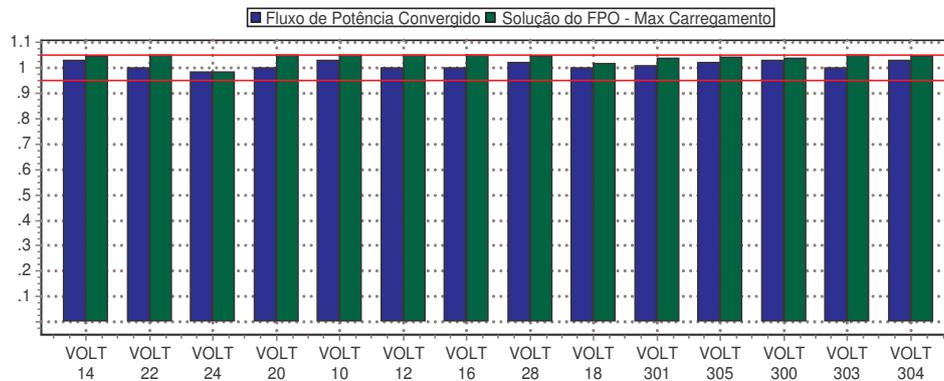


Figura 6.89: Tensões da geração do sistema 188 - MAXLOAD - limites fechados

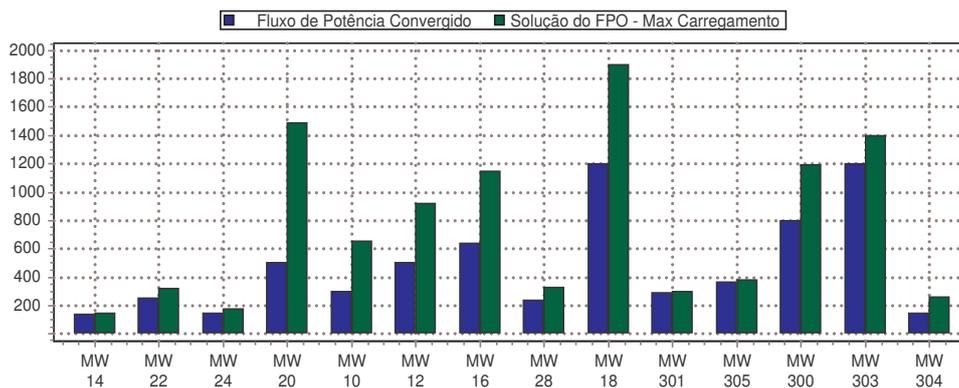


Figura 6.90: Potência ativa gerada do sistema 188 - MAXLOAD - limites fechados

A Figura 6.90 apresenta a comparação entre o FPO e a solução do fluxo de carga para a potência ativa dos geradores. A figura apenas permite verificar que houve um aumento significativo na geração de potência, mas, na realidade, a solução encontrada pelo FPO para o máximo carregamento mostra que todos os geradores atingiram seus respectivos limites superiores. Em alguns geradores é possível perceber que estes atingiram seus limites devido a escala da figura, por exemplo, os geradores #18 e #303, cujos respectivos limites são 1900 MW e 1400 MW.

A Figura 6.91 apresenta a comparação entre o fluxo de carga e a solução encontrada pelo FPO para a potência reativa dos geradores. Pela figura, pode-se observar o aumento do valor de potência reativa gerada, além disto, os geradores #18 e #300 atingiram seus respectivos limites superiores, os quais são, 500 Mvar e 392 Mvar.

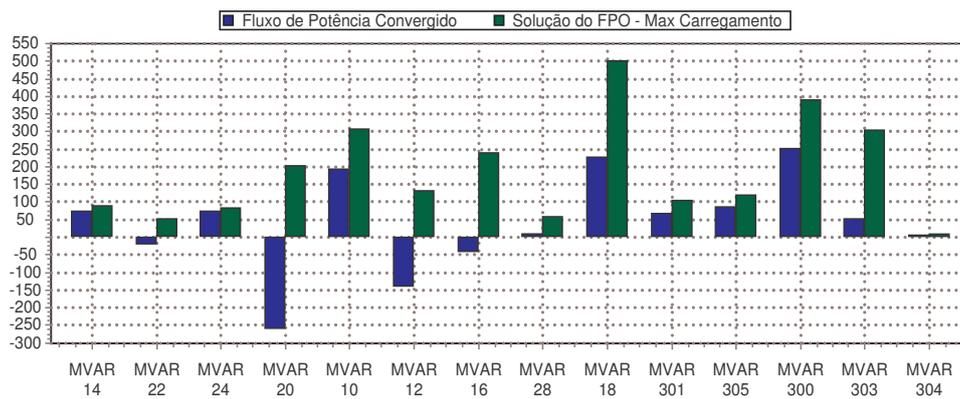
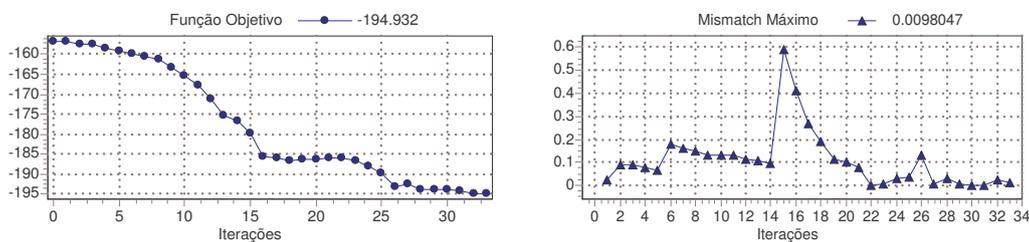


Figura 6.91: Potência reativa gerada do sistema 188 - MAXLOAD - limites fechados



(a) Função objetivo - MAXLOAD

(b) Mismatch Máximo

Figura 6.92: Processo iterativo da minimização de perdas ativas com limites fechados

A Figura 6.92 apresenta o processo iterativo para a maximização das cargas do sistema 188 barras considerando limites. Pode-se observar que o FPO convergiu em 33 iterações com o mismatch máximo de 0.0098047. Além disto, a função objetivo convergiu no valor de 194.932 p.u.. O carregamento inicial do sistema era de 156.70 p.u.. Na Figura 6.92(b), há uma grande variação do mismatch na iteração 15, o qual pode ter sido ocasionado por alguma variável estar no limite, mas nas iterações seguintes o mismatch torna a decrescer. Além disto, na iteração 22 é possível perceber que o mismatch era praticamente nulo, o que significa que o mismatch era menor que a tolerância que foi considerada igual a 1.0 Mva, mas o algoritmo continua, pois um dos critérios de parada é que o parâmetro barreira seja menor que uma tolerância, mas na iteração 22 este parâmetro ainda não havia atingido a tolerância máxima. Na Figura 6.93, é possível verificar que na iteração 22 o parâmetro barreira não atingiu seu valor de tolerância máxima, o qual é igual a  $5 \times 10^{-4}$ .

Como forma de ilustração, a Figura 6.94 apresenta a comparação da solução

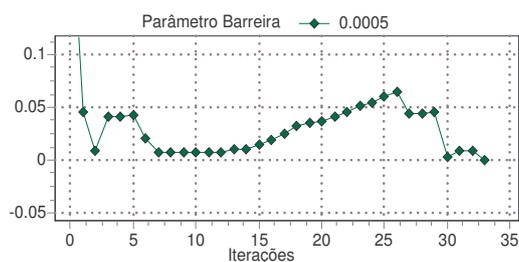


Figura 6.93: Parâmetro barreira - MAXLOAD - limites fechados

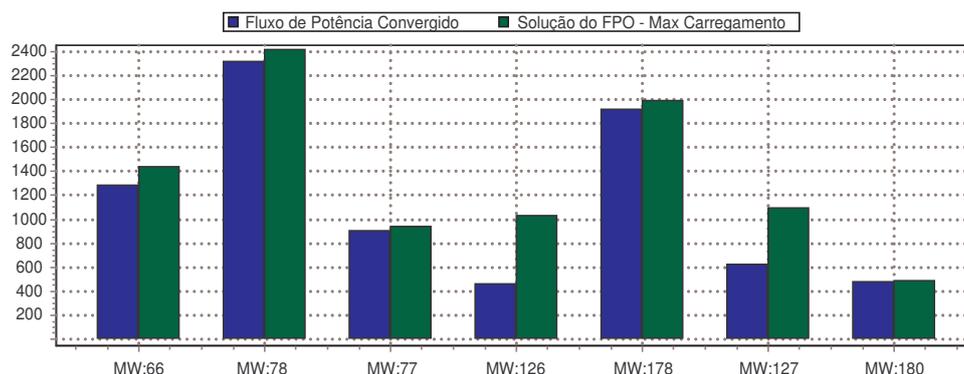


Figura 6.94: Potência ativa de cargas do sistema 188 - MAXLOAD - limites fechados

obtida pelo FPO, para cargas do sistema com níveis de potência ativa acima de 400.0 MW. Pode-se perceber que as cargas #126 e #127 foram as barras que mais sofreram aumento de carga no sistema.

## 6.5 Resultados com o Sistema de 730 Barras

Para o sistema equivalente 730 barras serão apresentados resultados considerando a minimização da geração (MINGER), minimização das perdas ativas (MINLOSS) e maximização da carga (MAXLOAD).

Este sistema possui 102 geradores, dos quais alguns representam injeções equivalentes. Assim, para este estudo, considerou-se apenas 39 geradores.

Foram considerados a inclusão de limites na potência ativa e reativa dos geradores, além da consideração de limites inferior e superior na tensão das barras de geração iguais a 0.95 p.u. e 1.05 p.u., respectivamente. A Tabela 6.5 apresenta

os limites de potência utilizados no sistema 730 barras, o qual representa limites regularmente utilizados no sistema brasileiro, considerando previamente o número de máquinas conectadas na barra de geração.

Tabela 6.5: Limites de potência ativa e reativa

Nome da Barra	Número	$P_{MIN}$	$P_{MAX}$	$Q_{MIN}$	$Q_{MAX}$
Angra1Mq	10	296.	657.	-360.	360.
Lcbarreto5Mq	12	480.	920.	-450.	350.
Funil2Mq	14	60.	148.	-100.	100.
Furnas7Mq	16	550.	1148.	-630.	420.
Itumbiara5Mq	18	1000.	1900.	-455.	500.
Marimbondo8Mq	20	400.	1488.	-640.	640.
M.Moraes.A6Mq	22	180.	324.	-120.	126.
M.Moraes.B4Mq	24	120.	180.	- 24.	84.
P.Colombo4Mq	28	160.	328.	-100.	100.
Npecanha6Gr	250	90.	426.	- 85.	230.
Fontes3Gr	253	30.	132.	- 25.	80.
P.Passos2Gr	255	30.	100.	- 20.	70.
I.Pombos5Gr	257	60.	180.	- 28.	69.
Emborcacao4Mq	300	760.	1192.	-440.	392.
Jaguara3Mq	301	240.	300.	-105.	105.
S.Simao5Mq	303	900.	1400.	-500.	500.
Tresmarias4Mq	304	140.	260.	- 60.	60.
Vgrande4Mq	305	300.	380.	-120.	120.
Avermelha6Mq	500	750.	1396.	-540.	540.
Isolteira18Mq	501	900.	3087.	-900.	900.
Jupia440Kv12Mq	502	300.	1285.	-576.	576.
Jupia138Kv2Mq	503	50.	214.	- 96.	96.
Jurumiri1Mq	506	20.	48.	- 22.	18.
Capivara4Mq	507	320.	640.	-308.	308.
Rosana2Mq	511	80.	186.	- 80.	80.
Sgrande4Mq	512	24.	73.	- 36.	36.
Taquaru1Mq	513	40.	110.	- 48.	48.
Xavante3Mq	514	150.	310.	-150.	150.
Bariri3Mq	515	45.	136.	- 69.	69.
Bbonita4Mq	516	26.	140.	- 56.	56.
Ibitinga3Mq	517	36.	131.	- 54.	54.
Navanha3Mq	518	141.	331.	-144.	144.
Promissao2Mq	519	62.	176.	- 94.	94.
Tresirmaos1Mq	520	130.	161.	- 50.	50.
Caconde1Mq	521	10.	40.	- 25.	25.
E.Cunha4Mq	522	52.	108.	- 68.	68.
Limoeiro2Mq	523	9.	32.	- 17.	17.
Jaguari2Mq	525	6.	25.	- 18.	18.
Paraibu1Mq	526	20.	43.	- 26.	26.

### 6.5.1 Minimização da Geração Ativa e Reativa

Neste caso, o FPO partiu de uma solução apenas viável para o sistema, mas que não representa um ponto de operação. Assim, a Figura 6.95 apresenta a solução obtida para as tensões nas barras de geração considerando a função objetivo de mínimo custo de geração. Pode-se observar que há geradores que atingiram seus respectivos limites de tensão, superior e inferior, respectivamente.

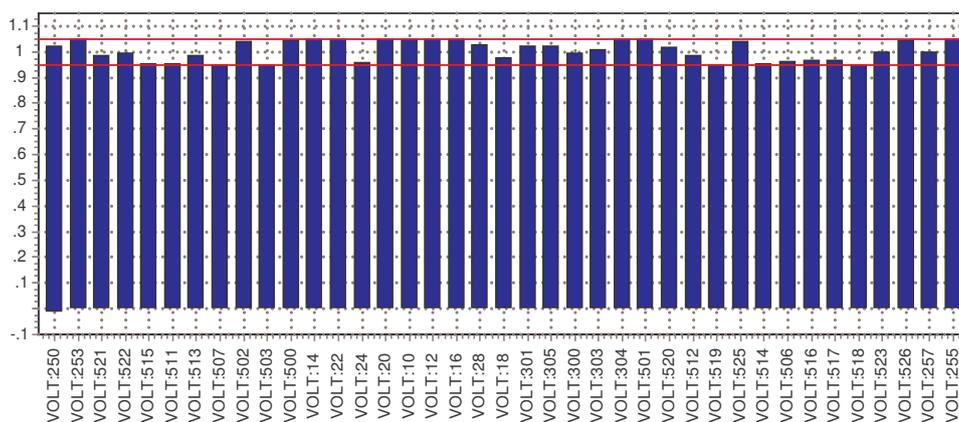


Figura 6.95: Tensões da geração do sistema 730 - MINGER

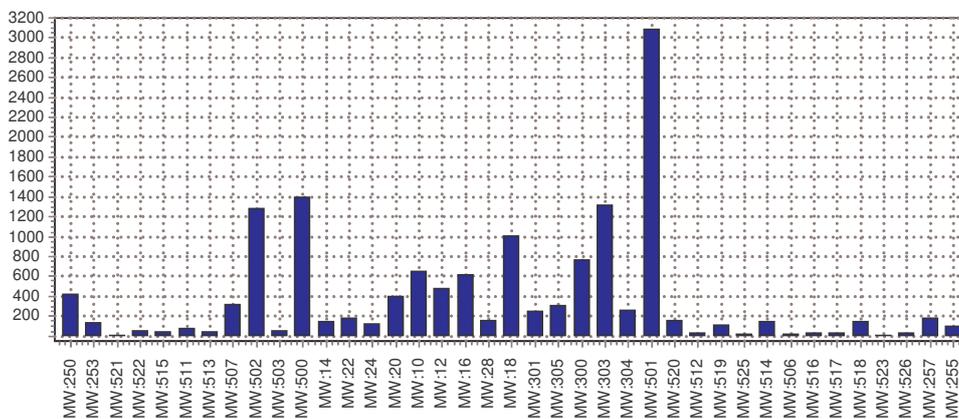


Figura 6.96: Potência ativa gerada do sistema 730 - MINGER

A Figura 6.96 apresenta a solução obtida para a potência ativa dos geradores do sistema. Na solução encontrada pelo FPO, há geradores que atingiram seus limites de potência ativa. Os geradores das barras #10, #14, #250, #253, #255, #257, #304, #500, #501, #502 e #520 atingiram seus respectivos limites superiores, enquanto que os limites inferiores foram atingidos pelos geradores das barras #18, #20, #28, #300, #503, #506, #507, #511, #512, #514, #517 e #518.

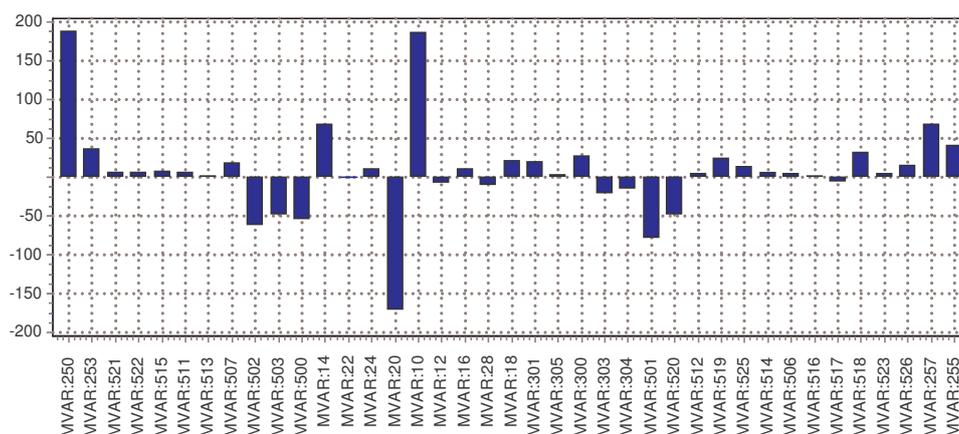
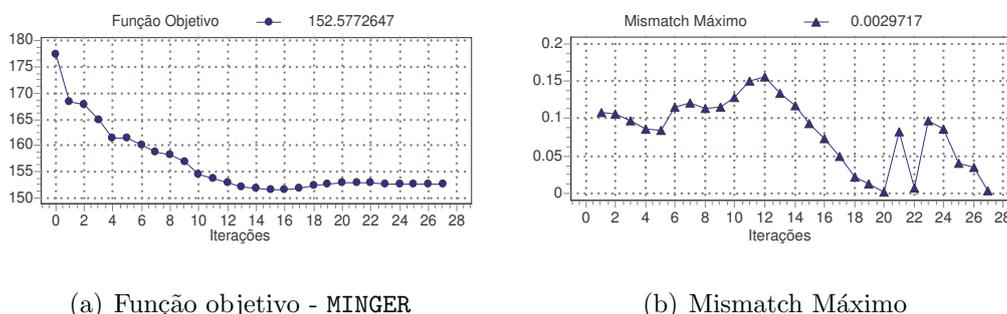


Figura 6.97: Potência reativa gerada do sistema 730 - MINGER

A Figura 6.97 apresenta a solução obtida para a potência reativa dos geradores do sistema. Na solução encontrada pelo FPO, o gerador da barra #257 atingiu seu limite superior e o gerador da barra #520 atingiu o seu limite inferior. Os demais geradores não atingiram limites de reativo.



(a) Função objetivo - MINGER

(b) Mismatch Máximo

Figura 6.98: Processo iterativo da minimização do custo de geração

A Figura 6.98 apresenta o processo iterativo de minimização do custo de geração. O valor da função objetivo é de 152.5772647 p.u. com um mismatch máximo de 0.0029717 p.u.. O algoritmo convergiu em 27 iterações, o qual pode-se observar que a função objetivo não apresentou variações durante a convergência.

### 6.5.2 Minimização de Perdas Ativas

Assim como na subseção anterior, o FPO partiu de uma solução apenas viável para o sistema, mas que não representa um ponto de operação. Assim, a Figura

6.99 apresenta a solução obtida para as tensões nas barras de geração considerando a função objetivo de minimização das perdas ativas. Pode-se observar que a maioria dos geradores atingiram seus respectivos limites superiores de tensão.

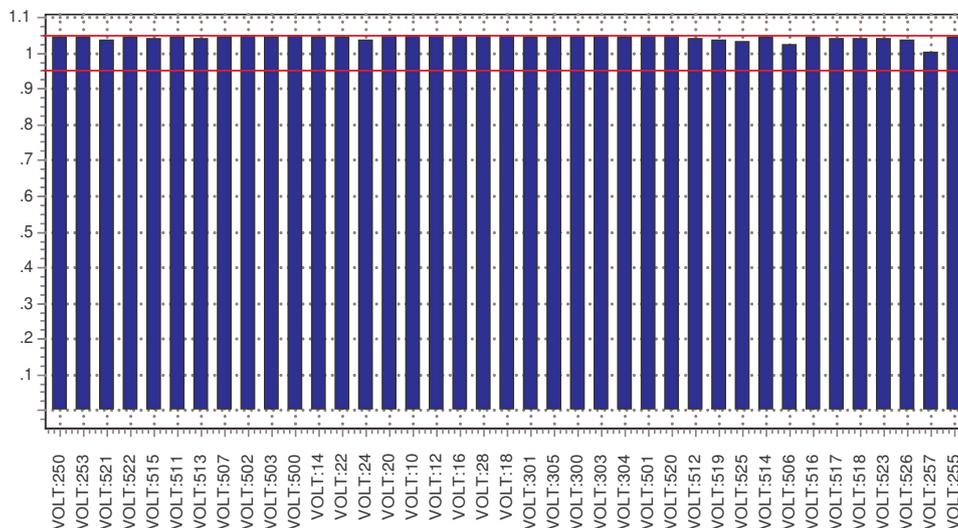


Figura 6.99: Tensões da geração do sistema 730 - MINLOSS

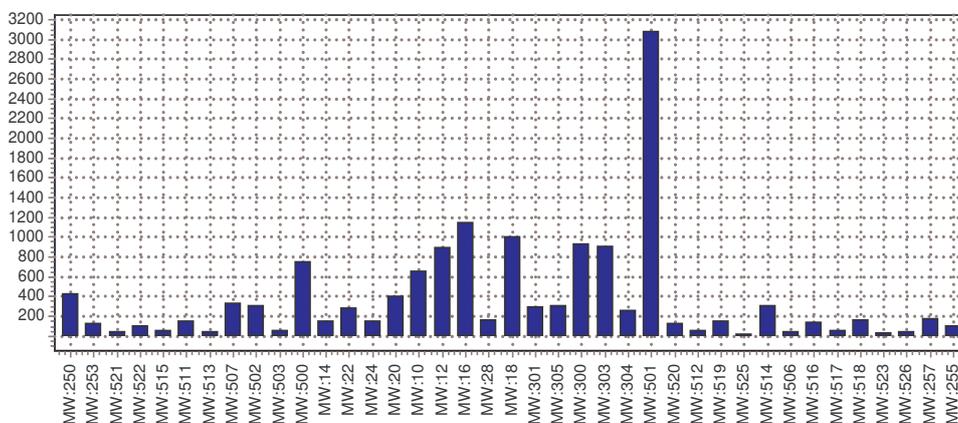


Figura 6.100: Potência ativa gerada do sistema 730 - MINLOSS

A Figura 6.100 apresenta a solução obtida para a potência ativa dos geradores do sistema. Na solução encontrada pelo FPO, os geradores das barras #10, #14, #250, #253, #255, #257, #304 e #525 atingiram seus respectivos limites inferiores. Além disso, alguns geradores quase atingiram seus limites superiores, como é o caso dos geradores nas barras #16, #18 e #501.

A Figura 6.101 apresenta a solução obtida para a potência reativa dos geradores do sistema. Na solução encontrada pelo FPO, não houve gerador que tenha atingido

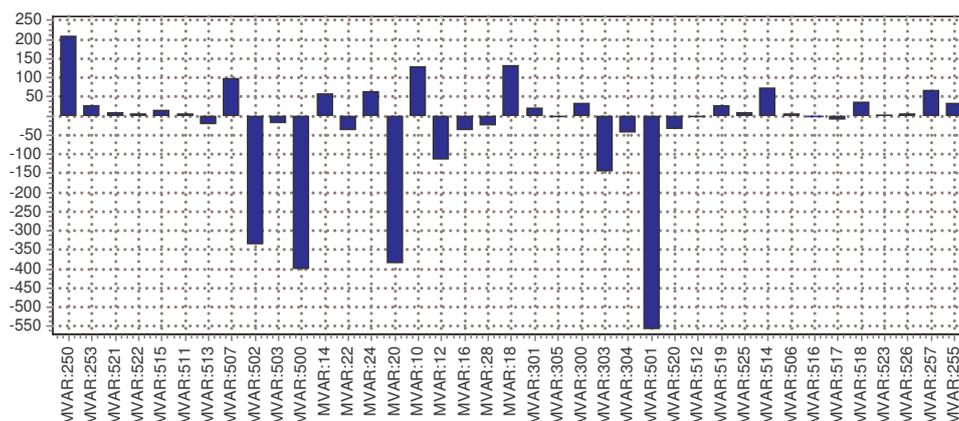
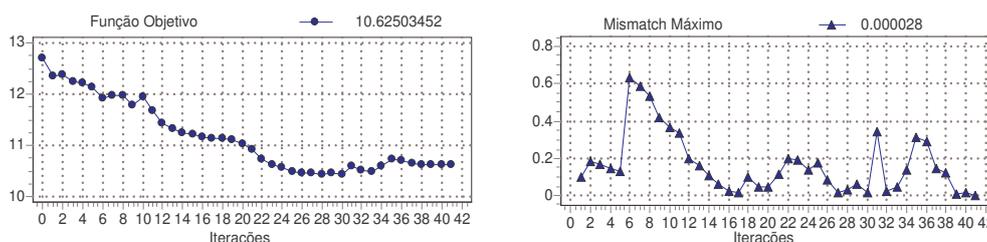


Figura 6.101: Potência reativa gerada do sistema 730 - MINLOSS

um de seus limites, superior ou inferior.



(a) Função objetivo - MINLOSS

(b) Mismatch Máximo

Figura 6.102: Processo iterativo da minimização das perdas ativas

A Figura 6.102 apresenta o processo iterativo de minimização das perdas ativas. O valor da função objetivo é de 10.62503452 p.u. com um mismatch máximo de 0.000028 p.u.. O algoritmo convergiu em 41 iterações, o qual pode-se observar que a função objetivo não apresentou grandes variações de iteração para iteração, durante a convergência. Já, o mismatch apresenta um aumento no mismatch na iteração 5, seguido de uma diminuição sucessiva.

### 6.5.3 Máximo Carregamento

Assim como na subseção anterior, o FPO partiu de uma solução apenas viável para o sistema, mas que não representa um ponto de operação. Entretanto, este estudo do máximo carregamento se caracteriza como um caso irreal na prática,

Tabela 6.6: Barras cujas cargas serão maximizadas

Nome da Barra	Número	P(MW)	Q(Mvar)
Avatingu138kV	307	48.6	22.7
Barbacena138kV	309	62.6	9.2
Barreiro138kV	314	397.0	169.0
Emborcacao138kV	321	77.3	11.9
Itutinga138kV	323	134.0	-5.3
Jaguara138kV	330	177.0	54.1
JuizFora138kV	332	168.0	59.9
Lafaiete138kV	337	189.0	67.0
MClaros2-138kV	342	163.0	5.3
Mesquita230kV	345	379.0	128.0
Neves138kV	353	470.0	140.0
Passos138kV	362	72.0	15.0
PCaldas1-138kV	364	218.0	55.0
PCaldas2-138kV	365	152.0	56.0
Pimenta138kV	368	82.5	15.2
Taquaril230kV	373	129.0	11.5
Taquaril138kV	376	293.0	115.0
TresMarias138kV	382	146.0	22.8
OuroPreto2-138kV	386	134.0	68.3
Uberlandia1-138kV	392	122.0	53.3
Valadares230kV	394	28.2	12.3
VPalma138kV	399	125.0	15.6
Igarape138kV	1499	155.0	12.7

tendo este uma característica apenas para análise e estudo do FPO. Assim, para este estudo e como ilustração, considerou-se o aumento do carregamento apenas em uma sub-área do sistema. A Tabela 6.6 apresenta as barras cujas as cargas participarão do aumento de carregamento.

Assim, a Figura 6.103 apresenta a solução obtida para as tensões nas barras de geração considerando a função objetivo de máximo carregamento. Pode-se observar que todas os geradores atingiram o limites superior de tensão, exceto os geradores das barras #24,#257 e #301.

A Figura 6.104 apresenta a solução obtida para a tensão nas barras de carga consideradas. Estas barras de cargas não possuíam limites na tensão, assim, pode-se perceber que a barra #307 possui o menor valor de tensão do sistema, ou seja, 0.769 p.u..

A Figura 6.105 apresenta o processo iterativo de maximização do carregamento. O valor da função objetivo é de  $-61.30140307$  p.u. com um mismatch máximo de

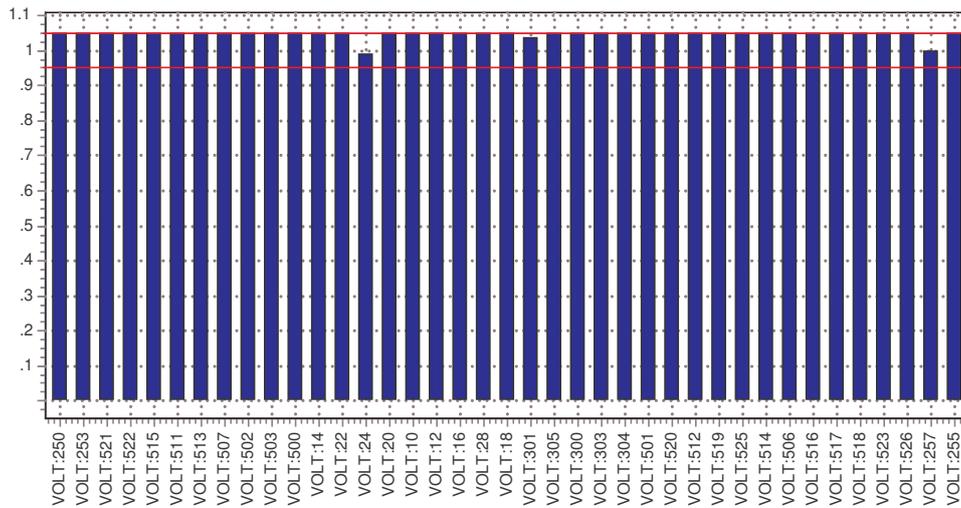


Figura 6.103: Tensões da geração do sistema 730 - MAXLOAD

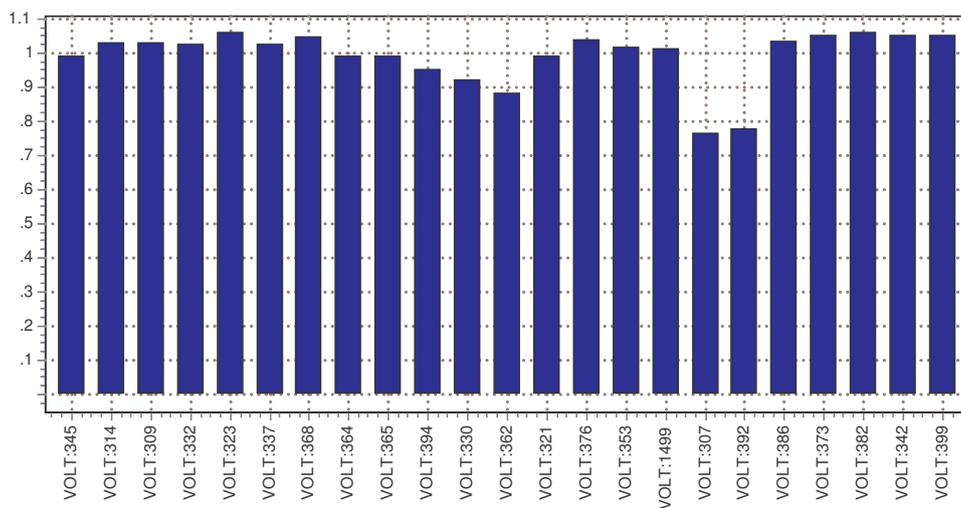
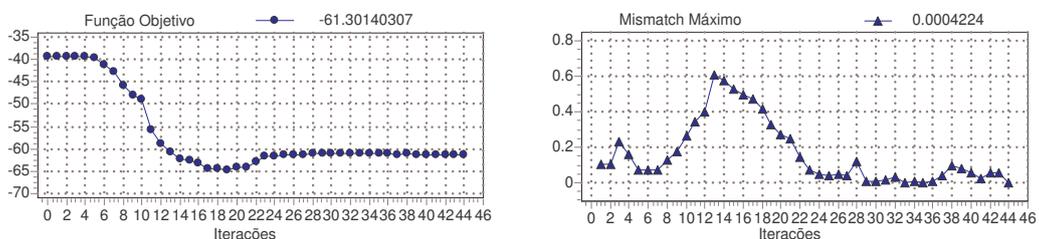


Figura 6.104: Tensões das cargas maximizadas do sistema 730 - MAXLOAD



(a) Função objetivo - MAXLOAD

(b) Mismatch Máximo

Figura 6.105: Processo iterativo da maximização do carregamento

0.0004224 p.u.. Considerado o carregamento inicial do sistema as cargas sofreram um aumento de 53.25 %. O algoritmo convergiu em 44 iterações.

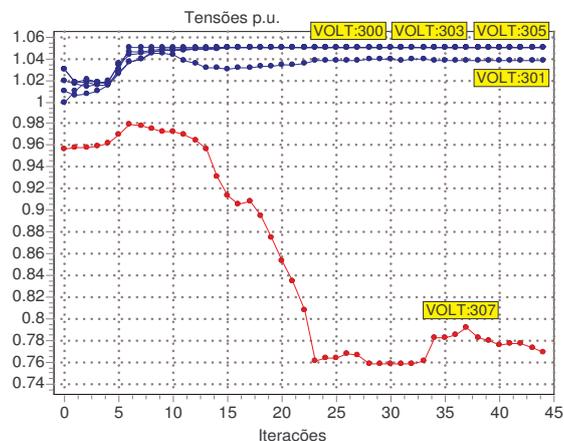


Figura 6.106: Processo iterativo das tensões de cargas - MAXLOAD

A Figura 6.106 apresenta o processo iterativo da tensão de algumas barras de geração e da barra de carga #307, o qual pode-se perceber que as barras de geração atingem o limites superior de tensão de 1.05 p.u.. Pode-se verificar também que, o valor final da tensão na barra #307 foi, de aproximadamente, igual a 0.769 p.u., confirmando o resultado apresentado pela Figura 6.104.

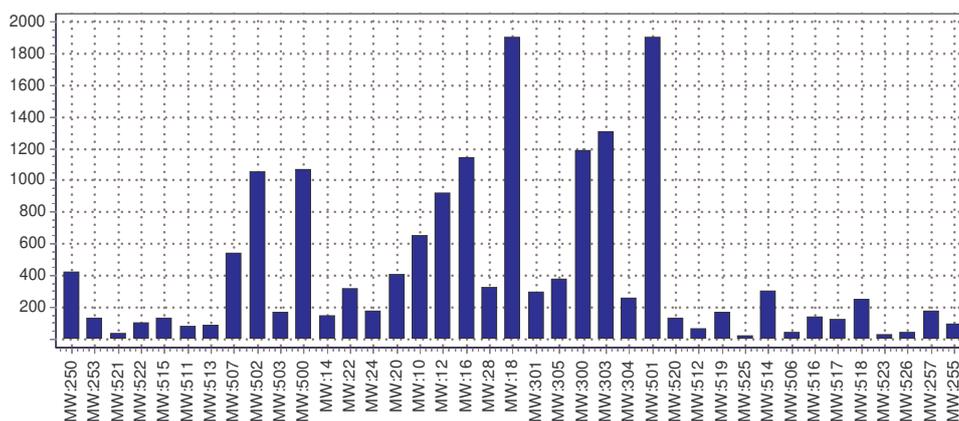


Figura 6.107: Potência ativa gerada do sistema 730 - MAXLOAD

A Figura 6.107 apresenta a solução obtida para a potência ativa nas barras de geração. Todas as barras atingiram seus respectivos limites superiores de potência, exceto, os geradores das barras #20, #303, #500, #501, #502, #503, #507, #511, #512, #518 e #520, dos quais podem-se destacar que estes em sua maioria

representam geradores que não fazem parte da sub-área em que foi considerado o aumento de carga.

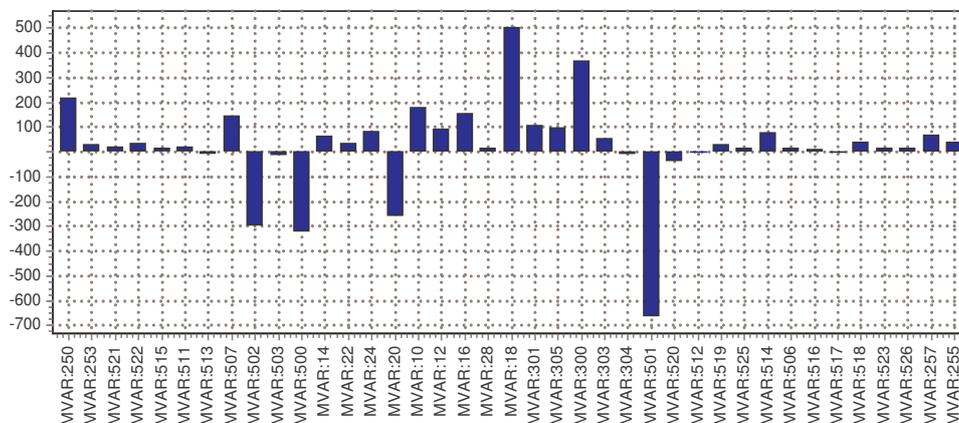


Figura 6.108: Potência reativa gerada do sistema 730 - MAXLOAD

A Figura 6.108 apresenta a solução obtida para a potência reativa nas barras de geração. As barras #18, #24, #257 e #301 atingiram seus respectivos limites superiores de reativo.

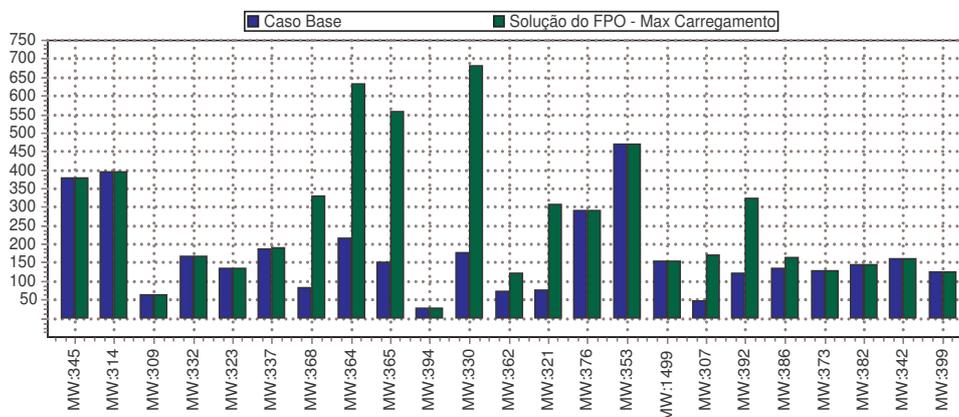


Figura 6.109: Comparação das cargas iniciais com o carregamento final

A Figura 6.109 apresenta uma comparação entre o carregamento inicial e final de cada barra de carga individualmente. Pode-se observar que há cargas que sofreram grandes variações em seus carregamentos, enquanto que outras cargas não tiveram suas cargas alteradas em relação ao seu carregamento inicial. Isto acontece, porque na metodologia adotada não há nenhuma condição para que as cargas tenham seus valores de carregamentos aumentados. Assim, como a função objetivo é representada como o somatório das cargas consideradas no estudo, isto significa que o aumento

da função objetivo não caracteriza necessariamente em aumento de todas as cargas, podendo inclusive haver cargas que tivessem seus carregamentos diminuídos, mas isto não acontece, porque é sempre adicionado como restrição um limite inferior das cargas como sendo seus respectivos valores de carga no caso base.

Para que houvesse um aumento em todas as cargas consideradas, seria necessário uma alteração na formulação do FPO, ou seja, a função objetivo deveria ser construída como a maximização de apenas um parâmetro de carga de referência. Mas, este tipo de consideração não será apresentado neste trabalho.

## 6.6 Resultados Comparativos com o FLUPOT

Esta seção tem como objetivo apresentar alguns resultados comparativos do FPO desenvolvido neste trabalho com o programa de fluxo de potência ótimo (FLUPOT) utilizado no setor elétrico.

O programa FLUPOT é desenvolvido pelo Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (CEPEL) em linguagem de programação FORTRAN ANSI 77, e adota a metodologia de pontos interiores primal dual [3].

O FLUPOT tem por objetivo calcular um estado de uma rede elétrica em regime permanente que otimiza uma função objetivo e que satisfaz uma série de restrições físicas e operacionais

A Figura 6.110 apresenta o sistema de 5 barras utilizado para executar a análise comparativa. Este sistema possui 4 subestações, 2 geradores, 2 transformadores, 4 linhas de transmissão e uma carga.

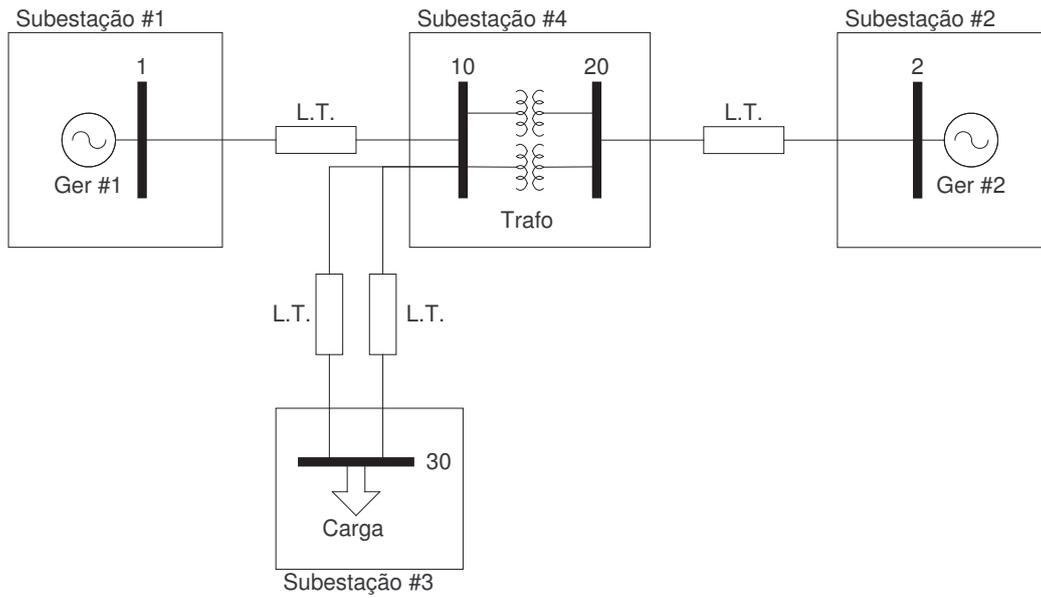


Figura 6.110: Sistema 5 barras

$$\begin{aligned}
 \min_{s.a.} \quad & c_{P_1} P_1 + c_{P_2} P_2 + \frac{c_{Q_1}}{2} Q_1^2 + \frac{c_{Q_2}}{2} Q_2^2 \\
 & \dot{P}_1 = 0 = K_{p_1}(\theta_1 - \theta_{ref}) \\
 & \dot{Q}_1 = 0 = K_{q_1}(V_1 - V_{1ref}) \\
 & \dot{Q}_2 = 0 = K_{q_2}(V_2 - V_{2ref}) \\
 & \sum P_i = 0; \quad i = 1, 2, 10, 20 \text{ e } 30 \\
 & \sum Q_i = 0; \quad i = 1, 2, 10, 20 \text{ e } 30 \\
 & V_i^{MIN} \leq V_i \leq V_i^{MAX}; \quad i = 1, 2, 10, 20 \text{ e } 30 \\
 & P_j^{MIN} \leq P_j \leq P_j^{MAX}; \quad j = 1 \text{ e } 2 \\
 & Q_j^{MIN} \leq Q_j \leq Q_j^{MAX}; \quad j = 1 \text{ e } 2
 \end{aligned} \tag{6.17}$$

Para este sistema 5 barras, o trabalho proposto considerou a formulação do fluxo de potência ótimo, como o problema de otimização apresentado em (6.17), no qual a função objetivo é representada pela minimização do custo da geração.

No problema (6.17), a função objetivo é modelada pela soma ponderada da potência ativa e do quadrado da potência reativa dos geradores #1 e #2. As restrições de igualdade são representadas por, três equações de estado modeladas em regime permanente, que especificam o ângulo e a magnitude da tensão da barra #1 e a

magnitude da tensão da barra #2, e por, dez equações de balanço do sistema. As restrições de desigualdade são representadas por limites inferiores e superiores nas tensões de todas as barras e nas potências ativas e reativas das barras de geração.

Para a análise comparativa considerou-se os custos  $c_{P_1}$ ,  $c_{P_2}$ ,  $c_{Q_1}$  e  $c_{Q_2}$  da função objetivo iguais a 1.0. As tensões nas barras foram limitadas entre 0.95 p.u e 1.05 p.u., respectivamente. As potências ativas foram consideradas maiores que zero, tendo seus limites superiores considerados abertos e os limites da potências reativas formaram desconsiderados na formulação. Foram representados controles na potência ativa e na tensão das barras de geração. Além disto, tanto o FPO desenvolvido neste trabalho, quanto o FLUPOT partiram das mesmas condições iniciais. A Tabela 6.7 apresenta os dados dos circuitos do sistema 5 barras. A carga considerada no sistema era igual a  $P = 120$  MW, com potência reativa nula.

Tabela 6.7: Dados dos circuitos do sistema 5 barras

DE	PARA	Circuito	R(%)	X(%)	tap
1	10	1	0.1	20.0	
2	20	1	0.1	7.0	
10	20	1	0.1	14.0	1.02
10	20	2	0.1	14.0	0.90
10	30	1	0.1	18.0	
10	30	2	0.1	18.0	

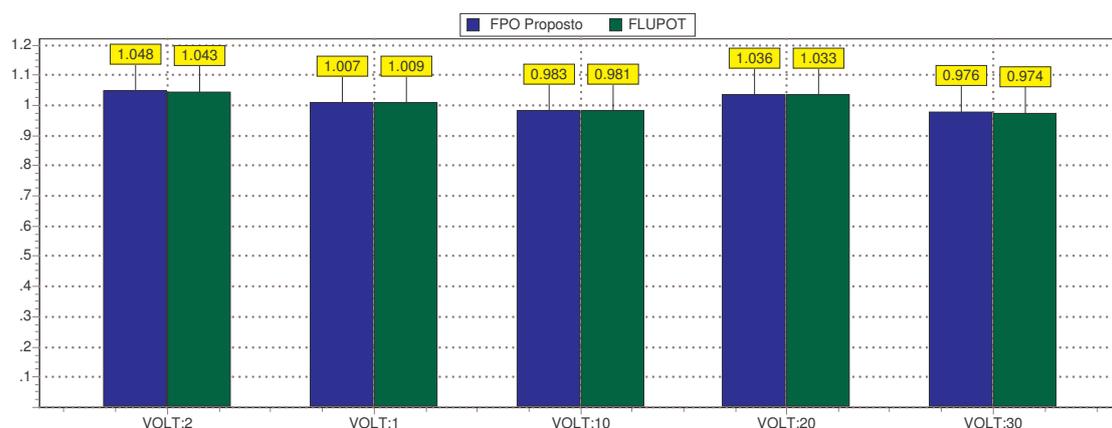


Figura 6.111: Comparação das tensões do sistema 5 barras

A Figura 6.111 apresenta a comparação da solução encontrada para as tensões do sistema, o qual pode-se verificar que o perfil de tensão é praticamente o mesmo,

em ambos os programas.

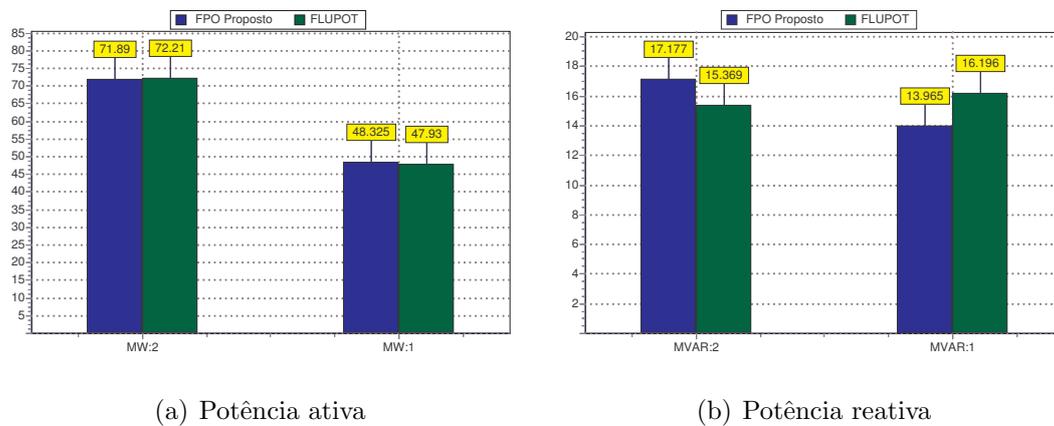


Figura 6.112: Comparação da potência de geração do sistema 5 barras

A Figura 6.112 apresenta a comparação da potência gerada, pode-se observar que a potência ativa é praticamente a mesma, mas a potência reativa encontrada pelos programas é diferente.

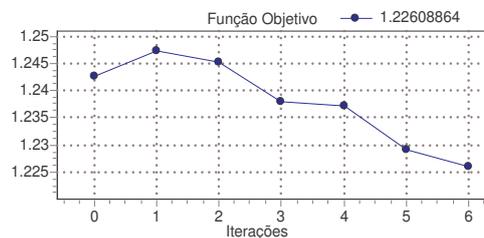


Figura 6.113: Processo iterativo para a minimização do custo de geração

A Figura 6.113 apresenta o processo iterativo do FPO proposto neste trabalho. Quanto à comparação com o FLUPOT, este obteve praticamente o mesmo valor para função objetivo apresentado na figura, ou seja, igual a 1.226325 p.u., entretanto, o FLUPOT convergiu em 7 iterações.

Assim, percebe-se que a principal diferença encontrada para esta análise comparativa está na solução obtida na potência reativa. Mas, como o custo da potência reativa na função objetivo era igual, os programas não poderiam forçar com que o ponto de solução ótima fosse o mesmo uma vez que em termos de custo ambos os geradores eram iguais. Assim, com o objetivo de ponderar e forçar a solução, será considerado o custo na potência do gerador #1 igual a 1.00 e o custo do gerador #2 igual a 1.10. Logo,  $c_{P_1} = c_{Q_1} = 1.0$  e  $c_{P_2} = c_{Q_2} = 1.10$ .

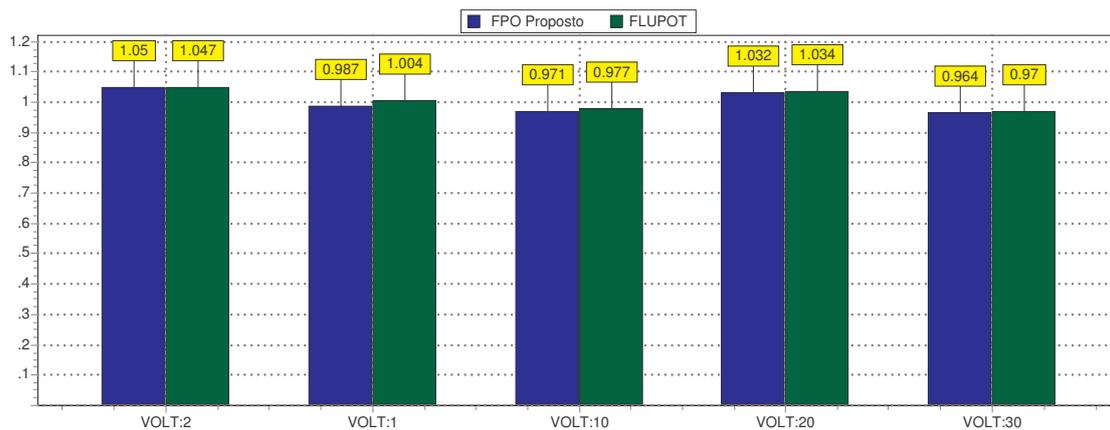
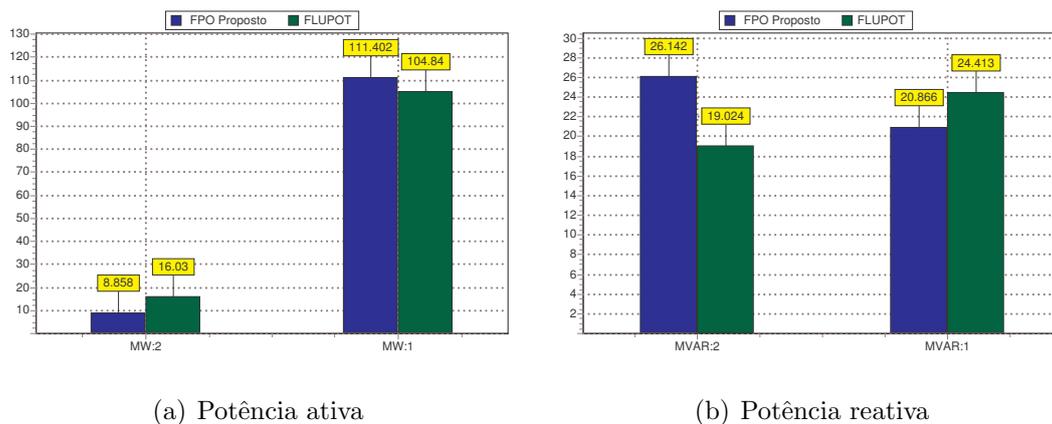


Figura 6.114: Comparação das tensões do sistema 5 barras - custos modificados

A Figura 6.114 apresenta a comparação para as tensões do sistema quando os custos do gerador #2 foram alterados, o qual a tensão da barra #2 atingiu o limite superior de 1.05 p.u., além disto, a maior diferença na tensão ocorreu na barra #1.



(a) Potência ativa

(b) Potência reativa

Figura 6.115: Comparação da potência do sistema 5 barras - custos modificados

A Figura 6.115 apresenta a comparação entre as potência geradas pelo sistema quando os custos do gerador #2 foram alterados, o qual pode-se verificar que o FPO desenvolvido neste trabalho e o FLUPOT apresentam resultados bem diferentes. Entretanto, os programas seguem a mesma tendência, pois o custo de geração da máquina #2 é agora maior do que aquele apresentado na Figura 6.112, e neste caso, os programas apresentam ambos uma redução na geração ativa desta máquina.

A Figura 6.116 apresenta o processo iterativo para a minimização do custo da geração, quando considerou o custo para o gerador #2 igual a 1.10. No resultado do

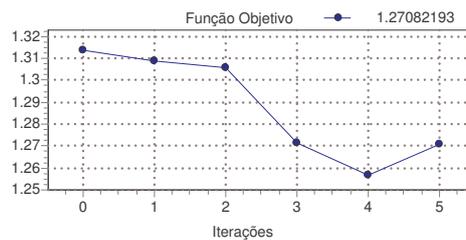


Figura 6.116: Processo iterativo para a minimização da geração - custos modificados

FLUPOT, o processo iterativo convergiu em 8 iterações, além disto, a função objetivo convergiu no valor de 1.27443 p.u.. Assim, pode-se verificar que os valores da função objetivo são quase os mesmos, mas os pontos de operação encontrados são diferentes como pode ser visto anteriormente.

## 6.7 Considerações Finais

A partir dos resultados apresentados algumas considerações podem ser feitas:

- A representação detalhada dos geradores permite que os limites reais das máquinas possam ser representados como restrições no FPO, através inclusão das curvas de capacidade dos geradores. Desta forma, os resultados da modelagem se aproxima das condições reais de operação do sistema, enriquecendo a análise em sistemas de potência.
- A estrutura orientada a objetos voltada para a otimização se mostra flexível na inserção de novas funções objetivos e restrições, uma vez que, a modelagem trabalha conjuntamente com o mecanismo de diferenciação automática.
- A penalização hiperbólica possui a característica de não necessitar que a solução inicial esteja dentro da região viável, a qual se torna em uma característica interessante, uma vez que, a penalidade barreira tradicional não aceita soluções iniciais inviáveis.
- A análise dos resultados do fluxo de potência ótimo considerando a modelagem completa dos geradores não significa que a solução ótima obtida será sempre estável dinamicamente. Em alguns casos, esta solução pode ser instá-

vel, então ajustes serão necessários para que o FPO obtenha sempre soluções estáveis. Mas, esta característica requer ainda estudos, a fim de estabelecer uma metodologia que permita obter tais resultados.

- É possível verificar que as soluções do FPO, em alguns casos, podem esgotar as fontes de potência na tentativa de encontrar a solução ótima do problema. Esta característica destaca a necessidade de se estabelecer metodologias de solução que levem em consideração a análise de contingências de modo a produzir soluções que o sistema de potência suporte a ocorrência de contingências.

# Capítulo 7

## Conclusões

### 7.1 Contribuições

A partir do atual estágio de desenvolvimento deste trabalho de tese o qual consistiu do desenvolvimento de um ambiente computacional voltado para aplicações em fluxo de potência ótimo pode-se destacar algumas contribuições que evoluíram em quatro sub-etapas:

#### **Modelagem Matemática :**

Em otimização, há técnicas que necessitam da determinação de derivadas de segunda ordem, então esta etapa consistiu na determinação das regras e construção do cálculo das derivadas com base na modelagem matemática adotada, tendo a regra da cadeia, como princípio fundamental utilizado para caracterizar o processo de diferenciação automática.

#### **Modelagem Orientada a Objetos Aplicada a Otimização :**

Com base nos benefícios provenientes do desenvolvimento de aplicativos através da utilização de modelagem orientada a objetos, optou-se por desenvolver uma estrutura computacional genérica voltada para aplicação em otimização, de modo que posteriormente o aplicativo de fluxo de potência ótimo pudesse se acomodar naturalmente, estabelecendo uma ligação com uma MOO já existente voltada para sistemas elétricos de energia, a chamada Estrutura de Classes SEE.

### **Modelagem Orientada a Objetos e Diferenciação Automática :**

Com base na MOO voltada para aplicações em Otimização e combinada com a diferenciação automática construída a partir da modelagem matemática, tornou-se possível a representação direta dos modelos detalhados dos geradores, bem como, a construção das curvas de capacidade de geração na formulação ótima. Além disto, como os modelos de geradores são completos sem desprezar as constantes de tempo inerentes aos modelos, tornou-se possível a determinação da matriz de estados e da análise de autovalores dos sistemas, a partir da estrutura orientada a objetos.

### **Modelagem Orientada a Objetos e Penalização :**

O método de pontos interiores adotado utiliza-se da penalização interior ou barreira logarítmica, para garantir a positividade das variáveis de folga associadas às restrições de desigualdade. Assim, com base na estrutura computacional aplicada à otimização tornou-se fácil a substituição desta penalização interior pela penalização hiperbólica, que possui a característica de aceitar pontos que sejam inicialmente inviáveis.

## **7.2 Conclusões**

A estrutura de classes voltadas para aplicações em Otimização se mostra satisfatória no tratamento de problemas de programação matemática, pois a modelagem orientada a objetos torna o desenvolvimento deste trabalho independente da aplicação em fluxo de potência ótimo, isto porque, a caracterização da otimização é totalmente livre de conceitos de engenharia elétrica, permitindo assim que esta estrutura possa ser usada em outras áreas do conhecimento de programação matemática. Além disto, a classe *FluxoPotenciaOtimo* representa a ligação entre a modelagem da otimização e a modelagem do sistema elétrico.

A flexibilidade na representação de funções objetivo e restrições se apresenta como uma excelente característica para a análise de sistemas de potência em regime permanente, uma vez que, a utilização de técnicas de derivação automática, combinada com a modelagem orientada a objetos, permite que novos modelos do sistema elétrico, definidos por novas equações, possam ser livremente representadas dentro

da formulação ótima sem a necessidade de alteração do código fonte.

Quanto à formulação do fluxo de potência ótimo, este pode ter suas equações de balanço modeladas tanto como injeção de corrente, quanto injeção de potência, além de considerar que as tensões possam ser representadas tanto em coordenadas polares, quanto retangulares. Outra importante característica da formulação é a possibilidade de análise modal, uma vez que o FPO considera o sistema de equações algébrico-diferencial. Portanto, o cálculo de autovalores pode ser obtido, uma vez que, os modelos completos das máquinas síncronas podem ser representados, permitindo utilizar esta informação como sensibilidade na consideração de ações corretivas. Assim, verifica-se que um grande atrativo deste desenvolvimento está na flexibilidade proporcionada pela modelagem.

Recentemente, este trabalho de tese tem sido utilizado como ferramenta de desenvolvimento em novas aplicações, o qual pode-se destacar a utilização do FPO na análise de segurança dinâmica do sistema, através do cálculo do ATC (do inglês *Available Transfer Capability*). Neste tipo de aplicação, o FPO é utilizado considerando a representação de restrições de segurança, que são construídas a partir da análise de autovalores e de simulações no tempo executadas no sistema elétrico. Com base na resposta destes aplicativos, elabora-se um elenco de regras que formarão o conjunto de restrições de segurança a serem respeitadas pelo FPO e que procurarão garantir a segurança do sistema.

## 7.3 Possíveis Atividades Futuras

Tendo estabelecido um ponto de partida da presente etapa de desenvolvimento, serão apresentados abaixo algumas sugestões de desenvolvimento de trabalhos futuros, a fim de dar continuidade a pesquisa:

### **Modelos de Máquinas e seus Controles :**

Incorporar novos modelos de máquinas síncronas e controles de tensão e velocidade.

### **Análise de Autovalores e Estabilidade do Sistema :**

Como pode ser visto nos resultados, a obtenção de uma solução ótima não é garantia de que esta seja estável dinamicamente, frente a pequenas perturbações. Assim, a idéia seria investigar a relação existente entre a otimização e a ocorrência de bifurcações na análise dos autovalores, de modo que o algoritmo de otimização pudesse se ajustar de modo que a solução ótima obtida seja estável.

**Ajuste da Penalização Hiperbólica :**

O ajuste dos parâmetros  $\tau$  e  $\mu$  da penalização hiperbólica adotado neste trabalho necessitam ser redefinidos, de modo que tais parâmetros fossem ajustados através de uma relação com as variáveis duais associadas às restrições de desigualdade.

**Módulo de Segurança de Tensão :**

Desenvolver uma análise de contingências, de modo a classificá-las e selecioná-las através de seu grau de severidade no sistema, a fim de preparar a construção de um módulo de segurança de tensão.

# Referências Bibliográficas

- [1] G. Booch, J. Rumbaugh, and I. Jacobson, *The Unified Modeling Language User Guide*. New York: Addison-Wesley, 1999.
- [2] A. J. Wood and B. F. Wollenberg, *Power Generation Operation and Control*. New York: Wiley Interscience, second ed., 1996.
- [3] M. de Luján Latorre, *Aplicação do Método de Pontos Interiores Primal-Dual para a Resolução do Problema de Fluxo de Potência Ótimo*. Tese de mestrado, Programa de Engenharia de Sistemas e Computação - COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Março 1995.
- [4] A. Griewank, *Evaluating Derivatives: Principles and Techniques of Algorithmic Differentiation*. Frontiers in Applied Mathematics, Philadelphia: SIAM, 2000.
- [5] J. D. Furlan, *Modelagem de Objetos através da UML - Análise e Desenho Orientados a Objetos*. Makron Books, 1998.
- [6] J. Rumbaugh, M. Blaha, W. Premerlani, F. Eddy, and W. Lorensen, *Modelagem e Projetos Baseados em Objetos*. Ed. Campus, 1994.
- [7] A. Manzoni, *Desenvolvimento de um Sistema Computacional Orientado a Objetos Para Sistemas Elétricos de Potência: Aplicação a Simulação Rápida e Análise da Estabilidade de Tensão*. Tese de doutorado, Programa de Engenharia Elétrica - COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Março 2005.
- [8] F. L. Alvarado and Y. Liu, "General purpose symbolic simulation tools for electric networks," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 3, no. 2, pp. 689–697, May 1988.

- [9] J. J. Keronen, "An object-oriented representation of a power system and the use of it in real-time operations," in *Proceedings of the International Workshop on Artificial Intelligence for Industrial Applications*, pp. 309–314, May 1988.
- [10] A. F. Neyer, F. F. Wu, and K. Imhof, "Object-oriented programming for flexible software: Example of a load flow," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 5, no. 3, pp. 689–696, August 1990.
- [11] D. G. Flinn and R. C. Dugan, "A database for diverse power system simulation applications," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 7, no. 2, pp. 784–790, May 1992.
- [12] M. Foley, A. Bose, W. Mitchell, and A. Faustini, "An object based graphical user interface for power systems," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 8, no. 1, pp. 97–104, February 1993.
- [13] B. Hakavik and A. T. Holen, "Power system modelling and sparse matrix operations using object-oriented programming," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 9, no. 2, pp. 1045–1051, May 1994.
- [14] E. J. Silva, R. C. Mesquita, R. R. Saldanha, and P. F. M. Palmeira, "An object-oriented finite-element program for electromagnetic field computation," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 30, no. 5, pp. 3618–3621, September 1994.
- [15] M. Foley and A. Bose, "Object-oriented on-line network analysis," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 10, no. 1, pp. 125–132, February 1995.
- [16] E. Z. Zhou, "Object-oriented programming, C++ and power system simulation," in *IEEE Power Engineering Society Winter Meeting*, (New York, NY USA), January/February 1995.
- [17] Z. L. Gaing, C. N. Lu, B. S. Chang, and C. L. Cheng, "An object-oriented approach for implementing power system restoration package," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 11, no. 1, pp. 483–489, February 1996.
- [18] J. Zhu and D. L. Lubkeman, "Object-oriented development of software systems for power system simulations," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 12, no. 2, pp. 1002–1007, May 1997.

- [19] C. R. Fuerte-Esquivel, E. Acha, S. G. Tan, and J. J. Rico, "Efficient object oriented power systems software for the analysis of large-scale networks containing facts-controlled branches," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 13, no. 2, pp. 464–472, May 1998.
- [20] A. Manzoni, A. S. e Silva, and I. C. Decker, "Power systems dynamics simulation using object-oriented programming," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 14, no. 1, pp. 249–255, February 1999.
- [21] M. E. Bradley, M. J. Bushnell, and S. I. Maclean, "Object-oriented creation of fault sequences for on-line transient stability analysis," in *13th PSCC- Power Systems Computation Conference*, (Trondheim), June/July 1999.
- [22] L. R. Araujo and J. L. R. Pereira, "Solução de redes elétricas de grande porte, usando programação orientada a objetos," in *XIII Congresso Brasileiro de Automática*, (Florianópolis, SC - Brasil), Setembro 2000.
- [23] M. N. Agostini, I. C. Decker, and A. S. e Silva, "Desenvolvimento e implementação de uma base computacional orientada a objetos para aplicações em sistemas de energia elétrica," in *XIII Congresso Brasileiro de Automática*, (Florianópolis, SC - Brasil), Setembro 2000.
- [24] S. Pandit, S. A. Soman, and S. A. Khaparde, "Object-oriented design for power system applications," *IEEE Computer Applications in Power*, pp. 43–47, October 2000.
- [25] S. Pandit, S. A. Soman, and S. A. Khaparde, "Object-oriented network topology processor," *IEEE Computer Applications in Power*, pp. 42–46, April 2001.
- [26] S. Pandit, S. A. Soman, and S. A. Khaparde, "Design of generic direct sparse linear system solver in C++ for power system analysis," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 16, no. 4, pp. 647–652, November 2001.
- [27] M. N. Agostini, I. C. Decker, J. M. F. Ferreira, and A. S. e Silva, "Object oriented matrix structure for the development of computing tools in electric power systems," in *VIII Symposium Of Specialists in Electrical Operational and Expansion Planning*, (Brasília, DF - Brazil), May 2002.

- [28] H. Schildt, *C++: The Complete Reference Fourth Edition*. New York: McGraw-Hill, fourth ed., 2003.
- [29] M. N. Agostini, I. C. Decker, and A. S. e Silva, “Nova filosofia para o projeto de softwares na Área de sistemas de energia elétrica utilizando modelagem orientada a objetos,” in *XIV Congresso Brasileiro de Automática*, (Natal, RN - Brazil), Setembro 2002.
- [30] L. R. Araujo, P. A. N. Garcia, J. L. R. Pereira, S. Carneiro Jr, and M. P. Vinagre, “Modelagem orientada a objetos aplicada na solução de programas de distribuição,” in *XIV Congresso Brasileiro de Automática*, (Natal, RN - Brazil), Setembro 2002.
- [31] M. P. Selvan and K. S. Swarup, “Large scale power system computations with object-oriented design,” in *IEEE Power Engineering Society General Meeting*, (Denver, Colorado - USA), June 2004.
- [32] A. Medina, A. Ramos-Paz, R. Mora-Júarez, and C. R. Fuerte-Esquivel, “Object oriented programming techniques applied to conventional and fast time domain algorithms for the steady state solution of nonlinear electric networks,” in *IEEE Power Engineering Society General Meeting*, (Denver, Colorado - USA), June 2004.
- [33] J. Nocedal and S. J. Wright, *Numerical Optimization*. Springer Series in Operations Research, New York: Springer-Verlag, 1999.
- [34] S. Wolfram, *The Mathematica Book*. Cambridge University Press and Wolfram Media, Inc., third ed., 1996.
- [35] M. Monagan, K. Geddes, K. Heal, G. Labahn, and S. Vorkoetter, *Maple V Programming Guide for Release 5*. Springer-Verlag, 1997.
- [36] Mathworks Inc., USA, *Matlab User’s Manual*, 2000.
- [37] C. Bischof, A. Carle, P. Hovland, P. Khademi, and A. Mauer, “ADIFOR 2.0 user’s guide,” Technical Report ANL/MCS-TM-192, Mathematics and Computer Science Division, Argonne National Laboratory, <http://www.mcs.anl.gov/adifor/>, August 1995.

- [38] A. Griewank, D. Juedes, and J. Utke, “ADOL-C: A package for the automatic differentiation of algorithms written in C/C++,” *ACM Transactions on Mathematical Software*, no. 22, pp. 131–167, 1996.
- [39] L. B. Rall, “Applications of software for automatic differentiation in numerical computation,” *Fundamentals of Numerical Computation*, no. 2, pp. 141–156, 1980. Computing Supplement.
- [40] R. B. Squires, “Economic dispatch of generation directly from power systems voltages and admittances,” *Transactions AIEE*, vol. 79, pp. 1235–1244, 1961.
- [41] J. Carpentier, “Contribution à l’étude du dispatching Économique,” *Bulletin de la Société Française des Electriciens*, vol. 3, no. 8, pp. 431–447, 1962.
- [42] H. W. Dommel and W. Tinney, “Optimal power flow solutions,” *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-87, no. 10, pp. 1866–1976, October 1968.
- [43] A. M. Sasson, F. Vilorio, and F. Aboytes, “Optimal load flow solution using the hessian matrix,” *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-92, pp. 31–41, Jan/Feb 1973.
- [44] R. C. Burchett, H. H. Happ, and K. A. Wirgau, “Large scale optimal power flow,” *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-101, no. 10, pp. 3722–3732, October 1982.
- [45] D. I. Sun, B. Ashley, B. Brewer, A. Hughes, and W. F. Tinney, “Optimal power flow by newton approach,” *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-103, no. 10, pp. 2864–2880, October 1984.
- [46] R. C. Burchett, H. H. Happ, and D. R. Vierath, “Quadratically convergent optimal power flow,” *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-103, no. 11, pp. 3267–3275, November 1984.
- [47] A. Santos Jr., S. Deckmann, and S. Soares, “A dual augmented lagrangian approach for optimal power flow,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 3, no. 3, pp. 1020–1025, August 1988.

- [48] R. Bacher and H. P. V. Meeteren, "Real-time optimal power flow in automatic generation control," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 3, no. 4, pp. 1518–1529, November 1988.
- [49] E. Vaahedi and H. M. Z. El-Din, "Considerations in applying optimal power flow to power system operation," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 4, no. 2, pp. 694–703, May 1989.
- [50] P. R. Gribik, D. Shirmohammadi, S. Hao, and C. L. Thomas, "Optimal power flow sensitivity analysis," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 5, no. 3, pp. 969–976, August 1990.
- [51] M. Huneault and F. D. Galiana, "A survey of the optimal power flow literature," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 6, no. 2, pp. 762–770, May 1991.
- [52] A. Monticelli and W.-H. E. Liu, "Adaptative movement penalty method for the newton optimal power flow," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 7, no. 1, pp. 334–342, February 1992.
- [53] S. Granville, "Optimal reactive dispatch through interior point methods," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 9, no. 1, pp. 136–146, February 1994.
- [54] K. C. Almeida, F. D. Galiana, and S. Soares, "A general parametric optimal power flow," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 9, no. 1, pp. 540–547, February 1994.
- [55] Yu-Chi Wu, A. S. Debs, and R. E. Marsten, "A direct nonlinear predictor-corrector primal-dual interior point algorithm," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 9, no. 2, pp. 876–883, May 1994.
- [56] S. Granville, J. C. O. Mello, and A. C. G. Melo, "Application of interior point methods to power flow unsolvability," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 11, no. 2, pp. 1096–1103, November 1996.
- [57] K. C. Almeida and F. D. Galiana, "Critical cases in the optimal power flow," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 11, no. 3, pp. 1509–1518, August 1996.

- [58] G. D. Irisarri, X. Wang, J. Tong, and S. Mokhtari, "Maximum loadability of power systems using interior point non-linear optimization method," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 12, no. 1, pp. 162–172, February 1997.
- [59] J. A. Momoh, R. J. Koessler, M. S. Bond, B. Stott, D. Sun, A. Papalexopoulos, and P. Ristanovic, "Challenges to optimal power flow," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 12, no. 1, pp. 444–455, February 1997.
- [60] G. R. M. da Costa, "Optimal reactive dispatch through primal-dual method," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 12, no. 2, pp. 669–674, May 1997.
- [61] M. L. Latorre, M. L. Oliveira, J. O. Soto, and S. Granville, "Voltage collapse and the optimal power flow problem in power systems," *Bulk Power Systems Dynamics and Control*, pp. 459–466, August 1998.
- [62] X. Wang, G. C. Ejebe, J. Tong, and J. G. Waight, "Preventive/corrective control for voltage stability using direct interior point method," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 13, no. 3, pp. 878–883, August 1998.
- [63] G. L. Torres and V. H. Quintana, "An interior point method for nonlinear optimal power flow using voltage rectangular coordinates," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 13, no. 4, pp. 1211–1218, November 1998.
- [64] J. A. Mommoh, M. E. El-Hawary, and R. Adapa, "A review of selected optimal power flow literature to 1993 part I: Nonlinear and quadratic programming approaches," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 14, no. 1, pp. 96–104, February 1999.
- [65] J. A. Mommoh, M. E. El-Hawary, and R. Adapa, "A review of selected optimal power flow literature to 1993 part II: Newton, linear programming and interior point methods," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 14, no. 1, pp. 105–111, February 1999.
- [66] G. Tognola and R. Bacher, "Unlimited point algorithm for OPF problems," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 14, no. 3, pp. 1046–1054, August 1999.

- [67] J. A. Mommoh and J. Z. Zhu, “Improved interior point method for OPF problems,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 14, no. 3, pp. 1114–1120, August 1999.
- [68] V. H. Quintana, G. L. Torres, and J. Medina-Palomo, “Interior point methods and their applications to power systems: A classification of publications and software codes,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 15, no. 1, pp. 170–176, February 2000.
- [69] G. L. Torres and V. H. Quintana, “Optimal power flow by a nonlinear complementarity method,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 15, no. 3, pp. 1028–1033, August 2000.
- [70] I. M. Nejdawi, K. A. Clements, and P. W. Davis, “An efficient interior point method for sequential quadratic programming based optimal power flow,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 15, no. 4, pp. 1179–1183, November 2000.
- [71] C. Cañizares, W. Rosehart, A. Berizzi, and C. Bovo, “Comparison of voltage security constrained optimal power flow techniques,” in *IEEE Power Engineering Society 2001 Summer Meeting*, (Vancouver, British Columbia, Canada), July 2001.
- [72] F. G. M. Lima, S. Soares, A. Santos Jr., K. C. Almeida, and F. D. Galiana, “Numerical experiments with an optimal power flow algorithm based on parametric techniques,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 16, no. 3, pp. 374–379, August 2001.
- [73] E. C. Baptista, E. A. Belati, and G. R. M. da Costa, “A new solution to the optimal power flow problem,” in *2001 IEEE Porto Power Tech Conference*, (Porto, Portugal), September 2001.
- [74] W. Rosehart and J. A. Aguado, “Alternative optimal power flow formulations,” in *Proceedings of the 14<sup>th</sup> PSCC*, Session 41, Paper 4, (Sevilla, Spain), Power Systems Computation Conference, June 2002.
- [75] R. A. Jabr, A. H. Coornick, and B. J. Cory, “A primal-dual interior point method for optimal power flow dispatching,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 17, no. 3, pp. 654–662, August 2002.

- [76] A. J. A. Simões Costa and A. L. Costa, “Solução primal-dual de pontos interiores via rotações rápidas de givens,” in *XIV - Congresso Brasileiro de Automática*, (Natal, RN, Brasil), Setembro 2002.
- [77] E. J. de Oliveira, J. L. Rezende Pereira, H. J. C. P. Pinto, and E. S. Delvizio, “Solução de sistemas de potência mal condicionados usando a técnica de pontos interiores,” in *XIV - Congresso Brasileiro de Automática*, (Natal, RN, Brasil), Setembro 2002.
- [78] T. Menezes, C. Affonso, L. C. P. da Silva, F. Lima, V. F. da Costa, and S. Soares, “Pré-despacho da operação de sistemas de energia com otimização de reativos para a melhoria da margem de estabilidade de tensão,” in *XIV - Congresso Brasileiro de Automática*, (Natal, RN, Brasil), Setembro 2002.
- [79] E. A. Belati, V. A. de Souza, L. C. T. Nunes, and G. R. M. da Costa, “Newton’s method associated to the interior point method for optimal reactive dispatch problem,” in *2003 IEEE Bologna Power Tech Conference*, (Bologna, Italy), June 2003.
- [80] Y. Yuan, J. Kubokawa, T. Nagata, and H. Sasaki, “A solution of dynamic available transfer capability by means of stability constrained optimal power flow,” in *2003 IEEE Bologna Power Tech Conference*, (Bologna, Italy), June 2003.
- [81] W. D. Rosehart, C. A. Cañizares, and V. H. Quintana, “Effect of detailed power system models in traditional and voltage-stability-constrained optimal power flow problems,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 18, no. 1, pp. 27–35, February 2003.
- [82] V. A. de Souza, E. C. Baptista, and G. R. M. da Costa, “Modified barrier method for optimal power flow problem,” in *IEEE Power Engineering Society General Meeting*, (Denver, Colorado USA), June 2004.
- [83] A. Manzoni, G. N. Taranto, and D. M. Falcão, “A comparison of power flow, full and fast dynamic simulations,” in *Proceedings of the 14<sup>th</sup> PSCC*, Session 38, Paper 2, (Sevilla, Spain), Power Systems Computation Conference, June 2002.
- [84] P. Kundur, *Power System Stability and Control*. New York: McGraw-Hill, 1994.

- [85] J. Arrillaga, C. P. Arnold, and B. J. Harker, *Computer Modeling of Electric Power Systems*. New York: Wiley, 1983.
- [86] P. A. Löf, G. Anderson, and D. J. Hill, "Voltage dependent reactive power limits for voltage stability studies," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 10, pp. 220–228, February 1995.
- [87] M. Minoux, *Mathematical Programming: Theory and Algorithms*. New York: Wiley, 1986.
- [88] J. M. Martinez and S. A. Santos, *Métodos Computacionais de Otimização*. 20<sup>o</sup> Colóquio Brasileiro de Matemática, Rio de Janeiro: IMPA, Julho 1995.
- [89] A. E. Xavier, *Penalização Hiperbólica*. Tese de doutorado, Programa de Engenharia de Sistemas e Computação - COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Maio 1992.