

DETECÇÃO E LOCALIZAÇÃO ACÚSTICA EM ÁGUAS RASAS USANDO  
TRANSFORMADA WAVELET CONTÍNUA E OUTRAS TÉCNICAS ESPECTRAIS

José Roberto Motta da Silva

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS  
PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE  
FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS  
PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA  
ELÉTRICA.

Aprovada por:

---

Prof. Mariane Rembold Petraglia, Ph.D.

---

Prof. Carlos Eduardo Parente Ribeiro, D.Sc.

---

Prof. Webe João Mansur, Ph.D.

---

Prof. Jules Ghislain Slama, D.Sc.

---

Prof. Marco Antonio Grivet Mattoso Maia, Ph.D.

---

Prof. Geraldo Magela Pinheiro Gomes, D. Ensaes.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

MARÇO DE 2005

MOTTA DA SILVA, JOSÉ ROBERTO

Detecção e localização acústica em águas rasas usando transformada wavelet contínua e outras técnicas espectrais

[Rio de Janeiro] 2005

XVI, 126p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, D.sC., Engenharia Elétrica, 2005)

Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE

1. Processamento de sinais acústicos submarinos

2. Detecção passiva

3. Localização passiva a longa distância

4. Transformada wavelet contínua

I. COPPE/UFRJ II. Título (série)

Esta obra é dedicada, especialmente, aos meus pais, que souberam dar muito apoio nos momentos mais difíceis deste trabalho. Dedico, ainda, à memória do CARODIN de Dantas Sá pelo espírito marinho e pela antecipação do benefício de técnicas computacionais, como auxílio aos operadores dos sonares passivos dos submarinos brasileiros e, também, da Bacharelada em Física e M.Sc. em Engenharia Oceânica Martha Maria Dias Veiga por sua dedicação ao trabalho e por iniciar o emprego, no âmbito da Marinha, do tratamento discretos de sinais na acústica submarina.

# Agradecimentos

Ao Almirante Izidério de Almeida MENDES ao incentivar e permitir o início do doutorado em Engenharia Elétrica durante o seu comando no CIAW.

Ao IPqM, pelo fornecimento dos recursos necessários para conclusão desta tese.

Aos Profs. Mariane Rembold Petraglia e Carlos Eduardo Parente Ribeiro pela orientação, criando as condições necessárias e suficientes para o término deste estudo na COPPE - UFRJ.

Ao Prof. Teodoro Oniga pela experiência de longos anos, pelo apoio e pela dedicação transmitidos durante quase todo o trabalho.

Desejo ainda expressar um profundo agradecimento ao pessoal dos programas de engenharia elétrica, oceânica e biomédica, como também, e principalmente, aos que atuaram diretamente no desenvolvimento do assunto.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

DETECÇÃO E LOCALIZAÇÃO ACÚSTICA EM ÁGUAS RASAS USANDO  
TRANSFORMADA WAVELET CONTÍNUA E OUTRAS TÉCNICAS ESPECTRAIS

José Roberto Motta da Silva

Março / 2005

Orientadores: Mariane Rembold Petraglia

Carlos Eduardo Parente Ribeiro

Programa: Engenharia Elétrica

O sonar passivo, quando empregado a bordo de submarinos (convencionais ou nucleares), exige uma atenção constante do seu operador, o qual, submetido a um treinamento contínuo (às vezes, até exaustivo), fica preparado para que, durante a análise dos sinais captados, possa detectar, acompanhar, classificar e avaliar um conjunto de informações específicas extraídas de um universo constituído de uma infinidade de sons e ruídos, misturados e distorcidos, desenvolvendo, assim, uma capacidade operacional.

Este trabalho investiga a aplicação de várias técnicas de processamento de sinais na detecção passiva de uma fonte sonora no mar, na maior distância possível, e a localização dessas mesmas fontes, após a sua detecção. Quanto mais rápida for a detecção e, subseqüentemente, a localização da fonte, maior tempo disporá o comando para tomar as ações necessárias. A atividade foi desenvolvida através de uma experimentação em laboratório e por meio de métodos utilizados para a análise de sinais e para a modelagem analítica da propagação do som em águas rasas. Este trabalho é desenvolvido em duas partes: a primeira apresenta as teorias da propagação de sons em águas rasas e dos métodos de análise espectral, dando ênfase à utilização da transformada wavelet contínua, e a segunda apresenta os resultados obtidos na detecção e na localização passiva, utilizando sinais simulados e sinais gravados por um submarino da Marinha do Brasil.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

ACOUSTICAL DETECTION AND LOCALIZATION IN SHALLOW WATERS USING  
CONTINUOUS WAVELET TRANSFORM AND OTHERS SPECTRAL TECHNIQUES

José Roberto Motta da Silva

March / 2005

Advisors: Mariane Rembold Petraglia  
Carlos Eduardo Parente Ribeiro

Department: Electrical Engineering

The passive sonar, when used in submarines (conventional or nuclear), requires constant attention from his operator, who, being submitted to a continuous training (even exhaustive sometimes), becomes prepared to analyze the received signals in order to detect, track, classify, locate and evaluate a set of specific informations extracted from an infinity of sounds and noises, mixed, deformed, weakened, developing in this way an operational ability.

This work investigates the application of several signal processing techniques in the passive detection of an acoustics source in the ocean, as far as possible and the localization of these same sources, after its detection. The faster the detention and, subsequently, the localization of the source, more time the command will have to take the necessary actions. The activity was developed through an experimentation in laboratory by means of methods, used for the analysis of signals and for the modeling of the sound propagation in shallow waters (very common in the Brazilian coast). This work is developed in two parts: the first one presents the theories of the propagation of sounds in shallow waters and of the methods of spectral analysis, giving emphasis to the use of continuous wavelet transform, and second one presents the results reached in the passive detention and localization, using simulated signals and recorded signals for a submarine of the Brazilian Navy.

# Índice

<b>Agradecimentos</b> .....	<b>iv</b>
<b>Resumo</b> .....	<b>v</b>
<b>Abstract</b> .....	<b>vi</b>
<b>Folha de convenções</b> .....	<b>xiv</b>
<b>Capítulo 1 Introdução</b> .....	<b>1</b>
1.1 Acústica Submarina em Águas Profundas e em Águas Rasas .....	1
1.2 Propagação do Som no Mar .....	2
1.3 Ruídos irradiados por navios e submarinos.....	4
1.4 Detecção de Sinais Acústicos.....	5
1.5 Localização dos Alvos Detectados .....	6
1.6 Propósito da tese .....	6
1.7 Inovações na tese.....	8
<b>Capítulo 2 Propagação em águas rasas</b> .....	<b>9</b>
2.1 Introdução .....	9
2.2 Perda por propagação .....	10
2.3 Modelos de Propagação em Águas Rasas.....	10
2.3.1 Teoria dos Raios .....	10
2.3.2 Os Modos Normais .....	11
2.4 Reflexão e Refração nas interfaces.....	12
2.5 Solução geométrica da propagação em águas rasas.....	15
2.6 Solução Analítica da propagação em águas rasas.....	17
2.6.1 Equação da onda em coordenadas cilíndricas .....	17
2.6.2 Guia de onda ideal.....	19
2.6.3 Guia de onda real.....	23
2.7 Programas desenvolvidos para cálculo dos modos.....	28
2.8 Sinal de banda larga se propagando por modos .....	30
2.8.1 Exemplo de propagação por modos na Raia Acústica da Marinha .....	31
2.9 Frequência ótima de propagação .....	32
<b>Capítulo 3 Uso da transformada wavelet contínua</b> .....	<b>34</b>
3.1 Introdução .....	34
3.2 Definições .....	34
3.3 Histórico .....	35
3.4 Condições de Admissibilidade e Normalização .....	36

3.5	Função wavelet “mãe” de Morlet .....	38
3.6	Importância da transformada wavelet contínua na detecção de fenômenos isolados .....	39
3.7	Vantagens da transformada wavelet contínua.....	42
3.8	Algoritmos para cálculo da Transformada Wavelet Contínua.....	44
3.3.1	Geração da Morlet .....	44
3.3.2	Cálculo da CWT pela fft (a).....	45
3.3.3	Cálculo da CWT pela fft (b).....	46
3.3.4	Cálculo da CWT pela definição da transformada de Fourier .....	46
3.3.5	Cálculo da CWT pela correlação cruzada.....	47
3.3.6	Cálculo da CWT por convolução no domínio da frequência e transformada inversa de Fourier .....	47
3.3.7	Convolução da Morlet complexa com o sinal no domínio do tempo.....	48
3.3.8	Resultados obtidos com as diferentes técnicas .....	48
<b>Capítulo 4 Experimentos no Mar.....</b>		<b>50</b>
4.1	Descrição e propósito .....	50
4.2	Dados obtidos .....	52
4.3	Evolução do espectro .....	53
<b>Capítulo 5 Detecção à Longa Distância com Diferentes Técnicas .....</b>		<b>60</b>
5.1	Análise de Séries Temporais para a Detecção.....	60
5.2	Escolha de cenários.....	61
5.3	Relações sinal/ruído .....	63
5.4	Detecção quadrática .....	64
5.5	Detecção com a CWT .....	65
5.6	Detecção pela função de Correlação.....	67
5.7	Detecção pelo espectro de Welch .....	67
5.8	Detecção pela Transformada De Fourier de tempo curto (STFT) .....	68
5.9	Detecção pela Cepstrum .....	68
<b>Capítulo 6 Resultados para detecção à longa distância.....</b>		<b>69</b>
6.1	Introdução .....	69
6.2	Cenário 1 .....	69
6.3	Cenário 2 .....	74
6.4	Cenário 3 .....	79
6.5	Cenário 4 .....	83
6.6	Cenário 5 .....	87
6.7	Cenário 6 .....	91

6.8	Comentários finais .....	95
<b>Capítulo 7 Localização com técnicas passivas: teoria e resultados .....</b>		<b>97</b>
7.1	Introdução .....	97
7.2	Teoria de parâmetros invariantes em um guia de ondas em águas rasas .....	98
7.3	Obtenção de parâmetros a partir de gravações no mar .....	101
7.4	Comentários sobre os resultados .....	105
<b>Capítulo 8 Conclusões.....</b>		<b>107</b>
<b>Referências Bibliográficas .....</b>		<b>109</b>
<b>Anexo A Cálculo das constantes de propagação para</b>		
	<b>um guia de onda .....</b>	<b>116</b>
<b>Anexo B Demonstração do cálculo do valor módulo quadrado</b>		
	<b>da pressão sonora.....</b>	<b>118</b>
<b>Anexo C Espectro de potência.....</b>		<b>120</b>
C.1	Espectro de Welch.....	120
C.2	Cepstrum .....	123
<b>Anexo D Decimação.....</b>		<b>124</b>

# Índice de figuras

Figura 1.1: Submarino Tupi (S-30) da classe Tupi da Marinha do Brasil.....	4
Figura 2.1: Geometria de reflexão no fundo.....	12
Figura 2.2: Geometria de propagação em águas rasas com reflexão total na superfície e fundo rígido.....	15
Figura 2.3: Geometria geoacústica para o guia de onda em águas rasas.....	17
Figura 2.4: As duas primeiras autofunções para o guia de onda de Pekeris.....	22
Figura 2.5: As quatro primeiras autofunções para um guia de onda real.....	27
Figura 2.6: Pressão sonora em um guia de onda em águas rasas para a frequência de 147,5 Hz e profundidade no local igual a 22,4 m.....	29
Figura 2.7: Pressão sonora em um guia de onda em águas rasas para a frequência de 250 Hz e profundidade no local igual a 200 m.....	30
Figura 2.8: Evolução de espectros com avanço de 1dB em relação ao tempo.....	31
Figura 2.9: Curvas de frequências ótimas de propagação.....	33
Figura 3.1: A representação no tempo de funções wavelets mãe usuais: (a) Morlet (real e imaginária); (b) wavelet na forma de chapéu mexicano; (c) wavelet de Haar (negrito) e função escala; (d) wavelet 4 de Daubechies (negrito) e função escala; (e) wavelet 12 de Daubechies (negrito) e função escala; (f) wavelet 20 de Daubechies (negrito) e função escala.....	39
Figura 3.2: Grades retangulares tempo-frequência da STFT e da CWT.....	43
Figura 3.3: Gráfico das componentes da função de Morlet.....	44
Figura 3.4: Sinal $\Psi_{\cos}(t) + r(t)$ usado no teste dos algoritmos.....	45
Figura 3.5: Resultados das diferentes técnicas aplicadas ao sinal da Fig. 3.4.....	49
Figura 3.6: Resultados das diferentes técnicas superpostos.....	49
Figura 4.1: Deslocamento do alvo.....	51
Figura 4.2: Espectro de potência da gravação sonora do alvo S33-Passex_Fita01_Grv22.....	55
Figura 4.3: Espectro de potência da gravação sonora do alvo S33-Passex_Fita01_Grv22 após receber uma filtragem passa-baixa adicional.....	55
Figura 4.4: Espectro de potência da gravação sonora do alvo S33-Passex_Fita01_Grv22 após os máximos todos receberem um valor unitário..	56
Figura 4.5: Espectro de potência da gravação sonora do alvo S33-Passex_Fita01_Grv01.....	56
Figura 4.6: Espectro de potência da gravação sonora do alvo S33-Passex_Fita01_Grv18.....	57

Figura 4.7: Espectro de potência da gravação sonora do alvo S33- Passex_Fita01_Grv19. ....	57
Figura 4.8: Espectro de potência da gravação sonora do alvo S33- Passex_Fita01_Grv20. ....	58
Figura 4.9: Espectro de potência da gravação sonora do alvo S33- Passex_Fita01_Grv21. ....	58
Figura 4.10: Espectro de potência da gravação sonora do alvo S33- Passex_Fita01_Grv27. ....	59
Figura 4.11: Espectro de potência da gravação sonora do alvo S33- Passex_Fita01_Grv28. ....	59
Figura 5.1: Navio mercante transmitindo sinais de faixa larga em águas rasas. ....	61
Figura 5.2: Diagrama em blocos da seqüência de análise. ....	64
Figura 5.3: Resultados da detecção pela CWT para os cenários 1 e 2. ....	65
Figura 5.4: Plotagem 3D de uma das ocorrências do cenário 2 – corresponde ao ponto 1000. ....	66
Figura 5.5: Resultado da detecção de 8 tons discretos de curta duração pela CWT...	67
Figura 6.1: Resultados para o cenário 1 – $x(t) + r(t)$ . ....	70
Figura 6.2: a) $x(t)$ e $r(t)$ no tempo e b) Espectros de $x(t)$ e $r(t)$ normalizados. ....	71
Figura 6. 3: a) Funções de correlação para $x(t)$ e $r(t)$ e b) Cepstra de $x(t)$ e de $r(t)$ . ....	72
Figura 6.4: a) espectros de $x(t)$ com diferentes técnicas e b) espectros de $r(t)$ com diferentes técnicas. ....	73
Figura 6.5: Ganhos em relação à detecção quadrática para CWT e STFT. ....	74
Figura 6.6: Resultados para o cenário 2 – $\psi_{\cos}(t) + r(t)$ . ....	75
Figura 6.7: a) Representação de $\psi_{\cos}(t) + r(t)$ e $r(t)$ no tempo e b) espectros de $\psi_{\cos}(t) + r(t)$ e $r(t)$ . ....	77
Figura 6.8: a) Função de correlação para $\psi_{\cos}(t) + r(t)$ e $r(t)$ e b) cepstra para $\psi_{\cos}(t)$ $+ r(t)$ e $r(t)$ . ....	77
Figura 6.9: (a) Espectros para $\psi_{\cos}(t) + r(t)$ por diferentes técnicas e (b) Espectros para $r(t)$ por diferentes técnicas. ....	78
Figura 6.10: a) Resultados da detecção para $\psi_{\cos}(t) + r(t)$ , para STFT e CWT e b) Resultados da detecção para $r(t)$ , para STFT e CWT. ....	78
Figura 6.11: Resultados para o cenário 3 – $\psi_{\cos}(t) + r(t)$ . ....	80
Figura 6.12: a) Representação de $\psi_{\cos}(t) + r(t)$ e $r(t)$ no tempo e b) espectros de $\psi_{\cos}(t) + r(t)$ e $r(t)$ . ....	81
Figura 6.13: a) Função de correlação para $\psi_{\cos}(t) + r(t)$ e $r(t)$ e b) cepstra para $\psi_{\cos}(t)$ $+ r(t)$ e $r(t)$ . ....	82

Figura 6.14: (a) Espectros para $\psi_{\cos}(t) + r(t)$ por diferentes técnicas e (b) Espectros para $r(t)$ por diferentes técnicas.....	82
Figura 6.15: a) Resultados da detecção para $\psi_{\cos}(t) + r(t)$ , para STFT e CWT e b) Resultados da detecção para $r(t)$ , para STFT e CWT.....	83
Figura 6.16: Resultados para o cenário 4 – $\psi_{\cos}(t) + r(t)$ . ....	84
Figura 6.17: a) Representação de $\psi_{\cos}(t) + r(t)$ e $r(t)$ no tempo e b) espectros de $\psi_{\cos}(t) + r(t)$ e $r(t)$ . ....	85
Figura 6.18: a) Função de correlação para $\psi_{\cos}(t) + r(t)$ e $r(t)$ e b) cepstra para $\psi_{\cos}(t) + r(t)$ e $r(t)$ . ....	86
Figura 6.19: (a) Espectros para $\psi_{\cos}(t) + r(t)$ por diferentes técnicas e (b) Espectros para $r(t)$ por diferentes técnicas.....	86
Figura 6. 20: a) Resultados da detecção para $\psi_{\cos}(t) + r(t)$ , para STFT e CWT e b) Resultados da detecção para $r(t)$ , para STFT e CWT.....	87
Figura 6.21: Resultados para o cenário 5 – $x(t) + r_5(t)$ . ....	88
Figura 6.22: a) $x(t)$ e $r_5(t)$ no tempo e b) Espectros de $x(t)$ e $r_5(t)$ normalizados.....	89
Figura 6.23: a) Funções de correlação para $x(t) + r_5(t)$ e $r_5(t)$ e b) Cepstrum do $r_5(t) + r_5(t)$ e do $r_5(t)$ . ....	90
Figura 6.24: a) Espectros de $x(t) + r_5(t)$ para diferentes técnicas e b) Espectros de $r_5(t)$ para diferentes técnicas.....	90
Figura 6.25: Ganhos em relação à detecção quadrática para CWT e STFT. ....	91
Figura 6.26: Resultados para o cenário 6 – $r(t)$ . ....	92
Figura 6.27: a) $r_1(t)$ e $r(t)$ no tempo e b) espectros de $r_1(t)$ e $r(t)$ .....	93
Figura 6.28: a) funções de correlação para $r_1(t)$ e $r(t)$ e b) cepstrum do $r_1(t)$ e $r(t)$ .....	93
Figura 6.29: a) espectros para o resultado de diferentes técnicas (a) $r_1(t)$ e (b) $r(t)$ .....	94
Figura 6. 30: Relações S/N na saída para STFT e CWT. ....	94
Figura 7.1: Evolução de espectros para a gravação 22. ....	101
Figura 7.2: Esquema para extração de parâmetros das estrias.....	102
Figura 7.3: Valores de $\beta$ e distância para a gravação 22. ....	104
Figura 7.4: Histograma de valores de $\beta$ e plotagem de $\beta$ vs distância. ....	105
Figura D.1: Diagrama em bloco do decimador com redução da taxa de amostragem por um fator M. ....	125
Figura D.2: O circuito de decimação completo.....	126
Figura D.3: Ilustração de um processo de decimação. ....	126

# Índice de Tabelas

Tabela 2.1: Valores encontrados na primeira simulação para cálculo dos parâmetros básicos de modos. ....	28
Tabela 2.2:Valores encontrados na segunda simulação para cálculo dos parâmetros básicos de modos. ....	29
Tabela 4.1: Gravações a bordo de um submarino classe Tupi. ....	53

# Folha de convenções

ângulo de incidência na água para o m-ésimo modo, expresso em graus	$\theta_m$
ângulo de fase na superfície	$\Phi_{ar}$
ângulo de fase no fundo	$\Phi_f$
celeridade na camada mais externa, expressa em metros/segundo	$c_2$
celeridade na camada mais interna, expressa em metros/segundo	$c_3$
celeridade de fase para o m-ésimo modo, expressa em metros/segundo	$v_{r,m}$
celeridade de grupo para o m-ésimo modo, expressa em metros/segundo	$u_{r,m}$
celeridade do som na água, expressa em metros/segundo	$c_1$
coeficiente de atenuação do m-ésimo modo	$\delta_m$
coeficiente de reflexão na superfície	$\mathfrak{R}_{ar}$
coeficiente de reflexão no fundo	$\mathfrak{R}_f$
componente horizontal do comprimento de onda para o m-ésimo modo	$\kappa_m$
componente vertical do comprimento de onda para o m-ésimo modo	$\gamma_m$
conjugado complexo da função de escala a e deslocamento b da transformada wavelet contínua	$\overline{\Psi_{a,b}}$
coordenadas cartesianas	x, y e z
comprimento de onda, expresso em metros	K

densidade na água, expressa em $\text{kg/m}^3$	$\rho_1$
densidade na camada mais externa, expressa em $\text{kg/m}^3$	$\rho_2$
densidade na camada mais interna, expressa em $\text{kg/m}^3$	$\rho_3$
distância de avanço	$\Delta R$
excitação da fonte para o m-ésimo modo	$q_m$
fluxo médio de energia (valor proporcional), para o m-ésimo modo	$v_m$
freqüência angular, expressa em radianos/segundo	$\omega$
freqüência central da wavelet mãe de Morlet	$m_o$
freqüência de amostragem	$f_a$
freqüência do sinal, expressa em Hz ou kHz	$f$
logarítmico neperiano	$\ln$
onda caminhando para baixo	$Z \downarrow$
onda caminhando para cima	$Z \uparrow$
potencial sonoro	$\varphi$
potência da fonte	$\Pi$
pressão atmosférica acrescida da pressão devida à coluna d'água, expressa em $\text{N/m}^2$	$P_a$
profundidade da fonte	$Z_o$
profundidade do local, expressa em metros	$H$
profundidade do receptor	$z$
raiz quadrada de $-1$	$j$
salinidade, expressa em partes por mil	$S$

impulso discreto	$\delta(n)$
temperatura, expressa em °C	T
transformada rápida de Fourier	fft
transformada wavelet contínua (CWT)	C(a,b)
transformada de Fourier do espectro da fonte	S( $\omega$ )
wavelet mãe de Morlet	$\Psi(t)$

# Capítulo 1.

## Introdução

### 1.1 Acústica Submarina em Águas Profundas e em Águas Rasas

Durante muitos séculos, os progressos científicos e tecnológicos foram responsáveis pelo avanço no conhecimento dos oceanos. Entretanto, mesmo com todo este avanço, os oceanos continuam sendo bastante desconhecidos, mesmo no cenário atual em que se encontra a humanidade. A situação não se modifica, e até se complica, quando se procura conhecer as regiões mais profundas dos oceanos.

Quais são as opções para obtenção de informações a distância? As condições biológicas, físicas e geológicas no oceano são fatores que alteram significativamente as condições de propagação dos sinais baseados em ondas eletromagnéticas, a ponto de não permitir que as ondas eletromagnéticas, em geral, com exceção da faixa da luz visível, e sinais de muito baixa frequência, consigam percorrer maiores distâncias.

Observando determinados animais, particularmente os morcegos no ar e golfinhos e baleias no próprio oceano, que se orientam, se comunicam e caçam, utilizando-se de sinais sonoros, os pesquisadores passaram a testar a propagação do som para fins de comunicação através do meio aquoso e posteriormente para detectar, classificar, estimar distâncias e acompanhar objetos submersos; a Ciência Acústica submarina ou Oceanografia Acústica ganhou então um grande impulso, principalmente a partir do início do século XX.

O afundamento do navio de passageiros Titanic (1912) e o começo da Primeira Guerra Mundial (1914) foram grandes aceleradores da pesquisa submarina. Historicamente, somente em 1918 foi possível demonstrar o uso prático do som na água; porém, a utilização intensiva de um equipamento para a detecção dos navios que se deslocam primordialmente submersos cresceu durante a Segunda Guerra Mundial, com o uso de equipamento denominado “sonar” (SONAR é o acrônimo em inglês de “sound navigation and ranging”, que significa navegação e medição de distância por meio do som). Todavia, o uso militar não limitou o uso do sonar. Os empregos civis da acústica submarina, destacando-se as atividades sísmicas, geológicas, de pesca e busca de objetos submersos, também contribuíram e vêm

contribuindo para o aumento da produção dos equipamentos sonares em grande escala.

Um outro fator que contribuiu para o desenvolvimento de equipamentos baseados em sinais sonoros foi o crescimento das técnicas mais modernas de processamento de sinais, inclusive com a utilização da tecnologia de semicondutores, notadamente a partir da década de 1960.

Os sonares pertencem a dois grandes grupos:

- os ativos, cuja característica principal é a emissão de um pulso sonoro, cujo eco de retorno detalhará não só as informações pertinentes dos alvos detectados como também das características ambientais existentes no local;

- os passivos, motivantes desta tese, cuja característica principal é a de extrair as informações características dos alvos detectados e das condições ambientais a partir dos sinais captados nos sensores de recepção.

## 1.2 Propagação do Som no Mar

As condições ambientais, que variam com a temperatura da água, a salinidade do mar e a pressão, modificam-se com o tempo, dia do ano, profundidade, posição geográfica e proximidades dos rios e geleiras.

O parâmetro mais importante do oceano é a velocidade (ou celeridade) do som. Uma fórmula simplificada, em função do ambiente é dada por [69]:

$$c = 1449,2 + 4,6T - 0,055T^2 + 0,00029T^3 + (1,34 - 0,010T)(S - 35) + 1,58 \times 10^{-6}Pa \quad (1.1)$$

onde  $c$  é a celeridade do som (m/s),  $T$  é a temperatura ( $^{\circ}C$ ),  $S$  é a salinidade (partes por mil:  $\frac{0}{00}$ ), e  $Pa$  é a pressão devida à coluna d'água ( $N/m^2$ )

Note-se que, em primeira aproximação, a variação de  $c$  com  $T$  é linear. A última parcela ( $1,58 \times 10^{-6}Pa$ ) pode ser aproximada por  $0,016H$ , onde  $H$  é a profundidade em metros. Uma representação gráfica bastante empregada na acústica submarina é o perfil de  $c$  em função da profundidade,  $c(z)$ .

Uma fórmula mais completa, que para  $-4^{\circ} < T < 30^{\circ} \text{ C}$ ,  $1 \text{ kg/cm}^2 < P < 1.000 \text{ kg/cm}^2$  e  $0 < S < 37 \text{ ‰}$  fornece  $c$  com precisão de  $\pm 0,3 \text{ m/s}$ , é a de Wilson [77]:

$$c = 1.449,14 + V_T + V_P + V_S + V_{STP}, \text{ m/s} \quad (1.2)$$

onde:

$$V_T = 4,5721T - 4,4532 \times 10^{-2}T^2 - 2,6045 \times 10^{-4}T^3 + 7,9851 \times 10^{-6}T^4$$

$$V_P = 1,60272 \times 10^{-1}P + 1,0268 \times 10^{-5}P^2 + 3,5216 \times 10^{-9}P^3 - 3,3603 \times 10^{-12}P^4$$

$$V_S = 1,39799 \times (S - 35) + 1,69202 \times 10^{-3} (S - 35)^3$$

$$V_{STP} = (S - 35) \left( -1,1244 \times 10^{-2}P^2 + 3,1580 \times 10^{-8}PT + 1,5790 \times 10^{-9}PT^2 \right) +$$

$$+ P \left( -1,8007 \times 10^{-4}T + 7,4812 \times 10^{-6}T^2 + 4,5283 \times 10^{-8}T^3 \right) +$$

$$+ P^2 \left( -2,5294 \times 10^{-7}T + 1,8563 \times 10^{-9}T^2 \right) - P^3 \times 1,9646 \times 10^{-10}T.$$

O ambiente influencia os sinais captados pelos sonares passivos [2], destacando-se a existência de uma grande perda da intensidade sonora, provocada pela absorção dos sinais de frequências elevadas. Vários experimentos verificaram que as componentes do espectro podem se propagar a longa distância, atravessando oceanos. Parece que dois fenômenos são responsáveis pela possibilidade da propagação a grandes distâncias com frequências baixas: perdas de absorção reduzidas e estratificação do oceano, o que pode fazer concentrar a energia acústica dentro de vários dutos e percursos.

Há uma diferença primordial entre a propagação em águas rasas e em águas profundas, a ser aprofundada ao longo da tese; essa classificação pode ser caracterizada pelo valor do parâmetro  $kH$ , onde  $k$  é o número de onda ( $k = 2\pi/\lambda$ , sendo  $\lambda$  o comprimento de onda, expresso em metros) e  $H$  é a profundidade no local, em metros. Valores do parâmetro abaixo de 10 ( $kH \leq 10$ ) estão associados às águas rasas e valores de  $kH \gg 10$  às águas profundas. Pode-se considerar, de uma maneira geral, que na plataforma continental (profundidades de até 200 m) e com frequências abaixo de 800 Hz se tem um cenário de águas rasas.



**Figura 1.1: Submarino Tupi (S-30) da classe Tupi da Marinha do Brasil.**

### **1.3 Ruídos irradiados por navios e submarinos**

As principais fontes geradoras de ruídos são:

- Sistema de propulsão: inclui as máquinas, as engrenagens redutoras, o eixo principal, os mancais e os acessórios.

- Hélice: embora seja parte integrante do sistema propulsor, é analisado separadamente, por causa da diferença significativa do sinal acústico por ele gerado em relação aos sinais gerados pelas outras partes;

- Máquinas auxiliares: estão incluídos os sistemas elétricos e os mecânicos não relacionados ao sistema de propulsão, abrangendo: ar condicionado, geradores elétricos e bombas.

Em geral, o espectro acústico do ruído irradiado pode conter:

- componentes de banda larga associadas à cavitação do hélice;

- componentes de faixa estreita, identificadas como *linhas discretas* (ou *tonais*, ou *conspícuas*) associadas às máquinas, engrenagens, etc.

O espectro irradiado será função principalmente da velocidade e da profundidade, além de outros fatores menos relevantes. Esses sinais irradiados podem ser detectados por submarinos. A ênfase deste trabalho está na detecção antecipada e na localização de outros navios, a partir dos seus níveis sonoros irradiados, na superfície ou não, por meio de sistemas de sonar passivos existentes a bordo de submarinos, como o da Figura 1.1, da Marinha do Brasil.

Estes sinais combinados compõem a *assinatura acústica* da embarcação (que quando observada por um submarino, é considerada como alvo). A assinatura acústica é uma medida normalmente relacionada aos alvos que estão a curta distância e seus componentes são convertidos a uma distância de referência de 1 metro utilizando a lei de perdas geométricas (que pode ser esférica, quando se trata de águas profundas, ou sensivelmente cilíndrica, em águas rasas). Por causa do alto grau de complexidade das influências que o sinal acústico sofre durante a sua propagação no oceano, o sinal medido a uma certa distância pode ser significativamente diferente do sinal medido a curta distância, sobretudo em decorrência das atenuações das componentes de altas frequências.

#### **1.4 Detecção de Sinais Acústicos**

Detecção, acompanhamento, localização e classificação são etapas do processo global de detecção de um sonar passivo. É desejável que a detecção seja o mais antecipado possível, i.e., na maior distância possível, pois quanto mais longe for a detecção, mais tempo disponível existirá para as diversas ações por parte do submarino receptor.

Será apresentado como a propagação em águas rasas pode alcançar grandes distâncias, em decorrência de reflexão total no fundo e na superfície (perdas cilíndricas) e pouca absorção no caso de baixas frequências.

A interação com superfície e fundo, gera o que se chama de propagação por modos e a aparição de um padrão de interferências no receptor. É preciso tirar partido

de todas essas peculiaridades na detecção e na localização de alvos submersos ou na superfície do mar.

### **1.5 Localização dos Alvos Detectados**

De acordo com Knight et al [26], a estimação em um sonar passivo é frequentemente associada à localização de um alvo que já tenha sido detectado. A localização é essencialmente um problema de estimação de parâmetros de interesse:

- distância do alvo;
- ângulo de marcação do alvo ("azimuth angle"); e
- ângulo de depressão / elevação do alvo.

Em geral, as quantidades medidas são funções não lineares dos parâmetros de localização.

### **1.6 Propósito da tese**

Vista a importância da detecção de sinais acústicos submarinos, este trabalho investigará a aplicação de várias técnicas espectrais, buscando verificar possíveis vantagens da transformada wavelet contínua (CWT) com a função "mãe" de Morlet (Morlet) na detecção e localização passiva de uma fonte sonora no mar em águas rasas, na maior distância possível.

A localização de fontes sonoras por métodos passivos sempre foi um desafio e continua sendo para os submarinos. Neste trabalho investiga-se também a possibilidade de localização da fonte sonora com algumas técnicas espectrais.

Este trabalho encontra-se dividido em sete capítulos.

O Capítulo 2 apresenta a teoria da propagação por modos em águas rasas, sem perdas no fundo (caso ideal) e com perdas (caso real), culminando com a representação da pressão sonora por uma soma de modos normais para sinais gerados a partir de uma única frequência com a possibilidade de propagar à longa distância e os resultados dos programas desenvolvidos para cálculo da pressão

sonora nas condições anteriormente descritas. São analisados também os sinais de banda larga se propagando por modos e uma faixa de frequência ótima para propagação em águas rasas.

No Capítulo 3 é feita uma descrição completa da CWT e sua equivalência com a Transformada de Fourier de Tempo Curto (STFT), detalhes de algoritmos para cálculo da transformada, sendo mostrado ao final que todas as técnicas produzem o mesmo resultado, sendo comparado o tempo de processamento.

No Capítulo 4 é comentada a necessidade de se ter uma modelagem numérica para simular a propagação em águas rasas e são apresentados os experimentos no mar realizados pela Marinha do Brasil e seus objetivos, os dados obtidos que foram catalogados pelo órgão de pesquisa voltado para acústica submarina e fornecidos para o estudo em pauta, análise espectral de alguns sinais de alvos gravados e a correspondente seleção dos sinais com características relevantes a serem utilizados para se testar os algoritmos de detecção e localização.

No Capítulo 5 são descritos os cenários utilizados nos testes das diferentes técnicas para a detecção a longa distância e os métodos desenvolvidos para elaboração das técnicas empregadas.

No Capítulo 6 são apresentados os resultados obtidos pela detecção, e é feita uma comparação destes resultados entre diversas técnicas de processamento de sinais acústicos para a detecção a longa distância.

No Capítulo 7 é apresentada a teoria dos parâmetros invariantes em um guia de ondas em águas rasas e os resultados obtidos, relacionados à estimação da distância.

No Capítulo 8 são apresentadas as conclusões e algumas sugestões para futuros trabalhos.

## 1.7 Inovações na tese

Antecipam-se aqui alguns dos tópicos considerados como contribuição da tese nessa área de conhecimento.

Foram desenvolvidos e testados seis algoritmos para cálculo da CWT e os seus tempos de processamento foram comparados.

Foi comprovado que sinais com estruturas de modos por cavitação de navio de superfície podem ser detectados e analisados em tempo real por submarinos, mesmo a partir de hidrofones omnidirecionais; essa análise pode gerar informações operativas importantes.

Foram estabelecidos cenários compatíveis com os diferentes tipos de propagação em águas rasas, o que permitiu que as diferentes técnicas de detecção fossem testadas nesta aplicação.

Testes de detecção com os diferentes cenários, revelando as vantagens das técnicas CWT e STFT no caso de sinais de faixa estreita ou sinais propagando-se por modos no limiar de serem observados.

Foram efetuados testes de detecção com sinais simulados para os diferentes cenários, revelando as vantagens das técnicas CWT e STFT no caso de sinais de faixa estreita ou sinais propagando-se por modos no limiar de serem observados. Para os sinais de faixa larga, as técnicas de espectro, de cepstrum e de correlação se mostraram vantajosas na detecção.

Utilizou-se a teoria dos parâmetros invariantes em um guia de ondas em águas rasas para obter uma estimativa de distância da fonte, tendo-se um conhecimento prévio de parâmetros: variação da distância, frequência básica, faixa de frequência em torno da frequência básica e termo invariante do guia de onda.

# Capítulo 2.

## Propagação em águas rasas

### 2.1 Introdução

Neste capítulo são estudadas o problema da propagação em águas rasas e baixas frequências. Será visto que devido à diferença de impedâncias acústicas entre água e ar, a reflexão na superfície é total, com mudança de fase de 180 graus. No fundo, se a velocidade de propagação no sedimento é maior do que na água, o que é o mais comum, para ângulos de incidência maiores do que um determinado valor, a reflexão também é total. Dessa forma, pode-se ter uma onda de baixa frequência (poucas perdas por absorção) se propagando com reflexão total entre duas fronteiras, isto é, com perdas cilíndricas; isto é garantia de longos alcances. Há um outro fator interveniente: após reflexões no fundo e superfície, a onda pode interferir com ela mesma de forma construtiva ou destrutiva. No caso construtivo, garante-se a propagação a grandes distâncias só que segundo algumas formas (modos) discretas.

Começa-se mostrando a reflexão total na superfície e no fundo. Em seguida, obtém-se uma solução geométrica para a situação de interferência construtiva. A solução encontrada é a mesma obtida depois na solução analítica da equação da onda para as mesmas condições de contorno.

O capítulo mostra então que sinais de baixa frequência podem se propagar por modos a grandes distâncias em águas da plataforma continental. Esse fato será explorado nos Capítulos 5 e 6 com a detecção de sinais de banda larga com estrutura de modos por meio de diferentes técnicas espectrais.

Ao final do capítulo comenta-se a possibilidade de existência de frequências ótimas de propagação, nesse esquema de propagação por modos. Esse fato será explorado nos Capítulos 5 e 6 com a detecção de sinais por meio de wavelets.

## 2.2 Perda por propagação

Uma onda sonora se propagando em águas rasas apresenta perdas geométricas, perdas por absorção e perdas por reflexão na superfície e no fundo. As duas primeiras categorias são de fácil determinação: perdas esféricas até a ensonificação completa do canal de propagação e perdas cilíndricas daí para frente [56]; nas perdas geométricas a pressão decresce com o inverso da distância e na cilíndrica com o inverso da raiz quadrada da distância. Os fatores que afetam a perda de propagação são: o afastamento da fonte ao sonar, a profundidade da fonte e condições climáticas e sazonais, conforme descrito em [43].

As perdas por absorção são consideradas pouco relevantes na faixa de frequências até 800 Hz – o coeficiente de absorção em 500 Hz, neste caso, é da ordem de  $2 \times 10^{-2}$  db/km.

## 2.3 Modelos de Propagação em Águas Rasas

Vários foram os modelos matemáticos empregados no estudo da propagação do som e ainda não se tem um modelo único, tal a complexidade dos fatores intervenientes, o que exige simplificações que só valem para determinadas faixas de variação dos parâmetros. O modelo mais simples, que admite uma lei de divergência esférica (para águas profundas) ou cilíndrica (para águas rasas), não consegue representar corretamente a propagação. Duas são as metodologias correntemente utilizadas para descrever a propagação do som no mar: uma inspirada pela óptica, que é a teoria dos raios, e outra baseada nos modos normais, derivada da teoria das vibrações acústicas no estudo dos instrumentos musicais.

### 2.3.1 Teoria dos Raios

A teoria dos raios (Newton, Huygens, Fresnel) [69] é normalmente válida, em águas rasas, para pequenas distâncias e comprimentos de onda  $\lambda < H/10$ .

A maneira como se propaga uma perturbação de densidade (i.e., uma modificação brusca da pressão, temperatura, salinidade) dentro de um fluido pode ser descrita pela aplicação do princípio de Huygens, em virtude do qual cada ponto da frente de onda (esférica, num meio isotrópico) pode ser considerado como fonte de ondas secundárias que se movem para frente e cuja envoltória constitui uma nova

frente de onda, na distância de avanço  $\Delta R$ , sendo  $\Delta R = c \Delta t$ . A reflexão sobre uma superfície plana, a refração e a lei de Snell (para cuja dedução intervém também o princípio de Fermat do caminho mínimo), a difração, a interferência e outros aspectos do comportamento da onda sonora podem ser descritos satisfatoriamente através da aplicação do princípio de Huygens, mas quando as distâncias são grandes a complexidade dos cálculos torna a teoria dos raios de difícil manuseio. Há, contudo, uma tendência, ultimamente, de combinar essa teoria com a dos sistemas caóticos na interpretação dos problemas de inversão (ou seja, de procurar um modelo matemático que otimize a aderência às características do sinal recebido, possibilitando deduzir a distância do alvo). A teoria de Raios não será usada neste trabalho.

### **2.3.2 Os Modos Normais**

A teoria dos modos normais é válida para grandes distâncias (dezenas a milhares de quilômetros) e freqüências moderadas ou baixas.

No trabalho feito por Veiga [72] para a Estação Acústica da Marinha, encontra-se uma descrição prática da propagação em águas rasas, obtendo-se os espectros acústicos gerados pelo movimento da fonte em linha reta. O modelo obtido reforça a teoria dos modos normais, quando mostra que as ondas sonoras diretas e refletidas pelas fronteiras, fundo e superfície, interferem entre si.

No registro obtido, certas freqüências foram reforçadas, enquanto que outras foram diminuídas ou canceladas. O padrão evolui (muda) com a mudança da geometria (distância). Os parâmetros que influenciam esses resultados são a profundidade, a distância e as características do fundo (parâmetros geoacústicos) e do meio (perfil de velocidade de propagação). Os fenômenos físicos envolvidos são a refração, a reflexão na superfície e no fundo, a atenuação e as interações com o fundo e sua natureza.

Os modos normais são combinações aditivas ou subtrativas para satisfazer às condições de fronteira e fonte de interesse. O resultado é uma função matemática que é particularmente adequada para descrição da propagação do som em águas rasas.

Algumas propriedades da teoria dos modos normais são:

- as condições de fronteiras reais acarretam dificuldades de cálculo;

- a função da fonte é facilmente inserida;
- requer um programa computacional, exceto em casos limites quando existe uma resposta analítica,
- e apresenta dificuldades computacionais em todos os casos, exceto em condições de fronteiras muito simples.

A teoria é válida para todas as freqüências da fonte, porém, é principalmente útil para baixas freqüências (poucos modos).

Os modos normais serão estabelecidos nas seções 2.5 e 2.6.

## 2.4 Reflexão e Refração nas interfaces

Os procedimentos para cálculo da reflexão e transmissão usam as soluções dos sinais no meio superior e no meio inferior e ajuntam-nos junto às fronteiras. Essas condições de ajuste são denominadas condições de fronteiras. Utilizam-se duas hipóteses:

1. a interface não tem pressão em excesso em um dos lados ou em ambos;
2. os meios mantêm contatos na interface enquanto o sinal reflete e passa através da interface.

Em geral, quando uma onda plana,  $p_{in}$  está incidindo sobre uma fronteira plana entre dois meios, pode-se esperar duas resultantes, uma,  $p_{re}$ , refletida de volta para o primeiro meio da fronteira e a outra,  $p_2$ , refratada para o segundo meio. Ver Figura 2.1.

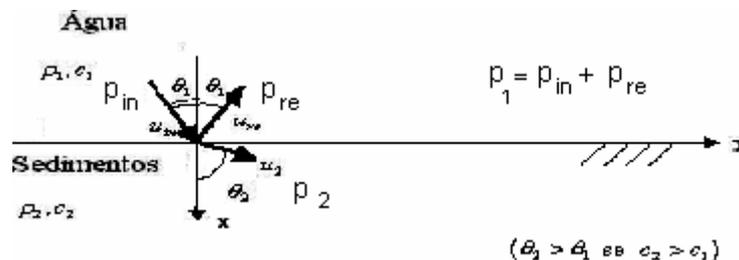


Figura 2.1: Geometria de reflexão no fundo.

Matematicamente, tem-se, a partir da primeira condição [10]:

$$p_{in} + p_{re} = p_1 \quad (2.1)$$

As condições de contorno, que devem ser satisfeitas ao longo das interfaces e a qualquer tempo, devem preservar a continuidade da velocidade vertical das partículas e a da pressão. Portanto:

$$u_{in} \cos \theta_1 + u_{re} \cos \theta_1 = u_2 \cos \theta_2 \quad (2.2)$$

onde  $\theta_1$  é o ângulo de incidência e  $\theta_2$  o ângulo de refração.  $\theta_1$  e  $\theta_2$  estão relacionados pela seguinte lei:

$$\frac{\text{sen } \theta_1}{c_1} = \frac{\text{sen } \theta_2}{c_2} \quad (\text{lei de Snell-Descartes}). \quad (2.3)$$

Usam-se  $\rho_1 c_1 u_{in} = \varphi_{in}$  para a onda refletida descendente (direção +z) e para a onda refletida ascendente (direção -z),  $\rho_2 c_2 u_{re} = \varphi_2$ . Portanto, tem-se:

$$\begin{aligned} p_{in} &= \rho_1 c_1 u_{in} \\ p_{re} &= -\rho_1 c_1 u_{re} \\ p_2 &= -\rho_2 c_2 u_2 \end{aligned} \quad (2.4)$$

Substituindo (2.2) em (2.4), tem-se a segunda condição:

$$p_{in} \frac{\cos \theta_1}{\rho_1 c_1} - p_{re} \frac{\cos \theta_1}{\rho_1 c_1} = p_2 \frac{\cos \theta_2}{\rho_2 c_2} \quad (2.5)$$

A solução simultânea para os coeficientes de reflexão e transmissão  $\mathfrak{R}_{12} = \varphi_{re}/\varphi_{in}$  e  $\mathfrak{T}_{12} = \varphi_2/\varphi_{in}$ , respectivamente:

$$\mathfrak{R}_{12} = \frac{\rho_2 c_2 \cos \theta_1 - \rho_1 c_1 \cos \theta_2}{\rho_2 c_2 \cos \theta_1 + \rho_1 c_1 \cos \theta_2} \quad (2.6)$$

$$\mathfrak{R}_{12} = \frac{2\rho_2 c_2 \cos \theta_1}{\rho_2 c_2 \cos \theta_1 + \rho_1 c_1 \cos \theta_2} \quad (2.7)$$

onde

$$\theta_2 = \text{sen}^{-1} \left( \frac{c_2}{c_1} \text{sen} \theta_1 \right) \quad (2.8)$$

As equações (2.3) e (2.8) aplicam-se a todos os ângulos de incidência e todas as razões  $c_2/c_1$ . Para  $c_2 < c_1$ ,  $(c_2/c_1)\text{sen} \theta_1$  é menor do que 1 para todos os ângulos de incidência.

No caso  $c_2 > c_1$  conduz à condição importante de “reflexão total”. Como  $(c_2/c_1)\text{sen} \theta_1$  tende para 1,  $\theta_2$  tende para  $90^\circ$  e torna-se  $90^\circ$  para  $\text{sen} \theta_1 = c_1/c_2$ . Este é o ângulo crítico  $\theta_c$ , que é dado pela expressão:

$$\text{sen} \theta_c = \frac{c_1}{c_2} \quad (2.9)$$

Os ângulos de incidência maiores do que os ângulos críticos são manipulados pela equação (2.3) e pela relação  $\cos^2 a + \text{sen}^2 a = 1$ , para calcular  $\cos \theta_2$ . Assim, pode-se obter  $\theta_2$ :

$$\begin{aligned} \text{sen} \theta_2 &= \frac{c_2}{c_1} \theta_1 \\ \cos \theta_2 &= \pm j b_2 \end{aligned} \quad (2.10)$$

onde  $b_2 = [(c_2/c_1)^2 \text{sen} \theta_1 - 1]^{1/2}$ . Escolhe-se o sinal menos para fazer com que o sinal seja atenuado exponencialmente no sedimento 1. Usando ,  $\mathfrak{R}_{12}$  torna-se:

$$\mathfrak{R}_{12} = \frac{\rho_2 c_2 \cos \theta_1 + j \rho_1 c_1 b_2}{\rho_2 c_2 \cos \theta_1 - \rho_1 c_1 b_2}, \text{ para } \theta_1 > \theta_c. \quad (2.11)$$

O numerador é o conjugado complexo do denominador e o quadrado absoluto de  $\mathfrak{R}_{12}$  é igual a 1. Para ângulos maiores do que o  $\theta_c$ , escreve-se:

$$\mathfrak{R}_{12} = e^{+2j\Phi} \quad (2.12)$$

onde

$$\Phi = \text{tg}^{-1} \frac{b_2 \rho_1 c_1}{\rho_2 c_2 \cos \theta_1} \quad (2.13)$$

Para reflexão total, o sinal apresenta um retardo de fase igual a  $2\Phi$  [10].

Para um guia de onda ideal, que será estudado detalhadamente na seção 2.6.2,  $\Phi_{ar}$  é a mudança de fase na superfície é igual a  $\pi$  e é a mudança de fase no fundo é igual a  $\Phi$ .

## 2.5 Solução geométrica da propagação em águas rasas

Analisando geometricamente a Figura 2.2, pode-se calcular a diferença de fase para uma onda se deslocando entre A e D, como sendo a soma da fase espacial mais as fases decorrentes da reflexão na superfície e no fundo, ou seja,  $\phi = k(AB + BC + CD) + \Phi_{ar} + \Phi_f$ . Considera-se que a onda interfere com ela mesma em D.

Divide-se o deslocamento em segmentos de reta AB, BC e CD, que corresponde ao percurso do alvo se propagando. Para que a onda sobreviva é preciso então que  $\phi$  seja igual a  $2m\pi$ , onde  $m$  são valores discretos iguais a 1, 2, 3, ...

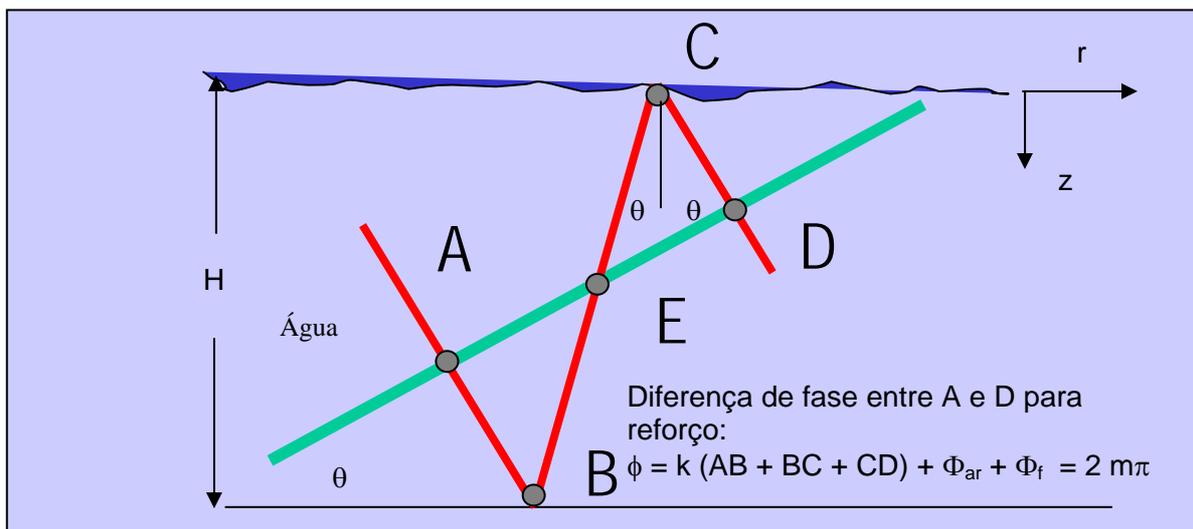


Figura 2.2: Geometria de propagação em águas rasas com reflexão total na superfície e fundo rígido.

Matematicamente, tem-se a seguinte expressão para a diferença de fase entre A e D para reforço da onda sonora [47]:

$$\phi_{AD} = k(AB + BC + CD) + \Phi_{ar} + \Phi_f \quad (2.14)$$

onde  $\Phi_{ar}$  é a mudança de fase na superfície é igual a  $\pi$ ,  $\Phi_f$  é a mudança de fase no fundo é igual a  $\Phi$ ,  $k$  é o número de onda, e AB, BC e CD são as distâncias associadas aos pontos A,B, C e D mostradas as Figura 2.2.

Os cálculos, considerando  $\overline{AD} \perp \overline{AB}$ , são relativamente simples:

$$\frac{H}{BC} = 2H \cos \theta$$

e então

$$\phi_{AD} = 2H \cos \theta + \pi + \Phi .$$

Substituindo  $k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi f}{c}$ , a expressão final de  $\phi_{AD}$  será:

$$\phi_{AD} = \frac{2\pi f}{c} 2H \cos \theta + \pi + \Phi \quad (2.15)$$

e quando  $\phi_{AD}$  for igual a  $2m\pi$ , virá:

$$\phi_{AD} = \frac{2\pi f}{c} 2 \cos \theta + \pi + 2\text{tg}^{-1} \left[ -\frac{b_2 \rho_1 c_1}{\rho_2 c_2 \cos \theta_1} + m\pi \right] = 2m\pi \quad (2.16)$$

que define a dependência entre  $f$  e  $\theta$ . Da equação (2.23) é fácil explicitar  $f$  em função de  $\theta$ , mas o inverso depende da resolução de uma equação transcendente em  $\cos \theta$ .

Notando por componente vertical do número de onda  $\gamma = \frac{2\pi f}{c} \cos \theta$ , a equação se reduz a:

$$\phi_{AD} = \gamma H + \tan^{-1} \left[ -\frac{b_1 \rho_1 c_1}{\rho_2 c_2 \cos \theta_1} + m\pi \right] = \left( m - \frac{1}{2} \right) \pi \quad (2.17)$$

## 2.6 Solução Analítica da propagação em águas rasas

As expressões para os modos normais da pressão sonora em um guia de onda, encontradas nas referências [10], [11], [38], são necessárias para um melhor entendimento do estudo em questão. A geometria geoacústica pode ser vista na Figura 2.3.

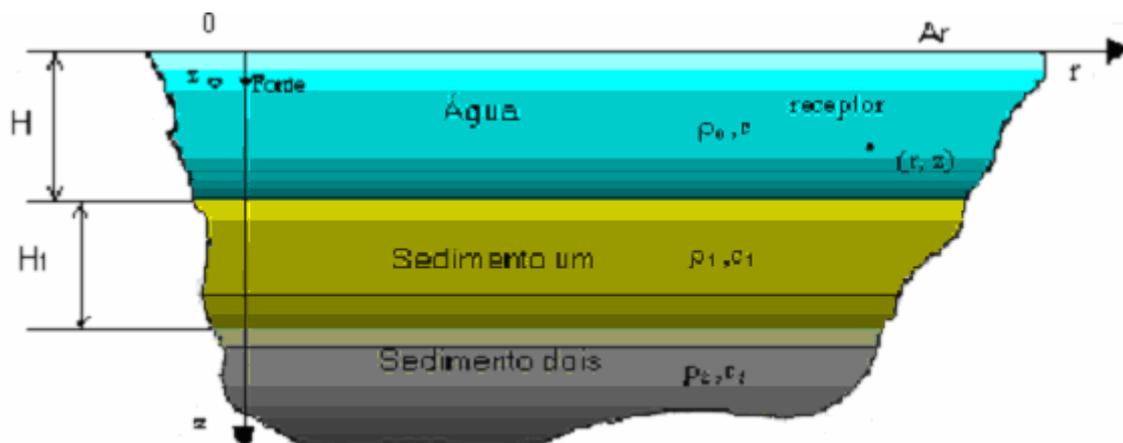


Figura 2.3: Geometria geoacústica para o guia de onda em águas rasas.

### 2.6.1 Equação da onda em coordenadas cilíndricas

Em um guia de ondas em camadas,  $c$  é a função de  $z$ . Para fontes sobre o eixo  $z$ . O campo é simétrico em torno do eixo  $z$  e a equação da onda cilíndrica é a mais indicada, sendo expressa por:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{\partial p}{r \partial r} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (2.18)$$

Para resolver a equação da onda por separação de variáveis, é necessário inicialmente supor que os movimentos ao longo das três coordenadas ortogonais são independentes entre si. Assim, usando esta propriedade e supondo que a pressão  $p$  pode ser escrita como um produto de funções das variáveis, tem-se:

$$p = AU(r)Z(z)T(t)$$

onde  $A$  é uma constante,  $U(r)$ ,  $Z(z)$  e  $T(t)$  são funções de  $r$ ,  $z$  e  $t$ , respectivamente. Substituindo na equação da onda em coordenadas cilíndricas, tem-se:

$$U(r)'' Z(z)T(t) + U(r)' Z(z)T(t) + U(r)Z(z)'' T(t) = \frac{1}{c^2} U(r)Z(z)T(t)'' \quad (2.19)$$

onde  $U(r)'' = \partial^2 U(r) / \partial r^2$  e assim por diante.

Pode-se observar que cada termo é função de apenas uma única variável. Assim, desde que a equação é verdadeira para todos os valores  $x$ ,  $y$ ,  $z$  e  $t$ , cada um dos termos precisa ter uma constante.

Inicialmente, supondo que a dependência em  $t$  é harmônica, pode-se avaliar a constante. Supondo que  $A_1$  seja constante, ter-se-á:

$$T = A_1 e^{j\omega t} \Rightarrow \frac{T''}{T} = -\omega^2 \quad (2.20)$$

Similarmente, supondo que  $A_2$  seja constante e experimentando  $\exp(-j\omega t)$ , obtém-se:

$$T = A_2 \exp(-j\omega t) \Rightarrow \frac{T''}{T} = -\omega^2 \quad (2.21)$$

e para a soma de (2.20) e (2.21)

$$T = A_1 e^{j\omega t} + A_2 e^{-j\omega t} \Rightarrow \frac{T''}{T} = -\omega^2 \quad (2.22)$$

Portanto, chega-se a conclusão que a dependência do tempo harmônico satisfaz o lado direito de (2.19) e  $T''/T$  é igual a constante  $-\omega^2$ .

Se  $c$  é uma função de  $r$  e  $z$ , as soluções do lado direito são difíceis ou freqüentemente impossíveis de se obter. Assim, supondo que  $c$  é uma constante e que  $U(r)$  e  $Z(z)$  são independentes entre si, então  $U''(r)/U(r)$ ,  $U'(r)/U(r)$  e  $Z''(z)/Z(z)$  precisam ser constantes. Seguindo o mesmo procedimento adotado para  $T$  em  $U(r)$ ,  $Z(z)$  e  $T(t)$ , para a seguinte solução da equação da onda sonora [10]:

$$\frac{U''(r) + (1/r)U'(r)}{U(r)} + \frac{Z''(z)}{Z(z)} = \frac{T''(t)}{T(t)}, \quad \text{obtem-se as}$$

constantes para as demais variáveis,  $-\gamma^2$  e  $-\kappa^2$ , denominadas componentes vertical e horizontal do número de onda respectivamente. Assim, tem-se:

$$\frac{U''(r) + (1/r)U'(r)}{U(r)} = -\kappa^2 \quad (2.23)$$

e

$$\frac{Z''(z)}{Z(z)} = -\gamma^2. \quad (2.24)$$

A fim de estabelecer um critério para a região a longa distância em um guia de onda, Clay e Medwin [10] sugerem considerar o caminho do raio sonoro que sai da fonte em um ângulo crítico  $\theta_c$ , reflete no fundo, reflete na superfície e ultrapassa a profundidade da fonte. A distância horizontal entre os cruzamentos ascendentes na profundidade da fonte é  $2H \operatorname{tg} \theta_c$ , onde  $H$  é a espessura do guia de onda. À distâncias maiores, mais caminhos de raios podem ter reflexões totais. Como um critério arbitrário, usa-se  $10H \operatorname{tg} \theta_c$  como a distância de transição para região à longa distância.

### 2.6.2 Guia de onda ideal

Como foi visto na Figura 2.3, o guia de onda é composto de uma camada de água sobre uma de sedimento. Quando a superfície é perfeitamente livre e o fundo perfeitamente rígido tem-se um guia de onda ideal (Guia de onda de Pekeris [59], [68]

e [74]), porque as fronteiras são perfeitamente refletoras para todos os ângulos de incidência. Usa-se este raciocínio porque é analiticamente simples e facilita a apresentação do método básico.

A dependência em distância de (2.24) pode ser solucionada analisando a equação  $U(r)$  como a equação de Bessel de ordem zero. Sua solução é a função cilíndrica de Bessel de primeira espécie, cujo resultado final é a seguinte expressão [10]:

$$U(r) = (2\pi\kappa r)^{-1/2} \exp\left[-j\left(\kappa r - \frac{\pi}{4}\right)\right] \quad (2.25)$$

A amplitude de  $U(r)$  diminui em função de  $r^{-1/2}$  (perda por divergência cilíndrica). O decréscimo desta amplitude é característica das ondas que se espalham radialmente a partir da fonte no guia de onda ideal. A função dependente da distância  $U(r)$  é a mesma para todas as profundidades.

Como foi visto na seção 2.4,  $\Phi_{ar}$  é igual a  $-1$  (ou  $1 \mid \pi$ ) e  $\Phi_f$  é igual a  $1$ . São constantes  $c$  e  $H$  (profundidade no local) e  $\rho_2 \rightarrow \infty$ . Assim, uma solução tentativa para a dependência em profundidade a partir da equação (2.25) é dada por:

$$Z(z) = A \operatorname{sen} \gamma z + B \cos \gamma z. \quad (2.26)$$

Num próximo passo, é necessário escolher  $A$ ,  $B$  e escolher  $\gamma$  para ajudar as condições na superfície e no fundo (i.e., as condições de fronteiras). Na superfície livre,  $p$  é zero para todo  $r$  e  $t$ . Assim:

$$Z(z) = 0 \quad \text{para } z = 0 \quad (2.27)$$

o que requer que  $B = 0$ . No fundo, a pressão é máxima porque o fundo é perfeitamente rígido (sendo  $\rho_2$  é  $\infty$  e  $c_2 = c_1$ ). Portanto:

$$|A| |\operatorname{sen} \gamma H| = |A| \quad (2.28)$$

ou

$$|\text{sen}\gamma H| = 1 \quad (2.29)$$

onde A é uma constante a ser determinada posteriormente. A solução de (2.29) é:

$$\gamma H = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \dots \quad (2.30)$$

ou

$$\gamma_m H = \left(m - \frac{1}{2}\right)\pi, \quad m = 1, 2, \dots \quad (2.31)$$

A equação (2.31) é a equação característica para o guia de onda ideal.

As condições são satisfeitas para um conjunto discreto de valores de  $\gamma$ . Esses valores são denominados autovalores.

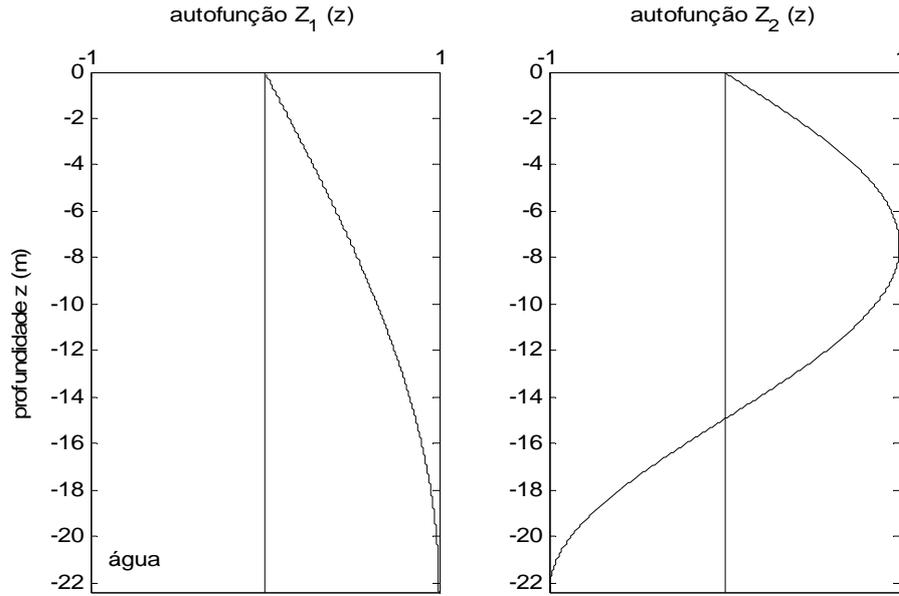
Para um guia de onda ideal, tem-se;

$$\text{Auto valor: } \gamma_m = \frac{\left(m - \frac{1}{2}\right)\pi}{H} \quad (2.32)$$

$$\text{Autofunção } Z_m(m) = \text{sen}\gamma_m z \quad (2.33)$$

onde o subscrito refere-se às soluções discretas. As soluções são chamadas modos porque são maneiras naturais nos quais o sistema vibra.

A Figura 2.4 apresenta  $Z_m(z)$  para os dois primeiros modos.



**Figura 2.4: As duas primeiras autofunções para o guia de onda de Pekeris.**

A constante  $A$ , presente na expressão da pressão, pode ser calculada a partir da seguinte equação, de acordo com [10]:

$$A_m = \frac{\rho_1 Z_m(z_0)}{v_m} \quad (2.34)$$

onde  $v_m$ , de acordo com [68], é proporcional ao fluxo médio de energia passando através de uma seção vertical e é expressa por:

$$v_m = \int_0^H \rho_1 Z_m^2 dz \quad (2.35)$$

Finalmente, chega-se à expressão final da solução da equação sonora com as condições de fronteiras ideais, generalizando para  $m$  modos discretos e substituindo no produto de  $A_m$ ,  $Z_m(z)$ ,  $U_m(r)$ ,  $T(t)$ :

$$p = \rho_1 \exp \left[ j \left( \omega t + \frac{\pi}{4} \right) \right] r^{-1/2} \sum_m q_m Z_m(z_0) Z_m(z) \exp(-j\kappa_m r) \quad (2.36)$$

onde

$$q_m = \frac{2\pi(\rho_1 c_1 \Pi)^{1/2}}{[v_m \sqrt{\kappa_m}]} \quad (2.37)$$

e  $Z_m(z_0)$   $Z_m(z)$  são os valores obtidos da autofunção na profundidade da fonte e do receptor, respectivamente.

A potência da fonte é representada por  $\Pi$  e  $q_m$  é denominada a excitação da fonte para o  $m$ -ésimo modo.

A expressão da pressão sonora (2.37), no caso de modos normais, é especialmente conveniente para calcular o campo sonoro como uma função da profundidade e da distância.

Em unidades dimensionais,  $q_m$  é expressa em  $m^{5/2}/s^2$ ,  $\rho q_m r^{-1/2}$  possui unidade de  $(kg\ m\ s^{-2})\ m^{-2}$  a e pressão, em Pascal.

### 2.6.3 Guia de onda real

O modelo de guia de onda real considerado nesta seção possui características bem próximas da realidade [10], [46]. O mais importante requisito é que o guia possua estratificação horizontal ou interfaces paralelas entre as camadas. Isto é uma realidade, porque em muitas áreas do oceano, existem estratificações horizontais quase de centenas de quilômetros. Indo de um guia de onda ideal para um real, as maiores diferenças estão:

- no fato de existir muitas camadas;
- em deixar que mudanças aconteçam em  $c$  e  $\rho$ , tornando-os finitos na interface;
- em permitir perdas de absorção.

O método básico demonstrado para uma camada na água ideal pode ser aplicado para qualquer número de camadas. Isto é complicado, pois cada camada contribui com um novo conjunto de constantes a serem ajustados nas fronteiras. Equivalentemente, usa-se o método da equação característica de Tolstoy [68] para

calcular as constantes, porque reduz o problema geral para a simplicidade de uma camada de água ideal.

Partindo da premissa que o guia de onda possua uma espessura  $H$ , então, dentro de  $H$ ,  $c$  é constante. Isto é geral, pois  $\mathfrak{R}_{ar}$  e  $\mathfrak{R}_f$  incluem as reflexões dentro das camadas acima e abaixo da seção.

Dentro do guia de onda, pode-se escrever  $Z(z)$  como sendo a soma de exponenciais, a saber:

$$Z(z) = A \exp(j\gamma z) + B \exp(-j\gamma z) \quad (2.38)$$

onde  $A$  e  $B$  são constantes.

Considerando que a dependência no tempo  $\exp(+j\omega t)$  e  $z$  são positivas na direção do fundo, o primeiro termo da direita de  $Z(z)$  na equação (2.39) representa uma onda se deslocando para cima ( $Z \uparrow$ ) e o segundo, a onda se deslocando para baixo ( $Z \downarrow$ ). Assim, simbolicamente, tem-se:

$$Z \uparrow = A \exp(j\gamma z) \quad (2.39)$$

$$Z \downarrow = B \exp(-j\gamma z) \quad (2.40)$$

$$Z(z) = Z \uparrow + Z \downarrow \quad (2.41)$$

$$Z(z) = A \exp(j\gamma z) + B \exp(-j\gamma z)$$

Na interface superior  $z = 0$ ,  $Z \uparrow$  reflete e transforma-se em  $\mathfrak{R}_{ar} A$ . Portanto, tem-se:

$$\begin{aligned} Z(0) &= Z \uparrow + \mathfrak{R}_{ar} Z \uparrow \Big|_{z=0} \\ Z(0) &= A(1 + \mathfrak{R}_{ar}) \end{aligned} \quad (2.42)$$

Igualando as expressões (2.42) e (2.43) em  $z = 0$ , obtém-se:

$$\frac{B}{A} = \mathfrak{R}_{ar} \quad (2.43)$$

Analisando, agora, a interface inferior  $z = H$ , após a reflexão, a componente caminhando para cima torna-se  $\mathfrak{R}_f B \exp(-j\gamma H)$ . Igualando novamente as expressões (2.42) e (2.43) em  $z = H$ , obtém-se:

$$A \exp(j\gamma H) = \mathfrak{R}_f B \exp(-j\gamma H) \quad (2.44)$$

Substituindo a equação (2.44) em (2.43), obtém-se a equação característica:

$$\mathfrak{R}_{ar} \mathfrak{R}_f \exp(-2j\gamma H) = 1 \quad (2.45)$$

Esta equação limita os valores de  $\gamma H$  ao gerar os conjuntos de parâmetros do guia de onda.

De acordo com a teoria existente também em [10] com relação às reflexões além do ângulo crítico, pode-se escrever  $\mathfrak{R}_{ar}$  e  $\mathfrak{R}_f$  como tendo intensidade unitária e ângulos de fase  $2\Phi_{ar}$  e  $2\Phi_f$ , respectivamente. Para uma fonte na camada da água (ver Figura 2.3), os coeficientes de reflexão de pressão são expressos como:

$$\begin{aligned} \mathfrak{R}_{ar} &= \exp(j2\Phi_{ar}) \\ \mathfrak{R}_f &= \exp(j2\Phi_f) \end{aligned} \quad (2.46)$$

para

$$\Phi_f = \text{tg}^{-1}(b_2 \rho_1 c_1 / \rho_2 c_2 \cos \theta_1) \quad (2.47)$$

onde

$$b_2 = [(c_2/c_1)^2 \text{sen}^2 \theta_1 - 1]^{1/2}.$$

A equação (2.48) comprova o resultado obtido na equação (2.10).

A substituição de (2.47) e (2.48), permite obter a seguinte expressão:

$$\exp[j2(\Phi_{ar} + \Phi_f - \gamma H)] = 1 \quad (2.48)$$

Em um guia de onda real, a equação é verdadeira quando:

$$2(-\gamma H + \Phi_{ar} + \Phi_f) = 2n\pi \quad (2.49)$$

onde  $n = 0, \pm 1, \dots$ . Rearrmando convenientemente a equação (2.49), tem-se:

$$\gamma_m H - \Phi_{ar} - \Phi_f = (m-1)\pi \quad (2.50)$$

onde  $m = 1, 2, 3, \dots$  e  $\gamma_m$  que satisfaz (2.32).

Com relação a autofunção  $Z_m(z)$ , permanece válida a equação (2.33) no meio 1, porém no meio 2, segundo Clay e Medwin [10], o seu valor é expresso por:

$$Z_m(z) = (\rho_1/\rho_2) \text{sen} \gamma_m H \exp[-b_m(z-H)], \text{ para } z \geq H \quad (2.51)$$

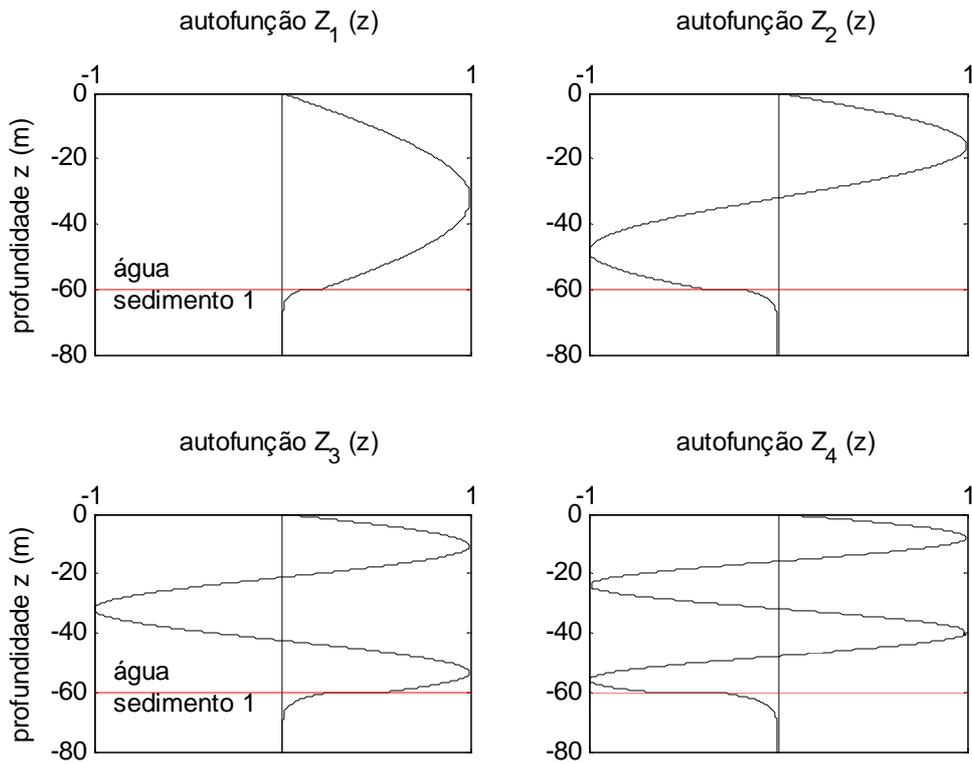
onde

$$b_m = (\kappa_m - k_2^2)^{1/2}$$

e

$$k_2 = \frac{\omega}{c_2}.$$

A Figura 2.5 apresenta  $Z_m(z)$  para os quatro primeiros modos.



**Figura 2.5: As quatro primeiras autofunções para um guia de onda real.**

A última incógnita a ser incluída na expressão da pressão sonora é a atenuação.

Como o som trafega no guia refletindo-se muitas vezes nas fronteiras superior e inferior e sendo estas reflexões raramente perfeitas, existirá uma pequena perda em cada reflexão. Somada a esta parcela, tem-se também perda pela absorção do meio. O coeficiente de atenuação é designado por  $\delta_m$ .

Uma estimativa teórica de  $\delta_m$  requer um grande conhecimento do meio. Normalmente,  $\delta_m$  é determinado através de dados experimentais.

Finalmente, tem-se a equação sonora com as condições de fronteiras reais:

$$p = p_1 \exp \left[ j \left( \omega t + \frac{\pi}{4} \right) \right] r^{-1/2} \sum_m q_m Z_m(z_0) Z_m(z) \exp(-\delta_m r - j\kappa_m r). \quad (2.52)$$

De acordo com os estudos teóricos e práticos efetuados por Clay e Medwin [10], pode-se incluir o comprimento de onda interferente da flutuação na equação. Este resultado aparece ao calcular o valor médio quadrático da pressão sonora, vista a seguir:

$$\langle \bar{p}p \rangle = \frac{\rho_1^2}{r} \left\{ \sum_m \sum_{\substack{n \\ n \neq m}} q_m q_n Z_m(z_0) Z_m(z) Z_n(z_0) Z_n(z) \exp[j(\kappa_n - \kappa_m)r] \exp[j(\delta_n - \delta_m)r] \right\} \quad (2.53)$$

O somatório em m da equação (2.53) representa a atenuação do sinal como uma função da distância. O somatório em n,  $n \neq m$ , os termos interferentes. A frequência espacial da interferência é  $\kappa_n - \kappa_m$ . O comprimento de onda interferente  $\Lambda_{nm}$  é dado pela seguinte expressão:

$$\Lambda_{nm} = \left| \frac{2\pi}{\kappa_n - \kappa_m} \right| \quad (2.54)$$

## 2.7 Programas desenvolvidos para cálculo dos modos

Foram calculados o número de modos, as componentes horizontal e vertical do comprimento de onda e o ângulo de incidência, para duas condições distintas. O Anexo A apresenta a seqüência adotada.

Na primeira simulação, com a frequência igual a 147,5 Hz e profundidade de 22,4 m [10], tem-se os seguintes resultados, apresentados na Tabela 2.1.

**Tabela 2.1: Valores encontrados na primeira simulação para cálculo dos parâmetros básicos de modos.**

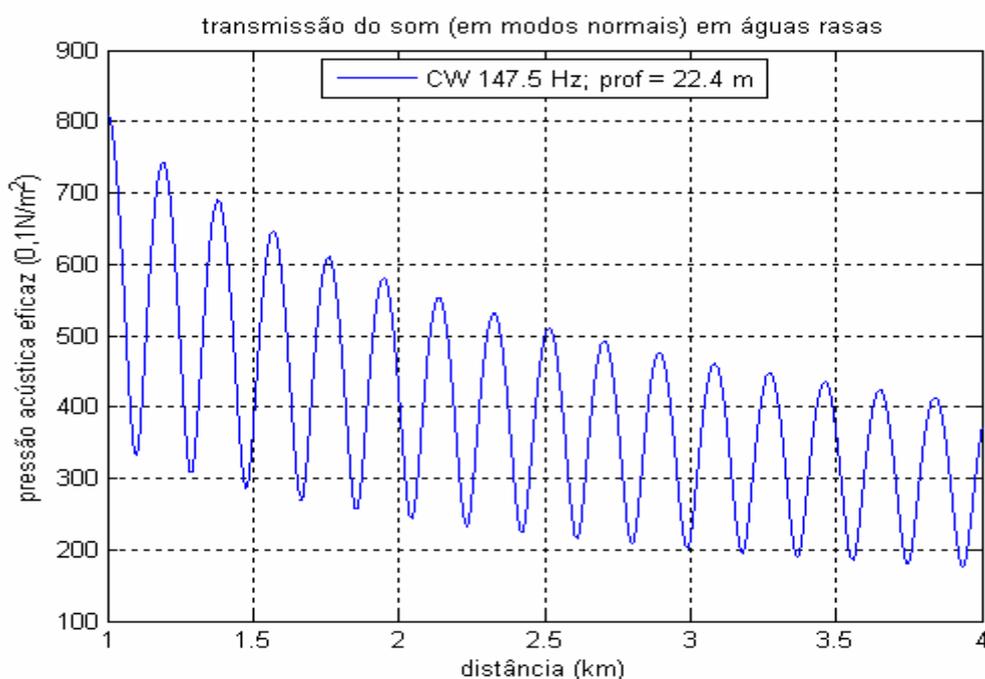
Modos(m)	1	2
Theta( $\theta$ )	79.8102	68.459
Gama( $\gamma$ )	0.10872	0.22564
kappa( $\kappa$ )	0.60488	0.57165

Na segunda simulação, com a frequência igual a 250 Hz (frequência ótima de propagação) e profundidade de 200 m (costa brasileira), obtém-se os resultados constantes da Tabela 2.2:

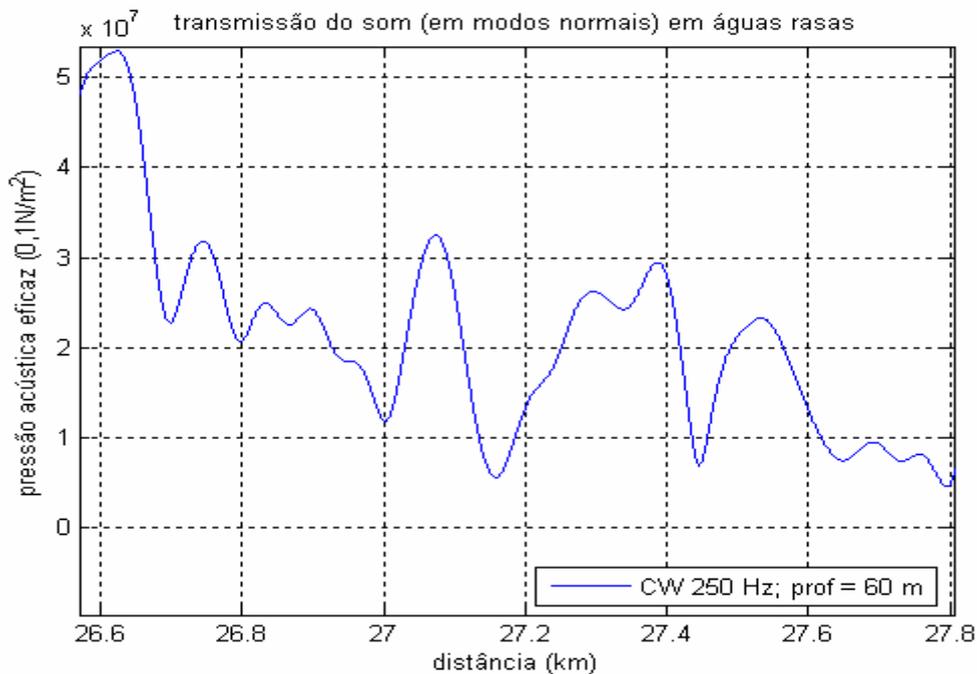
**Tabela 2.2: Valores encontrados na segunda simulação para cálculo dos parâmetros básicos de modos.**

Modos(m)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Theta( $\theta$ )	87.310	84.600	81.867	79.099	76.286	73.427	70.516	67.554	64.546
Gama( $\gamma$ )	0.04888	0.09802	0.1473	0.1969	0.2469	0.2971	0.3474	0.397	0.4476
kappa( $\kappa$ )	1.0405	1.037	1.0312	1.0228	1.0119	0.9987	0.982	0.9627	0.9405

Em seguida, foi calculada a pressão sonora gerada pelo método dos modos, supondo o alvo se aproximando do receptor, com deslocamento paralelo e, sendo detectado a partir de 4.000 m e o acompanhamento terminando em 1.000 m, no primeiro caso, e 60.000 m e 20.000 m, no segundo caso. A Figura 2.6 apresenta o gráfico da pressão sonora para o primeiro caso. A Figura 2.7 apresenta parte do gráfico da pressão sonora para o segundo caso.



**Figura 2.6: Pressão sonora em um guia de onda em águas rasas para a frequência de 147,5 Hz e profundidade no local igual a 22,4 m.**



**Figura 2.7: Pressão sonora em um guia de onda em águas rasas para a frequência de 250 Hz e profundidade no local igual a 200 m.**

No primeiro caso, a maioria da pressão sonora está presente nos dois primeiros modos e existe somente um termo interferente. Assim, é fácil interpretar os dados. Quando estão presentes muitos modos, como é o segundo experimento, a pressão sonora apresenta uma aparência complicada e é difícil determinar ou  $\Lambda_{nm}$  ou  $\kappa_n - \kappa_m$ , por inspeção.

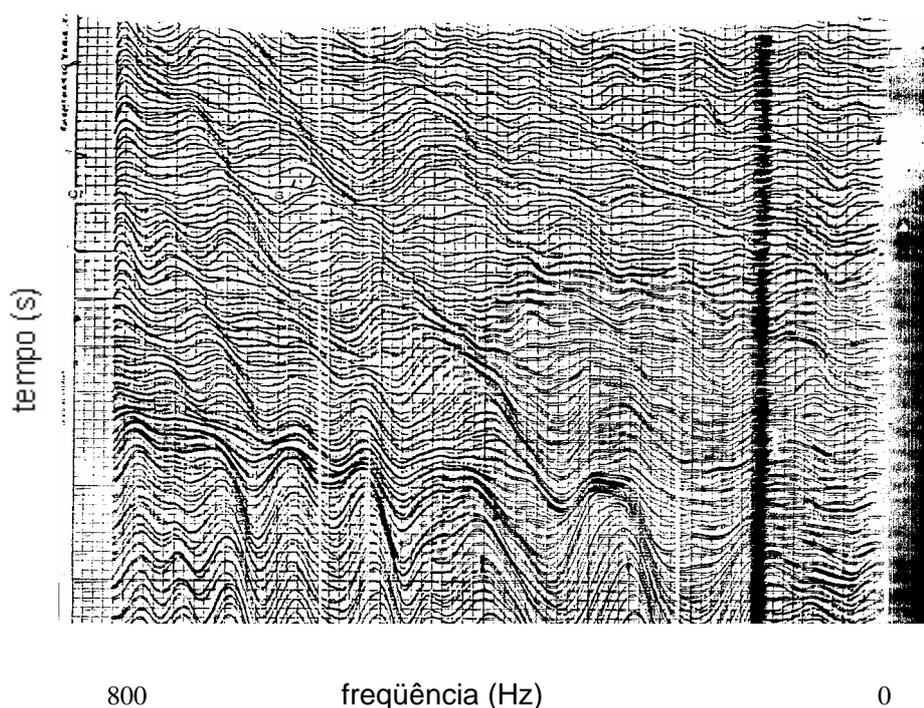
## 2.8 Sinal de banda larga se propagando por modos

Padrões de interferências, ou estrias, são vistas frequentemente em espectrogramas acústicos submarinos de fontes de banda larga com níveis contínuos espectrais da fonte. Para uma fonte à longa distância, cuja descrição da onda por modos normais seja válida, surgem as raias a partir das interferências mútuas construtivas ou destrutivas entre modos. A onda interage inúmeras vezes com as fronteiras do guia de onda, resultando em uma complicada estrutura de múltiplos caminhos.

A equação (2.54) corresponde ao período de interferência dos modos em correspondência a  $\kappa_m$ .

### 2.8.1 Exemplo de propagação por modos na Raia Acústica da Marinha

No início da década de 80, na Estação de Acústica Submarina da Marinha, em Arraial do Cabo, foi feito um primeiro registro de propagação por modos em águas rasas por Parente em 1982; o resultado da análise [49] é mostrado na Figura 2.8.



**Figura 2.8: Evolução de espectros com avanço de 1dB em relação ao tempo.**

Trata-se de sinal de banda larga de cavitação de navio propagando-se por modos na região da raia acústica de Arraial do Cabo, em profundidades de 50 metros; observam-se as estrias produzidas pelo padrão de interferências. Este evento acabou estimulando a realização de um trabalho científico por Vianna e Soares-Filho [74]. Uma das primeiras idéias foi a de se poderem alcançar distâncias por métodos passivos. A idéia não evoluiu por falta de recursos para experimentação no mar e modelos numéricos de propagação. Nas décadas de 80 e 90 muito foi publicado sobre o assunto, como os trabalhos sobre localização com técnicas de campos casados [3], [12], [13], [16], [25], [29], [30], [31], [57], [58], [60], [64], [65] e [67] modos casados [53]

e da teoria de parâmetros invariantes em guias de ondas [4], [18], [28], [32], [61], [66] e [78]. Esta última técnica será utilizada no Capítulo 7.

## 2.9 Freqüência ótima de propagação

A transmissão do som em águas rasas tem um comportamento característico dependente da freqüência. A Figura 2.9 mostra as curvas de contorno das perdas na propagação em função da freqüência e da distância da fonte em experimentos realizados no hemisfério norte, com  $z_o = 50$  m e  $z = 50$  m, onde  $z_o$  e  $z$  são as profundidades da fonte e do receptor, respectivamente [23]. Vê-se na que a linha de contorno para uma perda de propagação de 80 dB estende-se mais distante em alcance para freqüências ao redor de 200 Hz, implicando que essa transmissão é melhor nesta freqüência -- a freqüência ótima de propagação. A freqüência ótima é uma característica geral de propagação em dutos no oceano. Ocorre em conseqüência da competição entre os mecanismos de propagação e de atenuação para freqüências baixas e altas. Nas altas freqüências, tem-se o aumento das perdas de dispersão com o aumento da freqüência. Nas baixas freqüências, com o aumento do comprimento de onda, a eficiência do duto em confinar o som diminui. Assim, tornam-se importantes os mecanismos de propagação e atenuação fora do duto (no fundo do mar). Na realidade, o aumento da penetração do som no fundo do mar provoca um aumento da atenuação total do som confinado na água. Assim, obtém-se um aumento da atenuação nas baixas e altas freqüências, enquanto que nas freqüências intermediárias tem-se a menor atenuação. Foi mostrado por Jensen e Kuperman [24] que a freqüência ótima para a propagação em águas rasas é fortemente dependente da profundidade da água, existindo alguma dependência com o perfil, com a velocidade de propagação, e tendo um fraca dependência com o tipo do fundo do mar. Tipicamente, a freqüência ótima está na faixa de 200 a 800 Hz para uma profundidade de 100 m.

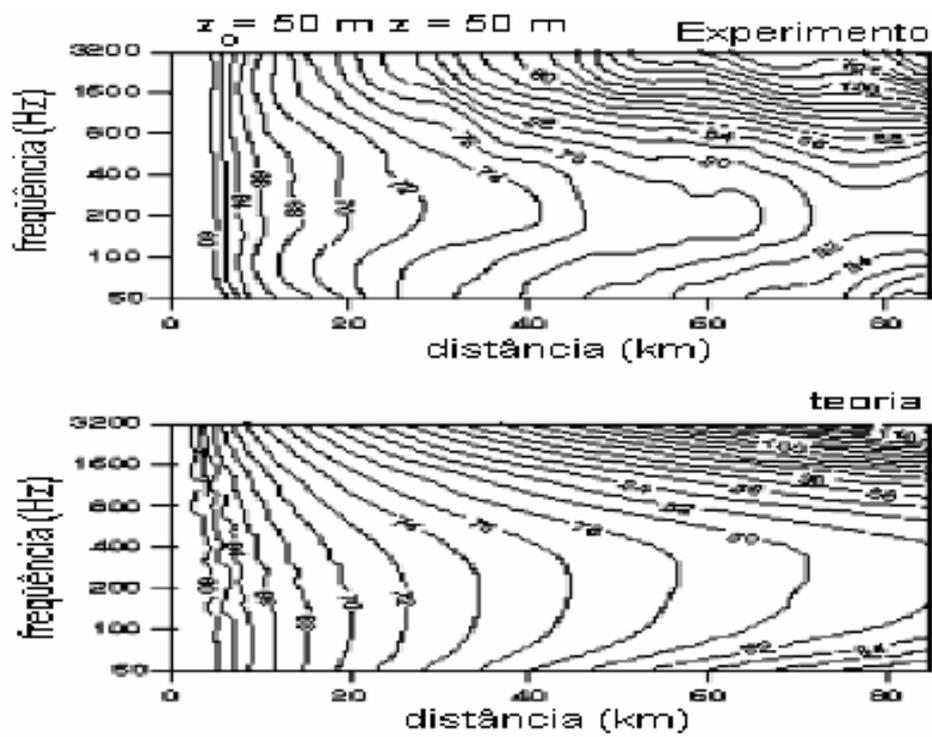


Figura 2.9: Curvas de frequências ótimas de propagação.

Este comportamento será explorado nos cenários 2, 3 e 4 do Capítulo 5.

# Capítulo 3

## Uso da transformada wavelet contínua

### 3.1 Introdução

Neste capítulo a transformada wavelet contínua (CWT) é apresentada e sua importância na detecção de fenômenos isolados é discutida. São apresentadas as vantagens da CWT em relação à transformada de Fourier.

Ao final do capítulo são desenvolvidos os algoritmos para cálculo da CWT, sendo apresentados os gráficos para cada técnica desenvolvida com respectivos tempos gastos no processamento.

### 3.2 Definições

O termo wavelet, bastante difundido na literatura e no meio acadêmico, pode ser perfeitamente traduzido em português pela expressão mini-ondas. O termo francês correspondente, “ondelettes”, proposto por Grossmann e Morlet, evoca uma onda do mar evanescente (de curta duração e cuja amplitude tende para zero), o seu valor médio sendo nulo.

Seja  $x(t)$  uma série temporal que está sendo estudada. Para enfatizar certas propriedades características dessa série, usa-se uma transformação integral do tipo:

$$F_x(a,b,\dots) = \int_0^{\infty} x(t)\psi(a,b,\dots,t) dt \quad (3.1)$$

onde  $\psi$  é uma função de  $t$  e dos parâmetros  $a,b, \dots$ , que podem ser escolhidos livremente, de acordo com as características que se quer ressaltar. A transformada ( $F_x$ ) serve para pôr em evidência peculiaridades que não aparecem à primeira vista, por estarem escondidas no ruído que sempre acompanha os sinais em geral e os sinais acústicos submarinos em particular, mas que podem revelar um padrão reconhecível (por exemplo, uma assinatura acústica). Isto é feito por meio de uma

operação de cálculo que pode ser assemelhada ora a uma filtragem, que seleciona certas frequências e elimina ou diminui a importância de outras, ora a um efeito de ressonância que exalta certas periodicidades. Esse cálculo nada mais é do que uma convolução entre a série original  $x(t)$  e uma outra função  $\psi(a, b, \dots, t)$ .

### 3.3 Histórico

Uma das primeiras transformadas utilizadas nos estudos estatísticos das séries temporais foi a transformada contínua de Fourier:

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt, \quad (3.2)$$

que transporta a série do domínio do tempo para o das frequências.

O principal inconveniente da transformada de Fourier decorre do fato de serem suas bases ( $t$  e  $\omega$ ) infinitas, o que não permite determinar as características dos sinais em escala e tempo.

Depois de experimentar a STFT na análise de sinais sísmicos, Morlet e Grossmann [19] chegaram à conclusão que as janelas usadas como núcleos das convoluções devem ser complexas. Apesar de não-ortogonal, uma nova janela foi adotada e produziu bons resultados.

No âmbito das Ciências da Terra, Morlet et al. [41], [42], que trabalhavam principalmente na análise de sinais sísmicos, introduziram a nova técnica das “wavelets”, usada depois em numerosos campos de pesquisa. Desde 1985, quando a transformada wavelet contínua (CWT) começou a ser utilizada sistematicamente por vários pesquisadores, houve até o presente momento alguns milhares de trabalhos publicados. Notem-se, em particular, as aplicações nos seguintes setores:

- codificação de imagens [1];
- diagnósticos médicos [15];
- hidrologia [33] [34];
- estudo da variabilidade da temperatura dos oceanos [39]

além de outros setores em vias de desenvolvimento, tais como: biologia (reconhecimento da membrana celular), metalurgia (caracterização das superfícies rugosas), finanças (detecção de variações rápidas de valores), tráfego na internet, etc.

A análise por meio da CWT é utilizada de duas maneiras: para extrair informações sobre a localização tempo-escala das características do sinal em estudo, como anteriormente exemplificado, e para representar os sinais em bases apropriadas, através de amostragens.

### 3.4 Condições de Admissibilidade e Normalização

A forma geral da convolução que caracteriza a CWT  $C(a,b)$  de uma série temporal  $x(t)$  é a seguinte [5], [14], [20], [36], [37], [40], [41], [42], [50], [54] e [73]:

$$C(a,b) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \overline{\Psi_{a,b}(t)} dt \quad (3.3)$$

onde  $\overline{\Psi_{a,b}(t)}$  é o conjugado complexo de  $\Psi_{a,b}(t)$ , que é uma função complexa e constitui a janela da CWT.

A janela levará em conta o tempo  $b$  de atraso ou avanço e, ainda, introduzirá um fator de escala  $a$ :

$$\Psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (3.4)$$

Para que a CWT possa ser utilizada com sucesso, permitindo, inclusive, a reconstrução do sinal original  $x(t)$ , sua janela  $\Psi_{a,b}(t)$  deve cumprir certas condições matemáticas restritivas com respeito ao tempo e à frequência. Em primeiro lugar, a localização tempo-escala requer que as funções wavelet sejam caracterizadas, tanto no domínio temporal quanto frequencial, por suportes compactos, ou pelo menos de rápido decréscimo. Isto acarreta duas condições de admissibilidade. A primeira diz respeito ao rápido decréscimo de  $\Psi(t)$  em torno da origem do tempo, i.e.:

$$\hat{\Psi}(\omega)\Big|_{\omega=0} = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi(t) dt = 0 \quad (3.5)$$

condição que, transposta para o domínio das frequências, conduz a:

$$K_{\Psi} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\hat{\Psi}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty \quad (3.6)$$

( $\hat{\Psi}(\omega)$  sendo a transformada de Fourier de  $\Psi(t)$ ) e equivale à condição de que a energia total seja finita.

A segunda condição requer que  $\Psi(t)$  tenha uma norma constante no espaço das funções integráveis ao quadrado, ou seja:

$$\|\Psi_{a,\tau}(t)\|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} |\Psi_{a,\tau}(t)|^2 dt = 1 \quad (3.7)$$

o que, no caso da janela de Morlet é garantido pelo fator  $1/\sqrt{a}$  na equação (3.4).

Além disso, a janela deve satisfazer as condições de Dirichlet:

- ser absolutamente integrável  $\int_{-T/2}^{T/2} |\Psi(t)| dt < \infty$ , onde T define o período de integração;
- ter um número finito de discontinuidades num intervalo de tempo finito e essas discontinuidades devem ser finitas;
- possuir um número finito de máximos e mínimos em cada período.

Satisfeitas essas condições, é possível reconstruir o sinal original  $x(t)$  por intermédio da wavelet mãe  $\psi_{a,b}(t)$  e da transformada wavelet contínua  $C(a,b)$ :

$$x(t) = \frac{1}{K_{\Psi}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} C(a,b) \Psi_{a,b}(t) \frac{dad b}{b^2} \quad (3.8)$$

### 3.5 Função wavelet “mãe” de Morlet

A função que define a wavelet “mãe” de Morlet, doravante denominada apenas de Morlet, que é a mais indicada para detectar os sinais “monótonos” (equivalente aos “monocromáticos” no caso da luz), de uma assinatura acústica, conforme analisada no Capítulo 3, é a seguinte [5], [6], [9], [14], [20], [21], [27], [35], [50], [51], [62] e [63]:

$$\psi(t) = \pi^{-1/4} \left( e^{-jm_0 t} - e^{-m_0^2/2} \right) e^{-t^2/2} \quad (3.9)$$

onde  $m_0 = \pi \left( \frac{2}{\ln 2} \right)^{1/2}$  é a frequência central, assegurando que a razão entre o primeiro e o segundo máximo da figura resultante seja aproximadamente igual a  $1/2$ . Segundo vários autores, na construção da wavelet mãe, o valor de  $m_0$  pode ser ajustado (a fórmula fornece  $m_0 = 5,33644625$ ) a fim de garantir que a razão para uma determinada Morlet, o valor máximo da onda e a subsequente, seja bem próxima de  $1/2$ .

A Morlet, embora forneça informações redundantes e, portanto, não seja ortogonal, é uma das principais técnicas empregadas como função mãe de CWT.

A transformada contínua de Fourier de Morlet tem a expressão:

$$\hat{\Psi}(\omega) = \pi^{-1/4} \left( e^{+jm_0 \left( \frac{t-b}{a} \right)} - e^{-m_0^2/2} \right) . \quad (3.10)$$

Além do tipo de wavelet mãe indicado acima, o manual “Wavelet Toolbox” [75] menciona os seguintes: Symlets, Coiflets, BiorSplines, ReverseBior, DMeyer, Gaussiano (simples e complexo), Shannon e Frequency B.

Os vários tipos de wavelet podem ser classificados em cinco grupos [75]:

- Ortogonais com filtro FIR (exemplos: Haar, Daubechies, Coiflets, Symlets);
- Bortogonais com filtro FIR (exemplo: BiorSplines);
- Ortogonais sem filtro FIR, mas com função escala (exemplo: DMeyer);

Sem filtro FIR e sem função escala (Morlet e chapéu Mexicano);  
(Gaussiano complexo e Shannon).

Na Figura 3.1 são indicadas algumas das wavelets mais usadas em estudos de séries temporais.

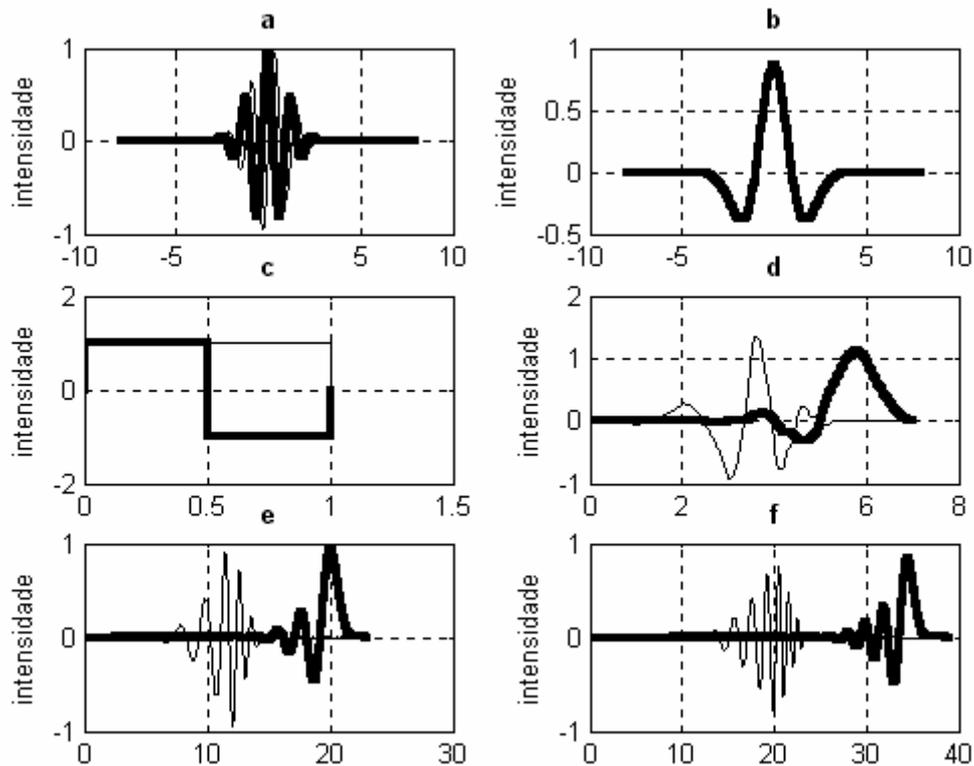


Figura 3.1: A representação no tempo de funções wavelets mãe usuais: (a) Morlet (real e imaginária); (b) wavelet na forma de chapéu mexicano; (c) wavelet de Haar (negrito) e função escala; (d) wavelet 4 de Daubechies (negrito) e função escala; (e) wavelet 12 de Daubechies (negrito) e função escala; (f) wavelet 20 de Daubechies (negrito) e função escala.

### 3.6 Importância da transformada wavelet contínua na detecção de fenômenos isolados

Seja  $x(t)$  é um sinal de frequência única, i.e.,  $x(t) = e^{j\omega_0 t}$ , então, sua transformada de Fourier é dada por [70]:

$$X(e^{j\omega}) = 2\pi\delta_a(\omega - \omega_0), \text{ para } 0 \leq \omega < 2\pi, \quad (3.11)$$

onde  $\delta_a(\omega)$  é o impulso de Dirac.

Pode-se dizer que a transformada está completamente localizada em  $\omega_0$ . Em contraste, a plotagem no domínio temporal de  $e^{j\omega_0 t}$  é infinita em extensão (de fato, sua intensidade é unitária para todo  $t$ ). Isto é consistente com o princípio da incerteza de Heisenberg que diz (heurísticamente) que se  $x(t)$  tem um suporte “largo”, então  $X(e^{j\omega t})$  tem um suporte “curto” em  $-\pi \leq \omega < \pi$ . Em outras palavras, quando a extensão do sinal  $x(t)$  aumenta, ela fica menos concentrado no tempo (menos localizado), porém o lóbulo principal da sua Transformada de Fourier torna-se mais estreito. Quando a extensão tende para infinito, a transformada parece mais e mais com a função impulso (delta de Dirac).

A propriedade de localização da Transformada de Fourier rejeita a noção de “freqüência que varia com o tempo”. Porém, tal noção é bastante útil. Por exemplo, quando um músico passa de uma nota grave para uma aguda, a “freqüência” (mais precisamente o tom) é interpretada com tendo mudado no tempo real (baixa para alta freqüência). De acordo com a teoria da Transformada de Fourier, este fato é dito sem sentido porque uma freqüência simples é sempre associada com duração de tempo infinita. Se for aplicada a análise de Fourier a um sinal senoidal onde há uma transição brusca na freqüência, pode-se verificar que ela é composta de um número infinito de freqüências. Para sinais deste tipo, é desejável encontrar uma representação tempo-freqüência onde a noção de “freqüência variando com o tempo” possa ser formalmente acomodado.

A transformada de Fourier de tempo curto, a partir de agora representada por STFT, proposta por Gábor, é uma das ferramentas que preenche esta necessidade. Aqui o sinal  $x(n)$  é multiplicado por uma janela (tipicamente de duração finita), e então é computada a transformada de Fourier. A janela é então deslocada em passos constantes, e a computação é repetida. Pode-se ver que a computação da STFT é equivalente à implementação de um banco de filtros onde todos os filtros têm a mesma banda passante, e cada filtro é seguido por um decimador, cuja teoria se encontra no Anexo D. Enquanto que a duração da janela governa a localização no

tempo da análise, a largura das bandas dos filtros governa a resolução em frequência, e o decimador governa o tamanho do salto do movimento da janela.

A transformada wavelet, a partir de agora representada por WT, que é um avanço mais recente, generaliza a STFT ao incorporar duas novas características na sua definição [70]. Primeiramente, permite bandas passantes não uniformes, de tal forma que a resolução em frequência é maior (i.e., a banda passante é menor) para frequências menores. Isto torna a “resolução relativa” idêntica para todas as faixas frequências. Segundo, as bandas passantes não uniformes conduzem automaticamente ao uso de decimadores diferentes para as diferentes saídas dos filtros (passos de deslocamento das janelas diferentes). Tais sistemas não uniformes são bem apropriados para processamentos de sinais sonoros, por causa da resolução decrescente do ouvido humano para as maiores frequências.

As funções básicas, em função do tempo, são parametrizadas pela variável frequencial  $\Omega$ . Pode-se ver que a STFT é uma representação de um sinal em termos das diferentes classes de funções base, indexadas por duas variáveis, tempo e frequência.

A CWT é uma modificação adicional da STFT, pois permite a resolução frequencial não uniforme. Pode-se ver que na CWT, as funções base têm uma propriedade não muito usual, a saber, todas as funções base são geradas pela dilatação e deslocamento da função “mãe”  $\psi(t)$ . Assim, ao invés de representar  $x(t)$  como uma combinação linear das funções  $e^{j\Omega t}$  (como é feita na representação da transformada de Fourier), a CWT tenta representá-la com uma combinação linear das funções  $C(a,b)$  e  $\psi_{a,b}(t)$ , mostrada na equação (3.8).

A integral dupla deve ser comparada com a representação da transformada de Fourier contínua em termos das funções base  $e^{j\Omega t}$ , ou seja:

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(j\Omega) e^{j\Omega t} d\Omega, \quad (3.12)$$

que é uma integral simples, cuja variável de integração é a frequência  $\Omega$ . Na expansão wavelet, a está associada à “frequência” e b ao “tempo”.

As ferramentas desenvolvidas fazem parte de uma classe geral de “representações tempo-freqüência”. Nestas representações, o sinal é representado em um domínio que é um híbrido de tempo e freqüência, por exemplo, uma transformada de Fourier localizada no tempo com o centro da localização deslocado uniformemente. O uso das representações tempo–freqüência reflete a filosofia de que alguns aspectos do sinal são mais convenientemente representados no domínio temporal enquanto que existem outros aspectos que são bem representadas no domínio freqüencial.

### 3.7 Vantagens da transformada wavelet contínua

Enquanto que a STFT é uma conveniente generalização da Transformada de Fourier, ainda assim possui algumas desvantagens. Para apreciar este fato, considere dois sinais. O primeiro sinal  $x(t)$  é um sinal de alta freqüência, e muitos ciclos são capturados pela janela. Para o segundo,  $x(t)$  é de baixa freqüência, de tal forma que muitos poucos ciclos estão dentro da janela. Assim, a precisão da estimativa da transformada de Fourier é pobre para baixas freqüências, e cresce com o aumento da freqüência. Isto pode ser entendido a partir do fato de que os filtros passa-faixas têm larguras de bandas iguais, ao invés da largura de banda aumentar com a freqüência central [70].

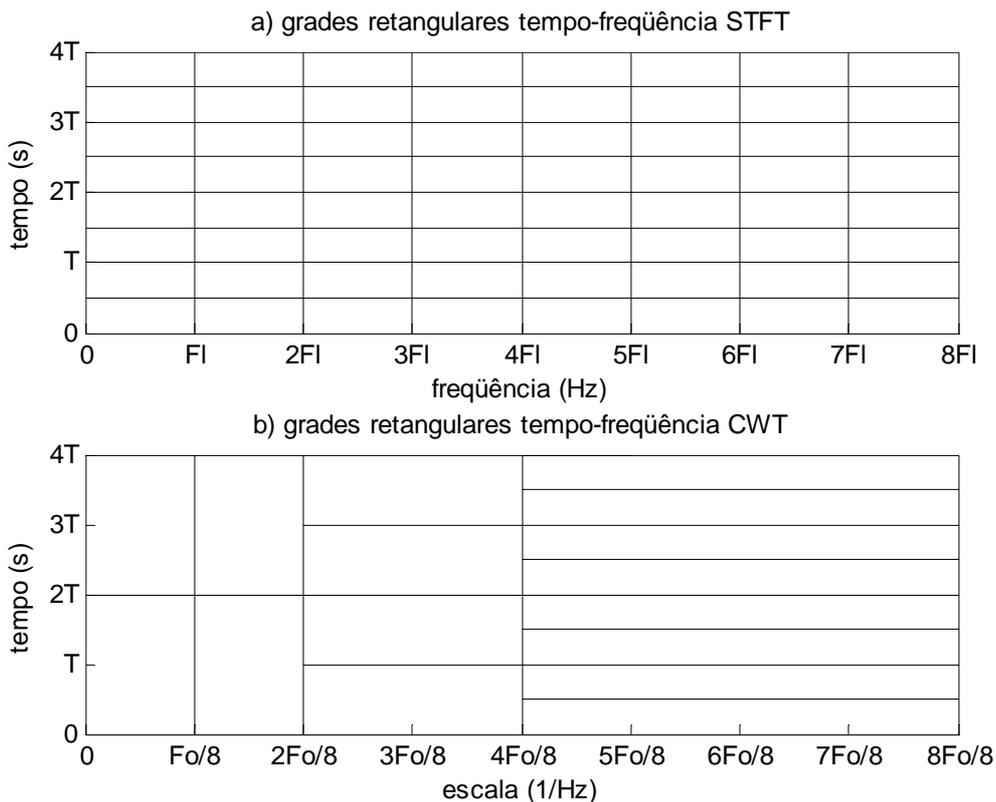
Uma maneira conceitual de fazer isto é substituir a janela  $w(t)$  por uma que seja função da freqüência e do tempo, de tal modo que a plotagem no domínio temporal da janela seja maior (i.e., a largura de banda seja mais estreita) com a diminuição da freqüência. Desta maneira, a janela captura aproximadamente o mesmo número de cruzamento por zeros para qualquer sinal de entrada senoidal com freqüências arbitrárias. Além disso, quando a janela for larga no tempo, é desejável se usar tamanho de deslocamentos maiores ao mover a janela.

Isto significa que existe um compromisso entre a localização temporal e a freqüencial. Para tornar esta idéia mais precisa, a duração eficaz (valor médio quadrático) de um sinal foi introduzida por Denis Gábor, em 1946, em seu conhecido trabalho “Theory of communication” [17]. Assim, sejam  $D_t$  e  $D_f$  duas quantidades não negativas e definidas pelas seguintes equações:

$$D_t^2 = \frac{1}{E_w} \int_{-\infty}^{\infty} t^2 w^2(t) dt, \quad D_f^2 = \frac{1}{2\pi E_w} \int_{-\infty}^{\infty} \Omega^2 |V(j\Omega)|^2 d\Omega \quad (3.13)$$

onde  $E_w$  é a energia da janela, isto é,  $E_w = \int w^2(t) dt$ , para  $v(t)$  real. Diz-se que  $D_t$  é a duração eficaz temporal e  $D_f$  é a duração eficaz freqüencial da janela. O produto  $D_t D_f$  não pode ser pequeno. O resultado deve ser maior ou igual a 0,5, com igualdade acontecendo se e somente se  $v(t) = A e^{-\alpha t}$ ,  $\alpha > 0$ . Desta forma, a melhor janela é a gaussiana, e sua "tradicional" duração infinita.

A Figura 3.2 (a) representa a resolução tempo-freqüência para da STFT por grades uniformes espaçadas e a Figura 3.2 (b) representa a resolução tempo-freqüência para a CWT por grades não uniformemente espaçadas, que sumarizam as diferenças fundamentais entre as duas transformações. Na primeira, os espaçamentos freqüencial e temporal são uniformes. Na segunda, o espaçamento freqüencial é menor nas freqüências mais baixa, e o correspondente espaçamento temporal é maior.



**Figura 3.2: Grades retangulares tempo-freqüência da STFT e da CWT.**

### 3.8 Algoritmos para cálculo da Transformada Wavelet Contínua

Devido à similaridade da CWT com a STFT, as abordagens das diversas técnicas procuram tirar partido da maior familiaridade que se tem com as técnicas de Fourier.

#### 3.3.1 Geração da wavelet de Morlet

Uma função de Morlet particular foi gerada a partir de um sinal senoidal complexo com 5 ciclos enquadrado numa janela de Gauss, com frequência fundamental igual a 400 Hz e frequência de amostragem igual a 4000 Hz, obtendo-se um sinal complexo que pode ser expandido, a partir da fórmula de Euler, numa parcela referente à componente real, representada por  $\Psi_{\cos}(t)$  e numa parcela referente à componente imaginária, representada por  $\Psi_{\text{sen}}(t)$ .

A Figura 3.3 mostra as componentes de  $\Psi_{a,b}(t)$  geradas.

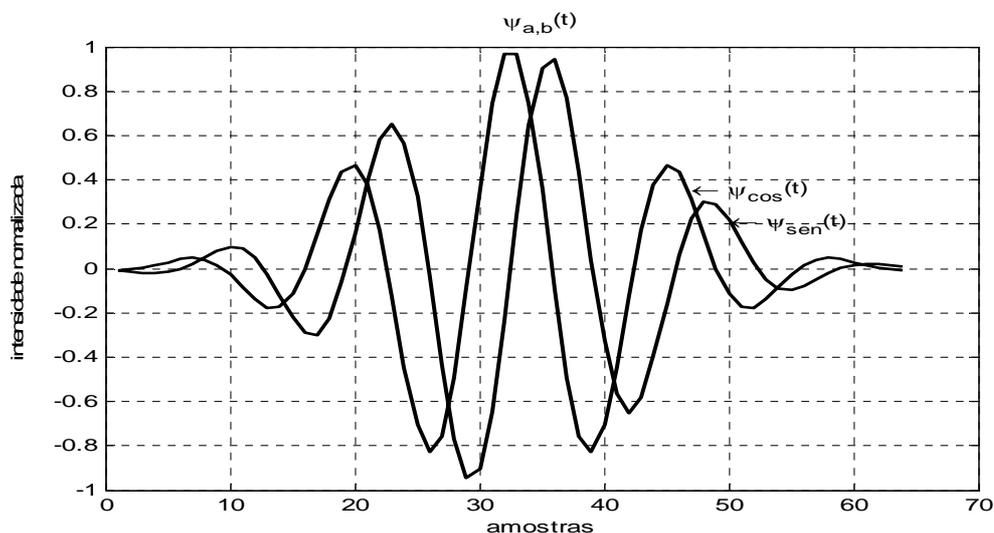
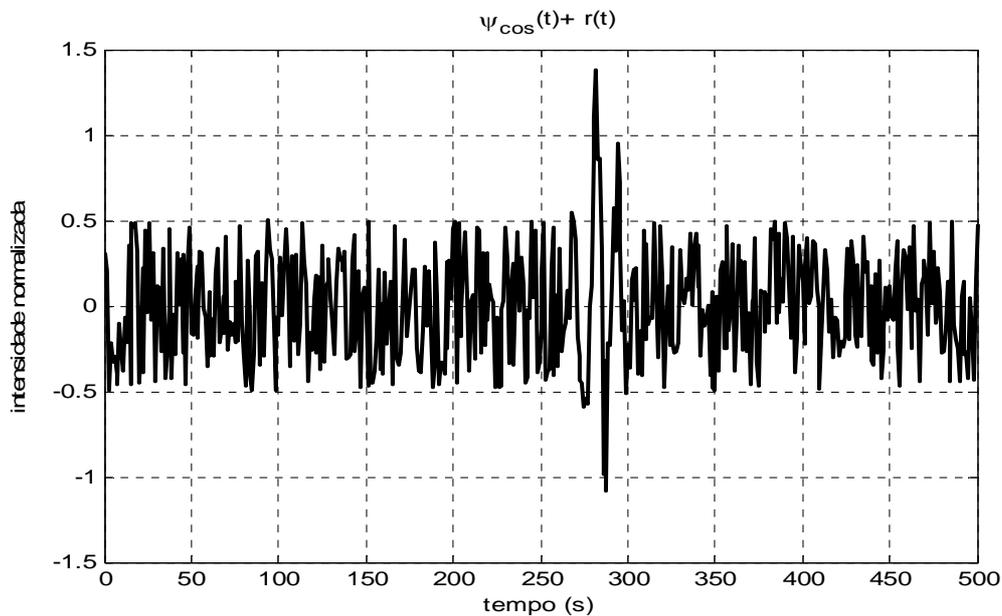


Figura 3.3: Gráfico das componentes da função de Morlet.

O sinal utilizado para ilustrar os resultados obtidos com os algoritmos apresentados nesta seção foi um ruído aleatório  $r(t)$  de 500 pontos; na metade desse ruído adicionou-se o sinal  $\Psi_{\cos}(t)$  de 400 Hz. A Figura 3.4 mostra este sinal.



**Figura 3.4: Sinal  $\Psi_{\cos}(t) + r(t)$  usado no teste dos algoritmos.**

### 3.3.2 Cálculo da CWT pela fft (a)

Neste primeiro método, a transformada wavelet contínua (CWT) é obtida via transformada rápida de Fourier, “Fast Fourier Transform” (fft).

Em resumo, calcula-se a transformada discreta de Fourier do sinal para janelas de Gauss de 64 pontos (comprimento da Morlet) descrita na seção 3.3.1 com avanço de uma amostra. Utiliza-se então a quinta componente de frequência uma vez que a função de Morlet tem cinco ciclos.

O tempo gasto no processamento após repetir mil vezes esta função foi de 26.7031 s.

Foi usado um computador Pentium IV com relógio de 3,2 GHz HT e 2 Giga bytes de memória.

### 3.3.3 Cálculo da CWT pela fft (b)

Usa-se aqui um único módulo básico (“butterfly”) do algoritmo fft para calcular a quinta componente do espectro discreto da transformada.

Cada parcela de 64 pontos do sinal é transformada em quatro sinais de 16 pontos,  $x_1, x_2, x_3$  e  $x_4$ ; o resultado final para a quinta componente é:

$$y_5(t) = [(x_1(t) - x_3(t)) + j(x_2(t) - x_4(t))](\exp(j2\pi 5/64)t) \quad (3.14)$$

e

$$C = \sum_t [\text{real}(y_5(t))]^2 + [\text{imag}(y_5(t))]^2 \quad (3.15)$$

onde real e imag, correspondem a partes real e imaginária da função, respectivamente.

O tempo gasto no processamento após repetir mil vezes esta função foi de 28.5156 s.

### 3.3.4 Cálculo da CWT pela definição da transformada de Fourier

O cálculo aqui é feito pela definição da transformada de Fourier considerando-se a quinta componente de frequência, ou seja, calcula-se:

$$x_2(t) = x(t)w(t)\cos\left(2\pi\left(\frac{5}{64}\right)t\right) \text{ e } x_3(t) = x(t)w(t)\text{sen}\left(2\pi\left(\frac{5}{64}\right)t\right) \quad (3.16)$$

sendo  $w(t)$  a janela de Gauss, e em seguida obtém-se:

$$C = \sum_t (x_2(t))^2 + \sum_t (x_3(t))^2 \quad (3.17)$$

Calcula-se diretamente a quinta componente pela sua correlação com o cosseno e o seno da frequência desejada; a diferença dessa técnica para a da fft(a) é a

que, neste caso, não há necessidade de se calcular todas as componentes da transformada.

O tempo gasto no processamento após repetir mil vezes esta função foi de 40.2500 s.

### 3.3.5 Cálculo da CWT pela correlação cruzada

Neste método, a CWT é obtida fazendo-se a correlação cruzada entre uma parcela do sinal  $x(t)$  de 64 pontos e  $\Psi_{a,b}(t)$ , ou seja, calculam-se os produtos:

$$C_1(t) = x(t)\Psi_{\cos}(t) \quad \text{e} \quad C_2(t) = x(t)\Psi_{\text{sen}}(t) \quad (3.18)$$

e em seguida, obtém-se:

$$C = \sum_t C_1(t)^2 + \sum_t C_2(t)^2 \quad (3.19)$$

A operação é feita para cada parcela de 64 pontos do sinal com avanço de uma amostra.

O tempo gasto no processamento após repetir mil vezes esta função foi de 25.1094 s.

### 3.3.6 Cálculo da CWT por convolução no domínio da frequência e transformada inversa de Fourier

Usa-se aqui a propriedade da convolução Transformada de Fourier. A CWT é obtida calculando-se a transformada inversa do produto das transformadas de Fourier do sinal e da Morlet.

$$\mathfrak{F}^{-1} [ X(\omega) \cdot \Psi_{\cos}(\omega) ] = x(t) \otimes \Psi_{\cos}(t) \quad (3.20)$$

$$\mathfrak{F}^{-1} [ X(\omega) \cdot \Psi_{\text{sen}}(\omega) ] = x(t) \otimes \Psi_{\text{sen}}(t) \quad (3.21)$$

$$C = \sum_t (\mathfrak{F}^{-1}[X(\omega) * \psi_{\cos}(\omega)])^2 + \sum_t (\mathfrak{F}^{-1}[X(\omega) * \psi_{\text{sen}}(\omega)])^2. \quad (3.22)$$

O tempo gasto no processamento após repetir mil vezes esta função foi de 47.3438s.

### 3.3.7 Cálculo da CWT por convolução da função Morlet complexa com o sinal no domínio do tempo

Neste método, calcula-se a convolução de  $\Psi(t)$  e  $x(t)$ , ou seja:

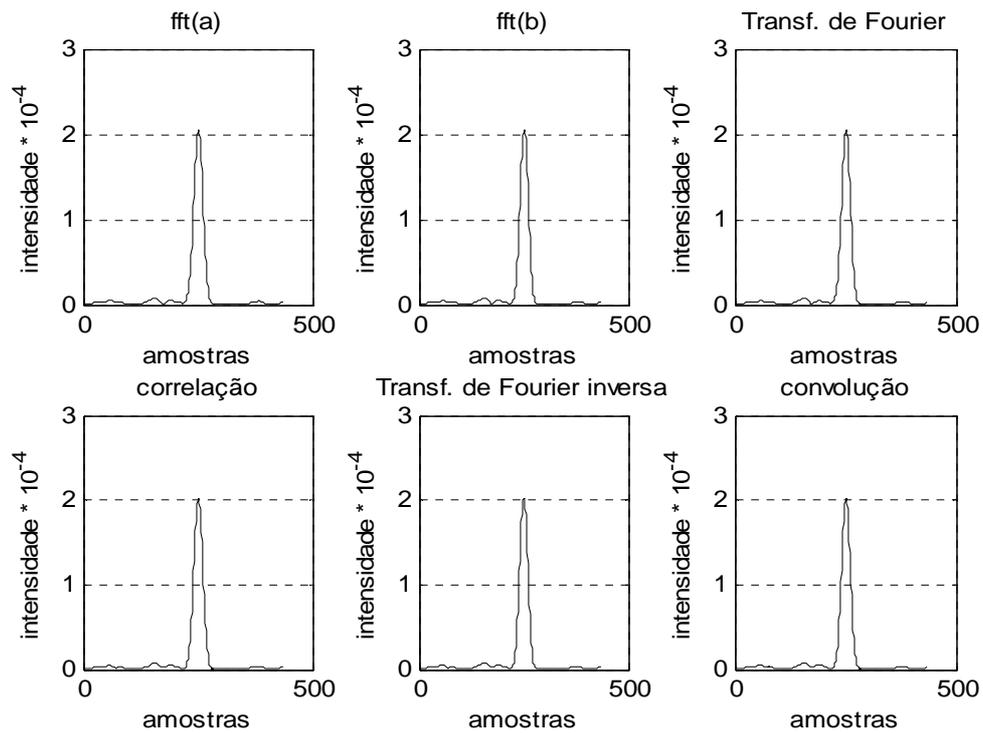
$$C(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)\psi(t - \tau)d\tau \quad (3.23)$$

Essa operação produz diretamente o resultado final da CWT de  $y(t)$ .

O tempo gasto em processamento após repetir mil vezes esta função foi de 0.4375 s.

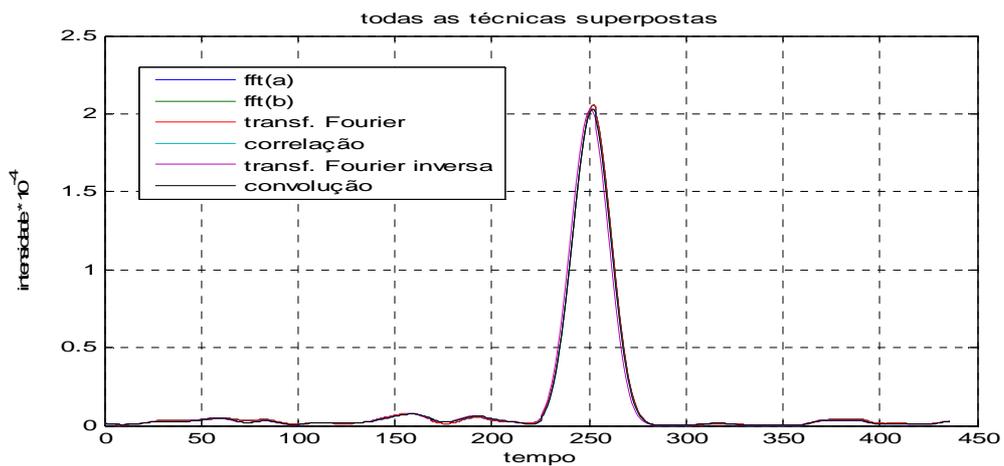
### 3.3.8 Resultados obtidos com as diferentes técnicas

Na Figura 3.5 são apresentados os resultados da transformada wavelet contínua de  $x(t)$  para diversas técnicas.



**Figura 3.5: Resultados das diferentes técnicas aplicadas ao sinal da Fig. 3.4.**

A Figura 3.6 apresenta os resultados de todas as técnicas superpostos. Observa-se que as seis curvas são coincidentes.



**Figura 3.6: Resultados das diferentes técnicas superpostos.**

# Capítulo 4

## Experimentos no Mar

### 4.1 Descrição e propósito

Neste capítulo são descritas as características dos sinais gravados a bordo de um submarino e também as representações espectrais de alguns alvos com características mais marcantes. Estes sinais são utilizados nas análises efetuadas nos Capítulos 5, 6 e 7.

Sendo um dos propósitos desta tese avaliar técnicas de detecção à distância, as etapas dessa investigação poderiam ser:

- simulação de sinais de cavitação de navios;
- propagação desses sinais de faixa larga em águas rasas até grandes distâncias fonte – receptor;
- combinação desses sinais com ruído próprio ou ambiente, no receptor;
- teste das técnicas de processamento.

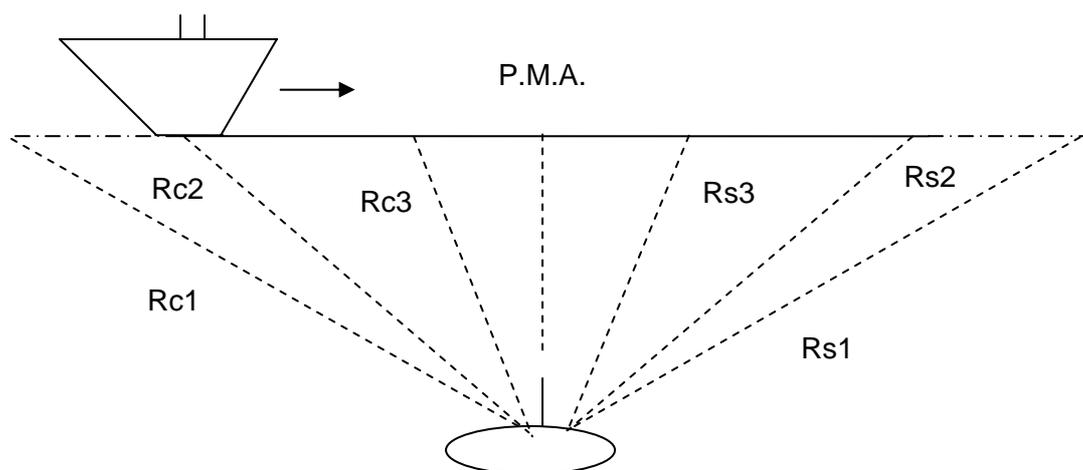
A física dos processos de cavitação é bastante complicada e não se conseguiu encontrar uma técnica mais elaborada do que uma simples simulação de um processo de faixa larga com geração de números aleatórios.

A propagação por modos de sinais de faixa larga em ambientes reais só pode ser feita por modelos numéricos. O grupo interdisciplinar de geoacústica da COPPE – UFRJ está na iminência de concluir um primeiro desenvolvimento desses modelos; não foi possível usá-los no presente trabalho. Foram apenas gerados sinais de banda estreita a partir de soluções analíticas da propagação como indicado no capítulo 2.

As instituições de pesquisa do país, incluídas as da Marinha do Brasil, ainda não possuem recursos de equipamentos – basicamente fontes sonoras de baixa frequência e arranjos de hidrofones – para realizarem experimentos acústicos no mar, relacionados à detecção, localização, determinação de parâmetros geoacústicos do fundo, tomografia acústica, entre outros. O progresso da Oceanografia Acústica e de suas aplicações depende radicalmente de experimentos no mar.

Uma possibilidade de se obter dados do mundo real é através de gravações de fontes sonoras, como navios “cavitando” (com detalhamento feito no Capítulo 2), a partir de hidrofones fixos no fundo, como na Raia Acústica da Marinha em Arraial do Cabo, RJ. Outra é a partir de submarinos acompanhando navios de superfície.

A Figura 4.1 apresenta uma representação esquematizada de como deveriam ser as experiências efetuadas durante a gravação constante da Tabela 4.1. O navio mercante se deslocando paralelamente ao navio, antes de ser detectado pelo submarino, representado pela linha pontilhada, alcança um ponto onde passa a ser detectado, indicado pela linha contínua, sendo à distância de aproximação indicada por  $R_c$ , onde  $R_{c1} > R_{c2} > R_{c3}$  até o alvo alcançar o ponto de maior aproximação (PMA) com o submarino e, a seguir, começa a se afastar, até alcançar um ponto onde o submarino perde o contato, indicado pela linha pontilhada, sendo à distância de saída indicada por  $R_s$ , onde  $R_{s1} > R_{s2} > R_{s3}$ . Lembra-se que quanto mais afastada for esta detecção, maior tempo terá o submarino de tomar diversas ações.



**Figura 4.1: Deslocamento do alvo.**

Foi então possível obter-se gravações de sinais no mar, em condições ainda não totalmente controladas como, por exemplo, sem o conhecimento preciso de geometria, parâmetros geoacústicos do fundo e perfis de velocidade. As gravações foram obtidas com vários navios em evolução em área próxima ao Rio de Janeiro, RJ e profundidades de cerca de 60 metros. As gravações foram feitas por equipe do Grupo Sonar do IPqM - Instituto de Pesquisa da Marinha, a bordo de um dos

submarinos da Marinha e basicamente são constituídos de sinais irradiados por navios mercantes e pesqueiros.

O sistema de áudio dos sonares passivos usou frequência de amostragem  $f_a = 32.000$  Hz e com uma resolução de 16 bits (quase com qualidade de discos compactos CD) e assim, o volume dos dados puros é considerável. A taxa de amostragem foi bem acima da maior frequência dos sinais que potencialmente se esperava identificar, de tal forma que não se aguardavam problemas de intermodulação (“aliasing”).

As gravações dos alvos permitiram comprovar a existência de uma estrutura de modos na propagação de sinais de cavitação e a possibilidade da sua detecção pelo submarino como se pode ver em diversas figuras deste capítulo. Além disso, esses sinais serão usados na composição de cenários bastantes reais para os testes das diferentes técnicas de detecção nos Capítulos 5 e 6.

## **4.2 Dados obtidos**

A Tabela 4.1 apresenta as características dos sinais obtidos a bordo de um submarino classe Tupi. É composta pelos arquivos gerados em formato wav, a duração de cada sinal em minutos e segundos, pelo número do contato corresponde à designação dada pela mesa de plotagem de contatos (PAC), pelas informações sobre o contato obtido pelos operadores sonar do submarino, pela distância aproximada do alvo em jardas e pela profundidade do local em metros.

**Tabela 4.1: Gravações a bordo de um submarino classe Tupi.**

Arquivo (*.wav)	Duração (mm:ss)	Contato #	Tipo	Distância (jds)	Prof. Local (m)
S33-Passex_Fita01_Grv01	08:29	03	Mercante	2000 ?	56
S33-Passex_Fita01_Grv02	01:03	03	Mercante	6000	66
S33-Passex_Fita01_Grv03	16:55		Pesqueiro	2700	60
S33-Passex_Fita01_Grv04	04:35				
S33-Passex_Fita01_Grv05	06:31				
S33-Passex_Fita01_Grv08	10:17	25	Pesqueiro	5000	
S33-Passex_Fita01_Grv10a	04:51	24A	Mercante		
S33-Passex_Fita01_Grv11	02:03	24A	Mercante	1500	
S33-Passex_Fita01_Grv12	01:02	24A	Mercante	2700	
S33-Passex_Fita01_Grv13a	02:17	25B	Mercante	5700	
S33-Passex_Fita01_Grv17	04:17	52B	Mercante	5000 ?	
S33-Passex_Fita01_Grv18	12:29	52B	Mercante	3500	
S33-Passex_Fita01_Grv19	08:07	52B	Mercante		
S33-Passex_Fita01_Grv20	04:19				
S33-Passex_Fita01_Grv21	08:20				
S33-Passex_Fita01_Grv22	04:23	66B	Mercante	2600	
S33-Passex_Fita01_Grv23	02:34	54B	Mercante	5500	53
S33-Passex_Fita01_Grv24	04:57	01A	Mercante	3000	60
S33-Passex_Fita01_Grv25	01:33	02B	Pesqueiro	2000	
S33-Passex_Fita01_Grv26	00:42	02B	Pesqueiro	4000	
S33-Passex_Fita01_Grv27	12:17	07B	Mercante	10000	60
S33-Passex_Fita01_Grv28	05:39	07B	Mercante	4200	60
S33-Passex_Fita01_Grv29	01:27	07B	Mercante	7000	60
S33-Passex_Fita01_Grv30	05:38	08A	Mercante	4800	70
S33-Passex_Fita01_Grv32	03:46	64A	Pesqueiro		
S33-Passex_Fita01_Grv33	03:08	64A	Pesqueiro	4000	
S33-Passex_Fita01_Grv34	02:37	74B	Pesqueiro		
S33-Passex_Fita01_Grv35	04:31	74B	Pesqueiro	< 1000	

#### 4.3 Evolução do espectro

As Figura 4.2, Figura 4.5 –Figura 4.11 apresentam a evolução de espectros da gravação sonora, feita pelo submarino, dos alvos S33-Passex\_Fita01\_Grv22, S33-Passex\_Fita01\_Grv01, S33-Passex\_Fita01\_Grv18, S33-Passex\_Fita01\_Grv19, S33-

Passex\_Fita01\_Grv20, S33-Passex\_Fita01\_Grv21, S33-Passex\_Fita01\_Grv27 e S33-Passex\_Fita01\_Grv28, respectivamente, Os sinais já foram gravados em forma digital através de um conversor Analógico/Digital (A/D) na frequência de amostragem indicada.

Os sinais de cada registro foram filtrados através de um filtro passa baixa tipo I Tchebyshev de oitava ordem com a frequência de corte  $f_c = 0,8 (f_s/2)/16$  ou  $f_c = 800$  Hz e reamostrados a uma taxa  $1/8$  menor do que a  $f_a$  original, obtendo uma nova  $f_a = 4.000$  Hz. Finalmente, amostras menores da seqüência filtrada, espaçadas de 1.000 pontos, filtradas novamente através de um filtro passa alta Butterworth digital de ordem 6, com frequência de corte inferior correspondente  $f_{ci}$  a  $0,25 f_a/2$  nova, ou seja,  $f_{ci} = 250$  Hz. Em seguida, foram calculados os espectros com a técnica de Welch, a ser descrita no Anexo C.

Observam-se na Figura 4.2 estrias ao longo do tempo que representam instantes de reforço de intensidade produzidos pela interferência dos diferentes modos. Esse fenômeno será explorado para estimativa de distância, no capítulo 7. Ressalte-se o padrão interessante da propagação por modos. Não há frequências discretas como o padrão pode sugerir. Se houvesse algum tom discreto sendo recebido, o sinal ficaria sempre na mesma frequência e aumentando e diminuindo ao longo do tempo de acordo com as interferências construtivas e destrutivas dos modos. O sinal de faixa larga mostra reforço e destruição seqüencialmente ao longo do tempo.

Com o objetivo de permitir um gráfico mais compreensível e melhor tratamento do padrão de interferências, a ser feito no Capítulo 7, os espectros recebem uma filtragem passa-baixa adicional e uso de apenas os máximos do espectro, como mostrado na Figura 4.3 para o alvo S33-Passex\_Fita01\_Grv22. Na Figura 4.4 os máximos todos recebem valor unitário; esses dois últimos gráficos são do tipo linhas de nível (“contour-plot”), para o mesmo alvo S33-Passex\_Fita01\_Grv22.

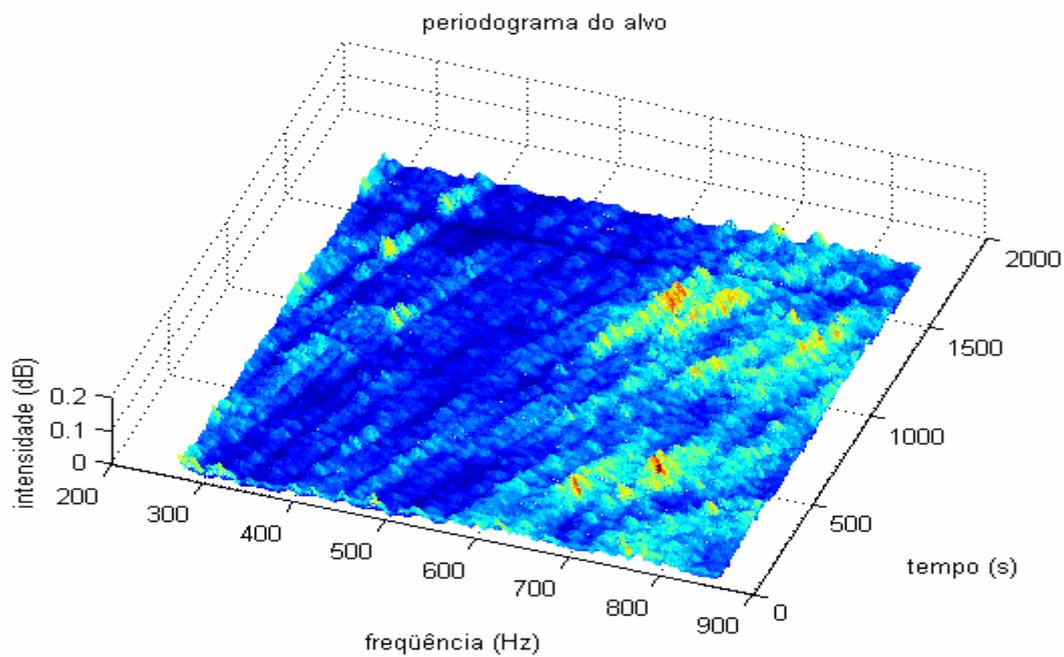


Figura 4.2: Espectro de potência da gravação sonora do alvo S33-Passex\_Fita01\_Grv22.

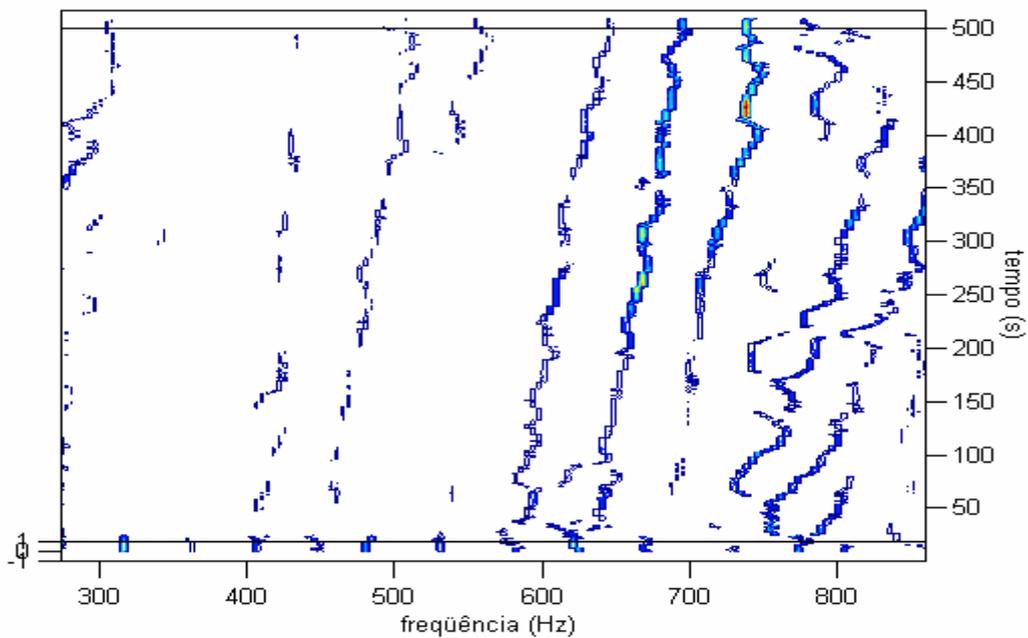
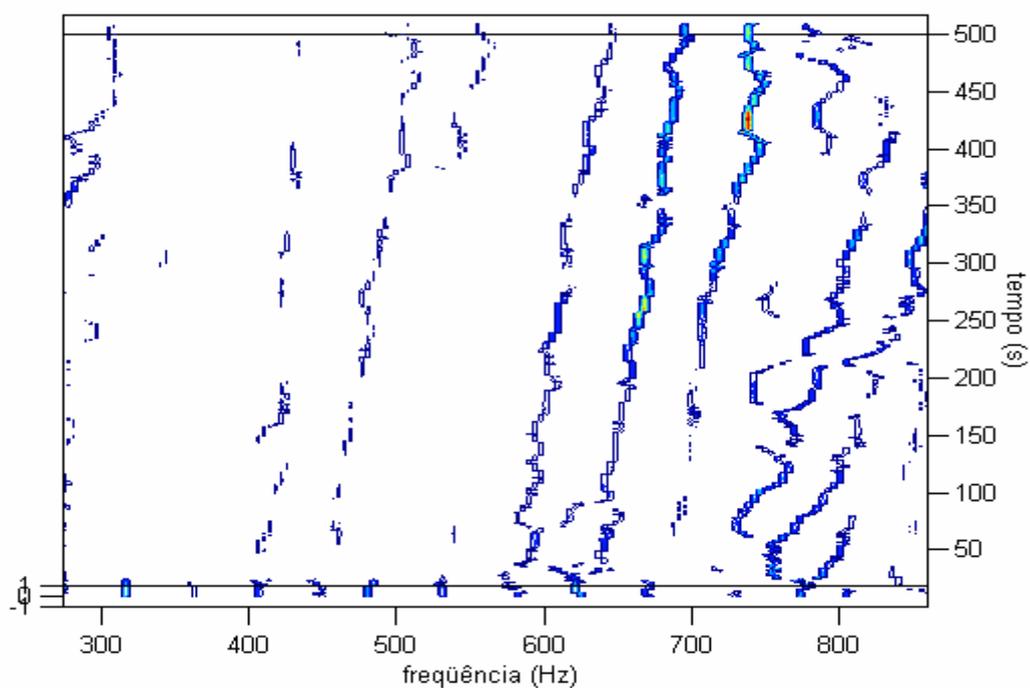
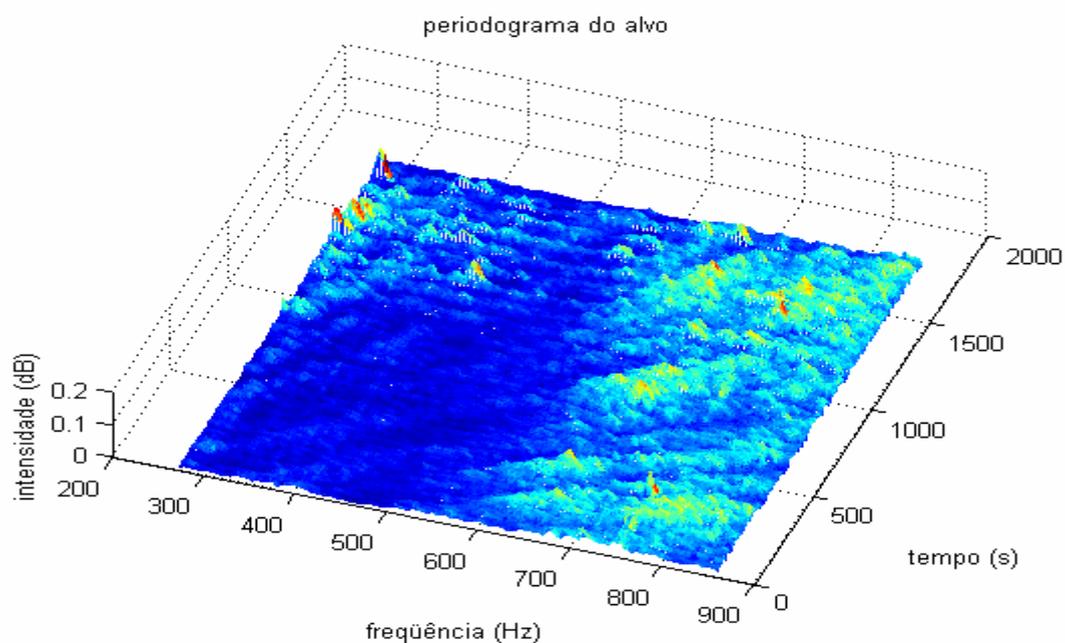


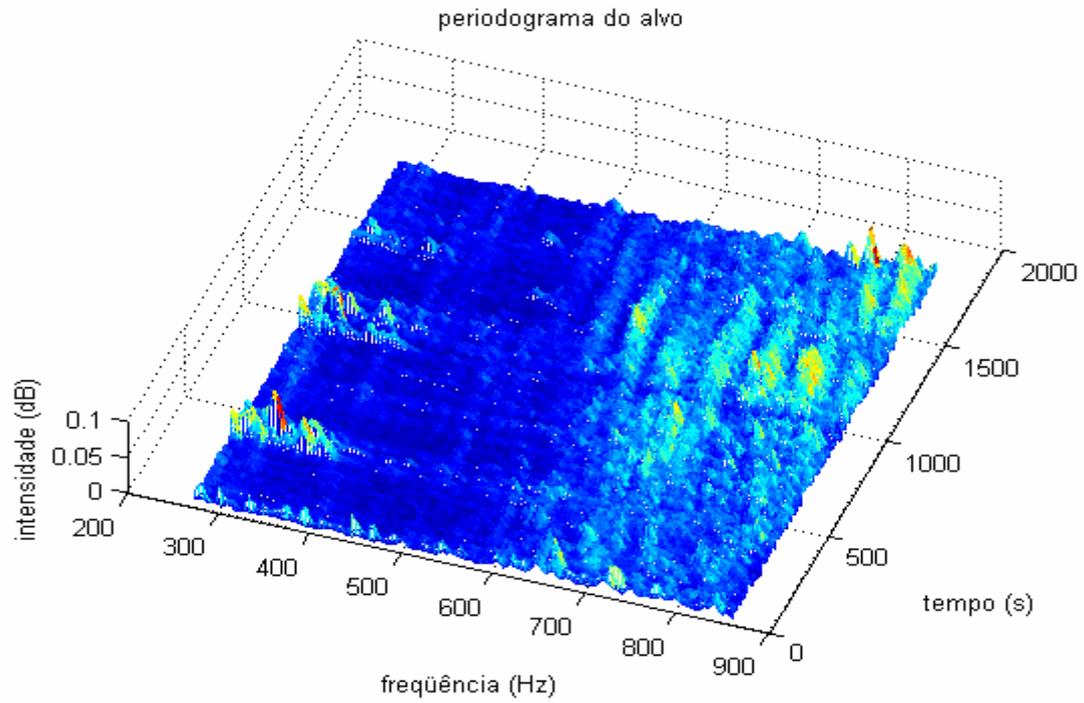
Figura 4.3: Espectro de potência da gravação sonora do alvo S33-Passex\_Fita01\_Grv22 após receber uma filtragem passa-baixa adicional.



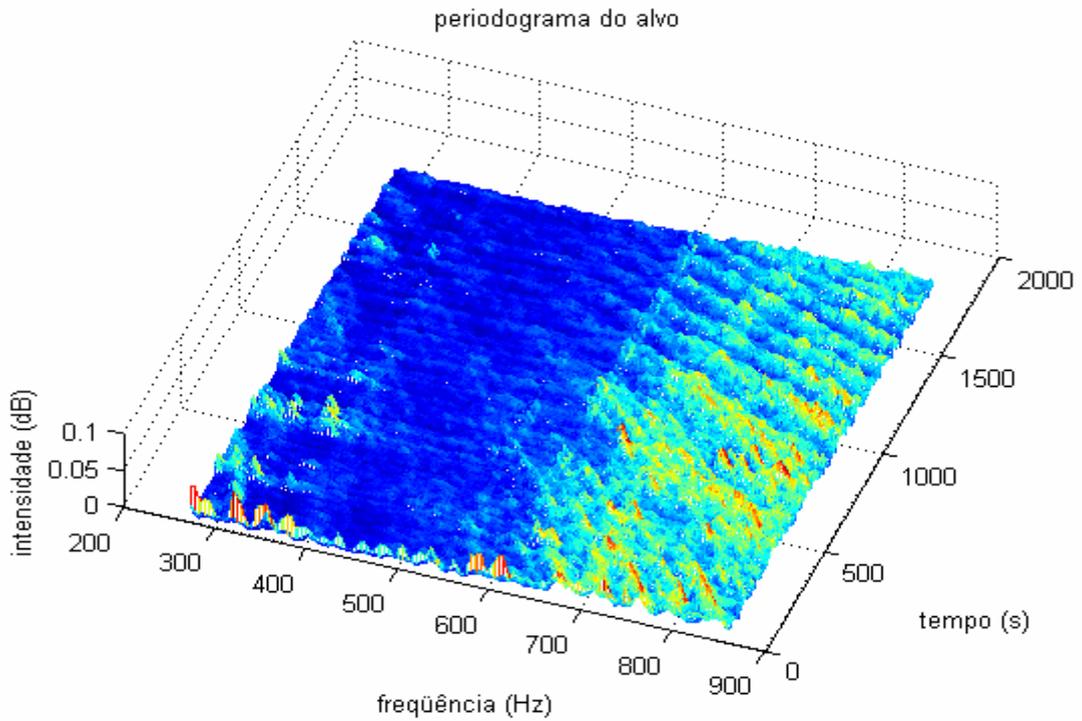
**Figura 4.4:** Espectro de potência da gravação sonora do alvo S33-Passex\_Fita01\_Grv22 após os máximos todos receberem um valor unitário.



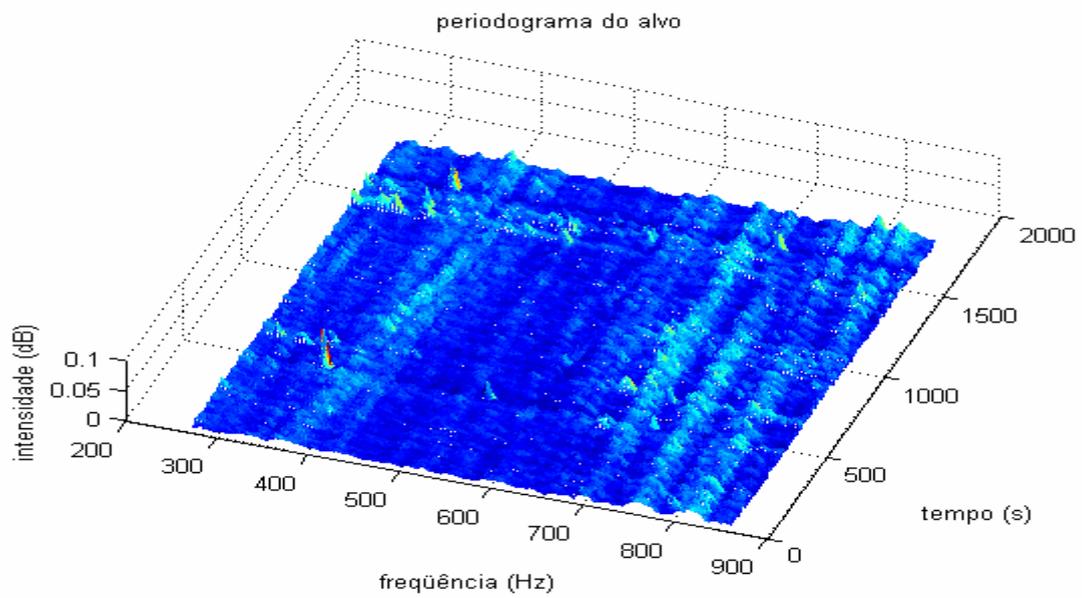
**Figura 4.5:** Espectro de potência da gravação sonora do alvo S33-Passex\_Fita01\_Grv01.



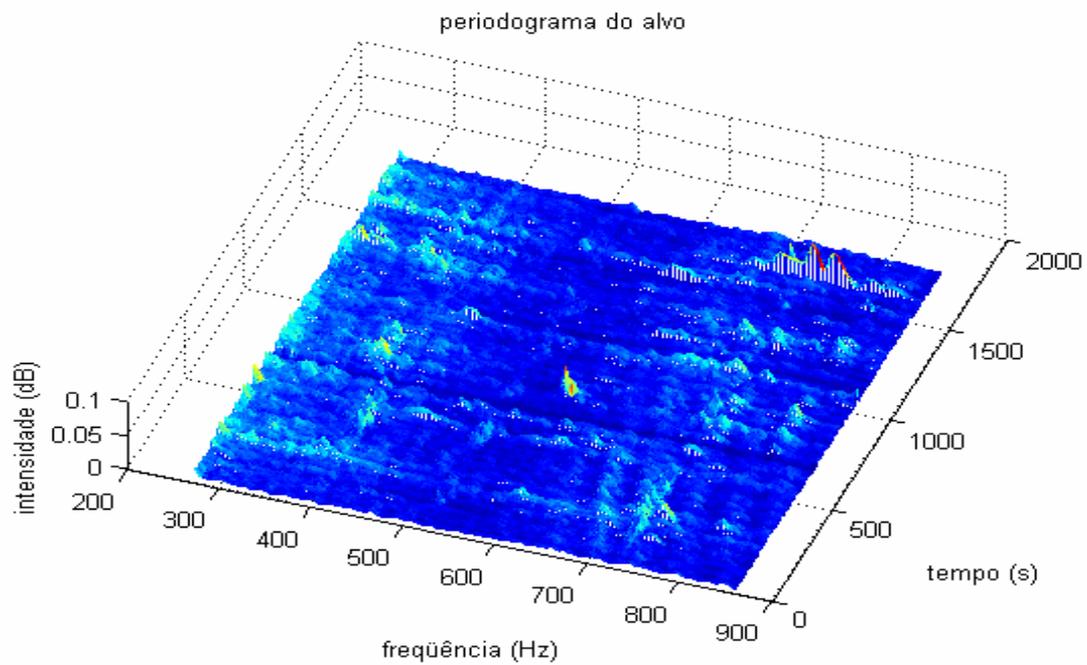
**Figura 4.6: Espectro de potência da gravação sonora do alvo S33-Passex\_Fita01\_Grv18.**



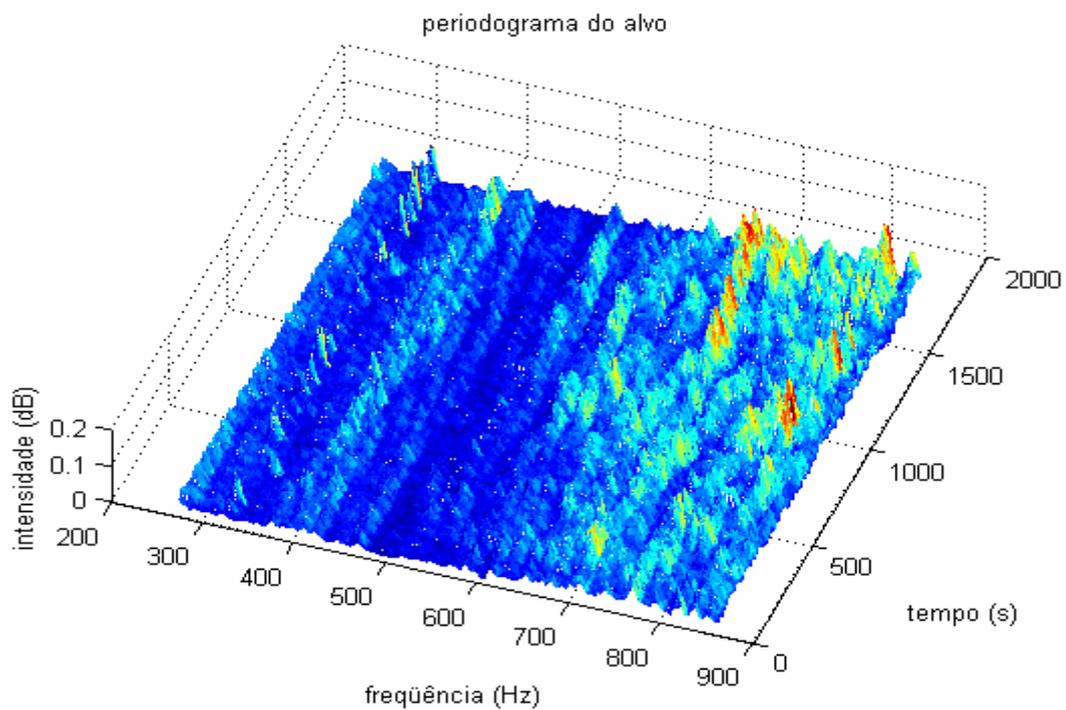
**Figura 4.7: Espectro de potência da gravação sonora do alvo S33-Passex\_Fita01\_Grv19.**



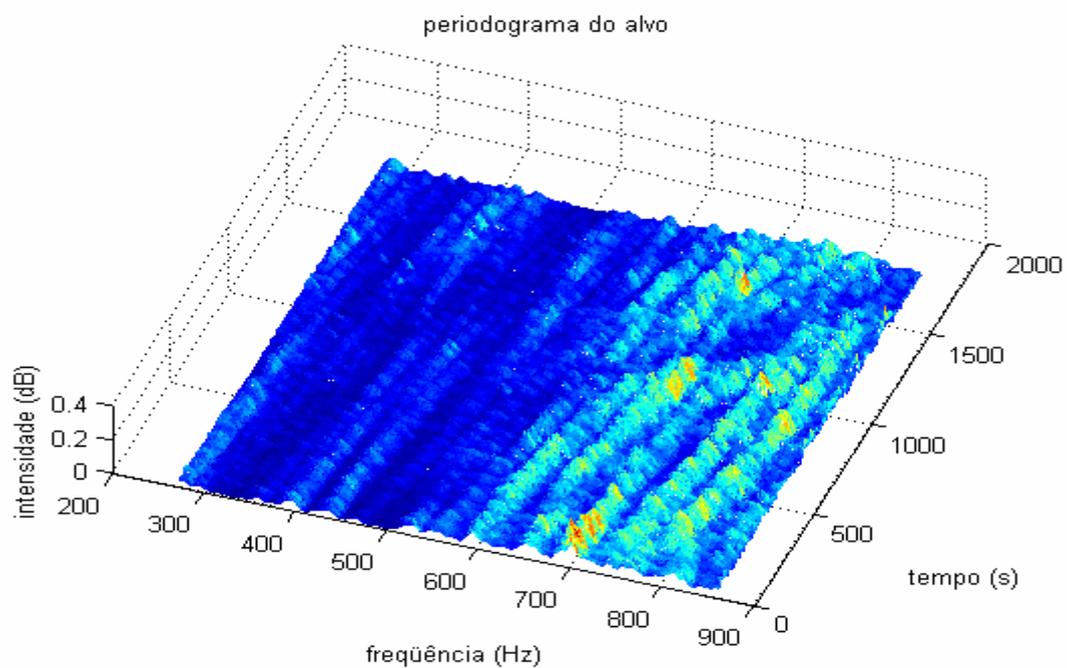
**Figura 4.8: Espectro de potência da gravação sonora do alvo S33-Passex\_Fita01\_Grv20.**



**Figura 4.9: Espectro de potência da gravação sonora do alvo S33-Passex\_Fita01\_Grv21.**



**Figura 4.10: Espectro de potência da gravação sonora do alvo S33-Passex\_Fita01\_Grv27.**



**Figura 4.11: Espectro de potência da gravação sonora do alvo S33-Passex\_Fita01\_Grv28.**

# Capítulo 5

## Detecção à Longa Distância com Diferentes Técnicas

### 5.1 Análise de Séries Temporais para a Detecção

No estudo dos sonares passivos, destaca-se a análise no domínio da frequência, como forma de se detectar os sinais desejados.

Diversas técnicas de análise espectral foram estudadas com a finalidade de serem aplicadas na detecção passiva de alvos, tendo-se em mente que quanto mais rápido for conseguida a detecção, maior tempo disporá o comando do navio para tomar as diversas ações necessárias.

Neste capítulo são descritos os cenários utilizados nos testes das diferentes técnicas para a detecção a longa distância. Os cenários básicos escolhidos para os testes assumem:

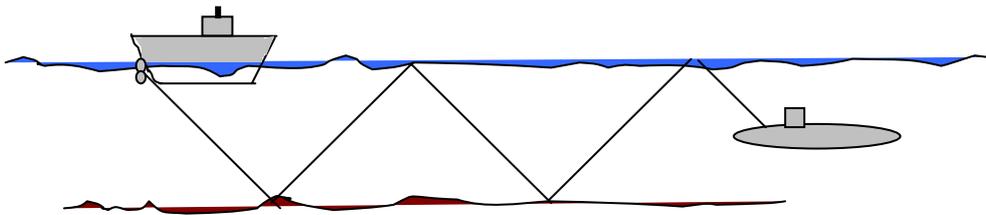
- a) um navio na superfície apresentando uma assinatura acústica composta de sinais de faixa larga e ruído aleatório aditivo (ruído branco gaussiano). Utilizou-se também um sinal de banda larga substituindo o ruído aleatório, com a finalidade de representar o ruído próprio do submarino;
- b) um navio na superfície emitindo uma ou algumas frequências (banda estreita) na faixa ótima de propagação em águas rasas com um ruído aleatório aditivo (ruído branco gaussiano);
- c) sem navio na superfície, somente ruído ambiente, representado por um ruído branco gaussiano, adicionado de um ruído aleatório diferente do primeiro.

Os sinais resultantes simulam sinais gravados por um submarino com hidrofone (antena de um sonar passivo) omnidirecional, nos diferentes cenários.

Assume-se, então, uma situação inicial sem alvo (fonte) presente, impõe-se a presença de um sinal e testa-se com várias técnicas espectrais.

## 5.2 Escolha de cenários

O primeiro cenário corresponde a um navio mercante irradiando um sinal de banda larga (a partir de agora, identificado como Cenário 1); esse sinal é resultado da cavitação do hélice e ocupa uma faixa desde algumas dezenas de Hz até poucos kHz. Foi considerada a propagação em águas rasas, conforme pode ser vista na Figura 5.1, esperando-se, portanto, a chegada de um sinal com estrutura de modos, descrita no Capítulo 4 (ver Figura 4.2 – Figura 4.11).



**Figura 5.1: Navio mercante transmitindo sinais de faixa larga em águas rasas.**

Um roteiro normal seria a simulação de sinal de cavitação e sua propagação por um modelo numérico até a distância desejada. Como não se dispõe de um programa computacional para a simulação da cavitação [55] ou de modelos numéricos adequados [52] à propagação de sinais de faixa larga, decidiu-se usar como sinal para esse cenário a assinatura acústica de um navio mercante gravado a bordo do submarino classe Tupi, sem a eliminação do ruído envolvente. As estrias que aparecem na figura anteriormente citada representam o padrão de interferência descrito no Capítulo 2 quando a variação de distância representada pelo tempo no registro fez variar as fases de chegada dos diferentes modos no receptor.

Foi usado um segmento de 8192 pontos da gravação S33-Passex\_Fita01\_Grv22 (doravante denominado  $x(t)$ ), que corresponde a um tempo de observação de 2,05 segundos. O sinal foi amostrado em 32.000 Hz, decimado para

4.000 Hz e filtrado utilizando um filtro passa faixa entre 250 e 850 Hz. Essa será a faixa de interesse em todos os cenários. A técnica de decimação será descrita no Anexo E.

O ruído que limita o sinal (que a partir de agora, será denominado ruído limitador e será representado por  $r(t)$ ) foi produzido utilizando um gerador de números aleatórios, e, à semelhança do  $\sin 22$ , com uma amostragem assumida de 32.000 Hz, decimado para 4.000 Hz e filtrado utilizando um filtro passa faixa entre 250 e 850 Hz. Foi usado também um segmento de 8.192 pontos.

O segundo cenário (a partir de agora, identificado como Cenário 2) corresponde a um sinal de banda estreita que se propaga por modos, surgindo no limiar de uma detecção e que é simulado pela função mãe co-seno de Morlet,  $\psi_{\cos}(t)$ . Como, quase sempre, em águas rasas, existe uma frequência ótima de propagação, foi considerada a existência de uma frequência discreta que se compõe com o ruído limitador. O sinal é composto então de  $\psi_{\cos}(t)$ , na frequência de 570 Hz mais  $r(t)$ . Obteve-se, assim, um sinal com um registro de 8.192 pontos, procurou-se testar a eficácia da CWT e da STFT na detecção desse sinal.

O terceiro cenário (a partir de agora, identificado como Cenário 3) é uma variação do Cenário 2. Simula-se a ocorrência por tempo limitado de frequências discretas, também por adição da  $\psi_{\cos}(t)$  de frequência de 570 Hz a  $r(t)$ , em momentos selecionados aleatoriamente. O ruído limitador permaneceu o mesmo. Procurou-se, assim, simular a possível ocorrência de um número maior de vezes da mesma frequência ótima de propagação.

O quarto cenário (a partir de agora, identificado como Cenário 4) é uma variação do Cenário 3. Simula-se a ocorrência por tempo limitado de frequências discretas, também por adição da  $\psi_{\cos}(t)$  de frequências diferentes, entre 250 e 850 Hz a  $r(t)$ , em momentos selecionados aleatoriamente. Procurou-se, assim, simular a possível ocorrência de frequências ótimas de propagação em diversos instantes ao longo do registro.

O quinto cenário (a partir de agora, identificado como Cenário 5) repete a situação do primeiro à exceção do ruído limitador. Neste caso, usa-se, a título de ruído próprio do submarino classe Tupi, referência no trabalho em pauta, o sinal acústico

gravado como possível assinatura acústica da gravação S33-Passex\_Fita01\_Grv05, doravante denominado  $r_5(t)$ . Nessa gravação foi considerado que não havia alvo sendo acompanhado e, portanto, essa seleção pode ser representativa de uma situação com limitação por ruído próprio.

O sexto cenário (a partir de agora, identificado como Cenário 6) foi montado para teste das técnicas de processamento de sinais; o sinal foi um ruído aleatório de faixa larga, sem estrutura de modos, doravante denominado  $r_1(t)$  e o ruído limitador também aleatório de faixa larga. Entretanto, são processos aleatórios diferentes.

### 5.3 Relações sinal/ruído

Na entrada da unidade de processamento de sinais, considerada para a montagem dos testes de detecção, que a relação sinal/ruído (representada por S/N) é entre o sinal que foi somado ao ruído e o ruído, em (dB). Assim, seguintes expressões matemáticas foram empregadas para cada cenário:

Cenário 1:  $S/N = 10 \log(\sigma^2(x(t)n + r(t))/ \sigma^2(r(t)))$ ; em que  $n$  é um fator para se conseguir as relações desejadas de S/N; foram empregados conjuntos de S/N na entrada iguais a -10, -5, 0, 5 e 10 dB, onde  $\sigma^2 = \text{var}(X) = E((X - \mu)^2)$ , i. e., a variância é o valor esperado do quadrado do desvio de  $X$  da sua própria média);

Cenário 2:  $S/N = 10 \log(\sigma^2(\Psi_{\cos}(t) n + r(t))/ \sigma^2(r(t)))$ ; foram preparados conjuntos de S/N na entrada iguais a 0, 2, 4, 6 e 8 dB;

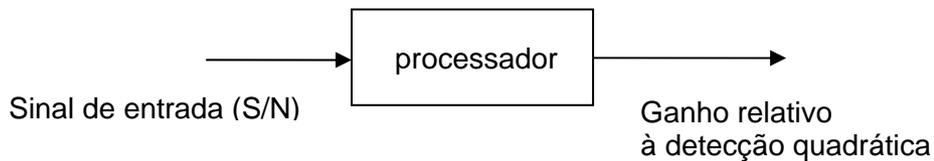
Cenário 3:  $10 \log(\sigma^2(\Psi_{\cos}(t) n + r(t))/ \sigma^2(r(t)))$ ; foram preparados conjuntos de S/N na entrada iguais a do cenário 2; foram adicionadas diversas  $\Psi_{\cos}(t)$  com a mesma frequência;

Cenário 4:  $10 \log(\sigma^2(\Psi_{\cos}(t) n + r(t))/ \sigma^2(r(t)))$ ; foram preparados conjuntos de S/N na entrada iguais a do cenário 2; foram adicionadas  $\Psi_{\cos}(t)$  com diferentes frequências;

Cenário 5:  $10 \log(\sigma^2(x(t) n + r(t))/ \sigma^2(r_5(t)))$ , foram preparados conjuntos com S/N na entrada iguais a do cenário 1; e

Cenário 6:  $10 \log(\sigma^2(r_1(t) n + r(t)) / \sigma^2(r(t)))$ , foram preparados conjuntos com S/N na entrada iguais a do cenário 1;  $r_1(t)$  é um ruído aleatório (faixa larga).

Será mostrada na forma de um diagrama em blocos a seqüência de análise. Ver Figura 5.2.



**Figura 5.2: Diagrama em blocos da seqüência de análise.**

A relação S/N na entrada escolhida para cada caso, é um conjunto de valores iguais a -10, -5, 0, 5 e 10 dB, para os Cenários 1, 5 e 6 e S/N na entrada é um conjunto de valores iguais a 0, 2, 4, 6 e 8 dB, para os Cenários 2, 3 e 4.

O processador fornecerá na saída o ganho em relação à detecção quadrática para os seguintes métodos:

CWT, STFT, função de correlação, espectro de Welch (por dois modos: área do espectro e desvio padrão  $\sigma$  do espectro) e cepstrum.

#### **5.4 Detecção quadrática**

A detecção quadrática é usada com freqüência na detecção passiva de sinais acústicos submarinos com características desconhecidas.

O resultado na saída do detector quadrático [8] pode ser representado para sinal ou ruído como  $\frac{1}{T} \int_0^T x^2 dt$  o que, para um processo de média zero, corresponde à  $\sigma^2$  do processo. Usa-se então como resultado dessa detecção a relação  $10 \log(\sigma^2(\text{sinal})/\sigma^2(\text{ruído}))$  que será a referência básica para a avaliação das demais técnicas de processamento de sinais.

## 5.5 Detecção com a CWT

Na detecção com a CWT busca-se a detecção localizada de ocorrências do sinal ao longo do registro de dados. A maior eficácia dessa operação já foi comentada, quando comparada com as técnicas espectrais convencionais em situações de não estacionaridade, o que ocorre mais nos cenários 2, 3 e 4.

A Figura 5.3 mostra os resultados da CWT para dois cenários: sinal com modos mais ruído aleatório (1) e  $\Psi_{\cos}(t)$  mais ruído aleatório (2); observa-se a grande quantidade de picos na transformada do primeiro caso. Esse resultado é típico para a transformada de um processo de faixa larga como é o cenário 1; avaliou-se a possibilidade de usar como resultado para cada frequência a média de maiores valores, a média de toda a convolução ou ainda, o valor máximo para cada frequência. A média de toda a convolução tende a diminuir a S/N do resultado, porque incorpora correlações da  $\Psi_{\cos}(t)$  com secções de ruído apenas. O uso de um valor máximo limita a relação sinal/ruído, porque privilegia apenas uma ocorrência de "sinal", deixando de computar outras possíveis ocorrências, como é o caso do cenário 3. A princípio, parece indicado obter-se a média de um certo número de valores máximos. Não foi estudada uma otimização desse processo.

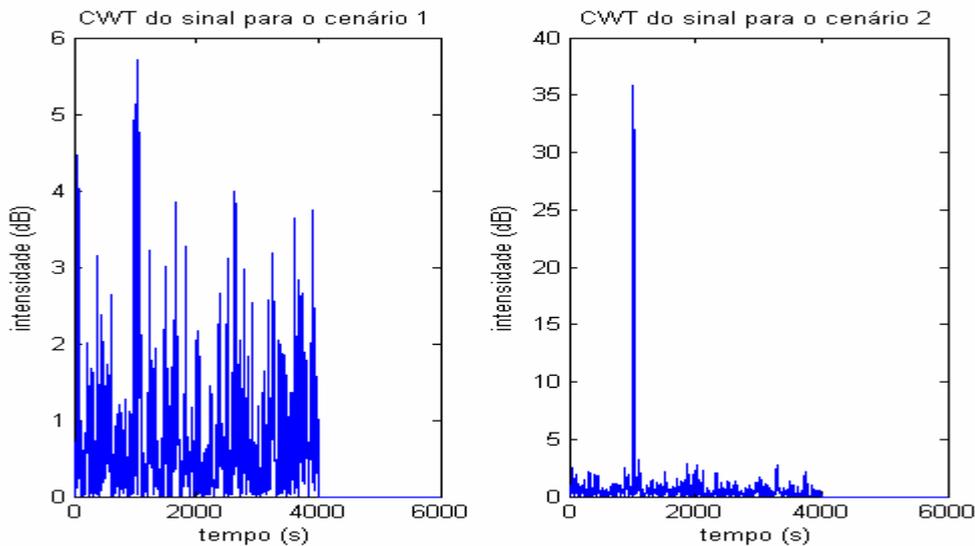
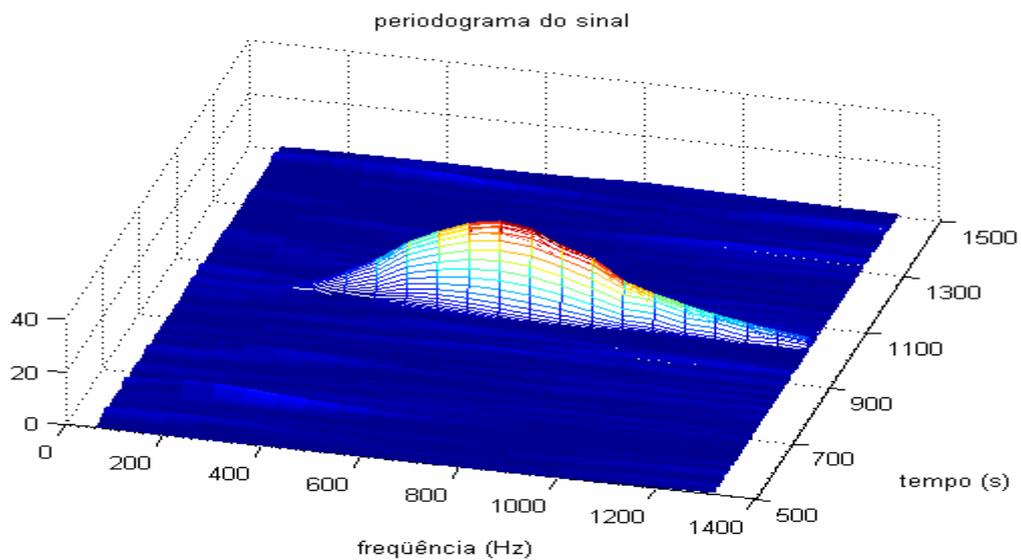


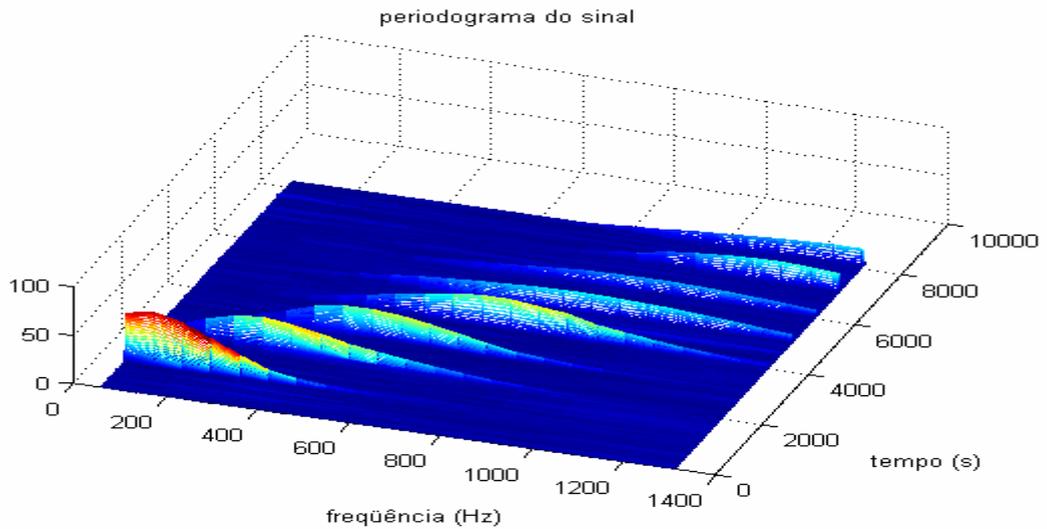
Figura 5.3: Resultados da detecção pela CWT para os cenários 1 e 2.

O objetivo então é estabelecer um critério que totalize todas as ocorrências e calcule corretamente uma relação sinal/ruído na saída. São 21 freqüências e 8192 valores de tempo; obtém-se para cada freqüência os k maiores ocorrências ao longo do registro que produzem a maior relação sinal/ruído (obtem-se um valor ótimo de k para cada freqüência); garante-se, dessa forma, que se está computando todas as ocorrências de sinal. Na Figura 5.4 uma ocorrência em torno do ponto 1.000 é mostrada para se ter uma idéia da expansão no tempo da detecção da ocorrência.



**Figura 5.4: Plotagem 3D de uma das ocorrências do cenário 2 – corresponde ao ponto 1000.**

A Figura 5.5 mostra uma plotagem tipo tridimensional (3D) da CWT para o sinal do cenário 4 com S/N na entrada de 8 dB. As ocorrências de sinal serão detectados com o critério mencionado acima.



**Figura 5.5: Resultado da detecção de 8 tons discretos de curta duração pela CWT.**

### 5.6 Detecção pela função de Correlação

Um sinal com um determinado conteúdo de freqüências tem uma função de autocorrelação que apresenta uma estrutura com variações. Ver Figura 6.3 (a); no caso de um ruído de características aleatórias (faixa larga), os valores são próximos da média (zero). Ver Figura 6.3 (a). A relação dos dois valores para retardo zero corresponde à detecção quadrática. A relação da soma das duas funções para retardo maiores do que 1 pode representar um "ganho" adicional para a detecção, caso exista a estrutura mencionada.

A seqüência de operações é a seguinte:

- calcula-se a função de autocorrelação para o sinal e para o ruído limitador;
- obtém-se a soma de k valores iniciais para o sinal e para o ruído.

### 5.7 Detecção pelo espectro de Welch

O espectro pode revelar uma estrutura de modos de um sinal. A seqüência de operações é a seguinte:

- cálculo dos espectros de um sinal e de um ruído: escolhe-se um cálculo com 256 graus de liberdade (g.l.); usa-se a técnica de Welch (segmentos de 64 pontos com 32 pontos de superposição); fator de escala =  $2\Delta t/N$ , em que  $\Delta t$  é o intervalo de amostragem e  $N$  é o número de pontos  $N = 64$ ;

- detecção 1: pela área do espectro – teoricamente igual à  $\sigma^2$ ; nesse caso, há equivalência com a detecção quadrática;

- detecção 2: cálculo do desvio padrão do espectro; resultado relacionado com ocorrência de um determinado conteúdo de frequências;

### **5.8 Detecção pela Transformada De Fourier de tempo curto (STFT)**

A detecção pela STFT pode revelar a presença de sinais de forma localizada, à semelhança da CWT. A seqüência de operações é a seguinte:

- calcula-se o espectro para segmentos de 32 pontos com avanço de uma amostra do sinal e do ruído;

- para cada frequência, somam-se  $k$  valores máximos que podem corresponder à ocorrência de um sinal; essa operação é feita para o sinal e para o ruído.

### **5.9 Detecção pela Cepstrum**

Uma estrutura com uma relação fixa entre frequências, típica de uma estrutura de modos, pode ser calculada através do espectro ou do cepstrum. Tal estrutura não existe em um sinal aleatório. A seqüência de operações é a seguinte:

- cálculo dos espectros do sinal e do ruído: cálculo com 16 graus de liberdade (g.l.);

- cálculo do cepstrum; com 128 pontos, na tentativa de se obter a maior resolução possível em baixa frequência;

- obtenção da soma do desvio padrão de  $k$  primeiros valores, eliminando-se as componentes de alta frequência.

# Capítulo 6

## Resultados para detecção à longa distância

### 6.1 Introdução

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos com as seguintes técnicas de detecção, para cada cenário descrito no Capítulo 5: correlação, análise espectral utilizando a CWT e a STFT, e cepstrum. Serão mostrados os ganhos obtidos com as diferentes técnicas em relação ao método de detecção quadrática, considerando-se diferentes relações sinal-ruído.

### 6.2 Cenário 1

Os resultados são dados a partir de uma relação em dB (S/N) entre o resultado para o sinal e o resultado para o ruído:  $10 \log_{10} (\text{resultado do sinal} + \text{ruído}) / (\text{resultado do ruído})$ .

O resultado será sempre um valor quadrático –  $\sigma^2$  - (valor quadrático em relação ao sinal no tempo) como é o caso da função de correlação, do espectro e da CWT; no caso do cepstrum mantém-se o critério, obtendo-se o desvio padrão ( $\sigma$ ) do cepstrum.

A tabela da Figura 6.1 a mostra os valores dos ganhos em relação à detecção quadrática na saída para diferentes valores de S/N na entrada; as diversas linhas são identificadas a seguir.

linha1 = relação (sinal n)/ruído; valores de -10, -5 0 5 e 10 dB no caso do cenário 1;

linha2 = valor de n: fator multiplicador para se obter a relação sinal/ruído desejada;

linha3 = relação sinal/ruído total, igual à detecção quadrática

linha4 = detecção pela função de correlação;

linha5 = detecção pelo espectro; área do espectro =  $\sigma^2$ ;

linha6 = detecção pelo espectro;  $\sigma$  do espectro;

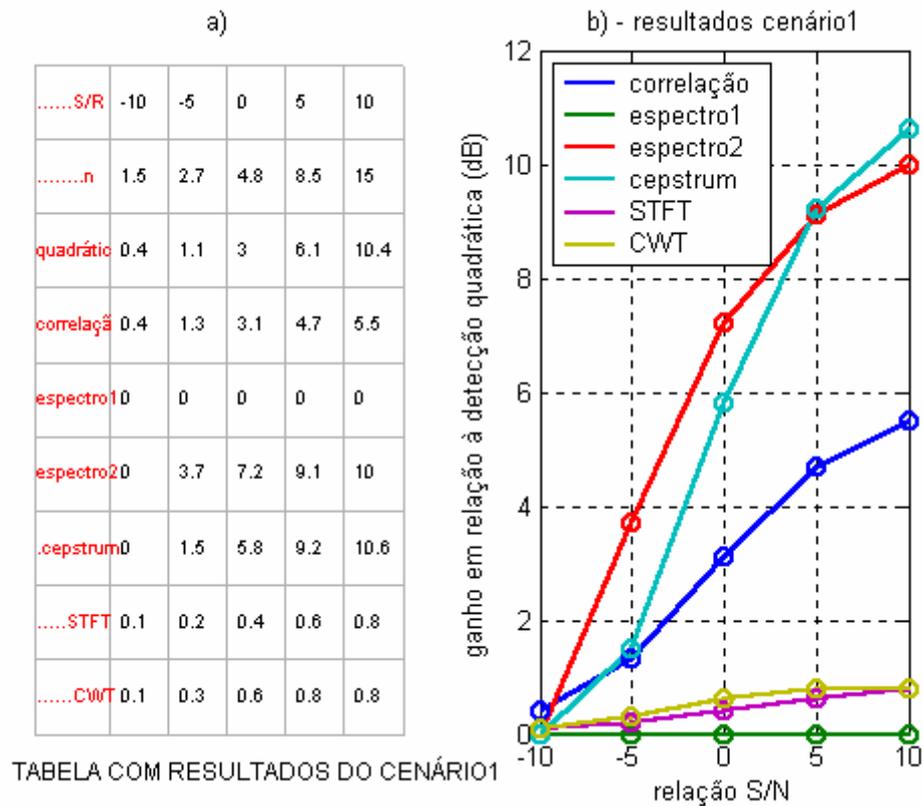
linha7 = detecção pela STFT;

linha8 = detecção pelo cepstrum;

linha9 = detecção pela CWT.

Como já comentado no Capítulo 5, os cálculos são feitos para  $x(t)$  e  $r(t)$  normalizados e dessa forma os resultados já estão diminuídos dos valores correspondentes à detecção quadrática da linha 3. Os valores representam um “ganho” de detecção em relação à detecção quadrática.

Os resultados da tabela são apresentados na Figura 6.1 (b) e pode-se observar que os melhores desempenhos são: espectro2 ( $\sigma$ ), cepstrum, correlação, CWT e STFT e espectro1 (área do espectro). O espectro1 corresponde à detecção quadrática.



**Figura 6.1: Resultados para o cenário 1 –  $x(t) + r(t)$ .**

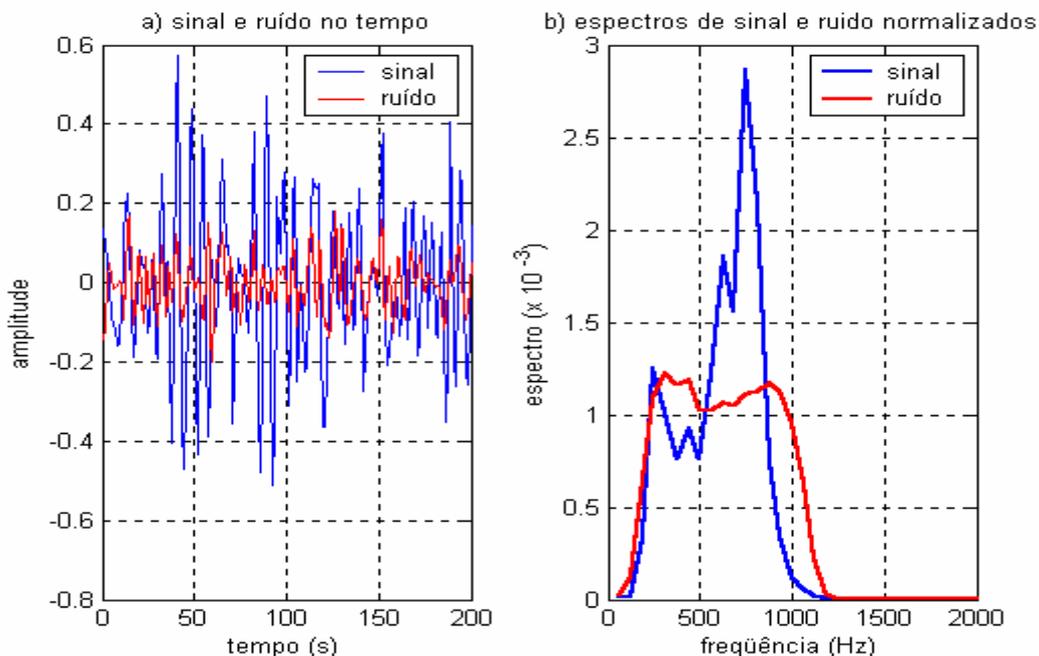
A justificativa para o desempenho do cepstrum é a de que a estrutura do sinal é a de modos como se viu na Figura 4.2 do Capítulo 4. O cepstrum é capaz de captar essa relação de frequências o que representa um “ganho” adicional para a detecção. A

técnica `espectro2` também detecta a estrutura com até mais ganho do que o `cepstrum` para menores valores de S/N; provavelmente a técnica `espectro2` seja mais eficiente ainda quando o conteúdo de freqüências não tenha uma relação fixa, isto é quando o  $x(t)$  seja composto de freqüências discretas sem qualquer relação harmônica, produzidas por diferentes máquinas auxiliares ou do sistema de propulsão, por exemplo.

Observa-se que a STFT e a CWT têm desempenho inferior. Como a estrutura de freqüências existe em todo o registro, a detecção localizada feita por essas duas técnicas não tem como sobrepujar as outras técnicas que usam todo o registro.

Na Figura 6.2 (a) parte de  $x(t) + r(t)$  e de  $r(t)$  para S/N na entrada igual a 10 dB.

Na Figura 6.2 (b) observa-se um conteúdo de freqüências no  $x(t) + r(t)$  e um comportamento típico de banda larga no espectro de  $r(t)$ ; a evolução dos espectros desse cenário foi vista na Figura 4.2.

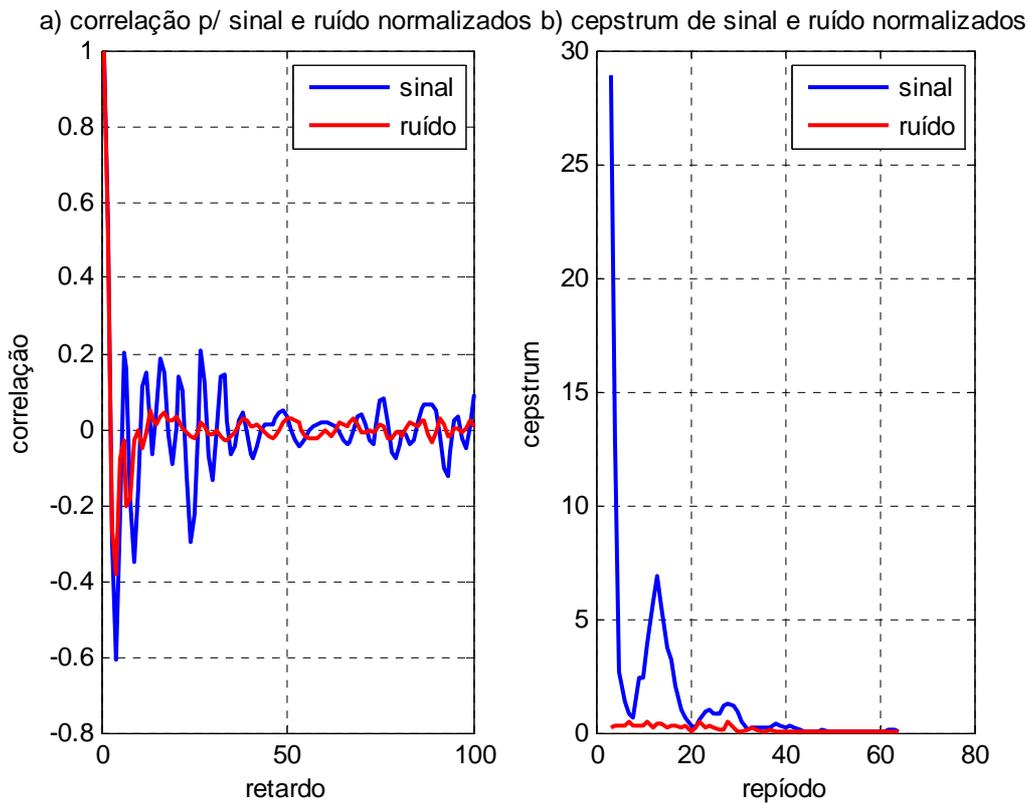


**Figura 6.2:** a)  $x(t)$  e  $r(t)$  no tempo e b) Espectros de  $x(t)$  e  $r(t)$  normalizados.

Observa-se na Figura 6.3 (a) as variações na função de correlação devidas à estrutura de modos. Os processos estão normalizados o que se confirma pelo valor 1

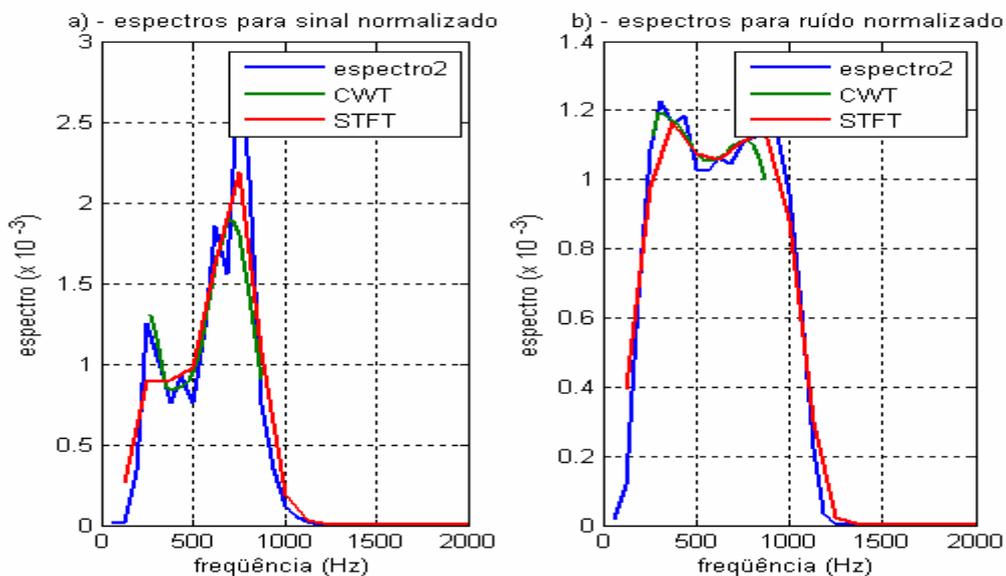
para retardo zero. Optou-se por somar as componentes a partir do sexto valor quando a função para o ruído já está próxima de zero.

Na Figura 6.3 (b), o cepstrum revela a estrutura cíclica do espectro de  $x(t) + r(t)$ . Há muita energia em quēfrências ou repíodos [71] baixos devido à estrutura filtrada do sinal que se reflete no espectro, como se observa na Figura 6.2 (b). Por isso somam-se as componentes do cepstrum apenas a partir do décimo valor.



**Figura 6.3:** a) Funções de correlação para  $x(t)$  e  $r(t)$  e b) Cepstra de  $x(t)$  e de  $r(t)$ .

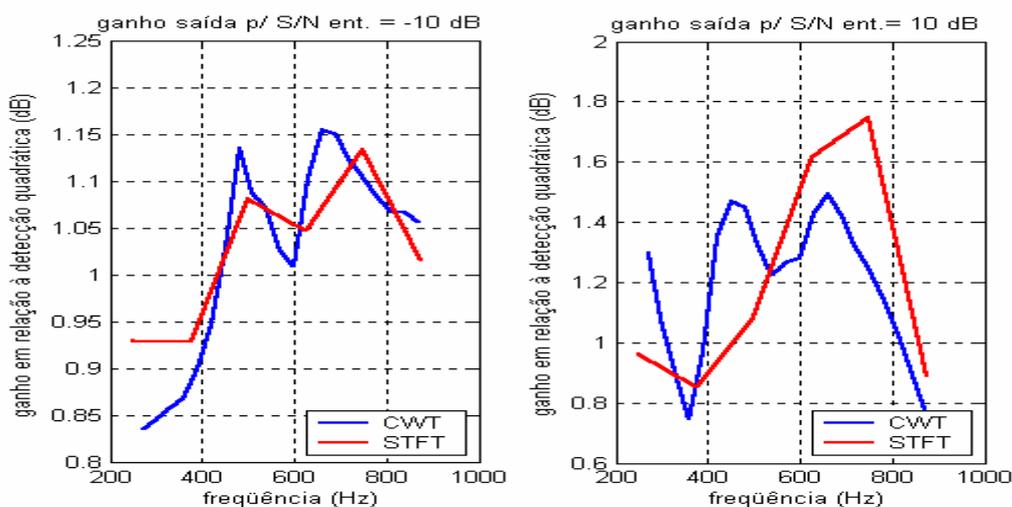
Na Figura 6.4 podem-se ver espectros produzidos com diferentes técnicas, verificando-se que há uma concordância boa dos valores o que significa que as técnicas e escalas apresentadas no Capítulo 5 estão sendo aplicadas corretamente.



**Figura 6.4: a) espectros de  $x(t)$  com diferentes técnicas e b) espectros de  $r(t)$  com diferentes técnicas.**

Como era de se esperar as técnicas com CWT e STFT apresentam menos resolução do que a de Fourier (Welch) que usa todo o segmento para o cálculo do espectro.

A Figura 6.5 (a) apresenta os resultados para a pior e para melhor relação S/N na entrada empregando na detecção a CWT e a STFT usando-se as técnicas explicada nas secções 5.5 e 5.9 computando-se a soma dos  $n$  maiores valores para cada frequência. Observa-se que não há, a princípio, nenhum ganho com as duas técnicas, como indicado pelos resultados da Figura 6.1.



**Figura 6.5: Ganhos em relação à detecção quadrática para CWT e STFT.**

### 6.3 Cenário 2

Os resultados são dados a partir de uma relação em dB (S/N) entre o resultado para o sinal e o resultado para o ruído:  $10 \log_{10} (\text{resultado do sinal} + \text{ruído}) / (\text{resultado do ruído})$ .

O resultado será sempre um valor quadrático –  $\sigma^2$  - (valor quadrático em relação ao sinal no tempo) como é o caso da função correlação, do espectro e da CWT; no caso do cepstrum mantém-se o critério, obtendo-se o  $\sigma$  do cepstrum.

A tabela da Figura 6.6 a mostra os valores dos ganhos em relação à detecção quadrática na saída para diferentes valores de S/N na entrada; as diversas linhas são identificadas a seguir.

linha1 = relação (sinal n)/ruído; valores de 0, 2, 4, 6 e 8 dB no caso do cenário 1;

linha2 = valor de n: fator multiplicador para se obter a relação sinal/ruído desejada;

linha3 = relação sinal/ruído total, igual à detecção quadrática

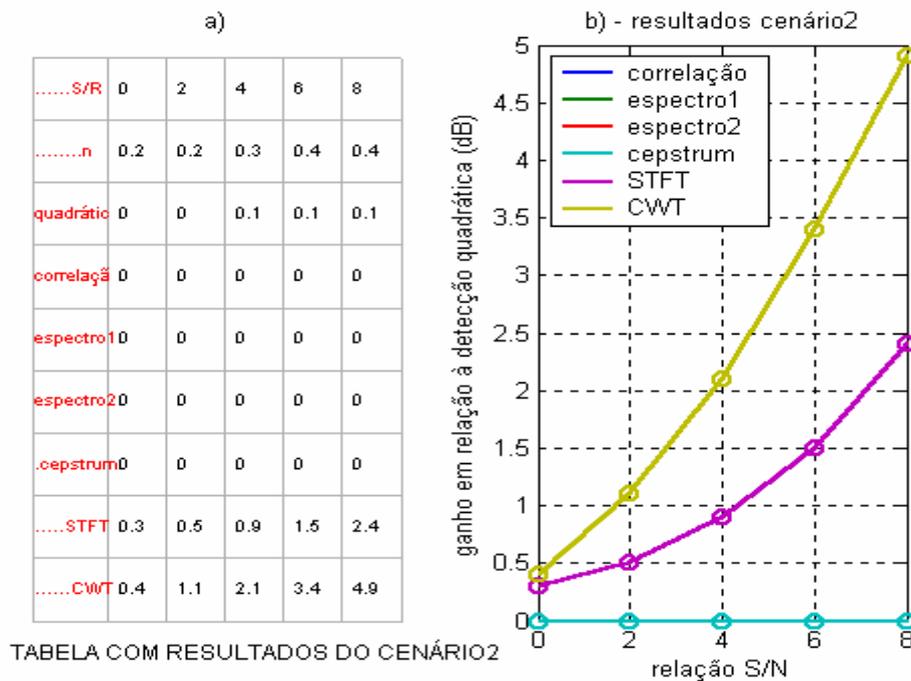
linha4 = detecção pela função de correlação;

linha5 = detecção pelo espectro; área do espectro =  $\sigma^2$ ;

linha6 = detecção pelo espectro;  $\sigma$  do espectro;

linha7 = detecção pela STFT;  
 linha8 = detecção pelo cepstrum;  
 linha9 = detecção pela CWT.

Os resultados são mostrados na Figura 6.6. O sinal a ser detectado é mostrado na Figura 6.7.



**Figura 6.6: Resultados para o cenário 2 –  $\psi_{\cos}(t) + r(t)$ .**

Neste cenário, para os níveis de sinal inserido, a única detecção possível é com a CWT, como se podem ver nos resultados da Figura 6.6; uma ocorrência isolada de um sinal de frequência discreta não é facilmente percebida pelas outras técnicas, que se utilizam da média de todo o segmento de 8.192 pontos. Fica claro também a maior flexibilidade da CWT em relação a STFT. Para que os resultados fossem equivalentes seria necessário usar uma STFT com janela de Gauss em vez de Hann (como faz o "software" usado), e usar uma duração  $T$  da janela de forma a coincidir uma das componentes obtidas com a STFT com a frequência usada na simulação. Esta situação é comentada no Capítulo 3 quando do uso de uma FFT para obter a CWT. O tempo de processamento para a STFT também é bem maior o que

desestimula o uso de um algoritmo mais sofisticado. Neste caso, então, os resultados com a CWT são melhores do que com a STFT.

Ressalte-se que este cenário é muito passível de ocorrer em águas rasas quando se sabe que existe uma frequência ótima de propagação; no limiar da detecção espera-se que apareçam pequenas ocorrências da frequência ótima para as condições ambientais reinantes. Daí a importância de uma detecção via CWT; viu-se que de pouco adiantam as outras técnicas – quadrática, espectro, etc., quando ocorre essa situação.

Vê-se na Figura 6.7 (a) que o sinal é absolutamente igual ao ruído a menos da ocorrência próxima ao ponto 1000 onde foi inserida a Morlet. O espectro de  $\psi_{\cos}(t) + r(t)$  na Figura 6.7 (b) mal consegue discernir alguma alteração nas proximidades da frequência do sinal inserido. A conclusão é a de que a ocorrência se dissipa nas médias calculadas pelo espectro.

Também na Figura 6.8 pode-se observar que a função de correlação e o cepstrum têm valores praticamente idênticos para sinal e ruído impedindo a detecção.

Na Figura 6.9, a princípio há pouca diferença entre os espectros de  $\psi_{\cos}(t) + r(t)$  e  $r(t)$  obtidos com média de todas as transformadas. Usando-se a média global na CWT e na STFT, a detecção localizada se dilui nessa média.

A diferença aparece na Figura 6.10 quando se plota o ganho relativo à detecção quadrática para STFT (a) e para CWT (b). Pela figura já se observa o ganho já indicado na figura 6.6. O ganho é obtido com a média dos valores da Figura 6.10 Como mencionado esse critério é usado em todos os cenários.

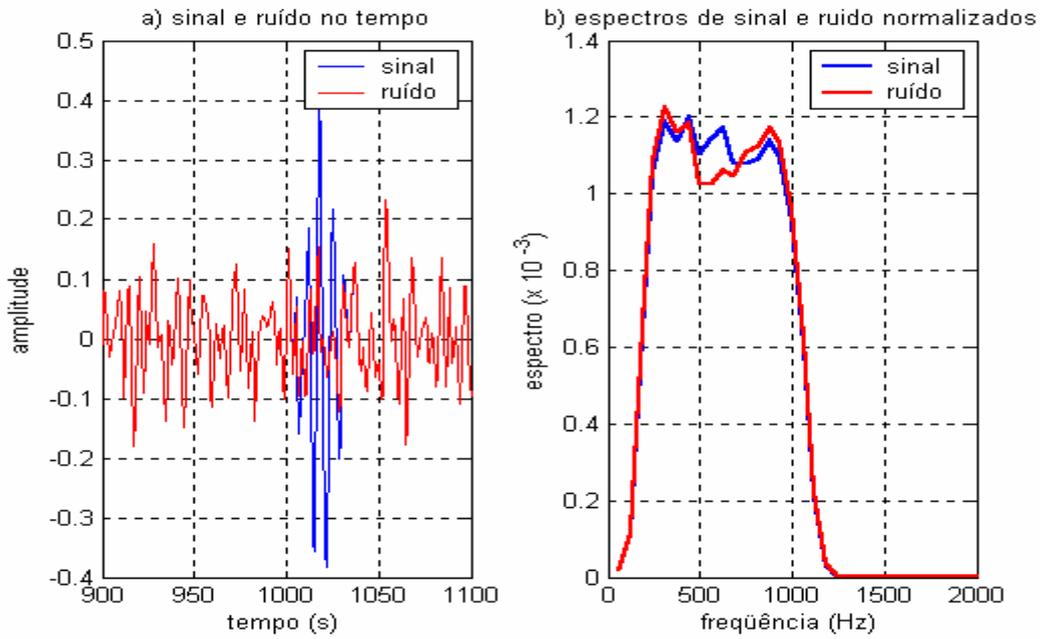


Figura 6.7: a) Representação de  $\psi_{\cos}(t) + r(t)$  e  $r(t)$  no tempo e b) espectros de  $\psi_{\cos}(t) + r(t)$  e  $r(t)$ .

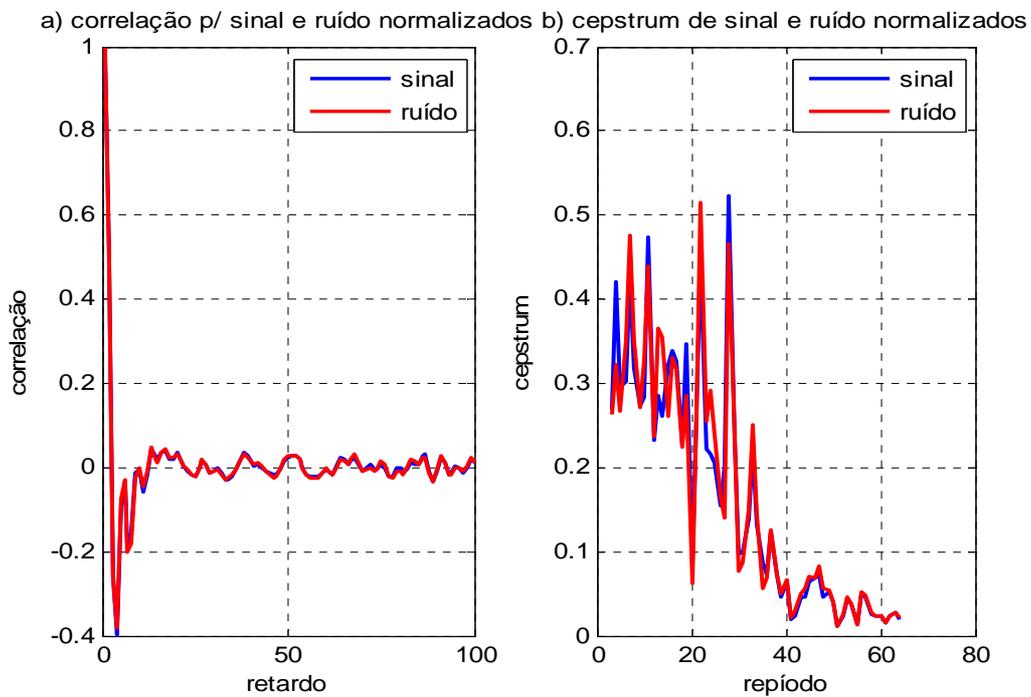


Figura 6.8: a) Função de correlação para  $\psi_{\cos}(t) + r(t)$  e  $r(t)$  e b) cepstra para  $\psi_{\cos}(t) + r(t)$  e  $r(t)$ .

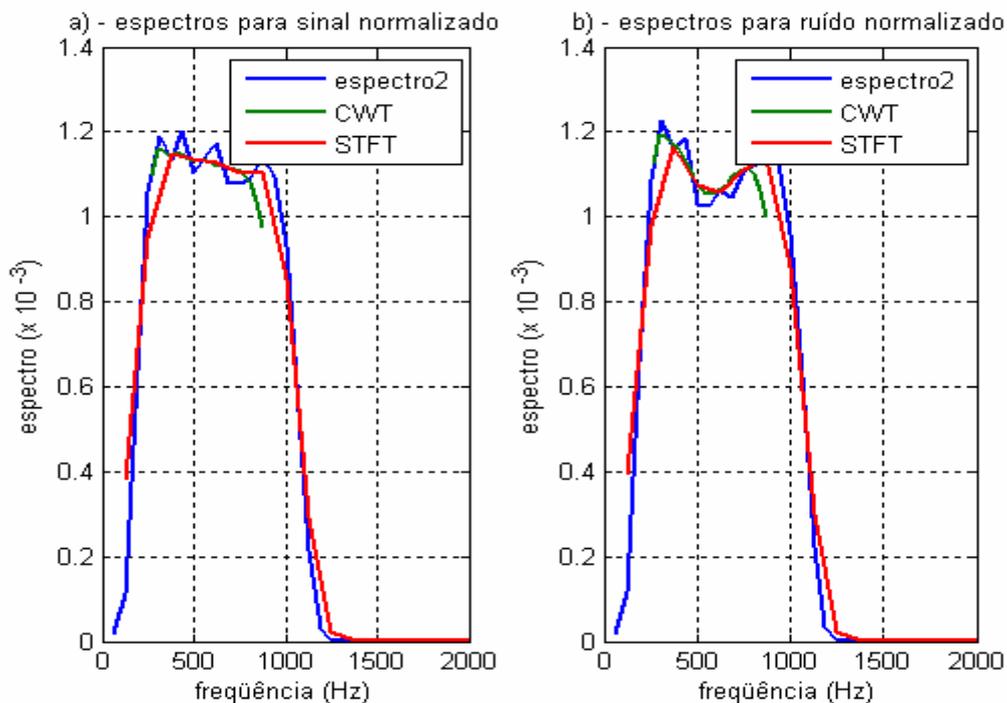


Figura 6.9: (a) Espectros para  $\psi_{\cos}(t) + r(t)$  por diferentes técnicas e (b) Espectros para  $r(t)$  por diferentes técnicas.

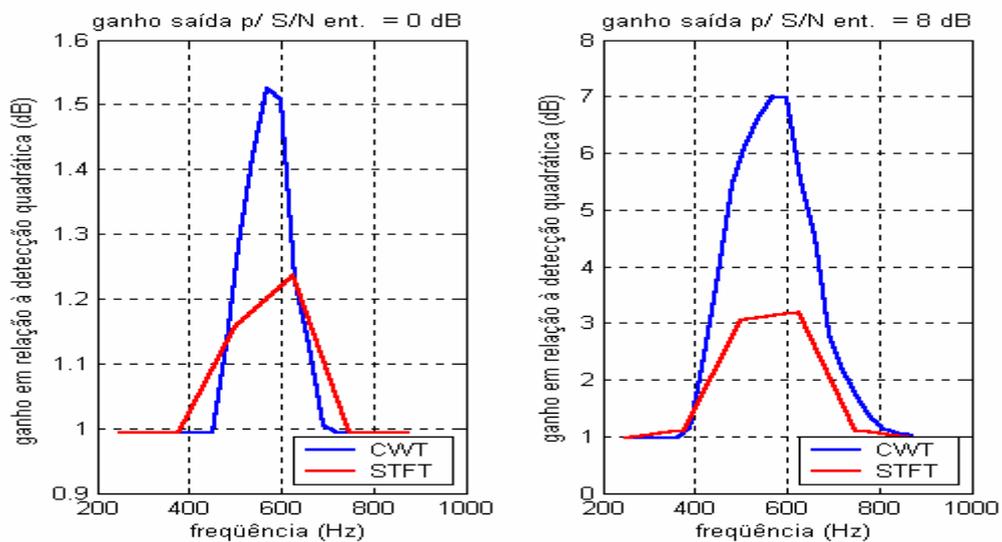


Figura 6.10: a) Resultados da detecção para  $\psi_{\cos}(t) + r(t)$ , para STFT e CWT e b) Resultados da detecção para  $r(t)$ , para STFT e CWT.

## 6.4 Cenário 3

Os resultados são dados a partir de uma relação em dB (S/N) entre o resultado para o sinal e o resultado para o ruído:  $10 \log_{10} (\text{resultado do sinal} + \text{ruído}) / (\text{resultado do ruído})$ .

O resultado será sempre um valor quadrático –  $\sigma^2$  - (valor quadrático em relação ao sinal no tempo) como é o caso da função de autocorrelação, do espectro e da CWT; no caso do cepstrum mantém-se o critério, obtendo-se o  $\sigma$  do cepstrum.

A tabela da Figura 6.11 a mostra os valores dos ganhos em relação à detecção quadrática na saída para diferentes valores de S/N na entrada; as diversas linhas são identificadas a seguir.

linha1 = relação (sinal n)/ruído; valores de 0, 2, 4, 6 e 8 dB no caso do cenário 1;

linha2 = valor de n: fator multiplicador para se obter a relação sinal/ruído desejada;

linha3 = relação sinal/ruído total, igual à detecção quadrática

linha4 = detecção pela função de correlação;

linha5 = detecção pelo espectro; área do espectro =  $\sigma^2$ ;

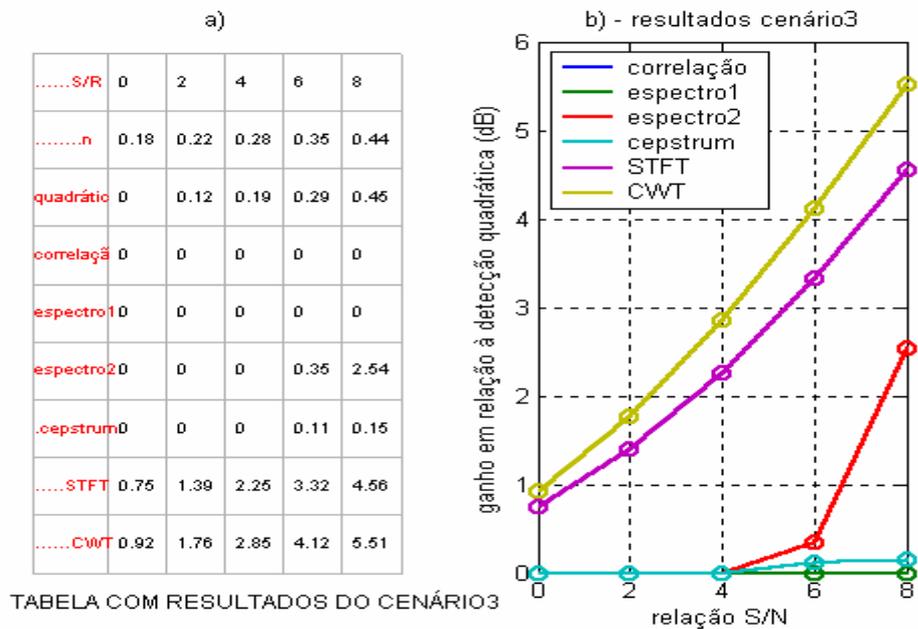
linha6 = detecção pelo espectro;  $\sigma$  do espectro;

linha7 = detecção pela STFT;

linha8 = detecção pelo cepstrum;

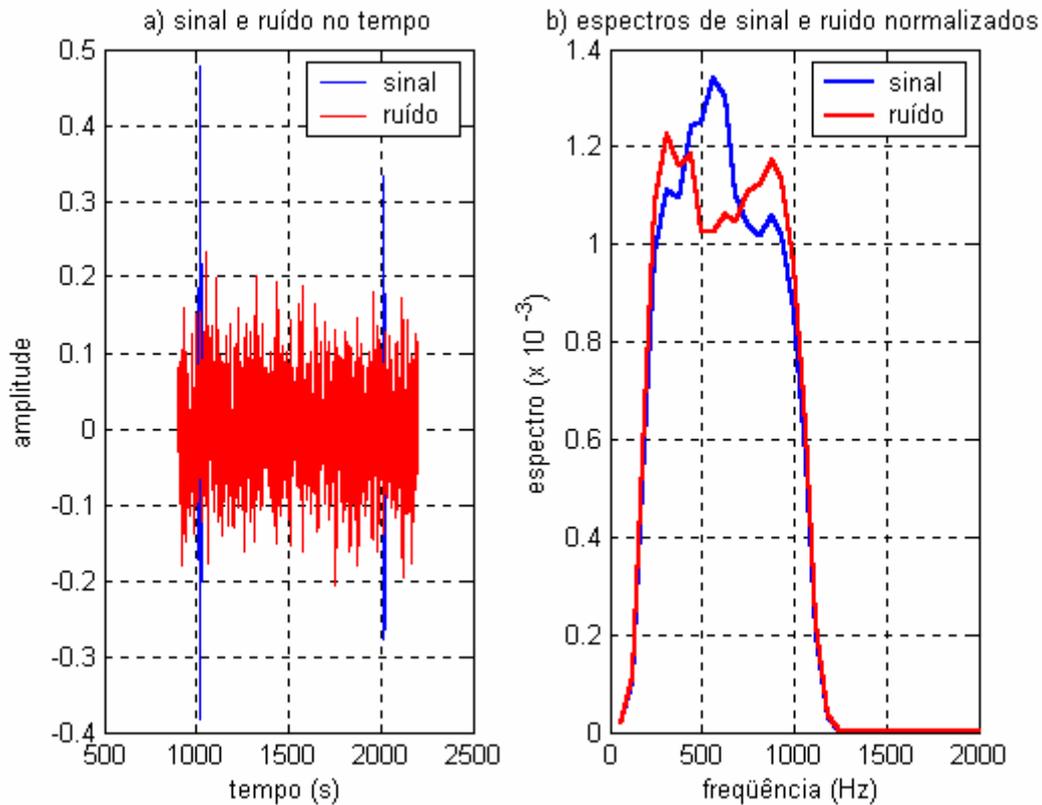
linha9 = detecção pela CWT.

A Figura 6.11 mostra que os resultados para o cenário 3 são praticamente os mesmos do cenário 2. Nota-se apenas um pequeno aumento de valor das outras técnicas para as relações S/N maiores, mas não a ponto de alterar a detecção. Com poucas ocorrências de um sinal discreto, as transformadas de curto período com seu poder localizador, levam vantagem. A diferença entre a CWT e a STFT diminuiu em virtude do aumento do número de ocorrências.



**Figura 6.11: Resultados para o cenário 3 –  $\psi_{\cos}(t) + r(t)$ .**

Na Figura 6.12 (a) observa-se o  $\psi_{\cos}(t) + r(t)$  no domínio do tempo mostrando apenas 2 das 4 inserções; na parte (b) pode se ver que o espectro começa mostrar pequenas diferenças em torno de 570 Hz, a frequência das inserções. O aumento da detecção espectro 2 aparece para maiores valores de S/N na entrada, conforme pode ser visto na Figura 6.13.



**Figura 6.12: a) Representação de  $\psi_{\cos}(t) + r(t)$  e  $r(t)$  no tempo e b) espectros de  $\psi_{\cos}(t) + r(t)$  e  $r(t)$ .**

Na Figura 6.13 apenas um ligeiro aumento no cepstrum, mas igualmente sem permitir uma detecção.

Pode-se ver na Figura 6.14 que valem os mesmos comentários do que os apresentados para o cenário 2; a detecção aparece claramente quando se plota a ganho relativo à detecção quadrática; os valores para a detecção são praticamente iguais aos do cenário 2 uma vez que se está tomando o valor máximo para cada frequência.

Na Figura 6.15 a confirmação de que a detecção com a CWT ainda supera aquela com a STFT para a pior e para a melhor relação S/N na entrada.

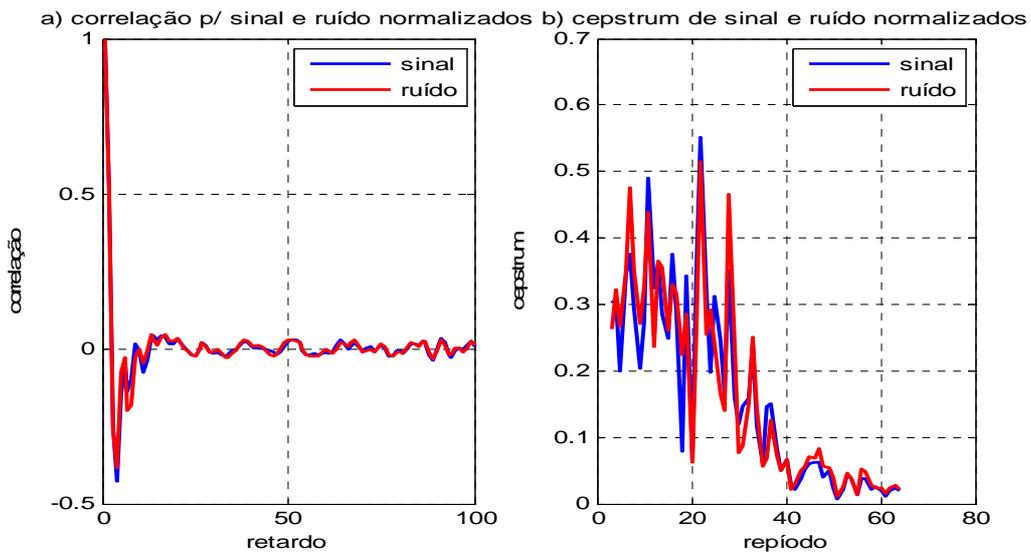


Figura 6.13: a) Função de correlação para  $\psi_{\cos}(t) + r(t)$  e  $r(t)$  e b) cepstra para  $\psi_{\cos}(t) + r(t)$  e  $r(t)$ .

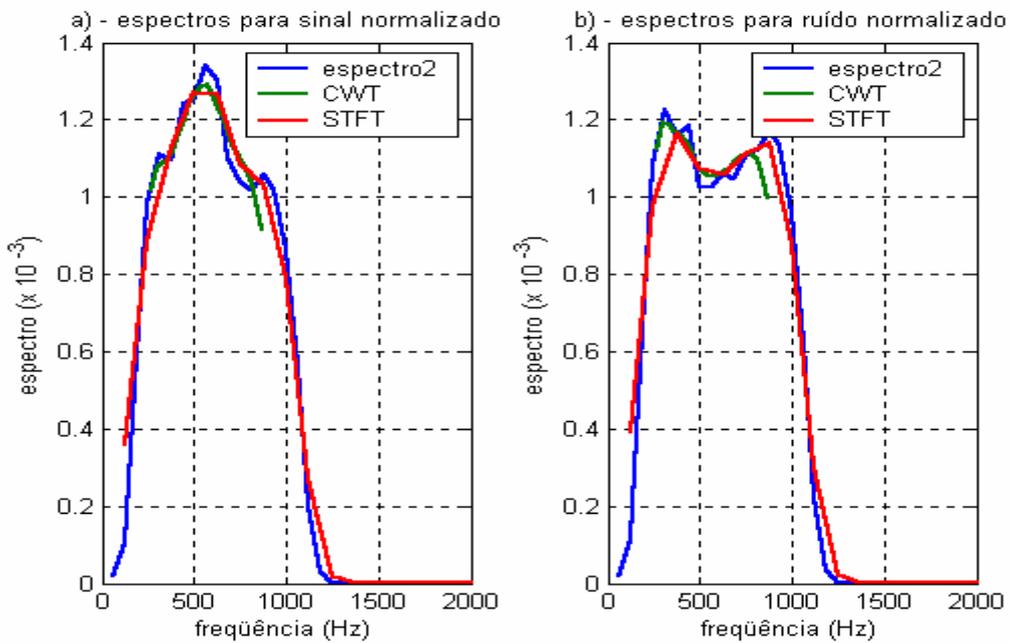
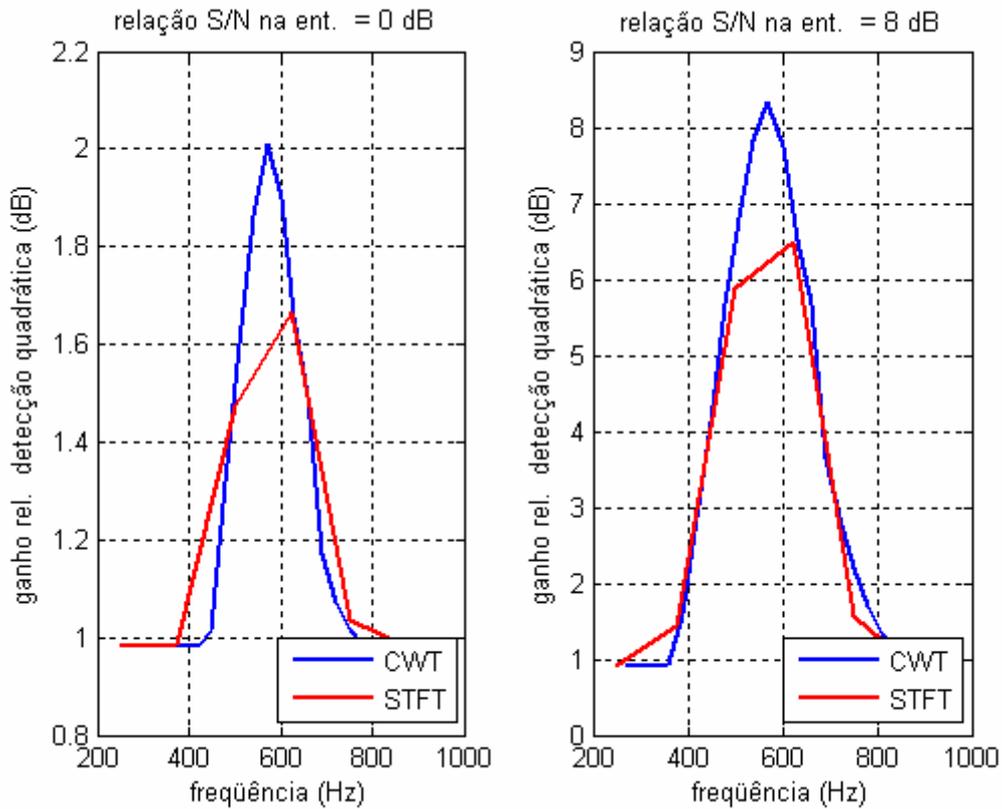


Figura 6.14: (a) Espectros para  $\psi_{\cos}(t) + r(t)$  por diferentes técnicas e (b) Espectros para  $r(t)$  por diferentes técnicas.



**Figura 6.15: a) Resultados da detecção para  $\psi_{\cos}(t) + r(t)$  , para STFT e CWT e b) Resultados da detecção para  $r(t)$ , para STFT e CWT.**

### 6.5 Cenário 4

Os resultados são dados a partir de uma relação em dB (S/N) entre o resultado para  $10 \log_{10} (\text{resultado do sinal n} + \text{ruído}) / (\text{resultado do ruído})$ .

O resultado será sempre um valor quadrático –  $\sigma^2$  - (valor quadrático em relação ao sinal no tempo) como é o caso da função de correlação, do espectro e da CWT; no caso do cepstrum mantém-se o critério, obtendo-se o  $\sigma$  do cepstrum.

A tabela da Figura 6.16 a mostra os valores dos ganhos em relação à detecção quadrática na saída para diferentes valores de S/N na entrada; as diversas linhas são identificadas a seguir.

linha1 = relação (sinal n)/ruído; valores de 0, 2, 4, 6 e 8 dB no caso do cenário 1;

linha2 = valor de n: fator multiplicador para se obter a relação sinal/ruído desejada;

linha3 = relação sinal/ruído total, igual à detecção quadrática

linha4 = detecção pela função de correlação;

linha5 = detecção pelo espectro; área do espectro =  $\sigma^2$ ;

linha6 = detecção pelo espectro;  $\sigma$  do espectro;

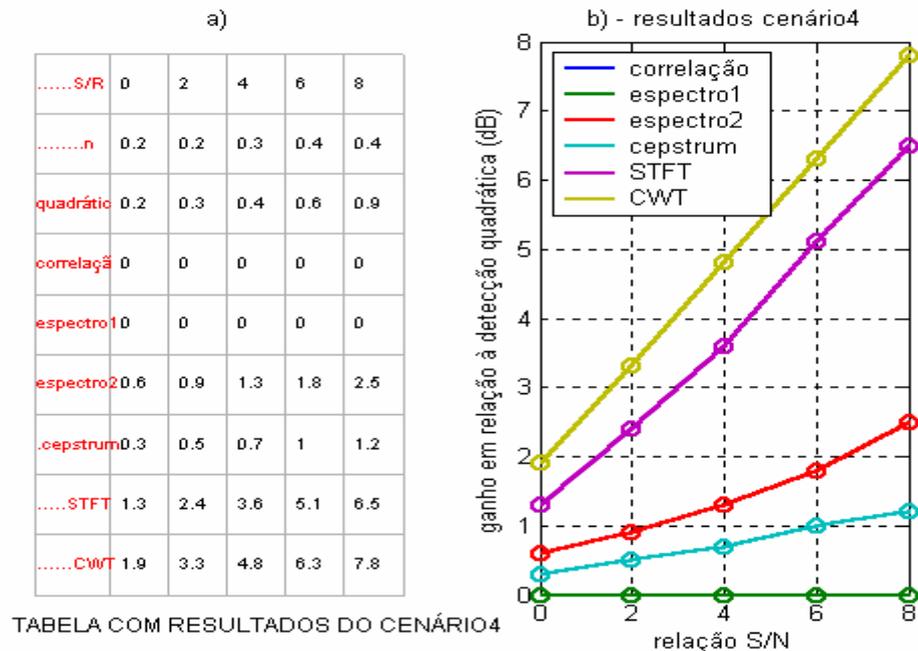
linha7 = detecção pela STFT;

linha8 = detecção pelo cepstrum;

linha9 = detecção pela CWT.

Observa-se na Figura 6.16 (a) que dificilmente os eventos serão detectados pela detecção quadrática cujo maior valor é 0.9 dB.

Ainda uma vez os ganhos relativos à detecção quadrática pela CWT e pela STFT apresentam os valores mais elevados com a CWT mantendo alguma supremacia pelas razões já comentadas.



**Figura 6.16: Resultados para o cenário 4 –  $\psi_{\cos}(t) + r(t)$ .**

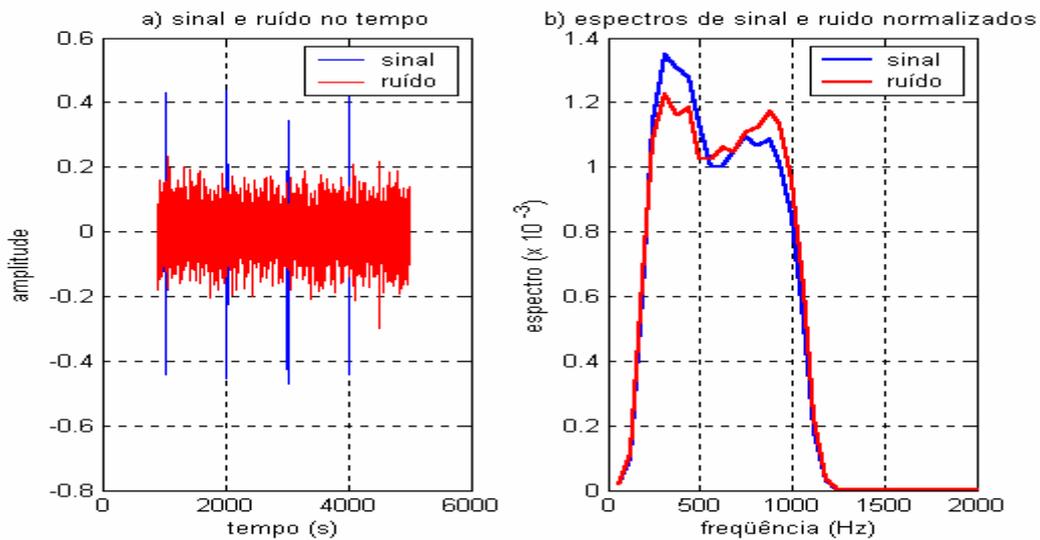
Na Figura 6.17 (a) observa-se o  $\psi_{\cos}(t) + r(t)$  no domínio do tempo mostrando apenas 4 das 8 inserções. A ocorrência de oito sinais de frequências diferentes já

permite um desempenho um pouco melhor no ganho relativo à detecção quadrática da técnica espectro2, apesar do espectro na Figura 6.17 (b) mal sobrepujar o ruído.

Na Figura 6.18 apenas um ligeiro aumento no cepstrum, mas igualmente sem permitir um ganho significativo relativo à detecção quadrática.

Pode-se ver na Figura 6.19 que valem os mesmos comentários do que os apresentados para o cenário 2; a detecção aparece claramente quando se plota o ganho relativo à detecção quadrática; os valores para a detecção são praticamente iguais aos do cenário 2 uma vez que se está tomando o valor máximo para cada frequência.

Na Figura 6. 20, vê-se que a STFT acompanha de perto a CWT.



**Figura 6.17: a) Representação de  $\psi_{\cos}(t) + r(t)$  e  $r(t)$  no tempo e b) espectros de  $\psi_{\cos}(t) + r(t)$  e  $r(t)$ .**

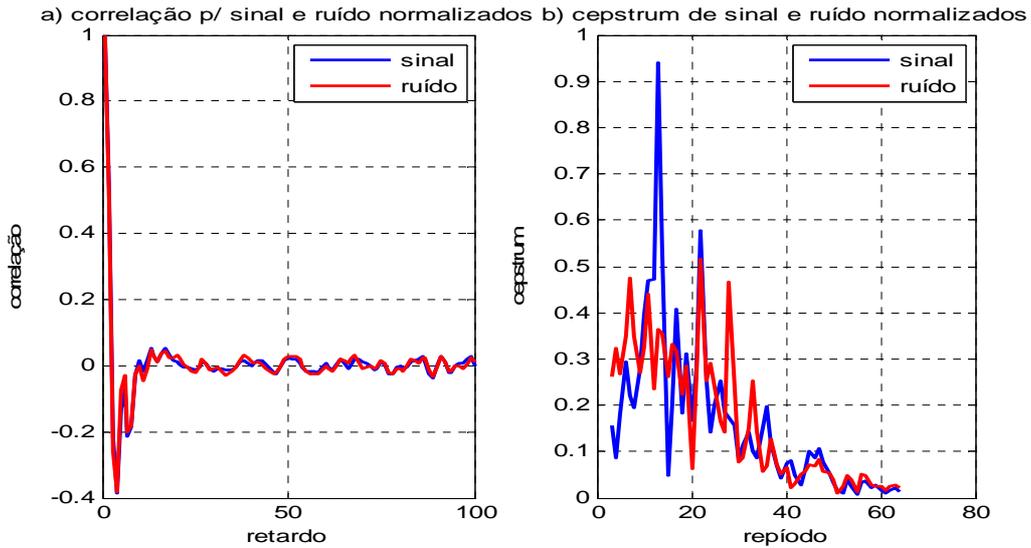


Figura 6.18: a) Função de correlação para  $\psi_{\cos}(t) + r(t)$  e  $r(t)$  e b) cepstra para  $\psi_{\cos}(t) + r(t)$  e  $r(t)$ .

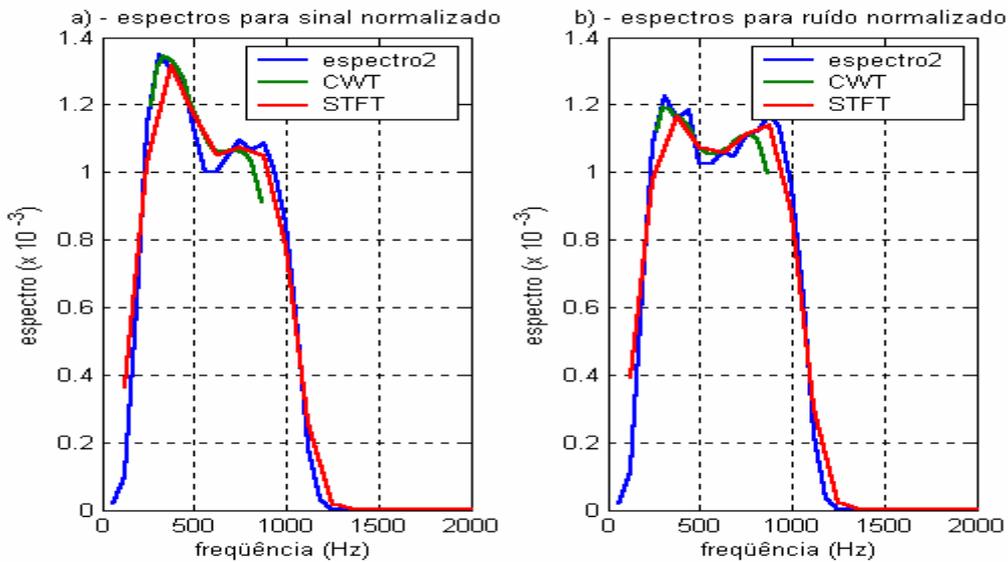
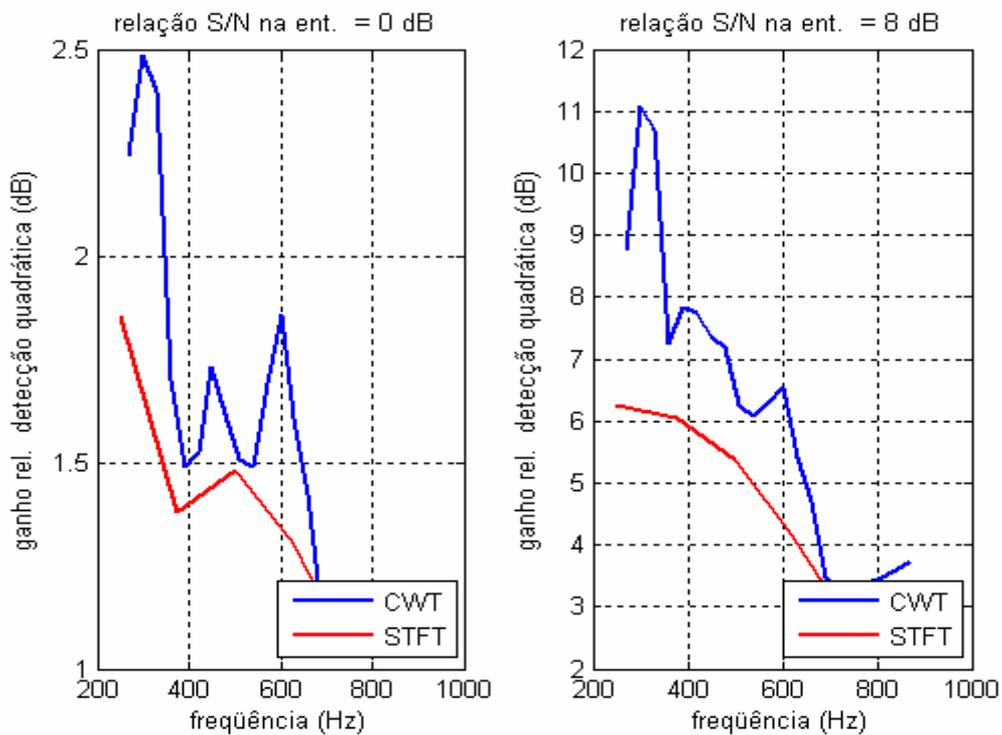


Figura 6.19: (a) Espectros para  $\psi_{\cos}(t) + r(t)$  por diferentes técnicas e (b) Espectros para  $r(t)$  por diferentes técnicas.



**Figura 6. 20: a) Resultados da detecção para  $\psi_{\cos}(t) + r(t)$  , para STFT e CWT e b) Resultados da detecção para  $r(t)$ , para STFT e CWT.**

## 6.6 Cenário 5

Os resultados são dados a partir de uma relação em dB (S/N) entre o resultado para o sinal e o resultado para o ruído:  $10 \log_{10} (\text{resultado do sinal} + \text{ruído}) / (\text{resultado do ruído})$ .

O resultado será sempre um valor quadrático –  $\sigma^2$  - (valor quadrático em relação ao sinal no tempo) como é o caso da função de correlação, do espectro e CWT; no caso do cepstrum mantém-se o critério, obtendo-se o  $\sigma$  do cepstrum.

A tabela da Figura 6.21 a mostra os valores dos ganhos em relação à detecção quadrática na saída para diferentes valores de S/N na entrada; as diversas linhas são identificadas a seguir.

linha1 = relação (sinal n)/ruído; valores de -10, -5 0 5 e 10 dB no caso do cenário 1;

linha2 = valor de n: fator multiplicador para se obter a relação sinal/ruído desejada;

linha3 = relação sinal/ruído total, igual à detecção quadrática

linha4 = detecção pela função de correlação;

linha5 = detecção pelo espectro; área do espectro =  $\sigma^2$ ;

linha6 = detecção pelo espectro;  $\sigma$  do espectro;

linha7 = detecção pela STFT;

linha8 = detecção pelo cepstrum;

linha9 = detecção pela CWT.

Os resultados da tabela são apresentados na Figura 6.21 (a) e pode-se observar que os melhores desempenhos são: espectro2 ( $\sigma$ ), cepstrum, autocorrelação, STFT, espectro1 (área do espectro) e CWT. O espectro1 corresponde à detecção quadrática.

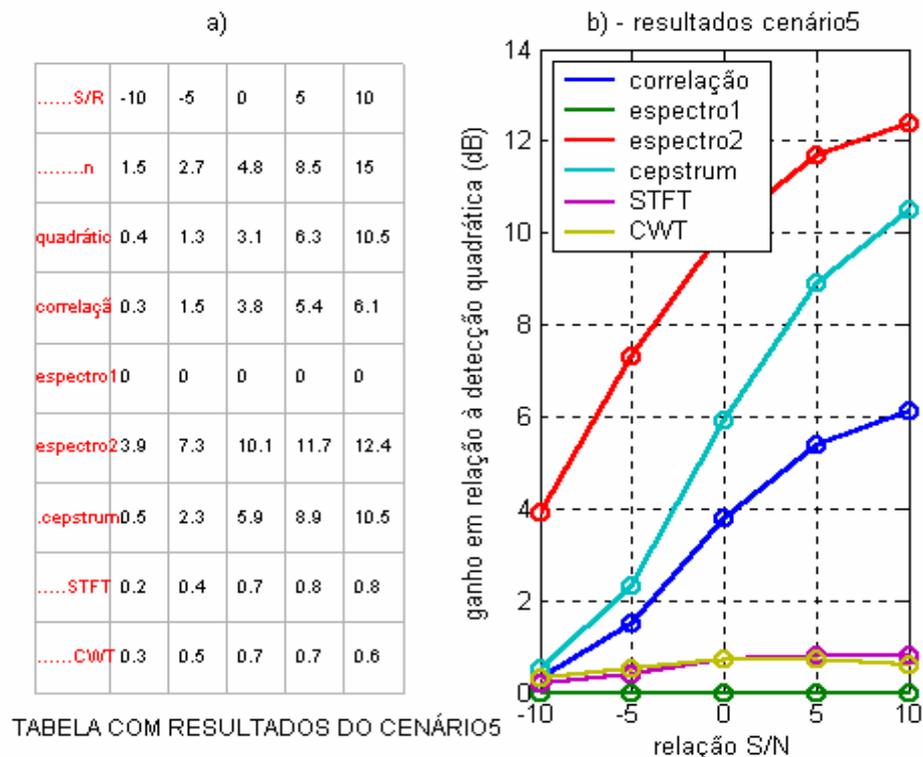


Figura 6.21: Resultados para o cenário 5 –  $x(t) + r_5(t)$ .

Na Figura 6.22 (a) parte do  $x(t) + r_5(t)$  e do  $r_5(t)$  para S/N na entrada igual a 10 dB.

Resultados interessantes os do cenário 5. Há uma estrutura de modos em  $x(t) + r_5(t)$ , mas tudo indica que também há alguma estrutura em  $r_5(t)$  com se pode ver nas Figura 6.22 (b) – espectro e Figura 6.23 (a) – função de correlação. A conclusão é a de que havia realmente algum alvo presente na gravação 05. De toda maneira é interessante observar-se o comportamento das diferentes técnicas na presença de dois alvos. As estruturas diferentes de freqüência parecem favorecer mais a técnica espectro2 do que o cepstrum e a função de correlação.

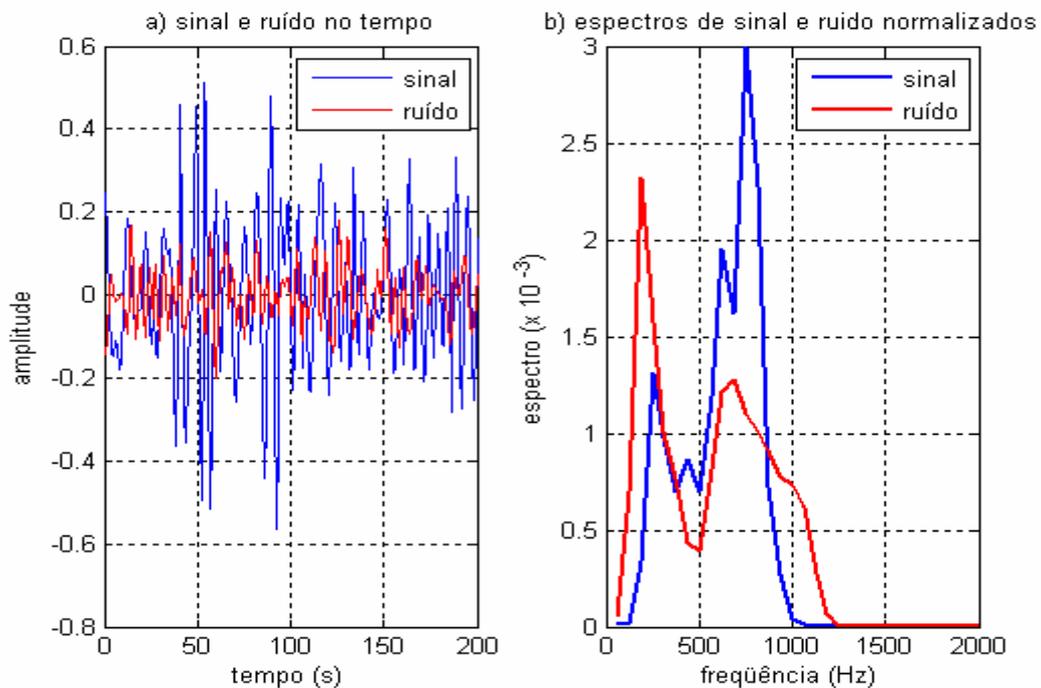
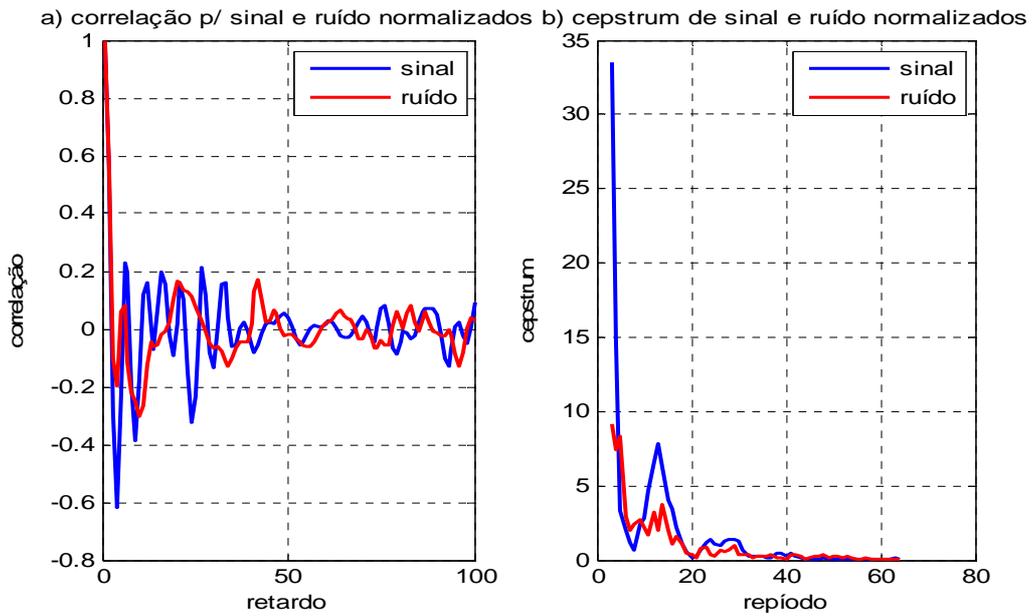
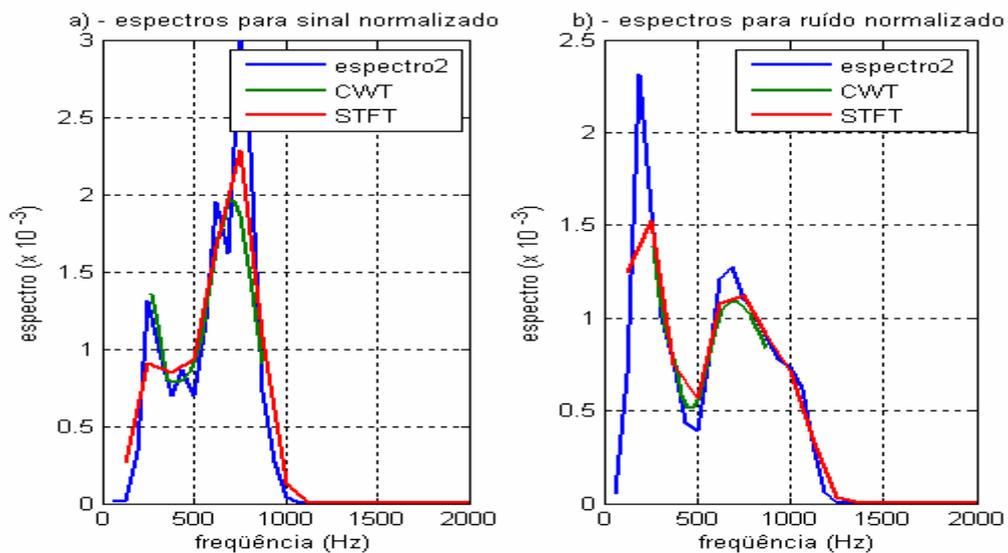


Figura 6.22: a)  $x(t)$  e  $r_5(t)$  no tempo e b) Espectros de  $x(t)$  e  $r_5(t)$  normalizados.

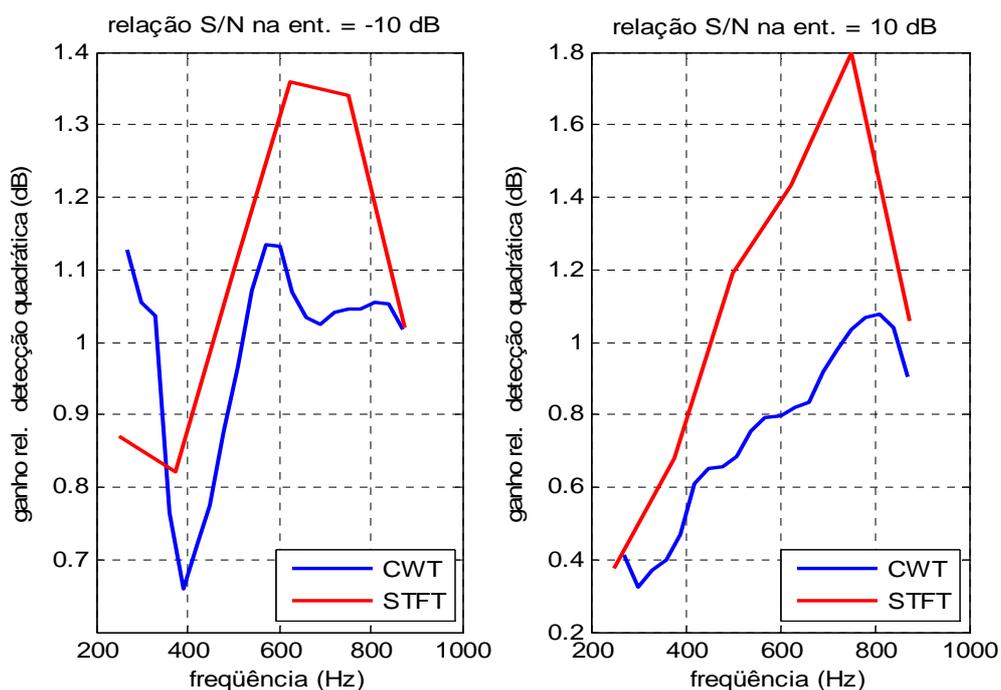


**Figura 6.23: a) Funções de correlação para  $x(t) + r_5(t)$  e  $r_5(t)$  e b) Cepstra do  $x(t) + r_5(t)$  e do  $r_5(t)$ .**

A Figura 6.24 confirma a estrutura de frequências do sinal e do ruído. A do sinal com predominância em cerca de 700 Hz e a do ruído em 200 Hz.



**Figura 6.24: a) Espectros de  $x(t) + r_5(t)$  para diferentes técnicas e b) Espectros de  $r_5(t)$  para diferentes técnicas.**



**Figura 6.25: Ganhos em relação à detecção quadrática para CWT e STFT.**

## 6.7 Cenário 6

Como foi apresentado na seção 5.2, a proposta deste cenário é colocar como sinal um processo de faixa larga sem estrutura de modos, competindo com um ruído de faixa larga.

Os resultados são dados a partir de uma relação em dB (S/N) entre o resultado para o sinal e o resultado para o ruído:  $10 \log_{10} (\text{resultado do sinal} + \text{ruído}) / (\text{resultado do ruído})$ .

A tabela da Figura 6.26 a mostra os valores dos ganhos em relação à detecção quadrática na saída para diferentes valores de S/N na entrada; as diversas linhas são identificadas a seguir.

linha1 = relação (sinal n)/ruído; valores de -10, -5 0 5 e 10 dB no caso do cenário 1;

linha2 = valor de n: fator multiplicador para se obter a relação sinal/ruído desejada;

linha3 = relação sinal/ruído total, igual à detecção quadrática

linha4 = detecção pela função de correlação;

linha5 = detecção pelo espectro; área do espectro =  $\sigma^2$ ;

linha6 = detecção pelo espectro;  $\sigma$  do espectro;

linha7 = detecção pela STFT;

linha8 = detecção pelo cepstrum;

linha9 = detecção pela CWT.

O resultado será sempre um valor quadrático – variância - (valor quadrático em relação ao sinal no tempo) como é o caso da função de correlação, do espectro e CWT; no caso do cepstrum mantém-se o critério, obtendo-se o desvio padrão do cepstrum.

Observa-se pelos resultados da Figura 6.26 (a) e (b) que não há o que extrair do sinal além do valor médio quadrático para a detecção, resultado bastante conhecido; o comportamento da técnica espectro2 é errático e mostra um desvio padrão mais elevado no início, provavelmente por falta de alisamento do espectro.

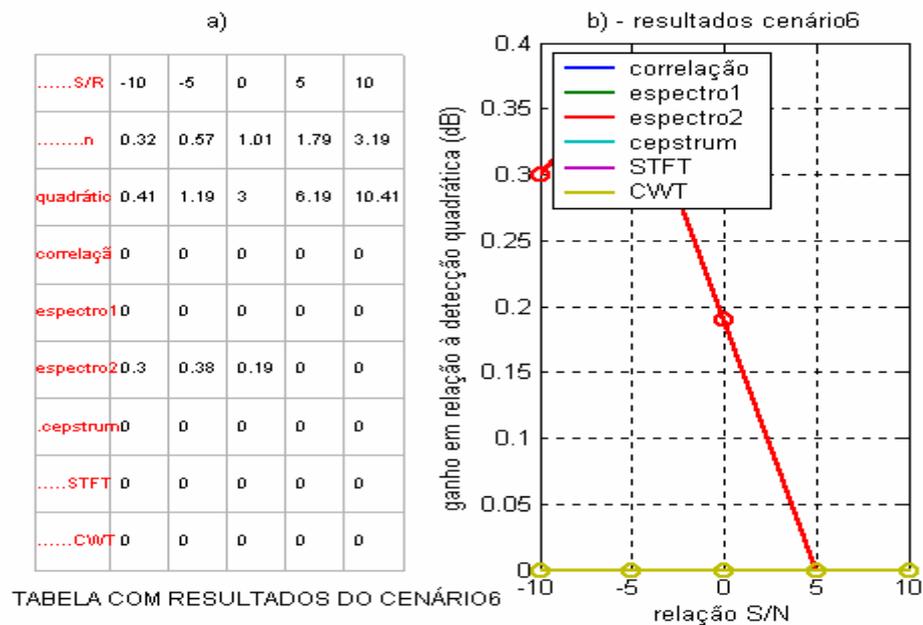


Figura 6.26: Resultados para o cenário 6 –  $r_1(t)$ .

Na Figura 6.27, vê-se que os espectros dos processos normalizados são praticamente iguais; o mesmo se pode dizer em relação à Figura 6.28 (a) da função de covariância e à dos espectros com as diferentes técnicas. No cepstrum, Figura 6.28 (b), vê-se que não há uma estrutura de freqüências definida no espectro o que faz o cepstrum mostrar um resultado com grande variância para o sinal e para o ruído. Note-se que os processos são aleatórios, mas não são os mesmos, daí um comportamento semelhante, todavia, não igual para os processos normalizados.

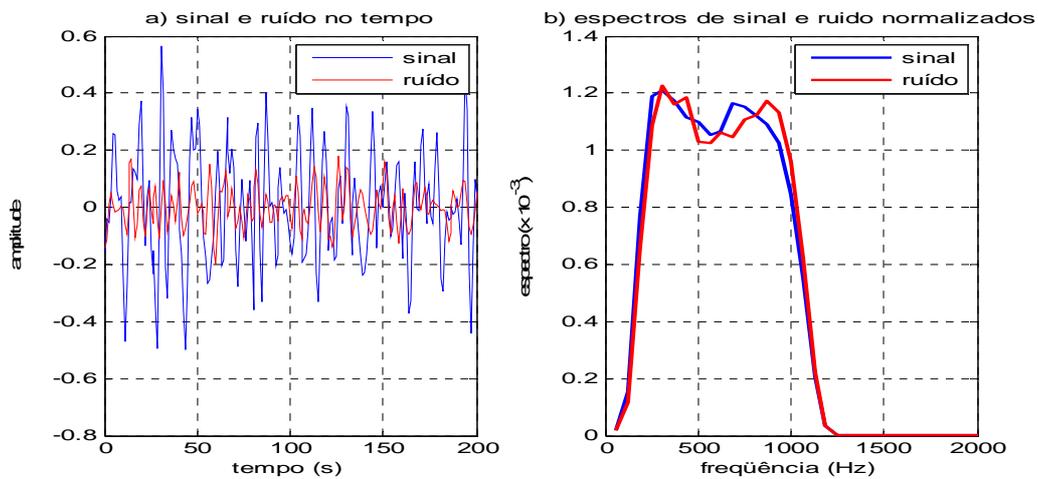


Figura 6.27: a)  $r_1(t)$  e  $r(t)$  no tempo e b) espectros de  $r_1(t)$  e  $r(t)$ .

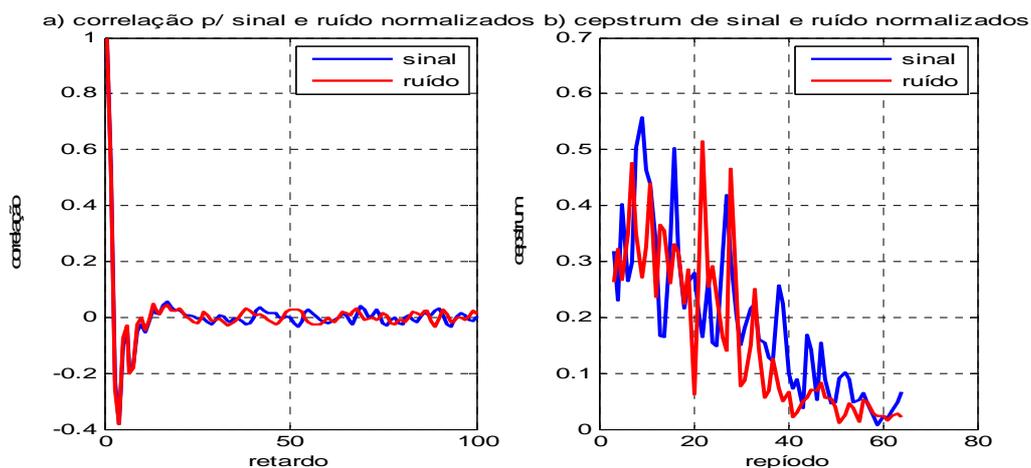


Figura 6.28: a) funções de correlação para  $r_1(t)$  e  $r(t)$  e b) cepstrum do  $r_1(t)$  e  $r(t)$ .

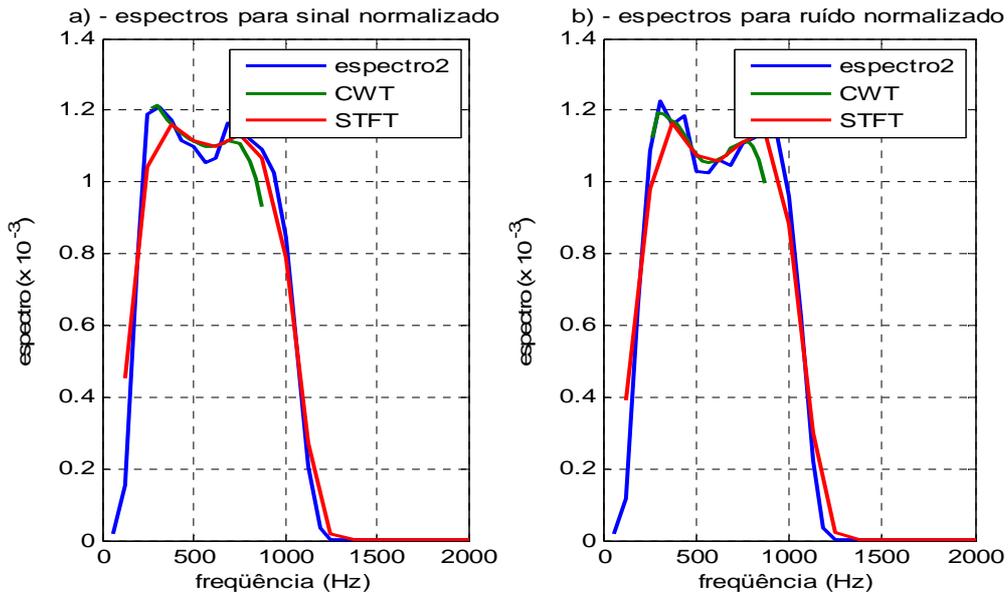


Figura 6.29: a) espectros para o resultado de diferentes técnicas (a)  $r_1(t)$  e (b)  $r(t)$ .

As transformadas de curto período, CWT e STFT também não têm chance nesse caso. Não há ocorrências com caráter determinístico nos processos. Ver Figura 6. 30.

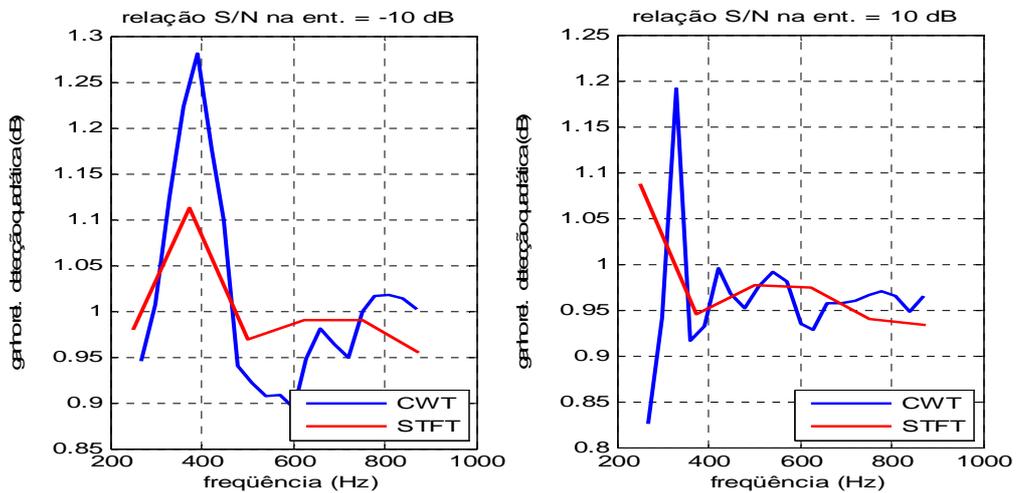


Figura 6. 30: Relações S/N na saída para STFT e CWT.

## 6.8 Comentários finais

No Cenário 1, composto de um sinal acústico de faixa larga, que ocupa uma faixa desde algumas dezenas de Hz até poucos kHz, envolvido por um ruído aleatório, ambos normalizados, a CWT tem um desempenho inferior às outras técnicas, possivelmente devido à estrutura de frequências existindo em todo o registro, o que favorece o desempenho da detecção utilizando o desvio padrão  $\sigma$  do espectro (espectro2).

No Cenário 2, foi considerada a existência de uma frequência ótima de propagação, que é a função mãe co-seno de Morlet,  $\psi_{\cos}(t)$ , que se compõe com o ruído limitador. A única detecção possível é com a CWT; um sinal de uma frequência discreta não é facilmente percebido pelas outras técnicas, que se utilizam à média de todo o segmento. Fica claro também a maior flexibilidade da CWT em relação a STFT.

No Cenário 3, variação do Cenário 2, simulou-se a ocorrência de oito frequências iguais da função mãe co-seno de Morlet,  $\psi_{\cos}(t)$ , em momentos selecionados aleatoriamente. O ruído limitador permaneceu o mesmo. Os resultados para o Cenário 3 são praticamente os mesmos do Cenário 2. Nota-se apenas um pequeno aumento de valor das outras técnicas para as relações sinal/ruído maiores, mas sem alterar a detecção. A diferença entre CWT e STFT diminuiu em virtude do aumento do número de ocorrências.

No Cenário 4, simula-se a ocorrência por tempo limitado de oito frequências diferentes da função mãe co-seno de Morlet,  $\psi_{\cos}(t)$ , utilizando o processo de adição das oito frequências. A CWT (mantendo alguma supremacia) e STFT apresentam os valores mais elevados. O desvio padrão do espectro (espectro2) já apresenta um desempenho um pouco melhor.

No Cenário 5, repete-se a situação do Cenário 1, exceto substituindo o ruído limitador anteriormente simulado, pelo  $r_5(t)$ , com vista a simular o ruído próprio. Entretanto, possivelmente também há alguma estrutura de modos no  $r_5(t)$ . As estruturas diferentes de frequência parecem favorecer mais a espectro2. A CWT, pelo mesmo motivo exposto no Cenário 1, não tem chance nesse caso.

No Cenário 6, o sinal foi um ruído aleatório de faixa larga, sem estrutura de modos e o ruído limitador também aleatório de faixa larga. Não há o que extrair do

sinal além do valor médio quadrático para a detecção. A CWT não tem bom desempenho nesse caso, pois não há ocorrências com caráter determinístico nos processos. O comportamento da técnica espectro2 é errático e mostra um desvio padrão mais elevado no início, provavelmente por falta de alisamento do espectro. As demais técnicas também falham.

# Capítulo 7

## Localização com técnicas passivas: teoria e resultados

### 7.1 Introdução

Conforme afirmam Bouvet e Cresp [7], a localização de um alvo (ou seja, determinar a posição a mais fidedigna possível de um alvo) é muito difícil de ser obtida. Vários princípios físicos podem ser usados (paralaxe ou triangulação, diferença de velocidade de som, efeito Doppler, etc).

Na Marinha brasileira, utiliza-se a técnica do uso do sonar ativo. Emitindo pulsos sonoros pelo sonar ativo e recebendo seus ecos, pode-se deduzir a distância (R) pelo tempo (t) decorrido entre a emissão e a recepção e admitindo c constante durante toda a propagação, ou seja,  $R = 2ct$ . Mas como os alvos são também equipados com sonares (passivos), o pulso de um sonar ativo é imediatamente detectado e o alvo poderá tomar medidas adequadas de proteção. Por esta razão, a detecção utilizando apenas o sonar passivo é taticamente preferível, já que ela não denuncia a presença do perseguidor. O método usado, em substituição ao anterior, é o da triangulação: dois submarinos detectam simultaneamente a fonte de ruído e, pelo cruzamento das marcações obtidas, localiza-se o alvo. Isto, entretanto, exige meios de comunicação entre os submarinos, que também poderão denunciar sua presença. Um submarino poderá utilizar dois sonares passivos, um na proa e outro na popa, mas a base de triangulação será muito pequena (menor que o comprimento do submarino) e o cruzamento resultante será impreciso. Pode-se, ainda, compensar isso utilizando um segundo sonar rebocado, o que aumentará sensivelmente a base de triangulação, mas isto dificultará a medição da segunda marcação.

Em [48], foi desenvolvido um modelo de localização de alvos baseado numa propagação da intensidade do som do tipo  $I_n = I_0/R^n$ , com  $n = 2$  para espalhamento esférico (em águas profundas) e  $n = 1$  para duto cilíndrico (em águas rasas), mas a aplicação deste modelo em um levantamento feito pelo CASOP na raia acústica de

Cabo Frio mostrou sua inadequação. Uma modificação do modelo, junto com uma análise mais profunda das causas dessa inadequação, é objeto de estudo do trabalho "Sobre a Localização de Alvos por Meio do Sonar Passivo" de Oniga e Motta da Silva, a ser publicado posteriormente.

Para baixas frequências ( $f < 50$  Hz) e grandes profundidades é possível detectar e mesmo localizar sinais a distâncias de até 3500 km [28]. É sabido, aliás, que as baleias se comunicam por infra-sons ao longo de todo um oceano, mas a técnica não funciona em águas rasas, onde as numerosas influências distorcem completamente os sinais.

A localização, determinação de marcação e distância, por métodos passivos, (definidos no Capítulo 2) é de vital importância para o submarino; só em ocasiões especiais (como na parte final de um ataque torpédico) o submarino usa algum sistema ativo, do contrário estaria se expondo seriamente à detecção pelo inimigo. Normalmente, o submarino só se realiza escuta passiva o que permite determinar alguns parâmetros do alvo como marcação, velocidade, distância aproximada a partir de alguma alterações de rumo e velocidade e ainda extrair alguns outros a partir da análise espectral dos sinais recebidos como número de rpm do eixo, número de pás e número de eixos e tons discretos que eventualmente permitem, além disso, classificar o alvo.

Uma técnica mais simples pode permitir a obtenção de informação de distância a partir da análise espectral do sinal recebido de banda larga produzido pela cavitação de um navio, por exemplo.

Neste capítulo será descrita uma técnica de determinação de distância de um alvo detectado, a partir da análise dos registros resultantes da propagação por modos de um sinal de cavitação, e serão apresentados os resultados obtidos com esta técnica.

## **7.2 Teoria de parâmetros invariantes em um guia de ondas em águas rasas**

A apresentação da teoria segue a desenvolvida por Brekhovskikh [4] e Yang [78] e uma parte da descrita no Capítulo 2.

Inicialmente, visando simplificar a análise em estudo, será lembrada a equação sonora, conforme transcrita na equação (2.52). Expandindo a parcela exponencial fora do somatório e agrupando os termos independentes e os dependentes de  $z$  no interior do somatório, ter-se á:

$$p = \exp(j\omega t) r^{-1/2} \sum_{m=1}^2 \rho_0 q_m Z_m(z_0) Z_m(z) \exp\left(\frac{j\pi}{4}\right) \exp(\delta_m r - j\kappa_m r)$$

Pode-se mostrar que em uma transmissão em dois modos os valores absolutos de  $P_1$  e  $P_2$  são bastante próximos [10] e, pode-se adotar:

$$P_1(\omega) \cong -P_2(\omega).$$

A pressão sonora para dois modos pode então ser escrita como, cuja demonstração se encontra no Anexo B:

$$p = P_1(\omega) r^{-1/2} \exp(j\omega t) [\exp(-\delta_1 r - j\kappa_1 r) - \exp(-\delta_2 r - j\kappa_2 r)].$$

Por extensão, pode-se definir a pressão sonora recebido por um receptor na distância ( $r$ ) e profundidade ( $z$ ) em termos de modos, da seguinte forma:

$$p_m \equiv P_m(\omega) r^{-1/2} \exp[j(\omega t - \kappa_m r) - \delta_m r] \quad (7.1)$$

A intensidade acústica é dada por:

$$I(\omega) = |p(\omega)|^2 \equiv \sum_m |A_m|^2 + \sum_{\substack{n \\ m \neq n}} \bar{P}_m A_n \exp(j(\kappa_m - \kappa_n)r). \quad (7.2)$$

Sabe-se que o máximo de intensidade depende da combinação construtiva dos modos; ignorando a pequena dependência de ( $P_m$ ) com a freqüência e com a distância; o diferencial da intensidade vale:

$$\partial I \equiv j \sum_{\substack{n \\ m \neq n}} \bar{P}_m P_n \exp(j(\kappa_m - \kappa_n)r) \partial(\kappa_m - \kappa_n)r = 0. \quad (7.3)$$

A condição de fase estacionária que permite a intensidade se manter no valor máximo ao longo de uma estria é dada por:

$$\partial(\kappa_m - \kappa_n)r = \left( \frac{d\kappa_m}{d\omega} - \frac{d\kappa_n}{d\omega} \right) r d\omega + (\kappa_m - \kappa_n) dr = 0. \quad (7.4)$$

Obtém-se então:

$$\frac{d\omega/\omega}{dr/r} = \frac{-(\kappa_m - \kappa_n)}{\omega} \bigg/ \left( \frac{d\kappa_m}{d\omega} - \frac{d\kappa_n}{d\omega} \right) = - \left( \frac{1}{v_m} - \frac{1}{v_n} \right) \bigg/ \left( \frac{1}{u_m} - \frac{1}{u_n} \right) \equiv \beta_{mn} \quad (7.5)$$

em que  $v_m = \omega/\kappa_m$  é a velocidade de fase e  $u_m = d\omega/d\kappa_m$  é a velocidade de grupo do modo m.

Para um guia de ondas com perfil de velocidade constante sobre um fundo rígido (guia de ondas de Pekeris),  $\beta_{mn}$  é o mesmo para todos os modos.

Para um guia com índice de refração dado por  $n^2(z) = c_o^2/c^2(z)$  aumentando linearmente com a profundidade:

$$\beta_{mn} = \beta = -3.$$

Para esses guias de onda  $\beta$  é chamado de invariante pois o lado esquerdo da expressão  $\frac{\Delta\omega/\omega}{\Delta r/r}$  é a mesma para todas as freqüências e profundidades da fonte e do receptor.

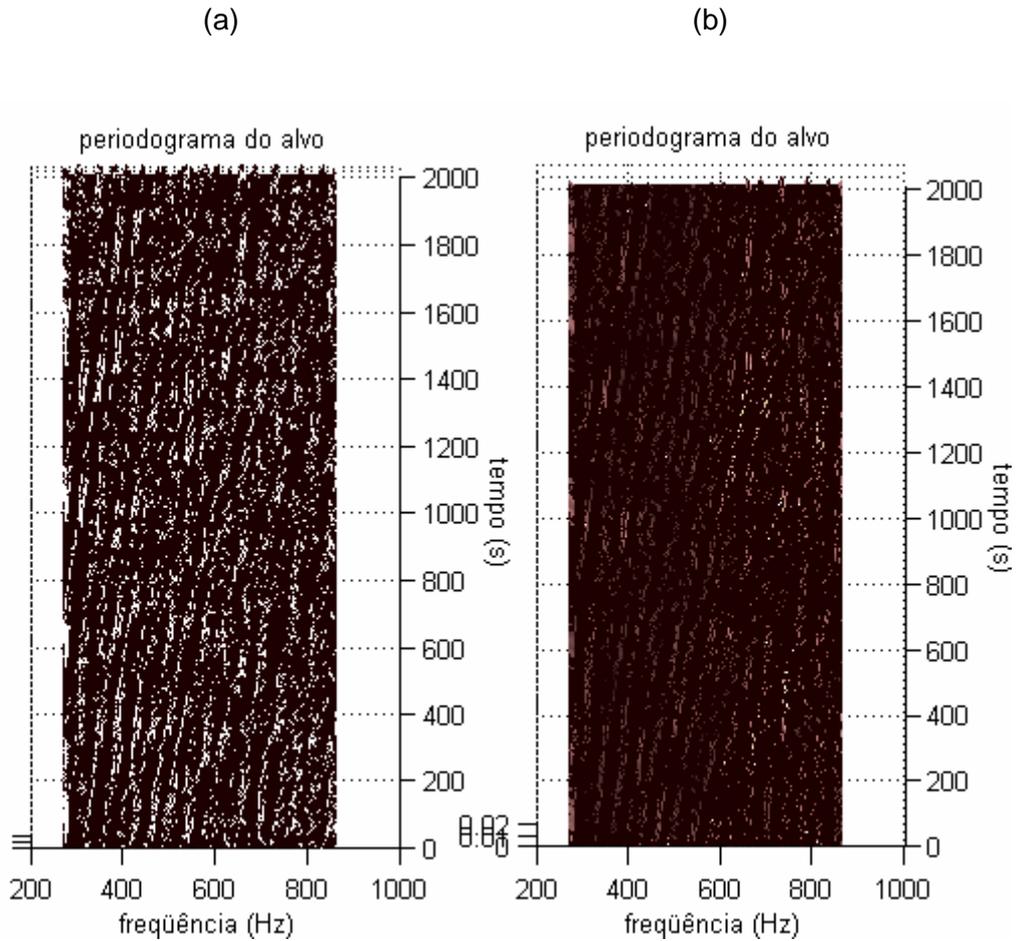
Escrevendo a equação (7.5) de outra forma:

$$\beta = \frac{r}{\omega} \frac{\Delta\omega}{\Delta r}. \quad (7.6)$$

Pode-se considerar a possibilidade de determinação de r a partir do conhecimento dos demais parâmetros  $\Delta r$ ,  $\omega$ ,  $\Delta\omega$  e  $\beta$ .

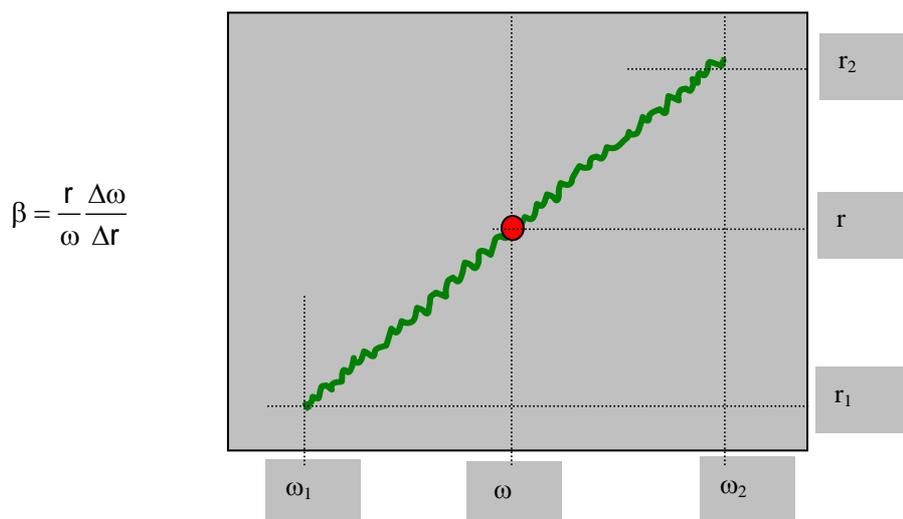
### 7.3 Obtenção de parâmetros a partir de gravações no mar

Pode-se ver pela expressão (7.6) que há duas incógnitas  $r$  e  $\beta$  e apenas uma equação; a partir de análises de sinais como os da Figura 7.1 pode-se obter parâmetros como indicado na Figura 7.2. A partir desta figura, pode-se avaliar como calcular os parâmetros  $\Delta r$  como sendo igual a  $r_2 - r_1$  e  $\Delta\omega$ , sendo igual  $\omega_1 - \omega_2$ .



**Figura 7.1: Evolução de espectros para a gravação 22.**

A Figura 7.1 mostra gráficos de evolução dos espectros da gravação 22. Na Figura 7.1 (a) são selecionados os pontos de máximo de espectro e a eles atribuído valor 1. Na Figura 7.1 (b) os valores de espectro são preservados. Pode-se observar na figura, que o gradiente do espectro é praticamente constante o que permite comprovar a existência de um parâmetro  $\beta$  invariante.



**Figura 7.2: Esquema para extração de parâmetros das estrias.**

Vê-se que não se conhece  $r$  e  $\beta$ . Neste ponto, pode-se avaliar a importância de experimentos acústicos no mar, em condições controladas. As gravações realizadas já se constituíram em grande avanço, uma vez que, até então, não se tinha certeza da detecção de um sinal com a estrutura de modos tal como aparece na Figura 7.2 que permitisse a extração de parâmetros de interesse. As informações provenientes das gravações a partir de um submarino podem ser de muito mais valia se, simultaneamente, se obtém informações acuradas da distância da fonte sonora, perfil de velocidade do som, estado do mar e parâmetros geoacústicos do fundo; esses últimos, obviamente, só podem ser obtidos se há um banco de dados correspondente à área de operação do submarino. Experimentos menos dispendiosos podem ser feitos com uma fonte sonora de baixa frequência e um arranjo de transdutores vertical de um certo número de elementos.

Um experimento em área de operação de interesse pode confirmar valores de  $\beta$  para diferentes condições ambientais; com o conhecimento de  $\beta$  pode-se, também em experimentos, avaliar a precisão da determinação de distância com essas técnicas.

Havia a informação de uma distância estimada inicial do alvo da gravação 22 – 2.600 jds, que correspondem a 2.400 metros. O alvo estava se afastando.

O esquema da análise é explicado a seguir:

A série que vai ser analisada corresponde a uma reamostragem para  $f_a = 4.000$  Hz da série original cuja frequência de amostragem é de  $32.000$  Hz; a série é também filtrada por meio de um filtro passa-faixa entre  $250$  e  $850$  Hz que é a faixa de interesse para análise.

O cálculo é feito para blocos de  $200$  espectros de segmentos de  $8.192$  pontos e  $16$  graus de liberdade; para cada espectro há um avanço de  $500$  pontos na série original.

Dessa forma, um avanço de  $500$  pontos corresponde a  $500 \Delta t$  segundos, onde  $\Delta t$  é o período de amostragem; tem-se que estimar a velocidade relativa para facilitar a extração dos parâmetros, o que normalmente é realizado a bordo; considerando  $10$  nós ( $5$  m/s) como velocidade relativa, a cada  $500$  pontos a distância varia de  $125$  metros; esse é o acréscimo de distância a cada bloco.

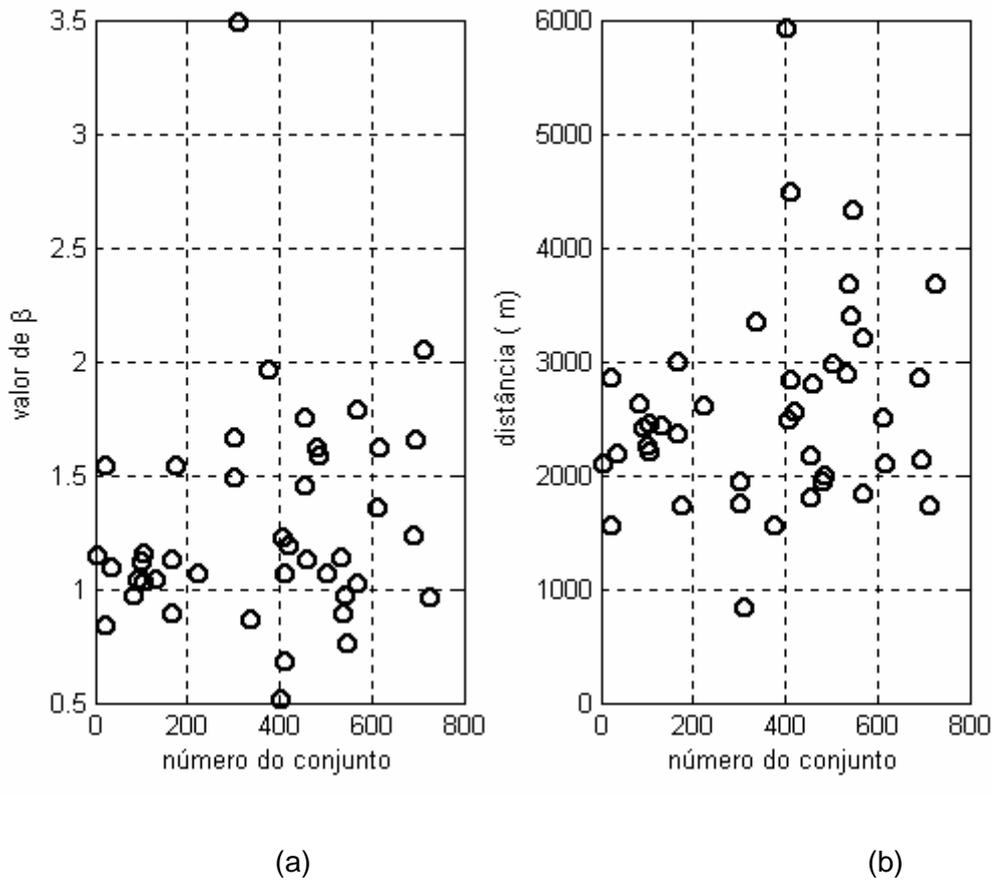
Para cada bloco de  $200$  espectros obtém-se um conjunto como o indicado na Figura 7.3, para  $3$  frequências; o espaçamento entre um par de frequências é de  $3,9$  Hz, resultante da análise espectral. Para  $3$  frequências, o espaçamento é de  $7,81$  Hz. Caso fossem utilizados todos os pontos como indicado na Figura 7.2 o resultado seria:  $\Delta\omega = 7,81$ ,  $\omega$  seria  $(\omega_1 + \omega_2)/2$ ,  $\Delta r = 125$  m,  $r = r(\text{acumulada}) + 125$  m.

São preparados conjuntos de frequência e tempo (“pseudo-distância”) como os da Figura 7.2. Somente são aceitos conjuntos que abrangem mais de uma frequência e cujo coeficiente de correlação esteja acima de  $0,8$ . A diferença dos extremos de valor de distância  $\Delta r$  pode ser inferior ao valor de  $125$  m e a diferença de frequência  $\Delta\omega$  pode ser de  $7,81$  ou  $3,9$  Hz.

Percorridas as frequências de  $250$  a  $850$  Hz passa-se para o próximo bloco de  $200$  conjuntos e assim sucessivamente até o final de  $2.000$  conjuntos que é a quantidade total de espectros a ser analisada.

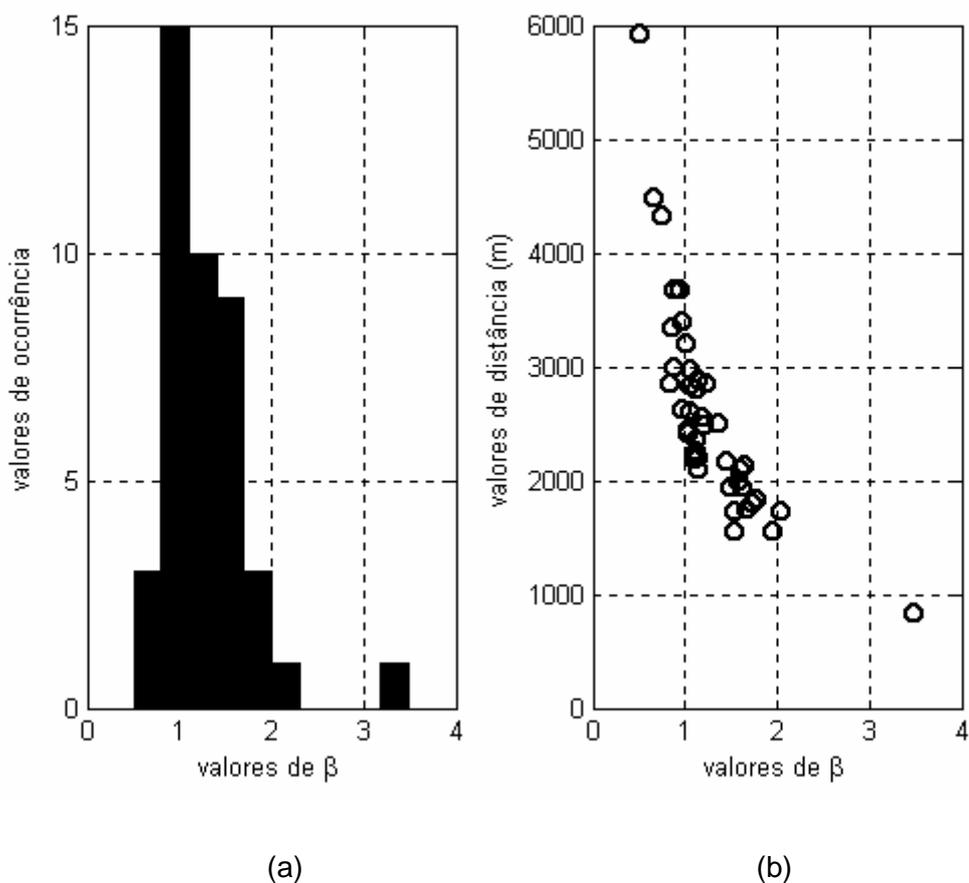
A Figura 7.3 mostra o resultado do cálculo de parâmetros da gravação 22. Não foi utilizado nenhum processamento especial de seleção de valores além do supracitado de aceitar apenas conjuntos com coeficiente de correlação acima de  $0,8$ .

Observa-se que os valores de  $\beta$  estão bem concentrados perto do valor 1, o que é confirmado pelo histograma da Figura 7.4 (a).



**Figura 7.3: Valores de  $\beta$  e distância para a gravação 22.**

Os valores de distância aumentam gradualmente. O valor máximo esperado, de acordo com as hipóteses assumidas de velocidade relativa e distância inicial, é de 3.400 metros. Vê-se que os valores podem ser considerados aceitáveis. No gráfico da Figura 7.4 b) os valores de distância tendem a se concentrar em valores de  $\beta$  próximos de 1.



**Figura 7.4: Histograma de valores de  $\beta$  e plotagem de  $\beta$  vs distância.**

#### **7.4 Comentários sobre os resultados**

Cabem os seguintes comentários sobre o problema de localização:

- provavelmente, constataram-se a presença de sinais com estrutura de modos, provenientes de cavitação de navios em gravações a bordo de submarinos nas pesquisas efetuadas no Brasil; esse fato abre uma nova perspectiva em termos de detecção, como visto nos Capítulos 5 e 6 e de localização, neste capítulo;

- ficou bem claro que o conhecimento de parâmetros do meio e geoacústicos do fundo contribuem para melhor acurácia dos resultados de determinação de distância por métodos passivos; este conhecimento pode se dar através de experimentos acústicos no mar;

- espera-se que uma consequência imediata dos resultados deste capítulo, seja a realização por parte dos submarinos de experimentos no mar com alvos de oportunidade em condições controladas, como mencionado no início do capítulo.

- outra consequência é uma renovação de ênfase sobre a necessidade de poder realizar experimentos no mar.

# Capítulo 8

## Conclusões

Esta pesquisa pode ser, didaticamente, dividida em quatro fases bem distintas e de delimitações marcantes:

A primeira fase consistiu do estudo teórico da CWT, da sua utilização na análise de sinais capturados por um sistema de sonar passivo, e do desenvolvimento computacional de algoritmos eficientes para o cálculo desta transformada, resultando na publicação de dois artigos [44], [45].

A segunda fase incluiu a aprendizagem da teoria e a simulação computacional da propagação por modos de sinais sonoros em águas rasas, resultando na apresentação visual da pressão sonora gerada por fontes emitindo em banda estreita e banda larga. Baseada nesta teoria, desenvolveu-se um método para localização do alvo detectado. Esta fase foi iniciada pelo autor durante sua permanência junto à Marinha dos Estados Unidos da América, cujos resultados encontram-se em um relatório técnico [59].

A terceira fase consistiu da busca de sinais acústicos submarinos reais emitindo em banda larga, em virtude da falta de modelos numéricos compatíveis. Esta fase incluiu a seleção de sinais apropriados para os testes dentre as diversas gravações disponibilizadas pelo Grupo Sonar do IPqM, Marinha do Brasil.

A quarta fase consistiu do tratamento computacional dos sinais selecionados na fase anterior, utilizando-se as técnicas desenvolvidas para detecção e localização de alvos à longa distância por sistemas de sonar passivo, e da avaliação das diferentes técnicas em diferentes cenários e para várias relações sinal-ruído.

Para se alcançar o propósito da tese, de uma conclusão sobre as técnicas de processamento de sinais mais apropriadas para a detecção e localização de fontes sonoras por sonares passivos, seria conveniente contar com um banco sintético de sinais acústicos com ruído controlado, composto de uma grande quantidade de dados dos tipos em estudo, de preferência idêntico ao utilizado em [51]; em seguida, após

uma avaliação metódica e profunda com os dados simulados, aprofundar a pesquisa utilizando as técnicas de processamento de sinais com um banco de sinais acústicos reais, de alta confiabilidade, obtidos em experimentos controlados. Entretanto, como ainda não existem esses acervos, pela falta de uma atividade motivadora (nos moldes desta pesquisa), as informações utilizadas foram extraídas das gravações obtidas durante treinamento a bordo de operadores dos sistemas de sonar passivos, em locais afastados e de difícil acesso, limitando o emprego de parâmetros estatísticos (que exige uma elevada quantidade de amostras para estudo). Desta forma, no presente trabalho, ficou constatada pela experimentação com alguns sinais reais e simulados, que a utilização da transformada wavelet contínua com função "mãe" de Morlet mostrou-se apropriada para a detecção antecipada de sinais sonoros de banda estreita ou no limiar de detecção. Foi também comprovado, utilizando-se alguns sinais captados na costa nacional por meio de navios operativos da Marinha do Brasil, que a teoria de parâmetros invariantes de um guia de ondas permite determinar, com uma certa margem de confiabilidade, a posição de um alvo, através da análise espectral.

Como temas de interesse geral nesta área, sugere-se a utilização, ou a sua continuidade, das redes neurais, dos filtros adaptativos, da transformada wavelet contínua e discreta e de outras técnicas espectrais.

# Referências Bibliográficas

- [1] ANTOINE, Jean-Pierre "Two-dimensional directional wavelets and image processing", In: IWISP'96 (3rd Int. Workshop Image & Signal Processing) Proceedings, Manchester, pp.53-60; B.G. Mertzios and P. Liatsis (eds.), Elsevier, Amsterdam. Nov, 1996.
- [2] BAGGEROER, A. B. "Sonar signal processing". In: Applications of digital signal processing. Englewood Cliffs: Prentice- Hall, 1978. Cap. 6 p. 331-437.
- [3] \_\_\_\_\_, Kuperman, William A., Mikhalevsky , Peter N. "An Overview of Matched Field Methods in Ocean Acoustics" In: IEEE J. on OCEANIC ENGINEERING, v. 18, n.4, Out. 1983, p. 401 – 424.
- [4] BREKHOVSKIKH, L. M. & LYSANOV, YU. P. Fundamentals of ocean acoustics, New York, Springer-Verlag, 3rd ed. 2001. 292p.
- [5] BAILEY, Trevor C., SAPATINAS, Theofanis, POWELL, Kenneth.J. & KRZANOWSKI, Wojtek J. "Signal Detection in Underwater Sound Using Wavelets", In: J. of the American Statistical Association. V. 93, n.441, mar. 1998, p. 73 – 83.
- [6] BARTHELMES, F. BALLANI, L. "The Wavelet Transform as a Tool for Time Series Analysis". Presented at the XXI. General Assembly of the European Geophysical Society, The Hague, May 6-10, 1996.
- [7] BOUVET, Michel & CRESP, Michel. "Design of sonar receiver and oceanography". Presented at the OCEANS '92. 'Mastering the Oceans Through Technology'. Proceedings. Rhode Island, Oct 26-29,1992, pag. 455 – 459.
- [8] BURDIC, W. S. Underwater acoustic system analysis, Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 2nd ed. 1991. 466p.
- [9] CHUN, C. L.; ZHENG DING, Q. "A method based Morlet wavelet for extracting vibration signal envelope". In: Signal Processing Proceedings, 2000. WCCC-ICSP 5th International Conference on Signal Processing, Vol. 1 337-340, 2000.
- [10] CLAY, C. S. & MEDWIN, H. "Acoustical Oceanography: Principles and Applications". New York, Wiley-Interscience (1977), 407 p.
- [11] \_\_\_\_\_; WANG, Y-Y, & SHANG, E,-C. "Sound field fluctuations in shallow water waveguide", In: J. Acoust. Soc. Am v. 77, n. 2, Fev 1985, p. 424 – 428.
- [12] DACOL, Dalcio K. "Inverse problems in ocean acoustics". In: I WAS, IPqM, 08 – 10/11/00.

- [13] \_\_\_\_\_ "Parameter coupling in broadband geoacoustic inversion". In: V ETAS, IPqM, 21 – 23/11/01.
- [14] DAUBECHIES, I. Ten lectures on wavelets, Philadelphia, Pennsylvania, 1992. 377p.
- [15] DICKHAUS, H. & HEINRICH, H. "Classifying biosignals with wavelet networks, a method for noninvasive diagnosis", in: IEEE Engineering in medicine and biology, Sep/Oct 1996, p. 103 –111.
- [16] EPHRATY, A.; TABRIKIAN, J. & MESSE, H. "Underwater source detection using a spatial stationarity test", In: J. Acoust. Soc. Am v. 109, n. 3, Mar 2001, p. 1053 – 1063.
- [17] GABOR, D. "Theory of communications," In: J. Inst. Elec. Eng. (London), v. 93 , 1946, p. 429 -457.
- [18] GRACHEV, G. A. "Theory of acoustic field invariants in layered waveguides", In: Acoust. Phys. v. 39, n. 1, Jan - Fev 1993, p. 33 – 35.
- [19] GROSSMANN, A. MORLET, J. "Decomposition of Hardy functions into square integrable wavelet of constant shape". In: SIAM Journal on Mathematical analysis, 15(4) July. 1987. p. 723 –736.
- [20] HUANG, Shih-Jier & HSICH, Cheng-Tao "High Impedance Fault Detection Utilizing a Morlet Wavelet Transform Approach", In: IEEE Trans. in Power Delivery, v.14, n.4, Oct. 1999, p. 1401 –1410.
- [21] \_\_\_\_\_ & HUANG, Ching-Lien "Application of Morlet Wavelets to Supervise Power System Disturbances", In: IEEE Trans. On Power Delivery, v.14, n.1, Jan.1999, p. 235-243.
- [22] JACKSON, Leland. B. Digital filters and signal processing, Boston, Kluwer, 3rd ed. 1996. 516p.
- [23] JENSEN, F. B. "Wave theory modeling: a convenient approach to cw and pulse propagation modeling in low-frequency acoustics", In: IEEE J. Oceanic Engineering v. 13, n. 4, Out 1988, p. 186 – 196.
- [24] \_\_\_\_\_ & KUPERMAN, W. A. "Optimum frequency of propagation in shallow water environments", In: J. Acoust. Soc. Am v. 73, n. 3, Mar 1983, p. 813 – 819.
- [25] KIM, S. KUPERMAN, W. A. HODGKISS, W. S. SONG, H. C. EDELMANN, G. F. & AKAI, T. In: PACE, N. G. & JENSEN, F. B. (Eds.) Impact of Littoral Environmental Variability on Acoustic Predictions and Sonar Performance, Netherlands, Kluwer Academic Publishers, 2002, p. 279 – 286.

- [26] KNIGHT, William C. PRIDHAM, Roger G. & KAY, Steven M. "Digital signal processing for sonar". In: Proceedings of the IEEE, 69 (11): Nov. 1981. p. 1451 – 1506.
- [27] KROLAND-MARTINET, R. MORLET, J. & GROSSMANN, A. "Analysis of sound patterns through wavelet transforms". In: International journal of pattern recognition and artificial intelligence v.1 no. 2 (1987) World Scientific Publishing Company. 1987. p. 273-302.
- [28] KUPPERMAN, W.A. & D' SPAIN, G.L. "Long Range source localization from single hydrophone spectrograms". In: J. Acoust. Soc. Am v. 109, n. 5, Pt. 1, Mai 2001, p. 1935 – 1943.
- [29] \_\_\_\_\_ HODGKISS, William S. & SONG, Hee Chun "Phase conjugation in the ocean: Experimental demonstration of an acoustic time-reversal mirror". In: J. Acoust. Soc. Am v. 103, n. 1, Jan 1998, p. 25 –40.
- [30] \_\_\_\_\_ KIM, S. EDELMANN, G. F. & SONG, Hee Chun "Group and phase speed analysis for predicting and mitigating the effects of fluctuations". In: Impact of littoral environmental variability on acoustic prediction and sonar performance pp. 279-286, N. G. Pace & F. B. Jensen (eds.), Kluwer academic Publishers, The Netherlands, 2002.
- [31] KIM, S. KUPPERMAN, W.A. HODGKISS, W. S. SONG, H. C. EDELMANN, G. F & AKAL, T. "Robust time-reversal focusing in the ocean". In: J. Acoust. Soc. Am v. 114, n. 1, Jul 2003, p. 145 –157.
- [32] \_\_\_\_\_. HODGKISS, W. S. KUPPERMAN, W.A. SONG, "Null-broadening in a waveguide". In: J. Acoust. Soc. Am v. 112, n. 1, Jul 2002, p. 189 –197.
- [33] LABAT, D.; ABABOU, R. MANGIN, A. "Rainfall-runoff relations for karstic springs. Part I: Convolution and spectral analyses". In: Journal of Hydrology. Elsevier Science B. V. 238 (2000), issue 3-4, 5 Dec. 2000. p. 149-178.
- [34] \_\_\_\_\_ "Part II: Continuous wavelet and discrete orthogonal multiresolution analyses". In: Journal of Hydrology. Elsevier Science B.V. 238 (2000), issue 3-4,5 Dec. 2000. p.149-178.
- [35] LIU, Paul C. "A fifteen minutes introduction of wavelet transform and applications", Proceedings, ASCE 1999 International Water Resources Engineering Conference. 1999, 7 p.
- [36] LUO, Gaoyong. "Vibration signal analysis with wavelet algorithms". In: Signal analysis with wavelet algorithm. Buckinghamshire Chilterns University

- College, 2000. Disponível em: < <http://www.jqw.demon.co.uk/jianbao6/tx-2k-2-0.htm> >.
- [37] MA, X., ZHOU, C. & KEMP, I. J. "Interpretation of Wavelet Analysis and its Application in Partial Discharge Detection" In: IEEE Trans. on Dielectric and Electrical Insulation, v. 9, n. 3, Jun. 2002, p. 446 – 457.
- [38] MEDWIN, H. & CLAY, C. S. "Fundamentals of Acoustical Oceanography". Boston, Academic Press (1998), 712 p.
- [39] MEYERS, S. D. KELLY, B. G. & O'BRIEN, J. J. "An Introduction to Wavelet Analysis in Oceanography and Meteorology: with Application to the Dispersion of Yanai Waves", In: Monthly Weather Review, v. 121, n. 10, Oct. 1993, p. 2858-2866.
- [40] MOREAU, Frédérique; GIBERT, Dominique; HOLSCHNEIDER, Mathias & SARACCO, Ginette. "Identification of sources of potential fields with the continuous wavelet transform: Basic theory". In: Journal of Geophysical Research. Washington, D.C. v. 104, n. B3, p. 5003-5013, Mar. 1999.
- [41] MORLET, J. ARENS G. FOURGEAU E. & GIARD D. "Wave propagation and sampling theory – Part 1: complex signal and scattering in multilayered media". Geophysics, Tulsa, v.47, n. 2, Fev. 1982. p. 203-221.
- [42] ----- "Part 2: Sampling theory and complex waves". Geophysics, Tulsa, v.47, n. 2, fev. 1982. p. 222-236.
- [43] MOTTA DA SILVA, José Roberto. Tratamento estatístico de sinais: análise e reconhecimento automático de sinais acústicos submarinos. Rio de Janeiro, IME, 1987. 152 f. Tese de Mestrado.
- [44] \_\_\_\_\_; PETRAGLIA, Mariane Rembold; PARENTE, Carlos Eduardo, ONIGA, Teodoro. "Transformada de Mini-ondas Contínua Aplicada aos Sinais Acústicos Submarinos: Primeira Abordagem". In: V ETAS, IPqM, 21 - 23/11/01.
- [45] \_\_\_\_\_. "Investigações de detecção passiva em águas rasas com técnicas de Mini-ondas Contínua Aplicada aos Sinais Acústicos Submarinos: Primeira Abordagem". In: WAS 2002, IPqM, 27 - 28/11/02.
- [46] NARDIN, M., GLANGEAUD, F. & MAUURY, D. "1-200 Hz wave propagation in shallow water" In: Ocean 98, Conference Proceedings, Vol. 1, p. 390-394, 1998.
- [47] OFFICER, C. B. – Introduction to the theory of sound transmission, New York, Mc Graw-Hill, 1958. 284p.
- [48] ONIGA, Teodoro. "Determinação da Posição, Rumo e Velocidade de um Alvo Utilizando o Sonar Passivo". In: Atas do SPOLM-98. Rio de Janeiro, CASNAV, 08 - 09 Dez 1998, 1.2, p.1 – 18.

- [49] PARENTE, Carlos Eduardo, Palestra sobre estimação de distâncias por método passivo. Niterói, 1982, Força de Submarinos da Esquadra.
- [50] PLETT, M.I. Ultrasonic Arterial Vibrometry With Wavelet Based Detection and Estimation. Seattle, University of Washington, Washington, 2000, 260 f. Tese de Doutorado.
- [51] RAGHAVEN, R. "Wavelets in signal detection and identification comparative signal processing technology evaluation". Final Report, 23 set 1991 – 22 ago 1994, Lockheed Missiles and Space Co. Palo Alto, CA, dez 1994, 52p.
- [52] RIBEIRO, F. L. B. "Introdução ao método de elementos finitos". Notas de aulas, 30 mar 2004, Programa de Engenharia Civil, COPPE UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, 2004, 93 p.
- [53] ROCHA, Amaury Poyares. Aplicação de técnica de inversão para a determinação da posição de uma fonte sonora em movimento retilíneo uniforme no interior de guia de ondas, através da coincidência de modos normais (matched-mode). Rio de Janeiro, COPPE - UFRJ, 1997. 100 f. Tese de Mestrado.
- [54] SAILHAC, Pascal; GALDEANO, Armand; MOREAU, Frédérique; GIBERT, Dominique & DELOR, Claude. "Identification of sources of potential fields with the continuous wavelet transform: Complex wavelets and application to aeromagnetic profiles in French Guiana". In: Journal of Geophysical Research. Washington, D.C. v. 105, n. B8, p. 19.455-19.475, Ago. 2000.
- [55] SANCLANTCEN Transmission model suite. Nato Sanclant Undersea Research Centre, La Spezia, SANCLANT, 20 Jan 2000, 15p. Disponível em: <<http://www.saclantc.nato.int/frameset-ch1.html>>.
- [56] SCOWCROFT, Gail Science of Sound in the Sea (Advanced Topic). Narragansett Bay, University of Rhode Island, 2003, 3p. Disponível em: <<http://www.dosits.org/science/adv/cvss1.htm>>.
- [57] SNELLEN, Mirjan & SIMONS, Dick G. "An evaluation of the accuracy of shallow water matched field inversion results", In: J. Acoust. Soc. Am. V. 109, n.2, fev. 2001, p. 514 – 527.
- [58] SOARES, Cristiano & Jesus, Sérgio M. "Broadband matched-field processing: Coherent and incoherent approaches", In: J. Acoust. Soc. Am. V. 113, n.5, mai. 2003, p. 2587 – 2597
- [59] SOARES-FILHO, W. MOTTA DA SILVA, J. R. & WOLF, Stephen N. "Measurements and modeling of multitone, low-frequency acoustic data from

- Arraial do Cabo Range" Final Report, 15 out 1993, Naval Research Laboratory. Washington, DC, out 1993, 36p.
- [60] SONG, Hee Chun, KUPERMAN, W. A., HODGKISS, W. S. "A time-reversal mirror with variable range focusing". In: J. Acoust. Soc. Am v. 103, n. 6, Jun 1998, p. 3234 –3240.
- [61] SONG, Hee Chun & THODE, AARON M. "The generalized waveguide invariant concept with application to vertical arrays in shallow water" In: KUPERMAN, William A.; D'SPAIN, Gerald L. (Eds.) Ocean Acoustic Interference Phenomena and Signal Processing San Francisco, AIP Press, 2002, p. 33 – 63.
- [62] STASZEWSKI, W. J. "Identification of Non-Linear Systems Using Multi-scale Ridges and Skeletons of the Wavelet Transform", In: Journal of Sound and Vibration, v. 214, n. 4, 1998, p. 639 – 658.
- [63] \_\_\_\_\_ & TOMLINSON, G. R. "Application of the Wavelet Transform to Fault Detection in a Spur Gear", In: Mechanical Systems and Signal Processing, v. 8, n. 3, 1994, p. 289 – 307.
- [64] TAROUDAKIS, Michael I. "Inverse Problems in Underwater Acoustics", In: (2nd Int. Symposium on Hydroacoustics) Proceedings, pp. 281-290, A. Stepnowski et alli (eds.), Gdansk, Poland, 1999.
- [65] \_\_\_\_\_ & TZAGKARAKIS, G. "Acoustics Signal Representation by Statistical Distribution of the Wavelet Subband Coefficients for Tomographic Inversion", In: ECUA 2004 (7th European Symposium on Underwater Acoustics) Proceedings, pp. 639-644, D. G. Simons (eds.), Delft, The Netherlands, 2004.
- [66] THODE, A. M. "Source ranging with minimal environmental information using a virtual receiver and waveguide invariant theory". In: J. Acoust. Soc. Am v. 108, n. 4, Out 2000, p. 1582 – 1594.
- [67] THODE, A. M. D' SPAIN, G.L. & KUPPERMAN, W.A. "Matched field processing, geoacoustic inversion, and source signature recovery blue whale vocalizations". In: J. Acoust. Soc. Am v. 107, n. 3, Mar 2000, p. 1286 – 1300.
- [68] TOLSTOY, I. & CLAY, C. S. Ocean acoustics, theory and experiment in underwater sound. Hudson Laboratories, Columbia University, McGraw-Hill Book Company. 1966, 293 p.
- [69] URICK, R. J. Principles of underwater sound. 3rd ed. McGraw-Hill Book Company. 1983, 423 p.
- [70] VAIDYANATHAN, P. P. Multirate systems and filter banks, Englewood Cliffs: Prentice- Hall, 1993. 927p.

- [71] VEIGA, M. M. D. Deconvolução homomórfica na análise de sinais hidroacústicos. Rio de Janeiro, COPPE - UFRJ, 1985. 170 f. Tese de Mestrado.
- [72] \_\_\_\_\_ "Algumas técnicas para investigação da propagação do som em águas rasas". In: Simpósio Naval de Sonar, 1., Arraial do Cabo, IPqM, 1982, v.2, cap. 24, p.1 – 5.
- [73] VETTERLI, M.; KOVAČEVIC', J. Wavelets and Subband Coding, New Jersey, Prentice- Hall 1995, 505 p.
- [74] VIANNA, Marcio L. & SOARES-FILHO, W. "Broadband noise propagation in a Pekeris waveguide". In: J. Acoust. Soc. Am v. 79, n. 1, Jan 1986, p. 76 – 83.
- [75] Wavelet Toolbox, The Mathworks, Inc. 199-2003 – 3 pág. + 7 pág. ("Frequently Asked Questions") + 2 pág. ("Wavelet Applications") + 4 pág. ("One-Dimensional Wavelet Analysis").
- [76] WELCH, Peter D. "The use of fast Fourier transform for the estimation of power spectra: a method based on time averaging over short, modified periodograms", In: IEEE Trans. on Audio and Electroacoustics, v. AU-15, n.2, jun. 1967, p. 70 –73.
- [77] WILSON, W.D. J. Acoustic Soc. Am. no. 23, vol. 10, (1960) p. 1357 (apud TOLSTOY, Ivan & CLAY, C. S. Ocean Acoustics, McGraw-Hill Book Company p. 6 e 12).
- [78] YANG, T.C. "Beam intensity striations and applications", In: J. Acoust. Soc. Am v. 113, n. 3, mar 2003, p. 1342 – 1352.

## Anexo A

# Cálculo das constantes de propagação para um guia de onda

As constantes de propagação ou autovalores  $\gamma_m$  e  $\kappa_m$  para um guia de onda podem ser calculadas a partir da equação característica.

Obtido  $\Phi_{ar}$ , em seguida  $\Phi_f$ , pode-se calcular  $\gamma_m$ . Segundo Clay e Medwin, [10] o desvio de fase na reflexão total  $2\Phi$  é definida como

$$\Re = \exp(j2\Phi)$$

$\Re$  na interface água – ar é -1 (ou 1  $\lfloor \pi$  e  $\Phi_{ar} = \pi/2$  .

Substituindo  $\Phi_{ar} = \pi/2$  , obtém-se o seguinte resultado para a equação (2.46):

$$\gamma_m = [(m - \frac{1}{2})\pi + \Phi_f]/H \quad (A.1)$$

Como  $\kappa_m$  e  $\gamma_m$  pode ser expressos por  $\omega$  e  $\theta_m$ , chega-se a:

$$\begin{aligned} k_m^2 &= \kappa_m^2 + \gamma_m^2 = \frac{\omega^2}{c_1^2} \\ \kappa_m &= k \sin \theta_m = \frac{\omega}{c_1} \sin \theta_m \\ \gamma_m &= k \cos \theta_m = \frac{\omega}{c_1} \cos \theta_m \end{aligned} \quad (A.2)$$

Substituindo de  $\gamma_m$  de (A.1) em (A.2), chega-se a:

$$\omega = \frac{c_1 \left[ \left( m - \frac{1}{2} \right) \pi + \frac{1}{2} \right]}{H \cos \theta_m} \quad (A.3)$$

Assim, para calcular  $\kappa_m$  e  $\gamma_m$  é necessário primeiramente calcular  $\Phi_f$  para o conjunto de  $\theta_m$ , onde  $\theta_m$  varia desde o ângulo de incidência crítico  $\theta_c$  até próximo a  $\pi/2$ .

Desta forma, para um determinado modo, usa-se a equação (A.3) para calcular um conjunto de valores de  $\omega$  e usa-se (A.2) para se obter um conjunto de valores de  $\kappa_m$ . Chega-se, então, a uma tabela ou gráfico de  $\omega$  com  $\kappa_m$ . Para uma determinada frequência, tem-se o valor de  $\kappa_m$  correspondente. Usa-se ou a expressão (A.1) para obter  $\gamma_m$ .

## Anexo B

# Demonstração do cálculo do valor módulo quadrado da pressão sonora

Da equação (2.52), supondo que a pressão sonora seja calculada para dois modos, tem-se:

$$p = P_1 r^{-1/2} \exp(j\omega t) [\exp(-\delta_1 r - j\kappa_1 r) - \exp(-\delta_2 r - j\kappa_2 r)] \quad (\text{B.1})$$

sendo  $P_1 \cong -P_2$ , para  $P_m(\omega) = \rho q_m Z_m(z_0) Z_m(z) \exp(j\pi/4)$

O valor módulo quadrado de (B.1) é:

$$\langle pp^* \rangle = \frac{|P_1|^2}{r} \left\{ \exp(-2\delta_1 r) + \exp(-2\delta_2 r) - 2 \exp(-\delta_1 r - \delta_2 r) \cos[(\kappa_1 - \kappa_2) r] \right\} \quad (\text{B.2})$$

conforme demonstrado a seguir:

Para dois números complexos conjugados  $z = a + jb$  e  $\bar{z} = a - jb$ , o módulo quadrado é  $\langle z\bar{z} \rangle = (a + jb)(a - jb) = a^2 + b^2 = |Z|^2$ , mas na expressão de  $p$  e de seu conjugado  $\bar{p}$  as partes reais e imaginárias não sendo explícitas, deve-se proceder passo a passo, conforme mostrado a seguir:

$$p = P_1 r^{-1/2} \exp(j\omega t)(a - b), \text{ com}$$

$$a = \exp(-\delta_1 r - j\kappa_1 r) = \exp(-\delta_1 r) \exp(-j\kappa_1 r)$$

e

$$b = \exp(-\delta_2 r - j\kappa_2 r) = \exp(-\delta_2 r) \exp(-j\kappa_2 r).$$

$$\bar{p} = P_1 r^{-1/2} \exp(-j\omega t)(c-d), \text{ com}$$

$$c = \exp(-\delta_1 r + j\kappa_1 r) = \exp(-\delta_1 r) \exp(j\kappa_1 r)$$

e

$$d = \exp(-\delta_2 r + j\kappa_2 r) = \exp(-\delta_2 r) \exp(j\kappa_2 r).$$

A expressão  $P_1^2 r^{-1} \exp(j\omega t) \exp(-j\omega t)$  se converte imediatamente em:

$$\begin{aligned} & P_1^2 r^{-1} (\cos((\omega t) + j\text{sen}(\omega t)))(\cos((\omega t) - j\text{sen}(\omega t))) = \\ & = P_1^2 r^{-1} (\cos(\omega t)^2 + \text{sen}(\omega t)^2) = P_1^2 r^{-1} \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

A expressão  $\langle p\bar{p} \rangle$  passa então a ser

$$\langle p\bar{p} \rangle = \frac{P_1^2}{r} (a-b)(c-d) = \frac{P_1^2}{r} (ac + bd - bc - ad) \quad (\text{B.4})$$

$$ac = \exp(-\delta_1 r) \exp(-j\kappa_1 r) \exp(-\delta_1 r) \exp(j\kappa_1 r) = \exp(-2\delta_1 r)$$

$$bd = \exp(-\delta_2 r) \exp(-j\kappa_2 r) \exp(-\delta_2 r) \exp(j\kappa_2 r) = \exp(-2\delta_2 r)$$

$$bc = \exp(-\delta_2 r) \exp(-j\kappa_2 r) \exp(-\delta_1 r) \exp(j\kappa_1 r)$$

$$ad = \exp(-\delta_1 r) \exp(-j\kappa_1 r) \exp(-\delta_2 r) \exp(j\kappa_2 r)$$

$$bc + ad = \exp(-\delta_1 r) \exp(-\delta_2 r) [\exp(-j\kappa_2 r) \exp(j\kappa_1 r) + \exp(-j\kappa_1 r) \exp(j\kappa_2 r)]$$

Verificando o conteúdo no interior de colchete, obtém-se:

$$\exp[jr(\kappa_1 - \kappa_2)] - \exp[-jr(\kappa_1 - \kappa_2)] \text{ ou } 2 \cos r(\kappa_1 - \kappa_2)$$

ou seja:

$$bc - ad = \exp(-\delta_1 r - \delta_2 r) (2 \cos(\kappa_1 r - \kappa_2 r)).$$

Finalmente, comprova-se:

$$\langle p\bar{p} \rangle = \frac{P_1^2}{r} [\exp(-2\delta_1 r) + \exp(-2\delta_2 r) - 2 \exp(-\delta_1 r - \delta_2 r) (\cos(\kappa_1 - \kappa_2) r)] \quad (\text{B.5})$$

# Anexo C

## Espectro de potência

### C.1 Espectro de Welch

Para sinais aleatórios, a transformada de Fourier não é definida (porque não se conhece o sinal todo o tempo), e busca-se assim estimar o espectro de potência [22]. Definindo a seqüência de autocorrelação para um processo estacionário discreto  $x(n)$  como sendo

$$r(m) = E[\bar{x}(n)x(n+m)] \quad (\text{C.1})$$

o espectro de potência  $S(\omega)$  de  $x(n)$  é a transformada de Fourier de tempo discreto de  $r(m)$ , ou seja:

$$S(\omega) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} r(m)e^{-j\omega m}. \quad (\text{C.2})$$

Dado um sinal de entrada finito  $x(n)$ ,  $n = 0, 1, \dots, N-1$ , uma estimativa de  $r(m)$  é dada por:

$$\hat{r}(m) = \frac{1}{N-m} \sum_{n=0}^{N-1-m} \bar{x}(n)x(n+m) \quad (\text{C.3})$$

para  $0 \leq m < N$ , com  $\hat{r}(-m) = \bar{\hat{r}}(m)$ . Esta estimativa é não polarizada já que  $E[\hat{r}(m)] = r(m)$ . Entretanto, com  $m$  se aproximando de  $N$ , a variância do estimador  $\hat{r}(m)$  torna-se muito grande porque o número  $(N-m)$  de amostras sendo usadas no cálculo da média temporal é muito pequeno. Em conseqüência, o estimador polarizado:

$$\tilde{r}(m) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1-m} \bar{x}(n)x(n+m), \text{ para } 0 \leq m < N, \quad (\text{C.4})$$

é comumente empregado para evitar esta excessiva variância.

O estimador acima pode ser reescrito como:

$$\tilde{r}(m) = \frac{1}{N} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{x}(n) \tilde{x}(n+m) \quad (\text{C.5})$$

onde  $\tilde{x}(n) = x(n)w_r(n)$  e  $w_r(n)$  é a janela retangular. Comparando (C.3) com (C.5), pode-se mostrar que a polarização do estimador  $\tilde{r}(m)$  é dada por:

$$E[\tilde{r}(m)] = r(m)w_T(m), \quad (\text{C.6})$$

onde  $w_T(m)$  é a janela triangular:  $w_T(m) = (N-|m|)/N$ , para  $|m| < N$ .

A transformada de Fourier de  $\tilde{r}(m)$  é chamada de periodograma de  $x(n)$  e é prontamente derivado de (C.5) como

$$\tilde{S}(\omega) = \frac{1}{N} |\tilde{X}(\omega)|^2, \quad (\text{C.7})$$

ou em termos da Transformada de Fourier discreta (DFT), pode-se escrever:

$$\tilde{S}(k) = \frac{1}{N} |\tilde{X}(k)|^2. \quad (\text{C.8})$$

Entretanto, este estimador é polarizado, já que  $\tilde{r}(m)$  é polarizado, e a partir de (C.6) a polarização é descrita pela convolução:

$$E[\tilde{S}(\omega)] = \frac{1}{2\pi} S(\omega) \otimes W_T(\omega) \quad (\text{C.9})$$

onde

$$W_T(\omega) = \frac{1}{N} |W_R(\omega)|^2 = \frac{1}{N} \left( \frac{\text{sen}(\omega N/2)}{\text{sen}(\omega/2)} \right)^2.$$

Como é esperado, quando é aumentado o comprimento  $N$  da seqüência  $\tilde{x}(n)$ , é aumentada também a resolução da estimação do espectro  $\tilde{S}(k)$ . Entretanto, a variância de cada amplitude do espectro não decresce com  $N$ , mas uma boa parte permanece aproximadamente constante. Desta forma, o periodograma não é um estimador consistente do espectro de potência.

Existem duas técnicas básicas para lidar com este problema:

- a) média dos múltiplos estimadores espectrais para segmentos de dados menores;
- b) janelamento.

Ambas as técnicas sacrificam claramente a resolução para obter variância reduzida. A melhor técnica é freqüentemente uma combinação das duas, como foi proposto por Welch [76]. Dividindo  $x(n)$  em  $L$  segmentos não superpostos ("nonoverlapping")  $\tilde{x}_i(n)$  de comprimento  $M = N/L$ , pode-se multiplicar cada segmento por uma janela apropriada  $w(n)$  e calcular os  $L$  periodogramas modificados:

$$\tilde{S}_w(k) = \frac{1}{E_w} \left| \sum_{n=0}^{M-1} \tilde{x}_i(n) w(n) W^{kn} \right|^2 \quad \begin{array}{l} k = 0, 1, \dots, N_2 - 1 \\ i = 1, 2, \dots, L \end{array}, \quad (\text{C.10})$$

onde  $W_{N_2} = e^{-j2\pi/N_2}$ ,  $N_2$  é o número de pontos de DFT e  $E_w$  é a energia da janela

$$E_w = \sum_{n=0}^{M-1} w^2(n).$$

Portanto, a estimativa espectral final é simplesmente o periodograma médio, dado pela seguinte fórmula:

$$\tilde{S}_w(k) = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \tilde{S}_w(k). \quad (\text{C.11})$$

Como anteriormente,

$$E[\tilde{S}_w] = \frac{1}{2\pi E_w} \left[ \tilde{S}(\omega) \otimes |W(\omega)|^2 \right] \quad (\text{C.12})$$

a partir do qual pode-se analisar a perda da resolução espectral, recordando que  $w(n)$  possui o comprimento  $M$ , (e não  $N$ ). Porém, em compensação, a variância da estimação espectral está decrescendo de um fator  $1/L$ .

A primeira vista, pode parecer errado descartar muitos dados com a janela após o afilamento para zero dos extremos dos dados. Certamente, se existe somente uma quantidade limitada de dados, ficar-se-ia relutante em atenuar qualquer um deles. A estimação espectral pode ser aumentada superpondo-se segmentos dos dados. Um procedimento bastante comum é empregar a janela de Hanning, com superposição de 50% (i.e, são utilizados  $2L - 1$  segmentos de comprimento  $M$ ).

## C.2 Cepstrum

Uma classe de sistema foi desenvolvida [22] para processar sinais que venham a ser combinados ou superpostos por operações diferentes da adição (por exemplo, multiplicação ou convolução) usando a teoria de filtros lineares. Esses sistemas são chamados, genericamente, de sistemas homomórficos. A mais comum aplicação é a deconvolução de sinais convoluídos usando uma função conhecida como cepstrum. Existem duas versões desta função: o cepstrum complexo, que apresenta a informação de fase do sinal, e o cepstrum de potência, ou simplesmente cepstrum, que não contém esta informação. A seguir, será descrita a função cepstrum de potência.

Considere um sinal  $x(n)$  que é a convolução de dois sinais  $x_1(n)$  e  $x_2(n)$ , i.e.,

$$x(n) = x_1(n) * x_2(n) \quad (\text{C.13})$$

e sua correspondente transformada de Fourier:

$$X(\omega) = X_1(\omega) X_2(\omega). \quad (\text{C.14})$$

Se o objetivo é separar esses sinais convoluídos usando filtros lineares, é necessária uma transformação adicional de  $X(\omega)$ , que converta a multiplicação em soma, ou seja, a função logarítmica. Então, se as componentes "freqüenciais" dos sinais transformados ocuparem bandas substancialmente diferentes, pode-se separá-los com algum tipo de filtragem linear.

Portanto, pode-se definir:

$$\hat{X}(\omega) = \log[X(\omega)] = \log[X_1(\omega)] + \log[X_2(\omega)] \quad (\text{C.15})$$

o que significa que

$$\hat{X}(\omega) = \log|X(\omega)| + j \arg[X(\omega)] \quad (\text{C.16})$$

A transformada inversa de  $\hat{X}(\omega)$  sem o termo de fase, é o cepstrum, dado por:

$$c(n) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \log|X(\omega)| d\omega \quad (\text{C.17})$$

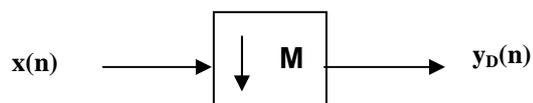
## Anexo D

### Decimação

Uma das técnicas básicas de processamento de sinais é a decimação, ou redução da taxa de amostragem. Um decimador com um fator de decimação  $M$  gera, a partir de uma seqüência  $x(n)$ , a seqüência:

$$y_D(n) = x(Mn) \quad (D.1)$$

Somente aquelas amostras de  $x(n)$  que ocorrem no tempo igual aos múltiplos de  $M$  serão retidas pelo decimador. O decimador é também denominado como amostrador descendente, sub-amostrador, compressor de taxa de amostragem, ou simplesmente compressor. Ver Figura D.1.

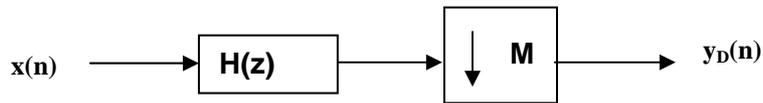


**Figura D.1: Diagrama em bloco do decimador com redução da taxa de amostragem por um fator  $M$ .**

Pode-se mostrar que a expressão para a transformada de Fourier da saída decimador  $Y_D(e^{j\omega})$  em termos da transformada de entrada  $X(e^{j\omega})$ , é dada por:

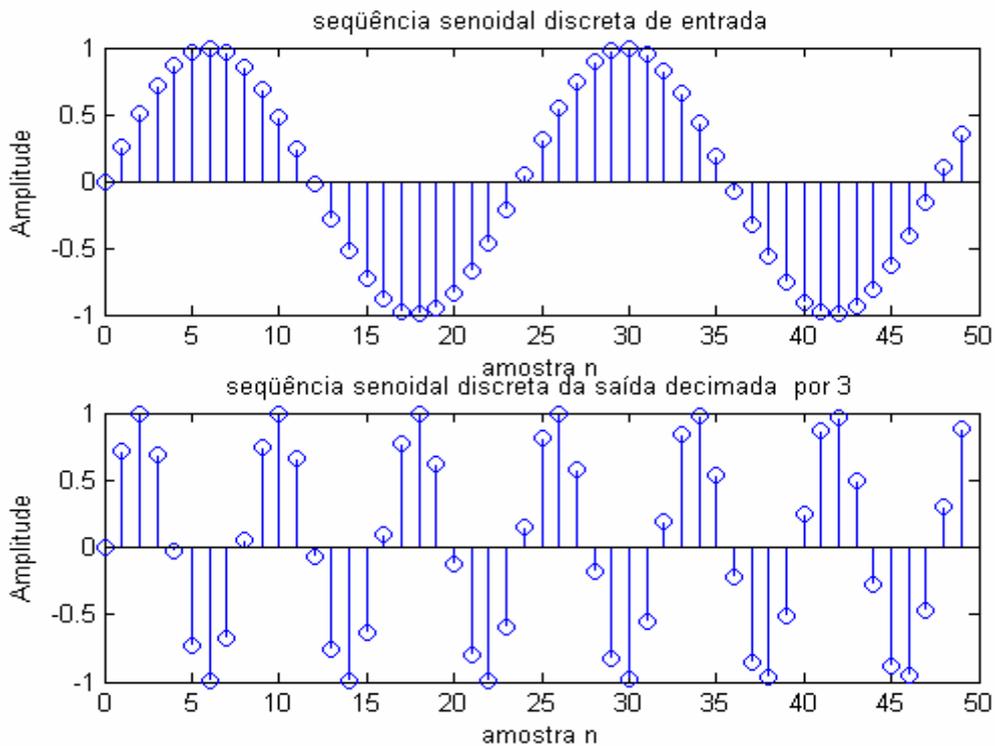
$$Y_D(e^{j\omega}) = \frac{1}{M} \sum_{n=0}^{M-1} X(e^{j(\omega-2\pi n)/M}). \quad (D.2)$$

O decimador por um fator  $M$  resulta em uma intermodulação ('aliasing'), somente se  $x(n)$  não for limitado em banda. A fim de evitar a geração de intermodulação, coloca-se um filtro passa baixa  $H(z)$  antecedendo ao decimador, conforme mostrado na Figura D.2.



**Figura D.2: O circuito de decimação completo.**

A Figura D.3 ilustra o resultado obtido a partir de uma seqüência senoidal discreta com 50 pontos com uma freqüência normalizada 0,042 ( $f/fs$ ) e com um fator de decimação de  $M = 3$ .



**Figura D.3: Ilustração de um processo de decimação.**