



APLICAÇÃO DO MÉTODO PARTICLE-IN-CELL PARA CÁLCULO DE
CAMPOS ELÉTRICOS ASSOCIADOS A LINHAS DE TRANSMISSÃO EM
CORRENTE ALTERNADA E CONTÍNUA

Felipe Teodoro de Oliveira

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Antonio Carlos Siqueira de Lima

Rio de Janeiro
Março de 2018

APLICAÇÃO DO MÉTODO PARTICLE-IN-CELL PARA CÁLCULO DE
CAMPOS ELÉTRICOS ASSOCIADOS A LINHAS DE TRANSMISSÃO EM
CORRENTE ALTERNADA E CONTÍNUA

Felipe Teodoro de Oliveira

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO
ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE
ENGENHARIA (COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE
JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A
OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA
ELÉTRICA.

Examinada por:


Prof. Antonio Carlos Siqueira de Lima, D.Sc.


Prof. Antonio Carlos Ferreira, Ph.D.


Eng. Carlos Kleber da Costa Arruda, D.Sc.


Prof. Rafael Silva Alípio, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL
MARÇO DE 2018

Oliveira, Felipe Teodoro de

Aplicação do método Particle-in-Cell para cálculo de campos elétricos associados a linhas de transmissão em corrente alternada e contínua/Felipe Teodoro de Oliveira.
– Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2018.

XXII, 116 p.: il.; 29,7cm.

Orientador: Antonio Carlos Siqueira de Lima

Dissertação (mestrado) – UFRJ/COPPE/Programa de Engenharia Elétrica, 2018.

Referências Bibliográficas: p. 89 – 99.

1. efeito corona. 2. corredor híbrido. 3. ultra-alta tensão. 4. método *Particle-in-Cell*. I. Lima, Antonio Carlos Siqueira de . II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Elétrica. III. Título.

Agradecimentos

Agradeço em primeiro lugar à minha família, à minha mãe Margarida, avó Tereza e a meu irmão Fernando, pela compreensão em tantos momentos de ausência desde o primeiro dia de curso básico na Engenharia e pelo imenso apoio, sem o qual certamente essa conquista não seria possível.

Agradeço ao meu orientador, Antonio Carlos Siqueira de Lima, pelas recomendações, direcionamentos, constante disposição e objetividade em todos os momentos, minimizando os percalços do caminho.

Agradeço à inestimável amizade de Bruno Luiz Riehl, sempre fonte de apoio e do precioso aprendizado desde o inesquecível período no CEFET-RJ.

À equipe do CEPTEL, pelo acréscimo diário de novos conhecimentos.

Não posso me furtar de deixar um agradecimento especial à comunidade “oculta” de pesquisadores e programadores que disponibilizam de forma gratuita *softwares* utilíssimos para a produção de conteúdo acadêmico, que, porém, são tão pouco lembrados. Em especial, sou grato ao excelente trabalho da equipe da classe CoppeTeX, liderada por Vicente H. F. Batista, responsável por salvar precioso tempo de tantos mestrandos e doutorandos; a Nico Schlömer, cujo *script matlab2tikz* foi uma grata surpresa que facilitou substancialmente a inclusão e edição de figuras de qualidade; e a Ankit Rohatgi pela ferramenta *WebPlotDigitizer*, de qualidade profissional.

Sou grato, por fim, a todos não citados aqui e que, de alguma forma, tenham contribuído para este momento.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

APLICAÇÃO DO MÉTODO PARTICLE-IN-CELL PARA CÁLCULO DE
CAMPOS ELÉTRICOS ASSOCIADOS A LINHAS DE TRANSMISSÃO EM
CORRENTE ALTERNADA E CONTÍNUA

Felipe Teodoro de Oliveira

Março/2018

Orientador: Antonio Carlos Siqueira de Lima

Programa: Engenharia Elétrica

A inclusão de linhas de transmissão na classe de ultra-alta tensão no sistema elétrico brasileiro traz consigo a necessidade de especial atenção ao efeito corona, devido aos elevados gradientes de potencial, assim como a demanda de faixas de passagem de maior largura. Nesta dissertação o método numérico *Particle-in-Cell* em sua forma PPPM (*particle-particle*, *particle-mesh*) é aplicado à sugestão de um corredor híbrido composto pelo bipolo ± 800 kV CC Xingu - Terminal Rio e pela LT 500 kV CA Fernão Dias - Terminal Rio, através do programa **CORONAPIC**. Inicialmente verifica-se o comportamento do modelo para LTs CA e a sua coerência para corredores híbridos pela comparação com dados computacionais de outros trabalhos. Posteriormente, os perfis de campo elétrico e densidade de corrente no solo, além das correntes iônicas de cada fase e polo são determinados e avaliados com a inclusão do efeito das cargas espaciais para diversas condições de vento e afastamentos. O método permite a consideração de interações mútuas entre as linhas que afetam o nível de campo superficial dos condutores e, conseqüentemente, a geração das cargas.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

APPLICATION OF PARTICLE IN-CELL TO THE EVALUATION OF
ELECTRIC FIELDS ASSOCIATED WITH AC AND DC OVERHEAD LINES

Felipe Teodoro de Oliveira

March/2018

Advisor: Antonio Carlos Siqueira de Lima

Department: Electrical Engineering

The inclusion of ultra-high voltage transmission lines in Brazilian power system brings the necessity of special consideration to corona effect, due to high potential gradients, and it demands larger right-of-ways (RoW). In this dissertation the numerical method Particle-in-Cell in its PPPM (particle-particle, particle-mesh) form is applied to the suggestion of a hybrid corridor with the Bipole ± 800 kV CC Xingu - Terminal Rio and the TL 500 kV CA Fernão Dias - Terminal Rio, by the **CORONAPIC** software. Initially, the model behaviour is checked for AC transmission lines and its coherence for hybrid corridors application is verified by comparison with simulation results from other works. Subsequently, the electric field and current density profiles in the ground, together with ionic currents of the phases and poles, are evaluated and analysed with the inclusion of spacial charges influence for diverse wind conditions and distances between the lines. The method allows the consideration of mutual interactions between the lines that influence the superficial electric field of the cables and, ultimately, the charge generation.

Sumário

Lista de Figuras	x
Lista de Tabelas	xv
Lista de Símbolos	xvi
Lista de Abreviaturas	xxi
1 Introdução	1
1.1 Motivação	1
1.2 Objetivos	3
1.2.1 Recursos computacionais empregados	3
1.3 Estrutura do trabalho	3
1.4 Trabalhos publicados	4
2 O Efeito Corona	5
2.1 Revisão Bibliográfica	5
2.2 Descargas elétricas em gases	8
2.2.1 Processos de Ionização	9
2.2.2 Processos de Deionização	11
2.3 Introdução ao efeito corona	15
2.4 Modos Corona	15
2.4.1 Modos Corona CC em Campo Elétrico Sustentado	16
2.4.2 Modo Corona CA	18
2.5 Mecanismo Físico do Efeito Corona em CA	19
2.5.1 Dinâmica das cargas espaciais	19
2.5.2 Trajetória da carga espacial em CA	20
2.6 Curvas Q_F vs V e corona impulsivo	22
2.7 Modelos de Gradiente de Potencial do Corona Incipiente	23
2.7.1 Modelo de Peek	23
2.7.2 Modelo de Whitehead	24
2.7.3 Modelo de Portela	25

2.8	Corona em corredores híbridos	25
2.8.1	Efeito barreira	26
2.9	Hipóteses usuais no Desenvolvimento de Modelos Corona	27
3	O Método <i>Particle-in-Cell</i>	29
3.1	Métodos de partículas	29
3.2	O programa computacional CORONAPIC	35
3.2.1	Modelos matemáticos utilizados	35
3.2.2	Método de Simulação de Cargas	37
3.2.3	Atualizações implementadas no programa	40
3.2.4	Passo-a-passo do programa e ciclo de vida das cargas espaciais	41
4	Casos Testes	46
4.1	Simulações em LTs de Corrente Alternada	46
4.1.1	LT monofásica	46
4.1.2	LT trifásica	50
4.2	Corredor Híbrido	54
4.2.1	Simulação Zhao	54
4.2.2	Simulação Wang	55
4.2.3	Simulação Yang	57
4.2.4	Simulação Yin	59
4.2.5	Simulação Guillod	61
4.2.6	Discussão	65
4.2.7	Simulação do Bipolo Xingu - Terminal Rio	66
4.2.8	Simulação da proposta de corredor híbrido	69
5	Conclusões e Trabalhos Futuros	86
5.1	Principais conclusões	86
5.2	Trabalhos futuros	88
	Referências Bibliográficas	89
A	Dados das simulações	100
B	Equações de advecção e o critério CFL	105
B.1	EDPs de primeira ordem	105
B.2	Equação de Advecção	106
B.3	Critério CFL e convergência de EDPs	107
C	Métodos numéricos para solução de Equações de continuidade	109
C.1	Método dos Elementos Finitos	109

C.2	Método dos Volumes Finitos	113
C.3	Método das Características	115

Lista de Figuras

2.1	Curva característica tensão-corrente para duas placas paralelas sob diferença de potencial.	10
2.2	Ilustração de uma avalanche de elétrons originada do catodo (TRINH, 1995).	17
2.3	Ilustração de uma avalanche de elétrons em direção ao anodo (TRINH, 1995).	19
2.4	Cargas espaciais em configuração coaxial com eletrodo central submetido ao corona CA segundo COBINE (1958) (as setas indicam os sentidos dos movimentos dos anéis de carga).	21
2.5	Formas de onda de tensão e corrente em condutor submetido a tensão acima do valor crítico para o estabelecimento do efeito corona.	21
2.6	Circuito equivalente para tensão acima da crítica.	22
2.7	Aspecto de uma curva Q_F vs V para potencial alternado no condutor (CLADE <i>et al.</i> , 1969; GARY e MOREAU, 1976).	23
2.8	Aspecto de uma curva Q_F vs V para impulsos (INOUE, 1985; YANG <i>et al.</i> , 2013).	23
2.9	(a) Componente CA no campo elétrico superficial dos condutores CC; (b) componente CC no campo elétrico superficial dos condutores CA.	26
2.10	Efeito Barreira de condutores CA próximos a condutores CC.	27
3.1	Fluxograma básico de uma iteração no método <i>Particle-in-Cell</i> (BIRDSALL e LANGDON, 2004).	31
3.2	Partícula vista pela malha no método NGP (BIRDSALL e FUSS, 1969).	32
3.3	Funções de corrente iônica, conforme medições de LEKGANYANE <i>et al.</i> (2007) (adaptado de ARRUDA (2012)).	38
3.4	Três cargas pontuais no espaço.	38
3.5	Fluxograma do passo-a-passo do CORONAPIC	44
3.6	Determinação do campo elétrico pelo método PM.	45
4.1	LT monofásica energizada com 230 kV rms; cabo Íbis (19,88 mm)	48

4.2	Correntes iônicas da LT monofásica.	49
4.3	Razão entre o número acumulado de recombinações e de absorções de carga nas 4000 primeiras iterações para a LT monofásica, com $m = 0,50$	49
4.4	Cargas espaciais após 10 ciclos na LT monofásica: (a) $m = 0,5$; (b) $m = 0,6$	51
4.5	Configuração da LT Gurupi-Miracema 1 (Tronco Norte-Sul I). Dimensões em m.	52
4.6	LT 500 kV CA Gurupi-Miracema circuito 1 após 0,198 s	52
4.7	Detalhes das fases da LT 500 kV CA Gurupi-Miracema circuito 1	53
4.8	Campo elétrico eficaz no solo com e sem cargas espaciais para o Tronco Norte-Sul I	53
4.9	Configuração laboratorial de ZHAO <i>et al.</i> (1994). Dimensões em mm.	54
4.10	Comparação das medições e resultados computacionais de ZHAO <i>et al.</i> (1994) e do CORONAPIC , referentes ao campo elétrico CC no solo da configuração da Figura 4.9.	55
4.11	Comparação das medições e resultados computacionais de ZHAO <i>et al.</i> (1994) e do CORONAPIC , referentes à densidade de corrente elétrica no solo da configuração da Figura 4.9.	55
4.12	Proposta chinesa de corredor híbrido com configuração CA horizontal. Dimensões em m.	56
4.13	Comparação de resultados computacionais de WANG <i>et al.</i> (2014) e do CORONAPIC , referentes ao campo elétrico no solo da configuração da Figura 4.12.	56
4.14	Fluxograma do método numérico utilizado por WANG <i>et al.</i> (2014).	57
4.15	Proposta chinesa de corredor híbrido com configuração CA em delta. Dimensões em m.	58
4.16	Comparação das medições e resultados computacionais de YANG <i>et al.</i> (2010) e do CORONAPIC , referentes ao campo elétrico máximo no solo da configuração da Figura 4.15.	59
4.17	Diferença entre os feixes CA simulados por (a) WANG <i>et al.</i> (2014); YANG <i>et al.</i> (2010) e por (b) YIN <i>et al.</i> (2011). Dimensões em m.	60
4.18	Comparação de resultados computacionais de YIN <i>et al.</i> (2011) e do CORONAPIC , referentes ao campo elétrico CC no solo.	60
4.19	Comparação de resultados computacionais de YIN <i>et al.</i> (2011) e do CORONAPIC , referentes à densidade de corrente média no solo.	60
4.20	Fluxograma do passo-a-passo do algoritmo de YIN <i>et al.</i> (2011).	61
4.21	Torre híbrida de GUILLOD <i>et al.</i> (2014).	62
4.22	Fluxograma do algoritmo de GUILLOD <i>et al.</i> (2014).	63

4.23	Comparação de resultados computacionais de GUILLOD <i>et al.</i> (2014) e do CORONAPIC , referentes ao campo elétrico no solo da configuração da Figura 4.21, em condição sem vento.	64
4.24	Comparação de resultados computacionais de GUILLOD <i>et al.</i> (2014) e do CORONAPIC , referentes à densidade de corrente no solo da configuração da Figura 4.21, em condição sem vento.	64
4.25	Comparação de resultados computacionais de GUILLOD <i>et al.</i> (2014) e do CORONAPIC , referentes ao campo elétrico no solo para vento de -4 e 4 m/s.	64
4.26	Comparação de resultados computacionais de GUILLOD <i>et al.</i> (2014) e do CORONAPIC , referentes à densidade de corrente iônica no solo para vento de -4 e 4 m/s.	65
4.27	Configuração de meio de vão da proposta de corredor híbrido composta pelas LTs 500 kV Fernão Dias - T. Rio e ± 800 kV Xingu - T. Rio. Dimensões em m.	66
4.28	Fluxo de cargas do Bipolo ± 800 kV de Belo Monte.	68
4.29	LT ± 800 kV Xingu-T. Rio, campo elétrico no solo	69
4.30	Perfil de densidade de corrente iônica no solo para o Bipolo ± 800 kV Xingu - T. Rio.	69
4.31	Fluxo de cargas para o corredor híbrido Xingu - T. Rio sem vento, afastamento de 60 m.	71
4.32	Fluxo de cargas para o corredor híbrido Xingu - T. Rio com polo interno negativo, afastamento de 60 m.	71
4.33	Fluxo de cargas para o corredor híbrido Xingu - T. Rio com vento de +1 m/s, afastamento de 60 m.	72
4.34	Fluxo de cargas para o corredor híbrido Xingu - T. Rio com vento de -1 m/s, afastamento de 60 m.	72
4.35	Fluxo de cargas para o corredor híbrido Xingu - T. Rio com vento de +2 m/s, afastamento de 60 m.	72
4.36	Fluxo de cargas para o corredor híbrido Xingu - T. Rio com vento de -2 m/s, afastamento de 60 m.	73
4.37	Fluxo de cargas para o corredor híbrido Xingu - T. Rio, sem vento, afastamento de 50 m.	73
4.38	Fluxo de cargas para o corredor híbrido Xingu - T. Rio, com vento de +1 \hat{x} m/s, afastamento de 50 m.	73
4.39	Fluxo de cargas para o corredor híbrido Xingu - T. Rio, com vento de +2 \hat{x} m/s, afastamento de 50 m.	74
4.40	Fluxo de cargas para o corredor híbrido Xingu - T. Rio, vento de -1 \hat{x} m/s, afastamento de 50 m.	74

4.41 Fluxo de cargas para o corredor híbrido Xingu - T. Rio, vento de -2 \hat{x} m/s, afastamento de 50 m.	74
4.42 Perfil de campo elétrico no solo para o corredor híbrido do Terminal Rio.	75
4.43 Perfil de campo elétrico no solo para o corredor híbrido com vento de +1 m/s.	76
4.44 Perfil de campo elétrico no solo para o corredor híbrido com vento de +2 m/s.	76
4.45 Perfil de campo elétrico no solo para o corredor híbrido do Terminal Rio com vento de -1 m/s.	76
4.46 Perfil de campo elétrico no solo para o corredor híbrido do Terminal Rio com vento de -2 m/s.	77
4.47 Comparação dos perfis de campo elétrico híbrido no solo para distintas velocidades de vento, com afastamento de 60 m entre eixos. . . .	77
4.48 Perfil de campo elétrico no solo para o corredor híbrido do Terminal Rio, sem vento e com afastamento de 50 m.	77
4.49 Perfil de campo elétrico no solo para o corredor híbrido do Terminal Rio, com vento de +1 m/s e afastamento de 50 m.	78
4.50 Perfil de campo elétrico no solo para o corredor híbrido do Terminal Rio, com vento de +2 m/s e afastamento de 50 m.	78
4.51 Perfil de campo elétrico no solo para o corredor híbrido do Terminal Rio, com vento de -1 m/s e afastamento de 50 m.	78
4.52 Perfil de campo elétrico no solo para o corredor híbrido do Terminal Rio, com vento de -2 m/s e afastamento de 50 m.	79
4.53 Comparação dos perfis de campo elétrico híbrido no solo para distintas velocidades de vento, com afastamento de 50 m entre eixos. . . .	79
4.54 Comparação dos perfis de densidade de corrente média no solo para o corredor híbrido com afastamento entre eixos de 60 m.	80
4.55 Comparação dos perfis de densidade de corrente média no solo para afastamento entre eixos de 50 m, várias condições de vento.	80
4.56 Comparação dos perfis de densidade de corrente no solo para distintas posições dos polos.	80
4.57 Comparação dos perfis de densidade de corrente média no solo para o corredor híbrido com afastamento entre eixos de 50 e 60 m.	81
4.58 Magnitude do campo elétrico superficial máximo médio de cada fase e para-raios da LT CA nas primeiras iterações, afastamento de 60 m, vento nulo.	81
4.59 Magnitude do campo elétrico superficial mínimo médio de cada fase e para-raios da LT CA nas primeiras iterações.	82

4.60	Campo superficial máximo médio ao longo do tempo no polo positivo, afastamento de 60 m, para variadas condições de vento (m/s).	82
4.61	Campo superficial máximo médio ao longo do tempo no polo negativo, afastamento de 60 m, para variadas condições de vento (m/s).	83
4.62	Detalhe do sinal CA adicionado ao gradiente superficial dos polos.	83
4.63	Correntes iônicas das fases e dos para-raios da LT CA nas primeiras iterações, afastamento de 60 m.	84
4.64	Correntes iônicas dos polos dos para-raios da LT CC.	84
B.1	Ilustração da dependência no tempo n da solução do esquema (B.10) no ponto P (THOMAS, 1995).	108
B.2	Domínio de dependência do ponto P para (B.10), com $R = 1\Delta t/\Delta x$ (THOMAS, 1995).	108
C.1	Ilustração da malha de exemplo para o MEF.	110

Lista de Tabelas

2.1	Valores das constantes K_1 e K_2 segundo WHITEHEAD (1929).	25
4.1	Razão entre número de recombinações e de anexação para LT mono- fásica após 10 ciclos	50
4.2	Afastamento máximo dos íons no primeiro semiciclo. $E_s = 41,2$ kV/cm. Valores em kV/cm.	51
4.3	Dados elétricos do Bipolo II de Belo Monte	67
4.4	Dados ambientais do trecho 3 do Bipolo II de Belo Monte	68
4.5	Magnitudes das correntes corona.	85
A.1	LT monofásica	100
A.2	LT 500 kV Gurupi-Miracema 1 (Tronco Norte-Sul I)	100
A.3	Simulação (ZHAO <i>et al.</i> , 1994) no CORONAPIC	101
A.4	Simulação (WANG <i>et al.</i> , 2014) e (YIN <i>et al.</i> , 2011) no CORONAPIC .	101
A.5	Simulação (YANG <i>et al.</i> , 2010) no CORONAPIC	101
A.6	Bipolo Xingu - T. Rio	101
A.7	Corredor híbrido Xingu - T. Rio, afastamento 60 m, $\vec{w} = \vec{0}$	102
A.8	Corredor híbrido Xingu - T. Rio, afastamento 60 m, $\vec{w} = +1 \hat{x}$	102
A.9	Corredor híbrido Xingu - T. Rio, afastamento 60 m, $\vec{w} = +2 \hat{x}$	102
A.10	Corredor híbrido Xingu - T. Rio, afastamento 60 m, $\vec{w} = -1 \hat{x}$	102
A.11	Corredor híbrido Xingu - T. Rio, afastamento 60 m, $\vec{w} = -2 \hat{x}$	103
A.12	Corredor híbrido Xingu - T. Rio, afastamento 50 m, $\vec{w} = \vec{0}$	103
A.13	Corredor híbrido Xingu - T. Rio, afastamento 50 m, $\vec{w} = +1 \hat{x}$	103
A.14	Corredor híbrido Xingu - T. Rio, afastamento 50 m, $\vec{w} = +2 \hat{x}$	103
A.15	Corredor híbrido Xingu - T. Rio, afastamento 50 m, $\vec{w} = -1 \hat{x}$	104
A.16	Corredor híbrido Xingu - T. Rio, afastamento 50 m, $\vec{w} = -2 \hat{x}$	104

Lista de Símbolos

C	Número de Courant, p. 43, 107
C_0	Capacitância geométrica, p. 20, 22, 23
C_c	Capacitância não-linear devido ao corona, p. 20, 23
D	Coefficiente de difusão, m^2/s , p. 14, 35
E	Campo elétrico instantâneo, p. 14, 20, 21, 33, 36, 37, 44, 105, 107
E_c	Campo elétrico superficial mínimo (crítico) para início do corona, p. 17, 19, 23–25, 37, 40
E_s	Campo elétrico superficial, p. 7, 20–22, 26, 37, 38, 42, 51, 54, 65, 81–83, 87
E_{fs}	Campo elétrico sem a presença de cargas espaciais, p. 27, 28
E_{sc}	Campo elétrico com presença de cargas espaciais, p. 27, 28
G_c	Condutância não-linear, p. 20
G_n	Função geradora de cargas negativas, p. 36, 105
G_p	Função geradora de cargas positivas, p. 36, 105
H_x	Dimensão horizontal da célula de uma malha 2D, p. 32, 33, 41, 43, 49, 100–104
H_y	Dimensão vertical da célula de uma malha 2D, p. 32, 33, 41, 43, 49, 100–104
I_c	Corrente capacitiva, p. 20
I_{0n}	Corrente iônica negativa, p. 37
I_{0p}	Corrente iônica positiva, p. 37

I_{cor}	Corrente corona, p. 20, 47
$J_{p,n}$	Densidade de corrente (positiva ou negativa), p. 37
K	Constante de Boltzmann, $1,38 \times 10^{-23}$ J/K; , p. 30
L	Comprimento de escala do plasma, p. 30
M_e	Número de elétrons secundários emitidos no catodo por elétron primário emitido, p. 13
N_D	Número de partículas dentro de uma esfera ou cubo de Debye, p. 30, 31
N_c	Número total de colisões ionizantes primárias em um gás por elétron primário emitido no catodo, p. 13
N_p	Número de partículas de um plasma, p. 30
P	Coeficiente de potencial, p. 38, 39
Q_F	Carga elétrica fornecida pela fonte de tensão, p. x, 22, 23
R_i	Coeficiente de recombinação, m^{-3} em 3D, p. 11, 35, 36, 41, 105, 107
R_{ra}	Razão entre o número de recombinações e de anexações, p. 47, 49
S	Perfil da partícula, p. 32
T	Temperatura, p. 14, 24
T_e	Temperatura de um elétron, p. 30
V_b	Tensão de ruptura do dielétrico, p. 9, 12
V_c	Potencial elétrico mínimo (crítico) para início do corona, p. 23
$\Delta H_{min}^{(cel)}$	Distância mínima de uma partícula a um condutor de polaridade oposta, p. 43
$\Delta H_{min}^{(ion)}$	Dimensão mínima da célula da malha, p. 43
Δt	Passo de tempo, p. 33, 34, 59
Δt	Passo de tempo de simulação, p. 42, 43
Γ	Fluxo de partículas carregadas, p. 14

α	Coeficiente de ionização, m^{-1} , p. 9, 12–14, 16, 35
α'	Coeficiente de ionização líquido, p. 12, 17
α_e	Coeficiente de ionização do elétron livre, p. 10, 12
\mathbf{P}_{sd}	Matriz de coeficientes de potencial das cargas espaciais distantes, p. 39, 40
\mathbf{P}_{sp}	Matriz de coeficientes de potencial das cargas espaciais próximas, p. 39, 40
\mathbf{q}_{sd}	Vetor de cargas espaciais distantes, p. 39, 40
\mathbf{q}_{sp}	Vetor de cargas espaciais próximas, p. 39, 40
ϵ_0	Constante de permissividade elétrica do vácuo, $8,85418782 \times 10^{-12}$ F/m, p. 30, 36, 39
η	Coeficiente de anexação, p. 11–14, 16, 35
γ	Densidade de corrente de difusão, p. 14
γ	Eficiência dos processos de ionização secundária ou coeficiente de ionização secundária de Townsend, p. 12–14
λ_D	Comprimento de Debye, p. 30
\vec{E}	Campo elétrico, p. 33, 36
\vec{F}	Força, p. 33
\vec{v}	Velocidade média de deriva da partícula, p. 35, 36, 105
\vec{v}_{max}	Velocidade máxima das partícula em dada iteração, p. 43
\vec{w}	Velocidade do vento, p. xv, 36, 64, 65, 75, 77, 79, 80, 82, 83, 85, 102–104
μ	Coeficiente de mobilidade de uma carga genérica q , p. 14, 21, 22
μ_n	Coeficiente de mobilidade das cargas negativas, p. 36
μ_p	Coeficiente de mobilidade das cargas positivas, p. 36
ω	Frequência angular, p. 20–22
ϕ	Potencial elétrico, p. 33, 36–38

ϕ_c	Vetor de potenciais dos pontos de contorno, p. 39, 40
ρ	Densidade de cargas, p. 33, 37
ρ_n	Densidade de cargas negativas, p. 36
ρ_p	Densidade de cargas positivas, p. 32, 36
e	Carga do elétron, $-1,6 \times 10^{-19}$, p. 14, 30, 36
k	Constante de Boltzmann, $1,380648 \times 10^{-23}$, p. 14
m	Fator de irregularidade da superfície, p. xi, 23, 24, 46, 49–51, 54, 84
m_i	Massa da partícula genérica i , p. 33, 34
n	Concentração de partículas iônicas, m^{-3} , p. 14
n_0	Número total de elétrons emitidos por processo primários de ionização, p. 12
n'_0	Número total de elétrons emitidos por processo secundários de ionização, p. 12
n_a	Número de elétrons anexados no anodo, p. 12
n_c	Número total de elétrons emitidos pela superfície do catodo, p. 12
n_n	Concentração de partículas iônicas negativas, m^{-3} , p. 11, 35, 36, 105, 107
n_p	Concentração de partículas iônicas positivas, m^{-3} , p. 11, 35, 36, 105, 107
q	Carga elétrica, p. 38, 39
q	Carga espacial genérica, p. 20–22, 32
r_c	Raio do condutor, p. 25
r_q	Distância à carga q , p. 20–22
r_q^{max}	Agastamento máximo da carga q , p. 22
t	Tempo, p. 11, 20–22, 26, 33, 35, 36, 49, 81–84, 105–108, 114–116

u	Função de concentração ou de densidade, p. 105–107, 114–116
u_{-1}	Função degrau unitário, p. 37
w_i	Energia de ionização, p. 9
w_k	Energia cinética do elétron, p. 9–11

Lista de Abreviaturas

ANEEL	Associação Nacional de Energia Elétrica, p. 2
CAA	Cabo de alumínio com alma de aço, p. 46
CA	Corrente alternada, p. v, x, xi, xiii, xiv, 1–3, 5–8, 18, 19, 21, 25–27, 40, 46, 49, 55–60, 70, 75–79, 81–84, 86–88
CC	Corrente contínua, p. x, xi, xiv, 1–3, 5–8, 18, 25–27, 51, 55–60, 67, 70, 75–79, 83–88
CFL	Crítério de Courant-Friedrichs-Lewi, p. 42, 43, 105, 108
CIC	<i>Cloud-in-cell</i> , p. 31, 42
CPU	<i>Central Processing Unit</i> , p. 40
EDO	Equação diferencial ordinária, p. 63, 115, 116
EDP	Equação diferencial parcial, p. 43, 105–108, 110, 115
FTM	<i>Flux Tracing Method</i> , p. 5, 57, 61
IEEE	<i>Institute of Electrical and Electronics Engineers</i> , p. 2
LT	Linha de transmissão, p. v, xi, xiii–xv, 1–8, 14, 23, 25–27, 29, 42, 46, 47, 49, 50, 52, 54, 56–59, 65, 66, 69, 70, 75, 79, 81–88, 100
MDF	Método de Diferenças Finitas, p. 34
MEF	Método dos Elementos Finitos, p. xiv, 6, 7, 40, 55, 57, 59, 61, 65, 109–111, 113
MSC	Método de Simulação de Cargas, p. 6, 7, 37, 39–42, 59, 61
MVF	Método dos Volumes Finitos, p. 55, 57, 59, 61, 65, 113, 115
MdC	Método das Características, p. 115, 116

MiC	Método Iterativo de Características, p. 61
NGP	<i>Nearest-grid-point</i> , p. 31, 32, 42
PIC	<i>Particle-in-cell</i> , p. 2, 3, 7, 29, 31, 33, 34, 46, 50, 88
PM	<i>Particle-mesh</i> , p. x, 7, 34, 45
PPPM	<i>Particle-particle, particle-mesh</i> , p. 7, 34
PP	<i>Particle-particle</i> , p. 7, 34
P ³ M	<i>Particle-particle, particle-mesh</i> , p. 34, 35
SE	Subestação, p. 66, 69
UAT	Ultra-alta tensão, p. 1, 3, 40, 65, 66, 87
VC	Volume de controle, p. 113–115

Capítulo 1

Introdução

1.1 Motivação

A expansão da demanda de energia elétrica no Brasil, traz consigo a necessidade do incremento de capacidade de transmissão com adequada relação custo-benefício. Para esse objetivo, a partir do momento em que configurações ótimas de disposição de condutores alcançam seu limite para possibilitar a elevação da capacidade de transmissão de potência, níveis de tensão das linhas de transmissão tendem a ser elevados. Por sua vez, isto leva a uma série de novas questões à engenharia de transmissão de energia, sendo o desempenho corona das LTs (linha de transmissão) uma das principais, pois sua relevância no projeto torna-se mais substancial. Mesmo que linhas de transmissão sejam, a rigor, projetadas para que o gradiente de potencial crítico na superfície dos condutores não seja superado na maior parte do tempo, irregularidades nas superfícies dos cabos e fatores ambientais, como chuva, névoa e poluição, tendem a aumentar a probabilidade da ocorrência do fenômeno.

Em dezembro de 2017 entrou em operação a primeira LT de ultra-alta tensão (UAT) no Brasil, o bipolo ± 800 kV CC Xingu-Estreito (bipolo 1) (BMTE, 2017). Considera-se que uma LT está sob UAT quando é energizada a um potencial ≥ 800 kV CC ou ≥ 1000 kV CA. Em 2019, o bipolo 2 ± 800 kV CC Xingu-Terminal Rio está previsto para entrar em operação (EPE, 2018), corroborando o início de uma nova etapa na transmissão no país.

No aspecto ambiental, linhas em corrente contínua, em especial, são objeto de grande atenção com relação ao corona, em virtude da maior influência das cargas espaciais nos perfis de campo elétrico e densidade de corrente no solo. Porém, deixar de levar em conta as cargas espaciais de condutores sob potencial alternado em qualquer circunstância pode ser uma premissa inadequada, nomeadamente no caso de *corredores híbridos*. Formados por duas linhas CA e CC compartilhando a mesma faixa de passagem, a literatura voltou a atenção para estes corredores

apenas recentemente, em razão da disseminação da ultra-alta tensão na China e da necessidade de reaproveitamento de corredores tanto neste local quanto na Europa. No Brasil, esse tipo de corredor pode atrair interesse, por questões de disponibilidade de terra e logística, visto que por vezes os dois tipos de linhas podem terminar na mesma estação como será o caso da Subestação Terminal Rio, ao qual estarão conectadas as LTs ± 800 kV CC Xingu - Terminal Rio e 500 kV CA Fernão Dias - Terminal Rio. No momento em que este trabalho é escrito, a primeira encontra-se em fase de construção e a segunda em fase de projeto com previsão de entrada em operação em 2022.

Os limites de exposição humana a campos eletromagnéticos estão regidos pela Lei nº 11.394/2009 que determina a adoção de limites recomendados pela Organização Mundial da Saúde (OMS) para a exposição ocupacional e da população em geral a campos elétricos, magnéticos e eletromagnéticos. A OMS, por sua vez, adota os limites da Comissão Internacional de Proteção Contra Radiação Não Ionizante (ICNIRP, 2010). Para o campo elétrico proveniente de linhas de corrente alternada de 60 Hz, estes são de 4,17 kV/m, no limite da faixa de passagem a qualquer altura, compatível com a NBR 5422/1985; e 8,33 kV/m rms a 1,5 m do solo no interior da faixa. Já para corrente contínua não há especificação de limitação para os campos em normas brasileiras (REIS, 2015), porém os limites para campos estáticos estão regulamentados na Resolução Normativa ANEEL nº 616/2014 com valores provenientes da norma IEEE C95.6 *Standard for Safety Levels With Respect to Human Exposure to Electromagnetic Fields, 0-3 kHz*, de 2002, que são de 5 kV/m no limite da faixa e 20 kV/m em seu interior. Com relação a campos não-sinusoidais, a mesma norma prevê restrições baseadas em grandezas de pico ou em componentes de Fourier. Como CHARTIER *et al.* (1981) sugerem que valores de pico devem ser utilizados em avaliações de campos elétricos no solo, optou-se por apresentar gráficos de campos híbridos neste trabalho em valores de pico. Restrições básicas de exposição à densidade de corrente a nível do solo para cabeça e tronco estão estabelecidas em ICNIRP (1998), com 10 mA/m² e 2 mA/m², em relação a exposições ocupacional e pública, respectivamente.

Assim, são necessárias análises de campo, perdas, rádio interferências e interferências televisivas específicas para estes novos corredores. No que tange aos efeitos de campo, recentemente uma nova versão do método numérico *Particle-in-cell* foi divulgada por ARRUDA e LIMA (2015) para avaliação dos perfis de campo e corrente no solo de LTs CC, incluindo a influência do vento nas cargas espaciais. No conhecimento do autor desta dissertação, esta é a primeira vez que resultados do método PIC para corredores híbridos são publicados.

1.2 Objetivos

A proposta desta dissertação consiste em utilizar o programa **CORONAPIC**, desenvolvido em ARRUDA (2012), para LTs CA e corredores híbridos em UAT com a finalidade da avaliação de perfis de campo e corrente dentro da faixa de passagem, correntes iônicas e influências mútuas entre linhas no mesmo corredor híbrido, com e sem vento. Tornou-se necessário, para este fim, a adaptação do programa para a simulação de corredores híbridos. De posse desses resultados será possível verificar o efeito do afastamento das linhas nos níveis máximos de campo e densidade de corrente dentro da faixa de passagem; alterações nos gradientes superficiais dos cabos em consequência das componentes CC induzidas na LT CA e componentes CA impostas na LT CC; avaliação do acoplamento iônico entre as LTs, assim como se há mudanças ocasionadas pelo vento não-nulo.

1.2.1 Recursos computacionais empregados

Para reduzir o tempo total gasto nas simulações, utilizou-se três computadores com as seguintes configurações: (i) CPU Intel® Core™ i7-6700 @ 3,40 GHz, 4 núcleos, RAM 8 GB; (ii) CPU Intel® Core™ i7-6700HQ @ 2,60 GHz, 4 núcleos, RAM 32 GB; e (iii) CPU Intel® Core™ i3-2310M CPU @ 2,10 GHz, 2 núcleos, RAM 4 GB. A plataforma de programação das simulações foi o MATLAB®, versões R2015a e R2016b.

1.3 Estrutura do trabalho

Esta dissertação está dividida em quatro capítulos, além da Introdução.

No capítulo 2 os mecanismos físicos ligados ao efeito corona estão ilustrados tanto no modo contínuo quanto alternado. Naturalmente, no que concerne à Física dos Gases, apenas conceitos e matematizações fundamentais estão relatados, com foco na base para compreensão do corona em si. As explanações passam por modos corona e findam em aspectos teóricos dos corredores híbridos.

No capítulo 3 o método *Particle-in-cell* e o programa **CORONAPIC** são apresentados, assim como a modelagem inerente.

No capítulo 4 encontram-se resultados das simulações para uma linha fictícia monofásica e uma LT real trifásica com a finalidade de avaliar o desempenho do PIC para o caso CA. Em seguida, compara-se resultados do modelo com propostas de corredores híbridos em UAT da literatura e analisa-se duas possíveis configurações com afastamentos distintos para um corredor híbrido brasileiro.

No último capítulo estão as conclusões e propostas de trabalhos futuros.

1.4 Trabalhos publicados

As simulações de LTs fictícia monofásica e real trifásica da seção 4.1 foram apresentadas em:

- ARRUDA, C., OLIVEIRA, F., LIMA, A.C.S., 2017, Avaliação de Campos elétricos de Linhas CCAT Utilizando Métodos de Partículas. In: *Encuentro Regional Iberoamericano de Cigré - XVII ERIAC. CIGRÉ.*

Capítulo 2

O Efeito Corona

2.1 Revisão Bibliográfica

Os estudos do efeito corona fazem parte do desenvolvimento da física dos gases. A ciência de descargas em gases torna-se um ramo bem definido com os trabalhos de TOWNSEND (1910), que definiu as leis referentes a descargas em meios gasosos sob campo elétrico uniforme.

PEEK (1929) destaca-se nos estudos de descargas corona com a escolha de sua fórmula prática de cálculo de campo crítico para condutores cilíndricos tornando-se padrão em diversos estudos posteriores do corona em linhas de transmissão (LTs).

KAPTSOV (1950); LOEB (1955, 1965) e outros realizaram estudos fenomenológicos, descrevendo, em detalhes, arcos, brilhos, coronas, pulsos e descargas. Destaca-se também COBINE (1958), que apresenta resultados detalhados do corona, incluindo cálculo de perdas em linhas de transmissão.

Devido à maior relevância das cargas espaciais no campo elétrico de LTs de CC, inicialmente os estudos corona aprofundaram-se nessa categoria com modelos numéricos do corona em CC de SARMA e JANISCHEWSKYJ (1969a,b,c), que se basearam em POPKOV (1949) e em aproximações sugeridas por DEUTSCH (1933); KAPTSOV (1950) (vide seção 2.9), resultando no que MARUVADA (2012) batiza de Método de Rastreamento de Fluxo ou FTM (*Flux Tracing Method*).

O hiato do desenvolvimento da análise do corona CA encerra-se com os trabalhos teórico-experimentais da Electricité de France, conforme CLADE *et al.* (1969); CLADÉ e GARY (1970a,b); GARY e MOREAU (1976). Em CLADE *et al.* (1969) elabora-se um modelo de perdas corona com diagramas teóricos de carga *vs* tensão, sendo a área do gráfico correspondente a perdas. As cargas espaciais são assumidas constantes e emitidas agrupadas por anéis de cargas de densidade uniforme de um condutor coaxial de campo elétrico superficial limitado pela aproximação de Kaptsov. O modelo apresenta boa concordância com dados experimentais de ensaios com

cabos singelos. CORREIA DE BARROS (1985) trata a região ao redor do eletrodo energizado dividindo-a em volumes cilíndricos semelhantes onde as equações de continuidade de corrente iônica junto a de Poisson são resolvidas para cada um dos cilindros representando uma equipotencial a partir de sua condição de contorno específica, chegando a resultados parecidos. Posteriormente, RICKARD *et al.* (1991) estendem a aplicação do modelo de CLADE *et al.* para diferentes níveis de tensão e frequência, comprovando sua robustez.

A progressiva eliminação das aproximações de Deutsch e Kaptsov, assim como maior compatibilidade do modelo numérico com o fenômeno físico, foram buscados por diversos autores partindo da década de 1980 em diante. De maior relevância para esta dissertação, destaca-se QIN *et al.* (1988), sendo os primeiros a aplicar o Método de Simulação de Cargas (MSC) à determinação direta do campo elétrico a partir da Equação de Poisson. Já as equações de advecção são solucionadas a partir do método dos resíduos ponderados, etapa similar à utilizada em aplicações clássicas do Método dos Elementos Finitos (MEF). O modelo permitiu a supressão da hipótese de Deutsch, porém manteve a de Kaptsov e a inicialização dependia de uma distribuição de cargas inicial ao redor do condutor. Estudos de caso consistiram em configurações coaxial, unipolar e bipolar CC, com foco na influência das cargas espaciais nos perfis de campo elétrico e densidade de corrente no solo, incluindo vento, e comparações com medições. No lado CA, nos trabalhos de ABDEL-SALAM e SHAMLOUL (1988, 1989), aplica-se o Método de Simulação de Cargas (MSC) a uma configuração condutor-plano com o eletrodo submetido a corrente alternada (CA) e a uma LT trifásica, eliminando a aproximação de Deutsch, porém ainda com linhas de cargas distribuídas de forma cilíndrica ao redor do condutor energizado.

A dinâmica de cargas espaciais de LTs e corredores híbridos, ou seja, com fontes de tensão CA e CC, começa a ser estudada com os experimentos e estudos analíticos da Boneville Power Administration relatados em CHARTIER *et al.* (1981), para determinação do corona e efeitos de campo numa LT híbrida convertida de uma LT CA 500 kV de circuito duplo. Conclui-se que métodos de predição clássicos para ruído audível, rádio interferência e interferência televisiva ainda são válidos para o híbrido, com poucas alterações no modelo, e expõe-se a influência de distintos posicionamentos dos polos e fases em tais efeitos, assim como no campo elétrico e densidade de corrente no solo. Posteriormente, MARUVADA e DROGI (1988) analisaram a influência das cargas espaciais nas interações de configurações híbridas. Aplicando técnicas numéricas utilizadas em avaliações de LTs CC, baseadas na hipótese da baixa influência das cargas espaciais geradas por condutores CA nos efeitos de campo e corrente no solo, afirmam que a componente alternada devido à presença deste tipo de LT próxima a linhas CC não interfere significativamente na trajetória das cargas espaciais produzidas nesta última. Também ressaltam que as

interações mútuas pouco alteram os perfis de campo elétrico e densidade de corrente no solo em corredores híbridos, mas o oposto ocorreria em torres híbridas. Porém, RICKARD *et al.* (1994), executando ensaios com um condutor energizado em tensão combinada no interior de uma gaiola corona e comparando tais dados com os de simulações aplicando o modelo de CLADE *et al.* (1969), propõem que o campo CA tem influência expressiva nas linhas de fluxo em LTs híbridas. Com efeito, resultado semelhante vê-se em ABD-ALLAH e ALGHAMDI (2001), que optaram por simulações aplicando o MSC. Em paralelo, pesquisadores da Universidade de Ohio, em parceria com a Electric Power Research Institute (EPRI) e com a New York State Electric and Gas Corporation (NYSEG) investigaram a interação entre condutores, com experimentos em gaiolas, para verificar se os dados normalizados advindos de configurações em escala reduzida eram compatíveis com os de linhas em escala real e para a elaboração de um modelo que persistia com a aproximação de Deutsch.

Em QIN e PEDROW (1994), o método *Particle-in-Cell* (PIC), desenvolvido originalmente na área de Física de Plasma, é empregado pela primeira vez para análise do corona em LTs. Para solucionar as equações do modelo, o MSC e o MEF são utilizados para cálculo das componentes de campo eletrostático e das cargas espaciais, respectivamente. Dessa forma, evitou-se complicações numéricas inerentes ao MEF na região do domínio próxima aos condutores, devido à elevada variação do potencial elétrico em uma distância muito curta nessa região. Os autores estudam simulações em uma configuração bipolar dentro de uma gaiola cilíndrica, modelando a camada de ionização e analisando trens de pulso corona, efeito da temperatura na camada de ionização, fluxo das cargas espaciais, e distribuição do campo elétrico e seu gradiente. A metodologia de QIN e PEDROW posteriormente é aproveitada por OTTO (2009), que utiliza o método PIC, com elementos triangulares quadráticos a fim de se obter maior precisão nos resultados, como ferramenta de modelagem do efeito corona bipolar para auxiliar no desenvolvimento de técnicas metrológicas ligadas ao corona CC.

Na tese de doutorado de ARRUDA (2012) e em ARRUDA e LIMA (2015), adiciona-se ao método PIC uma série de aperfeiçoamentos, entre eles a possibilidade de usar o método na sua versão sem malha (PP) e mista (PPPM), ao contrário da versão de QIN e PEDROW (1994), restrita ao auxílio da malha (PM). Como a geração de cargas advém de curvas experimentais I vs E_s , o modelo implementado aproxima-se o suficiente do fenômeno físico para que tanto a aproximação de Deutsch quanto a de Kaptsov sejam eliminadas. A concordância com resultados experimentais de bipolos foi satisfatória.

A engenharia de transmissão de energia chinesa lida com questões parecidas com as do Brasil, com grandes centros de geração situados de centenas a milhares de quilômetros afastados dos grandes centros de carga, levando à adoção da ultra-

alta tensão em algumas LTs chinesas. Os níveis elevados de potencial trazem maior preocupação com os efeitos eletromagnéticos das linhas no ambiente e dificultam a disponibilização de terrenos com área suficiente para acomodar as elevadas larguras de faixas de passagem. Dessa forma, nos últimos dez anos diversos trabalhos foram publicados avaliando efeitos de campo provenientes da possível adoção de corredores e linhas híbridos. Os resultados de alguns desses trabalhos serão comparados com os do **CORONAPIC** em configurações híbridas, a saber: WANG *et al.* (2014); YANG *et al.* (2010); YIN *et al.* (2011). Outras investigações similares de configurações híbridas estão em LI *et al.* (2009); ZHOU *et al.* (2012, 2013).

Adicionalmente, destacam-se os artigos de GUILLOD *et al.* (2014); STRAUMANN e FRANCK (2013), pesquisadores do Instituto Federal de Tecnologia de Zurique, que investigam efeitos de campo e a dinâmica de cargas espaciais especificamente para linhas híbridas, configurações estas em que as LTs CA e CC compartilham a mesma torre de transmissão. Os resultados de GUILLOD *et al.* (2014), que incluem efeito do vento na concentração das cargas espaciais, também serão contrapostos aos do **CORONAPIC**.

2.2 Descargas elétricas em gases

Os regimes básicos de descargas contínuas em gases sob baixa pressão são *descarga escura*, *descarga brilhosa* e *descarga com arco*. Descargas escuras são compostas por correntes na ordem de 10^{-10} a 10^{-5} A e não são visíveis a olho nu, com exceção de descargas corona e *sparks*, que são subclasses deste tipo de descarga, porém visíveis. Uma vez ocorrida a ruptura do dielétrico, inicia-se o regime de descarga brilhosa, em que tanto a corrente (10^{-5} a 1 A) quanto o nível de excitação das moléculas neutras do gás são elevados o suficiente para que o plasma permaneça visível. Dentro desta classe de descarga o brilho tem um modo dito normal, em que a tensão através da descarga manifesta-se praticamente independente da corrente na faixa de várias ordens de grandeza desta última, e um modo anormal em que a tensão varia linearmente com a corrente. Finalmente, o regime de arco, com correntes de 10^0 a 10^5 A, apresenta inicialmente variação inversa da tensão em relação à corrente, dito regime não-térmico de arco, no qual as temperaturas dos elétrons, íons e gases estão em desequilíbrio; posteriormente, no regime térmico de arco, a tensão da descarga volta a crescer junto com a corrente e todas as espécies que compõem o gás apresentam a mesma temperatura (ROTH, 1995).

Os principais processos relacionados a descargas elétricas em gases são:

- Ionização por impacto de elétron ou fóton;
- Anexação, que é importante para gases eletronegativos;

- Recombinação; e
- Difusão.

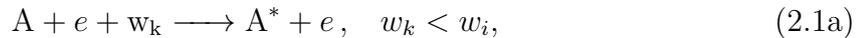
Estes fenômenos serão descritos a seguir.

2.2.1 Processos de Ionização

Ionização por impacto de elétrons

O termo ionização é definido como o processo pelo qual o átomo ou molécula recebe energia suficiente por colisão com elétrons, fótons, etc., para que ele se divida em um ou mais elétrons livres e um íon positivo (IEEE, 2005).

Quando um átomo colide com um elétron livre, ele recebe energia proveniente da colisão. Este incremento energético pode excitar o átomo, ou seja, fazer com que um de seus elétrons adquira um quantum de energia e avance para uma camada de energia mais alta. Se a energia transferida ao átomo, w_k , é superior à sua energia de ionização w_i , um elétron é liberado e o átomo é convertido em um íon positivo. A Equação simbólica (2.1) mostra esse tipo de ionização, com A^* e A^+ representando o átomo excitado e ionizado respectivamente:



A Figura 2.1 apresenta a curva I vs V para a corrente iônica entre duas placas paralelas submetidas a uma diferença de potencial e imersas em gás, com campo elétrico uniforme entre elas (MARUVADA, 2000). No intervalo entre 0 e V_1 , a corrente cresce linearmente com a tensão até a saturação resultante da remoção de elétrons livres no anodo em quantidade igual à geração no catodo, condição esta que se mantém no intervalo $V_1 - V_2$. Em $V_2 - V_3$ há um crescimento exponencial da corrente iônica ocasionado pela geração de novos íons por impacto de elétrons e no intervalo $V_3 - V_b$ o crescimento é ainda mais rápido do que no intervalo anterior, levando à ruptura do dielétrico do gás em V_b (quando esta ruptura acontece em um trecho do *gap*, conforme comentado anteriormente, tem-se o efeito corona (COBINE, 1958)). O impacto de íons positivos no catodo, fazendo com que elétrons sejam gerados é a causa dessa subida, processo este chamado de *ionização secundária*. Acima de V_b , o fenômeno é autossustentável (independe da fonte inicial de elétrons).

Da curva I vs V , TOWNSEND (1910) definiu o coeficiente de ionização α como o número de pares íon-elétron produzidos num gás por um único elétron que se move em uma distância unitária na direção do campo elétrico entre os eletrodos. Um

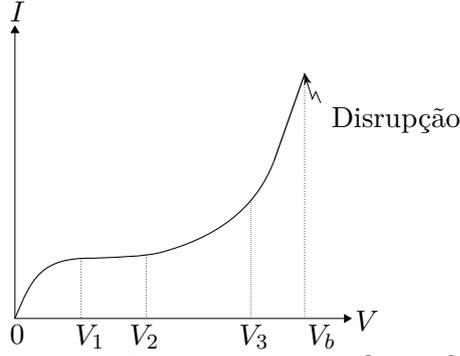


Figura 2.1: Curva característica tensão-corrente para duas placas paralelas sob diferença de potencial.

elétron sob a influência de campo elétrico uniforme pode adquirir energia suficiente para ionizar uma molécula de gás que, por sua vez, liberará um novo elétron que repetirá o processo. Dessa forma, considerando que o primeiro elétron foi criado no catodo em $x = 0$, tem-se que:

$$dn_x = \alpha_e n_0 dx, \quad (2.2)$$

onde n_x é o número de elétrons criados em x ; n_0 o número inicial de elétrons gerados no catodo; α_e [m^{-1}] o coeficiente de ionização do elétron livre viajante. Integrando a Equação (2.2) na distância intereletrodos d , obtém-se:

$$n_d = n_0 e^{\alpha_e d}. \quad (2.3)$$

O termo exponencial modela a *avalanche de elétrons*. Em termos de corrente:

$$I = I_0 e^{\alpha_e d}, \quad (2.4)$$

onde I_0 é a corrente emitida no catodo.

Fotoionização

A fotoionização, que é um processo ionizante secundário, pode ser modelado pela reação (2.5):



A parcela $h\nu$ representa a incidência de um fóton no átomo neutro A que cede energia suficiente ao mesmo, via efeito fotoelétrico, para que ocorra ionização (CHANG *et al.*, 1995). MORROW e LOWKE (1997), a partir de um modelo solucionando equações de continuidade acopladas e a equação de Poisson para o desenvolvimento de elétrons e íons numa configuração ponta-plano, demonstram que a fotoionização é essencial para a formação da descarga autossustentável.

Outros processos de ionização

Outros processos de ionização, que não são relevantes para a modelagem do efeito corona, são a ionização pela interação de átomos metaestáveis com átomos estáveis, ionização térmica e autoionização, cuja explanação pode ser lida em (LATTARULO e AMORUSO, 2014).

2.2.2 Processos de Deionização

Deionização por recombinação

O processo de recombinação consiste na união eletrônica de dois íons de polaridades opostas, conforme reação (2.6):



A molécula AB é neutra e com energia cinética sendo a diferença entre a energia de ionização do íon positivo e a eletroafinidade do íon negativo. Como há a liberação de fóton na reação (2.6), esta recombinação é do tipo radiativa. O coeficiente de recombinação R_i [m^3/s] é definido como o número de ocorrências de recombinação por unidade de tempo e por unidade de concentração positiva de íons positivos e negativos. Tem-se (EPRI, 2005; MARUVADA, 2000):

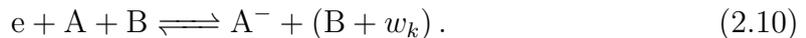
$$\frac{dn_p}{dt} = \frac{dn_n}{dt} = -R_i n_p n_n. \quad (2.7)$$

Deionização por Anexação

Gases eletronegativos, e.g. oxigênio, são capazes de armazenar um ou dois elétrons a mais na sua camada eletrônica mais externa. Dessa forma, na presença de elétrons livres, são susceptíveis a reações similares a:



Ou, se o elétron possui energia suficiente¹:



De forma análoga à Equação (2.2), considerando a anexação através do coeficiente de anexação η , o número de elétrons livres em um uma distância infinitesimal

¹Outros processos de formação de íons negativos podem ser vistos em CHANG *et al.* (1995); LATTARULO e AMORUSO (2014).

dx é:

$$dn_x = \alpha_e n_x (\alpha - \eta) dx. \quad (2.11)$$

Integrando de $x = 0$ a x :

$$n_x = n_0 e^{(\alpha - \eta)x}, \text{ com} \quad (2.12)$$

$$\alpha' = \alpha - \eta, \quad (2.13)$$

em que α' é o coeficiente de ionização efetivo. O limite de ionização é definido pelo afastamento onde $\alpha = \eta \Rightarrow \alpha' = 0$.

Ainda considerando o caso das placas paralelas, a corrente total em regime permanente é composta pelo fluxo de elétrons e de íons negativos, sendo dada por:

$$I = I_0 \left[\frac{\alpha}{\alpha'} e^{\alpha'd} - \frac{\eta}{\alpha'} \right]. \quad (2.14)$$

Em experimentos de placas paralelas como o realizado por Townsend, verifica-se que a corrente I cresce mais vertiginosamente do que predito pelo modelo em (2.14) devido à ionização secundária citada em 2.2.1. O número de elétrons emitidos por processos secundários é dado pela equação (2.15):

$$n_c = n_0 + n'_0 \Rightarrow n'_0 = \gamma n_c (e^{\alpha d} - 1) = n_c - n_0, \quad (2.15)$$

onde n_c é a quantidade total de elétrons emitidos do catodo, n_0 a quantidade de elétrons emitida por processos primários de ionização e n'_0 a quantidade de elétrons emitida por mecanismos secundários de ionização. A grandeza γ representa a eficiência da emissão de elétrons por ionização secundária e também é chamada de coeficiente de ionização secundária de Townsend. Logo,

$$n_c = \frac{n_0}{1 - \gamma(e^{\alpha d} - 1)}. \quad (2.16)$$

O número de elétrons anexando-se no anodo, n_a , é descrito pela Equação (2.17):

$$n_a = \frac{n_0 e^{\alpha d}}{1 - \gamma(e^{\alpha d} - 1)}. \quad (2.17)$$

Dessa forma, a Equação (2.14) pode ser reescrita como:

$$I = \frac{I_0 e^{\alpha d}}{1 - \gamma(e^{\alpha d} - 1)}. \quad (2.18)$$

No intervalo $V_3 - V_b$ da Figura 2.1, $e^{\alpha d} \rightarrow 1$ e $I = I_0 e^{\alpha d}$, pois o campo elétrico é menos intenso. Acima de V_b , $e^{\alpha d} \gg 1$ e $\gamma e^{\alpha d} \rightarrow 1$ fazendo com que a corrente

$I \rightarrow \infty$. Assim, define-se o *critério de ruptura de Townsend* como:

$$\gamma (e^{\alpha d} - 1) = 1. \quad (2.19)$$

Todavia, a Equação (2.19) aplica-se a campos uniformes. No caso de linhas de transmissão, as geometrias de interesse são formadas por condutores aproximadamente cilíndricos com um longo *gap* até o plano terra. As distribuições de campo elétrico são não-uniformes, com o gradiente máximo localizado na superfície do condutor de menor raio de curvatura. O campo decai rapidamente no início do *gap* e de forma mais gradual no restante do *gap*. O processo físico da descarga é semelhante ao caso dos campos uniformes, com a diferença que a descarga autossustentável é restrita a um trecho do *gap* (EPRI, 2005; HIRSH e OSKAM, 1978; MARUVADA, 2000).

O desenvolvimento a seguir é baseado em PEDERSEN (1989), conforme citado em LATTARULO e AMORUSO (2014). Seja N_c o número total de colisões ionizantes primárias no gás por elétron primário emitido de uma superfície infinitesimal do catodo, M_e o número de elétrons gerados no catodo por processos ionizantes secundários e I_0 a corrente de elétrons emitida no catodo produzida pela fonte externa. A corrente de descarga ao longo das avalanches é descrita por:

$$I = I_0(1 + N_c)(1 + M_e + M_e^2 + \dots). \quad (2.20)$$

Para $M_e < 1$, tem-se:

$$I = I_0 \frac{1 + N_c}{1 - M_e}, \quad (2.21)$$

e a corrente é finita. Caso $M_e > 1$, $I \rightarrow \infty$, ou seja, ocorre ruptura. O número de colisões com energia suficiente para provocar ionização entre as distâncias genéricas x e $x + dx$ é dado pela Equação (2.23):

$$N_c(x) = \exp \left[\int_0^x (\alpha - \eta) dx \right], \quad (2.22)$$

$$N_c = \int_0^d \exp \left[\int_0^x (\alpha - \eta) \alpha dx \right]. \quad (2.23)$$

Como $M_e = \gamma N_c$, obtém-se:

$$I = I_0 \frac{\left(1 + \int_0^d \exp \left[\int_0^x (\alpha - \eta) \alpha dx \right] \right)}{\left(1 - \gamma \int_0^d \exp \left[\int_0^x (\alpha - \eta) \alpha dx \right] \right)}. \quad (2.24)$$

O critério de ruptura de Townsend descrito inicialmente para campos uniformes

conforme Equação (2.19) pode ser redefinido para campos não-uniformes de acordo com a Equação (2.25):

$$\gamma \int_0^d \exp \left[\int_0^x (\alpha - \eta) \alpha \right] dx = 1. \quad (2.25)$$

Todavia, em aplicações práticas de engenharia, a Equação (2.25) não é empregada, pois a grandeza γ é dependente de uma série de fatores, tais como material do condutor, contaminação da superfície, composição do gás ao redor do eletrodo, comprimentos de onda dos fótons emitidos, etc (EPRI, 2005; LATTARULO e AMORUSO, 2014; MARUVADA, 2000; SARMA e JANISCHEWSKYJ, 1969a). Esta é uma das razões pela qual equações empíricas e semi-empíricas são empregadas para o cálculo de corona incipiente (vide seção 2.7).

Difusão e deriva

Quando a densidade de partículas formadoras de um gás está distribuída de forma não-uniforme, um *fluxo de difusão* naturalmente surge para nivelar a concentração das partículas entre as regiões do gás. O movimento que forma este fluxo tem origem térmica e através das colisões entre as partículas faz com que elas se movam das partes de maior concentração para as de menor concentração. Tomando γ como densidade de corrente e n concentração das partículas, chega-se a:

$$\gamma = -\nabla (D n) , \quad (2.26)$$

onde D é o *coeficiente de difusão* (CHANG *et al.*, 1995; RAIZER, 1991). Logo, o movimento de partículas carregadas em gases ionizados pode ser descrito pela seguinte equação:

$$\vec{\Gamma} = -\nabla (D n) + \mu \vec{E} n , \quad (2.27)$$

onde $\vec{\Gamma}$ representa o fluxo vetorial da nuvem carregada de partículas e a segunda parcela do lado direito da equação define o movimento de *deriva* devido à interação com o campo elétrico.

O coeficiente de difusão D e o de mobilidade μ podem ser relacionados através da forma especial da *Relação de Einstein-Smoluchowski* para mobilidade iônica, a saber:

$$\frac{D}{\mu} = \frac{k T}{e} , \quad (2.28)$$

em que $k = 1,380648 \times 10^{-23}$ J/K é a Constante de Boltzmann. No caso de uma LT aérea, com T arbitrário de 323 K, tem-se $\frac{D}{\mu} = 0,028$ V. Logo, a difusão, que é um processo de deionização, somente tem significância em gases sob reduzido campo elétrico e alto gradiente de densidade de partículas carregadas. Desta forma,

a difusão é desconsiderada no modelo do programa **CORONAPIC** (ARRUDA, 2012; GUILLOD *et al.*, 2014; MORROW, 1985).

2.3 Introdução ao efeito corona

Quando o campo elétrico imposto em um gás supera sua rigidez dielétrica, é gerada uma descarga. Nos casos em que o campo é uniforme, a descarga no *gap* costuma se caracterizar como uma completa disrupção. Entretanto, em *gaps* submetidos a campos não-uniformes, a descarga se manifesta apenas em regiões em que o estresse é maior do que a rigidez dielétrica do gás. Este fenômeno se trata de uma descarga parcial e quando ocorre em eletrodos no ar ou outros tipos de gases é chamado de *corona* (SCHRIEBER *et al.*, 1997). Esta situação acontece tipicamente quando o raio do eletrodo é muito menor do que o comprimento do *gap*. Condutores em paralelo manifestam descarga corona no ar somente quando a razão da distância intereletrodo e o raio dos eletrodos é maior do que 5,85. De outra forma, o incremento de tensão entre os condutores produziria uma disrupção entre eles, e não uma descarga corona (RAIZER, 1991). Efeitos como perdas corona, interferência eletromagnética, ruído audível, efluentes gasosos e luz são produzidos devido ao corona nos condutores (EPRI, 2005).

2.4 Modos Corona

O aspecto físico de uma descarga corona depende principalmente da geometria do condutor, da intensidade e distribuição de gradiente de potencial ao redor deste condutor e da composição do meio gasoso do *gap* (EPRI, 2005). No caso do ar, como um de seus principais constituintes, o oxigênio, é um gás eletronegativo, íons negativos são transportadores de carga mais estáveis do que os elétrons. Os elétrons, por moverem-se mais rápido do que os íons, são os principais causadores da ionização e excitação das moléculas numa descarga corona (EPRI, 2005; MARUVADA, 2000). A menor mobilidade dos íons faz com que se aglomerem ao redor do eletrodo. Como resultado, íons de polaridade positiva são formados pelo processo de ionização, enquanto íons de polaridade negativa são advindos de processos favorecidos pelas propriedades eletronegativas do ar. A nuvem de cargas espaciais resultante provoca distorções no campo elétrico local. Modos corona diferenciam-se de acordo com o equilíbrio entre criação de cargas espaciais pelo processo de ionização e remoção eletrostática (EPRI, 2005; LATTARULO e AMORUSO, 2014; MARUVADA, 2000).

2.4.1 Modos Corona CC em Campo Elétrico Sustentado

Modos Corona Negativos

Avalanches de elétrons são geradas no catodo, quando o eletrodo é submetido a um potencial negativo. A Figura 2.2 ilustra este tipo de fenômeno. O limite de descolamento da avalanche de elétrons dar-se-á quando $\alpha = \eta$. Como os elétrons têm maior mobilidade do que os íons, eles se distribuem na cabeça da avalanche conforme seu desenvolvimento. Íons positivos concentram-se na região anterior, entre a superfície do catodo e a fronteira da avalanche. No ar, elétrons livres anexam-se com facilidade a moléculas de oxigênio, formando íons negativos que, sendo lentos, acumulam-se na cauda da avalanche. Tem-se, portanto, duas regiões de cargas espaciais iônicas no *gap*, que afetam a distribuição do campo elétrico no local. As cargas espaciais incrementam de forma substancial o campo próximo ao catodo e o reduz nas redondezas do anodo. A fronteira da avalanche desloca-se na direção do catodo, e as avalanches subsequentes de elétrons se desenvolvem em uma distância mais curta, em regiões de campos mais intensos. Elevando-se o nível da tensão aplicada, três modos de corona são identificáveis: *streamers* ou impulsos de Trichel, brilho contínuo e *streamers* negativos (TRINH, 1995).

Streamers de Trichel Ao estudar descargas coronas negativas no ar para configurações ponta-plano, TRICHEL (1938) e LOEB (1965) notaram que a corrente corona era composta por pulsos discretos cuja intensidade e frequência eram funções da tensão aplicada (sendo esta ligeiramente superior à tensão crítica), dimensões do eletrodo e condições ambientes. Uma descarga de Trichel dura algumas dezenas de nanosegundos, separados por longos intervalos de dezenas de microssegundos, e distribui-se aleatoriamente na superfície da protrusão energizada. A amplitude dos pulsos diminui conforme a tensão aplicada, pressão e umidade aumentam, ao passo que o inverso ocorre com a frequência quando a tensão é elevada. A frequência dos pulsos está diretamente relacionada com o tempo dispensado para a remoção das cargas espaciais iônicas através de difusão sob a ação do campo elétrico (LATTARULO e AMORUSO, 2014; TRINH, 1995).

Brilho contínuo Aumentando-se a tensão, após certa frequência a descarga estabiliza-se numa posição fixa na superfície da ponta energizada, com os *streamers* de Trichel se mesclando. Este novo modo também caracteriza-se por uma mudança visual na descarga, com um aspecto bem definido brilhoso (EPRI, 2005; TRINH, 1995).

Streamers negativos Em níveis de tensão ainda mais elevados, a corrente da descarga é constituída por pulsos somados a uma componente contínua, fazendo

com que a descarga não seja extinta em nenhum momento. Subsequentes incrementos de potencial levam à completa interrupção do *gap* (EPRI, 2005; TRINH, 1995).

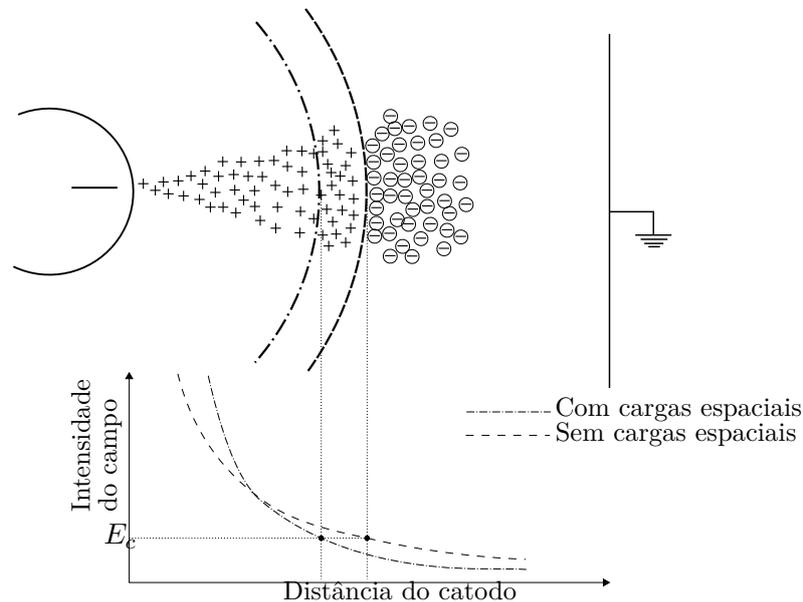


Figura 2.2: Ilustração de uma avalanche de elétrons originada do catodo (TRINH, 1995).

Modos Corona Positivos

No caso onde o eletrodo é excitado com polaridade positiva, a avalanche de elétrons tem origem na superfície de fronteira (onde $\alpha' = 0$), e se desenvolve em direção ao anodo, onde estão as maiores taxas de ionização, no sentido crescente de campo elétrico. A ilustração deste tipo de avalanche está na Figura 2.3. Graças à baixa mobilidade dos íons, há um rastro de cargas espaciais ao longo do desenvolvimento da avalanche. A maioria dos elétrons criados são neutralizados no anodo e os íons negativos são gerados principalmente nas regiões de menor campo elétrico no *gap*. Assim como no caso anterior, as cargas espaciais influenciam significativamente o campo elétrico no *gap*, o que por sua vez afeta a própria geração de cargas no anodo.

Quatro modos corona de polaridade positiva podem ser identificados, conforme a intensidade da tensão no eletrodo é elevada (TRINH, 1995).

Estouro Corona Caracterizado por uma camada luminosa fina próxima ao anodo, resultante da disseminação da ionização e formação da avalanche nas proximidades da superfície anódica. Os íons positivos gerados e situados próximos ao anodo tendem a reduzir o campo com consequente supressão da descarga. Logo, a corrente de descarga é pulsante e de baixa amplitude (LATTARULO e AMORUSO, 2014; TRINH, 1995).

Streamers iniciais Com a intensificação do campo elétrico, as cargas espaciais próximas do eletrodo aumentam o campo em regiões distantes no *gap* o suficiente para a ocorrência de avalanches subsequentes de elétrons e levam ao desenvolvimento de um canal de impulsos na direção radial. O acúmulo de íons positivos próximos ao anodo periodicamente suprime o campo elétrico superficial o bastante para a cessação dos impulsos, o que explica a natureza pulsante desse modo corona. Estes pulsos têm amplitude e largura maiores do que os *streamers* de Trichel. Em linhas de transmissão, os *streamers* iniciais positivos são a principal fonte de rádio interferência e ruído audível (EPRI, 2005; LATTARULO e AMORUSO, 2014; TRINH, 1995).

Descarga brilhosa positiva Este modo ocorre sob uma combinação particular de taxa de criação e remoção de íons positivos próximos ao anodo. Caracteriza-se por uma rápida remoção de cargas espaciais positivas sob campo intenso, mas insuficiente para o desenvolvimento radial de descargas e formação de impulsos. Cargas espaciais negativas acumulam-se o bastante para suprimir a criação dos *streamers* iniciais. Como resultado, este modo aparece como um brilho constante e uniforme próximo à superfície energizada. O papel dos íons negativos nesse modo foi previsto por TRICHEL (1938), mas experimentalmente provado por HERMSTEIN (1960)². As correntes de descarga tomam a forma de correntes contínua superpostas a um componente pulsante pequeno de centenas de kilohertz (EPRI, 2005; LATTARULO e AMORUSO, 2014; TRINH, 1995).

Streamers disruptivos O brilho positivo estável perde sua uniformidade e uma ou duas zonas de maior luminosidade são formadas. Essas zonas se movem lentamente sobre o anodo e provocam *streamers* disruptivos, quando o campo se torna suficientemente elevado para a remoção de cargas espaciais positivas da região anódica (EPRI, 2005; LATTARULO e AMORUSO, 2014; TRINH, 1995).

2.4.2 Modo Corona CA

Quando um sinal alternado é aplicado no eletrodo, conforme a tensão supera àquela de início corona em cada semiciclo, distintos modos corona surgem. A principal diferença do processo sob CA em relação ao CC é devida à presença de cargas espaciais residuais de mesma polaridade do semiciclo anterior. Apesar disso, os modos corona em cada semiciclo são bastante similares aos de tensão contínua de mesma polaridade.

²LOEB (1965) chegou a propor que este modo fosse chamado de brilho de Hermstein.

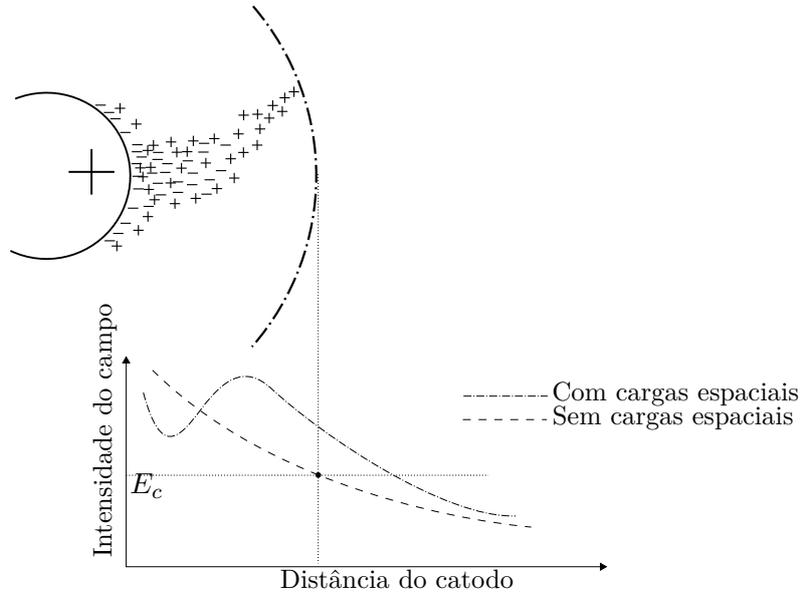


Figura 2.3: Ilustração de uma avalanche de elétrons em direção ao anodo (TRINH, 1995).

Em condutores encordoados de linhas de transmissão, *streamers* iniciais são os mais comuns nos semiciclos positivos. A primeira aparição do efeito corona é na forma de *streamers* de Trichel no semiciclo negativo. Ainda neste semiciclo, conforme a tensão aumenta, brilho contínuo negativo também pode surgir. No semiciclo positivo, *streamers* disruptivos seguem às descargas brilhosas positivas. Embora o corona comece no semiciclo negativo, a completa ruptura do *gap* sempre acontece no semiciclo positivo. Portanto, *streamers* negativos não aparecem em CA.

2.5 Mecanismo Físico do Efeito Corona em CA

2.5.1 Dinâmica das cargas espaciais

A dinâmica da ação das cargas espaciais segundo o modelo apresentado em COBINE (1958) pode ser visualizada na Figura 2.4, que consiste de um arranjo cilíndrico coaxial energizado com tensão CA no condutor central. Assume-se adicionalmente que o espaço ocupado pelas cargas espaciais é bem definido, ao invés de ter uma limitação difusa. O ciclo inicia-se em a no qual a tensão entre os cilindros é nula. No espaço entre os eletrodos, existe carga espacial residual negativa proveniente da geração de cargas do semiciclo anterior. Estas cargas são responsáveis por um pequeno componente de campo elétrico na superfície do condutor. No instante b a polaridade do condutor interno torna-se positiva, fazendo com que as cargas residuais negativas aproximem-se de sua superfície. Assumindo que a tensão no instante b é maior do que a tensão crítica positiva, íons positivos são gerados e deslocados para fora e os elétrons são prontamente neutralizados por recombinação com íons positivos e são

absorvidos na superfície do condutor. No instante c , próximo à tensão crítica, a densidade de cargas espaciais positivas é maior perto do condutor interno. Quando a tensão aplicada é nula, em d , linhas de força provenientes das cargas iônicas positivas encerram-se nas cargas negativas no condutor interno e no cilindro externo. Assumindo, de forma análoga à análise no semiciclo positivo, que o instante e corresponde à tensão crítica negativa, o campo entre as cargas espaciais superficiais e as cargas residuais positivas torna-se suficientemente elevado para que o processo de ionização comece no condutor interno e a carga espacial residual é neutralizada no condutor. Em f a atividade corona negativa cessa. A corrente durante o ciclo mostrado na Figura 2.5 tem uma parcela de componente capacitiva I_c sobreposta à corrente corona I_{cor} . Conforme MARUVADA (2000), nos intervalos ab , ce e fg , existem cargas residuais de apenas uma polaridade, enquanto durante os períodos bc e ef , cargas espaciais de mesma polaridade que o condutor são abundantes. Estas cargas são criadas continuamente durante as descargas corona, e cargas residuais de polaridade oposta seriam neutralizadas parcialmente por recombinação e principalmente por absorção na superfície do condutor. Corrente corona produzida durante os períodos bc e ef é muito mais elevada do que durante os outros intervalos do ciclo de tensão. MARUVADA também propõe um circuito representativo dos processos físicos supracitados, focado na capacitância da configuração e nas perdas corona. Este circuito pode ser visto na Figura 2.6. Os elementos paralelos do circuito equivalente representando o condutor sob corona são: C_0 , capacitância geométrica da configuração; C_c , capacitância não-linear adicional devido ao corona; e G_c , condutância não-linear para a consideração das perdas devido ao corona. Após o início do corona, a condutância G_c aumenta rapidamente, enquanto C_c incrementa vagarosamente. Em qualquer nível de tensão acima da crítica, a configuração do condutor é equivalente a de um capacitor de baixa qualidade, tendo a capacitância $C_t = C_0 + C_c$ e uma condutância G_c representando perdas corona.

2.5.2 Trajetória da carga espacial em CA

Considere-se um condutor perfeitamente cilíndrico de raio r e campo superficial E_s . Uma carga espacial q , localizada a uma distância r_q do condutor estará submetida ao campo instantâneo da Equação (2.29).

$$E(r_q, t) = E_s \frac{r}{r_q} \cos(\omega t) \quad (2.29)$$

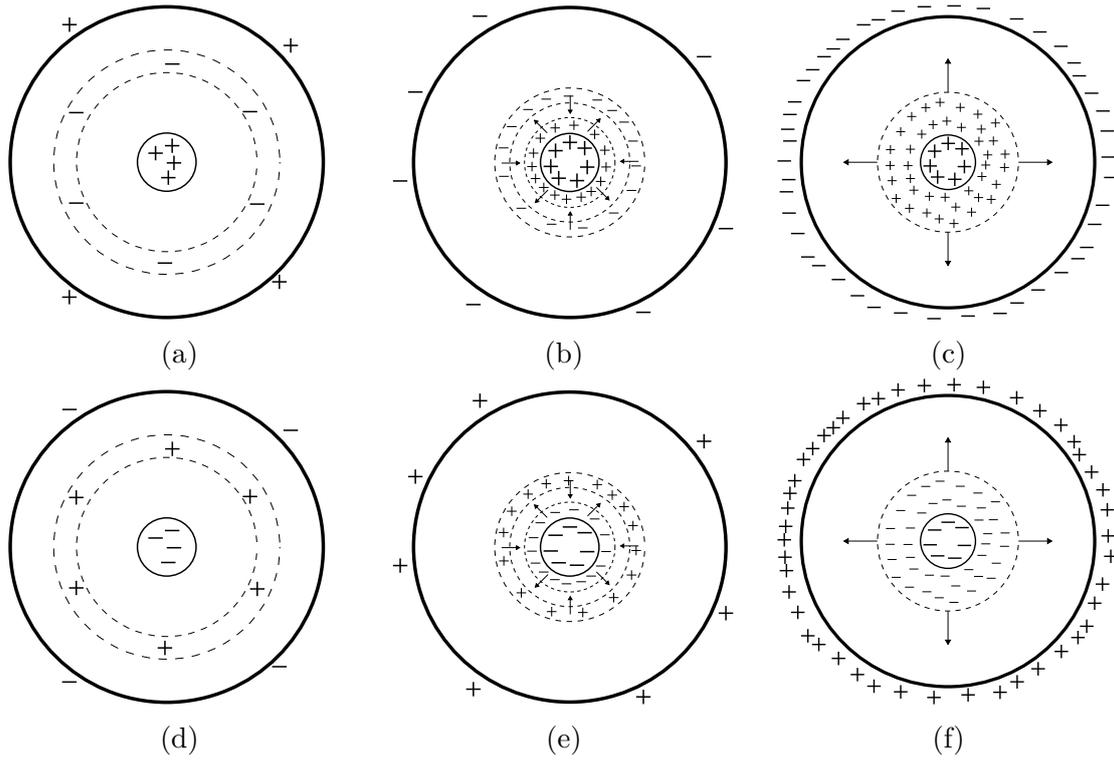


Figura 2.4: Cargas espaciais em configuração coaxial com eletrodo central submetido ao corona CA segundo COBINE (1958) (as setas indicam os sentidos dos movimentos dos anéis de carga).

Onde assume-se que o campo E não é modificado pela carga espacial q . A velocidade instantânea desta carga será dada pela Equação (2.30).

$$\frac{dr_q}{dt} = \mu E(r_q, t) \quad (2.30)$$

Das Equações (2.29) e (2.30) deduz-se a Equação (2.31).

$$r_q dr_q = \frac{\mu r E_s}{\omega} \cos \varphi d\varphi \quad (2.31)$$

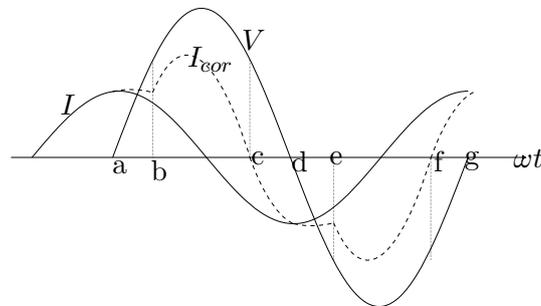


Figura 2.5: Formas de onda de tensão e corrente em condutor submetido a tensão acima do valor crítico para o estabelecimento do efeito corona.

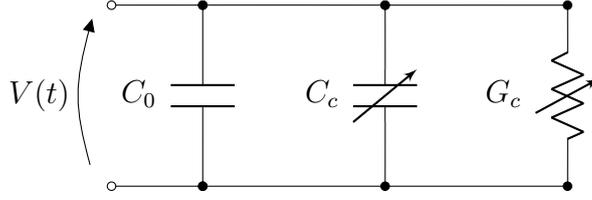


Figura 2.6: Circuito equivalente para tensão acima da crítica.

onde $\varphi = \omega t$. Integrando a Equação (2.31) em função de φ , para as condições iniciais $r_q = r$ e $\omega t_0 = \varphi_0$, tem-se:

$$r_q(\varphi) = r \sqrt{1 + \frac{2 \mu E_s}{r \omega} (\sin \varphi - \sin \varphi_0)} \quad (2.32)$$

O afastamento máximo da carga q no primeiro ciclo após ser gerada dar-se-á quando $\varphi_0 = -\pi/2$ e $\varphi = \pi/2$ na Equação (2.32), obtendo-se (CLADE *et al.*, 1969; GARY e MOREAU, 1976; MARUVADA, 2000)³:

$$r_q^{max} = r \sqrt{1 + \frac{4 \mu E_s}{r \omega}}, \quad (2.33)$$

para um condutor singelo. No caso de um feixe:

$$r_q^{max} = r_{eq} \sqrt{1 + \frac{2 \mu E_s n_{cond} r}{r_{eq}^2 \omega}}, \quad (2.34)$$

em que n_{cond} representa o número de condutores do feixe e r_{eq} é o raio equivalente do feixe (GARY e MOREAU, 1976).

2.6 Curvas Q_F vs V e corona impulsivo

O aspecto de curvas Q_F vs V para um condutor sob tensão alternada está esboçado na Figura 2.7, em que Q_F trata-se da carga elétrica fornecida pela fonte de tensão e V é a tensão instantânea no cabo. Nota-se um tipo de “histerese elétrica” nestas classes de gráficos. A área da curva corresponde à energia consumida em um ciclo. Estas curvas também são bastante aplicadas no estudo de coronas impulsivos, que têm papel relevante na determinação da magnitude e forma de onda de sobretensões em um sistema elétrico, principalmente em subestações. As curvas Q_F vs

³Há uma discordância na fórmula do afastamento máximo da partícula carregada entre os trabalhos citados. CLADE *et al.* (1969); GARY e MOREAU (1976) consideram $\varphi_0 = 0$ e $\varphi = \pi/2$ o que forneceria $r_q^{max} = r \sqrt{1 + \frac{2 \mu E_s}{r \omega}}$, enquanto MARUVADA (2000) afirma que $\varphi_0 = -\pi/2$ e $\varphi = \pi/2$ para a dedução correta, resultando na Equação (2.33). Neste trabalho, considerou-se este último mais próximo da realidade.

V possibilitam a análise de mudanças na capacitância dinâmica de uma LT, pois tal parâmetro sendo a variação da carga em relação à tensão pode assumir valores diferentes em cada segmento infinitesimal graças à não-linearidade do efeito corona (DE JESUS e CORREIA DE BARROS, 1994). A Figura 2.8 ilustra o aspecto típico de uma curva Q_F vs V para tensão de impulso, em que V_{max} é o valor de crista do impulso (INOUE, 1985; YANG *et al.*, 2013).

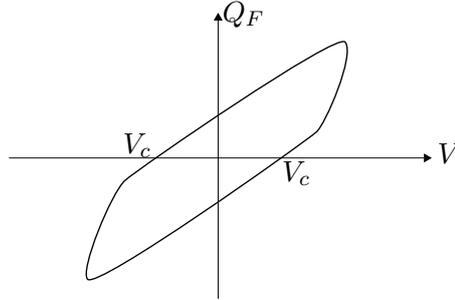


Figura 2.7: Aspecto de uma curva Q_F vs V para potencial alternado no condutor (CLADE *et al.*, 1969; GARY e MOREAU, 1976).

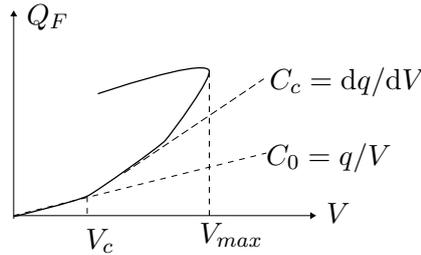


Figura 2.8: Aspecto de uma curva Q_F vs V para impulsos (INOUE, 1985; YANG *et al.*, 2013).

2.7 Modelos de Gradiente de Potencial do Corona Incipiente

2.7.1 Modelo de Peek

A Equação de Peek foi desenvolvida para o cálculo do campo limite para início do efeito corona na superfície de um condutor perfeitamente cilíndrico e é largamente aplicada na engenharia de transmissão. Peek mediu tensões de início corona em configurações coaxiais para a determinação do campo elétrico na superfície do eletrodo interno (CHANG *et al.*, 1995). O resultado foi a seguinte Equação (PEEK, 1929):

$$E_c = mE_0\delta \left[1 + \frac{C_l}{\sqrt{\delta r_c}} \right] \quad (2.35)$$

onde:

- E_c é o gradiente de tensão mínimo para início do efeito corona [kV/cm];
- E_0 é uma constante empírica. Peek descobriu que $E_0 = 29,8$ kV/cm (valor de pico) ou 21,1 kV/cm (valor rms);
- C_l é uma constante empírica que Peek descobriu ser $0,301$ cm^{-1/2};
- m é o *fator de irregularidade do condutor* que leva em conta as condições da superfície do condutor;
- δ é a densidade relativa do ar, dada por (2.36).

O gradiente mínimo para início do efeito corona é, portanto, uma função da densidade relativa do ar δ , dada por:

$$\delta = \frac{273 + T_0}{273 + T} \cdot \frac{p}{p_0} \quad (2.36)$$

onde:

- T temperatura em °C;
- p pressão ambiente do ar [mm];
- T_0 temperatura de referência (usualmente 25 °C);
- p_0 pressão de referência (usualmente 760 mmHg ou 1,013 bar).

Nota-se que o fator mais importante influenciando o campo elétrico mínimo para início de descarga corona é o raio do condutor. A fórmula de Peek, mostra que, com todos os outros parâmetros constantes, o gradiente de início corona do condutor varia inversamente com o seu raio EPRI (2005).

2.7.2 Modelo de Whitehead

O modelo de Whitehead é parecido com o de Peek, pois seus trabalhos são do mesmo período (ARRUDA, 2012). Em WHITEHEAD (1929) podem ser vistas formulações para corrente alternada e corrente contínua. Esta última foi aplicada em SARMA e JANISCHEWSKYJ (1969a) a fim de comparar sua concordância com valores teóricos de coeficientes de ionização secundária obtidos de dados experimentais de outros trabalhos. Para condutores cilíndricos imersos no ar, Whitehead propõe:

$$E_c = K_1\delta + K_2\frac{\delta}{r} \quad (2.37)$$

A Tabela 2.1 apresenta as constantes conforme o tipo de tensão aplicada.

Tabela 2.1: Valores das constantes K_1 e K_2 segundo WHITEHEAD (1929).

K_1	K_2	Tipo de tensão	Temperatura (°C)
33,7	8,9	CA	20
33,7	8,13	CC (+)	20
31	9,54	CC (-)	25

2.7.3 Modelo de Portela

A Equação de Peek (2.35) apresenta incongruências, como valores de campo crítico superiores àqueles obtidos por experimentos para condutores de raio maior do que 10 mm, chegando a $E_c \cong 3,1$ MV/m no limite do raio “infinito” (configuração de eletrodos planos paralelos), em vez de 2,4 MV/m que é o valor correto. PORTELA e SANTIAGO (1991) sugerem a seguinte Equação para o cálculo do raio crítico:

$$r_c = \left[-A_0 \cdot \left(\frac{E_c}{E_0} \right)^2 + A_1 \cdot E_c \cdot \left(\frac{E_c}{E_0} - 1 - \ln \frac{E_c}{E_0} \right) \right]^{-1} \quad (2.38)$$

Os valores das constantes são $E_0 \cong 2,4381$ MV/m, $A_0 \cong 829,70$ m⁻¹ e $A_1 \cong 781,53$ (MV)⁻¹.

2.8 Corona em corredores híbridos

Quando uma linha de transmissão energizada sob corrente alternada encontra-se próxima a uma linha energizada em corrente contínua, o campo elétrico superficial dos condutores de cada LT é afetado devido à influência mútua entre as linhas.

No caso da LT CC, ao campo elétrico superficial dos condutores é adicionado um sinal *ripple*, conforme Figura 2.9. Devido à ondulação, a tensão crítica corona dos condutores da LT CC é reduzida, o que, teoricamente, pode fazer com que esta linha de transmissão entre em atividade corona mesmo estando submetida a um nível de tensão abaixo do valor crítico.

Com relação a LT CA, ao campo elétrico superficial dos condutores é adicionado um sinal CC, conforme Figura 2.9. O polo positivo cria um *offset* negativo no gradiente superficial dos condutores energizados em CA, enquanto o polo negativo gera uma componente CC positiva nesses condutores. Logo, levando em consideração o gradiente superficial inicial dos condutores CA, eles podem permanecer abaixo do estado crítico, ou gerar corona positivas e/ou negativos, dependendo da intensidade e polaridade da componente CC. Uma preocupação operacional relacionada a este fenômeno é com relação à possível saturação de transformadores de potência devido

às componentes CC, questão esta de significativa relevância na concepção de linhas híbridas.

Nos dois casos citados acima, os gradientes superficiais da LT também podem ser influenciados pela absorção de cargas iônicas provenientes da LT vizinha.

Como o gradiente superficial tem duas componentes, seu cálculo é mais complexo, sendo que no caso CA ele não pode mais ser determinado pela razão entre o campo elétrico superficial máximo e a $\sqrt{2}$. Da mesma forma, para corredores híbridos, o perfil do campo elétrico no solo pode ser apresentado por valores rms ou máximo, todavia, sem com que a relação entre eles seja $\frac{1}{\sqrt{2}}$. Para obter-se o perfil com valores máximos de gradiente, os fasores da linha CA devem ser girados em uma volta completa (CHARTIER *et al.*, 1981; ZHAO *et al.*, 1996, 1994). Vê-se que é necessário o estudo completo no domínio do tempo mesmo sem a presença de cargas espaciais.

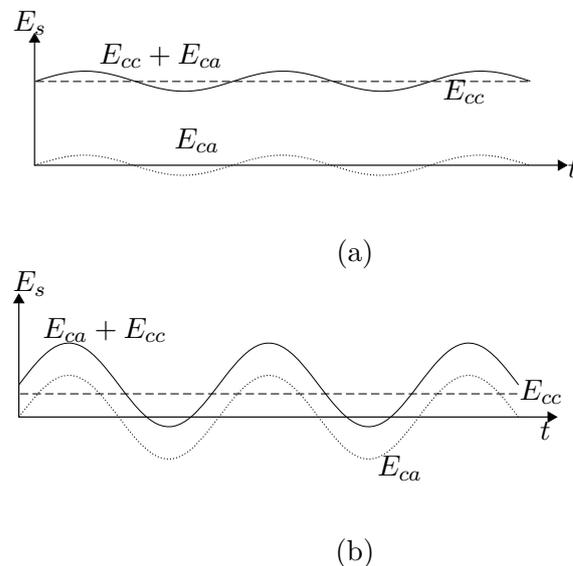


Figura 2.9: (a) Componente CA no campo elétrico superficial dos condutores CC; (b) componente CC no campo elétrico superficial dos condutores CA.

2.8.1 Efeito barreira

A proximidade de uma LT CA com uma LT CC faz com que a distribuição do campo elétrico CC livre de cargas espaciais se modifique, de modo que sua intensidade se reduz abaixo da LT CA. Outro fator favorável à redução do campo elétrico abaixo do solo é a presença de cargas espaciais das duas polaridades na vizinhança dos condutores CA. Eventuais cargas espaciais originadas dos condutores CC são em grande parte neutralizadas por recombinação ao aproximarem-se dos condutores CA (vide Figura 2.10), o que também contribui à mitigação da corrente iônica no solo dessa região. Diz-se, portanto, que a LT CA cria um *efeito barreira* (*shielding effect*)

para o campo rico em cargas iônicas originado de uma linha CC próxima. No caso de LTs híbridas, esta propriedade pode ser aproveitada posicionando-se condutores CA na região inferior da torre, porém com significativo acréscimo da componente CC nesses condutores (STRAUMANN e FRANCK, 2013; YANG *et al.*, 2010; ZHOU *et al.*, 2013).

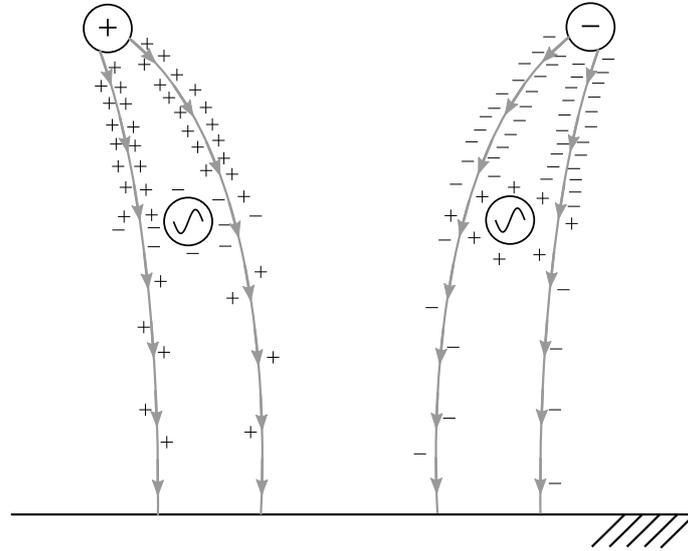


Figura 2.10: Efeito Barreira de condutores CA próximos a condutores CC.

2.9 Hipóteses usuais no Desenvolvimento de Modelos Corona

DEUTSCH (1933) propôs três hipóteses para a análise do fluxo iônico unipolar em configurações condutor-plano:

1. As direções dos vetores do campo elétrico laplaciano não são alteradas pela presença de cargas espaciais, apenas as suas magnitudes;
2. As densidades de carga das linhas de campo elétrico permanecem constantes ao longo das mesmas;
3. O campo elétrico do eletrodo passivo mantém-se no valor laplaciano.

A primeira afirmação é a que largamente é referenciada como aproximação ou hipótese de Deutsch na literatura (LATTARULO e AMORUSO, 2014). Conforme SARMA e JANISCHEWSKYJ (1969b), obtém-se:

$$E_{sc} = \xi E_{fs} , \quad (2.39)$$

em que E_{sc} e E_{fs} representam o campo com e sem cargas espaciais, nesta ordem, e ξ é uma função escalar das coordenadas espaciais e dependente da distribuição das cargas.

A hipótese de KAPTSOV (1950) pressupõe que a quantidade de cargas espaciais ao redor de um cabo é suficiente para limitar o campo elétrico superficial ao valor crítico, quando o condutor se encontra energizado a um nível de potencial acima do crítico.

Capítulo 3

O Método *Particle-in-Cell*

Este capítulo tem a finalidade de apresentar o método numérico *Particle-in-Cell*, utilizado no **CORONAPIC**, e uma descrição sucinta do programa. Por estar atrelado ao estudo de substâncias no estado de plasma, condição esta alcançada pelo ar no fenômeno corona, o método PIC revela-se uma ferramenta computacional apropriada para a apreciação das cargas espaciais e seus efeitos no campo elétrico emitido por LTs. Inicialmente conceitos referentes ao plasma e ao método PIC são apresentados, finalizando com a descrição do programa utilizado.

3.1 Métodos de partículas

Os primeiros modelos numéricos rastreadores de trajetos de partículas foram desenvolvidos por John Dawson em Princeton e Oscar Buneman em Cambridge, nas décadas de 1950/60 (BIRDSALL e LANGDON, 2004). Métodos numéricos baseados em modelos de partículas surgiram na Física de plasma da necessidade de se representar computacionalmente sistemas físicos difíceis, ou mesmo impossíveis de submeter à experimentação e com números de graus de liberdade tão elevados que tornam a análise puramente analítica impraticável (DAWSON, 1983).

Conforme definido por CHEN (2015), plasma é um gás quase neutro composto por partículas neutras e carregadas que exibem comportamento coletivo. A quase-neutralidade refere-se à propriedade do plasma de bloquear campos elétricos em seu interior que surgem de concentrações locais de carga ou de corpos externos. Esta propriedade também é conhecida como *blindagem de Debye*. Plasmas são neutros o suficiente para terem concentrações de íons positivos e de elétrons semelhantes, mas não o suficiente para que forças eletromagnéticas muito intensas sejam totalmente anuladas.

A abordagem de descrição de fluidos a partir do acompanhamento do trajeto

de cada partícula é chamada de Lagrangiana¹ (QIN e PEDROW, 1994) e pode ser implementada a partir do traçado de cada partícula ou de um conjunto de partículas. Neste último caso, tratar-se-iam portanto de “superpartículas”, cujo número efetivo de partículas representadas em cada superpartícula varia conforme o sistema físico e tem ordem de 10^9 e a 10^{12} e para plasmas sem colisão, conforme os simulados no capítulo 4. Outras preocupações para a implementação deste modelo numérico são o número de partículas, N_p , que deve ser elevado para a inepção do “efeito coletivo” e o comprimento L , que supõe-se muito maior do que o *comprimento de Debye* λ_D ($L \gg \lambda_D$).

O comprimento de Debye é a medida da distância de bloqueio interna do plasma contra campos aplicados sobre ele. Este efeito em que as cargas se reorganizam no sentido de bloquear o campo elétrico de uma carga inserida dentro do plasma, também é conhecido como *blindagem de Debye*. O comprimento de Debye é dado por CHEN (2015):

$$\lambda_D \equiv \left(\frac{\epsilon_0 K T_e}{n e^2} \right)^{1/2}. \quad (3.1)$$

Outras formas comumente usadas são:

$$\lambda_D = 69 (T_e/n)^{1/2} \text{ m}, \quad T_e \text{ em K, e} \quad (3.2)$$

$$\lambda_D = 7430 (K T_e/n)^{1/2} \text{ m}, \quad K T_e \text{ em eV.} \quad (3.3)$$

Onde:

ϵ_0 Constante de permissividade elétrica do vácuo, $8,85418782 \times 10^{-12}$ F/m;

K Constante de Boltzmann, $1,38 \times 10^{-23}$ J/K;

T_e Temperatura dos elétrons, [K];

n Número de partículas por metro cúbico, [$1/\text{m}^3$];

e Carga do elétron, $-1,6 \times 10^{-19}$ C.

Interações na escala de λ_D geralmente não são o foco de interesse da análise². A consideração do efeito coletivo, no qual as forças eletromagnéticas de longo alcance são mais significativas no comportamento geral das partículas do que forças devido a colisões ordinárias, trata-se de uma das características fundamentais que se espera dos resultados. Com efeito, outra condição necessária para que o efeito coletivo se manifeste, além de $L \gg \lambda_D$, consiste em $N_D \gg 1$. A variável N_D é o número de partículas dentro de um cubo com aresta λ_D ou uma esfera de raio λ_D (cubo

¹O dual, ou seja, a descrição do fluido baseada no monitoramento de um ponto fixo é chamada de Euleriana.

²No caso de plasmas sem colisão.

ou esfera de Debye, respectivamente). Na prática, dependendo da razão entre a energia cinética térmica e a energia potencial microscópica do sistema, do número de dimensões espaciais e da utilização de uma malha, N_D não necessita ter valores extremamente elevados como em um sistema físico real (BIRDSALL e LANGDON, 2004; HOCKNEY e EASTWOOD, 1988).

Este trabalho utilizará o programa computacional desenvolvido por ARRUDA (2012) que utiliza o método *Particle-in-Cell*. Largamente utilizado na Física de plasma, o método é capaz de revelar diversos detalhes do sistema físico em análise, tais como, funções de distribuição, comportamento linear e não-linear, fenômenos de transporte e estocásticos, assim como comportamento em estado estacionário (QIN e PEDROW, 1994).

Na Figura 3.1 pode ser visto o ciclo típico de evolução no tempo de um algoritmo do método PIC. Considere-se um espaço de fases onde cada cada partícula é descrita pelo par (\vec{v}_i, \vec{x}_i) , velocidade e posição de certa partícula, respectivamente. O campo elétrico ao qual elas encontram-se submetidas, E_j , está determinado somente nos nós da malha.

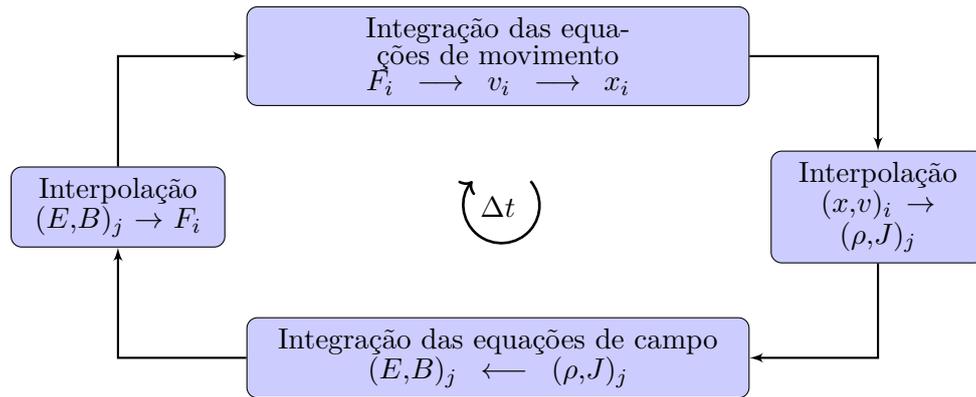


Figura 3.1: Fluxograma básico de uma iteração no método *Particle-in-Cell* (BIRDSALL e LANGDON, 2004).

Iniciando a análise a partir do bloco mais à direita, as cargas são associadas aos pontos da malha através de interpolação. As de ordem zero ou de primeira ordem são as mais comuns, conhecidas como *nearest-grid-point* (NGP) e *cloud-in-cell* (CIC), respectivamente.

No NGP, tomando a posição de uma partícula genérica i por $\vec{x}_i = (x_i, y_i)$, o “ponto mais próximo à malha” é determinado truncando a posição da partícula ao ponto p central de uma célula da malha com menor afastamento geométrico. No caso 2D, a carga da partícula é associada à dada célula da malha se o centro da

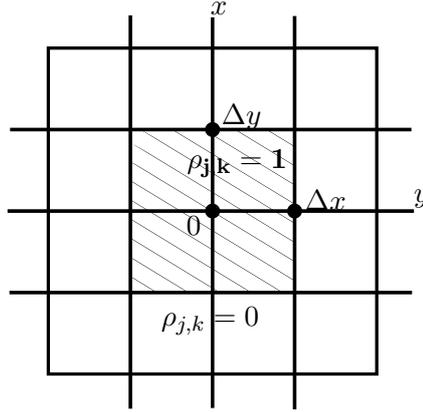


Figura 3.2: Partícula vista pela malha no método NGP (BIRDSALL e FUSS, 1969).

mesma encontra-se em seu interior. A densidade de carga no ponto p é dada por:

$$\rho_p = \frac{1}{H_x H_y} \sum_{\substack{i \text{ partículas} \\ \text{na célula de } p}} q_i. \quad (3.4)$$

Conforme a partícula tem sua posição \vec{x}_i atualizada, sua carga passa a estar associada à nova célula em que ela se encontra. Logo, a função de atribuição de carga $S(\vec{x}_i)$ para o NGP como:

$$S(\vec{x}) = \begin{cases} 1 & (|x_i|, |y_i|) < (H_x/2, H_y/2), \\ 0 & \text{senão.} \end{cases} \quad (3.5)$$

É importante notar que a função S representa uma nuvem retangular (vide Figura 3.2). A densidade da célula é incrementada e reduzida instantaneamente conforme partículas entram e deixam seu interior, ou seja, cada partícula passa a ser vista no sistema como tendo um aspecto uniforme e retangular de altura unitária, em vez de pontual. Se o sistema tem número adequado de partículas, os efeitos básicos de plasma permanecem, mesmo com essa modelização. Porém, as variações abruptas de densidade devido às entradas e saídas das partículas podem gerar ruídos inaceitáveis em certos casos.

As desvantagens do método de interpolação NGP são atenuadas com a elevação da ordem de interpolação, porém com incremento de custo computacional. Aproximações de primeira-ordem são largamente utilizadas e denominadas *cloud-in-cell* porque são vistas pela malha como “nuvens” rígidas que se transpassam livremente. Matematicamente falando, a função S torna-se triangular e permite uma variação de carga mais suave e conseqüentemente menos ruidosa em comparação ao NGP.

Com as cargas (e conseqüentemente as densidades de corrente) determinadas nas células, a próxima etapa é o cálculo do campo elétrico. Para esta finalidade é

necessário resolver a Equação de Poisson (3.15). Uma das formas usuais e largamente encontrada na literatura envolve a reformulação da mesma por diferenças finitas, isto é:

$$\frac{(\phi_{j-1} - 2\phi_j + \phi_{j+1})_k}{H_x^2} + \frac{(\phi_{k-1} - 2\phi_k + \phi_{k+1})_j}{H_y^2} = -\rho_{j,k}, \quad (3.6)$$

que se refere especificamente ao caso 2D. Como o campo elétrico \vec{E} é fornecido por:

$$\vec{E} = -\nabla\phi, \quad (3.7)$$

a aproximação por diferenças finitas a fim de se obter a distribuição de campo elétrico na malha é:

$$(E_x)_j = \frac{(\phi_{j-1} - \phi_{j+1})_k}{2H_x} \quad \text{e} \quad (3.8a)$$

$$(E_y)_k = \frac{(\phi_{k-1} - \phi_{k+1})_j}{2H_y}. \quad (3.8b)$$

Naturalmente, cada campo é determinado no mesmo ponto do potencial no vértice da célula da malha em foco.

A próxima fase do PIC consiste no cálculo das forças em cada partícula por interpolação. Aqui o método empregado é similar ao demonstrado para interpolação das cargas na malha. O campo de força de uma célula é dado pelo valor no ponto da malha no centro da célula. A soma das contribuições é feita sobre os pontos da malha, enquanto na interpolação de cargas era sobre as partículas.

Finalmente, a última etapa da iteração do PIC genérico consiste na integração das equações de movimento. Uma opção para a solução do problema, também largamente sugerida na literatura, é aplicar mais uma vez a aproximação por diferenças finitas, neste caso às equações:

$$m_i \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} \quad \text{e} \quad (3.9)$$

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{v}, \quad (3.10)$$

obtendo-se:

$$x_i^{n+1} - x_i^n = v_{x_i}^{n+1/2} \cdot \Delta t, \quad (3.11a)$$

$$y_i^{n+1} - y_i^n = v_{y_i}^{n+1/2} \cdot \Delta t, \quad (3.11b)$$

$$v_{x_i}^{n+1/2} - v_{x_i}^{n-1/2} = \frac{F_{x_i}(x_i^n) \cdot \Delta t}{m_i}, \quad (3.12a)$$

$$v_{y_i}^{n+1/2} - v_{y_i}^{n-1/2} = \frac{F_{y_i}(y_i^n) \cdot \Delta t}{m_i}. \quad (3.12b)$$

Este método é conhecido como MDF *leapfrog*.

Findada a determinação das forças nas partículas, o ciclo continua com a interpolação das cargas novamente.

Existem três formas principais de se aplicar o método PIC. São elas: *particle-particle* (PP), *particle-mesh* (PM) e *particle-particle, particle-mesh* (PPPM ou P³M) (BIRDSALL e LANGDON, 2004; HOCKNEY e EASTWOOD, 1988).

Método PP A interação entre cada partícula é calculada uma a uma sem o auxílio de malhas. Dessa forma, é o método mais preciso, já que não há nenhum recurso de “suavização” para a avaliação das forças. Computacionalmente há um custo alto, restringindo significativamente a aplicação pura deste tipo de método.

Método PM É o método *Particle-in-cell* propriamente dito. Utiliza uma malha para a representação aproximada de grandezas de campo e carga. Operadores diferenciais (e.g. laplaciano ∇^2) são substituídos por aproximações de diferenças finitas na malha. Potenciais e forças nas posições das cargas são obtidos por interpolação dos valores definidos na malha. Densidades na malha são obtidas pelo processo inverso de atribuição das cargas das partículas aos pontos da malha (Figura 3.1). Logo, o método PM diferencia-se do PP apenas no cálculo das forças.

A principal vantagem deste método é a considerável rapidez computacional, que vem acompanhada de perda na resolução nos cálculos de campo e força. Variações de campo menores do que o espaçamento da malha são suavizadas e, portanto, indetectáveis.

Método P³M Combina as características dos dois métodos supracitados. As forças entre as partículas, \vec{F}_{ij} , são divididas em duas componentes:

$$\vec{F}_{ij} = \vec{F}_{ij}^{cd} + \vec{F}_{ij}^m, \quad (3.13)$$

em que \vec{F}_{ij}^{cd} é a força de curta distância e variação rápida; e \vec{F}_{ij}^m é a componente de força de variação lenta, calculada pela malha. \vec{F}_{ij}^{cd} é não-nula apenas para algumas poucas distâncias interpartículas e \vec{F}_{ij}^m tem um comportamento suficientemente suave para ser representada numa malha corretamente definida. Vê-se que o método P³M tem a propriedade de representar fielmente interações próximas como o PP e forças de longo alcance como o PM.

O programa **CORONAPIC** utiliza o método P³M com algumas modificações e sua operação será descrita a seguir na seção 3.2.

3.2 O programa computacional CoronaPIC

O *software* foi desenvolvido por ARRUDA (2012) e foi a primeira aplicação do método P³M para a avaliação de campos de linhas de transmissão.

3.2.1 Modelos matemáticos utilizados

Limites e restrições

Alguns fenômenos físicos não serão aplicados no modelo apreciado nas seções subsequentes, devido à baixa influência na dinâmica das partículas. Estes vão descritos a seguir:

- O modelo é restrito a *gaps* longos imersos no ar;
- Dada a bidimensionalidade espacial do modelo, a rigor, as partículas representam *linhas de carga* com unidade C/m;
- Aerosóis eletricamente carregados, que têm mobilidade de três a quatro ordens de grandeza menor do que pequenos íons, serão desconsiderados e os fatores de mobilidade serão tratados como constantes;
- Espécies de íons são tratadas como de tipo único em cada polaridade;
- O fenômeno da difusão não será modelado devido à justificativa no item 2.2.2;
- Torres, isoladores e estruturas de suporte não serão modelados;
- Trata-se o vento como laminar uniforme (sem “redemoinhos”) e constante ao longo do tempo, sem componente vertical.

Equações gerais

O modelo matemático implementado foi baseado em QIN *et al.* (1988); SARMA e JANISCHEWSKYJ (1969c). As equações básicas deste são as equações de continuidade de densidade iônica e a Equação de Poisson, descritas abaixo, respectivamente:

$$\frac{\partial n_p}{\partial t} = (\alpha - \eta) n_p \cdot \vec{v} - \nabla(n_p \cdot \vec{v}) - R_i(n_p n_n) - \nabla(D \cdot \nabla n_p), \quad (3.14a)$$

$$\frac{\partial n_n}{\partial t} = (\alpha - \eta) n_n \cdot \vec{v} - \nabla(n_n \cdot \vec{v}) - R_i(n_p n_n) - \nabla(D \cdot \nabla n_n), \quad (3.14b)$$

$$\nabla^2 \phi = -\nabla \cdot \vec{E} = -\frac{(\rho_p - \rho_n)}{\epsilon_0}, \quad (3.15)$$

onde:

ϕ Potencial elétrico;

\vec{E} Campo elétrico;

\vec{v} Velocidade média de deriva da partícula;

ρ_p Densidade de cargas positivas, dada por $e \cdot n_p$;

ρ_n Densidade de cargas negativas, dada por $-e \cdot n_n$.

A solução das Equações (3.14) e (3.15) fornece a distribuição de densidade das cargas, assim como o campo elétrico em função da posição e do tempo.

No algoritmo do programa, as Equações (3.16) foram aquelas efetivamente implementadas:

$$\frac{\partial n_p}{\partial t} = G_p(E) - R_i n_p n_n - \nabla(n_p \vec{v}_p) \quad e \quad (3.16a)$$

$$\frac{\partial n_n}{\partial t} = G_n(E) - R_i n_p n_n - \nabla(n_n \vec{v}_n), \quad (3.16b)$$

onde G_p e G_n são funções geradoras de cargas positivas e negativas, nesta ordem. Obtêm-se \vec{v}_p e \vec{v}_n a partir das seguintes relações:

$$\vec{v}_p = \mu_p \vec{E} + \vec{w}(\vec{x}, t) \quad e \quad (3.17a)$$

$$\vec{v}_n = \mu_n \vec{E} + \vec{w}(\vec{x}, t), \quad (3.17b)$$

de onde \vec{w} é a velocidade do vento. $\mu_{p,n} \vec{E}$ é conhecida como *velocidade de deriva*.

Por fim, os deslocamentos dos íons são fornecidos de:

$$\frac{d x_p}{d t} = \vec{v}_p \quad e \quad (3.18a)$$

$$\frac{d x_n}{d t} = \vec{v}_n. \quad (3.18b)$$

Geração de cargas e corrente iônica

A geração de cargas é baseada nas Equações de PORTELA (1989) para densidade de corrente resultante associada ao movimento dos íons em aproximação bidimensional. Segundo Portela, a relação mais adequada, ao contrário do que se

apresentava na literatura na época, seria:

$$J_{p,n} = f(E_s - E_c). \quad (3.19)$$

É proposta a seguinte relação para a função f , para $E_s > E_c$:

$$f(E_s - E_c) = a_0 + a_1 \cdot (E_s - E_c) + a_2 \cdot (E_s - E_c)^2. \quad (3.20)$$

a_0 , a_1 e a_2 são constantes. A determinação destas não é simples, pois depende de curvas experimentais I vs E_s para condutores similares aos simulados. Esses dados são escassos na literatura e o programa foi ajustado para as curvas de IJUMBA *et al.* (2007); LEKGANYANE *et al.* (2007) (Figura 3.3), consideradas consistentes para aplicação, conforme explanado em ARRUDA (2012). Utilizou-se, portanto:

$$I_{0p}(E) = u_{-1}(E_s - E_c) [4 \times 10^{-8} + 5,52 \times 10^{-17}(E_s - E_c)^2] \quad \text{e} \quad (3.21a)$$

$$I_{0n}(E) = -u_{-1}(E_s - E_c) [4 \times 10^{-8} + 1,18 \times 10^{-11}(E_s - E_c) \quad (3.21b)$$

$$+ 3,64 \times 10^{-17}(E_s - E_c)^2], \quad (3.21c)$$

em que:

I_{0p} , I_{0n} Correntes iônicas positiva e negativa;

u_{-1} Função degrau unitário.

Das Equações (3.21a) e (3.21c), obtém-se as densidades de corrente, a partir do pressuposto de que os vetores densidade de corrente e campo elétrico superficial têm a mesma direção.

3.2.2 Método de Simulação de Cargas

O Método de Simulação de Cargas (MSC) é um método numérico que utiliza cargas fictícias fora da região de interesse de cálculo do campo elétrico, ou dentro de uma superfície equipotencial de valor conhecido, como soluções da Equação de Poisson (3.15) ou Laplace ($\rho = 0$). A intensidade das cargas fictícias é determinada de modo que dadas condições de fronteira em pontos de contorno sejam atendidas. Pelo Teorema da Unicidade aplicado à Equação de Poisson, a solução encontrada é única na fronteira e em qualquer outra região de interesse do problema³.

Considere a Figura 3.4. Pelo Princípio da Superposição, o potencial ϕ_i em C é

³A prova do Teorema da Unicidade pode ser verificada em JACKSON (1975). Condições de fronteira de Dirichlet ou Neumann estão sempre inerentes a todas às menções do MSC neste trabalho. Vide Definições 3 e 4.

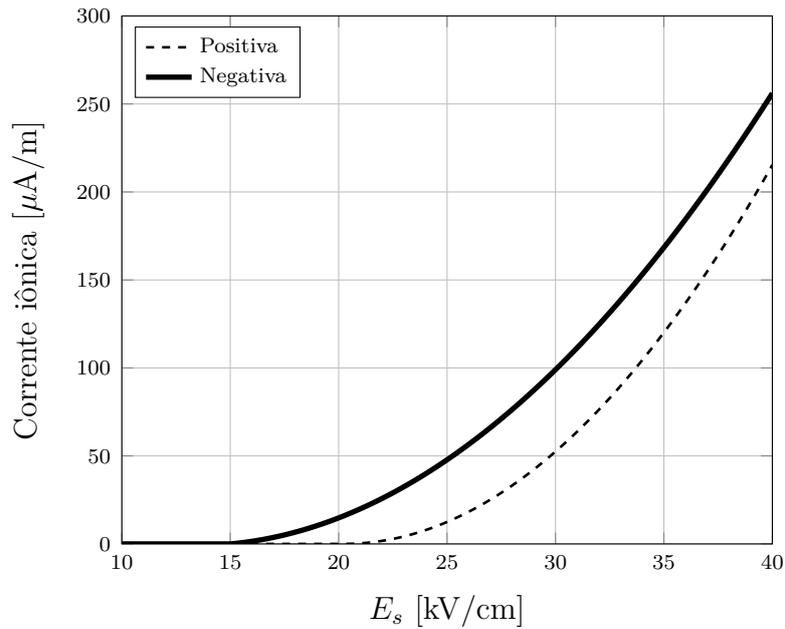


Figura 3.3: Funções de corrente iônica, conforme medições de LEKGANYANE *et al.* (2007) (adaptado de ARRUDA (2012)).

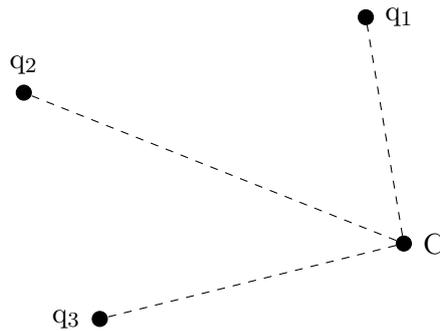


Figura 3.4: Três cargas pontuais no espaço.

dado por:

$$\sum_{j=1}^n \phi_i = P_{ij} q_j \quad (3.22)$$

Onde:

- n Número de cargas;
- P_{ij} Coeficiente de potencial;
- q_j Carga individual.

Formula-se o seguinte sistema linear:

$$\begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & \cdots & P_{1n} \\ P_{21} & P_{22} & \cdots & P_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{m1} & P_{m2} & \cdots & P_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \vdots \\ \phi_m \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

$$\mathbf{P}_{n,n} \mathbf{q}_n = \phi_n, \quad (3.24)$$

onde:

\mathbf{P} Matriz de coeficientes de potencial;

\mathbf{q} Vetor coluna das cargas desconhecidas;

ϕ Vetor coluna dos potenciais nos pontos de fronteira.

Os coeficientes de potencial P_{ij} dependem do tipo da carga e são determinados de forma analítica ou numérica, dependendo da complexidade. No caso de linhas de cargas infinitas, os coeficientes de potencial P_{ij} são definido por:

$$P_{ij} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{\sqrt{(y_i + y_j)^2 + (x_i - x_j)^2}}{\sqrt{(y_i - y_j)^2 + (x_i - x_j)^2}}. \quad (3.25)$$

As Equações (3.23) e (3.24) assumem que o número de cargas fictícias é igual ao número de pontos de contorno, característica esta do método MSC convencional (MALIK, 1989; SINGER *et al.*, 1974).

Uma das maiores vantagens da aplicação do MSC na eletrodinâmica é a facilidade da inclusão de cargas espaciais nos cálculos quando elas são conhecidas. Esta propriedade permite a utilização da Equação (3.26) no programa, já que as cargas espaciais são obtidas do algoritmo gerador de cargas e tem valores acessíveis.

$$\mathbf{P} \cdot \mathbf{q} = \phi_c - \mathbf{P}_{sp} \cdot \mathbf{q}_{sp} - \mathbf{P}_{sd} \cdot \mathbf{q}_{sd}, \quad (3.26)$$

onde:

- ϕ_c Vetor de potenciais dos pontos de contorno;
- \mathbf{P}_{sp} Matriz de coeficientes de potencial das cargas espaciais próximas;
- \mathbf{P}_{sd} Matriz de coeficientes de potencial das cargas espaciais distantes;
- \mathbf{q}_{sp} Vetor de cargas próximas;
- \mathbf{q}_{sd} Vetor de cargas distantes.

A matriz \mathbf{P}_{sd} é pré-calculada a cada iteração, com a utilização das densidades de carga equivalente das malhas porque os equivalentes são fixos no centro de cada célula, o que aprimora significativamente o desempenho do processo numérico. Este procedimento também permite que se evite usar métodos adicionais para se estabelecer a malha, como, por exemplo, o MEF.

Para solucionar a Equação (3.26), escolheu-se o método GMRES (*Generalized minimal residual method*) com *reinicializações* implementado no MATLAB, que foi originalmente proposto em SAAD e SCHULTZ (1986).

3.2.3 Atualizações implementadas no programa

Em relação à versão do CORONAPIC relatada em ARRUDA (2012), para as simulações do capítulo 4, o programa foi atualizado no desenvolvimento deste trabalho.

Recursos de computação paralela foram aplicados na fase de recombinação do algoritmo através do comando `parfor` do MATLAB®, pois as recombinações de cada célula são independentes, permitindo a divisão da rotina em “subtarefas” (*threads*), de quantidade coincidente com o número de núcleos da CPU. Cada célula da malha relaciona-se a uma das subtarefas disponíveis onde as cargas são recombinadas. Naturalmente, a eficácia do paralelismo aumenta conforme se eleva a quantidade de núcleos disponíveis.

Com relação à fase de geração de cargas, inseriu-se a opção de utilizar o campo crítico E_c fornecido pela Equação de Peek (2.35) ou de PORTELA e SANTIAGO (2.38). Em linhas não energizadas na classe UAT, a curva de geração foi deslocada horizontalmente para que E_c correspondesse ao determinado pela Equação (2.38).

Na fase de aplicação do MSC, especificamente para linhas CA, adicionou-se a resolução da Equação (3.26) no domínio da frequência, além da resolução padrão no domínio do tempo, para a obtenção de perfis de campo elétrico rms.

No que concerne à absorção das cargas, implementou-se a contabilização de cargas absorvidas a fim de ser possível discriminar as correntes iônicas emitidas e absorvidas em cada cabo.

3.2.4 Passo-a-passo do programa e ciclo de vida das cargas espaciais

Conforme fluxograma da Figura 3.5, após inicialização das variáveis a malha é construída. Trata-se de uma configuração com domínio dividido em células retangulares (Figura 3.6). Para a eficácia do desenvolvimento das avaliações matemáticas matriciais, também é configurada uma malha de mesmos H_x e H_y , porém deslocada horizontalmente e verticalmente em $H_x/2$ e $H_y/2$ a fim de armazenar na memória os pontos centrais das células da malha principal.

O campo elétrico sem cargas espaciais é calculado por MSC nas células da malha e no perfil do solo.

Quando cargas espaciais de distintas polaridades compartilham a mesma célula, a carga total da célula é reavaliada a partir do resultado da Equação de **recombinação**, (2.7). O valor utilizado para o coeficiente de recombinação é $R_i = 2,2 \times 10^{-12} \text{ m}^3/\text{s}$. ARRUDA (2012) comenta que esta magnitude é usual na literatura.

Ao longo das iterações, gradativamente acumulam-se cargas de intensidade cada vez menores devido ao fenômeno da recombinação. Na etapa seguinte do programa aplica-se uma subrotina de “limpeza” para melhoria do desempenho. Caso esta rotina fosse dispensada, o número extremamente elevado de cargas espaciais levaria a tempos intoleráveis de simulação. A saída desta rotina consiste na “fusão” de cargas abaixo de um percentual pré-determinado (configurado pelo usuário) do valor mínimo de geração de carga, compartilhando a mesma célula. Dependendo da capacidade dos recursos computacionais disponíveis, o usuário deve ajustar a carga mínima para a “fusão”. A posição da partícula resultante é definida por média ponderada entre as cargas.

Na etapa de geração de cargas, encontra-se representado o fenômeno de **ionização**. As partículas são geradas conforme Equações (3.21a) e (3.21c). Quando o potencial no condutor é elevado o suficiente para atender ao valor de carga mínimo para a partícula, o qual também é configurado pelo usuário, uma nova carga é gerada de mesma polaridade do potencial vigente; isto é fisicamente consistente com o fato de que eletrodos sob efeito corona são fontes de cargas espaciais com a mesma polaridade da excitação. A nova carga é inserida a uma distância radial do condutor que pode ser coincidente ou não com o raio da camada de ionização. Esta, por sua vez, está dividida em setores, tão numerosos quanto a quantidade de pontos de controle do MSC, e a posição radial exata de inserção da nova partícula é determinada randomicamente em cada setor para evitar singularidades no cálculo de campo elétrico que poderiam surgir de cargas sobrepostas.

A etapa de geração de cargas foi atualizada neste trabalho para permitir a in-

clusão de distintos valores de fator de superfície para os cabos, assim como curvas I vs E_s distintas para cada LT quando em simulações de corredores híbridos.

A partir das posições das partículas carregadas, determina-se a carga total em cada célula, por interpolação, executando o método NGP. O resultado é o armazenamento na memória de uma *partícula equivalente* no centro de cada célula, cuja carga é a soma de todas as cargas das partículas da célula.

As partículas são então submetidas à **absorção**. Aquelas suficientemente próximas de condutores de polaridade oposta, ou seja, consideradas “cargas próximas” na classificação de partículas utilizada pelo programa, são anexadas pelo condutor. Da mesma forma, as partículas suficientemente próximas ao solo são absorvidas por ele.

Executa-se a rotina do MSC na fase seguinte, com cargas espaciais, seguindo a Equação (3.26). As quantidades de cargas fictícias e de pontos de controle estão acessíveis ao usuário. Caso este não entre com um valor personalizado, utiliza-se 16 como padrão para ambas. A saída do MSC fornece as cargas fictícias no interior dos condutores energizados incluindo a influência de todas as cargas espaciais. Ao final desta etapa, o campo na malha é avaliado a partir da soma da influência dos campos dos condutores energizados, das cargas equivalentes e das cargas próximas⁴.

Subsequentemente determina-se o campo elétrico em cada partícula. Para o campo elétrico sobre as partículas consideradas distantes, o campo é composto pela parcela de campo das linhas e de campo proveniente de cargas espaciais. O campo das linhas é calculado levando-se em conta apenas a influência dos condutores energizados. A parcela das cargas, por sua vez, subdivide-se em mais duas componentes: a de campo da malha e a de *campo das cargas na mesma célula*. A parcela de campo da malha utiliza interpolação do tipo CIC utilizando as cargas dos nós da célula onde a carga se encontra para a avaliação do campo. Já a parte das cargas na mesma célula utiliza o cálculo direto da influência de cada partícula vizinha na mesma célula da partícula sobre a qual deseja-se determinar o campo elétrico.

Para o campo elétrico sobre as partículas classificadas como “próximas”, soma-se a influência do campo dos condutores da linha, das partículas equivalentes e das outras partículas próximas.

No passo seguinte, cargas perto do solo (tanto “próximas”, quanto “distantes”) são utilizadas para o cálculo da densidade de carga e corrente no perfil do solo.

Em seguida as partículas sofrem convecção. Calcula-se a velocidade dos íons atualizada pelas Equações (3.17) em formato de diferenças finitas. A distância percorrida depende do passo de tempo proveniente do critério CFL. Em posse de Δt , basta usar as Equações (3.18), mais uma vez no formato de diferenças finitas.

⁴As cargas classificadas como próximas não são consideradas na determinação das cargas equivalentes das células.

Gravam-se os dados e gráficos e o programa avalia se deve continuar à iteração seguinte comparando se o tempo virtual atual alcançou o tempo virtual máximo de simulação definido pelo usuário. Caso positivo, encerra-se a simulação; caso negativo, nova iteração é iniciada na fase da recombinação de cargas.

Passo de tempo

O avanço temporal a cada iteração é ajustado dinamicamente para evitar divergências no método, considerando que o modelo é não-estacionário. As Equações (3.16) são resolvidas numericamente de forma explícita e com aplicação de malha retangular. Para este tipo de modelo de resolução de Equações diferenciais parciais (EDP), o *critério de Courant-Friedrichs-Lewy* (CFL), largamente utilizado como um indicativo de convergência (THOMAS, 1995) e, portanto, de estabilidade, é aplicado para a determinação do passo de tempo, Δt , na forma a seguir:

$$\Delta t \leq \min \left(C_1 \frac{\Delta H_{min}^{(ion)}}{|\vec{v}_{max}|}, C_2 \frac{\Delta H_{min}^{(cel)}}{|\vec{v}_{max}|} \right), \quad (3.27)$$

onde:

C_1, C_2 Números de courant;

$\Delta H_{min}^{(ion)}$ $\min(H_x, H_y)$;

$\Delta H_{min}^{(cel)}$ Distância mínima entre um íon e um condutor de polaridade oposta;

\vec{v}_{max} Velocidade máxima dos íons nesta iteração.

C_1 e C_2 determinam a margem de segurança para aumentar a probabilidade de convergência numérica. O passo de tempo não pode ser elevado o suficiente para que em uma iteração uma partícula transpasse mais de uma célula da malha, assim como elas não devem “atravessar” um condutor. Para C_1 , adotou-se o valor 0,4, obtido do algoritmo de Fluxo de Transporte Corrigido de BORIS *et al.* (1993), enquanto para C_2 o valor foi de 0,8.

O critério CFL é uma condição necessária para a convergência, porém não é suficiente. Sua robustez depende de cada caso. O Apêndice B apresenta detalhes numéricos sobre o critério e sua aplicação nas Equações (3.16).

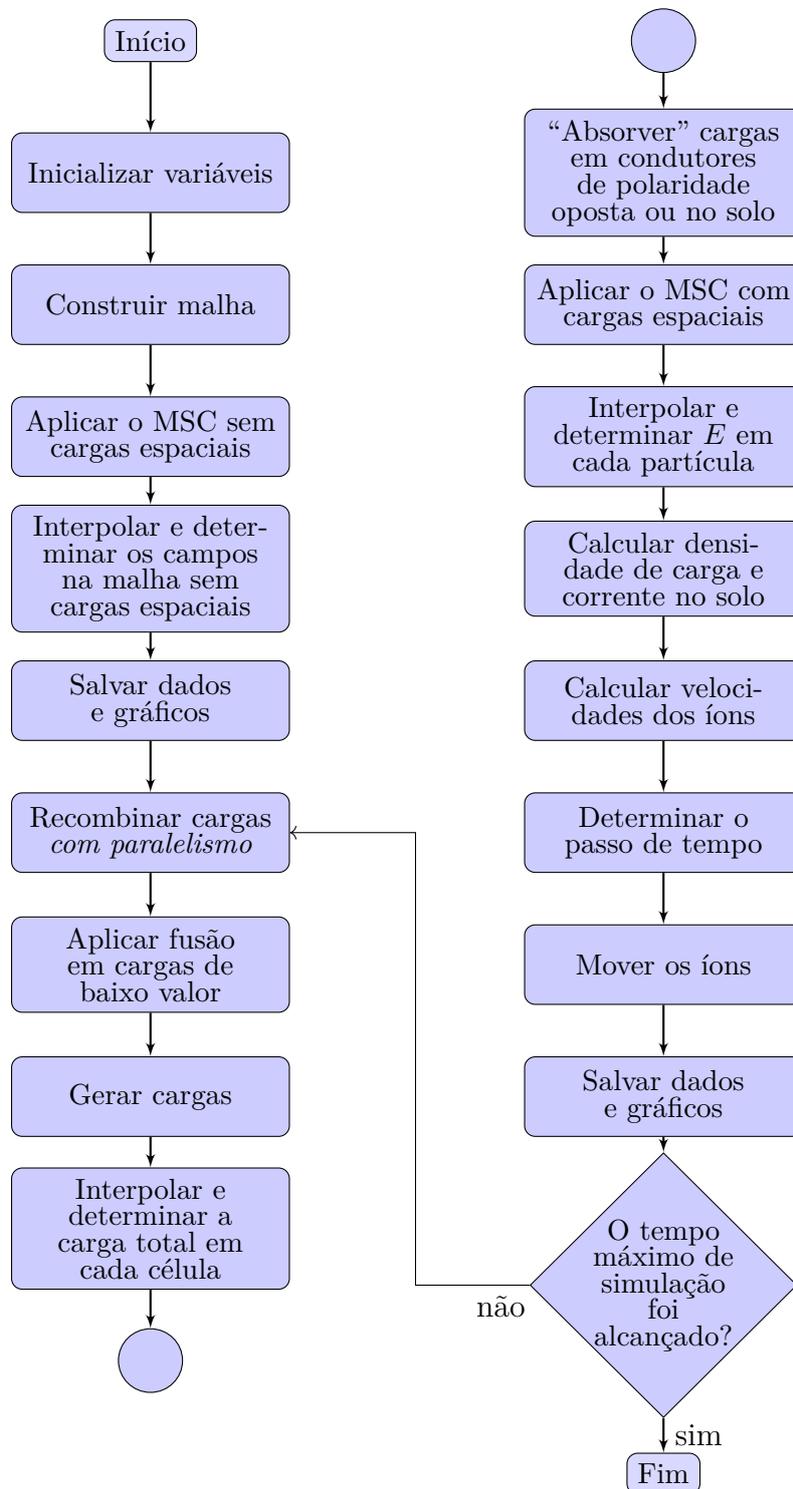
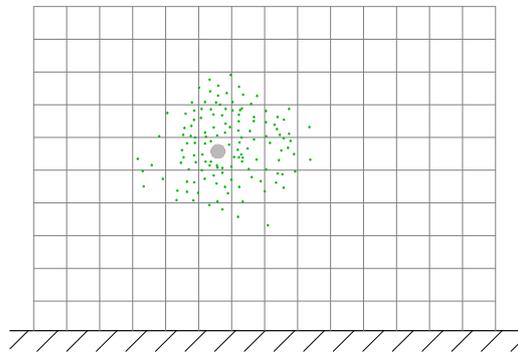
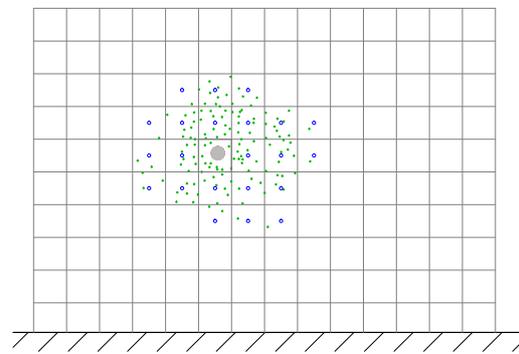


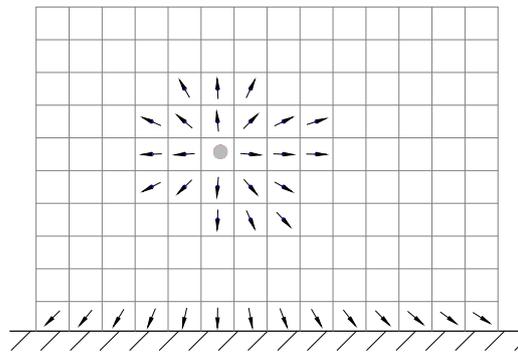
Figura 3.5: Fluxograma do passo-a-passo do CORONAPIC.



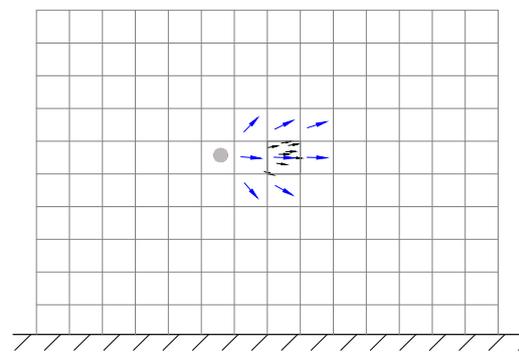
(a) Enquadramento das cargas na malha.



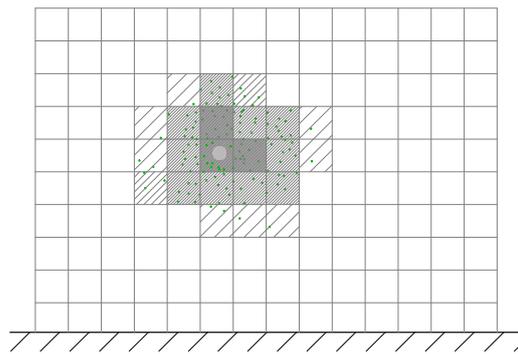
(b) Determinação das partículas equivalentes.



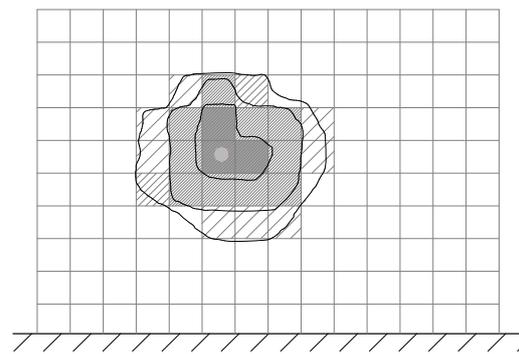
(c) Resolução do campo elétrico na região de interesse.



(d) Interpolação do campo elétrico nas cargas.



(e) Determinação da densidade de carga na malha.



(f) Interpolação da densidade de carga.

Figura 3.6: Determinação do campo elétrico pelo método PM.

Capítulo 4

Casos Testes

Na primeira seção deste capítulo, 4.1, o método PIC é estendido à aplicação em LTs de corrente alternada. Foi preciso alterar alguns aspectos operacionais do código do programa, como por exemplo, a identificação dos condutores energizados em CA. Resultados computacionais referentes a corredores híbridos de linhas de transmissão estão expostos ao longo da seção. A título de verificação dos resultados do programa para corredores deste tipo, alguns resultados de métodos numéricos e experimentos encontrados na literatura são comparados aos fornecidos pelo **CORONAPIC** na seção 4.2. Em seguida, apresenta-se resultados computacionais para o corredor híbrido composto pelas LTs ± 800 kV CC Xingu - Terminal Rio e 500 kV CA Fernão Dias.

4.1 Simulações em LTs de Corrente Alternada

4.1.1 LT monofásica

Esta simulação foi realizada com a finalidade de verificar o desempenho do programa para a energização sinusoidal, ou seja, se a configuração das cargas espaciais estava condizente com o que se sabe de seu comportamento físico em CA.

Simulou-se uma linha de transmissão fictícia, monofásica, composta por um cabo de alumínio com alma de aço (CAA), “Íbis”, diâmetro de 19,88 mm. Ela foi energizada com $230\angle 0^\circ$ kV rms e a intensidade do efeito corona foi ajustada pelo fator de superfície m , este suficientemente baixo para a ocorrência de atividade corona.

Nas Figura 4.1 estão expostos os instantes iniciais de atividade corona do condutor para $m = 0,5$. Partículas positivas estão na cor vermelha enquanto as negativas estão em azul, sendo este o padrão para todas as ilustrações de fluxos de cargas daqui em diante. Inicialmente é gerado um anel de cargas de polaridade positiva. Quando a excitação inverte a polaridade, as cargas geradas também trocam de polaridade. Neste momento as cargas de sinal oposto ao potencial do condutor tendem a se movimentar em direção ao condutor porém *não chegam a ser absorvidas* em sua

totalidade, quando a atividade corona é intensa. Este resultado é relevante, porque mostra que com o modelo utilizado a anexação não é o fenômeno predominante de eliminação de cargas, o que contraria COBINE (1958); WILLIS (1927) (vide seção 2.5.1). Como as partículas não são absorvidas no condutor, no segundo semiciclo de mesma polaridade da carga da partícula, ela volta a se afastar do seu ponto de geração. Todavia, os anéis não se afastam indefinidamente ao longo dos semiciclos seguintes graças à proporcionalidade inversa do campo elétrico com o quadrado da distância. A partir da Figura 4.1, vê-se que as cargas se afastam até determinada distância do condutor e são eliminadas por recombinação.

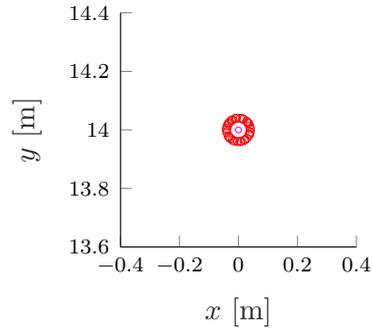
O afastamento líquido das partículas carregadas também foi verificado nos trabalhos de pesquisa da Électricité de France S.A. (EDF), a saber CLADE *et al.* (1969); GARY e MOREAU (1976). O programa computacional empregado, **EFCOR**, voltado para o cálculo de perdas corona, utilizava um modelo de anéis de carga com campo elétrico superficial do condutor restrito pela aproximação de Kaptsov, empregado a uma configuração coaxial. Ao aplicar o mesmo modelo, RICKARD *et al.* (1991) verificaram que a única forma de eliminação de cargas seria o processo de recombinação e que os anéis se afastavam gradativamente do condutor, sendo eliminados no cilindro mais externo na configuração, já que a recombinação não se encontrava modelada.

Vê-se na Figura 4.1g que nem todos os anéis de carga positiva são eliminados ao final do primeiro ciclo. No semiciclo seguinte, cargas positivas são geradas novamente. Fenômeno similar ocorre com as cargas negativas, ou seja, elas estão presentes em todo momento desde a primeira geração.

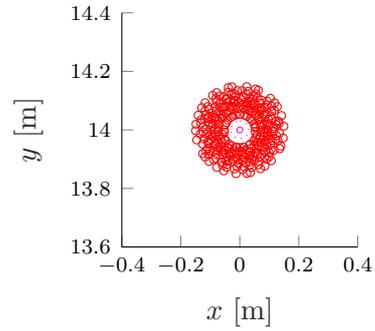
As correntes iônicas emitida, absorvida e total (I_{cor}), estão plotadas na Figura 4.2. Vê-se que o aspecto da corrente emitida está coerente com o da Figura 2.5 e que o processo de absorção de cargas não pode ser desprezada na modelagem. Com efeito, após o primeiro semiciclo, a corrente absorvida pela LT devido ao retorno das cargas negativas aumenta a corrente total em cerca de 65 % no segundo semiciclo e 47 % no terceiro, tomando como base a corrente emitida.

Ao longo do tempo a razão entre o número de recombinações e anexações R_{ra} aumenta, com o primeiro fenômeno, portanto, tornando-se cada vez mais relevante para eliminação de cargas (vide Figura 4.3). Como a densidade de cargas espaciais ao redor do condutor intensifica-se ao longo do tempo, as partículas tornam-se mais suscetíveis a recombinarem entre si. Após diversos ciclos, os anéis de cargas tornam-se menos definidos visualmente (Figura 4.1h) e afastam-se do condutor até aproximadamente 36 cm.

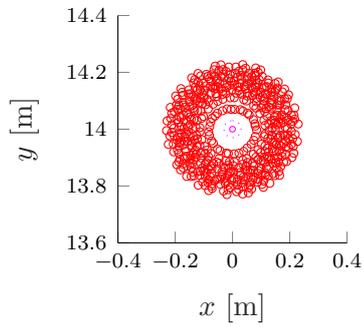
A influência do fator de forma e da resolução da malha na razão entre o número de recombinações e de anexações consta na Tabela 4.1. A malha “normal”, utilizada em todas as simulações com a LT monofásica, exceto quando indicado o contrário,



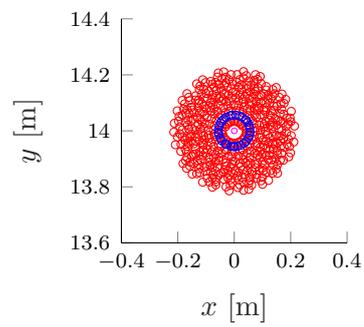
(a) $t = 2,1$ ms; $V = 230,0$ kV



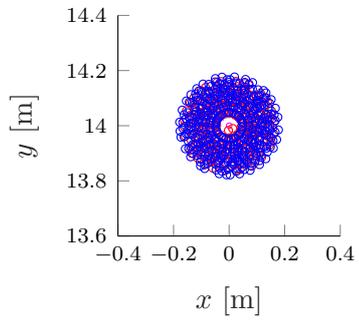
(b) $t = 4,2$ ms; $V = 325,3$ kV



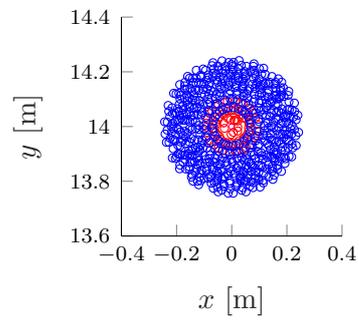
(c) $t = 8,3$ ms; $V = 0$ kV



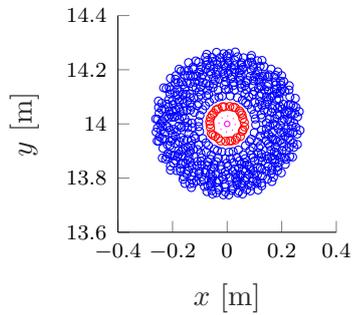
(d) $t = 10,4$ ms; $V = -230,0$ kV



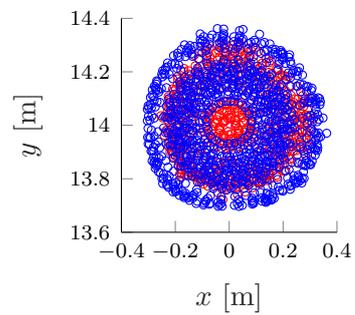
(e) $t = 12,5$ ms; $V = -325,3$ kV



(f) $t = 14,6$ ms; $V = -230,0$ kV



(g) $t = 16,7$ ms; $V = 0$ kV



(h) $t = 231,2$ ms; $V = -230,0$ kV

Figura 4.1: LT monofásica energizada com 230 kV rms; cabo Íbis (19,88 mm)

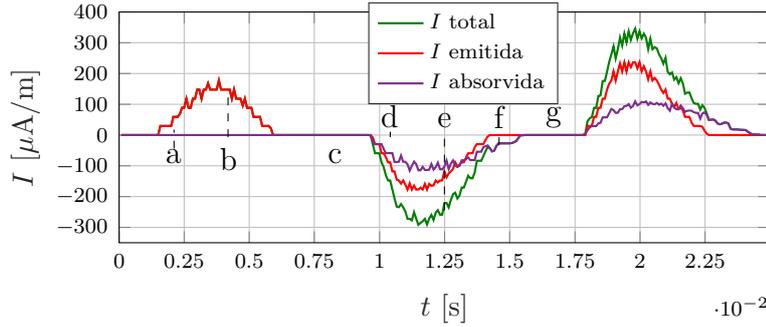


Figura 4.2: Correntes iônicas da LT monofásica.

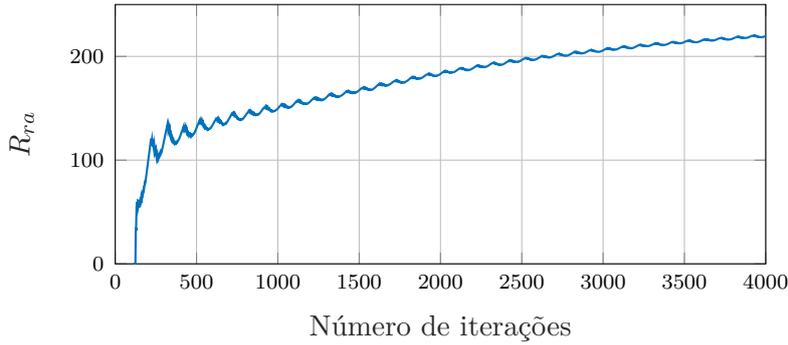


Figura 4.3: Razão entre o número acumulado de recombinações e de absorções de carga nas 4000 primeiras iterações para a LT monofásica, com $m = 0,50$.

tem dimensões $H_x = 40$ e $H_y = 80$. As malhas “fina” e “muito fina” possuem o dobro e o triplo de resolução, respectivamente. Mesmo para corona de baixa intensidade, em CA, os dados de saída do **CORONAPIC** sugerem que a recombinação é mais relevante para o processo de eliminação das cargas, ganhando importância conforme o incremento de intensidade do corona. Observa-se que o aumento da resolução da malha reduz significativamente a razão entre os fenômenos de eliminação de cargas devido à redução do número de recombinações acumulada. Entretanto, há de se lembrar que cada partícula de simulação representa uma “pequena” nuvem de cargas, ou seja, a limitação de recombinação para partículas de polaridades opostas na mesma célula restringe-se a mero recurso computacional.

Na Figura 4.4 pode ser visualizada a diferença de distribuição das cargas espaciais ao redor do cabo em condições de baixa intensidade de corona em que todos os componentes dos anéis de carga produzidos em um semiciclo são eliminados no semiciclo posterior ($m = 0,6$) e de elevada intensidade corona em que os anéis criados em um ciclo não são totalmente absorvidos no semiciclo seguinte ($m = 0,5$).

Afastamento máximo dos íons

A partir da Equação (2.33) foi verificado se o afastamento máximo dos íons obtido pelo *software* estava consistente. Os resultados estão na Tabela 4.2. As distâncias

Tabela 4.1: Razão entre número de recombinações e de anexação para LT monofásica após 10 ciclos

m	Resolução da malha	$\frac{n_{\text{recombinação}}}{n_{\text{anexação}}}$
0,50	Normal	179,9
	Fina	130,2
	Muito fina	115,9
0,55	Normal	140,0
	Fina	75,6
	Muito fina	57,6
0,60	Normal	61,5
	Fina	38,1
	Muito fina	33,4
0,65	Normal	47,3
	Fina	32,5
	Muito fina	26,1
0,70	Normal	33,6
	Fina	26,5
	Muito fina	21,6

obtidas na simulação estão muito próximas dos valores teóricos. Em ambas as polaridades os íons afastaram-se um pouco menos do que o previsto. A provável razão para este fenômeno é o raio de ionização que, por questões de desempenho numérico, é um pouco maior do que citado na literatura. As simulações foram executadas com o raio da camada de ionização igual a três vezes o raio do condutor, enquanto COBINE (1958) sugere que esse raio seja de 1,3 cm para um condutor com o diâmetro do cabo Íbis, ou seja, aproximadamente igual ao raio. Assim, inicialmente as cargas geradas estão submetidas a um campo elétrico um pouco menor do que ocorre na prática quando na posição inicial.

4.1.2 LT trifásica

Avaliou-se o desempenho do método PIC híbrido para a LT 500 kV Imperatriz-Colinas-Miracema-Gurupi-Serra da Mesa (tronco Norte-Sul I). A configuração da linha encontram-se na Figura 4.5, com alturas de meio de vão. O pior caso foi

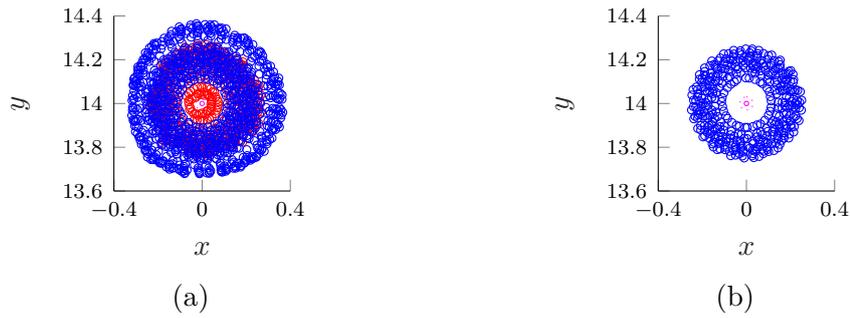


Figura 4.4: Cargas espaciais após 10 ciclos na LT monofásica: (a) $m = 0,5$; (b) $m = 0,6$.

Tabela 4.2: Afastamento máximo dos íons no primeiro semiciclo. $E_s = 41,2$ kV/cm. Valores em kV/cm.

Polaridade	Equação (2.33)	Simulação
+	23,79	22,19
-	27,20	24,89

considerado, ou seja, com atividade corona em todos os subcondutores dos feixes.

A distribuição das cargas espaciais após 0,198 s (11,9 ciclos) está na Figura 4.6. Elas ocupam regiões bem definidas próximas aos condutores e não se deslocam o suficiente para alcançarem o solo. Este comportamento é bastante distinto do caso CC, onde as cargas afastam-se dos condutores e formam correntes iônicas no *gap* entre os condutores de polaridades opostas e entre o solo (ver ARRUDA (2012) e Figura 4.29). Os cabos para-raios foram omitidos por não apresentarem atividade corona.

A Figura 4.8 apresenta a diferença de campo elétrico no solo no caso sem e com cargas espaciais. O campo sofre pouca alteração na presença das cargas espaciais, mesmo no pior caso, ou seja, com atividade corona em todos os condutores, resultado este esperado já que as nuvens de partículas têm dimensões reduzidas.

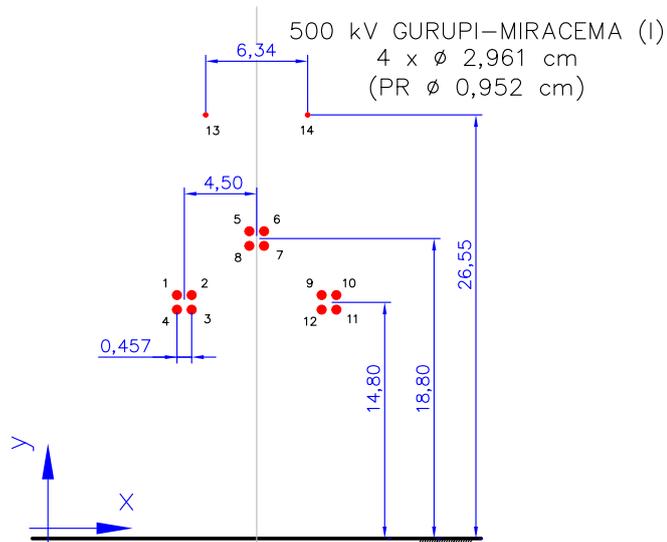


Figura 4.5: Configuração da LT Gurupi-Miracema 1 (Tronco Norte-Sul I). Dimensões em m.

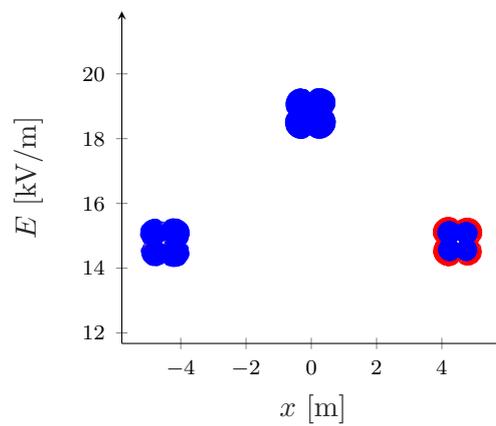


Figura 4.6: LT 500 kV CA Gurupi-Miracema circuito 1 após 0,198 s

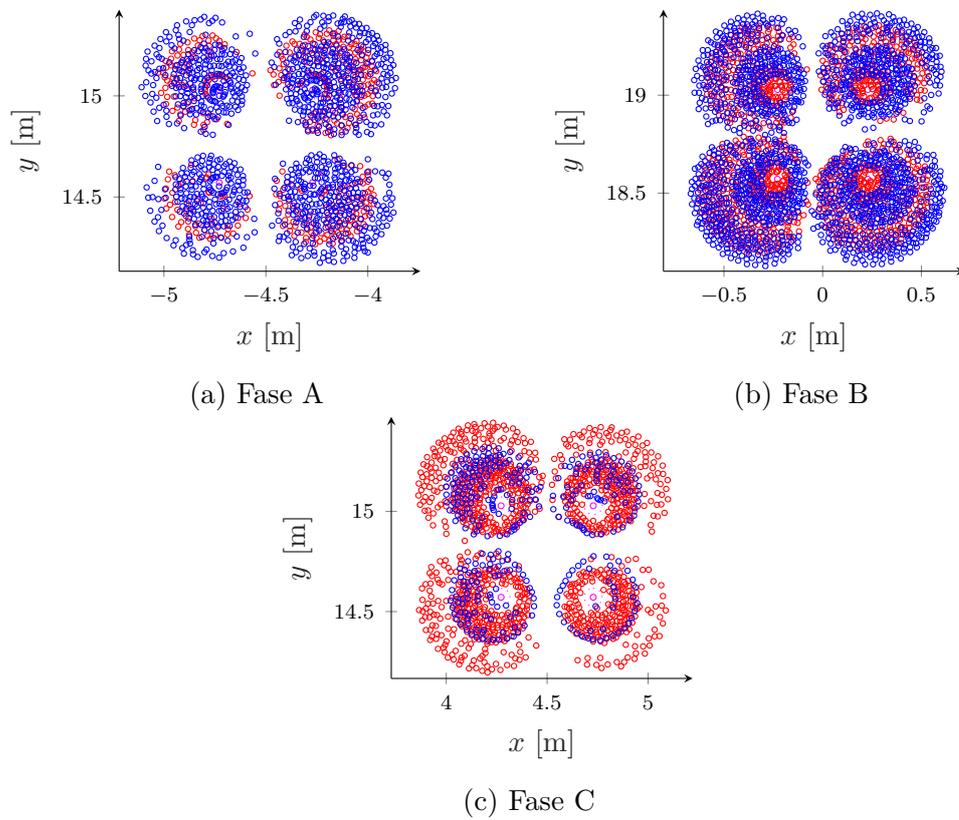


Figura 4.7: Detalhes das fases da LT 500 kV CA Gurupi-Miracema circuito 1

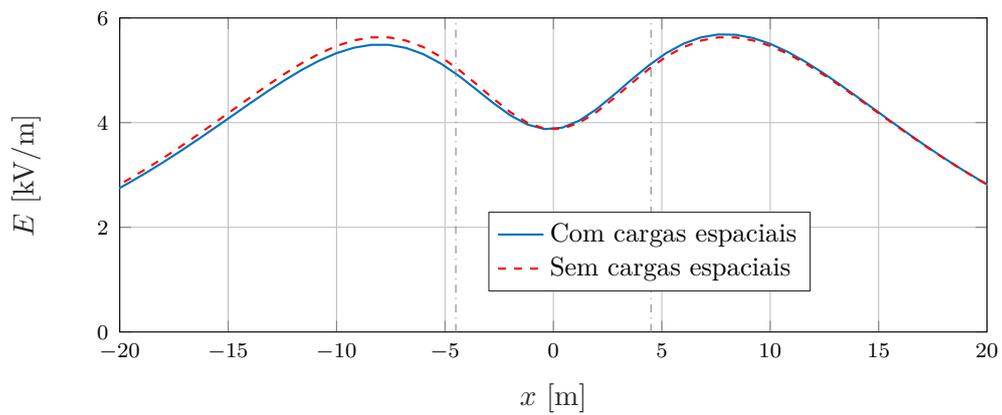


Figura 4.8: Campo elétrico eficaz no solo com e sem cargas espaciais para o Tronco Norte-Sul I

4.2 Corredor Híbrido

4.2.1 Simulação Zhao

ZHAO *et al.* (1994) empregam uma configuração laboratorial em escala reduzida para o estudo do efeito corona em linhas híbridas. Esta se encontra na Figura 4.9. Os condutores são cilíndricos e possuem a mesma bitola de 3,2 mm. Um par de condutores foi energizado com tensão alternada monofásica de 24,6 kV rms, enquanto o outro par foi submetido à tensão contínua de -34,8 kV. Para compatibilizar a tensão de início corona dos condutores com as capacidades das fontes de energia, arruelas foram distribuídas ao longo dos condutores para redução do campo crítico, fazendo com que $m = 0,37$ (admitindo modelagem do campo crítico conforme Equação (2.38)). O modelo teórico, publicado posteriormente em ZHAO *et al.* (1996), aplica a aproximação de Deutsch, desconsidera recombinações e estima os valores iniciais para solução do sistema não-linear de equações diferenciais parciais.

Nas Figuras 4.10 e 4.11 compara-se os resultados teóricos e experimentais de ZHAO *et al.* com os resultados do programa CORONAPIC. Vê-se grande discrepância, tanto nos valores para campo elétrico quanto para densidade de corrente. A provável causa disto está na curva $I vs E_s$ utilizada (vide Figura 3.3), que foi ajustada por simples deslocamento horizontal para o campo crítico determinado por (2.38). Como a bitola dos condutores do experimento é muito menor do que as bitolas dos cabos que originaram a curva de geração de LEKGANYANE *et al.* (2007), as curvas desses condutores possivelmente tem aspecto distinto daquelas de cabos instalados em LTs de extra e ultra-alta tensão. Outra hipótese está relacionada ao efeito das pontas nas terminações dos condutores, porém isto é mais improvável devido à preocupação dos autores em seccionar os condutores em três seções com a realização de medições apenas na seção central.

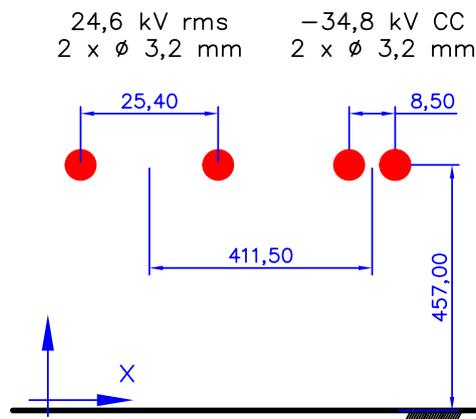


Figura 4.9: Configuração laboratorial de ZHAO *et al.* (1994). Dimensões em mm.

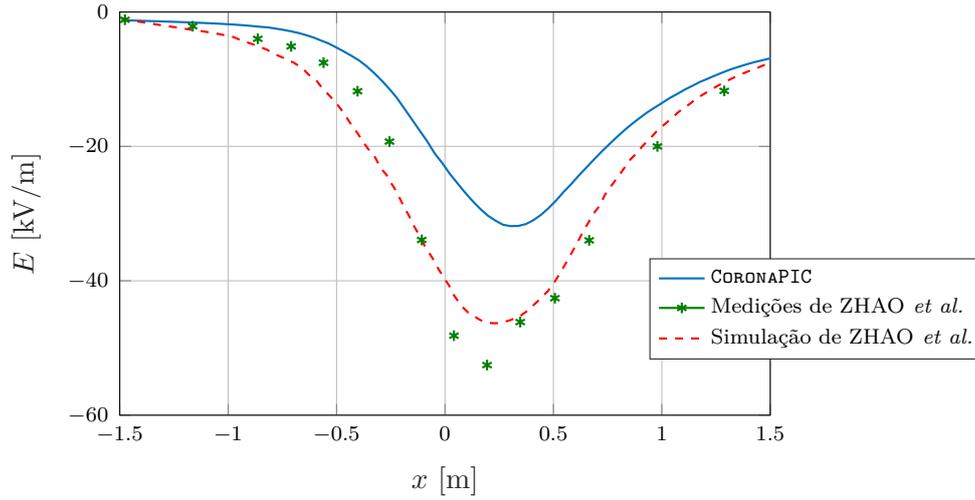


Figura 4.10: Comparação das medições e resultados computacionais de ZHAO *et al.* (1994) e do CORONAPIC, referentes ao campo elétrico CC no solo da configuração da Figura 4.9.

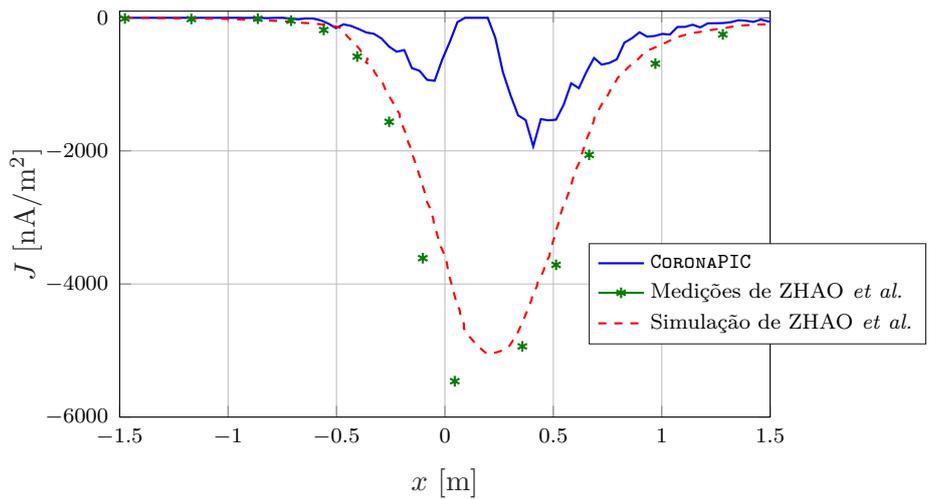


Figura 4.11: Comparação das medições e resultados computacionais de ZHAO *et al.* (1994) e do CORONAPIC, referentes à densidade de corrente elétrica no solo da configuração da Figura 4.9.

4.2.2 Simulação Wang

Como um guia para a concepção de corredores híbridos na China, WANG *et al.* (2014) analisa o campo elétrico e corrente iônica no solo em um corredor híbrido com uma linha de 1000 kV CA e outra de ± 800 kV CC. O modelo empregado é o do trabalho de ZHOU *et al.* (2012). Neste, a Equação de Poisson (3.15) é solucionada com o MEF, formulado pelo método de Ritz e malha triangular. Para evitar as discrepâncias provenientes da derivada primeira de elevados potenciais, as Equações de Continuidade (3.14) são resolvidas por MVF de segunda ordem, criando

a necessidade de geração de volumes de controle (segunda malha). A premissa de Kaptsov é artificialmente inserida através do método da secante para que as cargas superficiais dos condutores limitem-se à geração do gradiente crítico na superfície. O passo-a-passo do algoritmo utilizado por WANG *et al.* está na Figura 4.14.

Pela Figura 4.13, o campo elétrico da configuração de WANG *et al.* (2014), apresentada na Figura 4.12, tal como fornecido pelo CORONAPIC está bastante próximo do perfil obtido por WANG *et al.*. As maiores discrepâncias estão na região entre as LTs CA e CC, onde as interações dos campos das duas linhas é mais relevante. Os valores de pico apresentaram-se semelhantes.

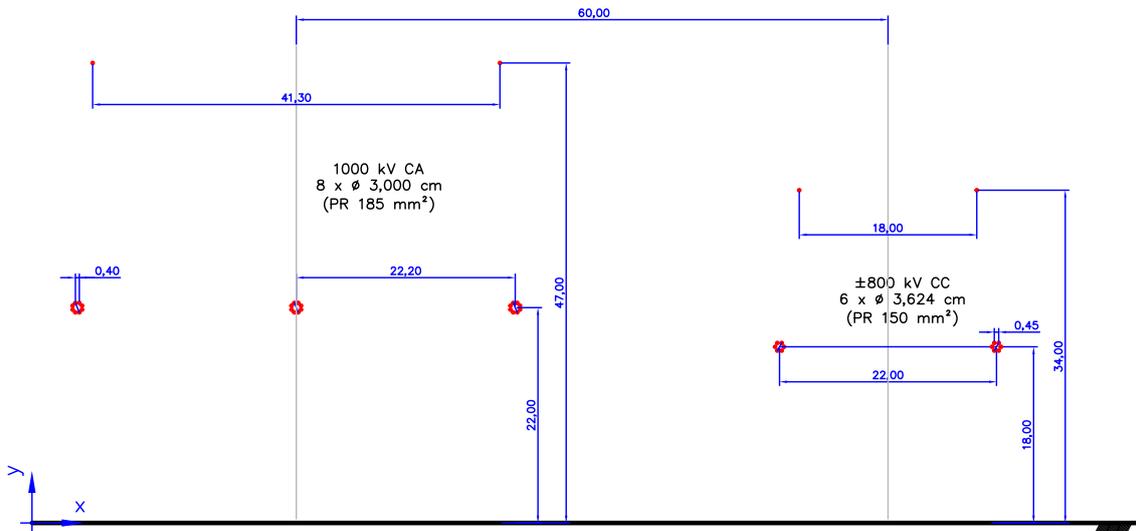


Figura 4.12: Proposta chinesa de corredor híbrido com configuração CA horizontal. Dimensões em m.

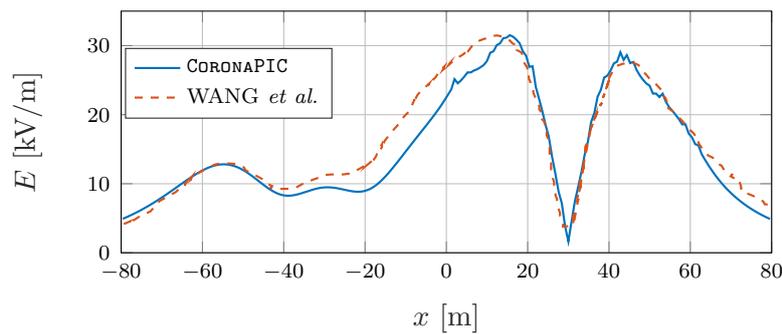


Figura 4.13: Comparação de resultados computacionais de WANG *et al.* (2014) e do CORONAPIC, referentes ao campo elétrico no solo da configuração da Figura 4.12.

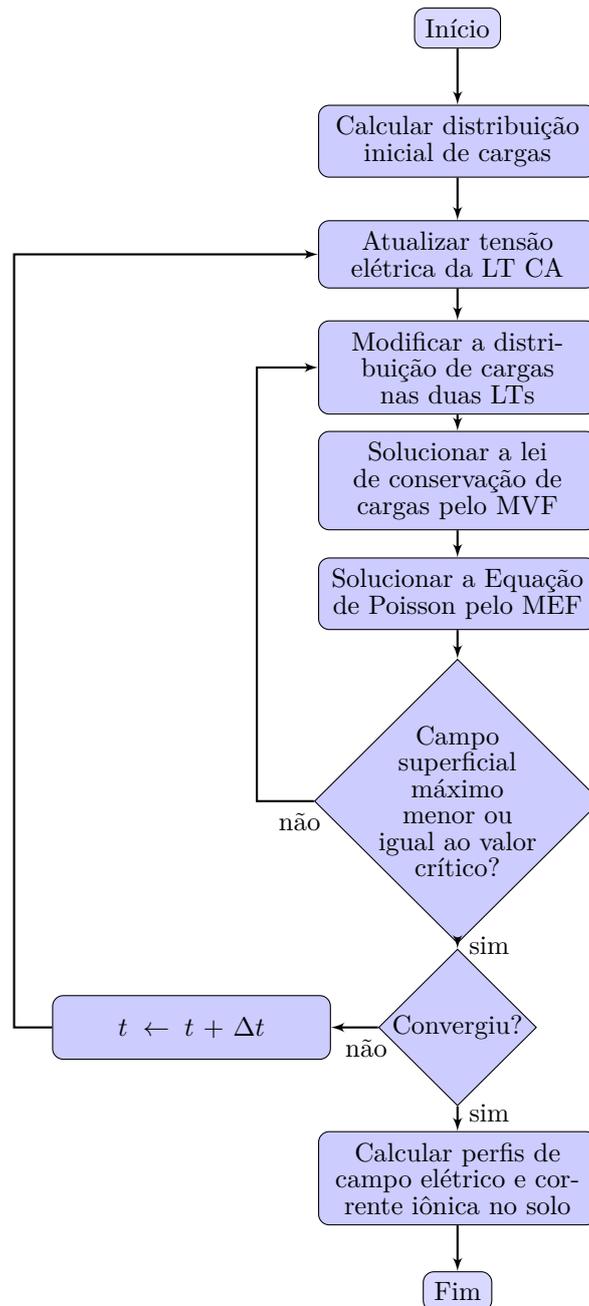


Figura 4.14: Fluxograma do método numérico utilizado por WANG *et al.* (2014).

4.2.3 Simulação Yang

Baseado na proposta de corredor híbrido definida em SHU *et al.* (2006), YANG *et al.* (2010) propõe um método de cálculo alicerçado na aproximação de Deutsch, cuja principal característica é a inclusão dos efeitos elétricos mútuos entre as linhas CA e CC para determinação do campo elétrico no solo. Para esta finalidade, a tensão crítica para o corona em cada feixe é corrigida em função da média dos valores máximos de campo elétrico de cada condutor do feixe em questão. O modelo em si, divulgado em YANG *et al.* (2008), é largamente baseado no FTM de SARMA

e JANISCHEWSKYJ (1969b), ou seja, necessita da aproximação de Deutsch e de estimativa da carga inicial do condutor. Além disso, os autores assumem que as cargas iônicas produzidas pelos cabos CA não se afastam do mesmo, isto é, que não há acoplamento iônico entre as LTs e não mencionam sobre a modelagem do fenômeno da recombinação.

A configuração simulada encontra-se na Figura 4.15. Os condutores de fase da LT CA têm 30,0 mm de diâmetro enquanto a bitola dos polos da LT CC tem 36,24 mm. Três distâncias entre os eixos das LTs foram simuladas pelos autores: 50, 70 e 90 m. Pela comparação entre o modelo de YANG *et al.* e o modelo do CORONAPIC, vê-se que estão mais concordantes fora da região entre as LTs, em que tanto o campo CA quanto o campo CC têm influência relevante. O modelo desta dissertação sugere um valor de pico um pouco maior para o campo híbrido. Essas diferenças não são surpreendentes, se for levado em conta que modelo de YANG *et al.* tem uma série de simplificações, incluindo a mencionada ausência de acoplamento iônico entre as LTs.

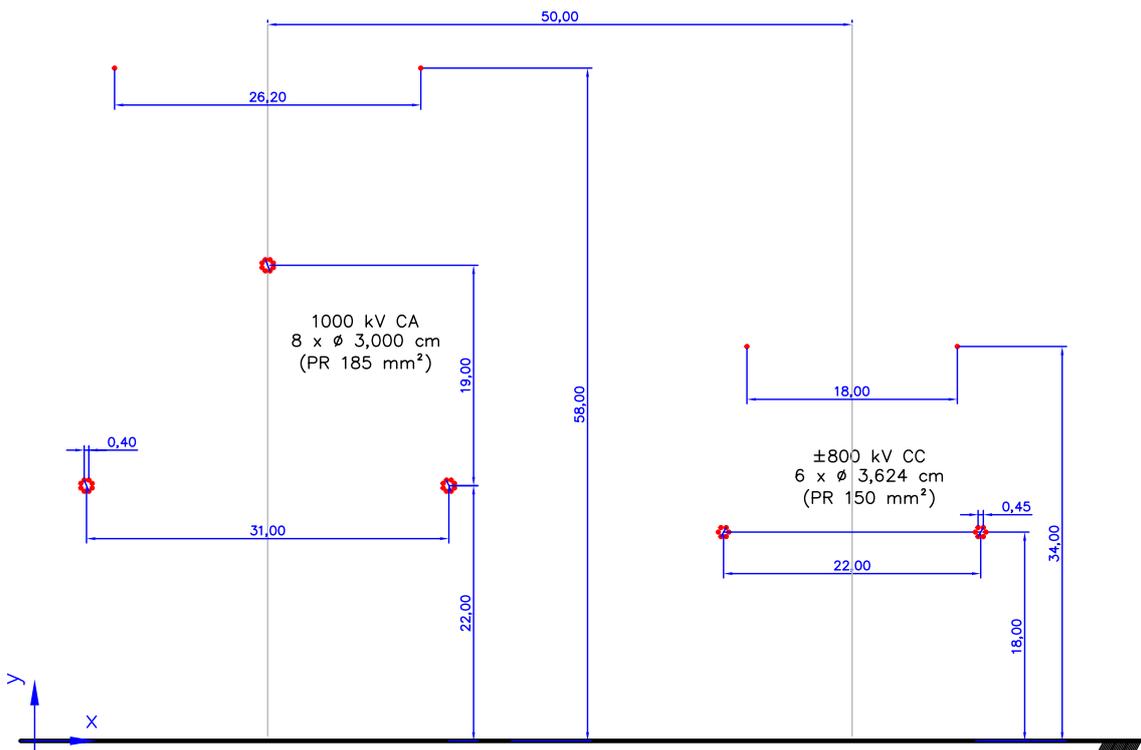


Figura 4.15: Proposta chinesa de corredor híbrido com configuração CA em delta. Dimensões em m.

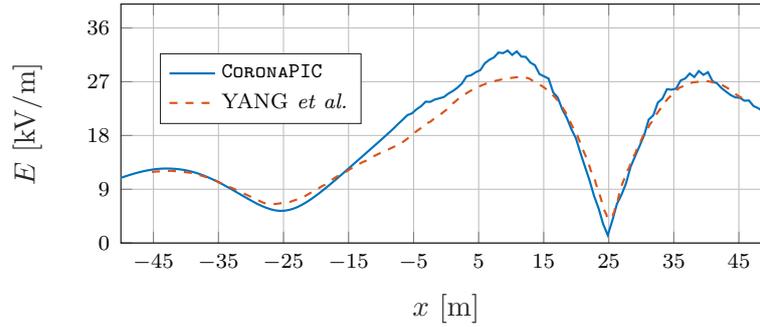


Figura 4.16: Comparação das medições e resultados computacionais de YANG *et al.* (2010) e do CORONAPIC, referentes ao campo elétrico máximo no solo da configuração da Figura 4.15.

4.2.4 Simulação Yin

YIN *et al.* (2011) propõem um método numérico misto, onde as Equações de Continuidade (3.14) são resolvidas pelo MVF, enquanto a Equação de Poisson (3.15) é solucionada pelo MEF. O campo laplaciano a ser somado com os valores de saída do MEF é obtido via MSC com o solo adicionado pelo Método das Imagens. Várias ferramentas numéricas são empregadas no algoritmo. Na etapa do MVF, o método *upwind* é introduzido para cálculo das densidades de carga nas arestas da malha, ou seja, quando uma partícula atravessa uma aresta, o valor de densidade de carga assumido pela aresta advém da densidade da célula na posição a montante em relação ao sentido da velocidade do fluxo. Como as cargas nas arestas necessitam do valor médio de campo elétrico das iterações anterior e posterior¹, estas cargas são calculadas duas vezes: na primeira para obter o campo elétrico da próxima iteração e, na segunda, para determinação do valor final das cargas. Assim, o *solver* empregado para solução do sistema não-linear nesta etapa do MVF, a saber o Método de Newton-Raphson, é requisitado duas vezes por iteração. A fim de manter a estabilidade do método, o passo de tempo tem valor fixo $\Delta t = T/40$, onde T é o período do ciclo CA. Ele também não necessita da hipótese de Deustch e nem a de Kaptsov. O Fluxograma do algoritmo utilizado neste artigo está reproduzido na Figura 4.20.

A configuração do corredor simulado por YIN *et al.* é similar à de WANG *et al.* (2014), com exceção das posições angulares dos condutores dos feixes da LT CA, que está esclarecida na Figura 4.17. Devido à grande semelhança com o corredor de WANG *et al.*, os resultados do CORONAPIC obtidos na simulação deste foram reaproveitados para o corredor híbrido de YIN *et al.*. As comparações dos resultados estão nas Figuras 4.18 e 4.19. o valor de pico do campo CC no polo interno ficou um pouco superior ao de YIN *et al.*, porém com decaimento mais rápido na região da LT CA, ou seja, com efeito barreira (seção 2.8.1) manifestando-se de forma mais

¹Método de diferenças de Crank-Nicolson

proeminente.

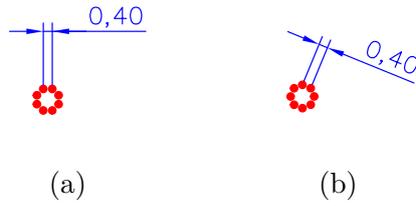


Figura 4.17: Diferença entre os feixes CA simulados por (a) WANG *et al.* (2014); YANG *et al.* (2010) e por (b) YIN *et al.* (2011). Dimensões em m.

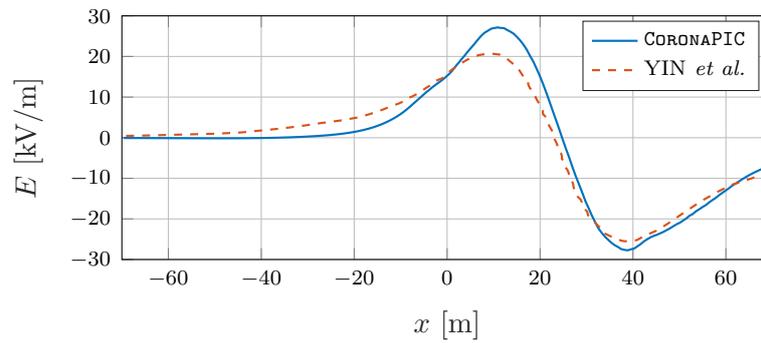


Figura 4.18: Comparação de resultados computacionais de YIN *et al.* (2011) e do CORONAPIC, referentes ao campo elétrico CC no solo.

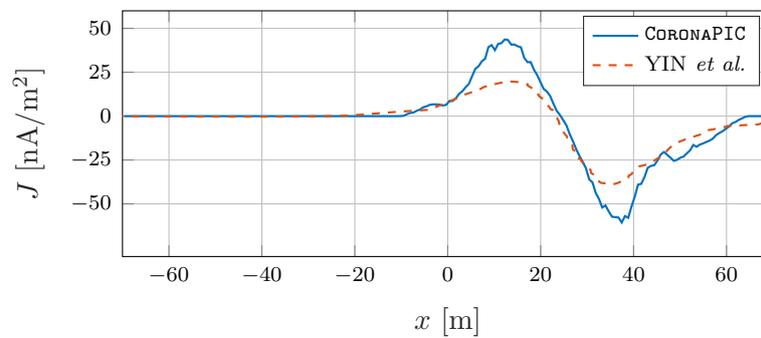


Figura 4.19: Comparação de resultados computacionais de YIN *et al.* (2011) e do CORONAPIC, referentes à densidade de corrente média no solo.

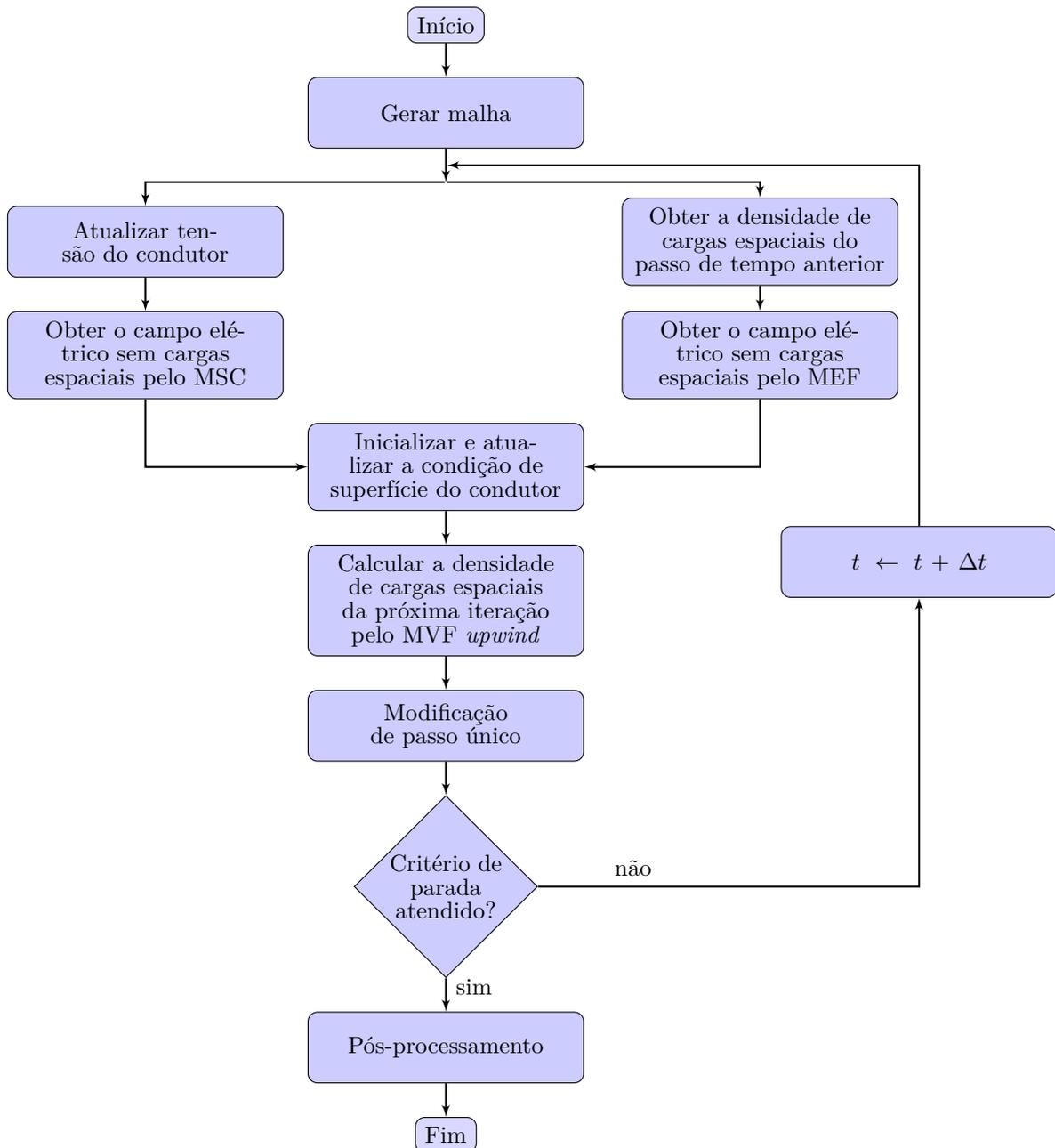


Figura 4.20: Fluxograma do passo-a-passo do algoritmo de YIN *et al.* (2011).

4.2.5 Simulação Guillod

Com uma filosofia parecida com o FTM, o Método Iterativo de Características (MiC) é utilizado por GUILLOD *et al.* (2014) para análise da proposta de uma linha híbrida 4.21. Após a determinação do campo sem cargas com o MEF ou outro método adequado, traçam-se linhas características cobrindo todo o domínio do problema. Estas linhas permitem a solução do problema de fluxo iônico acoplado ((3.15) e (3.14)) diretamente sobre elas, sem necessidade de aplicação da hipótese de Deutsch, já que os íons podem alterar a direção do campo elétrico. O modelo permite a inclusão do vento, requisitando interpolação entre linhas de cargas positivas e

negativas para permitir a solução do problema de valor de fronteira inerente. GUILLOD *et al.* utilizam o método da secante para manter o campo elétrico superficial próximo ao valor crítico, permitindo, como consequência, a emissão de cargas. Os autores comentam que o algoritmo permite boa interpretação física dos resultados, já que se soluciona o problema ao longo das linhas características com trajeto semelhante ao movimento de deriva das cargas. A Figura 4.22 reproduz o passo-a-passo do algoritmo empregado neste trabalho.

Apresentam-se os resultados para os perfis de campo e densidade de corrente no solo, nas Figuras 4.23, 4.24, 4.25 e 4.26, respectivamente. Tanto o campo elétrico quanto a densidade de corrente provenientes do CORONAPIC tiveram valores de pico significativamente abaixo dos de GUILLOD *et al.*, embora as posições dos picos nas abscissas tenham sido semelhantes. A explicação da diferença, mais uma vez, está nos raios distintos dos condutores da função de geração do CORONAPIC ((3.21a) e 3.21c em relação aos raios dos cabos de GUILLOD *et al.*). A característica secundária, que possivelmente influi na diferença de resultados, consiste na premissa de Kaptsov mantida por este e desnecessária no CORONAPIC, como explanado em ARRUDA (2012); ARRUDA e LIMA (2015).

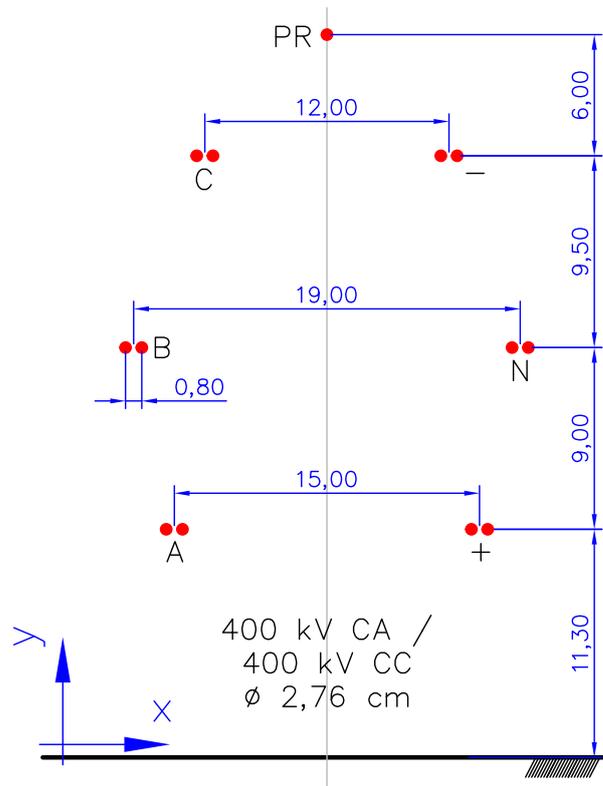


Figura 4.21: Torre híbrida de GUILLOD *et al.* (2014).

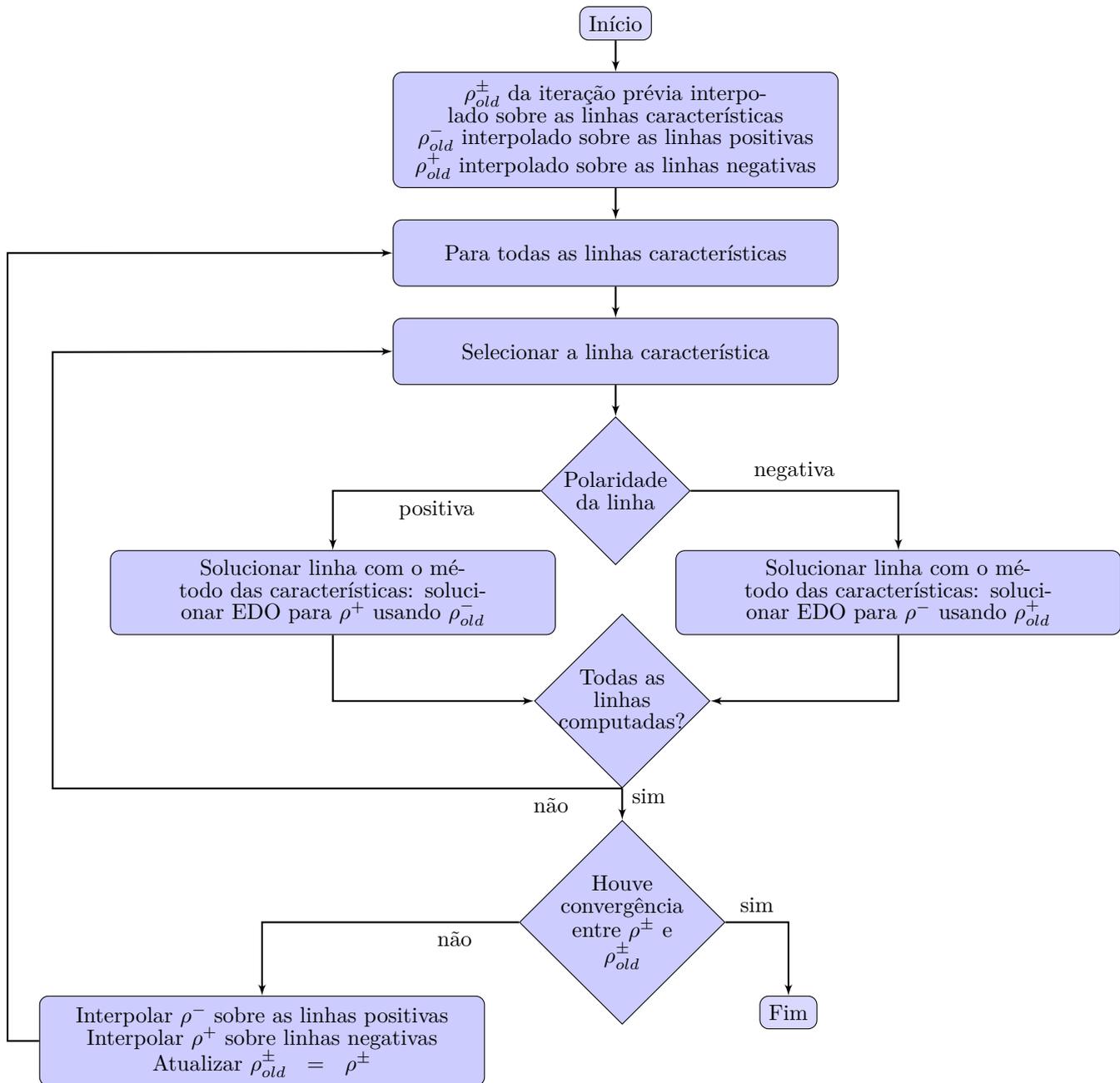


Figura 4.22: Fluxograma do algoritmo de GUILLOD *et al.* (2014).

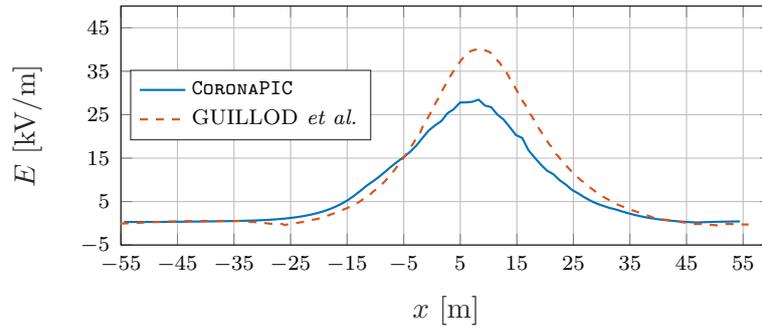


Figura 4.23: Comparação de resultados computacionais de GUILLOD *et al.* (2014) e do CORONAPIC, referentes ao campo elétrico no solo da configuração da Figura 4.21, em condição sem vento.

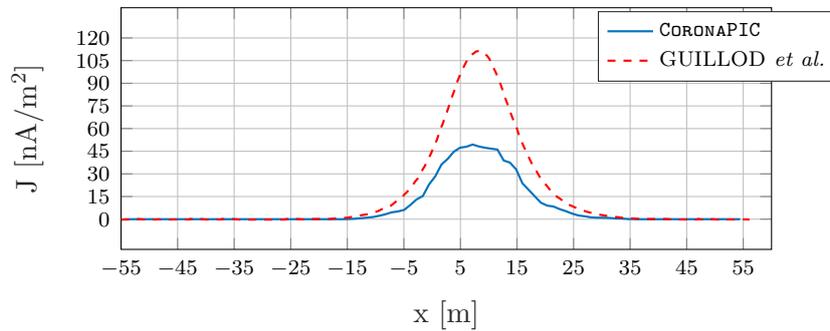


Figura 4.24: Comparação de resultados computacionais de GUILLOD *et al.* (2014) e do CORONAPIC, referentes à densidade de corrente no solo da configuração da Figura 4.21, em condição sem vento.

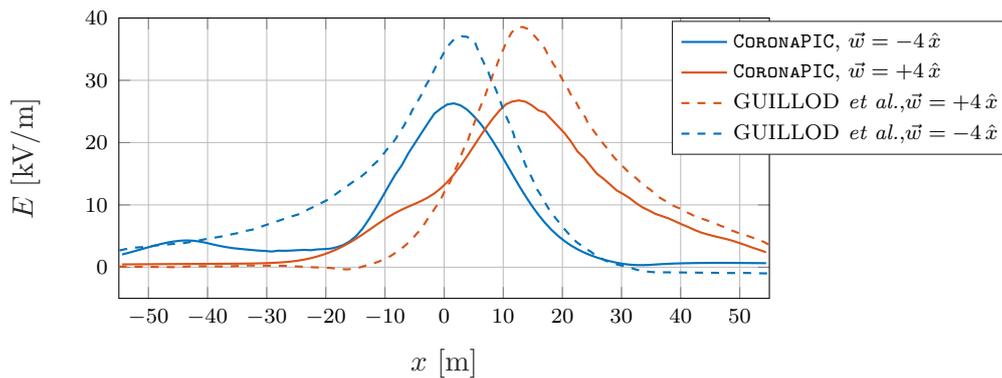


Figura 4.25: Comparação de resultados computacionais de GUILLOD *et al.* (2014) e do CORONAPIC, referentes ao campo elétrico no solo para vento de -4 e 4 m/s.

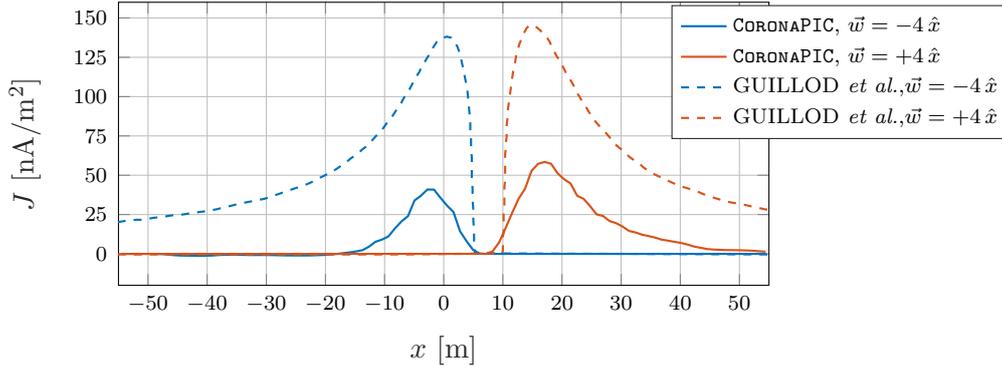


Figura 4.26: Comparação de resultados computacionais de GUILLIOD *et al.* (2014) e do CORONAPIC, referentes à densidade de corrente iônica no solo para vento de -4 e 4 m/s.

4.2.6 Discussão

A primeira grande distinção entre o método utilizado pelo CORONAPIC e os citados na seção anterior está no processo de geração das cargas espaciais. Enquanto os modelos comentados utilizam apenas o campo crítico para permitir ou não o lançamento de uma nova carga espacial pelo eletrodo energizado, o CORONAPIC propõe-se a seguir curvas experimentais I vs E_s semelhantes às da Figura 3.3, fornecendo cargas de forma condizente com o desempenho real do cabo. Como dito na seção 3.2.1, poucos dados deste tipo de curva estão disponíveis na literatura, o que torna o programa adequado para cabos de linhas de transmissão e não para os condutores utilizados em laboratórios de escala reduzida. Os resultados das simulações com o CORONAPIC corresponderam no geral com os da literatura para corredores híbridos UAT, e distanciaram-se de dados laboratoriais, estes provenientes de ensaios em escala bastante reduzida e condutores muito finos, e de LTs com cabos de bitolas menores, como visto na seção 4.2.5.

A segunda notável distinção está ligada às premissas dos modelos. Com exceção de YIN *et al.* (2011), todos dependem da hipótese de Kaptsov. ARRUDA (2012) mostrou que no CORONAPIC a limitação do campo elétrico superficial ao nível crítico do corona é uma consequência do modelo, o que é reafirmado nesta dissertação nas Figuras 4.58 a 4.61

Por último, vê-se que modelos mais recentes tiveram sua concepção mais voltada para o aspecto físico do fenômeno, o que, contudo, os imbuíu de grande complexidade. WANG *et al.* (2014); YIN *et al.* (2011) optam por mesclar o MVF com o MEF, pois o primeiro apresenta menos problemas de estabilidade para a resolução das Equações de Continuidade. Mas o MVF, além de ter sua própria malha, traz consigo suas próprias restrições de estabilidade e acurácia, o que, por exemplo, leva YIN *et al.* a reutilizar os *solvers* em uma mesma iteração. Por utilizar o método

Particle-in-cell, o CORONAPIC tem forte aproximação entre a estrutura do modelo numérico com os aspectos físicos do fenômeno corona, ao mesmo tempo em que as Equações de Continuidade, a parte mais crítica do sistema de equações não-linear, são solucionadas de forma relativamente simples. Naturalmente, por acompanhar a vida útil de cada carga, o desempenho computacional do método, ainda custoso para configurações de grandes dimensões como as de um corredor híbrido em UAT, pode ser aprimorado com técnicas de computação paralela.

4.2.7 Simulação do Bipolo Xingu - Terminal Rio

A simulação do bipolo II de Belo Monte, LT ± 800 kV CC Xingu - Terminal Rio, foi executada de forma similar às simulações de linhas de transmissão em corrente contínua apresentadas em ARRUDA (2012); ARRUDA e LIMA (2015). O bipolo encontra-se reproduzido na Figura 4.27 e suas características estão nas Tabelas 4.3 e 4.4. A simulação foi restrita ao Trecho 3, correspondente à seção do bipolo que se conectará à SE Terminal Rio.

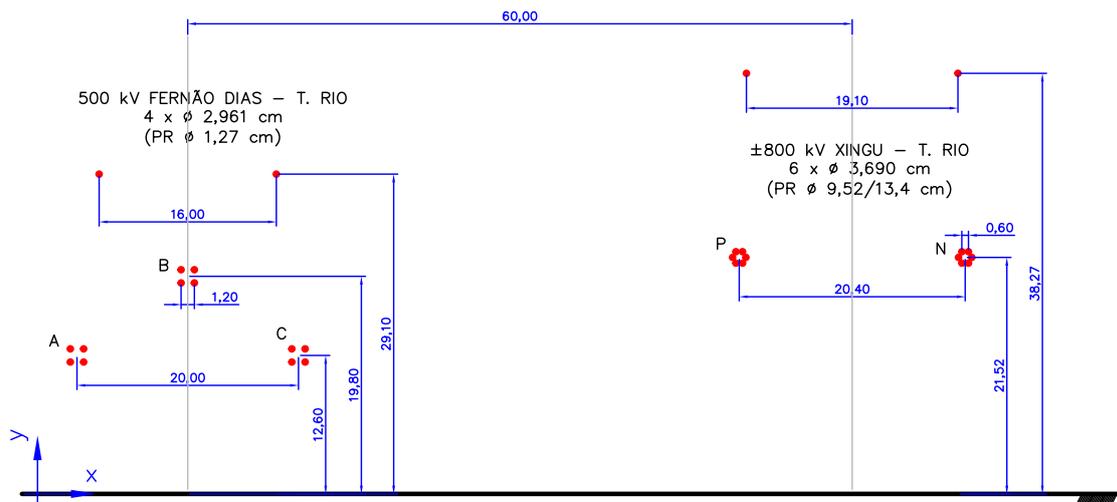


Figura 4.27: Configuração de meio de vão da proposta de corredor híbrido composta pelas LTs 500 kV Fernão Dias - T. Rio e ± 800 kV Xingu - T. Rio. Dimensões em m.

Tabela 4.3: Dados elétricos do Bipolo II de Belo Monte

Tensão operativa	± 800 kV CC
Corrente de longa duração	2625 A
Cabos por polo	6
Formação do feixe	hexagonal regular (600 mm)
Tipo do cabo condutor	Cabo de alumínio
Bitola do cabo condutor	1590 kcmil (Coreopsis)
Diâmetro do externo do cabo condutor	36,90 mm
Tipo dos cabos para-raios	EHS 3/8" / OPGW
Bitolas dos cabos para-raios	130,20 kcmil / -
Diâmetros externos dos cabos para-raios	9,520 / 13,4 mm
Fator de forma nominal de todos os cabos	0,8
Altura do condutor mais baixo no meio do vão sob I_{nom}	21 m
Flecha dos condutores sob I_{nom}	30,5 m (50 °C)
Altura do para-raios na estrutura	64,77 m
Flecha do para-raios EAR 3/8"	26,5 m (40 °C)
Flecha do para-raios OPGW	26,5 m (40 °C)
Largura da faixa de passagem	114 m

Tabela 4.4: Dados ambientais do trecho 3 do Bipolo II de Belo Monte

Altitude média	700 m
Vel. máx. anual do vento, 30 s, 50 anos, 10 m, categoria B	36,11 m/s
Temperatura média anual	20 °C
Velocidade do vento para ampacidade	1,0 m/s
Densidade relativa do ar com 90 % de exclusão	0,87
Comprimento do vão	575 m

A distribuição das cargas espaciais é apresentada na Figura 4.28, para a condição crítica de atividade corona em todos os subcondutores. Há formação de correntes iônicas entre os polos e entre estes e o solo.

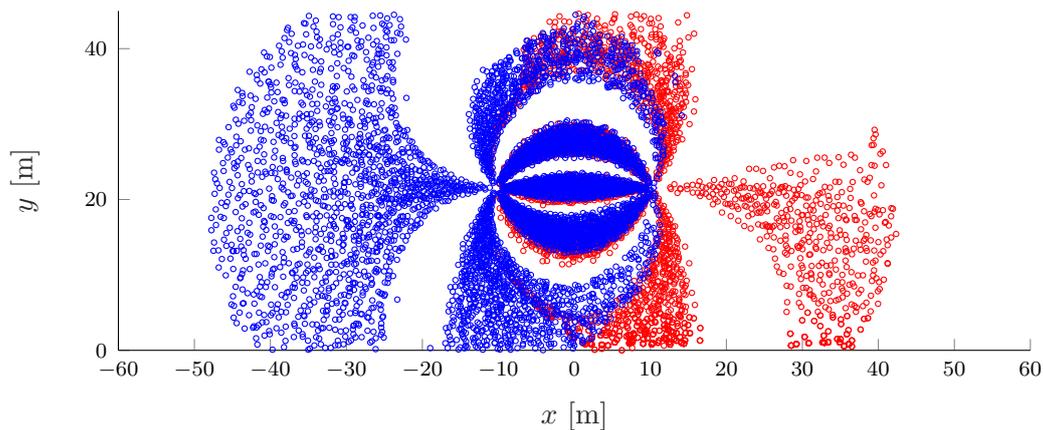


Figura 4.28: Fluxo de cargas do Bipolo ± 800 kV de Belo Monte.

A influência das cargas espaciais no campo elétrico no solo é bastante relevante como exibe a Figura 4.29. O valor máximo de campo elétrico alcançado dentro da faixa de passagem sem cargas espaciais é de 10,59 kV/m, enquanto com cargas espaciais é de 16,27 kV/m. No limite da faixa de passagem, o campo elétrico sem cargas espaciais é de 1,56 kV/m, enquanto com cargas espaciais ele chega a 3,08 kV/m.

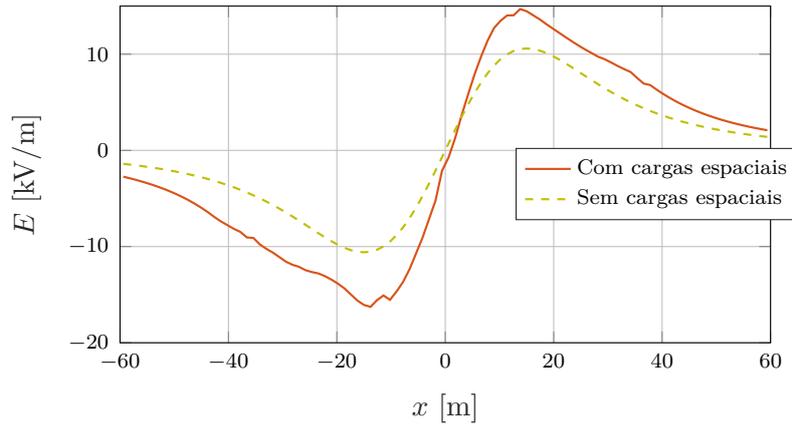


Figura 4.29: LT ± 800 kV Xingu-T. Rio, campo elétrico no solo

Com relação à corrente iônica no solo (Figura 4.30), os valores máximos e mínimos são 10,13 e -19,13 nA/m², respectivamente.

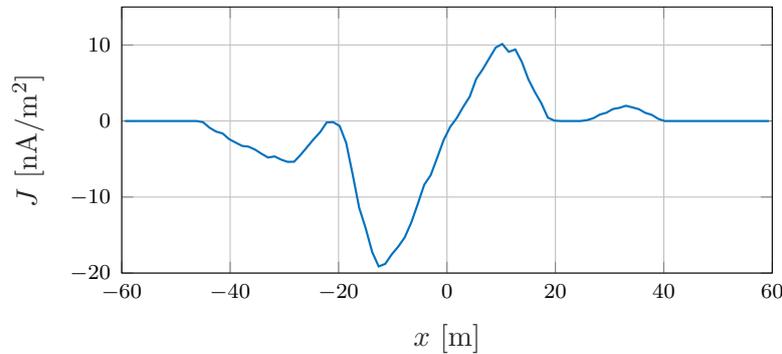


Figura 4.30: Perfil de densidade de corrente iônica no solo para o Bipolo ± 800 kV Xingu - T. Rio.

4.2.8 Simulação da proposta de corredor híbrido

Simulou-se duas possíveis configurações referentes ao corredor das LTs que futuramente estarão ligadas à SE Terminal Rio (Figura 4.27), diferenciadas no comprimento do afastamento entre seus eixos.

As distâncias entre as linhas de transmissão foi definida de forma arbitrária, levando em consideração os itens a seguir:

- Analisando os mapas das LTs brasileiras nota-se que grande parte dos corredores com múltiplas LTs 500 kV tem um distanciamento mínimo de 60 m entre as linhas;
- No trabalho de WANG *et al.* (2014), o afastamento entre uma linha de 1000 kV CA e uma de ± 800 kV CC foi de 60 m, que os autores consideram como típico na China;

- SHU *et al.* (2006), conforme relatado por YANG *et al.* (2010), apresenta planos de corredores híbridos compostos por LTs de 1000 kV CA e ± 800 kV CC, com separação de 50 a 60 m entre os eixos das linhas;
- Distâncias compatíveis com a intensidade máxima de campo elétrico de 20 kV/m no interior da faixa de passagem, conforme o que foi explicado na seção 1.1.

Dessa forma, os afastamentos empregados nas simulações foram de 50 e 60 m.

Para a LT 500 kV Fernão Dias-T. Rio foram estimados valores de flecha de 14 m e 8,4 m para os cabos de fase e para-raios, nesta ordem, a partir dos dados de posicionamento dos cabos nas torres do Relatório R2 incluso no leilão da linha (FURNAS, 2015).

No caso de LTs CC, como a maior fonte de rádio interferência e ruído audível está no polo positivo (MARUVADA, 2000), os estudos de corredores híbridos geralmente são executados com este polo no interior da faixa de passagem. Assim, com exceção do caso com vento nulo e afastamento de 60 m, todas as simulações estão restritas ao polo positivo no interior do corredor.

Em todas as Figuras de fluxo de cargas, perfis de campo e corrente, a extensão dos domínios está normalizada. Todavia, as simulações em distintas condições de vento não foram realizadas na mesma extensão de domínio principalmente devido a instabilidades numéricas. Ademais, mesmo nos casos em que foi possível solucionar esse efeito, os consequentes tempos elevados de simulação graças às longas faixas de domínio apresentaram-se intoleráveis.

Fluxo de cargas

As Figuras 4.31 a 4.41 apresentam as simulações para o corredor híbrido com afastamentos de 60 m e 50 m e intensidades de vento de -2, -1, 0, +1 e +2 m/s. As distribuições de cargas espaciais encontram-se estabilizadas. Algumas características destas distribuições são relevantes. No lado da LT CA é notável o espalhamento de cargas espaciais negativas provocado pela intensificação da componente $+\hat{x}$ do campo elétrico. Principalmente nos condutores das fases B e C, as partículas negativas afastam-se a vários metros dos seus pontos de origem, criando nuvens iônicas carregadas negativamente ao redor da LT CA. O segundo aspecto relevante consiste nas correntes iônicas estabelecidas entre a fase C e o polo positivo. A ampla nuvem positiva criada pelo polo positivo estende-se o suficiente para alcançar a fase C e ter seus íons recombinados ou anexados pela mesma. Concomitantemente, os íons negativos atraídos pela nuvem positiva vão gradativamente deslocando-se em direção ao polo positivo. Na maior parte do trajeto estes íons são eliminados por recombinação, com uma fração diminuta de fato alcançando o polo positivo. A criação

deste tipo de fenômeno pode ser uma fonte significativa de perdas corona, graças à energia despendida para o translado dos íons, assim como na sustentação das novas correntes iônicas.

Quando é o polo negativo que se encontra voltado ao interior do corredor híbrido, a distribuição de cargas espaciais é semelhante à supracitada, conforme Figura 4.32. Nuvens de cargas positivas são geradas ao redor das fases, principalmente naquelas mais próximas do polo negativo (fases B e C). A nuvem negativa gerada pelo polo positivo estende-se mais do que no caso com polo positivo interno, graças à maior mobilidade dos íons negativos, englobando a fase C e aproximando-se da fase B. Uma vez mais há novas correntes iônicas entre a fase C e o polo mais interno. Enquanto na primeira simulação os íons negativos provenientes da fase C levaram aproximadamente 20 s para alcançar o polo positivo, nesta simulação os íons criados na mesma fase alcançaram o polo negativo em 30 s, atraso devido à menor mobilidade dos íons positivos. Ademais, a quantidade de íons transportados da fase C para o polo negativo neste segundo caso é sensivelmente menor do que os íons transportados da fase C para o polo positivo no primeiro caso.

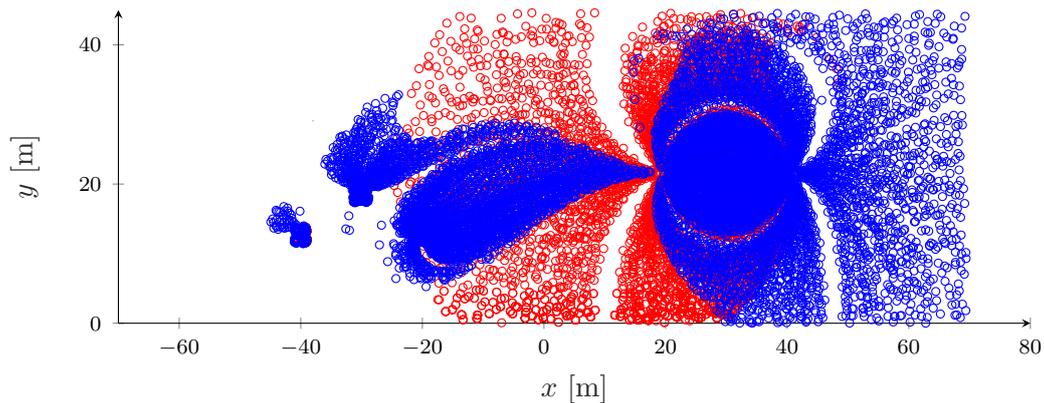


Figura 4.31: Fluxo de cargas para o corredor híbrido Xingu - T. Rio sem vento, afastamento de 60 m.

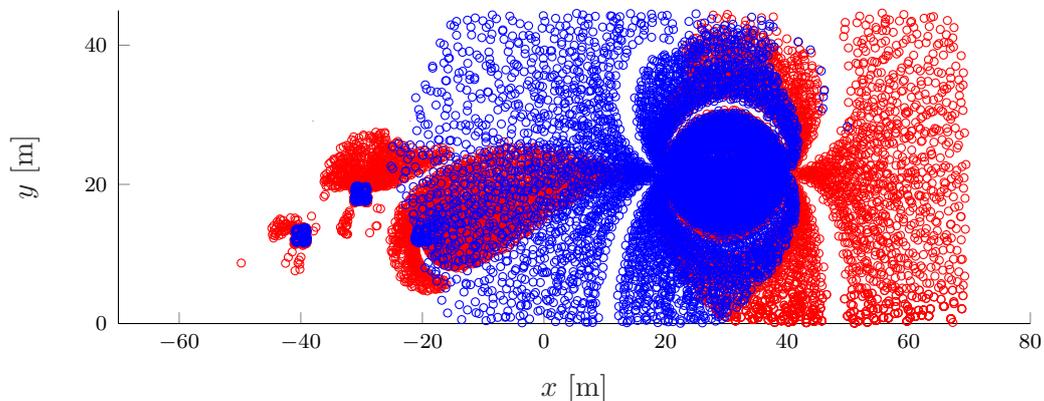


Figura 4.32: Fluxo de cargas para o corredor híbrido Xingu - T. Rio com polo interno negativo, afastamento de 60 m.

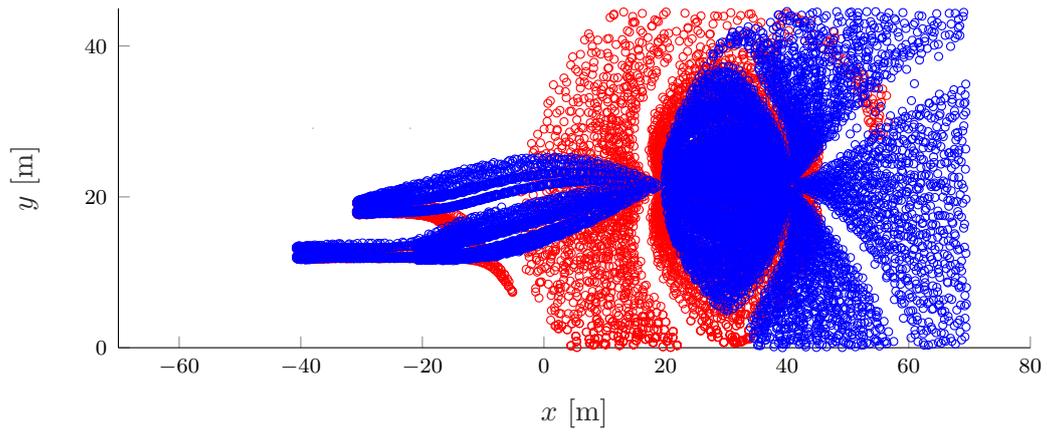


Figura 4.33: Fluxo de cargas para o corredor híbrido Xingu - T. Rio com vento de +1 m/s, afastamento de 60 m.

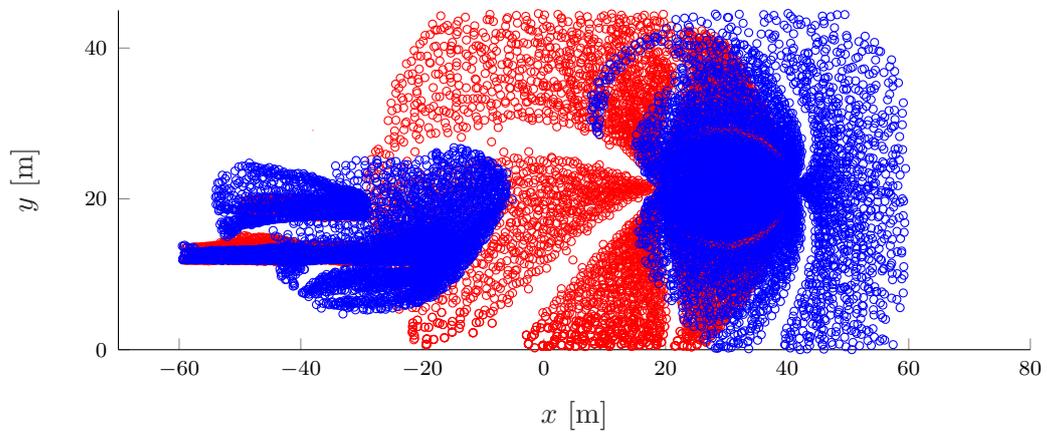


Figura 4.34: Fluxo de cargas para o corredor híbrido Xingu - T. Rio com vento de -1 m/s, afastamento de 60 m.

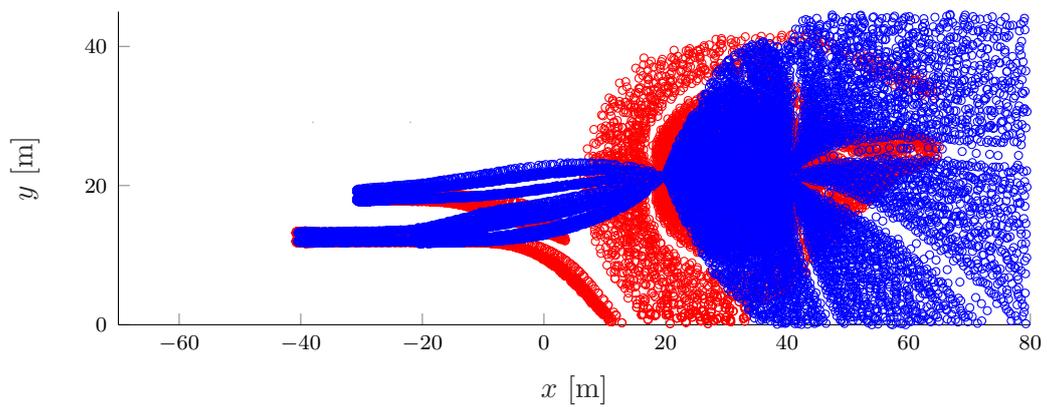


Figura 4.35: Fluxo de cargas para o corredor híbrido Xingu - T. Rio com vento de +2 m/s, afastamento de 60 m.

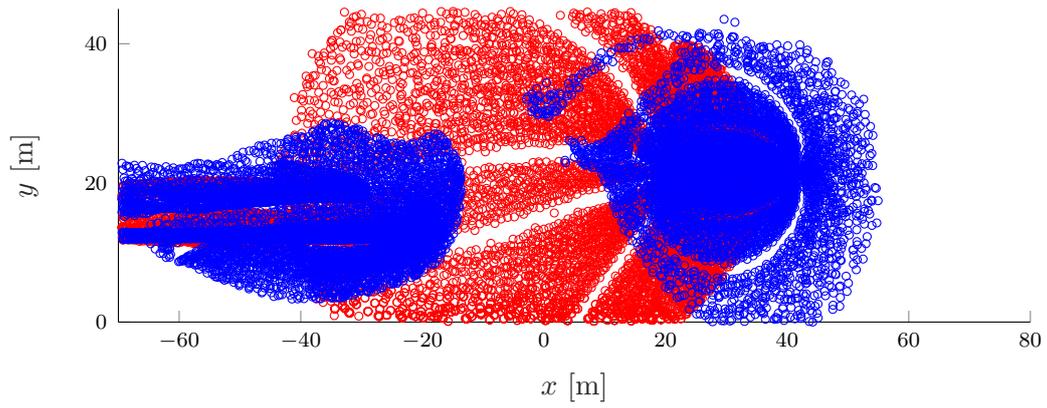


Figura 4.36: Fluxo de cargas para o corredor híbrido Xingu - T. Rio com vento de -2 m/s, afastamento de 60 m.

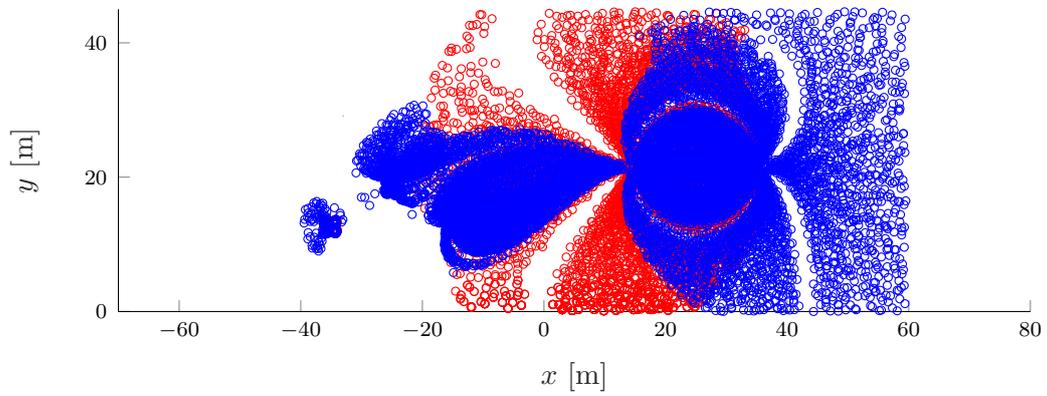


Figura 4.37: Fluxo de cargas para o corredor híbrido Xingu - T. Rio, sem vento, afastamento de 50 m.

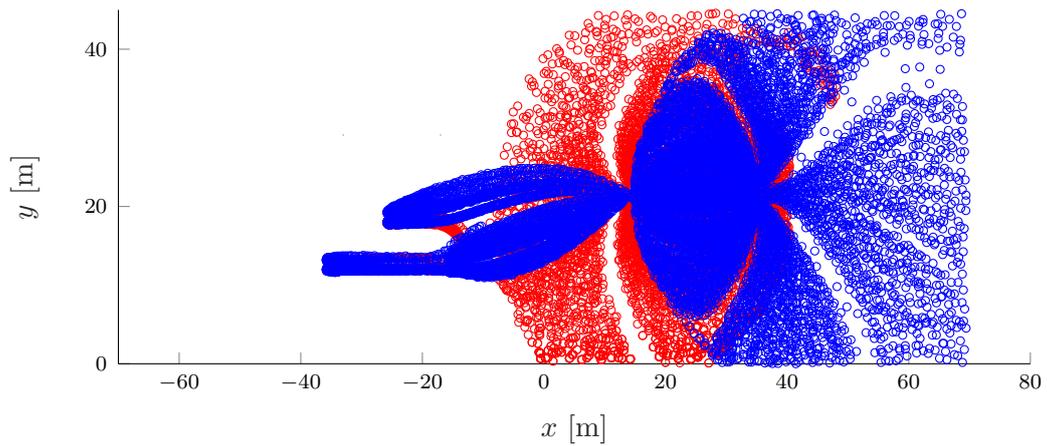


Figura 4.38: Fluxo de cargas para o corredor híbrido Xingu - T. Rio, com vento de $+1 \hat{x}$ m/s, afastamento de 50 m.

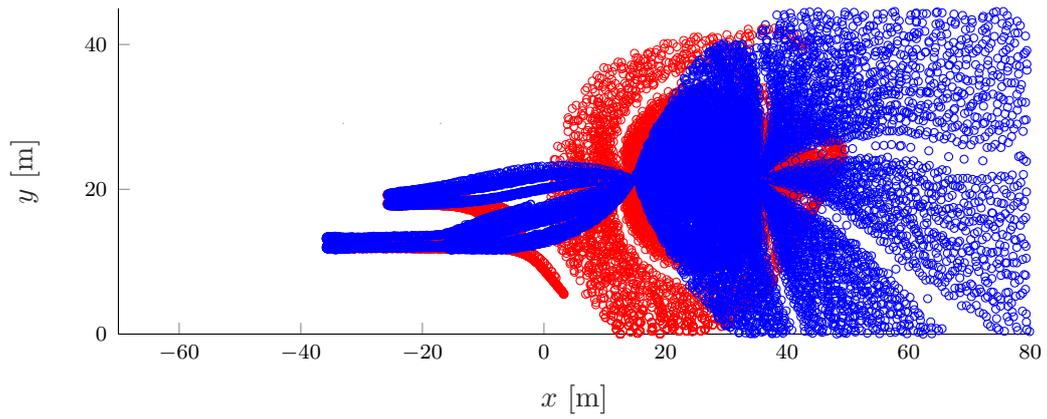


Figura 4.39: Fluxo de cargas para o corredor híbrido Xingu - T. Rio, com vento de $+2 \hat{x}$ m/s, afastamento de 50 m.

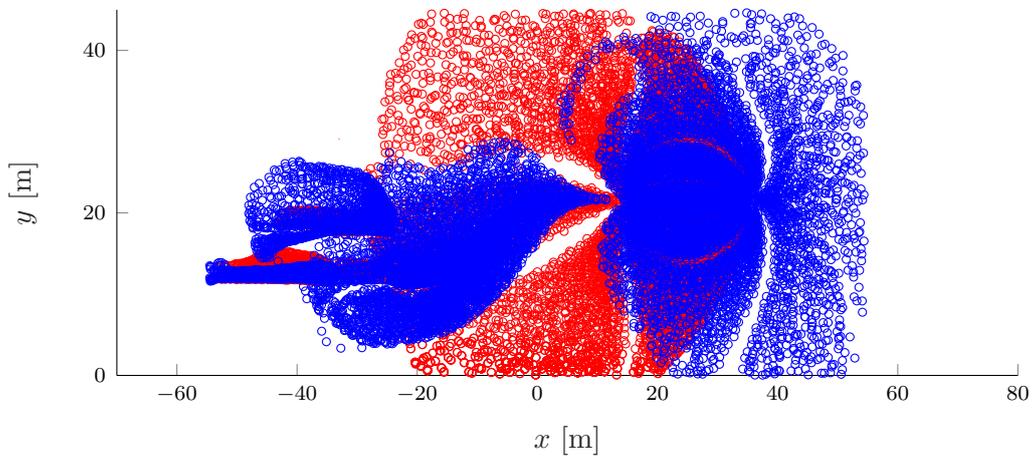


Figura 4.40: Fluxo de cargas para o corredor híbrido Xingu - T. Rio, vento de $-1 \hat{x}$ m/s, afastamento de 50 m.

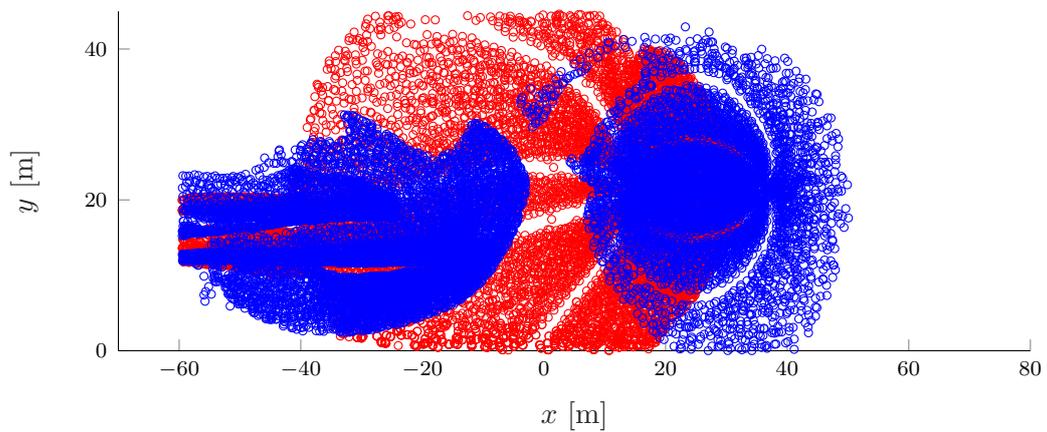


Figura 4.41: Fluxo de cargas para o corredor híbrido Xingu - T. Rio, vento de $-2 \hat{x}$ m/s, afastamento de 50 m.

Perfis de campo elétrico e densidade de corrente

Os perfis de campo elétrico híbrido máximo (em magnitude) estão apresentados nas Figuras 4.42 a 4.47. A elevação de intensidade do campo devido à superposição direta dos mesmos é mais significativa na região entre as LTs, o que está de acordo com YANG *et al.* (2010). As componentes CC e CA apresentadas foram fornecidas pelo programa já com as interações mútuas entre as LTs computadas no processo de geração de cargas, pois o efeito de Kaptsov não é uma condição de contorno. O valor máximo de campo elétrico manifesta-se abaixo do polo positivo. Do lado da LT CA, o campo CC possui baixa influência direta, enquanto o campo CA altera pouco a intensidade de gradiente no lado da LT CC. No intervalo entre aproximadamente -60 m e -20 m, há uma pequena elevação da magnitude da componente CC para vento no sentido $+\hat{x}$, provavelmente devido à presença de nuvens de cargas espaciais negativas ao redor dos condutores CA, que se tornam mais densas conforme o vento transporta cargas espaciais positivas que por sua vez atraem as negativas para longe dos condutores CA.

Comparativos dos campos híbridos para 60 m e 50 m situam-se nas Figuras 4.47 e 4.53. No primeiro afastamento, o campo máximo abaixo do polo positivo tem seu menor valor sob $\vec{w} = +2\hat{x}$ m/s, 18,3 kV/m, e maior valor sob $\vec{w} = -2\hat{x}$ m/s, 23,9 kV/m; na região abaixo do polo negativo tem-se 18,8 kV/m sob $\vec{w} = -2\hat{x}$ m/s e 23,6 kV/m sob $\vec{w} = +2\hat{x}$ m/s. Nota-se uma tendência de elevação da intensidade do campo na região entre as LTs para vento no sentido $-\hat{x}$ e redução no sentido $+\hat{x}$.

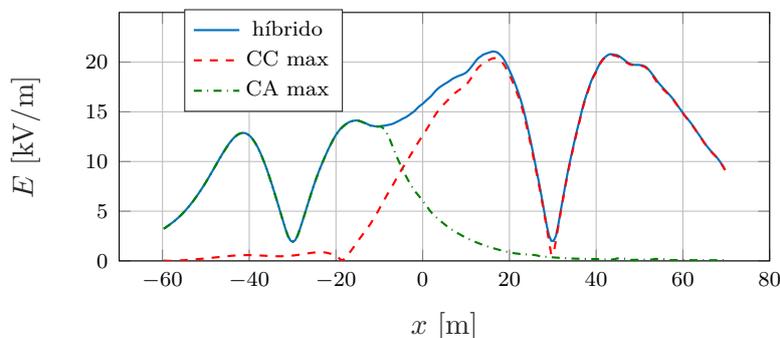


Figura 4.42: Perfil de campo elétrico no solo para o corredor híbrido do Terminal Rio.

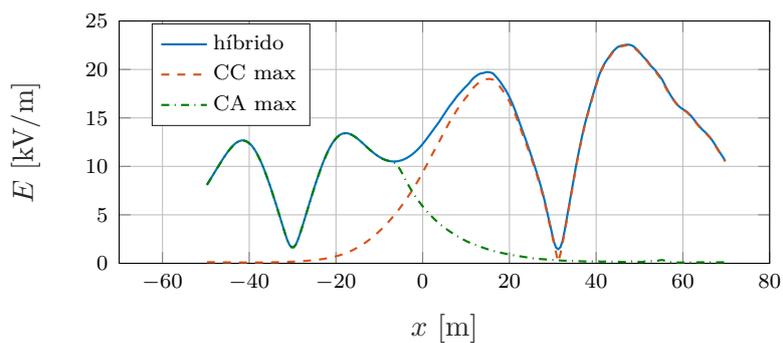


Figura 4.43: Perfil de campo elétrico no solo para o corredor híbrido com vento de +1 m/s.

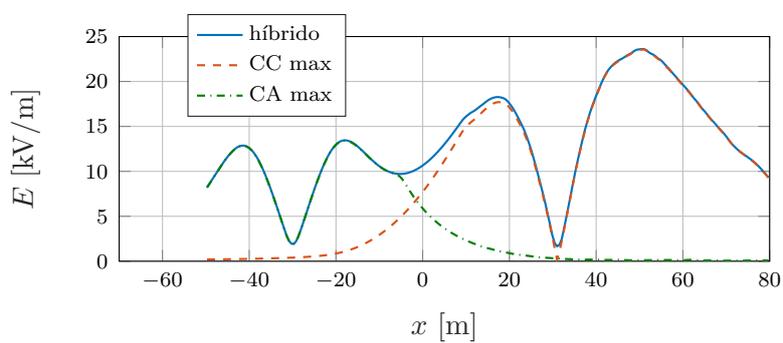


Figura 4.44: Perfil de campo elétrico no solo para o corredor híbrido com vento de +2 m/s.

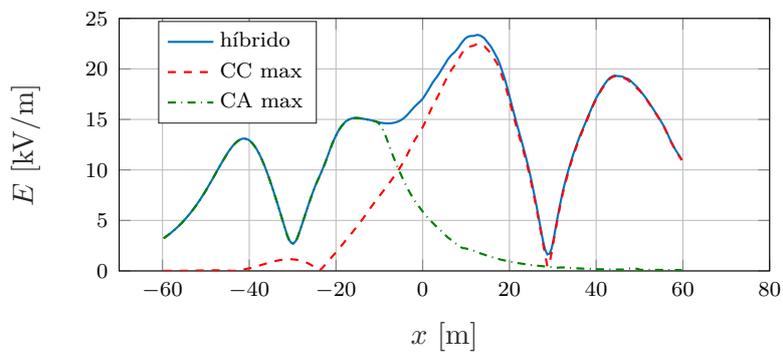


Figura 4.45: Perfil de campo elétrico no solo para o corredor híbrido do Terminal Rio com vento de -1 m/s.

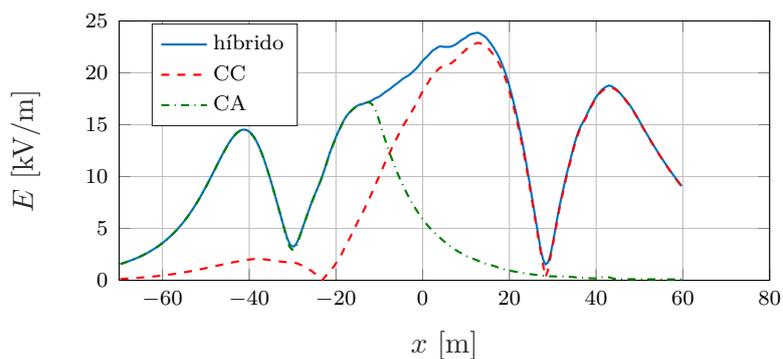


Figura 4.46: Perfil de campo elétrico no solo para o corredor híbrido do Terminal Rio com vento de -2 m/s.

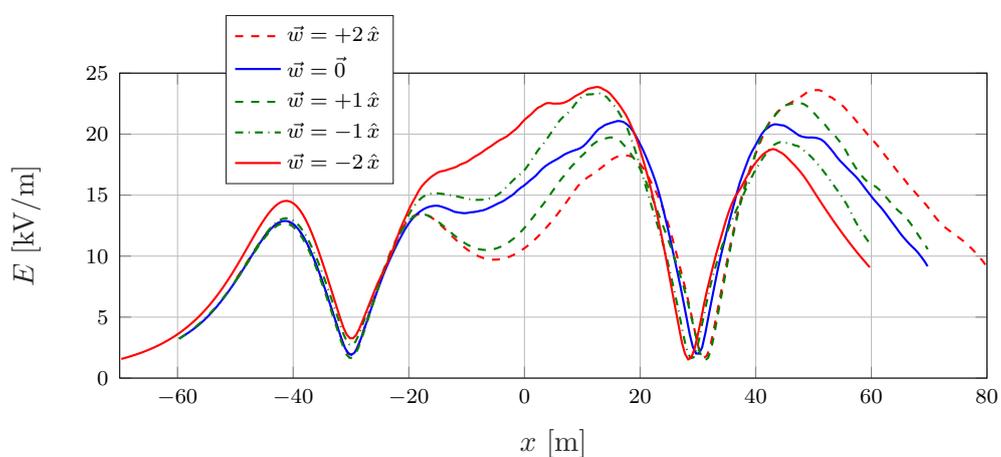


Figura 4.47: Comparação dos perfis de campo elétrico híbrido no solo para distintas velocidades de vento, com afastamento de 60 m entre eixos.

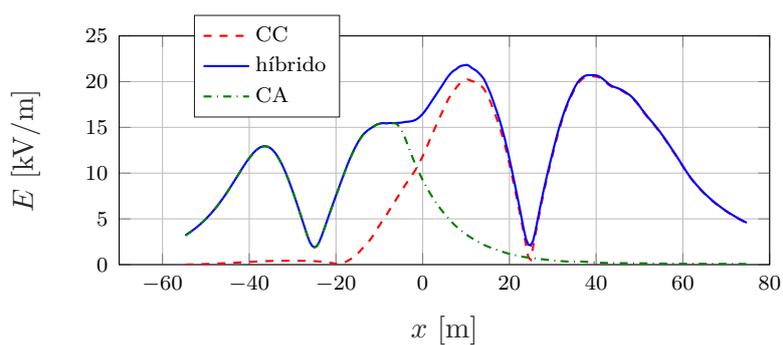


Figura 4.48: Perfil de campo elétrico no solo para o corredor híbrido do Terminal Rio, sem vento e com afastamento de 50 m.

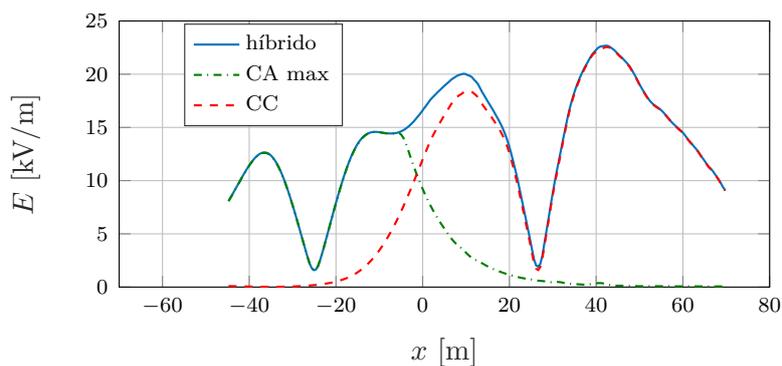


Figura 4.49: Perfil de campo elétrico no solo para o corredor híbrido do Terminal Rio, com vento de +1 m/s e afastamento de 50 m.

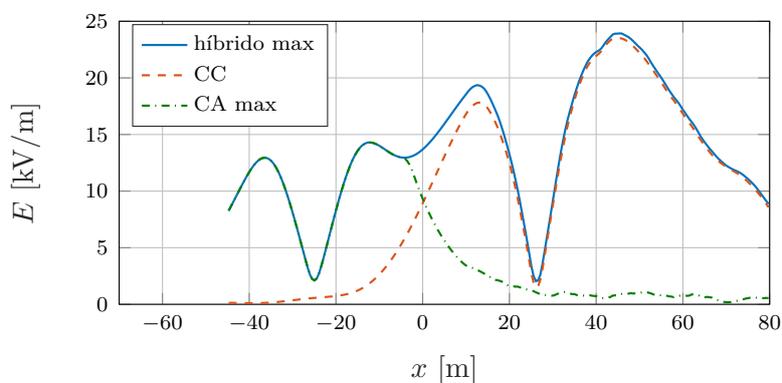


Figura 4.50: Perfil de campo elétrico no solo para o corredor híbrido do Terminal Rio, com vento de +2 m/s e afastamento de 50 m.

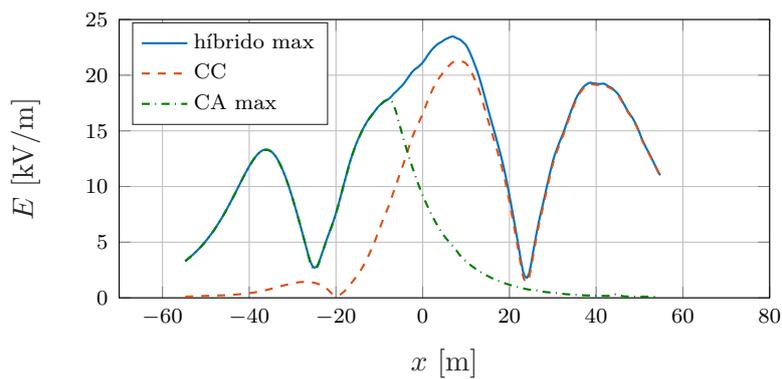


Figura 4.51: Perfil de campo elétrico no solo para o corredor híbrido do Terminal Rio, com vento de -1 m/s e afastamento de 50 m.

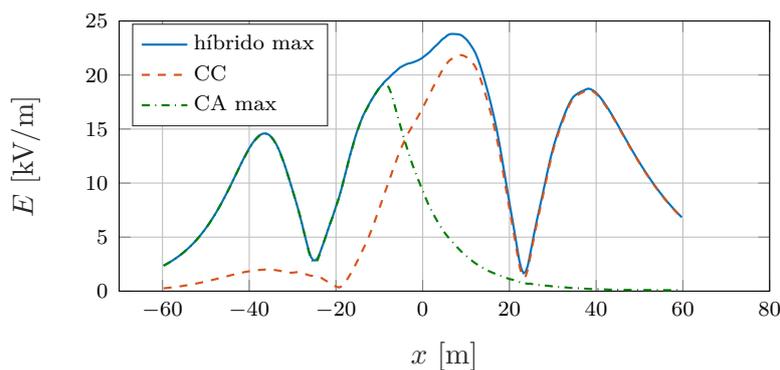


Figura 4.52: Perfil de campo elétrico no solo para o corredor híbrido do Terminal Rio, com vento de -2 m/s e afastamento de 50 m.

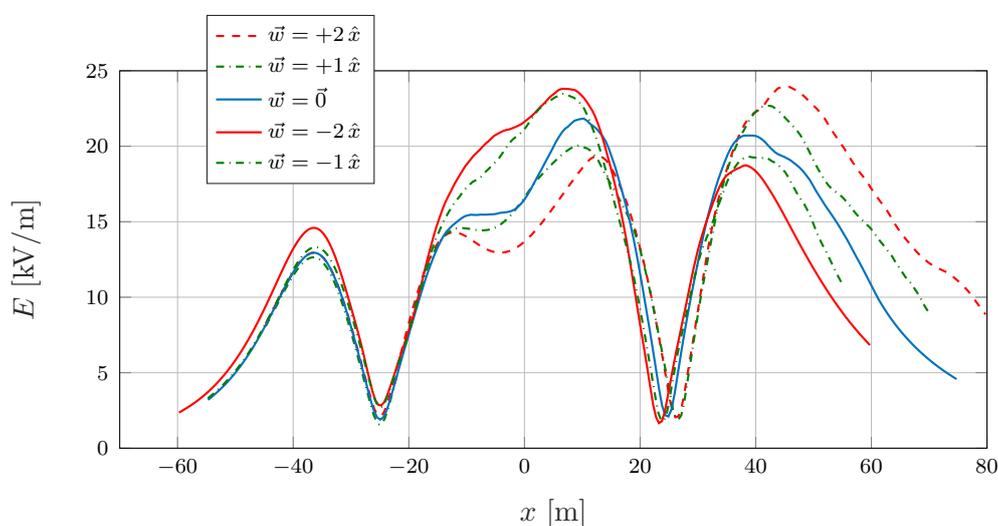


Figura 4.53: Comparação dos perfis de campo elétrico híbrido no solo para distintas velocidades de vento, com afastamento de 50 m entre eixos.

Como as cargas produzidas pela LT CA não chegam ao solo, a densidade de corrente no solo é relevante na região mais próxima à LT CC, conforme Figuras 4.54 e 4.55. Sem vento, com 60 m de afastamento, as intensidades máximas de densidades de corrente positiva e negativa no solo alcançam $20,5$ nA/m² e $-30,5$ nA/m², nesta ordem. Sob $\vec{w} = -2\hat{x}$ a densidade de corrente positiva alcança $26,8$ nA/m² (incremento de 31 %) e sob $\vec{w} = +2\hat{x}$ a densidade de corrente negativa atinge $-38,7$ nA/m² (incremento de 27 %).

Compara-se a densidade de corrente no solo para as duas posições dos polos na Figura 4.56. Não há diferenças relevantes nos picos das duas curvas, posto que as cargas espaciais provenientes dos cabos CA nunca alcançam o solo.

Colacionando os perfis de densidade de corrente para os afastamentos de 60 m e 50 m na Figura 4.57 observa-se um leve incremento nos máximos das magnitudes de corrente, todavia com decaimento mais rápido, quando o afastamento é reduzido.

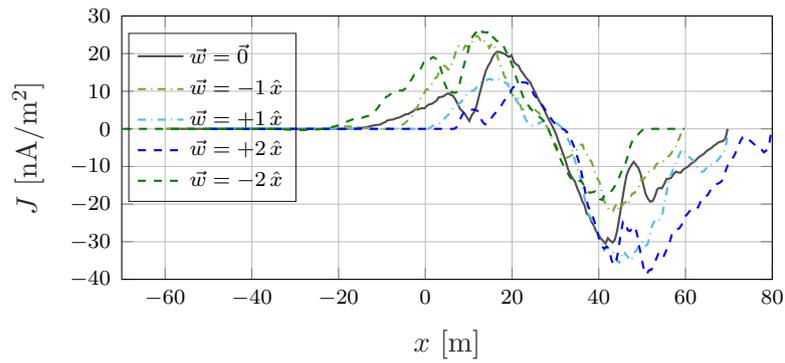


Figura 4.54: Comparação dos perfis de densidade de corrente média no solo para o corredor híbrido com afastamento entre eixos de 60 m.

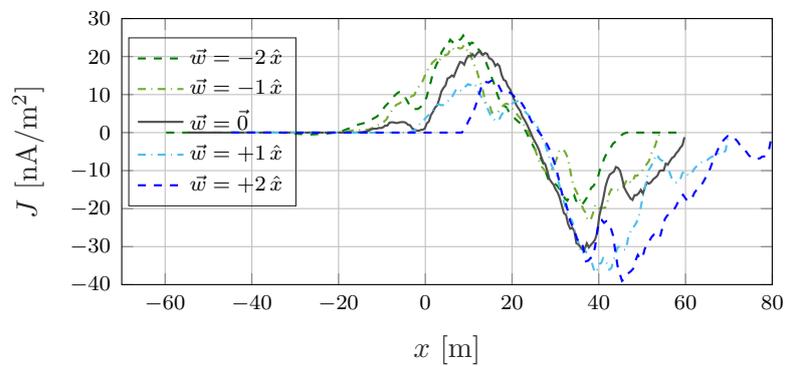


Figura 4.55: Comparação dos perfis de densidade de corrente média no solo para afastamento entre eixos de 50 m, várias condições de vento.

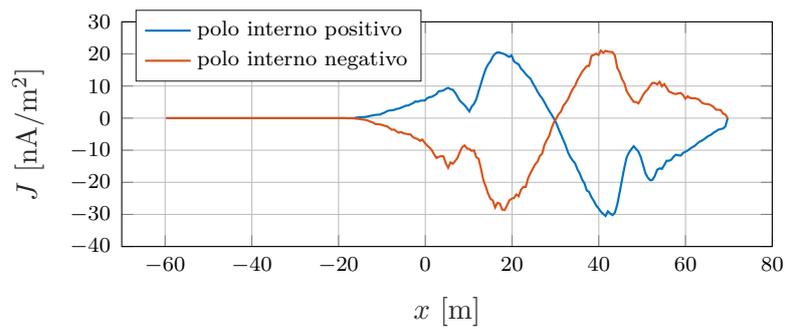


Figura 4.56: Comparação dos perfis de densidade de corrente no solo para distintas posições dos polos.

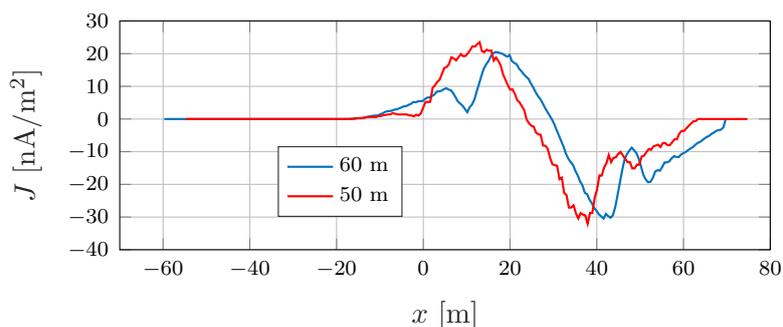


Figura 4.57: Comparação dos perfis de densidade de corrente média no solo para o corredor híbrido com afastamento entre eixos de 50 e 60 m.

Campos superficiais

Os aspectos dos campos superficiais máximos e mínimos das fases nos primeiros instantes de simulação para a configuração sem vento com afastamento de 60 m estão nas Figuras 4.58 e 4.59. São ditos “máximos médios” e “mínimos médios” por serem resultado da média entre os valores máximo e mínimo de cada subcondutor de cada fase, respectivamente. Os ventos simulados resultaram em curvas semelhantes, tornando a exibição dos casos com vento desnecessária.

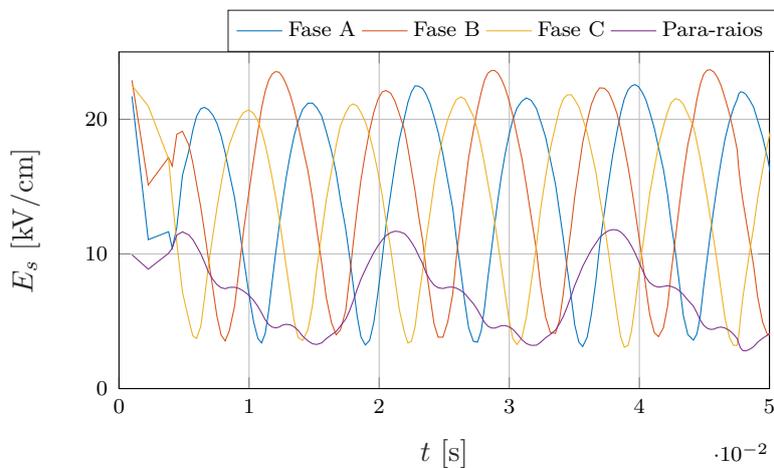


Figura 4.58: Magnitude do campo elétrico superficial máximo médio de cada fase e para-raios da LT CA nas primeiras iterações, afastamento de 60 m, vento nulo.

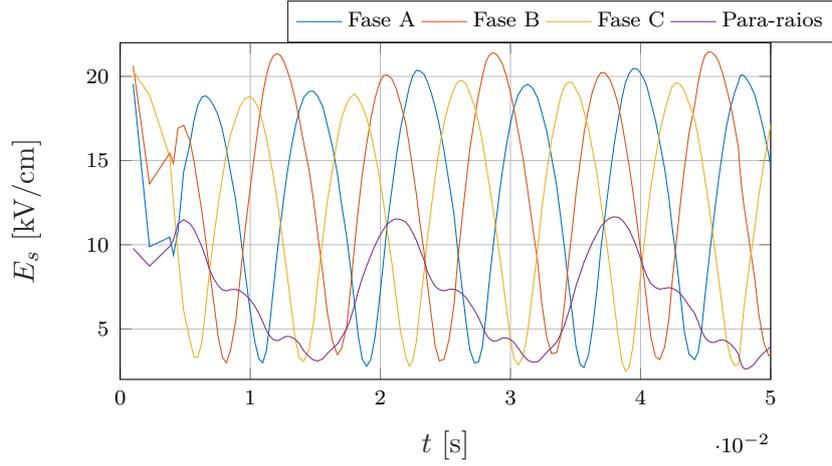


Figura 4.59: Magnitude do campo elétrico superficial mínimo médio de cada fase e para-raios da LT CA nas primeiras iterações.

Devido à componente CA, os campos superficiais nos polos apresentam *ripple* com amplitude média de 0,44 kV/cm no polo positivo e 0,13 kV/cm no polo negativo, como ilustrado nas Figuras 4.60 a 4.62. O vento pouco afeta os campos superficiais após as oscilações iniciais da energização, provocando apenas pequenos incrementos e reduções na magnitude quando no sentido $+\hat{x}$ e $-\hat{x}$, respectivamente, no polo positivo. No polo negativo as variações provocadas pelo vento no regime permanente são inversas às anteriores. Tais deslocamentos são facilmente explicados pela variação do número de cargas espaciais de cada polaridade que se aproximam dos polos nas diferentes condições de vento. No polo positivo, o vento “positivo” diminui a concentração de cargas negativas ao seu redor e o vento “negativo” acentua a concentração. No polo negativo, ocorre o inverso.

Na Figura 4.62 as componentes CA nos gradientes superficiais do polos encontram-se destacadas. Naturalmente, a frequência do sinal corresponde a 60 Hz e este tem maior significância no polo mais próximo da LT CA.

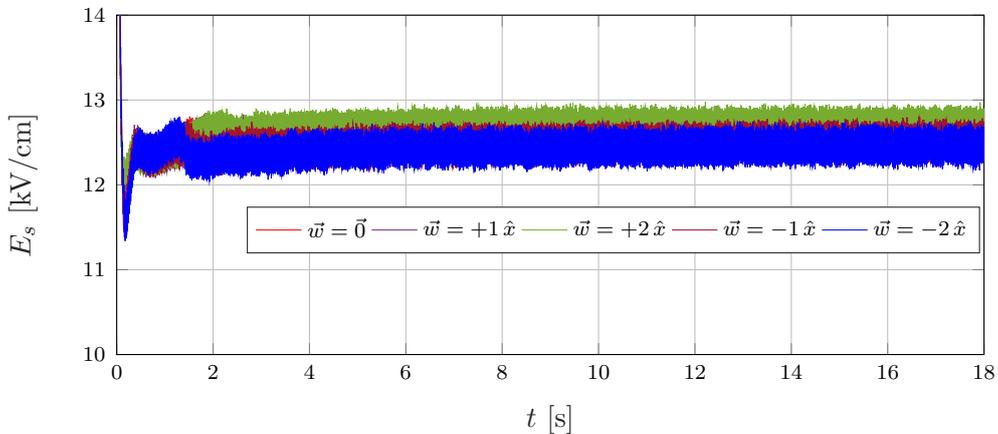


Figura 4.60: Campo superficial máximo médio ao longo do tempo no polo positivo, afastamento de 60 m, para variadas condições de vento (m/s).

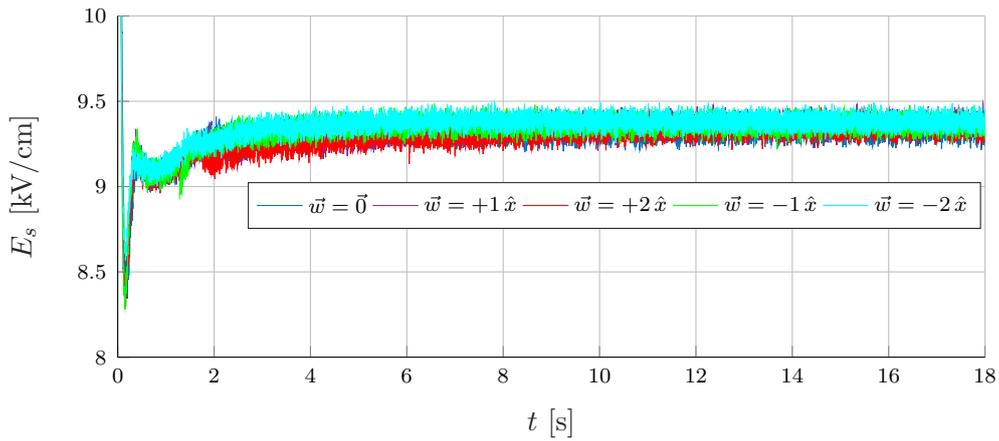


Figura 4.61: Campo superficial máximo médio ao longo do tempo no polo negativo, afastamento de 60 m, para variadas condições de vento (m/s).

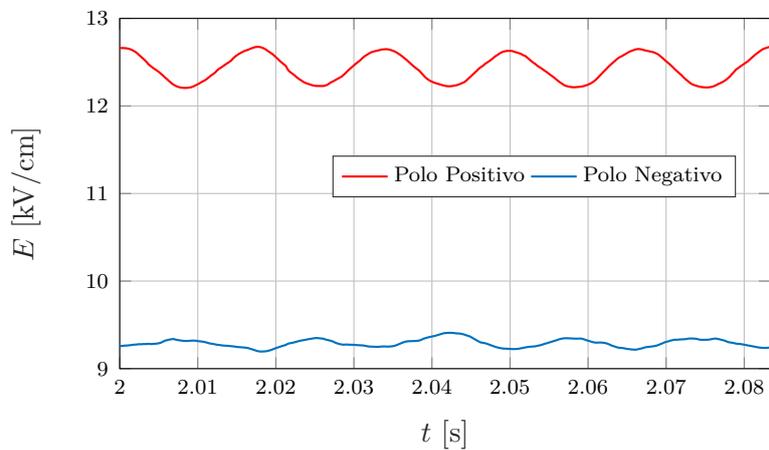


Figura 4.62: Detalhe do sinal CA adicionado ao gradiente superficial dos polos.

Correntes iônicas

As correntes iônicas emitidas pelas fases e para-raios da LT CA e pelos polos e para-raios da LT CC encontram-se nas Figuras 4.63 e 4.64. No caso CC, a elevação inicial deve-se à energização em degrau.

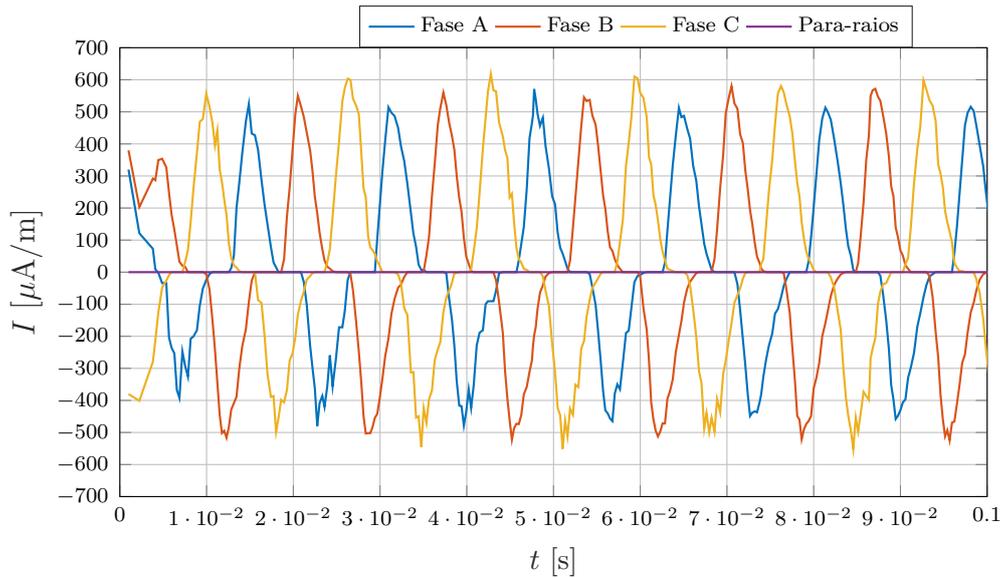


Figura 4.63: Correntes iônicas das fases e dos para-raios da LT CA nas primeiras iterações, afastamento de 60 m.

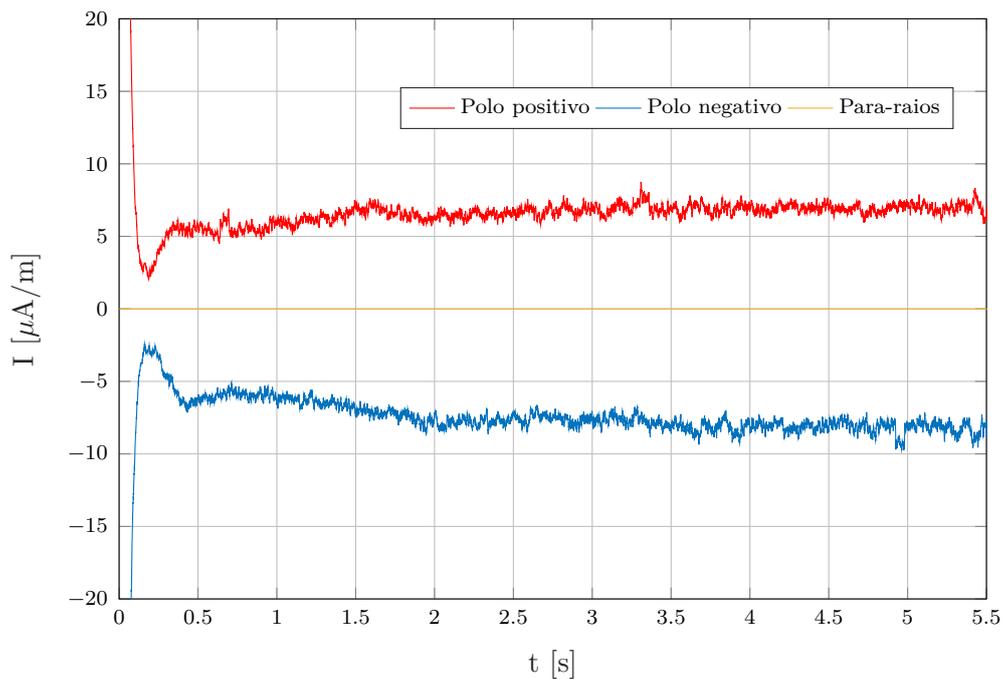


Figura 4.64: Correntes iônicas dos polos dos para-raios da LT CC.

A Tabela 4.5 expõe as magnitudes médias de correntes iônicas nos polos e fases quando as nuvens de cargas espaciais estão estabilizadas.

A LT CA apresenta as correntes de maior intensidade em todos os casos devido ao fator de forma baixo escolhido para as fases desta linha ($m = 0,15$) representativo de uma condição de corona intenso, como ocorre em chuvas fortes. Para os dois afastamentos simulados não há diferença significativa entre as correntes.

As correntes iônicas da LT CC são levemente alteradas pelas diferentes condições de vento e afastamento. A condição de maior perda corona está no último caso, de $\vec{w} = +2 \hat{x}$, afastamento de 50 m, devido ao maior acoplamento iônico entre as linhas. O recebimento pelo polo positivo de cargas negativas originadas da fase C, enquanto o polo negativo recebe mais cargas espaciais positivas do polo vizinho, contribui para a elevação da corrente neste caso.

As correntes iônicas dos cabos para-raios restringem-se à absorção de cargas espaciais. Na LT CC seus valores médios são de baixo valor em relação às correntes dos polos. Já na linha de corrente alternada as correntes iônicas dos para-raios alcançam níveis comparáveis às dos polos, por vezes superando-os. Vê-se que a nuvem de cargas negativas próxima à fase C é um fator de aumento de perdas corona.

Tabela 4.5: Magnitudes das correntes corona.

Afast.	Vento (m/s)	LT CC ($\mu\text{A}/\text{m}$)			LT CA ($\mu\text{A}/\text{m rms}$)			
		PP	PN	PR	FA	FB	FC	PR
60 m	-2	7,4	-6,9	-0,3	490,0	540,0	560,0	20,0
	-1	7,0	-6,6	0,0	460,0	520,0	450,0	5,8
	0	7,1	-7,8	0,4	470,0	520,0	440,0	11,5
	+1	7,0	-7,8	0,7	490,0	570,0	570,0	6,3
	+2	7,2	-8,4	0,8	490,0	540,0	560,0	8,2
50 m	-2	7,7	-7,0	-0,0	490,0	540,0	470,0	5,1
	-1	7,0	-6,8	0,1	480,0	540,0	520,0	11,7
	0	7,2	-7,1	0,3	500,0	560,0	580,0	9,5
	+1	7,3	-7,8	0,7	500,0	560,0	520,0	7,5
	+2	8,0	-9,0	0,8	470,0	500,0	530,0	8,2

Capítulo 5

Conclusões e Trabalhos Futuros

5.1 Principais conclusões

Neste trabalho apresentou-se a aplicação do método *Particle-in-cell* com a finalidade de determinar os perfis de campo elétrico e densidade de corrente iônica no solo, efeitos mútuos e influência do vento na possível configuração de um corredor híbrido para as LTs 500 kV Fernão Dias - Terminal Rio e \pm 800 kV Xingu - Terminal Rio (bipolo 2 de Belo Monte).

- Ao contrário do que diz COBINE (1958); MARUVADA (2000), a recombinação é mais relevante para a eliminação de cargas do que a absorção em relação a linhas em corrente alternada, mesmo para coronas de “baixa intensidade”, ou seja, quando o eletrodo se encontra energizado sob potencial ligeiramente acima do crítico. Os anéis de carga são totalmente eliminados em apenas um ciclo especificamente na condição de corona incipiente. Dependendo do fator de forma, os anéis de carga podem não ser totalmente eliminados no primeiro ciclo após sua geração, provocando acúmulo de cargas espaciais das duas polaridades ao redor do condutor, eventualmente eliminadas por recombinação nos ciclos seguintes.
- A nuvem de cargas espaciais ao redor de feixes CA não é suficiente para alterar de forma relevante o perfil do campo elétrico no solo, confirmando o que é largamente sugerido na literatura para corredores simples. No caso de corredores híbridos, entretanto, várias cargas geradas nos condutores CA, de polaridade oposta à do polo mais próximo, são afastadas do condutor de origem graças à presença do campo CC, criando ulteriormente nuvens iônicas de dimensões não desprezíveis para avaliação do perfil do campo no solo, principalmente na região ao redor da fase mais próxima do polo até este (efeito barreira).
- Apesar de o fenômeno da absorção não ser o mais relevante para eliminação

das cargas espaciais, isto de forma nenhuma quer dizer que a corrente iônica de absorção não tenha significância na corrente corona. Pelo contrário, principalmente no caso CA, ela deve ser levada em consideração nos cálculos de corrente corona e, conseqüentemente, perdas corona.

- Num corredor híbrido, a região entre as LTs é a mais crítica para cálculo do campo elétrico. Nela, tanto o campo CA quanto o CC têm grande influência no perfil de campo e é onde situa-se o ponto de intensidade máxima de campo elétrico nos casos sem vento. Para atendimento do critério de gradiente máximo no solo dentro da faixa de passagem, necessita-se um método numérico como o **CORONAPIC** para que não apenas as cargas espaciais sejam contabilizadas, mas também a influência mútua entre as LTs. Fora desta região crítica, entre o limite da faixa de passagem mais próximo da LT CA e sua fase mais externa, assim como entre o limite da faixa de passagem mais próximo da LT CC e seu polo mais externo, o campo híbrido coincide com o CA e o CC, nesta ordem. Logo, para avaliação do campo no limite da faixa de passagem, a desconsideração de uma das linhas é uma ótima aproximação.
- Para os perfis de campo elétrico e densidade de corrente, o vento tem grande influência tanto nos valores máximos destes dentro quanto no limite da faixa de passagem mais próximo à LT CC. Na borda da faixa mais próxima à LT CA não há corrente iônica no solo e as cargas espaciais pouco influenciam graças ao efeito barreira.
- Os resultados do **CORONAPIC** são sensíveis não apenas ao campo crítico mas também ao comportamento da curva de geração I vs E_s . Com a atual é possível bons resultados de efeitos de campo para corredores com linhas UAT, em razão da curva da Figura 3.3 ter sido obtida de um condutor com diâmetro similar aos empregados neste nível de tensão. Por esta razão, os resultados das simulações para uma configuração laboratorial, em que os condutores eram capilares metálicos, afastaram-se significativamente do esperado. Na comparação com as simulações de GUILLOD *et al.* (2014), os aspectos das curvas dos perfis, assim como as abscissas dos pontos de máxima magnitude foram coerentes. As diferenças entre as magnitudes das curvas podem estar relacionadas com a curva de geração usada. São necessários mais estudos para total compreensão desta diferença em particular.
- A nuvem iônica que se expande da fase C ao polo central manifesta um “efeito barreira” no corredor híbrido, conforme previsto na literatura, que dificulta a propagação de íons originados nos polos à região do solo abaixo da LT CA, limitando o acréscimo de intensidade de campo no mesmo local. Esta mesma

nuvem também é fonte de perdas coronas consideráveis, pois parte das cargas são absorvidas pelos para-raios da linha CA.

5.2 Trabalhos futuros

No que concerne a *software*, nesta dissertação encerrou-se a fase de prototipagem do programa **CORONAPIC**. Os próximos passos incluem a migração do código para linguagens de programação de baixo nível, como C/C++, objetivando a redução dos tempos de simulação. Ademais, utilizar-se-á a plataforma de programação CUDA® com a finalidade de se empregar computação paralela através dos núcleos de placas de vídeo, que traz a possibilidade de expansão do modelo para três dimensões.

Ensaio em gaiolas corona para obtenção de curvas de geração de cabos diversos estão em fase de planejamento. Com os dados experimentais espera-se obter a validação do **CORONAPIC** para dados de ensaios laboratoriais.

Novos espaçamentos entre LTs de corredores híbridos podem ser analisados, possibilitando a análise de um espectro mais extenso de perfis de campo e densidade de corrente no solo.

Com a tendência de implantação de novas LTs CC no sistema elétrico brasileiro, o método PIC pode ser aplicado em configurações CC de dois circuitos na mesma torre, assim como na análise de faixas de passagem compartilhadas por duas ou mais LTs CC.

Por fim, futuramente o modelo pode ser adaptado com objetivo de modelar fenômenos transitórios envolvendo corona, como, por exemplo, descargas atmosféricas em cabos para-raios. O método numérico FDTD (*Finite-difference time-domain*), bastante utilizado neste tipo de modelagem, pode ser incorporado no *Particle-in-cell* para essa finalidade.

Referências Bibliográficas

- ABD-ALLAH, M. A., ALGHAMDI, A. S., 2001, “Ion trajectories and corona effects at converting one circuit of a double circuit AC line to DC”. In: *2001 Power Engineering Society Summer Meeting. Conference Proceedings (Cat. No.01CH37262)*, v. 3, pp. 1749–1753 vol.3, July. doi: 10.1109/PESS.2001.970340.
- ABDEL-SALAM, M., SHAMLOUL, D., 1988, “Computation of ion-flow fields of AC coronating wires by charge simulation technique”. In: *Conference Record of the 1988 IEEE Industry Applications Society Annual Meeting*, pp. 1677–1683 vol.2, Oct. doi: 10.1109/IAS.1988.25284.
- ABDEL-SALAM, M., SHAMLOUL, D., 1989, “Corona power loss calculation for three-phase transmission lines”. In: *Conference Record of the IEEE Industry Applications Society Annual Meeting*, pp. 2021–2027 vol.2, Oct. doi: 10.1109/IAS.1989.96918.
- ARRUDA, C. K. C., 2012, *Modelagem de efeito coroa em linhas de transmissão em corrente contínua*. Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil, mar.
- ARRUDA, C., OLIVEIRA, F., LIMA, A. C. S., 2017, “Avaliação de Campos Elétricos de Linhas CCAT Utilizando Métodos de Partículas”. In: *Encuentro Regional Iberoamericano de Cigre - XVII ERIAC*. CIGRE, maio.
- ARRUDA, C. K., LIMA, A. C., 2015, “Corona modeling in HVDC transmission lines based on a modified particle-in-cell approach”, *Electric Power Systems Research*, v. 125 (ago.), pp. 91–99. ISSN: 03787796. doi: 10.1016/j.eprsr.2015.03.028. Disponível em: <<http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0378779615000954>>.
- BIRDSALL, C. K., LANGDON, A. B., 2004, *Plasma Physics via Computer Simulation*. CRC Press. ISBN: 978-0-7503-1025-3. Google-Books-ID: S2lqgDTm6a4C.

- BIRDSALL, C. K., FUSS, D., 1969, “Clouds-in-clouds, clouds-in-cells physics for many-body plasma simulation”, *Journal of Computational Physics*, v. 3, n. 4, pp. 494 – 511. ISSN: 0021-9991. doi: [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(69\)90058-8](https://doi.org/10.1016/0021-9991(69)90058-8). Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0021999169900588>>.
- BMTE, 2017. “Primeiro bipolo de transmissão de ± 800 kV UHVDC entra em operação com dois meses de antecedência”. web, dez. Disponível em: <<http://www.bmte.com.br/primeiro-bipolo-de-transmissao-de-%C2%B1800-kv-uhvdc-entra-em-operacao-com-dois-meses-de-antecedencia/>>.
- BORIS, J., LANDSBERG, A., ORAN, E., et al., 1993, *LCPFCT-A Flux-Corrected Transport Algorithm for Solving Generalized Continuity Equations*. Relatório técnico. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=mqjKDAEACAAJ>>.
- CHANG, J., KELLY, A., CROWLEY, J., 1995, *Handbook of Electrostatic Processes*. Taylor & Francis. ISBN: 9781420066166. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=1XY117rmYeYC>>.
- CHARTIER, V. L., SARKINEN, S. H., STEARNS, R. D., et al., 1981, “Investigation of Corona and Field Effects of AC/DC Hybrid Transmission Lines”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. PAS-100, n. 1 (Jan), pp. 72–80. ISSN: 0018-9510. doi: 10.1109/TPAS.1981.316889.
- CHEN, F., 2015, *Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion*. Springer International Publishing. ISBN: 9783319223094. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=mFg-CwAAQBAJ>>.
- CLADE, J. J., GARY, C. H., LEFEVRE, C. A., 1969, “Calculation of Corona Losses Beyond the Critical Gradient in Alternating Voltage”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. PAS-88, n. 5 (May), pp. 695–703. ISSN: 0018-9510. doi: 10.1109/TPAS.1969.292359.
- CLADÉ, J. J., GARY, C. H., 1970a, “Predetermination of Corona Losses Under Rain: Experimental Interpreting and Checking of a Method to Calculate Corona Losses”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. PAS-89, n. 5 (May), pp. 853–860. ISSN: 0018-9510. doi: 10.1109/TPAS.1970.292648.
- CLADÉ, J. J., GARY, C. H., 1970b, “Predetermination of Corona Losses Under Rain: Influence of Rain Intensity and Utilization of a Universal Chart”,

- IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. PAS-89, n. 6 (July), pp. 1179–1185. ISSN: 0018-9510. doi: 10.1109/TPAS.1970.292729.
- COBINE, J., 1958, *Gaseous Conductors: Theory and Engineering Applications*. Dover Publications. Dover. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=g4Y1NAEACAAJ>>.
- CORREIA DE BARROS, M. T., 1985, *Efeito Coroa em Linhas de Transporte de Energia*. Tese de doutorado, Instituto Superior Técnico.
- DAWSON, J. M., 1983, “Particle simulation of plasmas”, *Rev. Mod. Phys.*, v. 55 (Apr), pp. 403–447. doi: 10.1103/RevModPhys.55.403. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.55.403>>.
- DE JESUS, C., CORREIA DE BARROS, M. T., 1994, “Modelling of corona dynamics for surge propagation studies”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 9, n. 3 (Jul), pp. 1564–1569. ISSN: 0885-8977. doi: 10.1109/61.311209.
- DEUTSCH, W., 1933, “Über die Dichteverteilung unipolarer Ionenströme”, *Annalen der Physik*, v. 408, pp. 588–612. doi: 10.1002/andp.19334080508.
- EPE, 2018. “Web Map EPE”. web.
- EPRI, 2005, *EPRI AC Transmission Line Reference Book: 200 KV and Above, Third Edition*. Electric Power Research Institute. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=B7mhGwaACAAJ>>.
- EVANS, L., 2010, *Partial Differential Equations*. Graduate studies in mathematics. American Mathematical Society. ISBN: 9780821849743. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=Xnu0o_EJrCQC>.
- EYMARD, R., GALLOUËT, T., HERBIN, R., 2000, “Finite volume methods”. In: *Solution of Equation in n (Part 3), Techniques of Scientific Computing (Part 3)*, v. 7, *Handbook of Numerical Analysis*, Elsevier, pp. 713 – 1018. doi: [https://doi.org/10.1016/S1570-8659\(00\)07005-8](https://doi.org/10.1016/S1570-8659(00)07005-8). Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1570865900070058>>.
- FURNAS, 2015, *Empreendimento Linhta de Transmissão em 500 kV Terminal Rio - Fernão Dias*. Relatório r2, FURNAS, mar.
- GARY, C., MOREAU, M., 1976, *L’effet de couronne en tension alternative: pertes et perturbations radioélectriques engendrées par les lignes de transport*

d'énergie électrique. Collection de la Direction des études et recherches d'Électricité de France. Eyrolles. ISBN: 9782212015539. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=d1uHOQAACAAJ>>.

GRIFFITHS, D. F., STUART, A. M., YEE, H. C., 1992, “Numerical Wave Propagation in an Advection Equation with a Nonlinear Source Term”, *SIAM Journal on Numerical Analysis*, v. 29, n. 5, pp. 1244–1260. ISSN: 00361429. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/2158042>>.

GUILLOD, T., PFEIFFER, M., FRANCK, C. M., 2014, “Improved Coupled Ion-Flow Field Calculation Method for AC/DC Hybrid Overhead Power Lines”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 29, n. 6 (Dec), pp. 2493–2501. ISSN: 0885-8977. doi: 10.1109/TPWRD.2014.2322052.

HERMSTEIN, W., 1960, “Die Stromfaden-Entladung und ihr Übergang in das Glimmen”, v. 45 (03), pp. 209–224.

HIRSH, M., OSKAM, H., 1978, *Gaseous Electronics: Electrical discharges*. Gaseous Electronics. Academic Press. ISBN: 9780123497017. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=UHR5AAAAIAAJ>>.

HOCKNEY, R., EASTWOOD, J., 1988, *Computer Simulation Using Particles*. CRC Press. ISBN: 9781439822050. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=nTOFkmcQuIC>>.

HUDSON, J., 1998, *Numerical Techniques for Conservation Laws with Source Terms*. Tese de Mestrado, University of Reading.

ICNIRP, 1998, “Guidelines for limiting exposure to time-varying electric, magnetic, and electromagnetic fields (up to 300 GHz)”, *Health Physics*, v. 74, n. 4, pp. 494–521. ISSN: 0017-9078.

ICNIRP, 2010, “ICNIRP Guidelines for limiting exposure to time-varying electric and magnetic fields (1 Hz to 100 kHz).” v. 99 (01).

IEEE, 2002, “IEEE Standard for Safety Levels With Respect to Human Exposure to Electromagnetic Fields, 0-3 kHz”, *IEEE Std C95.6-2002*, (Oct), pp. 1–0. doi: 10.1109/IEEESTD.2002.94143.

IEEE, 2005, “IEEE Standard Definitions of Terms Relating to Corona and Field Effects of Overhead Power Lines”, *IEEE Std 539-2005 (Revision of IEEE Std 539-1990)*, pp. 1–41. doi: 10.1109/IEEESTD.2005.96468.

- IJUMBA, N. M., LEKGANYANE, M. J., BRITTEN, A. C., 2007, “Comparative studies of DC corona losses in a corona cage and a point-plane gap”. In: *AFRICON 2007*, pp. 1–7, Sept. doi: 10.1109/AFRCON.2007.4401633.
- INOUE, A., 1985, “Propagation Analysis of Overvoltage Surges with Corona Based Upon Charge Versus Voltage Curve”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. PAS-104, n. 3 (March), pp. 655–662. ISSN: 0018-9510. doi: 10.1109/TPAS.1985.319001.
- JACKSON, J., 1975, *Classical electrodynamics*. Wiley. ISBN: 9780471431329. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=_7rvAAAAMAAJ>.
- JIN, J.-M., 2014, *The finite element method in electromagnetics*. Third edition ed. Hoboken. New Jersey, John Wiley & Sons Inc. ISBN: 978-1-118-57136-1.
- KAPTSOV, N. A., 1950, *Élektricheskie yavleniya gazakh i vakuume*. Gostekhizdat.
- LATTARULO, F., AMORUSO, V., 2014, *Filamentary Ion Flow: Theory and Experiments*. Wiley. ISBN: 9781118168127. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=frPQAgAAQBAJ>>.
- LEKGANYANE, M. J., IJUMBA, N. M., BRITTEN, A. C., 2007, “A comparative study of space charge effects on corona current using an indoor corona cage and a monopolar test line”. In: *2007 IEEE Power Engineering Society Conference and Exposition in Africa - PowerAfrica*, pp. 1–6, July. doi: 10.1109/PESAfr.2007.4498035.
- LEVEQUE, R. J., YEE, H. C., 1990, “A Study of Numerical Methods for Hyperbolic Conservation Laws with Stiff Source Terms”, *J. Comput. Phys.*, v. 86, n. 1 (jan.), pp. 187–210. ISSN: 0021-9991. doi: 10.1016/0021-9991(90)90097-K. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1016/0021-9991\(90\)90097-K](http://dx.doi.org/10.1016/0021-9991(90)90097-K)>.
- LEVEQUE, R., 2007, *Finite Difference Methods for Ordinary and Partial Differential Equations: Steady-State and Time-Dependent Problems (Classics in Applied Mathematics Classics in Applied Mathemat)*. Philadelphia, PA, USA, Society for Industrial and Applied Mathematics. ISBN: 0898716292, 9780898716290.
- LI, W., ZHANG, B., HE, J., et al., 2009, “Calculation of the ion flow field of AC-DC hybrid transmission lines”, *IET Generation, Transmission Distribution*, v. 3, n. 10 (October), pp. 911–918. ISSN: 1751-8687. doi: 10.1049/iet-gtd.2009.0020.

- LOEB, L., 1955, *Basic Processes of Gaseous Electronics*. University of California Press. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=KSo6AQAATAAJ>>.
- LOEB, L., 1965, *Electrical Coronas, Their Basic Physical Mechanisms*. University of California Press. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=xdJEAAAAIAAJ>>.
- MALIK, N. H., 1989, “A review of the charge simulation method and its applications”, *IEEE Transactions on Electrical Insulation*, v. 24, n. 1 (fev.), pp. 3–20. ISSN: 0018-9367. doi: 10.1109/14.19861.
- MARUVADA, P. S., 2012, “Electric Field and Ion Current Environment of HVdc Transmission Lines: Comparison of Calculations and Measurements”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 27, n. 1 (Jan), pp. 401–410. ISSN: 0885-8977. doi: 10.1109/TPWRD.2011.2172003.
- MARUVADA, P. S., DROGI, S., 1988, “Field and ion interactions of hybrid AC/DC transmission lines”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 3, n. 3 (Jul), pp. 1165–1172. ISSN: 0885-8977. doi: 10.1109/61.193899.
- MARUVADA, P., 2000, *Corona Performance of High-voltage Transmission Lines*. Electronic & electrical engineering research studies. 3. Research Studies Press. ISBN: 9780863802546. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=80VSAAAAMAAJ>>.
- MORROW, R., 1985, “Theory of negative corona in oxygen”, *Phys. Rev. A*, v. 32 (Sep), pp. 1799–1809. doi: 10.1103/PhysRevA.32.1799. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.32.1799>>.
- MORROW, R., LOWKE, J. J., 1997, “Streamer propagation in air”, *Journal of Physics D: Applied Physics*, v. 30, n. 4, pp. 614. Disponível em: <<http://stacks.iop.org/0022-3727/30/i=4/a=017>>.
- OTTO, A. J., 2009, *Direct current conductor corona modelling and metrology*. Thesis, Stellenbosch : University of Stellenbosch, dez. Disponível em: <<http://scholar.sun.ac.za/handle/10019.1/1497>>.
- PATANKAR, S. V., 1980, *Numerical heat transfer and fluid flow*. Series on Computational Methods in Mechanics and Thermal Science. Hemisphere Publishing Corporation (CRC Press, Taylor & Francis Group). ISBN: 978-0891165224. Disponível em: <<http://www.crcpress.com/product/isbn/9780891165224>>.

- PEDERSEN, A., 1989, “On the electrical breakdown of gaseous dielectrics-an engineering approach”, *IEEE Transactions on Electrical Insulation*, v. 24, n. 5 (Oct), pp. 721–739. ISSN: 0018-9367. doi: 10.1109/14.42156.
- PEEK, F., 1929, *Dielectric Phenomena in High-voltage Engineering*. McGraw-Hill Book Company, Incorporated. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=CZdRAAAAMAAJ>>.
- POPKOV, V. I., 1949, “On the Theory of Unipolar DC Corona”, *Elektrichestvo*, , n. 1, pp. 33–48. NRC Tech. Transl. TT-1093.
- PORTELA, C. M., SANTIAGO, N. H. C., 1991, “Modelagem do Efeito Coroa em Linhas de Transmissão considerando interação entre fases ou pólos e cabos pára-raios”. CIGRÉ.
- PORTELA, C., 1989, “Curso sobre Estações Conversoras e Transmissão em Corrente Contínua”. .
- QIN, B. L., SHENG, J. N., YAN, Z., et al., 1988, “Accurate calculation of ion flow field under HVDC bipolar transmission lines”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 3, n. 1 (Jan), pp. 368–376. ISSN: 0885-8977. doi: 10.1109/61.4266.
- QIN, B.-L., PEDROW, P. D., 1994, “Particle-in-cell simulation of bipolar dc corona”, *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, v. 1, n. 6 (dez.), pp. 1104–1118. ISSN: 1070-9878. doi: 10.1109/94.368652.
- RAIZER, Y., 1991, *Gas Discharge Physics*. Springer-Verlag. ISBN: 9783540194620. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=i8LvAAAAMAAJ>>.
- REIS, A. L. E., 2015, “Determinação da intensidade do campo elétrico e magnético de linhas de transmissão de alta tensão utilizando o método dos elementos finitos”, .
- RICKARD, D. A., DUPUY, J., WATERS, R. T., 1991, “Verification of an alternating current corona model for use as a current transmission line design aid”, *IEE Proceedings A - Science, Measurement and Technology*, v. 138, n. 5 (Sept), pp. 250–258. ISSN: 0960-7641. doi: 10.1049/ip-a-3.1991.0036.
- RICKARD, D. A., ELAYYAN, H. S. B., HADDAD, A., et al., 1994, “Corona space charge development for combined alternating and direct voltage excitation”, *IEE Proceedings - Science, Measurement and Technology*, v. 141, n. 6 (Nov), pp. 441–448. ISSN: 1350-2344. doi: 10.1049/ip-smt:19941341.

- ROTH, J., 1995, *Industrial Plasma Engineering: Volume 1: Principles*. Industrial Plasma Engineering. CRC Press. ISBN: 9781420050868. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=woaMsQyfUDEC>>.
- SAAD, Y., SCHULTZ, M. H., 1986, “GMRES: A Generalized Minimal Residual Algorithm for Solving Nonsymmetric Linear Systems”, *SIAM J. Sci. Stat. Comput.*, v. 7, n. 3 (jul.), pp. 856–869. ISSN: 0196-5204. doi: 10.1137/0907058. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1137/0907058>>.
- SALIH, A., 2016. “Method of Characteristics”. Indian Institute of Space Science and Technology - Department of Aerospace Engineering - Notas de aula, jul. Disponível em: <https://www.iist.ac.in/sites/default/files/people/IN08026/MoC_0.pdf>.
- SARMA, M. P., JANISCHEWSKYJ, W., 1969a, “D.C. corona on smooth conductors in air. Steady-state analysis of the ionisation layer”, *Electrical Engineers, Proceedings of the Institution of*, v. 116, n. 1 (January), pp. 161–166. ISSN: 0020-3270. doi: 10.1049/piee.1969.0034.
- SARMA, M. P., JANISCHEWSKYJ, W., 1969b, “Analysis of Corona Losses on DC Transmission Lines: I - Unipolar Lines”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. PAS-88, n. 5 (May), pp. 718–731. ISSN: 0018-9510. doi: 10.1109/TPAS.1969.292362.
- SARMA, M. P., JANISCHEWSKYJ, W., 1969c, “Analysis of Corona Losses on DC Transmission Lines Part II - Bipolar Lines”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. PAS-88, n. 10 (Oct), pp. 1476–1491. ISSN: 0018-9510. doi: 10.1109/TPAS.1969.292276.
- SCHÄFER, M., 2006, *Computational Engineering - Introduction to Numerical Methods*. Secaucus, NJ, USA, Springer-Verlag New York, Inc. ISBN: 3540306854.
- SCHRIEBER, R. R., WILLIES, H. L., PHILIPS, E., 1997, *Electrical Insulation in Power Systems*. Power Engineering (Willis). Taylor & Francis. ISBN: 9780824701062. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=MhaA3FmK9hUC>>.
- SHU, Y., LIU, Z., GAO, L., et al., 2006, “A preliminary exploration for design of \$pm 800 rm kV\$ UHVDC project with transmission capacity of 6400 MW”, *Power Syst. Technol.*, v. 30, n. 1 (jan), pp. 1–8.

- SINGER, H., STEINBIGLER, H., WEISS, P., 1974, “A Charge Simulation Method for the Calculation of High Voltage Fields”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. PAS-93, n. 5 (set.), pp. 1660–1668. ISSN: 0018-9510. doi: 10.1109/TPAS.1974.293898. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=4075532>>.
- STRAUMANN, U., FRANCK, C. M., 2013, “Ion-Flow Field Calculations of AC/DC Hybrid Transmission Lines”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 28, n. 1 (Jan), pp. 294–302. ISSN: 0885-8977. doi: 10.1109/TPWRD.2012.2214793.
- STRAUSS, W., 2007, *Partial Differential Equations: An Introduction*. Wiley. ISBN: 9780470054567. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=PihAPwAACAAJ>>.
- THOMAS, J., 1995, *Numerical partial differential equations finite difference methods texts in applied mathematics*. New York: Springer.
- THOMAS, J., 1999, *Numerical Partial Differential Equations - Conservation Laws and Elliptic Equations*, v. 33, *Texts in Applied Mathematics*. Springer-Verlag New York. doi: 10.1007/978-1-4612-0569-2.
- TORO, E., 2009, “Notions on Hyperbolic Partial Differential Equations”. In: *Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics: A Practical Introduction*, Springer Berlin Heidelberg, cap. 2, pp. 41–86. ISBN: 9783540498346. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=SqEjX0um8o0C>>.
- TOWNSEND, J., 1910, *The Theory of Ionization of Gases by Collision*. Constable, Limited. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=nix0vgAACAAJ>>.
- TREFETHEN, L., 1996, *Finite Difference and Spectral Methods for Ordinary and Partial Differential Equations*. The author. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=KFDnJAAACAAJ>>.
- TRICHEL, G. W., 1938, “The Mechanism of the Negative Point to Plane Corona Near Onset”, *Phys. Rev.*, v. 54 (Dec), pp. 1078–1084. doi: 10.1103/PhysRev.54.1078. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.54.1078>>.

- TRINH, N. G., 1995, “Partial discharge XIX: discharge in air part I: physical mechanisms”, *IEEE Electrical Insulation Magazine*, v. 11, n. 2 (March), pp. 23–29. ISSN: 0883-7554. doi: 10.1109/MEI.1995.1025997.
- VERSTEEG, H., MALALASEKERA, W., 2007, *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method*. Pearson Education Limited. ISBN: 9780131274983. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=RvBZ-UMpGzIC>>.
- WANG, Z., LU, T., LI, X., 2014, “Predictive analysis of ion flow field at the ground level under HVAC and HVDC hybrid transmission lines”. In: *2014 IEEE Conference on Electrical Insulation and Dielectric Phenomena (CEIDP)*, pp. 526–529, Oct. doi: 10.1109/CEIDP.2014.6995756.
- WHITEHEAD, J. B., 1929, “High Voltage Corona”. In: *International Critical Tables of Numerical Data, Physics, Chemistry and Technology*, v. 6, National Research Council.
- WILLCOX, K., WANG, Q., 2014. “Computational Methods in Aerospace Engineering”. Massachusetts Institute of Technology - MIT OpenCourseWare, Spring. Disponível em: <<https://ocw.mit.edu>>.
- WILLIS, C. H., 1927, “Space Charge and Current in Alternating Corona”, *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, v. XLVI (Jan), pp. 271–288. ISSN: 0096-3860. doi: 10.1109/T-AIEE.1927.5061359.
- YANG, P., CHEN, S., HE, J., 2013, “Lightning Impulse Corona Characteristic of 1000-kV UHV Transmission Lines and Its Influences on Lightning Over-voltage Analysis Results”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 28, n. 4 (Oct), pp. 2518–2525. ISSN: 0885-8977. doi: 10.1109/TPWRD.2013.2278120.
- YANG, Y., LU, J., LEI, Y., 2008, “A Calculation Method for the Electric Field Under Double-Circuit HVDC Transmission Lines”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 23, n. 4 (Oct), pp. 1736–1742. ISSN: 0885-8977. doi: 10.1109/TPWRD.2008.923051.
- YANG, Y., LU, J., LEI, Y., 2010, “A Calculation Method for the Hybrid Electric Field Under UHVAC and UHVDC Transmission Lines in the Same Corridor”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 25, n. 2 (April), pp. 1146–1153. ISSN: 0885-8977. doi: 10.1109/TPWRD.2009.2036359.

- YIN, H., HE, J., ZHANG, B., et al., 2011, “Finite Volume-Based Approach for the Hybrid Ion-Flow Field of UHVAC and UHVDC Transmission Lines in Parallel”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 26, n. 4 (Oct), pp. 2809–2820. ISSN: 0885-8977. doi: 10.1109/TPWRD.2011.2165344.
- ZHAO, T., SEBO, S. A., KASTEN, D. G., 1996, “Calculation of single phase AC and monopolar DC hybrid corona effects”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 11, n. 3 (Jul), pp. 1454–1463. ISSN: 0885-8977. doi: 10.1109/61.517504.
- ZHAO, T., ILLAN, J., COHOL, J. M., et al., 1994, “Design, construction and utilization of a new reduced-scale model for the study of hybrid (AC and DC) line corona”. In: *Proceedings of IEEE/PES Transmission and Distribution Conference*, pp. 239–245, Apr. doi: 10.1109/TDC.1994.328387.
- ZHOU, X., CUI, X., LU, T., et al., 2012, “A Time-Efficient Method for the Simulation of Ion Flow Field of the AC-DC Hybrid Transmission Lines”, *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 48, n. 2 (Feb), pp. 731–734. ISSN: 0018-9464. doi: 10.1109/TMAG.2011.2171924.
- ZHOU, X., CUI, X., LU, T., et al., 2013, “Shielding Effect of HVAC Transmission Lines on the Ion-Flow Field of HVDC Transmission Lines”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 28, n. 2 (April), pp. 1094–1102. ISSN: 0885-8977. doi: 10.1109/TPWRD.2012.2225450.

Apêndice A

Dados das simulações

Tabela A.1: LT monofásica

Número de iterações	3600
Tempo de simulação	146.12 s
Tempo virtual de simulação	2,0 s
Malha	80 x 160 células, $H_x = 0,12$ m, $H_y = 0,12$ m
Número final de partículas	3868
Carga unitária de geração	1,0 nC/m

Tabela A.2: LT 500 kV Gurupi-Miracema 1 (Tronco Norte-Sul I)

Número de iterações	700
Tempo de simulação	0.2 h
Tempo virtual de simulação	0,198 s
Malha	100 x 70 células, $H_x = 0,80$ m, $H_y = 0,57$ m
Número final de partículas	5973
Carga unitária de geração	1,5 nC/m

Tabela A.3: Simulação (ZHAO *et al.*, 1994) no CORONAPIC

Número de iterações	280200
Tempo de simulação	18.1 h
Tempo virtual de simulação	23,350 s
Malha	50 x 20 células, $H_x = 0,07$ m, $H_y = 0,05$ m
Número final de partículas	1590
Carga unitária de geração	1,0 nC/m

Tabela A.4: Simulação (WANG *et al.*, 2014) e (YIN *et al.*, 2011) no CORONAPIC

Número de iterações	37500
Tempo de simulação	70.4 h
Tempo virtual de simulação	9,183 s
Malha	110 x 60 células, $H_x = 1,5$ m, $H_y = 0,86$ m
Número final de partículas	26358
Carga unitária de geração	5,0 nC/m

Tabela A.5: Simulação (YANG *et al.*, 2010) no CORONAPIC

Número de iterações	50900
Tempo de simulação	174.7 h
Tempo virtual de simulação	11,837 s
Malha	110 x 70 células, $H_x = 1,3$ m, $H_y = 0,86$ m
Número final de partículas	29076
Carga unitária de geração	5,0 nC/m

Tabela A.6: Bipolo Xingu - T. Rio

Número de iterações	57900
Tempo de simulação	46.8 h
Tempo virtual de simulação	26,474 s
Malha	110 x 70 células, $H_x = 1,1$ m, $H_y = 0,64$ m
Número final de partículas	10828
Carga unitária de geração	2,5 nC/m

Tabela A.7: Corredor híbrido Xingu - T. Rio, afastamento 60 m, $\vec{w} = \vec{0}$

Número de iterações	109800
Tempo de simulação	453.1 h
Tempo virtual de simulação	35,6355 s
Malha	120 x 60 células, $H_x = 1,1$ m, $H_y = 0,75$ m
Número final de partículas	22739
Carga unitária de geração	5 nC/m

Tabela A.8: Corredor híbrido Xingu - T. Rio, afastamento 60 m, $\vec{w} = +1 \hat{x}$

Número de iterações	112200
Tempo de simulação	487.2 h
Tempo virtual de simulação	26,190 s
Malha	120 x 60, $H_x = 1$ m, $H_y = 0,75$ m
Número final de partículas	25303
Carga unitária de geração	5 nC/m

Tabela A.9: Corredor híbrido Xingu - T. Rio, afastamento 60 m, $\vec{w} = +2 \hat{x}$

Número de iterações	88100
Tempo de simulação	452.8 h
Tempo virtual de simulação	21,602 s
Malha	120 x 60, $H_x = 1,1$ m, $H_y = 0,75$ m
Número final de partículas	32136
Carga unitária de geração	5 nC/m

Tabela A.10: Corredor híbrido Xingu - T. Rio, afastamento 60 m, $\vec{w} = -1 \hat{x}$

Número de iterações	90400
Tempo de simulação	318.2 h
Tempo virtual de simulação	19,628 s
Malha	120 x 60, $H_x = 1$ m, $H_y = 0,75$ m
Número final de partículas	28393
Carga unitária de geração	5 nC/m

Tabela A.11: Corredor híbrido Xingu - T. Rio, afastamento 60 m, $\vec{w} = -2 \hat{x}$

Número de iterações	94000
Tempo de simulação	339.5 h
Tempo virtual de simulação	16,676 s
Malha	120 x 60, $H_x = 1,1$ m, $H_y = 0,75$ m
Número final de partículas	35806
Carga unitária de geração	5 nC/m

Tabela A.12: Corredor híbrido Xingu - T. Rio, afastamento 50 m, $\vec{w} = \vec{0}$

Número de iterações	115500
Tempo de simulação	310.1 h
Tempo virtual de simulação	26,634 s
Malha	120 x 60, $H_x = 0,96$ m, $H_y = 0,75$ m
Número final de partículas	23572
Carga unitária de geração	5 nC/m

Tabela A.13: Corredor híbrido Xingu - T. Rio, afastamento 50 m, $\vec{w} = +1 \hat{x}$

Número de iterações	87000
Tempo de simulação	320.8 h
Tempo virtual de simulação	20,494 s
Malha	120 x 60, $H_x = 0,96$ m, $H_y = 0,75$ m
Número final de partículas	25257
Carga unitária de geração	5 nC/m

Tabela A.14: Corredor híbrido Xingu - T. Rio, afastamento 50 m, $\vec{w} = +2 \hat{x}$

Número de iterações	52500
Tempo de simulação	226.3 h
Tempo virtual de simulação	13,695 s
Malha	120 x 60, $H_x = 1$ m, $H_y = 0,75$ m
Número final de partículas	31246
Carga unitária de geração	5 nC/m

Tabela A.15: Corredor híbrido Xingu - T. Rio, afastamento 50 m, $\vec{w} = -1 \hat{x}$

Número de iterações	82500
Tempo de simulação	323.0 h
Tempo virtual de simulação	18,230 s
Malha	120 x 60, $H_x = 0,92$ m, $H_y = 0,75$ m
Número final de partículas	29468
Carga unitária de geração	5 nC/m

Tabela A.16: Corredor híbrido Xingu - T. Rio, afastamento 50 m, $\vec{w} = -2 \hat{x}$

Número de iterações	80100
Tempo de simulação	239.2 h
Tempo virtual de simulação	15,454 s
Malha	120 x 60, $H_x = 1$ m, $H_y = 0,75$ m
Número final de partículas	36230
Carga unitária de geração	5 nC/m

Apêndice B

Equações de advecção e o critério CFL

As Equações de Continuidade (3.16) modeladas no programa CORONAPIC, novamente representadas abaixo:

$$\frac{\partial n_p}{\partial t} = G_p(E) - R_i n_p n_n - \nabla(n_p \vec{v}_p) \quad e \quad (3.16a)$$

$$\frac{\partial n_n}{\partial t} = G_n(E) - R_i n_p n_n - \nabla(n_n \vec{v}_n), \quad (3.16b)$$

expressam uma forma de representação matemática da Lei de Conservação de Massa. Basicamente, elas dizem que dentro de um sistema bem definido a quantidade de massa que sai é igual à quantidade que entra menos o acúmulo de massa dentro do sistema. Este capítulo demonstrará de forma sucinta a classe dessas equações e o critério de CFL como condição de estabilidade das mesmas.

B.1 EDPs de primeira ordem

Uma forma comum de EDP de primeira ordem está na seguinte Equação (TORO, 2009):

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \sum_{j=1}^m a_{ij}(x, t, u_1, \dots, u_m) \frac{\partial u_j}{\partial x} + b_i(x, t, u_1, \dots, u_m) = 0 \quad , \quad (B.2)$$

para $i = 1, \dots, m$, ou seja, um sistema de m equações com m incógnitas. u representa a função de concentração ou densidade, sendo a variável dependente, enquanto x e t são as variáveis independentes. Matricialmente, tem-se:

$$\mathbf{u}_t + \mathbf{A}\mathbf{u}_x + \mathbf{b} = \mathbf{0} . \quad (B.3)$$

onde:

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & \cdots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mm} \end{bmatrix}.$$

Se os componentes a_{ij} de \mathbf{A} e b_j de \mathbf{b} são constantes, o sistema é *linear com coeficientes constantes*. Se $a_{ij} = a_{ij}(x,t)$ e $b_i = b_i(x,t)$, classifica-se como *linear com coeficientes variáveis*. \mathbf{b} e \mathbf{A} podem depender de \mathbf{u} . Caso \mathbf{b} apresente dependência linear com \mathbf{u} , o sistema permanece linear, porém se $\mathbf{A} = \mathbf{A}(\mathbf{u})$, ele é classificado como *quase-linear*.

B.2 Equação de Advecção

A partir de (B.2) e admitindo-se para as três dimensões espaciais, define-se a *Equação de Advecção Linear*¹:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \nabla \cdot (u\nu) = 0, \quad (\text{B.4})$$

para u escalar e $\nu = (a,b,c)$ como o campo vetorial de velocidades. A Equação (B.4) trata-se de um caso especial da Lei de Conservação conforme Definição 1.

Definição 1. *Leis de conservação são EDPs que podem ser escritas na forma:*

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{F}(u) = S(u,t), \quad (\text{B.5})$$

onde u é a variável conservada; \vec{F} é o fluxo de u e S é o termo de fonte.

Assumindo-se incompressibilidade do fluido ($\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$), obtém-se:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla u = 0, \quad (\text{B.6})$$

$$u_t + a(x,y,z,t)u_x + b(x,y,z,t)u_y + c(x,y,z,t)u_z = 0. \quad (\text{B.7})$$

em que $u = u(x,y,z,t)$. Porém, Equações de Advecção com parcelas de fontes surgem com frequência em modelos matemáticos de situações físicas (HUDSON, 1998), conforme Equação (B.8):

$$u_t + a(x,y,z,t)u_x + b(x,y,z,t)u_y + c(x,y,z,t)u_z = \psi(x,y,z,t), \quad (\text{B.8})$$

¹A rigor, advecção pressupõe difusão nula.

em que ψ representa a função densidade da fonte. É notável que as Equações (3.16) pertencem justamente a esta classe de EDP, com $\psi = G_{p,n}(E) - R_i n_p n_n$. Estes tipos de EDP são difíceis de solucionar, mesmo sem termos de fonte (HUDSON, 1998; TORO, 2009), razão pela qual existem diversas referências na literatura com orientações para a obtenção de soluções numéricas. Algumas delas são GRIFFITHS *et al.* (1992); LEVEQUE e YEE (1990); LEVEQUE (2007); THOMAS (1999); TORO (2009); TREFETHEN (1996).

B.3 Critério CFL e convergência de EDPs

Considere o problema abaixo:

$$u_t + au_x = 0 \quad x \in \mathfrak{R}, a, t > 0 \quad (\text{B.9a})$$

$$u(x, 0) = f(x) . \quad (\text{B.9b})$$

Uma das propriedades específicas de EDPs consiste no fato de possuírem um domínio *finito* de dependência. No caso de (B.9), a solução num ponto (x, t) depende unicamente do valor de f no ponto $x_0 = x - at$. O *domínio de dependência analítico*, D_a , do ponto (x, t) consiste no conjunto de pontos cuja solução do problema (B.9) em (x, t) depende, sendo, neste caso específico, x_0 . Para outros sistemas, levando em consideração condições de fronteira, termos não-homogêneos e EDPs de ordens superiores, o domínio de dependência pode estar em intervalos sobre o eixo $t = 0$ e regiões no plano $x - t$.

Todavia, para análise computacional torna-se necessária a *definição de um domínio de dependência numérico*. Passando o sistema (B.9) para diferenças finitas, tem-se:

$$u_k^{n+1} = u_k^n - C (u_k^n - u_{k-1}^n) \quad (\text{B.10})$$

onde $C = a \frac{\Delta t}{\Delta x}$. Dado um ponto genérico $P(k\Delta x, (n+1)\Delta t)$, uma solução sobre ele depende dos valores nos pontos da malha $x - t$ ilustrada na Figura B.1. Estes, por sua vez, dependem de outros pontos (Figura B.2), de forma que a solução em si tem dependência dos pontos $((k-n-1)\Delta x, 0), \dots, (k\Delta x, 0)$. Se a razão $C = a \frac{\Delta t}{\Delta x}$ for mantida e o ponto de interesse pertencer à malha para quaisquer Δt e Δx , a solução sobre $(k\Delta x, (n+1)\Delta t)$ permanecerá no mesmo intervalo de dependência. Logo, torna-se possível definir o *domínio de dependência numérico* do ponto P para o problema (B.9) como $D_n = [(k-n-1)\Delta x, k\Delta x]$. Porém, supondo um ponto P_0 contido em D_a , mas fora de D_n , o processo numérico não “enxergará” o ponto P_0 , apesar de o mesmo ser “visto” no processo analítico para solucionar a EDP. O vazio numérico na vizinhança do ponto P_0 traz a impossibilidade da solução numérica

convergir para a solução analítica no ponto P_0 , conforme $\Delta t, \Delta x \rightarrow 0$. Finalmente, é possível definir e afirmar o que segue:

Definição 2. Uma EDP, aliada a um esquema de diferenças finitas, satisfaz a condição de Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) se o domínio de dependência analítico, D_a , está contido dentro do domínio de dependência numérico, D_n :

$$D_a \subseteq D_n$$

Teorema 1. A condição CFL é uma condição necessária para a convergência de uma aproximação numérica de uma EDP, seja ela linear ou não-linear.

A condição CFL é necessária, porém *não garante convergência*, com exceção de alguns casos bastante específicos, como alguns tipos de EDPs lineares. Mas, graças à sua relativa robustez e facilidade de aplicação, é largamente empregada sozinha em problemas em que a utilização de outros critérios de convergência torna-se muito complexa (THOMAS, 1995; TREFETHEN, 1996).

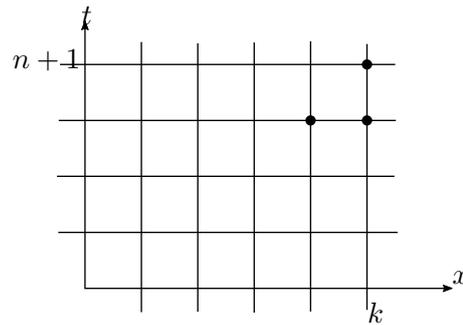


Figura B.1: Ilustração da dependência no tempo n da solução do esquema (B.10) no ponto P (THOMAS, 1995).

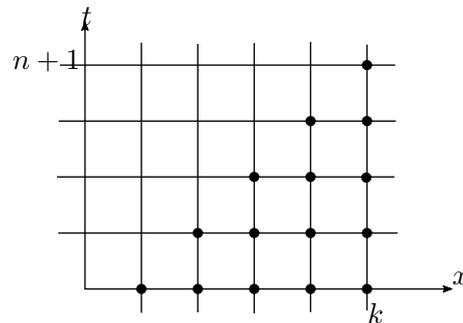


Figura B.2: Domínio de dependência do ponto P para (B.10), com $R = 1\Delta t/\Delta x$ (THOMAS, 1995).

Apêndice C

Métodos numéricos para solução de Equações de continuidade

C.1 Método dos Elementos Finitos

O MEF é uma técnica numérica para a obtenção de soluções aproximadas para problemas de fronteira relacionados à física e matemática. Iniciou-se sua utilização na década de 1950 para o projeto de aeronaves. Desde então o método foi desenvolvido e aplicado intensivamente a problemas de elasticidade, análise estrutural e noutros campos como dinâmica dos fluidos e eletromagnetismo.

O problema original de fronteira com um número infinito de graus de liberdade é convertido em um problema com um número finito de graus de liberdade. Então o sistema algébrico de equações é obtido aplicando o método variacional de Ritz ou o procedimento de Galerkin, e finalmente, a solução é alcançada pela resolução do sistema de equações. Os passos básicos compreendem: (i) discretização ou subdivisão do domínio (criação da malha); (ii) seleção das funções de interpolação; (iii) formulação do sistema de equações e (iv) solução do sistema de equações após aplicação das condições de fronteira descritas abaixo (JIN, 2014).

Definição 3 (Condição de fronteira de Dirichlet). *Os potenciais elétricos em todos os pontos na fronteira são conhecidos. Isto é possível se o condutor em questão está conectado a uma fonte fixa de potencial.*

$$V = V_0$$

Definição 4 (Condição de fronteira de Neumann). *A carga total na superfície de fronteira é conhecida enquanto o potencial elétrico sobre os outros pontos é desconhecido. Este é o caso quando o condutor não está conectado a um potencial fixo (flutuando). Normalmente, em tal caso, a carga total em uma superfície de fronteira é nula.*

$$\frac{dV}{d\hat{n}} = 0$$

Da mesma forma como em vários textos introdutórios, optou-se neste trabalho pela descrição do MEF a partir da resolução de uma EDP específica, neste caso a Equação de Poisson (3.15) em duas dimensões espaciais.

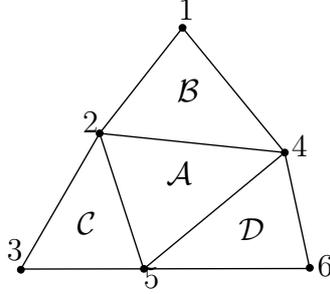


Figura C.1: Ilustração da malha de exemplo para o MEF.

Define-se o domínio da Figura C.1. A função desconhecida dentro de cada elemento, $V^{(e)}$, é dada por:

$$V_1^{(e)} = a^{(e)} + b^{(e)}x_1 + c^{(e)}y_1 \quad (\text{C.1a})$$

$$V_2^{(e)} = a^{(e)} + b^{(e)}x_2 + c^{(e)}y_2 \quad (\text{C.1b})$$

$$V_3^{(e)} = a^{(e)} + b^{(e)}x_3 + c^{(e)}y_3 \quad (\text{C.1c})$$

onde $x_j^{(e)}$ e $y_j^{(e)}$, $j = 1,2,3$, representam o nó j no elemento (e) . As Equações (C.1) podem ser rearranjadas na forma abaixo:

$$V^{(e)}(x,y) = \sum_{j=1}^3 N_j^{(e)}(x,y)V_j^{(e)}, \quad (\text{C.2})$$

em que:

$$N_j^{(e)}(x,y) = \frac{1}{2\Delta^{(e)}}(a_j^{(e)} + b_j^{(e)}x + c_j^{(e)}y), \quad (\text{C.3})$$

com

$$\begin{aligned} a_1^{(e)} &= x_2^{(e)}y_3^{(e)} - y_2^{(e)}x_3^{(e)}; & b_1^{(e)} &= y_2^{(e)} - y_3^{(e)}; & c_1^{(e)} &= x_3^{(e)} - x_2^{(e)} \\ a_2^{(e)} &= x_3^{(e)}y_1^{(e)} - y_3^{(e)}x_1^{(e)}; & b_2^{(e)} &= y_3^{(e)} - y_1^{(e)}; & c_2^{(e)} &= x_1^{(e)} - x_3^{(e)} \\ a_3^{(e)} &= x_1^{(e)}y_2^{(e)} - y_1^{(e)}x_2^{(e)}; & b_3^{(e)} &= y_1^{(e)} - y_2^{(e)}; & c_3^{(e)} &= x_2^{(e)} - x_1^{(e)} \end{aligned}$$

$$\Delta^{(e)} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_1^{(e)} & y_1^{(e)} \\ 1 & x_2^{(e)} & y_3^{(e)} \\ 1 & x_2^{(e)} & y_3^{(e)} \end{vmatrix} = \frac{1}{2}(b_1^{(e)}c_2^{(e)} - b_2^{(e)}c_1^{(e)}) = \text{Área do elemento } e.$$

$N_j^{(e)}$ são funções de interpolação ou forma e possuem a seguinte propriedade:

$$N_i^{(e)}(x_j^{(e)}, y_j^{(e)}) = \delta_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se } i = j, \\ 0, & \text{se } i \neq j. \end{cases}$$

O próximo passo consiste na formulação no sistema de equações. As duas alternativas mais comuns para este objetivo são a *formulação variacional de Ritz* e o *método dos resíduos ponderados de Galerkin*. O desenvolvimento continuará pelo segundo.

Redefinindo V como a solução aproximada da Equação de Poisson, tem-se:

$$r = \nabla^2 V - \frac{\rho}{\epsilon} \neq 0, \quad (\text{C.4})$$

com r representando o resíduo da diferença entre as soluções numérica e analítica. A melhor aproximação para V será aquela que leva o valor de r ao mínimo em todos os pontos do domínio. Para este fim é necessário que os resíduos ponderados R_i tenham a seguinte relação:

$$R_i = \iint_{\Omega} w_i r \, d\Omega = 0. \quad (\text{C.5})$$

No método de Galerkin, as funções de ponderação w são selecionadas para serem as mesmas daquelas usadas para interpolação. Esta prática usualmente leva à solução mais acurada e, por esta razão, é uma abordagem popular no desenvolvimento do MEF.

Como a Equação de Poisson 2D tem a forma:

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial V}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right) = \frac{\rho}{\epsilon}, \quad (\text{C.6})$$

o resíduo associado à ela torna-se:

$$r = -\frac{\partial}{\partial x} \left(\epsilon \frac{\partial V}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\epsilon \frac{\partial V}{\partial y} \right) - \rho \quad (\text{C.7})$$

com o resíduo ponderado R_i :

$$R_i^{(e)} = \iint_{\Omega^{(e)}} N_i^{(e)} r \, dx dy \quad (i = 1, 2, 3) \quad (\text{C.8})$$

$$R_i^{(e)} = \iint_{\Omega^{(e)}} N_i^{(e)} \left[-\frac{\partial}{\partial x} \left(\epsilon \frac{\partial V}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\epsilon \frac{\partial V}{\partial y} \right) - \rho \right] dx dy \quad (\text{C.9})$$

$$\begin{aligned} R_i^{(e)} &= \iint_{\Omega^{(e)}} \left(\epsilon \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial x} \frac{\partial V}{\partial x} + \epsilon \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial y} \frac{\partial V}{\partial y} \right) dx dy - \iint_{\Omega^{(e)}} N_i^{(e)} \rho \, dx dy \\ &\quad - \oint_{\Gamma^{(e)}} N_i^{(e)} \vec{D} \cdot \hat{n} \, d\Gamma. \end{aligned} \quad (\text{C.10})$$

Onde:

$$\vec{D} = \left(\epsilon \frac{\partial V}{\partial x} \hat{x} + \epsilon \frac{\partial V}{\partial y} \hat{y} \right) dx dy, \quad (\text{C.11})$$

Γ é o contorno do elemento e ϵ a permissividade elétrica. Substituindo

$$V^{(e)}(x, y) = \sum_{j=1}^3 N_j^{(e)}(x, y) V_j^{(e)}$$

em (C.10), obtém-se:

$$\begin{aligned} R_i^{(e)} &= \sum_{j=1}^3 \iint_{\Omega^{(e)}} \left(\epsilon \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial x} \frac{\partial N_j^{(e)}}{\partial x} + \epsilon \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial y} \frac{\partial N_j^{(e)}}{\partial y} \right) V_j^{(e)} dx dy - \iint_{\Omega^{(e)}} N_i^{(e)} \rho \, dx dy \\ &\quad - \oint_{\Gamma^{(e)}} N_i^{(e)} \vec{D} \cdot \hat{n} \, d\Gamma \end{aligned} \quad (\text{C.12})$$

Reescrevendo em forma matricial:

$$\mathbf{R}^{(e)} = \mathbf{K}^{(e)} \mathbf{V}^{(e)} - \mathbf{b}^{(e)} - \mathbf{g}^{(e)} \quad (\text{C.13})$$

$$\mathbf{R} = \sum_{e=1}^M \bar{\mathbf{R}}^{(e)} = \sum_{e=1}^M \left(\bar{\mathbf{K}}^{(e)} \bar{\mathbf{V}}^{(e)} - \bar{\mathbf{b}}^{(e)} - \bar{\mathbf{g}}^{(e)} \right) = \mathbf{0}. \quad (\text{C.14})$$

Onde:

$$\begin{aligned} K_{ij}^{(e)} &= \frac{\epsilon}{4\Delta^{(e)}} (b_i^{(e)} b_j^{(e)} + c_i^{(e)} c_j^{(e)}) \\ b_i^{(e)} &= \frac{\Delta^{(e)}}{3} \rho \\ g^{(e)} &= \oint_{\Gamma^{(e)}} N_i^{(e)} \vec{D} \cdot \hat{n} \, d\Gamma. \end{aligned}$$

$\mathbf{K}^{(e)}$ é conhecida como *matriz de rigidez*.

É possível demonstrar que o vetor \mathbf{g} pode ser absorvido pela matriz \mathbf{K} e pelo vetor \mathbf{b} , quando a condição de Neumann não é homogênea. Entretanto, graças à condição

de fronteira homogênea de Neumann, a parcela $\oint_{\Gamma^{(e)}} N_i^{(e)} \vec{D} \cdot \hat{n} \, d\Gamma$ da Equação C.12 é nula.

Por fim, tem-se:

$$\mathbf{K} \mathbf{V} = \mathbf{b} \quad (\text{C.15})$$

Especificamente com relação ao problema da Figura C.1 a matriz \mathbf{K} e os vetores \mathbf{V} e \mathbf{b} têm dimensões 6×6 , 6×1 e 6×1 , respectivamente. Após aplicar as condições de fronteira de Dirichlet, o problema é reduzido para:

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{14} \\ K_{21} & K_{22} & K_{24} \\ K_{41} & K_{42} & K_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 - K_{13}p_3 - K_{15}p_5 - K_{16}p_6 \\ b_2 - K_{23}p_3 - K_{25}p_5 - K_{26}p_6 \\ b_4 - K_{43}p_3 - K_{45}p_5 - K_{46}p_6 \end{bmatrix},$$

e é resolvido pelo `solver` de escolha (JIN, 2014).

C.2 Método dos Volumes Finitos

O MVF encontra sua aplicação mais comum na área de Mecânica dos Fluidos, onde foi introduzido na década de 1970, embora, naturalmente, não haja uma restrição numérica para que ele seja utilizado em problemas que não sejam desta área. Sua propriedade mais importante consiste na sua inerente coerência com equações de advecção, como a (B.4). Sua abordagem é semelhante ao do MEF.

O passo-a-passo do MVF consiste em:

1. Decomposição do domínio do problema;
2. Formulação integral das equações de balanço para cada volume de controle;
3. Aproximação das integrais por integração numérica;
4. Aproximação de valores da função e derivadas por interpolação com valores nodais;
5. Solução do sistema de equações discretas.

Mais um vez o método será descrito pelo problema da Figura C.1.

O domínio do problema é discretizado em unidades chamadas *volumes de controle* (VC) e nós sobre onde são calculadas as variáveis desconhecidas. Cada célula da malha do domínio pode ser coincidente com o volume de controle ou não, pois os VCs podem ter a forma de qualquer polígono arbitrário. Por simplicidade, opter-se-á no desenvolvimento pela coincidência entre o VC e a célula da malha, mas é importante

ser ressaltado que em malhas triangulares isto não é o mais comum (SCHÄFER, 2006). Em sua forma integral, a Lei de Conservação (B.5) em duas dimensões tem a seguinte formulação:

$$\frac{d}{dt} \iint_{\Omega} u \, dS + \int_{\delta\Omega} \vec{F}(u) \cdot \hat{n} \, dl = \iint_{\Omega} \psi(u,t) \, dS, \quad (\text{C.16})$$

em que \hat{n} é o vetor unitário normal à fronteira do domínio, com sentido positivo para fora do mesmo. Aplicando a Equação (C.16) a um dos volumes de controle da Figura C.1, obtém-se:

$$\frac{d}{dt} \iint_{\Omega^{(e)}} u \, dS + \int_{\delta\Omega^{(e)}} H(u, \hat{n}) \, ds = \iint_{\Omega^{(e)}} \psi(u,t) \, dS, \quad (\text{C.17})$$

com $\Omega^{(e)}$ e $\delta\Omega^{(e)}$ sendo o interior e a borda do VC genérico (e), nesta ordem. Já $H(u, \hat{n})$ consiste no fluxo normal à fronteira de (e), definido por:

$$H(u, \hat{n}) \equiv [F(u) \hat{x} + G(u) \hat{y}] \cdot \hat{n}. \quad (\text{C.18})$$

O valor médio de u em cada célula é matematizado por:

$$u^{(e)} \equiv \frac{1}{S^{(e)}} \iint_{\Omega^{(e)}} u \, dS. \quad (\text{C.19})$$

Substituindo (C.19) em (C.17):

$$S^{(e)} \frac{du^{(e)}}{dt} + \int_{\delta\Omega^{(e)}} H(u, \hat{n}) \, dl = \iint_{\Omega^{(e)}} \psi(u,t) \, dS. \quad (\text{C.20})$$

Expandindo as integrais de superfície da Equação C.20 resulta em:

$$\begin{aligned} S^{(e)} \frac{du^{(e)}}{dt} + \int_{\Omega_1^{(e)}} H(u, \hat{n}_1) \, dl + \int_{\Omega_2^{(e)}} H(u, \vec{n}_2) \, dl + \int_{\Omega_3^{(e)}} H(u, \vec{n}_3) \, dl \\ = \iint_{\Omega^{(e)}} \psi(u,t) \, dS. \end{aligned} \quad (\text{C.21})$$

Na próxima etapa assume-se que a solução em qualquer ponto dentro do volume de controle é igual ao valor médio da célula. O fluxo em cada interface de VCs pode ser determinado pelo método *upwind* utilizando o componente de velocidade normal à borda. Logo, na interface de dois VCs \mathcal{A} e \mathcal{B} , chega-se a:

$$\begin{aligned} H(u, \hat{n}_{AB}) \approx \bar{H}(u_A, u_B, \hat{n}_{AB}) \equiv \frac{1}{2} \vec{\nu}_{AB} \cdot \hat{n}_{AB} (u_B + u_A) \\ - \frac{1}{2} |\vec{\nu}_{AB} \cdot \hat{n}_{AB}| (u_B - u_A). \end{aligned} \quad (\text{C.22})$$

\vec{v}_{AB} trata-se da velocidade entre os volumes de controle. Assim, o fluxo é determinado pelo estado da célula \mathcal{A} ou \mathcal{B} se $\vec{v}_{AB} \cdot \vec{n}_{AB} > 0$ ou $\vec{v}_{AB} \cdot \vec{n}_{AB} < 0$, respectivamente. \bar{H} indica que o fluxo é uma aproximação ao valor verdadeiro quando \vec{v} não é constante.

Logo, para o VC \mathcal{A} do problema ilustrado na Figura C.1, o algoritmo prévio para posterior discretização tem a forma:

$$S_{\mathcal{A}} \frac{du_{\mathcal{A}}}{dt} + \bar{H}(u_{\mathcal{A}}, u_{\mathcal{B}}, \hat{n}_{AB}) \Delta l_{AB} + \bar{H}(u_{\mathcal{A}}, u_{\mathcal{C}}, \hat{n}_{AC}) \Delta l_{AC} + \bar{H}(u_{\mathcal{A}}, u_{\mathcal{D}}, \hat{n}_{AD}) \Delta l_{AD} = \bar{\psi} \Delta S_{\mathcal{A}}. \quad (\text{C.23})$$

$\bar{\psi}$ é o termo de fonte médio na célula.

Finalmente, para discretizar, basta escolher um método para integrar no tempo. Por exemplo, aplicando o método de Euler chega-se a:

$$S_{\mathcal{A}} \frac{u_{\mathcal{A}}^{n+1} - u_{\mathcal{A}}^n}{\Delta t} + \bar{H}(u_{\mathcal{A}}^n, u_{\mathcal{B}}^n, \hat{n}_{AB}) \Delta l_{AB} + \bar{H}(u_{\mathcal{A}}^n, u_{\mathcal{C}}^n, \hat{n}_{AC}) \Delta l_{AC} + \bar{H}(u_{\mathcal{A}}^n, u_{\mathcal{D}}^n, \hat{n}_{AD}) \Delta l_{AD} = \bar{\psi} \Delta S_{\mathcal{A}}. \quad (\text{C.24})$$

Seguindo a mesma metodologia, faz-se equações discretas para os VCs remanescentes e resolve-se o sistema linear resultante com o `solver` de escolha (SCHÄFER, 2006; WILLCOX e WANG, 2014).

Há diversas fontes com detalhes sobre o MVF, geralmente ligadas à dinâmica computacional de fluidos. Algumas delas são: EYMARD *et al.* (2000); PATANKAR (1980); SCHÄFER (2006); TORO (2009); VERSTEEG e MALALASEKERA (2007).

C.3 Método das Características

O MdC consiste numa técnica numérica tipicamente aplicada para a solução de EDPs hiperbólicas de primeira-ordem, embora seja válida para qualquer EDP hiperbólica. O método envolve a determinação de *curvas características*, ao longo das quais a EDP em questão torna-se uma família de equações diferenciais ordinárias (EDOs). Estas são resolvidas ao longo das curvas características e subsequentemente suas soluções são relacionadas com as soluções da EDP. O MdC pode ser aplicado em EDPs lineares, semilineares ou quase-lineares .

Para a EDP do problema (C.25), que é uma EDP quase-linear genérica:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \sum_{i=1}^n a_i(t, x_1, x_2, \dots, x_n, u) \frac{\partial u}{\partial x_i} = c(t, x_1, x_2, \dots, x_n, u), \quad (\text{C.25})$$

as curvas características paramétricas são obtidas ao solucionar o seguinte sistema de EDOs:

$$\frac{dt}{ds} = 1 \quad (\text{C.26a})$$

$$\frac{dx_i}{ds} = a_i(t, x_1, x_2, \dots, x_n, u) \quad (\text{C.26b})$$

$$\frac{du}{ds} = c(t, x_1, x_2, \dots, x_n, u) , \quad (\text{C.26c})$$

em que s é a variável de parametrização. As Equações (C.26) são as equações características de (C.25) (SALIH, 2016).

Boas fontes sobre o MdC incluem EVANS (2010); STRAUSS (2007).