



UM MODELO EM REDES DE PETRI PARA DETERMINAÇÃO DE
ESTRATÉGIAS DE BALANCEAMENTO DE SISTEMAS PÚBLICOS DE
COMPARTILHAMENTO DE BICICLETAS

Ingrid Silva Antunes

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientadores: João Carlos dos Santos Basilio
Lilian Kawakami Carvalho

Rio de Janeiro
Julho de 2015

UM MODELO EM REDES DE PETRI PARA DETERMINAÇÃO DE
ESTRATÉGIAS DE BALANCEAMENTO DE SISTEMAS PÚBLICOS DE
COMPARTILHAMENTO DE BICICLETAS

Ingrid Silva Antunes

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO
ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE
ENGENHARIA (COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE
JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A
OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA
ELÉTRICA.

Examinada por:

Prof. João Carlos dos Santos Basilio, Ph.D.

Prof. Marcos Vicente de Brito Moreira, D.Sc.

Prof. Antonio Eduardo Carrilho da Cunha, D.Eng.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL
JULHO DE 2015

Antunes, Ingrid Silva

Um Modelo em Redes de Petri para Determinação de Estratégias de Balanceamento de Sistemas Públicos de Compartilhamento de Bicicletas/Ingrid Silva Antunes. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2015.

XIV, 83 p.: il.; 29, 7cm.

Orientadores: João Carlos dos Santos Basilio

Lilian Kawakami Carvalho

Dissertação (mestrado) – UFRJ/COPPE/Programa de Engenharia Elétrica, 2015.

Referências Bibliográficas: p. 80 – 83.

1. rede de petri. 2. modelagem. 3. sistemas a eventos discretos. I. Basilio, João Carlos dos Santos *et al.* II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Elétrica. III. Título.

Aos meus pais.

Agradecimentos

Agradeço especialmente à minha torcedora incondicional e mãe, Ana Beatriz, por ter abdicado de sua vida em prol das realizações e da felicidade de seus filhos, e por acreditar em mim, mesmo quando eu não acreditava.

Ao imenso carinho e apoio do meu pai, Jorge Henrique. Aos meus irmãos, João Victor e Pedro Henrique, pelos conselhos, orientações e por todo o estímulo nessa caminhada.

Ao meu companheiro Thiago, por sua compreensão, incentivo e suporte em todos os meus projetos de vida, sem os quais este não seria possível. Por tudo que compartilhamos diariamente, inclusive sua família, que também tem sido a minha.

Ao meu orientador João Carlos dos Santos Basilio, que nos momentos difíceis me fez acreditar em mim mesma, na minha capacidade de superação e aprendizagem. Obrigada por ter acreditado em meu potencial e me aceitado como sua orientada.

À minha co-orientadora, Lilian Kawakami Carvalho, que além de acreditar em mim, incentivou-me a buscar o meu melhor, e que, mesmo longe, manteve seu interesse e dedicação, possibilitando a concretização deste trabalho.

Por fim, a todos aqueles que contribuíram, direta ou indiretamente, para a realização deste trabalho, o meu sincero agradecimento.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

UM MODELO EM REDES DE PETRI PARA DETERMINAÇÃO DE
ESTRATÉGIAS DE BALANCEAMENTO DE SISTEMAS PÚBLICOS DE
COMPARTILHAMENTO DE BICICLETAS

Ingrid Silva Antunes

Julho/2015

Orientadores: João Carlos dos Santos Basilio

Lilian Kawakami Carvalho

Programa: Engenharia Elétrica

A essência de um sistema público de compartilhamento de bicicletas (SPCB) é permitir que um indivíduo retire uma bicicleta em um local e a devolva em outro local, viabilizando assim, seu deslocamento ponto a ponto. Um SPCB é composto basicamente por estações distribuídas geograficamente, cada uma com um número fixo de vagas e por um determinado número de bicicletas distribuídas entre as estações. Uma questão crucial para a eficiência operacional de um SPCB é a sua capacidade para atender à demanda flutuante de bicicletas em cada estação e para fornecer vagas livres suficientes para permitir que os usuários retornem as bicicletas aos seus destinos. Assim, torna-se crucial definir estratégias de distribuição das bicicletas entre as estações. Os primeiros trabalhos abordam esse problema utilizando métodos de otimização e pesquisa operacional. Mais recentemente foi proposto um modelo modular em redes de Petri com arcos de pesos variáveis, que dependem da marcação da rede. Embora, esse modelo tenha se mostrado eficiente na realização de estudos de simulação, a rede de Petri proposta não é usual na literatura. Este trabalho apresenta um modelo em redes de Petri estocásticas generalizadas que incluem as características estocásticas e probabilísticas do sistema. Além disso, são apresentadas as equações dinâmicas do modelo, o que, além de permitir a sua generalização para um SPCB com um número arbitrário de estações, o torna adequado para ser utilizado em simulações. O modelo proposto foi validado utilizando-o na definição de uma estratégia de balanceamento do SPCB a ser implantado na UFRJ (Campus do Fundão).

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

A PETRI NET MODEL FOR THE DETERMINATION OF BALANCING
STRATEGIES OF PUBLIC BICYCLE SHARING SYSTEMS

Ingrid Silva Antunes

July/2015

Advisors: João Carlos dos Santos Basilio
Lilian Kawakami Carvalho

Department: Electrical Engineering

The essence of a public bicycle sharing system (PBSS) is to allow a person to pick up a bicycle from a place and to return it to another place, therefore, making viable people's movements from different points. A PBSS is composed basically of geographically distributed stations, each one with a fixed number of berths and a predetermined number of bicycles distributed among the stations. A crucial issue for the operational efficiency of a PBSS is its capacity to satisfy the variable demand of bicycles in each station and to provide enough vacant berths to allow the return of the bicycles to the destination station. It is crucial, therefore, to define bicycle distribution strategies. First works in this subject address the distribution problem by using optimization methods and operational research. More recently, it has proposed in the literature a modular-based Petri net model with variable arc weights, whose weights are marking dependent. Although this model has shown efficient when used in simulation, the proposed Petri net is unusual. This work presents a generalized stochastic Petri net model that includes the stochastic and probabilistic characteristics of the system. In addition, the model dynamic equations are presented, which, besides allowing its generalization to a PBSS with arbitrary number of stations, also makes it adequate to be used in simulations. The proposed model was validated by using it in the definition of a balancing strategy of the PBSS to be established at UFRJ (Fundão Campus).

Sumário

Lista de Figuras	x
Lista de Tabelas	xii
1 Introdução	1
2 Fundamentos teóricos	5
2.1 Rede de Petri	5
2.1.1 Estrutura de uma rede de Petri	5
2.1.2 Rede de Petri com marcação	6
2.1.3 Dinâmica das redes de Petri	8
2.1.4 Conflito efetivo	10
2.2 Rede de Petri temporizada-T	11
2.3 Rede de Petri estocástica generalizada	11
2.4 Rede de Petri com arcos de pesos variáveis	14
3 Sistema público de compartilhamento de bicicletas	16
3.1 Descrição do sistema	16
3.2 Modelo de Labadi et al. utilizando redes de Petri com pesos variáveis	18
3.2.1 Sub-rede do fluxo de bicicletas	20
3.2.2 Sub-rede do controle das estações	22
3.2.3 Sub-rede do circuito de distribuição	23
3.3 Análise crítica do modelo proposto por Labadi et al. [1]	24
4 Modelo baseado em redes de Petri estocásticas generalizadas	25
4.1 Modelo proposto	25
4.1.1 Sub-rede do fluxo de bicicletas	29
4.1.2 Sub-rede do controle das estações	31
4.1.3 Sub-rede do circuito de redistribuição	33
4.2 Matriz de incidência do modelo de um SPCB com N estações	34
4.3 Influência dos arcos inibidores na evolução dinâmica do modelo	38
4.4 Ordem do modelo proposto	39

5	Definição dos parâmetros do modelo associado ao sistema de compartilhamento de bicicletas a ser implantado na UFRJ	40
5.1	Descrição do SPCB a ser implantado na Cidade Universitária	41
5.1.1	Dimensionamento do sistema	41
5.1.2	Circulação das pessoas na UFRJ	44
5.2	Modelagem do SPCB da Cidade Universitária para fins de reposicionamento de bicicletas	47
5.2.1	Reposicionamento de bicicletas	47
5.2.2	Resolução dos conflitos do modelo proposto	48
5.2.3	Transições temporizadas	52
6	Utilização do modelo proposto na definição de uma estratégia de balanceamento do sistema de compartilhamento de bicicletas a ser implantado na UFRJ	54
6.1	Algoritmo de simulação	55
6.2	Parâmetros de entrada da simulação	57
6.3	Análise de desempenho	62
6.4	Definição de estratégias de rebalanceamento a partir de simulações realizadas com o modelo proposto	63
6.4.1	Simulação sem rebalanceamento	63
6.4.2	Simulação com rebalanceamento	64
7	Conclusões e trabalhos futuros	78
	Referências Bibliográficas	80

Lista de Figuras

2.1	Exemplo de um grafo de uma rede de Petri.	6
2.2	Exemplo de um grafo de uma rede de Petri com arco de peso maior que 1.	7
2.3	Exemplo de uma rede de Petri com marcação.	8
2.4	Exemplo de uma rede de Petri com transição não habilitada.	8
2.5	Rede de Petri com transição t_1 habilitada (a) e com a mesma transição não habilitada (b).	9
2.6	Rede de Petri da figura 2.5(a) após o disparo da transição t_1	10
2.7	Conflito efetivoas entre as transições t_1 e t_2	10
2.8	Transição t_1 temporizada.	11
2.9	Conflito	12
2.10	Rede de Petri estocástica generalizada do exemplo 2.1.	14
2.11	Rede de Petri do exemplo 2.2 com arcos de pesos variáveis.	15
3.1	Fluxo de bicicletas em um SPCB com três estações.	17
3.2	Rede de Petri do modelo de Labadi (retirada de [1]).	19
4.1	Sub-rede do controle da estação S_1 do modelo proposto.	26
4.2	Sub-rede do fluxo de bicicletas do modelo proposto, em um sistema com três estações.	29
4.3	Sub-rede do controle da estação S_1	31
4.4	Sub-rede do circuito de redistribuição de um SPCB com três estações.	33
5.1	Mapeamento das estações no sistema público de compartilhamento de bicicletas da Cidade Universitária da UFRJ.	44
5.2	Destinos de pessoas da Cidade Universitária da UFRJ. Fonte: [2]	45
5.3	Perfil de embarques e desembarques nos pontos internos da Ilha do Fundão, distribuídos entre as regiões de abrangência do SPCB-UFRJ. Fonte: [3].	46
6.1	Função massa de probabilidade com parâmetro $\lambda = 25$	57

6.2	Número de bicicletas disponíveis nas estações do sistema sem balanceamento, no período de 6h às 19h.	64
6.3	Atuação de um veículo (azul) e dois veículos (vermelho) de redistribuição no período de 6 às 19h (a); número de bicicletas disponíveis nas estações do sistema para a 1ª estratégia ao longo do período considerado (b).	66
6.4	Atuação de um veículo (azul) e dois veículos (vermelho) de redistribuição no período de 6 às 19h (a); número de bicicletas disponíveis nas estações do sistema para a 2ª estratégia ao longo do período considerado (b).	67
6.5	Atuação de um veículo (azul) e dois veículos (vermelho) de redistribuição no período de 6 às 19h (a); número de bicicletas disponíveis nas estações do sistema para a 3ª estratégia ao longo do período considerado (b).	69
6.6	Atuação de um veículo (azul) e dois veículos (vermelho) de redistribuição no período de 6 às 19h (a); número de bicicletas disponíveis nas estações do sistema para a 4ª estratégia ao longo do período considerado (b).	70
6.7	Atuação de um veículo (azul) e dois veículos (vermelho) de redistribuição no período de 6 às 19h (a); número de bicicletas disponíveis nas estações do sistema para a 5ª estratégia ao longo do período considerado (b).	72
6.8	Atuação de um veículo (azul) e dois veículos (vermelho) de distribuição no período de 6 às 19h (a); número de bicicletas disponíveis nas estações do sistema para a 6ª estratégia ao longo do período considerado (b).	75
6.9	Atuação de um veículo (azul) e dois veículos (vermelho) de distribuição no período de 6 às 19h (a); número de bicicletas disponíveis nas estações do sistema para a 7ª estratégia ao longo do período considerado (b).	76

Lista de Tabelas

3.1	Interpretação dos parâmetros da rede de Petri do modelo de Labadi [1].	20
3.2	Interpretação dos lugares da rede de Petri do modelo de Labadi et al. [1].	21
3.3	Interpretação das transições da rede de Petri do modelo de Labadi et al. [1].	21
4.1	Interpretação dos parâmetros da rede de Petri do modelo proposto.	26
4.2	Interpretação dos lugares da rede de Petri do modelo proposto.	27
4.3	Interpretação das transições da rede de Petri do modelo proposto.	28
5.1	Estações do sistema público de compartilhamento de bicicletas da Cidade Universitária da UFRJ	42
5.2	Capacidade das estações do sistema público de compartilhamento de bicicletas da Cidade Universitária da UFRJ	43
5.3	Distância, em quilômetros, entre as estações.	45
5.4	Distância do trajeto do veículo em uma ronda em quilômetros.	48
5.5	Probabilidade do usuário sair da estação S_i (linha) com destino à estação S_j (coluna).	49
5.6	Probabilidade do usuário sair da estação S_i , caso esteja lotada (linha), com destino à estação S_j (coluna).	52
6.1	Horário de pico de demanda das estações do sistema público de compartilhamento de bicicletas da Cidade Universitária da UFRJ	59
6.2	Demanda das estações do sistema público de compartilhamento de bicicletas da Cidade Universitária da UFRJ	60
6.3	Capacidades e números de reordenação das estações do sistema público de compartilhamento de bicicletas da Cidade Universitária da UFRJ	61
6.4	Análise de desempenho para o caso sem rebalanceamento.	65
6.5	Estado inicial das estações do SPCB-UFRJ considerado para as 4 ^a , 5 ^a , 6 ^a e 7 ^a estratégias de balanceamento.	68

6.6	Números de reordenação das estações do SPCB-UFRJ considerado para as 5 ^a e 7 ^a estratégias de balanceamento.	71
6.7	Estações do sistema público de compartilhamento de bicicletas da Cidade Universitária da UFRJ	73
6.8	Distância entre as estações no novo trajeto do veículo de redistribuição em uma ronda em quilômetros.	73
6.9	Análise de desempenho do SPCB com rebalanceamento para $C_V = 20$. 74	
6.10	Análise de desempenho do SPCB com rebalanceamento para $C_V = 40$. 77	

Lista de Símbolos

\mathbb{R}	conjunto dos números reais
\mathbb{Z}_+	conjunto dos números naturais
P	Conjunto de lugares de uma rede de Petri
T	Conjunto de transições de uma rede de Petri
$Pre(\cdot, \cdot)$	Função de arcos ordinários que conectam lugares a transições
$Post(\cdot, \cdot)$	Função de arcos ordinários que conectam transições a lugares
m_0	Função de marcação inicial do conjunto de lugares
p_i	Lugar de uma rede de Petri
t_i	Transição de uma rede de Petri
$I(t_j)$	Conjunto de lugares de entrada de uma transição t_j
$I(p_j)$	Conjunto de transições de entrada de uma transição t_j
n_P	Número de elementos do conjunto de lugares P
n_T	Número de elementos do conjunto de transições T
$m(p_i)$	Número de fichas atribuídas a p_i
\underline{m}	Marcação de uma rede de Petri
$Inhib(\cdot, \cdot)$	Função de arcos inibidores
$\Lambda(\cdot)$	Função taxa de disparo das transições
λ_k	Taxa ou peso da transição t_k
$\underline{\alpha}_k$	vetor de disparo de transições no instante k
$A(n_P, n_T)$	Matriz de incidência $n_P \times n_T$
$w(\cdot, \cdot)$	Função de pesos dos arcos de uma rede de Petri
S	Conjunto de estações de um sistema público de compartilhamento de bicicletas
N	Número de estações de um sistema público de compartilhamento de bicicletas
C_i	Capacidade da estação S_i
R_i	Número de reordenação da estação S_i
C_V	Capacidade do veículo de redistribuição
p_X	Função massa de probabilidade

Capítulo 1

Introdução

A essência do conceito de bicicletas compartilhadas é simples: permitir que um indivíduo retire uma bicicleta em um local e a devolva ao sistema em outro local, viabilizando assim, seu deslocamento ponto a ponto. Nesse contexto, surge a ideia de sistema público de compartilhamento de bicicletas (SPCB), um sistema composto basicamente por estações distribuídas geograficamente, cada uma com um número fixo de vagas e por um determinado número de bicicletas disponíveis para os usuários, distribuídas entre as estações. Em alguns sistemas, os provedores dos serviços optam por realizar redistribuições das bicicletas entre as suas estações, e para isso, contam com um veículo de redistribuição.

Hoje, mais de 400 cidades do mundo inteiro têm seus próprios sistemas de bicicletas compartilhadas e o número desses programas aumenta a cada ano. Os maiores sistemas são encontrados na China, nas cidades de Hangzhou e Xangai. Em Paris, Londres e Washington, D.C., sistemas de grande sucesso ajudaram a promover o ciclismo como opção viável e valiosa de transporte [4]. Uma pesquisa mostrou que os sistemas de compartilhamento de bicicletas têm influências positivas na diminuição da utilização de automóveis motorizados e no aumento da prática do ciclismo na maioria das cidades em que foram implantados [5]. Um SPCB pode ainda beneficiar uma região das seguintes formas: reduzindo os congestionamentos e melhorando a qualidade do ar, melhorando a acessibilidade geral, aumentando o alcance dos sistemas de transportes de massa, melhorando a imagem do ciclismo, fornecendo serviços complementares ao transporte público, melhorando a saúde dos moradores, atraindo novos ciclistas e gerando investimentos na indústria local.

O compartilhamento de bicicletas tem duas vantagens principais quando comparado a outros projetos de transportes: baixo custo de implementação e menor prazo de implantação; cada região implementa à sua maneira o SPCB, adaptando-o ao contexto local, levando em conta a densidade, a topografia, o clima, a infraestrutura e a cultura da cidade. No entanto, uma maior difusão e utilização do SPCB é limitada pelos seus próprios inconvenientes [6]. O sistema é utilizado, principalmente,

para distâncias curtas e médias e para viagens só de ida [7]. Esse comportamento desequilibra a distribuição das bicicletas ao longo do tempo e espaço e, conseqüentemente, aumenta a probabilidade do usuário encontrar uma estação lotada (sem vaga disponível) ou uma estação vazia (sem bicicleta disponível). Vogel et al. [8] identificam três medidas de gestão e desenvolvimento para atenuar esses desequilíbrios:

- Medidas a longo prazo: desenvolvimento estratégico de um projeto que compreende decisões sobre a localização, número e dimensão das estações.
- Medidas a médio prazo: incentivos táticos para a distribuição de bicicletas a partir dos usuários.
- Medidas a curto prazo: reposição operacional de bicicletas a partir do provedor do serviço.

Uma questão crucial para a eficiência operacional de um SPCB é a sua capacidade para atender à demanda flutuante de bicicletas em cada estação e para fornecer vagas livres suficientes para permitir que os usuários retornem as bicicletas aos seus destinos. Assim, do ponto de vista de gestão em tempo real, para aumentar a capacidade do sistema e a satisfação dos usuários, é necessário uma regulamentação constante para redistribuir adequadamente as bicicletas entre as estações, a fim de garantir que os usuários sejam capazes de retirar uma bicicleta para utilizar ou encontrar uma vaga para retornar a bicicleta.

Na literatura, vários métodos para resolver o problema de redistribuição de veículos ou de recursos foram apresentados [9–11]. Esses modelos são geralmente aplicados aos transportes de mercadorias [12, 13] ou aos sistemas de aluguel de carros [14–16]. Recentemente, alguns trabalhos lidam com a reordenação de bicicletas em um SPCB, que pode ser efetuada durante a noite, quando a taxa de utilização do sistema é muito baixa (definido na literatura como redistribuição estática) ou durante o dia, quando a taxa de utilização do SPCB é significativa (referido na literatura como reposição dinâmica).

Em relação a questões operacionais, o problema de balanceamento estático que estuda o reposicionamento das bicicletas entre as estações quando a demanda de usuários é considerada negligenciável, foi recentemente abordada [17–20]. Diversas formulações matemáticas do problema foram propostas por Raviv et al. [21]. Usando estimativas de demanda de bicicletas entre as estações em cada período de tempo, Shu et al. [20] desenvolveram um modelo baseado em pesquisa operacional para prever o fluxo de bicicletas, e assim, estimar a quantidade de viagens suportadas pelo sistema, dados o número inicial de bicicletas disponíveis e o número de vagas necessárias em cada estação. Além disso, a viabilidade de uma redistribuição periódica de bicicletas foi estudada. No que se refere à redistribuição dinâmica,

poucos autores consideram esse problema. Contrado et al. [22] elaborou uma formulação matemática do problema dinâmico em uma rede espaço-tempo. Contudo, o problema de redistribuição dinâmica é estudado sem levar em consideração padrões de redistribuição e períodos de tempo [23]. Alguns trabalhos propõem redistribuições em intervalos de tempo fixos [11, 24] ou assumem a presença de veículos de redistribuição transitando aleatoriamente entre estações lotadas e estações vazias [25].

Como observado por Vogel et al. [8], apesar da possibilidade de se aplicar as análises dos dados das bicicletas e as pesquisas com os usuários para prever as futuras demandas de bicicletas nas estações, as demandas ainda devem ser consideradas estocásticas e não determinísticas. Sendo assim, o comportamento do usuário não pode ser modelado nos modelos matemáticos de otimização desenvolvidos. Por outro lado, sistemas públicos de compartilhamento de bicicletas podem ser descritos por meio de um modelo dinâmico a eventos discretos. Eles podem ser associados com o espaço de estados discretos (número de bicicletas disponíveis em uma estação) e mudanças dos estados causadas por eventos discretos (retirada ou devolução de uma bicicleta em uma estação pelo usuário) ao longo do tempo. Por serem sistemas em que os usuários servem a si próprios, eles são estocásticos complexos, sendo caracterizados pelo paralelismo, sincronização e concorrência [1], o que sugere a utilização de redes de Petri como formalismo para a sua modelagem, podendo as medidas determinísticas e estocásticas serem avaliadas utilizando-se um modelo geral em redes de Petri, associado à funções de tempo determinísticas e/ou probabilísticas [26].

Apesar da ampla utilização das redes de Petri em diversos trabalhos para modelar sistemas dinâmicos, elas tiveram participação relativamente pequena na modelagem e análise de sistemas de transportes urbanos. Para sistemas públicos de compartilhamento de bicicletas em particular, na literatura, os primeiros trabalhos a apresentar modelos dinâmicos em redes de Petri e análises de desempenho, foram [27], [28] e [1], que desenvolveram um modelo modular em redes de Petri com arcos de pesos variáveis, que dependem da marcação da rede. O modelo em redes de Petri proposto por Labadi et al. [1] não é usual na literatura. Além disso, não são disponibilizadas ferramentas para análise e simulação dos sistemas considerados. Alguns aspectos de características essencialmente estocásticas, importantes para a análise do funcionamento do SPCB, como as escolhas das rotas realizadas pelos usuários, os tempos dos percursos entre as estações e os tempos associados à redistribuição de bicicletas do sistema, não são abordados em [1].

Este trabalho apresenta soluções para os problemas encontrados em [1], a partir do desenvolvimento de um modelo em redes de Petri estocásticas generalizadas que descrevem os padrões das movimentações de bicicletas. As principais diferenças

entre a abordagem proposta neste trabalho e a considerada em [1] é que, neste trabalho o SPCB é modelado por redes de Petri estocásticas generalizadas, com arcos de pesos fixos, que incluem as características estocásticas e probabilísticas do sistema. Além disso, são apresentadas as equações dinâmicas do sistema, permitindo a generalização do modelo desenvolvido para qualquer sistema com N estações.

O modelo proposto neste trabalho foi validado a partir da sua utilização para a definição de uma estratégia de balanceamento do SPCB a ser implantado na UFRJ (Campus do Fundão), que contará com 400 bicicletas distribuídas entre 29 estações utilizando-se um programa de simulação, desenvolvido neste trabalho com base no modelo proposto. A análise das simulações realizadas baseadas no sistema da UFRJ permite previsões para o número de bicicletas disponíveis nas estações ao longo do dia. Tais previsões irão oferecer um melhor serviço na logística de redistribuições e balanceamento das bicicletas. É importante ressaltar que o programa de simulação implementado pode ser parametrizado e configurado em diversas maneiras, de acordo com situações reais.

Este trabalho está estruturado da seguinte forma. No capítulo 2 são revistos os principais conceitos de redes de Petri necessários para o entendimento dos modelos apresentados. No capítulo 3 é descrito o funcionamento de um SPCB, seguido pelo detalhamento do modelo em redes de Petri com arcos de pesos variáveis, proposto por Labadi et al. [1]. Nos capítulos 4 e 5 serão apresentadas as contribuições deste trabalho; especificamente, o capítulo 4 descreve o modelo em rede de Petri generalizada estocástica desenvolvido neste trabalho. O capítulo 4 conta também com a generalização do modelo proposto, supondo um SPCB de N estações, finalizando com o cálculo da sua complexidade computacional. A descrição e a modelagem do SPCB a ser implantado na UFRJ são apresentadas no capítulo 5. As simulações do sistema sem balanceamento de bicicletas e com a ação de um veículo de redistribuição são exibidas no capítulo 6. Finalmente, no capítulo 7 são apresentadas as conclusões e as propostas de trabalhos futuros.

Capítulo 2

Fundamentos teóricos

Neste capítulo são apresentados os fundamentos básicos de redes de Petri necessários para a elaboração desta dissertação. Para tanto, este capítulo está estruturado da seguinte forma. Na seção 2.1, é apresentada a definição de rede de Petri e algumas de suas propriedades. A seção 2.2 mostra o conceito de rede de Petri temporizada-T, seguida pela seção 2.3, que esclarece a rede de Petri estocástica generalizada, utilizada no modelo proposto deste trabalho. E, por fim, na seção 2.4 é abordada a rede de Petri com arcos de pesos variáveis introduzida em [1].

2.1 Rede de Petri

A rede de Petri é uma especificação formal largamente difundida devido à sua extensa generalidade, sendo capaz de descrever comportamentos como paralelismo, concorrência, sincronização e recursos compartilhados. Devido à essas características, é adequada para modelar uma grande variedade de sistemas a eventos discretos [29].

2.1.1 Estrutura de uma rede de Petri

O grafo de uma rede de Petri é formado por dois tipos de vértices conectados por arcos: os lugares e as transições. Os lugares são representados graficamente por círculos e contêm informações relacionadas aos estados e condições do sistema. As transições são representadas por barras e são, em geral, associadas aos eventos. Os arcos são simbolizados por setas orientadas de acordo com funções que definem as relações entre as transições e os lugares. Uma rede de Petri é um grafo orientado bipartido, pois um arco nunca liga vértices do mesmo tipo. Sua definição formal é apresentada a seguir [29].

Definição 2.1 (*Grafo de uma rede de Petri*) *Um grafo de uma rede de Petri é uma quádrupla*

$$\mathcal{N} = (P, T, Pre, Post),$$

em que:

- $P = \{p_1, p_2, \dots, p_{n_P}\}$ é o conjunto finito de lugares;
- $T = \{t_1, t_2, \dots, t_{n_T}\}$ é o conjunto finito de transições;
- $Pre : (P \times T) \rightarrow \mathbb{Z}_+ = \{0, 1, 2, \dots\}$ é a função de arcos ordinários que conectam lugares a transições e
- $Post : (T \times P) \rightarrow \mathbb{Z}_+$ é a função de arcos ordinários que conectam transições a lugares.

Quando um arco tem origem em um lugar $p_i \in P$ e termina em uma transição $t_j \in T$, p_i é chamado de lugar de entrada de t_j e representa uma pré-condição a ser atendida para que t_j ocorra. Quando o arco tem origem em uma transição t_j e termina em um lugar p_i , este é conhecido como lugar de saída de t_j e representa um estado do sistema após a ocorrência de t_j .

Os conjuntos de lugares de entrada e de saída de uma transição $t_i \in T$ são denotados por $I(t_i)$ e $O(t_i)$, respectivamente. Da mesma forma, os conjuntos de transições de entrada e de saída de um lugar $p_i \in P$ são denotados por $I(p_i)$ e $O(p_i)$ respectivamente. Note que $I(t_i)$ é formado por lugares $p_j \in P$ tais que $Pre(p_j, t_i) > 0$ e $O(t_i)$ é formado por lugares $p_j \in P$ tais que $Post(t_i, p_j) > 0$. Além disso, $I(p_i)$ e $O(p_i)$ são formados por transições $t_j \in T$ tais que $Post(t_j, p_i) > 0$ e $Pre(p_i, t_j) > 0$, respectivamente.

Um exemplo básico de um grafo de uma rede de Petri, cuja estrutura é definida por $P = \{p_1, p_2\}$, $T = \{t_1\}$, $Pre(p_1, t_1) = 1$ e $Post(t_1, p_2) = 2$, é mostrado na figura 2.1. Os dois arcos que ligam a transição t_1 ao lugar p_2 podem ser substituídos por apenas um arco contendo a informação do peso, de valor maior que um, igual a $Post(t_1, p_2)$. Essa substituição torna a rede visualmente mais simples, como mostrado na figura 2.2.

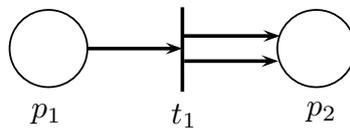


Figura 2.1: Exemplo de um grafo de uma rede de Petri.

2.1.2 Rede de Petri com marcação

Ao se modelar um sistema usando redes de Petri, faz-se necessário representar os estados do sistema antes e depois da ocorrência de cada evento e quais transições estão habilitadas. Para tanto, fichas, também chamadas de *tokens*, são colocadas

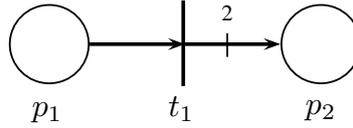


Figura 2.2: Exemplo de um grafo de uma rede de Petri com arco de peso maior que 1.

no interior dos lugares do grafo e além de representar a situação (estado) da rede de Petri em um determinado momento, permite verificar se as condições para que uma transição ocorra são satisfeitas. Quando a transição t_j ocorre (ou dispara), as fichas se movimentam de acordo com as funções $Pre(p_i, t_j)$ e $Post(t_j, p_i)$, que indicam, respectivamente, as quantidades de fichas a serem consumidas e acrescidas no lugar p_i após a ocorrência de t_j .

Algumas estruturas de redes de Petri permitem o uso de arco inibidor, representado graficamente como um arco com uma circunferência na extremidade final. O arco inibidor é definido pela função $Inhib : (P \times T) \rightarrow \mathbb{N}$, e sempre tem sua origem em um lugar e o final em uma transição. O lugar que é ligado à transição por meio de um arco inibidor é chamado de lugar inibidor. Uma rede de Petri que possui um ou mais arcos inibidores é denominada rede de Petri estendida.

O estado atual da rede é representado por um vetor de marcação de lugares $\underline{m} = [m(p_1) \ m(p_2) \ \dots \ m(p_{n_P})]^T$, cujas componentes $m(p_i)$ representam o número de fichas em cada lugar $p_i \in P$. A marcação da rede de Petri possibilita o acompanhamento da evolução do sistema; para cada estado alcançado por ele, há um novo vetor de marcação de lugares na rede de Petri correspondente.

Uma rede de Petri com marcação é definida da seguinte forma [29].

Definição 2.2 (*Rede de Petri estendida com marcação*) Uma rede de Petri estendida com marcação \mathcal{R} é uma sêxtupla

$$\mathcal{R} = (P, T, Pre, Post, Inhib, m_0),$$

em que:

- $(P, T, Pre, Post, Inhib)$ é um grafo de rede de Petri estendida;
- $\underline{m}_0 = [m_0(p_1) \ m_0(p_2) \ \dots \ m_0(p_{n_P})]^T$ é o vetor de marcação inicial da rede.

A figura 2.3 mostra a rede de Petri da figura 2.2 com marcação inicial $\underline{m} = [2 \ 0]^T$.

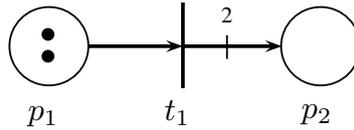


Figura 2.3: Exemplo de uma rede de Petri com marcação.

2.1.3 Dinâmica das redes de Petri

Uma transição t_j é dita estar habilitada, se todos os seus lugares de entrada contêm um número de fichas igual ou maior do que o peso dos respectivos arcos de entrada e todos os seus lugares inibidores contêm menos fichas que o peso do seu arco inibidor. Se todas as condições para que uma transição ocorra forem satisfeitas, ela estará habilitada e poderá disparar. A definição de uma transição habilitada é dada a seguir:

Definição 2.3 (*Transição habilitada*) Seja $I(t_j)$ o conjunto de todos os lugares de entrada da transição $t_j \in T$. Então t_j está habilitada se, e somente se, $\forall p_i \in I(t_j)$,

$$m(p_i) \geq Pre(p_i, t_j), \quad (2.1)$$

$$m(p_i) < Inhib(p_i, t_j). \quad (2.2)$$

É importante ressaltar que o disparo de uma transição habilitada não é obrigatório. Na marcação da rede da figura 2.3, a transição t_1 está habilitada, pois $m(p_1) = 2$ e $Pre(p_1, t_1) = 1$. Já a figura 2.4, mostra uma outra rede de Petri, na qual $m(p_1) \leq Pre(p_1, t_1)$, o que impossibilita o disparo da transição t_1 .

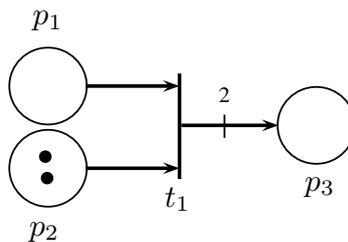


Figura 2.4: Exemplo de uma rede de Petri com transição não habilitada.

Observação 2.1 *Mais adiante, a transição t_j habilitada na marcação \underline{m} será denotado por $[\underline{m}, t_j]$.*

Uma transição está habilitada apenas quando existem fichas em todos os seus lugares de entrada normais e não há fichas nos lugares ligados por arcos inibidores. O arco inibidor bloqueia a habilitação de uma transição caso o número de fichas no seu lugar de origem seja igual ou maior que o peso desse arco. A figura 2.5 mostra o

funcionamento de um arco inibidor na habilitação de uma transição. Inicialmente, na figura 2.5(a), a transição t_1 pode disparar, pois está habilitada pelas regras de disparo das transições e o arco inibidor exige que o lugar p_2 não contenha fichas. Entretanto, na figura 2.5(b), a ficha no lugar p_2 impede a habilitação da transição t_1 .

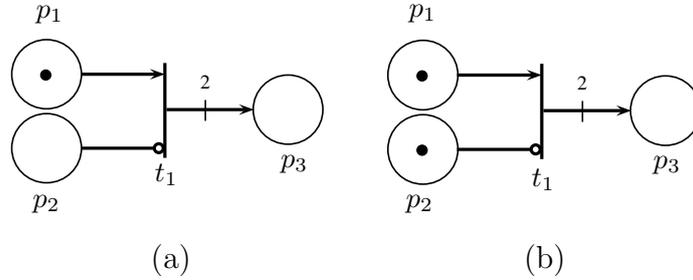


Figura 2.5: Rede de Petri com transição t_1 habilitada (a) e com a mesma transição não habilitada (b).

As mudanças de estados do sistema são consequências dos disparos das transições habilitadas. Após o disparo de uma transição, seus lugares de entrada perdem fichas e seus lugares de saída ganham fichas de acordo com os pesos de seus respectivos arcos, fazendo com que a rede de Petri alcance uma nova marcação que modela o estado atual do sistema correspondente.

O disparo de uma transição habilitada t_j resulta em uma nova marcação \underline{m}' obtida de acordo com a seguinte equação:

$$m'(p_i) = m(p_i) - Pre(p_i, t_j) + Post(t_j, p_i), \forall p_i \in P. \quad (2.3)$$

Note que $Inhib(p_i, t_j)$ não aparece na expressão acima e, portanto, lugares inibidores não perdem fichas; mas podem receber desde que sejam lugares de saída de t_j .

A figura 2.6 mostra a marcação $\underline{m}' = [0 \ 0 \ 2]^T$ da rede de Petri da figura 2.5(a) resultante do disparo da transição t_1 , que está habilitada para a marcação inicial $\underline{m}_0 = [1 \ 0 \ 0]^T$. Quando a transição t_1 da figura 2.5(a) disparar, o lugar de entrada p_1 perde a sua ficha e o lugar de saída p_3 ganha a quantidade de fichas equivalente ao peso do arco que liga t_1 a ele. Como um arco inibidor somente modifica a regra de disparo de t_1 , o lugar inibidor p_2 não perde fichas após o disparo da transição t_1 .

Para uma rede de Petri \mathcal{R} com n_P lugares e n_T transições, a matriz de incidência $A = [a_{ij}]$ é uma matriz de inteiros de dimensão $n_P \times n_T$ dada por $a_{ij} = a_{ij}^+ - a_{ij}^-$, em que $a_{ij}^+ = Post(p_i, t_j)$ e $a_{ij}^- = Pre(p_i, t_j)$ [30]. A equação fundamental que descreve a dinâmica do sistema é dada por:

$$\underline{m}' = \underline{m} + A\underline{\sigma}_k, \quad (2.4)$$

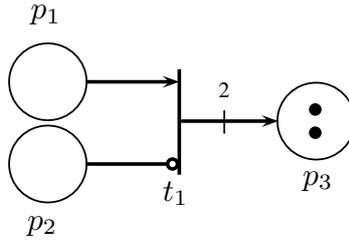


Figura 2.6: Rede de Petri da figura 2.5(a) após o disparo da transição t_1 .

sendo $\underline{\sigma}_k$ o vetor característico de tamanho n_T em que a sua j -ésima componente corresponde ao número de disparos da transição t_j para que a marcação \underline{m} alcance a nova marcação \underline{m}' .

2.1.4 Conflito efetivo

Para que uma transição possa disparar, ela precisa estar habilitada. Porém, apenas a habilitação de uma transição não garante seu disparo, pois pode haver um conflito entre transições, gerando para a rede de Petri um comportamento não determinístico. Um conflito efetivo existe quando um mesmo lugar for entrada de uma ou mais transições e o número de fichas neste lugar for menor que a soma dos pesos dos arcos que o ligam às transições que participam do conflito [29]; então, quando ambas estão habilitadas, o disparo de uma desabilita a outra. A figura 2.7 ilustra um conflito entre as transições t_1 e t_2 . Como o lugar p_1 é marcado por um *token*, apenas uma das transições poderá disparar.

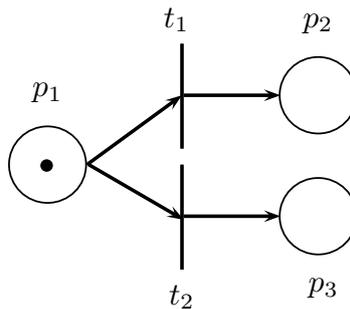


Figura 2.7: Conflito efetivoas entre as transições t_1 e t_2 .

O conceito de conflito efetivo é relacionado à decisão a ser tomada entre o disparo de uma das transições que compartilham um mesmo recurso.

2.2 Rede de Petri temporizada-T

Ao utilizar o formalismo de redes de Petri até aqui considerado, é possível descrever somente a estrutura lógica de sistemas sem incluir nenhuma informação de tempo. Entretanto, muitas vezes, o tempo tem um papel importante para a descrição completa do comportamento de sistemas. Surge, então, o conceito de transições temporizadas.

O tempo no disparo de uma transição pode estar associado com a duração de uma operação ou com o tempo de retardo do início da ocorrência de um certo evento. O atraso de uma transição pode ser determinístico ou estocástico [30]. Diferentemente das transições imediatas, as transições temporizadas são representadas graficamente no modelo por caixas retangulares vazias, como ilustrado na figura 2.8.

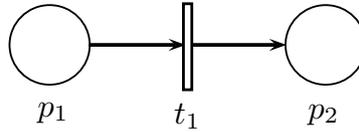


Figura 2.8: Transição t_1 temporizada.

Uma rede de Petri temporizada-T é definida da seguinte forma [29].

Definição 2.4 (*Rede de Petri temporizada-T*) Uma rede de Petri temporizada-T é uma séptupla

$$\mathcal{RT} = (P, T, Pre, Post, Inhib, m_0, Tempo),$$

em que:

- $(P, T, Pre, Post, Inhib, m_0)$ é o grafo de uma rede de Petri estendida com marcação de acordo com a definição 2.2;
- $Tempo$ é uma função de números racionais positivos ou zeros, definida sobre o conjunto de transições T , em que $Tempo(t_j) = d_j$ é o tempo associado à t_j .

Quando uma transição temporizada t_j torna-se habilitada, ela não dispara imediatamente. A transição t_j disparará após decorrido o tempo d_j , exceto na existência de conflitos [29].

2.3 Rede de Petri estocástica generalizada

Quando o tempo de retardo associado às transições temporizadas é não determinístico, ou seja, varia de acordo com alguma distribuição probabilística, temos as chamadas redes de Petri estocásticas generalizadas (RPEG), que modelam os

sistemas que possuem tanto transições estocásticas quanto imediatas, sendo as transições imediatas definidas como tendo retardo igual a zero. Nas RPEG, somente as transições estocásticas têm retardos associados diferentes de zero. No caso da existência de conflitos nas RPEGs, as transições imediatas têm prioridade de disparo sobre as transições estocásticas. Nesse contexto, são definidos dois tipos de marcações: (i) marcações perceptíveis: são aquelas nas quais somente transições temporizadas estão habilitadas e (ii) marcações voláteis: são as marcações em que pelo menos uma transição imediata está habilitada.

A figura 2.9 ilustra uma rede de Petri com uma marcação volátil, em que duas transições de tipos diferentes (temporizada e imediata) participam de um conflito [31]. Note que, devido à prioridade da transição imediata t_2 , a transição temporizada t_1 nunca estará habilitada.

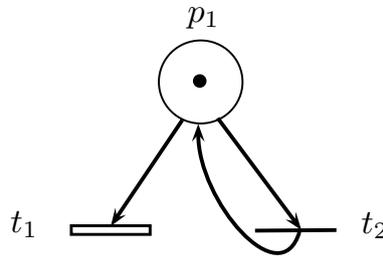


Figura 2.9: Conflito .

No caso das marcações voláteis, se mais de uma transição imediata estiver habilitada, o conflito será resolvido por meio da definição de um mecanismo de arbitragem chamado chaveamento aleatório, no qual é atribuída a cada transição uma probabilidade de disparo. O chaveamento aleatório é formado pelo conjunto de transições imediatas habilitadas e das probabilidades definidas sobre elas, conhecida como distribuição de chaveamento [32]. Diferentes marcações podem gerar um único chaveamento aleatório toda vez que estas marcações habilitarem o mesmo conjunto de transições imediatas sob as quais uma distribuição de chaveamento foi definida.

Uma RPEG é formalmente definida da seguinte forma [33].

Definição 2.5 (*rede de Petri Estocástica Generalizada*) Uma RPEG é uma séptupla

$$\mathcal{RPEG} = (P, T, Pre, Post, Inhib, \Lambda, m_0),$$

em que:

- $(P, T, Pre, Post, Inhib, m_0)$ é o grafo de uma rede de Petri estendida com marcação de acordo com a definição 2.2;
- $\Lambda(\cdot)$ é a função de taxa de disparo definida sobre o conjunto de transições.

A função $\Lambda(\cdot)$ permite a definição da componente estocástica de um modelo de RPEG e mapeia as transições em números reais positivos. Usaremos a notação λ_k para indicar $\Lambda(t_k)$, para qualquer transição $t_k \in T$. O valor λ_k é chamado de taxa da transição t_k se t_k for temporizada, e de peso da transição t_k se t_k for imediata.

Quando uma marcação perceptível \underline{m} habilita várias transições (temporizadas), a que realmente dispara é a que tiver o menor tempo de atraso. Então, a transição t_k dispara na marcação \underline{m} com a seguinte probabilidade:

$$P\{t_k|\underline{m}\} = \frac{\lambda_k}{\sum_{l: [\underline{m}, t_l]} \lambda_l}. \quad (2.5)$$

Quando várias transições imediatas estiverem habilitadas em uma marcação volátil \underline{m} , uma delas (transição t_i , por exemplo) é selecionada como candidata para disparar com a seguinte probabilidade:

$$P\{t_i|\underline{m}\} = \frac{\lambda_i}{\sum_{k: t_k \in ECS(t_i) \wedge [\underline{m}, t_k]} \lambda_k}, \quad (2.6)$$

em que $ECS(t_i)$ é o conjunto de transições que participam do mesmo conflito, incluindo t_i .

O exemplo a seguir ilustra o conceito de RPEG.

Exemplo 2.1 *Considere a RPEG da figura 2.10, composta de seis lugares e sete transições. As transições t_3 , t_4 e t_7 são temporizadas cujos tempos de atraso são determinados, respectivamente, pelas seguintes funções densidade de probabilidade (fdp): $\lambda_3 = \text{Poisson}(t_{med})$, $\lambda_4 = \text{Uniforme}([t_{min} \ t_{max}])$ e $\lambda_7 = \text{Exponencial}(t_{med}, \sigma_{med})$. As transições t_5 e t_6 são duas transições imediatas conflitantes: elas sempre estarão habilitadas simultaneamente, então é necessário definir uma distribuição de chaveamento para cada marcação em que $m(p_5)$ e $m(p_6)$ são maiores que zero. Uma possível distribuição de chaveamento é:*

$$\{P\{t_5\} = 1/3, P\{t_6\} = 2/3\}$$

Caso a marcação da rede tenha pelo menos uma ficha nos lugares p_5 e p_6 , as duas marcações t_5 e t_6 são simultaneamente habilitadas, e, como especificado na distribuição de chaveamento definida acima, tanto t_5 quanto t_6 podem disparar primeiro com probabilidades $1/3$ e $2/3$, respectivamente; após o disparo de t_5 ou t_6 , uma ficha irá para p_2 ou para p_4 , respectivamente.

Observação 2.2 *A evolução dinâmica de uma RPEG se dá da seguinte forma. Quando as transições que participarem de um conflito estiverem habilitadas, haverá um sorteio para determinar qual transição irá disparar em função das probabilidades associadas a elas. No exemplo 2.1, as transições t_5 e t_6 estão, ambas, habilitadas*

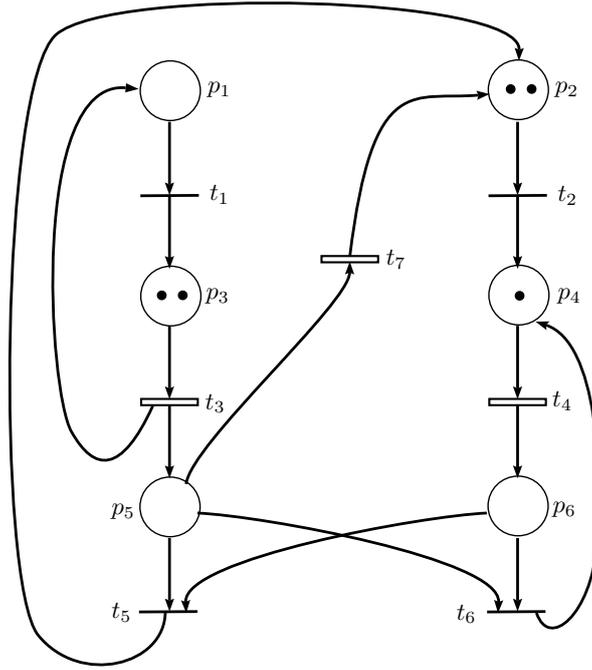


Figura 2.10: Rede de Petri estocástica generalizada do exemplo 2.1.

quando $m(p_5) \geq 1$ e $m(p_6) \geq 1$. A transição a ser disparada pode ser escolhida a partir de uma geração uniforme de números aleatórios entre $[0, 3]$. Se o número sorteado pertencer ao intervalo $[0, 1]$ então a transição t_5 será aquela que vai disparar. Caso contrário, t_6 será a transição escolhida. No caso de transições temporizadas, o tempo de atraso será sorteado quando a transição se tornar habilitada em função da fdp associada à transição.

2.4 Rede de Petri com arcos de pesos variáveis

A definição clássica de uma rede de Petri considera que os pesos dos arcos são constantes. Contudo, a modelagem de um sistema pode exigir que um dado evento remova de um lugar, ou adicione a um lugar, uma quantidade de fichas que varia de acordo com a marcação atual da rede, dando origem à rede de Petri com arcos de pesos variáveis [1], que é definida formalmente da seguinte forma.

Definição 2.6 (Rede de Petri com arcos de pesos variáveis) Para qualquer arco $arc(i, j)$ da rede de Petri com n_P lugares, seu peso $w(i, j)$ é um valor positivo e definido como uma função afim da marcação \underline{m} com coeficientes inteiros α_i , conforme a equação:

$$w(i, j) = \alpha_0 + \sum_{p_i \in P} \alpha_i \cdot m(p_i),$$

sendo $\alpha_i \in \mathbb{Z}_+$, $i = 1, \dots, n_P$.

O conceito de arcos com pesos que variam de acordo com as marcações da rede é ilustrado no exemplo a seguir.

Exemplo 2.2 Considere a rede de Petri da figura 2.11 com marcação inicial $\underline{m}_0 = [2 \ 2 \ 0]^T$, na qual os pesos dos arcos (t_3, p_2) e (t_3, p_3) são variáveis e dependem da marcação do lugar p_2 .

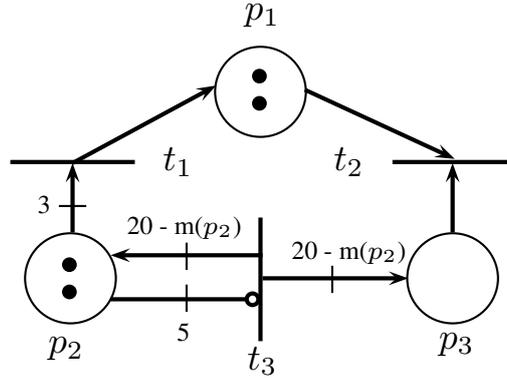


Figura 2.11: Rede de Petri do exemplo 2.2 com arcos de pesos variáveis.

A transição t_3 está habilitada para a marcação inicial da rede $\underline{m}_0 = [2 \ 2 \ 0]^T$, uma vez que $m(p_2) = 2 < \text{Inhib}(p_2, t_3)$.

Como um lugar inibidor não perde fichas quando uma transição dispara, então, após o disparo de t_3 , $20 - m(p_2) = 18$ fichas serão adicionadas aos lugares p_2 e p_3 , que alcançam uma nova marcação, qual seja:

$$m'(p_2) = m_0(p_2) + [20 - m_0(p_2)] = 2 + [10 - 2] = 20,$$

$$m'(p_3) = m_0(p_3) + [20 - m_0(p_2)] = 0 + [10 - 2] = 18.$$

Em outras palavras, o disparo da transição t_3 para a marcação inicial \underline{m}_0 faz a rede alcançar uma nova marcação $\underline{m}' = [2 \ 20 \ 18]^T$.

Capítulo 3

Sistema público de compartilhamento de bicicletas

Um sistema público de compartilhamento de bicicletas (SPCB) requer mais que apenas bicicletas e estações. A simples instalação de estações de retirada e devolução de bicicletas, sem se preocupar com a frequência de uso dos locais, com o modo como as pessoas se locomovem e suas necessidades, entre outros fatores, poderá não trazer as melhorias esperadas de mobilidade urbana. Nesse contexto, a modelagem, a análise e a avaliação do desempenho de um SPCB tornam-se essenciais para o sucesso da sua implementação e para assegurar que o fluxo de bicicletas seja eficiente.

O objetivo deste capítulo é apresentar uma descrição de um SPCB com vistas a obter um modelo matemático que simule o seu comportamento, estando estruturado da seguinte forma. Na seção 3.1 é descrito o funcionamento dos sistemas públicos de compartilhamento de bicicletas seguida pela seção 3.2, que apresenta o modelo desenvolvido por Labadi et al. utilizando redes de Petri com pesos variáveis.

3.1 Descrição do sistema

As razões para se implantar um programa de bicicletas compartilhadas geralmente visam o aumento do uso urbano da bicicleta, redução do congestionamento, melhoria da qualidade do ar e aumento da oferta de opções de transportes não motorizados [4]. Além disso, a possibilidade de utilizar bicicletas dá aos usuários maior acesso a locais que estavam fora de seu alcance, enquanto pedestres.

Em um sistema público de compartilhamento de bicicletas, os usuários usam as bicicletas disponíveis a partir da sua demanda por transporte sem ter que arcar com os custos e responsabilidades de se ter uma bicicleta. Os indivíduos estão livres para pegar ou deixar bicicletas nas estações espalhadas pela área de abrangência.

Para que um SPCB seja bem sucedido e atenda às necessidades de mobilidade

urbana de uma região, ele precisa ser bem planejado e, para isso, é necessário entender as principais demandas por transporte em cada área de atuação e uma série de outros aspectos. A determinação da dimensão e local de cada estação é realizada considerando uma pesquisa preliminar de deslocamentos e mapeamento da região.

Cada estação é equipada com um número fixo de suportes de bicicletas estabelecido de acordo com a demanda da área do serviço e pelo nível de uso. Uma bicicleta pode ser retirada de qualquer estação e devolvida para a mesma ou qualquer outra, desde que tenha uma vaga disponível para ela.

Através de um sistema de rastreamento sem fio, a operadora do sistema localiza onde a bicicleta foi retirada e devolvida, além de identificar o usuário, por meio de dispositivos de identificação por radiofrequência (DIR) [4]. Os DIR possibilitam identificar cada bicicleta e monitorar quando cada uma é devolvida às estações, assim que elas são colocadas no engate.

Para manter as bicicletas e estações funcionando em um nível adequado de serviço, é utilizado um veículo motorizado para redistribuir as bicicletas entre as estações que estão esvaziando e as estações que estão enchendo. A redistribuição pode ser definida como o reequilíbrio da oferta de bicicletas, redistribuindo-as das estações muito cheias para estações quase vazias. A figura 3.1 ilustra o fluxo de bicicletas pelos usuários e pelo veículo de redistribuição entre três estações.

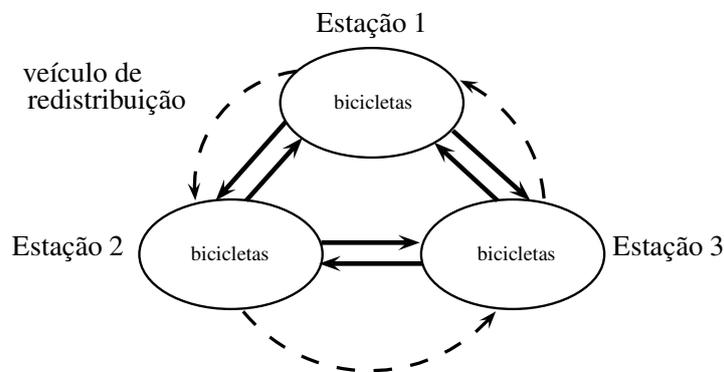


Figura 3.1: Fluxo de bicicletas em um SPCB com três estações.

Uma redistribuição bem sucedida é essencial à viabilidade do sistema do ponto de vista do usuário e é um dos maiores desafios para as operadoras de um sistema de compartilhamento de bicicletas, respondendo por até 30% dos custos operacionais em sistemas europeus [34]. Depois de um tempo em operação do sistema, a redistribuição torna-se mais previsível e pode ser melhor entendida como uma pré distribuição, ou seja, o movimento de bicicletas para as estações onde os usuários precisarão das mesmas retirando-as das estações onde terão maiores demandas de devoluções.

Apesar de um sistema de compartilhamento de bicicletas poder funcionar 24

horas por dia, a maioria das viagens ocorre em torno de alguns horários de picos pré-definidos, como entrada e saída em instituições de ensino e horário de almoço. Durante esses períodos, a redistribuição poderá ser necessária.

É essencial dispor de um sistema para redistribuir as bicicletas nos pontos de uso mais intenso, levando-se em consideração os dados iniciais, a modelagem e expectativas quanto ao número de usuários em potencial. A operadora deve buscar elaborar o melhor plano possível tendo em vista os dados disponíveis, e aperfeiçoar esse plano uma vez que o sistema seja implantado. Graças à utilização da tecnologia DIR, os dados se tornarão cada vez mais exatos à medida que mais usuários entrem e saiam do sistema.

3.2 Modelo de Labadi et al. utilizando redes de Petri com pesos variáveis

No modelo proposto por Labadi et al. [1], define-se, inicialmente o conjunto $S = \{S_1, S_2, \dots, S_N\}$ de N estações do SPCB. Cada estação $S_i \in S$ é equipada com C_i suportes de bicicletas (capacidade da estação S_i) e tem uma quantidade desejada de bicicletas R_i (número de reordenação). O principal objetivo do sistema de controle, utilizando o veículo de redistribuição com capacidade C_V , é manter R_i bicicletas em cada estação e $(C_i - R_i)$ suportes disponíveis em cada estação.

Em seu trabalho [1], Labadi et al. consideram um sistema de três estações e seu modelo de rede de Petri com arcos de pesos variáveis, apresentado na figura 3.2, é dividido em três sub-redes:

- A sub-rede do fluxo de bicicletas, que representa o fluxo do tráfego das bicicletas entre as diferentes estações da rede. O usuário pode retirar uma bicicleta de qualquer estação que não esteja vazia e devolver a bicicleta na mesma ou em qualquer outra estação, desde que tenha uma vaga disponível.
- A sub-rede do controle das estações representa a função de controle das estações que garante a disponibilidade de bicicletas e vagas em cada estação S_i . De acordo com o estado da estação a ser controlada, essa função toma uma decisão a partir de três alternativas: (i) adiciona bicicletas na estação, (ii) remove bicicletas da estação ou (iii) nenhuma ação é tomada.
- A sub-rede do circuito de distribuição representa o caminho a ser seguido pelo veículo de redistribuição a fim de visitar as estações da rede. Seu objetivo é rebalancear as bicicletas entre as estações.

Os significados dos elementos e parâmetros da rede de Petri do modelo do sistema são dados nas tabelas 3.1, 3.2, 3.3.

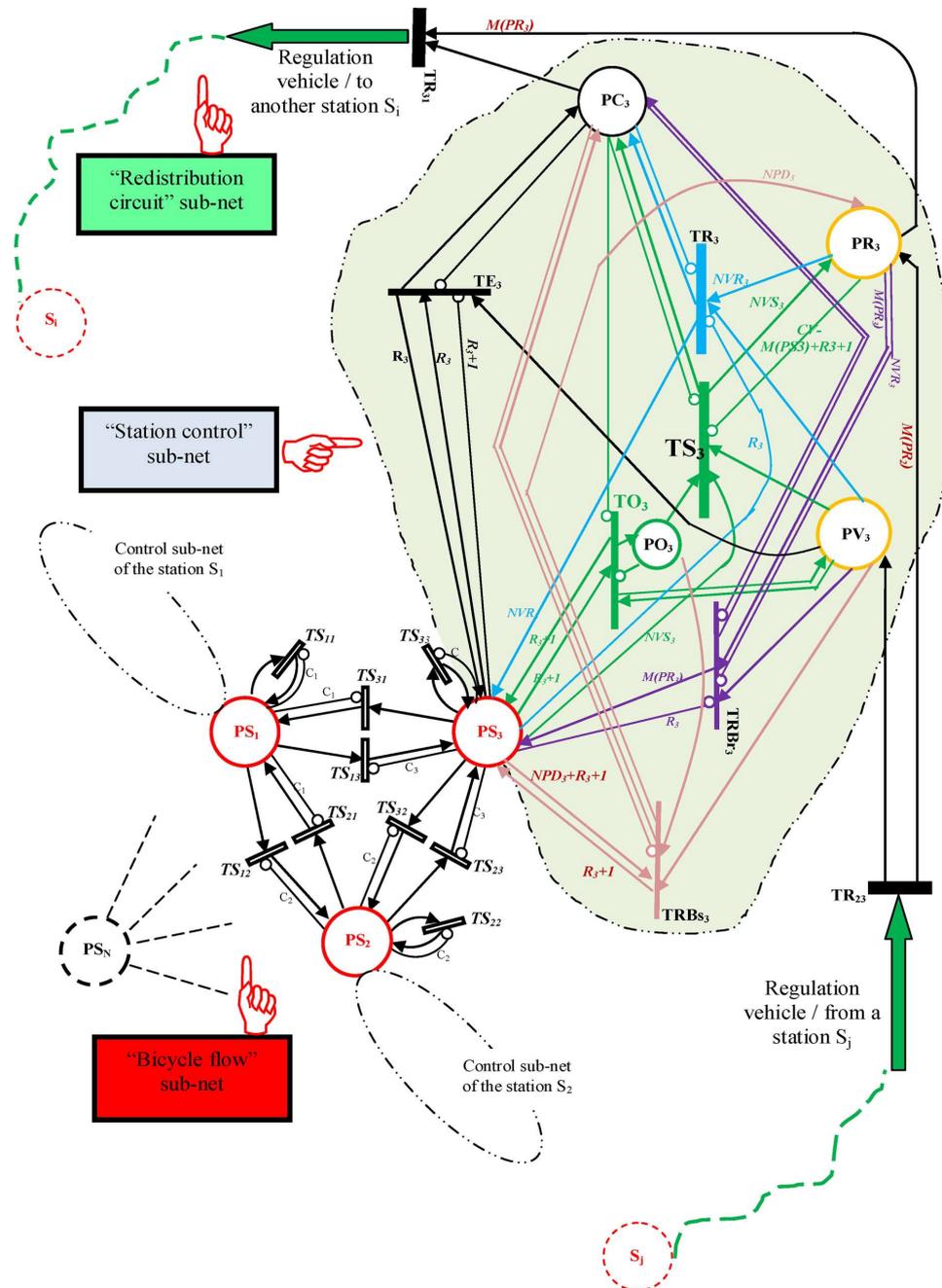


Figura 3.2: Rede de Petri do modelo de Labadi (retirada de [1]).

Tabela 3.1: Interpretação dos parâmetros da rede de Petri do modelo de Labadi [1].

Parâmetro	Interpretação
R_i	Número de reordenação fixado para a estação S_i . É o número de bicicletas que o veículo tenta manter em S_i , baseando-se nele para tomar a decisão de adicionar ou remover bicicletas.
C_i	Capacidade da estação S_i . Mais precisamente, C_i corresponde ao número máximo de bicicletas que S_i pode conter.
CV	Capacidade do veículo de redistribuição. Número máximo de bicicletas que podem ser transportadas pelo veículo de redistribuição.
NPD_i	Número de vagas disponíveis no veículo de redistribuição. Formalmente: $NPD_i = CV - m(PR_i)$.
NVR_i	Número de bicicletas a serem adicionadas na estação S_i . Formalmente: $NVR_i = R_i - m(PS_i)$.
NVS_i	Número de bicicletas a serem removidas da estação S_i . Formalmente: $NVS_i = m(PS_i) - R_i$.

Devido à modularidade do modelo apresentado por Labadi et al., é possível generalizá-lo para um sistema com N estações. Por exemplo, para cada estação S_i são necessários cinco lugares denotados por PS_i , PR_i , PO_i , PV_i e PC_i . Então, para modelar um sistema de N estações S_i ($i = 1, 2, \dots, N$), são necessários $5N$ lugares. Finalmente, considerando todos os módulos, o modelo de rede de Petri que representa um SPCB com N estações contém:

$$\begin{cases} 5N & \text{lugares} \\ N^2 + 7N & \text{transições} \end{cases}$$

3.2.1 Sub-rede do fluxo de bicicletas

Um sistema público de compartilhamento de bicicletas funciona como um banco de bicicletas que são continuamente utilizadas para a locomoção dos usuários entre as estações [1]. Visando descrever esse movimento, o modelo do fluxo de bicicletas representa a retirada de cada bicicleta disponível em qualquer uma das estações e a sua devolução para a mesma, ou para qualquer outra estação, desde que tenha uma vaga disponível para seu armazenamento. Os deslocamentos das bicicletas entre as estações do sistema são representados pelos lugares PS_i , pelas transições TS_{ij} e seus arcos.

Como observado na sub-rede, cada estação S_i do SPCB é modelada por um lugar denotado por PS_i . O número de fichas no lugar PS_i corresponde à quantidade de bicicletas disponíveis na estação S_i , dada pela marcação $m(PS_i)$ em um dado instante. A trajetória de uma bicicleta é representada pelos deslocamentos da ficha

Tabela 3.2: Interpretação dos lugares da rede de Petri do modelo de Labadi et al. [1].

Lugar	Interpretação
PS_i	Representa a estação S_i . A sua marcação $m(PS_i)$ corresponde ao número de bicicletas disponíveis na estação S_i .
PR_i	Representa o veículo de redistribuição. A sua marcação $m(PR_i)$ corresponde ao número de bicicletas disponíveis no veículo quando a estação S_i é visitada para ser controlada.
PO_i	Informa se o número de bicicletas na estação S_i é maior que o número de reordenação R_i . Caso positivo, $m(PO_i) = 1$.
PC_i	Indica o término do balanceamento na estação S_i pelo veículo de redistribuição. $m(PC_i) = 1$ significa que o controle da estação S_i foi realizado e que o veículo está liberado para partir para a próxima estação.
PV_i	Indica a chegada do veículo de redistribuição na estação S_i para o balanceamento quando $m(PV_i) = 1$.

Tabela 3.3: Interpretação das transições da rede de Petri do modelo de Labadi et al. [1].

Transição	Interpretação
TS_{ij}	Modela o fluxo de bicicletas entre as diferentes estações (deslocamento de uma bicicleta da estação S_i para a estação S_j).
TR_{ij}	Modela o deslocamento do veículo de redistribuição da estação S_i para a próxima estação S_j ($i \neq j$).
TR_i	Testa e adiciona (se necessário) bicicletas na estação S_i . O número de bicicletas a serem adicionadas na estação é: $NVR_i = R_i - m(PS_i)$.
TO_i	Testa se o número de bicicletas disponíveis na estação S_i é maior que o número de reordenação R_i .
TS_i	Testa e remove bicicletas da estação S_i se o número de bicicletas disponíveis é menor que o número de reordenação R_i . O número de bicicletas a serem removidas da estação é: $NVS_i = m(PS_i) - R_i$.
TE_i	Testa se o número de bicicletas disponíveis na estação S_i é igual ao número de reordenação R_i .
$TRBr_i$	Testa se o número de bicicletas NVR_i a serem adicionadas na estação S_i é maior que a quantidade de bicicletas disponíveis no veículo, indicado por $m(PR_i)$.
$TRBs_i$	Testa se o número de bicicletas NVS_i a serem removidas da estação S_i é menor que a quantidade de lugares disponíveis no veículo de redistribuição, correspondente a $NPD_i = CV - m(PR_i)$.

de um lugar para ele mesmo, após o disparo da transição TS_{ii} ou para qualquer outro lugar da rede, depois da ocorrência da transição TS_{ij} .

Cada estação S_i é equipada com C_i suportes de bicicletas. Os arcos inibidores com pesos C_i são utilizados para garantir que a capacidade de cada estação será respeitada, ou seja, a devolução de uma bicicleta pelo usuário em uma estação só poderá ocorrer se pelo menos uma vaga estiver disponível.

3.2.2 Sub-rede do controle das estações

O principal objetivo da função de controle é rebalancear as bicicletas entre as estações que estão esvaziando e enchendo, tentando manter uma quantidade mínima de bicicletas disponíveis em cada uma. Para cada estação, a função de controle é modelada por cinco lugares denotados por PS_i , PC_i , PO_i , PV_i , PR_i , seis transições TE_i , TR_i , TS_i , TO_i , $TRBr_i$ e $TRBs_i$ e todos os seus arcos correspondentes. As interpretações de todos os parâmetros encontram-se nas tabelas 3.2 e 3.3 e a sub-rede está representada na figura 3.2. Como mostrado no modelo, a sub-rede é duplicada para cada estação S_i .

Quando o veículo de redistribuição chega à estação S_i , indicado pela marcação $m(PV_i) = 1$, o estado dessa estação é controlado. Considerando o número de bicicletas disponíveis na estação naquele instante, representado por $m(PS_i)$, o veículo pode (a) colocar bicicletas na estação, (b) retirar bicicletas da estação ou (c) não realizar nenhuma ação. As diferentes operações são descritas a seguir:

- (a) **Operação de adição de bicicletas na estação:** A ação de adicionar bicicletas na estação S_i é realizada por meio da transição TR_i ou pela transição $TRBr_i$. A transição TR_i verifica se a quantidade de bicicletas disponíveis na estação é inferior a R_i e, caso positivo, se o veículo possuir bicicletas suficientes, adiciona $R_i - m(PS_i)$ bicicletas em S_i . Quando há necessidade de adicionar bicicletas na estação S_i , o carro transfere $R_i - m(PS_i)$ bicicletas para ela em um único instante. Se a estação necessitar a inclusão de bicicletas, mas o veículo não tiver bicicletas suficientes para deixá-la com R_i bicicletas, a transição $TRBr_i$ adiciona $m(PR_i)$ bicicletas, que corresponde ao número máximo que poderá ser incluído no atual instante, na estação S_i .
- (b) **Operação de remoção de bicicletas da estação:** A ação de remover bicicletas excedentes da estação S_i é realizada por meio da transição TS_i ou pela transição $TRBs_i$. A transição TS_i testa se a quantidade de bicicletas em S_i é maior que o número de reordenação R_i e, caso positivo, se o veículo possuir vagas suficientes, transfere as bicicletas da estação S_i para o veículo de redistribuição. Quando a transição TO_i está habilitada, seu disparo deposita uma

ficha no lugar PO_i para indicar que o número atual de bicicletas em S_i excede a quantidade ideal R_i . A marcação $m(PO_i) = 1$ é uma das condições que habilitam a transição TS_i . Após o disparo de TS_i , $m(PS_i) - R_i$ bicicletas são removidas da estação S_i e depositadas no veículo de redistribuição, representado pelo lugar PR_i . Caso $m(PO_i)$ seja igual a um e o veículo não tiver $m(PS_i) - R_i$ ou mais vagas disponíveis, a transição TRB_{S_i} remove NPD_i bicicletas de S_i , que corresponde ao número total de vagas livres no veículo de redistribuição.

- (c) **Operação de “nenhuma ação”:** Quando a quantidade de bicicletas disponíveis na estação controlada S_i for exatamente igual ao número de reordenação R_i nenhuma das operações acima precisam ser realizadas. O teste que verifica a igualdade $m(PS_i) = R_i$ é realizado pela transição TE_i . O disparo de TE_i não altera a marcação do lugar PS_i .

Após qualquer ação do veículo, ou seja, o disparo das transições TR_i , TRB_{R_i} , TS_i , TRB_{S_i} e TE_i detalhadas acima, é depositada uma ficha no lugar PC_i para indicar o término do controle da estação S_i e a liberação do veículo de redistribuição para a próxima estação S_{i+1} através do disparo da transição TR_{ij} na rede de Petri do modelo.

3.2.3 Sub-rede do circuito de distribuição

Para evitar estações vazias ou lotadas, o sistema público de compartilhamento de bicicletas requer um controle constante que consiste em transportar bicicletas das estações que estão com excesso de bicicletas para as estações que estão com carência das mesmas. O modelo proposto por Labadi et al. considera que o veículo utilizado para realizar o rebalanceamento de bicicletas entre as estações visita sucessivamente as estações S_1, S_2, \dots, S_N .

Os lugares denotados por PR_i, PV_i ($i = 1, 2, \dots, N$), as transições denotadas por TR_{ij} ($i \neq j$ e $i, j = 1, 2, \dots, N$) e seus arcos correspondentes formam um caminho fechado na rede de Petri do modelo representado na figura 3.2 que resulta na sub-rede do circuito que o veículo de redistribuição segue para visitar e controlar sucessivamente as diferentes estações da rede.

Quando o veículo de redistribuição chega à estação S_i , indicado pela marcação $m(PV_i) = 1$, a marcação atual do lugar PR_i indica quantas bicicletas estão disponíveis no veículo. O deslocamento do veículo de uma estação S_i para outra estação S_j é modelada pela transição TR_{ij} .

Após o término do controle de uma estação S_i e o disparo da transição habilitada TR_{ij} , o veículo de redistribuição deixa S_i e vai para a próxima estação S_j , resultando na perda da ficha do lugar PC_i . O veículo chega à estação S_j com $m(PR_i)$

bicicletas disponíveis, correspondente à quantidade de bicicletas que sobraram do rebalanceamento da estação anterior S_i .

3.3 Análise crítica do modelo proposto por Labadi et al. [1]

Apesar de sua modularidade e fácil entendimento, o modelo de Labadi et al. [1] utiliza uma rede de Petri com arcos de pesos dependentes da marcação, tendo sido desenvolvido visando diretamente a representação de sistemas públicos de compartilhamento de bicicletas. Isso torna esse tipo de rede bastante específica. De fato, o conceito de arcos de pesos variáveis não é usual na literatura e, por esse motivo, ferramentas para sua análise e simulação não estão disponíveis.

Em [1], não são abordados alguns aspectos envolvidos na simulação de um SPCB. Tais aspectos ou não estão de acordo com os aspectos reais do problema ou têm características essencialmente estocásticas e são importantes para a análise do funcionamento do sistema. São eles:

- 1) Em consequência dos pesos dos arcos em [1], o balanceamento de uma estação através do veículo de redistribuição impossibilita a ocorrência de um evento de retirada ou devolução de bicicletas pelos usuários até que o controle seja finalizado e considera que o veículo pode inserir ou retirar mais de uma bicicleta em um único instante de tempo, o que não ocorre na prática.
- 2) A escolha da estação de destino pelo usuário, após a retirada de uma bicicleta de uma das estações, o tempo de percurso entre duas estações durante a utilização do sistema pelos usuários e os tempos que veículo de redistribuição leva para realizar o balanceamento do número de bicicletas em uma estação e para percorrer todas as estações são determinados estocasticamente em função das características e especificidades do sistema real.

Levando em consideração todos os fatores citados acima, percebe-se a necessidade do desenvolvimento de um novo modelo. Neste trabalho será proposto um modelo baseado em uma rede de Petri estocástica generalizada, com arcos de pesos fixos e que leva em conta todos os aspectos práticos que o modelo de Labadi despreza.

Capítulo 4

Modelo baseado em redes de Petri estocásticas generalizadas

Apesar de sua modularidade e fácil entendimento, o modelo de Labadi et al. utiliza um tipo de rede de Petri bastante específico. Visando superar as deficiências do modelo proposto por Labadi, iremos apresentar neste capítulo um modelo para o SPCB baseado em redes de Petri estocásticas generalizadas.

Este capítulo está estruturado da seguinte forma. A seção 4.1 apresenta o modelo baseado em RPEG proposto neste trabalho. Na seção 4.2 descreve-se a generalização do modelo, a partir da construção da matriz de incidência para o SPCB com N estações e na seção 4.4 encontra-se o cálculo da complexidade computacional para esse SPCB.

4.1 Modelo proposto

O modelo proposto neste trabalho foi criado com o objetivo de possibilitar a implementação de ferramentas para análise e controle do sistema. Na rede do modelo, um lugar pode ser interpretado como o estado de um recurso ou de uma atividade. Se sua interpretação for o estado de um recurso, a presença de uma ou mais fichas nesse lugar indica que o recurso está disponível, enquanto que a ausência de ficha indica sua indisponibilidade. Por outro lado, se o lugar for interpretado como o estado de uma atividade, a presença ou ausência de uma única ficha indicará se essa atividade está sendo realizada ou não.

Neste trabalho iremos, inicialmente, apresentar um modelo para um SPCB composto por três estações. Mais à frente, iremos generalizá-lo para o caso de N estações. A figura 4.1 apresenta a sub-rede da estação S_1 para o balanceamento de um SPCB composto por três estações. Os significados dos elementos e dos parâmetros da rede de Petri do modelo são apresentados nas tabelas 4.1, 4.2 e 4.3.

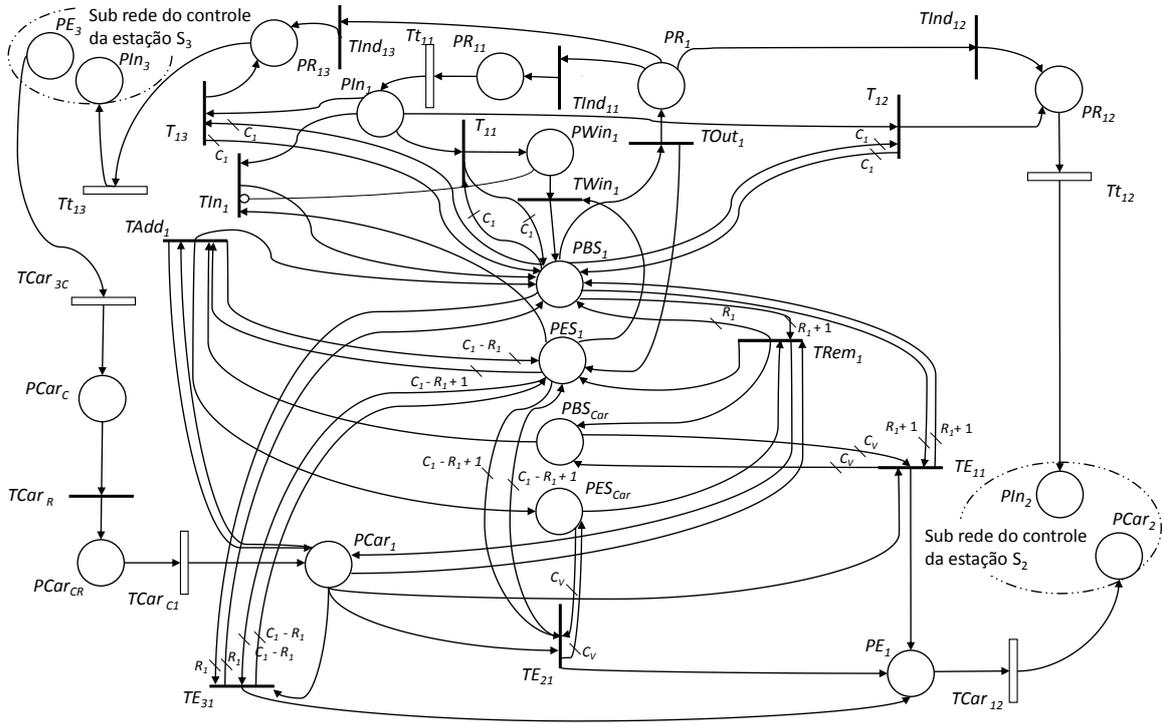


Figura 4.1: Sub-rede do controle da estação S_1 do modelo proposto.

Tabela 4.1: Interpretação dos parâmetros da rede de Petri do modelo proposto.

Parâmetro	Interpretação
R_i	Número de reordenação fixado para cada estação S_i . Parâmetro em que o veículo de redistribuição se baseia para tomar a decisão de adicionar ou remover uma bicicleta de acordo com o número de bicicletas disponíveis em S_i .
C_i	Capacidade de cada estação S_i . C_i corresponde ao número máximo de suportes para bicicletas em S_i .
C_V	Capacidade do veículo de redistribuição S_i . C_V corresponde ao número máximo de suportes para bicicletas no veículo de redistribuição.

Tabela 4.2: Interpretação dos lugares da rede de Petri do modelo proposto.

Lugar	Interpretação
PR_i	Representa as bicicletas que saíram da estação S_i , ou seja, que estão fora das estações.
PR_{ij}	Representa as bicicletas que saíram da estação S_i com destino à estação S_j .
$PI n_i$	Representa as bicicletas que desejam estacionar na estação S_i .
$PWin_i$	Indica quantas bicicletas estão aguardando a próxima vaga disponível em S_i , quando S_i estiver lotada.
PBS_i	Representa os suportes ocupados da estação S_i . A marcação $m(PBS_i)$ corresponde ao número de bicicletas disponíveis na estação S_i .
PES_i	Representa os suportes vazios da estação S_i . A sua marcação $m(PES_i)$ corresponde ao número de vagas disponíveis na estação S_i .
PBS_{Car}	Representa os suportes ocupados no veículo de redistribuição. A sua marcação $m(PBS_{Car})$ corresponde ao número de bicicletas disponíveis no veículo.
PES_{Car}	Representa os suportes vazios no veículo de redistribuição. A marcação $m(PES_{Car})$ corresponde ao número de lugares disponíveis no veículo.
$PCar_i$	Informa se o veículo de redistribuição está na estação S_i para realizar o balanceamento, que é indicado quando $m(PCar_i) = 1$.
PE_i	Indica o término do balanceamento na estação S_i pelo veículo de redistribuição. $m(PE_i) = 1$ significa que o controle da estação S_i foi realizado e que o veículo está liberado para partir para a próxima estação.
$PCar_C$	Informa se o veículo de redistribuição está no centro de redistribuição esperando para realizar o balanceamento, correspondente a $m(PCar_C) = 1$.
$PCar_{CR}$	Informa se o veículo de redistribuição está no centro de redistribuição e foi liberado para dar início à ronda.

Tabela 4.3: Interpretação das transições da rede de Petri do modelo proposto.

Transição	Interpretação
$TOut_i$	Uma bicicleta é retirada da estação S_i pelo usuário, se houver em S_i pelo menos uma bicicleta disponível.
$TInd_{ij}$	Uma bicicleta sai da estação S_i e escolhe a estação S_j como destino.
Tt_{ij}	Transição temporizada, que representa o deslocamento de uma bicicleta com origem na estação S_i e destino na estação S_j .
T_{ij}	A transição é habilitada se o usuário chega à estação S_i e a encontra lotada, decidindo ir para a estação S_j ou esperar nela mesma até a próxima vaga ser liberada (se $i = j$).
TIn_i	Uma bicicleta é adicionada na estação S_i pelo usuário, se houver pelo menos um suporte vazio em S_i e não tiver ninguém esperando na fila por uma vaga ($m(PWin_i) = 0$).
$TRem_i$	O veículo remove uma bicicleta da estação S_i se o número de bicicletas disponíveis for maior que o número de reordenação R_i ($m(PBS_i) > R_i$) e houver pelo menos uma vaga disponível no veículo ($m(PES_{Car}) > 0$).
$TAdd_i$	O veículo adiciona uma bicicleta na estação S_i se o número de bicicletas disponíveis for menor que o número de reordenação R_i ($m(PES_i) > C_i - R_i$) e houver pelo menos uma bicicleta disponível no veículo ($m(PBS_{Car}) > 0$).
TE_{1i}	Testa se o número de bicicletas disponíveis na estação S_i é maior que o número de reordenação R_i , mas não há suportes livres no veículo de redistribuição.
TE_{2i}	Testa se o número de bicicletas disponíveis na estação S_i é menor que o número de reordenação R_i , mas não há bicicleta disponíveis no veículo de redistribuição.
TE_{3i}	Testa se o número de bicicletas disponíveis na estação S_i é igual ao número de reordenação R_i .
$TCar_R$	O veículo de redistribuição está liberado para realizar a ronda.
$TCar_{C1}$	O veículo de redistribuição vai do centro de redistribuição para a estação S_1 .
$TCar_{i(i+1)}$	O veículo de redistribuição vai da estação S_i para a próxima estação S_{i+1} ($i = 1, 2, \dots, N - 1$).
$TCar_{NC}$	O veículo de redistribuição retorna da última estação S_i para o centro de redistribuição, finalizando a ronda.

Na rede de Petri do modelo do SPCB desenvolvido, os lugares PBS_{Car} e PES_{Car} , que representam o veículo de redistribuição, e os lugares PR_i ($i = 1, 2, \dots, N$), que representam as bicicletas que saíram da estação S_i e estão em trânsito, são interpretados como recursos compartilhados pelas N estações do sistema. A decisão de adicionar bicicleta, remover bicicleta ou deixar a estação é tomada de acordo com o estado da estação a ser controlada.

Iremos, a seguir, explicar detalhadamente cada uma das sub-redes.

4.1.1 Sub-rede do fluxo de bicicletas

A rede de Petri da figura 4.2 modela o fluxo de bicicletas, descrevendo a retirada de uma bicicleta de qualquer uma das estações que tenha pelo menos uma bicicleta disponível e a devolução dessa bicicleta para a mesma, ou para qualquer outra estação que tenha um suporte vazio.

As etapas e deslocamentos das bicicletas entre as estações do sistema são representados na sub-rede da figura 4.2.

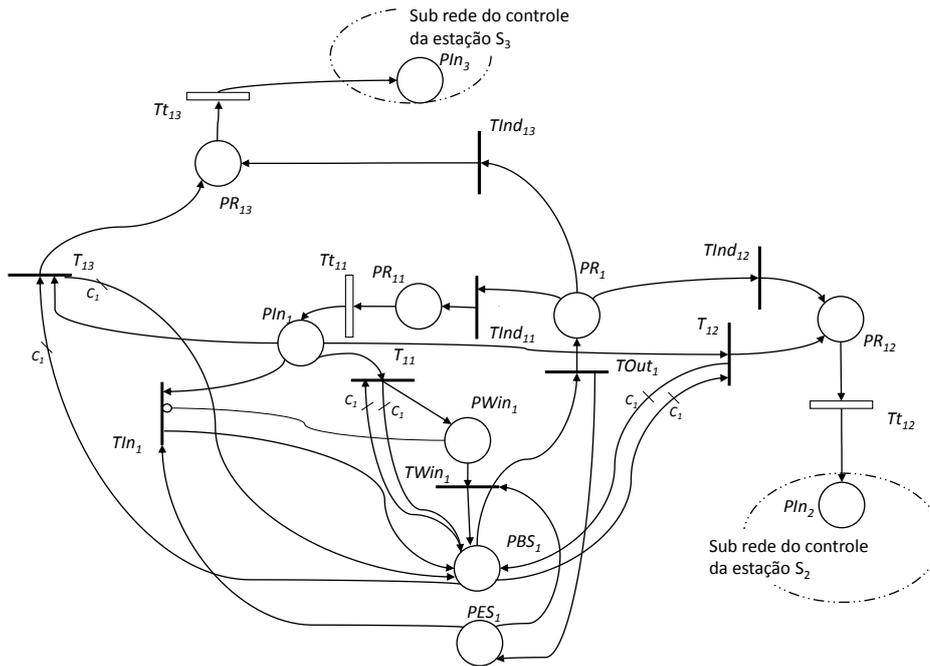


Figura 4.2: Sub-rede do fluxo de bicicletas do modelo proposto, em um sistema com três estações.

Na sub-rede do fluxo de bicicletas, cada estação S_i do SPCB é modelada pelos lugares PBS_i e PES_i que representam os suportes de bicicletas ocupados e livres, respectivamente. O número de fichas no lugar PBS_i corresponde à quantidade de bicicletas disponíveis na estação S_i (dada pela marcação $m(PBS_i)$) em um dado instante, da mesma forma que o número de fichas no lugar PES_i corresponde à

quantidade de suportes de bicicletas disponíveis na estação S_i (dada pela marcação $m(PES_i)$) em um dado instante. Note que $m(PBS_i) + m(PES_i) = C_i$.

Assim que o usuário retira uma bicicleta da estação S_i , que é representado pelo disparo da transição $TOut_i$, ele escolhe qual será a estação de destino desejada. Uma ficha no lugar PR_i , recurso comum para as transições $TInd_{ij}$ ($j = 1, 2, \dots, N$) gera um conflito entre elas. Na prática, esse conflito será resolvido disparando-se uma transição $TInd_{ij}$ com probabilidade de acordo com a equação (2.6). Para qualquer estado do sistema a soma das probabilidades de disparo das transições $TInd_{ij}$ ($j = 1, 2, \dots, N$) de uma estação S_i tem valor unitário, isto é:

$$\sum_1^N P\{TInd_{ij}|\underline{m}\} = 1, \forall \underline{m}.$$

As diferentes probabilidades de origem-destino dos usuários são definidas a partir de uma pesquisa realizada previamente e poderá ser alterada para outros projetos, de acordo com a demanda da região, ou a partir da evolução do SPCB real instalado.

Após o disparo de umas das transições $TInd_{ij}$, representando a escolha da estação de destino, a transição temporizada Tt_{ij} é habilitada. O tempo da transição Tt_{ij} é estocástico e varia de acordo com uma distribuição uniforme determinada pela distância entre as estações S_i e S_j e pela velocidade média do usuário no sistema que será modelado.

Quando o indivíduo chega à estação de destino S_j e na mesma houver pelo menos uma vaga disponível sem que haja fila de espera, ou seja, nenhuma ficha no lugar $PWin_j$, a bicicleta é depositada na estação, o que é representado pelo disparo da transição TIn_j . Caso a estação de destino esteja lotada, impossibilitando o depósito da bicicleta, o usuário terá que decidir se permanecerá na estação até que uma vaga esteja disponível (transição T_{jj}) ou se vai para qualquer outra estação (transição T_{ij} para $i \neq j$). Se a bicicleta chega a uma estação lotada ($m(PIn_i) > 0$ e $m(PBS_i) = C_i$), as transições T_{ij} ($j = 1, 2, \dots, N$), que compartilham os mesmos recursos, entram em conflito. Novamente, uma transição T_{ij} dispara com probabilidade segundo a equação (2.6) e para qualquer marcação da rede do modelo, o somatório das probabilidades de disparo das transições T_{ij} ($j = 1, 2, \dots, N$) de uma estação S_i é igual a um. O arco inibidor cuja origem e final estão no lugar $PWin_i$ e na transição TIn_i , respectivamente, garante que o usuário não poderá depositar uma bicicleta na estação S_i se houver fila de espera por uma vaga.

Note que, como cada estação S_i é equipada com C_i suportes de bicicletas, o parâmetro C_i corresponderá ao número máximo de fichas nos lugares PBS_i e PES_i , o que garante que a devolução de uma bicicleta pelo usuário a uma estação só poderá ocorrer se houver pelo menos uma vaga disponível. Dessa forma, a igualdade $m(PBS_i) + m(PES_i) = C_i$ é respeitada em qualquer instante de tempo.

4.1.2 Sub-rede do controle das estações

Para balancear o número de bicicletas em cada estação, a função de controle é modelada pelos lugares denotados por PBS_i , PES_i , $PCar_i$, PE_i , PBS_{Car} e PES_{Car} , em conjunto com as transições $TAdd_i$, $TRem_i$, TE_{1i} , TE_{2i} e TE_{3i} e seus arcos correspondentes. As interpretações de todos os parâmetros encontram-se nas tabelas 4.2 e 4.3 e a sub-rede está representada na figura 4.3.

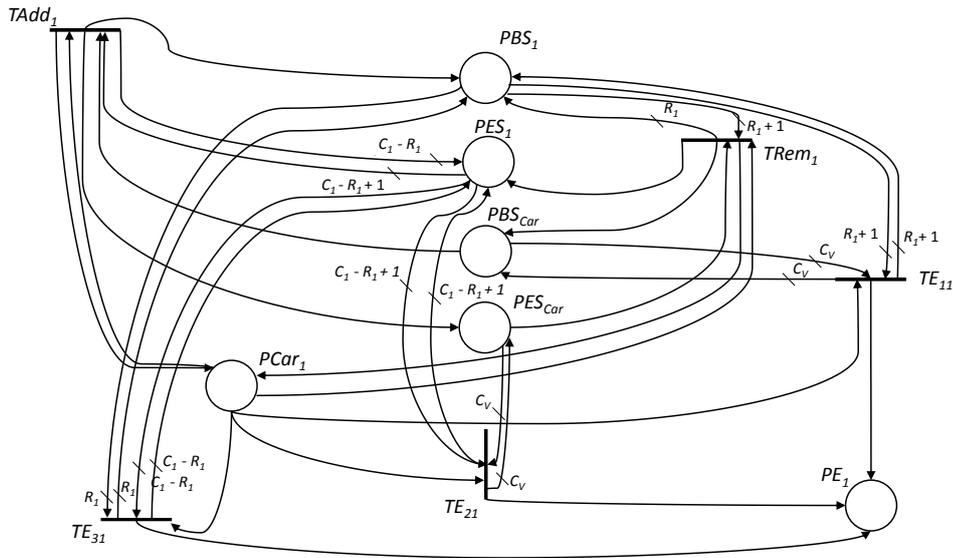


Figura 4.3: Sub-rede do controle da estação S_1 .

Quando o veículo de redistribuição chega à estação S_i , indicado pela marcação $m(PCar_i) = 1$, o estado dessa estação é controlado. Considerando o número de bicicletas e suportes disponíveis na estação naquele instante, marcações $m(PBS_i)$ e $m(PES_i)$, o veículo pode (a) colocar bicicletas na estação, (b) retirar bicicletas da estação ou (c) não realizar nenhuma ação. As diferentes operações são descritas a seguir:

- (a) **Operação de adição de bicicletas na estação:** A ação de adicionar bicicletas na estação S_i é realizada pela transição $TAdd_i$, que será habilitada se a quantidade de suportes disponíveis na estação for maior que $C_i - R_i$ e houver bicicletas no veículo de redistribuição. Quando houver necessidade de adicionar bicicletas na estação S_i , o carro irá transferir para ela uma bicicleta de cada vez, enquanto as condições para a habilitação de $TAdd_i$ forem satisfeitas. Em

outras palavras, enquanto a transição $TAdd_i$ estiver habilitada na sub-rede, em consequência de seu disparo, os lugares PES_i e PBS_{Car} perderão uma ficha e os lugares PBS_i e PES_{Car} ganharão uma ficha cada. O lugar $PCar_i$ habilita a transição $TAdd_i$, mas devido ao autolaço, não perde a ficha após o seu disparo; isso significa que o veículo permanecerá na estação S_i até que seja habilitada alguma das três transições de saída (TE_{1i} , TE_{2i} e TE_{3i}).

- (b) **Operação de remoção de bicicletas da estação:** A ação de remover bicicletas excedentes da estação S_i é realizada pela transição $TRem_i$, que testa se a quantidade de bicicletas em S_i é maior que o número de reordenação R_i e se há suporte disponível no veículo de redistribuição. Enquanto for necessário retirar bicicletas da estação S_i , e houver vaga disponível no veículo, a transição $TRem_i$ continuará habilitada e, após cada disparo, uma ficha será depositada nos lugares PES_i e PBS_{Car} e uma ficha será removida dos lugares PBS_i e PES_{Car} . A marcação $m(PCar_i) = 1$ é uma das condições que habilitam a transição $TRem_i$, e não será modificada após o seu disparo, pois o veículo permanece na estação S_i até que uma transição seja habilitada para a sua saída.
- (c) **Operação de “nenhuma ação”:** Ao chegar em uma estação para realizar seu controle, o veículo de redistribuição pode encontrar algumas situações onde nada deverá ou poderá ser feito:
- Quando o veículo precisar remover bicicletas excedentes da estação ($m(PBS_i) > R_i$) mas já estiver lotado ($m(PBS_{Car}) = C_V$), será impossível realizar a transferência de bicicletas. Nesse caso, a transição de saída TE_{1i} será habilitada, cujo disparo removerá uma ficha do lugar $PCar_i$ e depositará uma ficha no lugar PE_i , indicando o término do controle da estação S_i .
 - Quando for necessário adicionar bicicletas na estação S_i ($m(PES_i) > C_i - R_i$) e o veículo de redistribuição encontrar-se vazio ($m(PES_{Car}) = C_V$), será impossível realizar o balanceamento, habilitando, portanto, a transição de saída TE_{2i} . O disparo de TE_{2i} removerá uma ficha do lugar $PCar_i$ e depositará também uma ficha no lugar PE_i para indicar o término do controle da estação S_i .
 - Quando a quantidade de bicicletas disponíveis na estação controlada S_i for exatamente igual ao número de reordenação ($m(PBS_i) = R_i$ e $m(PES_i) = C_i - R_i$), nenhuma das operações acima será realizada, habilitando transição de saída TE_{3i} . Após o disparo da transição TE_{3i} , o lugar $PCar_i$ perderá uma ficha e o lugar PE_i ganhará uma ficha, indicando o término do controle da estação S_i .

4.1.3 Sub-rede do circuito de redistribuição

O modelo proposto considera que o veículo de redistribuição visita sucessivamente as estações S_1, S_2, \dots, S_N , nessa ordem. Os lugares denotados por $PCar_i, PE_i$ ($i = 1, 2, \dots, N$), $PCar_C$ e $PCar_{CR}$, as transições denotadas por $TCar_{i(i+1)}$ ($i = 1, 2, \dots, N - 1$), $TE_{1i}, TE_{2i}, TE_{3i}$ ($i = 1, 2, \dots, N$), $TCar_{NC}, TCar_R$ e $TCar_{C1}$ e seus arcos correspondentes formam um caminho fechado na rede de Petri do modelo representado na figura 4.1, resultando na sub-rede do circuito que o veículo de redistribuição segue para visitar e controlar sucessivamente as diferentes estações da rede. A sub-rede do circuito de redistribuição está representada na figura 4.4.

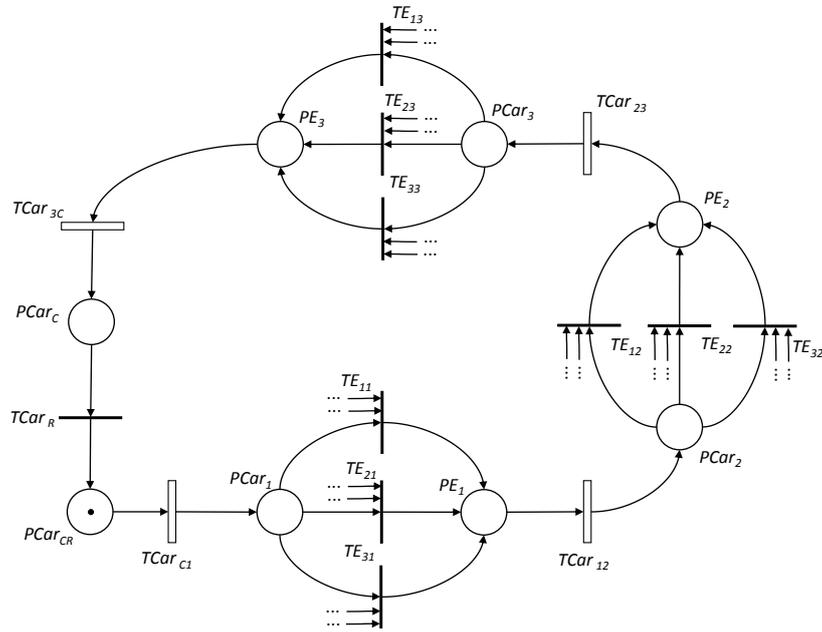


Figura 4.4: Sub-rede do circuito de redistribuição de um SPCB com três estações.

O veículo se mantém esperando no centro de redistribuição, representado pela ficha no lugar $PCar_C$ que habilita a transição $TCar_R$. Quando $TCar_R$ disparar, ele estará liberado para começar a ronda e, então, a transição temporizada $TCar_{C1}$ será habilitada, tendo um tempo de atraso estocástico determinado pela distância entre o centro e a primeira estação.

A marcação $m(PCar_i) = 1$ indica que o veículo de redistribuição encontra-se na estação S_i para realizar seu rebalanceamento. Após o disparo de uma das transições de saída, TE_{1i}, TE_{2i} ou TE_{3i} , o lugar $PCar_i$ transfere sua ficha para o lugar PE_i , que atinge a nova marcação $m'(PE_i) = 1$, indicando que o veículo está liberado para deixar S_i . O deslocamento do veículo de uma estação S_i para outra estação S_{i+1} é modelada pela transição $TCar_{i(i+1)}$. Após o controle da última estação, o retorno do veículo ao centro é representado pelo disparo da transição $TCar_{NC}$.

É importante ressaltar que todas as transições de deslocamento do veículo de redistribuição são temporizadas com tempo de retardo que varia estocasticamente com uma distribuição uniforme determinada pela distância percorrida.

4.2 Matriz de incidência do modelo de um SPCB com N estações

O objetivo desta seção é obter a matriz de incidência $A = Post - Pre$ que compõe a equação que descreve a dinâmica do sistema, qual seja:

$$m_{k+1}(\underline{p}) = m_k(\underline{p}) + A\sigma_k(\underline{t}), \quad (4.1)$$

sendo \underline{p} e \underline{t} , os vetores formados, respectivamente, pelos lugares e pelas transições da rede de Petri.

Portanto, iremos obter as matrizes de incidência correspondentes às redes de Petri desenvolvidas na seção 4.1 do modelo geral de um SPCB composto por N estações. Nesse sentido, serão definidas as matrizes Pre e $Post$ de dimensão $n_P \times n_T$, sendo n_P e n_T os números de lugares e transições, respectivamente. Os valores de n_P e n_T serão apresentados no final da seção.

As matrizes de pré e pós-condições da rede do modelo proposto dependem do número de estações N e são criadas a partir de sub matrizes; sendo definidas em função dos vetores formados pelos lugares e pelas transições do modelo em rede de Petri do SPCB.

Vamos agrupar os lugares da rede de Petri nos seguintes vetores:

$$\underline{p}_{Si} = [PIn_i \ PE_i \ PES_i \ PBS_i \ PR_i \ PWin_i \ PCar_i]^T,$$

$$\underline{pr}_{Si} = [PR_{i1} \ PR_{i2} \ \dots \ PR_{iN}]^T,$$

para $i = 1, 2, \dots, N$, e

$$\underline{p}_C = [PBS_{Car} \ PES_{Car}]^T,$$

$$\underline{p}_{CR} = [PCar_C \ PCar_{CR}]^T.$$

Analogamente, as transições da rede são agrupadas nos vetores:

$$\underline{t}_{Si} = [TOut_i \ TIn_i \ TWin_i \ TAdd_i \ TRem_i \ TE_{1i} \ TE_{2i} \ TE_{3i}]^T,$$

$$\underline{tr}_{Si} = [T_{i1} \ T_{i2} \ \dots \ T_{iN}]^T,$$

$$\underline{tt}_{Si} = [Tt_{i1} \ Tt_{i2} \ \dots \ Tt_{iN}]^T,$$

$$\underline{td}_{Si} = [Tind_{i1} \ Tind_{i2} \ \dots \ Tind_{iN}]^T,$$

para $i = 1, 2, \dots, N$, e

$$\underline{t}_{CR} = [TCar_{12} \ TCar_{23} \ \dots \ TCar_{(N-1)N} \ TCar_{NC} \ TCar_R \ TCar_{C1}]^T.$$

Note que os vetores \underline{p}_{Si} , \underline{pr}_{Si} , \underline{ts}_{Si} , \underline{tr}_{Si} , \underline{tt}_{Si} e \underline{td}_{Si} são formados por lugares e transições exclusivos da i -ésima estação.

Portanto, definindo:

$$\underline{p} = [\underline{p}_{S1}^T \ \dots \ \underline{p}_{SN}^T \ \underline{p}_{CR}^T \ \underline{pr}_{S1}^T \ \dots \ \underline{pr}_{SN}^T \ \underline{p}_C^T]^T \quad (4.2)$$

e

$$\underline{t} = [\underline{t}_{S1}^T \ \dots \ \underline{t}_{SN}^T \ \underline{tr}_{S1}^T \ \dots \ \underline{tr}_{SN}^T \ \underline{tt}_{S1}^T \ \dots \ \underline{tt}_{SN}^T \ \underline{td}_{S1}^T \ \dots \ \underline{td}_{SN}^T \ \underline{t}_{CR}^T]^T, \quad (4.3)$$

obtem-se a seguinte matriz de incidência $A = Post - Pre$:

$$Pre = \begin{matrix} & \underline{t}_{S1} \ \dots \ \underline{t}_{SN} & \underline{tr}_{S1} \ \dots \ \underline{tr}_{SN} & \underline{tt}_{S1} \ \dots \ \underline{tt}_{SN} & \underline{td}_{S1} \ \dots \ \underline{td}_{SN} & \underline{t}_{CR} \\ \begin{matrix} \underline{p}_{S1} \\ \vdots \\ \underline{p}_{SN} \\ \underline{p}_{CR} \\ \underline{pr}_{S1} \\ \vdots \\ \underline{pr}_{SN} \\ \underline{p}_C \end{matrix} & \left(\begin{array}{c|c|c|c|c} PreS_{7N \times 8N} & PreT_{7N \times N^2} & 0_{7N \times N^2} & PreTd_{7N \times N^2} & \\ \hline 0_{2 \times 8N} & 0_{2 \times N^2} & 0_{2 \times N^2} & 0_{2 \times N^2} & PreCr_{(7N+2) \times (N+2)} \\ \hline 0_{N^2 \times 8N} & 0_{N^2 \times N^2} & I_{N^2 \times N^2} & 0_{N^2 \times N^2} & 0_{N^2 \times (N+2)} \\ \hline PreC_{2 \times 8N} & 0_{2 \times N^2} & 0_{2 \times N^2} & 0_{2 \times N^2} & 0_{2 \times (N+2)} \end{array} \right), \end{matrix} \quad (4.4)$$

e

$$Post = \begin{matrix} & \underline{t}_{S1} \ \dots \ \underline{t}_{SN} & \underline{tr}_{S1} \ \dots \ \underline{tr}_{SN} & \underline{tt}_{S1} \ \dots \ \underline{tt}_{SN} & \underline{td}_{S1} \ \dots \ \underline{td}_{SN} & \underline{t}_{CR} \\ \begin{matrix} \underline{p}_{S1} \\ \vdots \\ \underline{p}_{SN} \\ \underline{p}_{CR} \\ \underline{pr}_{S1} \\ \vdots \\ \underline{pr}_{SN} \\ \underline{p}_C \end{matrix} & \left(\begin{array}{c|c|c|c|c} PostS_{7N \times 8N} & PostTa_{7N \times N^2} & PostTt_{7N \times N^2} & 0_{7N \times N^2} & \\ \hline 0_{2 \times 8N} & 0_{2 \times N^2} & 0_{2 \times N^2} & 0_{2 \times N^2} & PostCr_{(7N+2) \times (N+2)} \\ \hline 0_{N^2 \times 8N} & PostTb_{N^2 \times N^2} & 0_{N^2 \times N^2} & I_{N^2 \times N^2} & 0_{N^2 \times (N+2)} \\ \hline PostC_{2 \times 8N} & 0_{2 \times N^2} & 0_{2 \times N^2} & 0_{2 \times N^2} & 0_{2 \times (N+2)} \end{array} \right), \end{matrix} \quad (4.5)$$

sendo os blocos de matrizes que compõem as matrizes Pre e $Post$ acima, definidos

da seguinte forma:

- $PreS$ e $PostS$: Matrizes de dimensões $7N \times 8N$, diagonais por blocos, que relacionam os lugares e as transições dos vetores \underline{p}_{S_i} (linhas) e \underline{t}_{S_i} (colunas), para $i = 1, 2, \dots, N$, construídas como a seguir:

– $PreS = blockdiag\{PreS_1, PreS_2, \dots, PreS_N\}$, em que:

$$PreS_i = \begin{matrix} & TOut_i & TIn_i & TWin_i & TAdd_i & TRem_i & TE_{1i} & TE_{2i} & TE_{3i} \\ \begin{matrix} PIn_i \\ PE_i \\ PES_i \\ PBS_i \\ PR_i \\ PWin_i \\ PCar_i \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & C_i - R_i + 1 & 0 & 0 & 0 & C_i - R_i + 1 & C_i - R_i \\ 1 & 0 & 0 & 0 & R_i + 1 & R_i + 1 & 0 & 0 & R_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} & \end{matrix};$$

– $PostS = blockdiag\{PostS_1, PostS_2, \dots, PostS_N\}$, sendo:

$$PostS_i = \begin{matrix} & TOut_i & TIn_i & TWin_i & TAdd_i & TRem_i & TE_{1i} & TE_{2i} & TE_{3i} \\ \begin{matrix} PIn_i \\ PE_i \\ PES_i \\ PBS_i \\ PR_i \\ PWin_i \\ PCar_i \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & C_i - R_i & 1 & 0 & C_i - R_i + 1 & C_i - R_i & \\ 0 & 1 & 1 & 1 & R_i & R_i + 1 & 0 & 0 & R_i \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \end{matrix}.$$

- $PreT$, $PostTa$ e $PostTb$: Matrizes diagonais por blocos cujas colunas estão associadas às transições dos vetores \underline{t}_{S_i} , para $i = 1, 2, \dots, N$. As linhas das matrizes $PreT$ e $PostTa$, correspondem aos lugares dos vetores \underline{p}_{S_i} , $i = 1, 2, \dots, N$, enquanto as linhas da matriz $PostTb$ estão associadas aos lugares dos vetores \underline{pr}_{S_i} , $i = 1, 2, \dots, N$. As três matrizes são formadas por blocos de matrizes, como a seguir:

– $PreT = blockdiag\{PreT_1, PreT_2, \dots, PreT_N\}$, tal que:

$$PreT_i = [\underline{e}_1 + C_i \underline{e}_4 \quad \underline{e}_1 + C_i \underline{e}_4 \quad \dots \quad \underline{e}_1 + C_i \underline{e}_4]_{7 \times N};$$

– $PostTa = blockdiag\{PostTa_1, PostTa_2, \dots, PostTa_N\}$, sendo:

$$PostTa_i = [\overbrace{C_i \underline{e}_4 \quad C_i \underline{e}_4 \quad \dots \quad C_i \underline{e}_4}^{i-1 \text{ colunas}} \quad \underline{e}_6 + C_i \underline{e}_4 \quad \overbrace{C_i \underline{e}_4 \quad \dots \quad C_i \underline{e}_4}^{N-i \text{ colunas}}]_{7 \times N};$$

– $PostTb = blockdiag\{PostTb_1, PostTb_2, \dots, PostTb_N\}$, em que:

$$PostTb_i = \left[\overbrace{\begin{bmatrix} \underline{e}_1 & \underline{e}_2 & \dots & \underline{e}_{i-1} \end{bmatrix}}^{i-1 \text{ colunas}} \quad \underline{0} \quad \overbrace{\begin{bmatrix} \underline{e}_{i+1} & \dots & \underline{e}_N \end{bmatrix}}^{N-i \text{ colunas}} \right]_{N^2 \times N}.$$

Nas definições acima, \underline{e}_k denota a k -ésima base ortonormal do espaço de dimensão \mathbb{R}^l , em que l corresponde ao número de linhas da matriz em que o vetor \underline{e}_k encontra-se.

- $PostTt$: Matriz de dimensão $7N \times N^2$, formada por N blocos de matrizes. As linhas de cada bloco $PostTt$ correspondem aos lugares dos vetores \underline{p}_{S_i} , para $i = 1, 2, \dots, N$ e suas colunas correspondem às transições do vetor \underline{t}_{S_i} . A matriz $PostTt$ é formada como:

$$- PostTt = \left[\underbrace{PostTt_1 \quad PostTt_2 \quad \dots \quad PostTt_N}_{N \text{ blocos}} \right], \text{ sendo:}$$

$$PostTt_i = \left[\underline{e}_1 \quad \underline{e}_8 \quad \dots \quad \underline{e}_{7(i-1)+1} \quad \dots \quad \underline{e}_{7(N-1)+1} \right]_{7N \times N}.$$

- $PreTd$: Matriz diagonal por blocos, de dimensão $7N \times N^2$, em que suas linhas e colunas estão associadas, aos lugares dos vetores \underline{p}_{S_i} e as transições dos vetores \underline{t}_{S_i} , respectivamente, para $i = 1, 2, \dots, N$. A matriz $PreTd$ da seguinte forma:

– $PreTd = blockdiag\{PreTd_1, PreTd_2, \dots, PreTd_N\}$, em que:

$$PreTd_i = \left[\underline{e}_4 \quad \underline{e}_4 \quad \dots \quad \underline{e}_4 \right]_{7 \times N}.$$

- $PreCr$ e $PostCr$: Matrizes de dimensões $(7N+2) \times (N+2)$, cujas linhas estão associadas aos lugares do vetor $\underline{p}_{SC} = \left[\underline{p}_{S_1} \quad \underline{p}_{S_2} \quad \dots \quad \underline{p}_{S_N} \quad \underline{p}_{CR} \right]$, e as colunas estão associadas às transições do vetor \underline{t}_{Cr} . As matrizes $PreCr$ e $PostCr$ são definidas como:

$$- PreCr = \left[\overbrace{\begin{bmatrix} \underline{e}_2 & \underline{e}_9 & \dots & \underline{e}_{(i-1)+2} & \dots & \underline{e}_{((N-1)+2)} \end{bmatrix}}^{N \text{ colunas}} \quad \underline{e}_{7N+1} \right. \\ \left. \underline{e}_{7N+2} \right]_{(7N+2) \times (N+2)}.$$

$$- PostCr = \left[\overbrace{\begin{bmatrix} \underline{e}_{14} & \underline{e}_{21} & \dots & \underline{e}_{7(i+1)} & \dots & \underline{e}_{7((N-1)+1)} \end{bmatrix}}^{N-1 \text{ colunas}} \quad \underline{e}_{7((N-1)+1)+1} \right. \\ \left. \underline{e}_{7((N-1)+1)+2} \quad \underline{e}_7 \right]_{(7N+2) \times (N+2)}.$$

- *PreC* e *PostC*: Matrizes, de dimensões $2 \times 8N$, formadas por N blocos de matrizes, que compõem as duas últimas linhas das matrizes *Pre* e *Post*, respectivamente. Suas linhas e colunas correspondem, respectivamente, aos lugares do vetor \underline{p}_C e às transições dos vetores \underline{t}_{S_i} , $i = 1, 2, \dots, N$. As matrizes *PreC* e *PostC* são representadas por:

$$- \textit{PreC} = [\underbrace{\textit{PreC}_{Car} \quad \textit{PreC}_{Car} \quad \dots \quad \textit{PreC}_{Car}}_{N \text{ blocos}}]_{2 \times 8N}, \text{ sendo:}$$

$$\textit{PreC}_{Car} =$$

$$\begin{array}{c} \textit{PBS}_{Car} \\ \textit{PES}_{Car} \end{array} \begin{array}{cccccccc} TOut_i & TIn_i & TWin_i & TAdd_i & TRem_i & TE_{1i} & TE_{2i} & TE_{3i} \\ \left(\begin{array}{cccccccc} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & C_V & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & C_V & 0 \end{array} \right); \end{array}$$

$$- \textit{PostC} = [\underbrace{\textit{PostC}_{Car} \quad \textit{PostC}_{Car} \quad \dots \quad \textit{PostC}_{Car}}_{N \text{ blocos}}]_{2 \times 8N}, \text{ em que:}$$

$$\textit{Post}_{t_{Car}} =$$

$$\begin{array}{c} \textit{PBS}_{Car} \\ \textit{PES}_{Car} \end{array} \begin{array}{cccccccc} TOut_i & TIn_i & TWin_i & TAdd_i & TRem_i & TE_{1i} & TE_{2i} & TE_{3i} \\ \left(\begin{array}{cccccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & C_V & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & C_V & 0 \end{array} \right). \end{array}$$

4.3 Influência dos arcos inibidores na evolução dinâmica do modelo

Ao se construir o modelo para o SPCB de N estações, além da definição das matrizes *Pre* e *Post*, é necessário definir a função *Inhib*, que representa os arcos inibidores presentes na rede de Petri do modelo. Como ilustrado na sub-rede do fluxo de bicicletas da figura 4.4, cada estação S_i possui um arco inibidor, com a sua origem no lugar $PWin_i$ e o seu final na transição TIn_i , definido pela função $Inhib(PWin_i, TIn_i) = 1$. Esse arco inibidor indica que se houver pelo menos uma ficha no lugar $PWin_i$, a transição TIn_i não estará habilitada para disparar. Então, a transição TIn_i dispara no instante k se e somente se:

$$\sigma_k(TIn_i) = 1 \text{ e } m_k(PWin_i) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (4.6)$$

O modelo composto pela equação dinâmica (4.1) definida em termos das equações (4.4) e (4.5), juntamente com a condição imposta em (4.6), formam a base para o programa de simulação a ser utilizado na definição da estratégia de balanceamento

a ser adotada no SPCB.

4.4 Ordem do modelo proposto

De acordo com a seção 4.2, a matriz de incidência A é obtida a partir de blocos de matrizes com dimensões que variam de acordo com o número N de estações do SPCB a ser modelado.

O modelo de cada estação S_i possui sete lugares denotados por PR_i , PI_{n_i} , $PWin_i$, PBS_i , PES_i , $PCar_i$ e PE_i mais N lugares PR_{ij} ($j = 1, 2, \dots, N$). Então para modelar um sistema de N estações S_i ($i = 1, 2, \dots, N$) são necessários $(7+N) \times N$ lugares mais os quatro lugares PBS_{Car} , PES_{Car} , $PCar_C$ e $PCar_{CR}$ compartilhados por todas as estações do sistema, que representam o veículo de redistribuição. Assim, o vetor \underline{p} formado pelos lugares da rede de Petri do modelo do SPCB de N estações, definido na equação (4.2), tem tamanho $N^2 + 7N + 4$.

Da mesma forma, uma estação S_i é modelada por oito transições denotadas por $TOut_i$, TIn_i , $TWin_i$, $TAdd_i$, $TRem_i$, TE_{1i} , TE_{2i} e TE_{3i} e pelas transições dos vetores \underline{tr}_{S_i} , \underline{tt}_{S_i} e \underline{td}_{S_i} , ambos de tamanho N . Para modelar o veículo de redistribuição são necessárias $N - 1$ transições $TCar_{i(i+1)}$ ($i = 1, 2, \dots, N - 1$) mais as três transições $TCar_{NC}$, $TCar_R$ e $TCar_{C1}$. Portanto, como definido na equação (4.3), o vetor \underline{t} , formado pelas transições da rede de Petri do modelo do SPCB de N estações, tem tamanho $3N^2 + 9N + 2$.

Assim sendo, o modelo em rede de Petri proposto para um SPCB com N estações contém:

$$\begin{cases} N^2 + 7N + 4 & \text{lugares} \\ 3N^2 + 9N + 2 & \text{transições} \end{cases}$$

Capítulo 5

Definição dos parâmetros do modelo associado ao sistema de compartilhamento de bicicletas a ser implantado na UFRJ

Visando melhorar o transporte público da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), um sistema público de compartilhamento de bicicletas será implantado no Campus do Fundão. Esse sistema será composto por estações fixas e de capacidade variada e deverá permitir a retirada e devolução automática das bicicletas em cada uma das estações pelos estudantes, funcionários e moradores de toda a extensão territorial da Cidade Universitária do Rio de Janeiro.

Neste capítulo, tomando por base as características físicas e de demanda da região, foram realizadas diversas simulações considerando diferentes cenários de redistribuição de bicicletas, e em seguida, foi realizada uma análise do desempenho, e finalmente, definida a melhor estratégia de rebalanceamento.

Este capítulo está estruturado da seguinte forma. Primeiramente, na seção 5.1, descrevem-se o funcionamento do sistema e o mapeamento realizado para a implementação do SPCB na Cidade Universitária da UFRJ e em seguida, na seção 5.2, é apresentada a modelagem do SPCB da Cidade Universitária para fins de reposicionamento de bicicletas, contendo a descrição da definição dos aspectos probabilísticos e de tempo.

5.1 Descrição do SPCB a ser implantado na Cidade Universitária

A Cidade Universitária é um bairro com uma área superior a cinco milhões de metros quadrados da Zona Norte da cidade do Rio de Janeiro e onde estão concentradas a maioria das unidades acadêmicas e administrativas da UFRJ. Além das dependências propriamente ditas da universidade, o campus conta ainda com um parque tecnológico no qual estão localizadas empresas e centros de pesquisa como Petrobrás, Eletrobrás, General Electrics, Usiminas, IBM, FMC Technologies, Repsol, Halliburton e Tenaris Confab [35].

O sistema de compartilhamento público a ser implantado na Cidade Universitária da UFRJ (SPCB-UFRJ) foi elaborado a partir das diretrizes estabelecidas no guia de planejamento de sistemas de bicicletas compartilhadas do Instituto de Políticas de Transporte e Desenvolvimento (ITDP) [4]. A definição de seus parâmetros foi baseada em um estudo de demanda de deslocamentos internos de moradores, estudantes, visitantes e trabalhadores da Ilha do Fundão (pesquisa de origem e destino) [36].

5.1.1 Dimensionamento do sistema

O sistema foi dimensionado levando-se em consideração a quantidade de bicicletas em operação, a quantidade de vagas e a distribuição geográfica das estações. Portanto, antes de decidir quantas estações seriam necessárias, verificou-se quantas bicicletas seriam necessárias, para então definir-se quantas vagas devem ser colocadas à disposição.

Com referência aos parâmetros estabelecidos no guia [4], o SPCB-UFRJ terá o seguinte dimensionamento:

- **Número de bicicletas:** Supondo que 10 a 30 bicicletas devem servir a cada grupo de 1.000 habitantes (dentro da área de cobertura) e, segundo a pesquisa origem destino (OD) [37], estima-se que em 2016 a população do corpo social da UFRJ será de aproximadamente 96 mil pessoas, que circularão diariamente nas dependências da universidade e considerando que 63,48% dos entrevistados são usuários potenciais. Para esta população, chega-se ao mínimo aproximado de 600 bicicletas.

É importante considerar, ainda, que grande parte da população da Cidade Universitária é flutuante, ou seja, passa apenas parte do dia no local. Esta característica tende a reduzir a demanda por bicicletas se comparada a áreas urbanas com usos residenciais e comerciais. Assim, de forma a evitar um superdimensionamento do sistema, sugere-se a implantação inicial de 400 bicicletas,

número que pode ser ampliado gradualmente, de acordo com o crescimento da demanda.

- **Número de estações:** As 400 bicicletas serão distribuídas em 29 estações fixas. Para fins de modelagem, as estações localizadas em um raio menor que 750 metros foram agrupadas em uma única estação central, resultando em um sistema com o total de 9 estações, descritas na tabela 5.1.

Tabela 5.1: Estações do sistema público de compartilhamento de bicicletas da Cidade Universitária da UFRJ

Estação	Nome
S_1	Instituto de Engenharia Nuclear (IEN)
S_2	Parque Tecnológico
S_3	Reitoria
S_4	Petrobrás/CEPEL
S_5	Bandejão Central
S_6	Alojamento
S_7	Centro de Ciência da Saúde (CCS)
S_8	Terminal BRT
S_9	Centro Tecnológico (CT)

- **Quantidade e distribuição total de vagas no sistema:** O guia sugere que o sistema tenha entre 2 e 2,5 vagas de estacionamento para cada bicicleta, evitando que os usuários se deparem com estações lotadas, impedindo assim, a entrega da bicicleta no momento desejado. Neste sentido, para um total de 400 bicicletas em operação, serão necessárias, no mínimo, 800 vagas. Com base na pesquisa OD, a tabela 5.2 indica a distribuição das 800 vagas nas 9 estações sugeridas [36].
- **Localização das estações:** O mapa da figura 5.1 mostra a localização das 9 estações que, visando oferecer conforto, conveniência e comodidade para o usuário [4], devem seguir os seguintes princípios.
 - Estar o mais próximo possível do local de origem ou destino do usuário;
 - Quanto menos o usuário precisar se deslocar a pé até a estação, melhor;
 - Devem estar sempre mais próxima do local de origem ou destino do que o ponto do ônibus mais próximo; e
 - Devem ainda estar mais próximas do que o estacionamento de automóveis mais próximo.

Tabela 5.2: Capacidade das estações do sistema público de compartilhamento de bicicletas da Cidade Universitária da UFRJ

Estação	Nome	Capacidade
S_1	Instituto de Engenharia Nuclear (IEN)	15
S_2	Parque Tecnológico	115
S_3	Reitoria	65
S_4	Petrobrás/CEPEL	110
S_5	Bandejão Central	60
S_6	Alojamento	45
S_7	Centro de Ciência da Saúde (CCS)	115
S_8	Terminal BRT	100
S_9	Centro Tecnológico (CT)	170

Como mencionado anteriormente, o sistema terá 29 pólos de vagas, agrupados em 9 estações centrais. A área de cada estação é composta pelas estruturas listadas abaixo:

- S_1 : A estação S_1 contará apenas com o centro de pesquisa do Instituto de Engenharia Nuclear (IEN).
- S_2 : A estação S_2 será composta pelo Parque Tecnológico, no qual estão localizadas empresas e centros de pesquisas como Petrobrás, Eletrobrás, General Electric, Siemens, Schlumberger, FMC Technologies, entre outras. Sua região de abrangência também incluirá o Laboratório de Tecnologia Oceânica, o restaurante Couve-Flor e a Vila Residencial.
- S_3 : O prédio administrativo da Reitoria, o Instituto COPPEAD de Administração e o Centro de Tecnologia Mineral (CETEM) formarão a estação S_3 .
- S_4 : A estação S_4 será composta por uma extensa área pertencente à Petrobrás, pelo Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (Cepel) e pelo prédio da Prefeitura Universitária da UFRJ.
- S_5 : O Restaurante Universitário Central e as instalações da Escola de Educação Física participarão da estação S_5 .
- S_6 : A estação S_6 compreenderá apenas o Alojamento Estudantil.
- S_7 : A área da estação S_7 incluirá o edifício acadêmico do Centro de Ciências da Saúde (CCS), o Hospital Universitário, o pólo de Biotecnologia do Rio de Janeiro (Bio-Rio) e o Instituto de Pediatria IPPMG da UFRJ.



Figura 5.1: Mapeamento das estações no sistema público de compartilhamento de bicicletas da Cidade Universitária da UFRJ.

- S_8 : A estação S_8 abrangerá todo o Terminal Fundão, estação final do ônibus do BRT.
- S_9 : A estação S_9 será a mais extensa do sistema. Ela contará com os edifícios acadêmicos do Centro Tecnológico, do Centro de Ciências Matemáticas e da Natureza (CCMN), da Faculdade de Letras, da COPPE e também com o Instituto de Macromoléculas Professora Eloisa Mano.

As 9 estações descritas acima serão conectadas por meio de uma ciclovía. Para fins deste trabalho, as distâncias entre duas estações foram obtidas pela medição das rotas a pé, utilizando a ferramenta de manipulação de rotas *Google Maps* [38], sendo mostradas na tabela 5.3.

5.1.2 Circulação das pessoas na UFRJ

Atualmente circulam diariamente na Cidade Universitária da UFRJ, em média, 90 mil pessoas/dia [37]. Os horários de maior fluxo de pessoas são na chegada na UFRJ

Tabela 5.3: Distância, em quilômetros, entre as estações.

Origem	Destino								
	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9
S_1	-	2,0	1,3	2,3	3,4	4,8	3,8	3,0	1,0
S_2	2,0	-	0,7	2,9	4,0	5,4	4,4	4,8	1,6
S_3	1,3	0,7	-	2,2	3,3	4,7	3,7	3,9	0,9
S_4	2,3	2,9	2,2	-	1,1	2,3	1,3	1,7	1,3
S_5	3,4	4,0	3,3	1,1	-	1,1	0,4	1,2	2,4
S_6	4,8	5,4	4,7	2,3	1,1	-	1,0	2,4	3,8
S_7	3,8	4,4	3,7	1,3	0,4	1,0	-	1,4	2,8
S_8	3,0	4,8	3,9	1,7	1,2	2,4	1,4	-	3,0
S_9	1,0	1,6	0,9	1,3	2,4	3,8	2,8	3,0	-

(6h às 8h), durante o horário de almoço (11h às 13h) e na saída da UFRJ (16h as 18h) [2]. Os resultados da pesquisa OD [2] mostraram que 66,1% dos entrevistados utilizam os ônibus internos da UFRJ para a circulação interna (almoço, biblioteca, estágios, entre outros) ou para a entrada ou saída da Ilha do Fundão. A figura 5.2 mostra a distribuição dos destinos das pessoas que chegam à Cidade Universitária, para as regiões que irão compor o SPCB-UFRJ [2]. Note que mais da metade (52%)

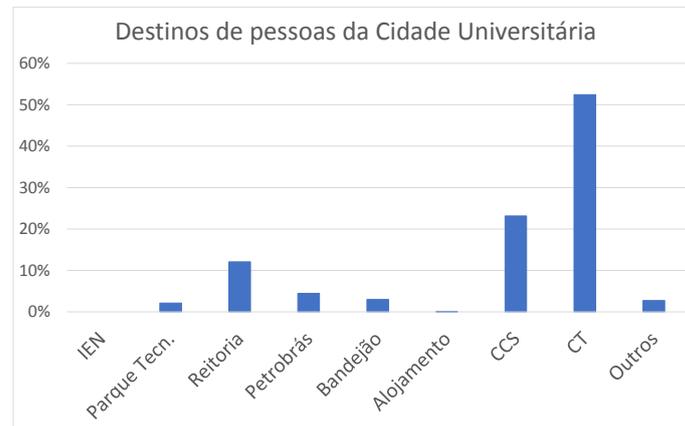


Figura 5.2: Destinos de pessoas da Cidade Universitária da UFRJ. Fonte: [2]

das pessoas que entram na Cidade Universitária da UFRJ destinam-se à região da estação CT (S_9). Por outro lado, a demanda de pessoas para o IEN e para o Alojamento, na chegada da UFRJ, é próxima de zero. É importante ressaltar que a estação Bandeirão também abrange a Escola de Educação Física, e devido à isso,

as respostas referentes à essas instalações estão incluídas no percentual do Bandeirão (3%).

Diariamente na Ilha do Fundão, os indivíduos transitam entre os centros de pesquisas, edifícios acadêmicos e de saúde, laboratórios, empresas e áreas de convivência. Os deslocamentos das pessoas na UFRJ variam de acordo com os interesses de cada um. Com isso, é possível observar um comportamento do fluxo de indivíduos na Ilha do Fundão, baseando-se nos interesses da população.

Muitas pessoas que chegam à UFRJ por meio de transportes públicos necessitam de um ônibus interno para ir em direção aos seus destinos de trabalho ou estudo. A figura 5.3 mostra a distribuição de passageiros entre os pontos dos ônibus de circulação interna da Ilha do Fundão que irão compor as estações do SPCB-UFRJ, definida através de uma pesquisa “sobe-desce”, em que se quantifica o número de passageiros que, em cada ponto, desembarca e embarca em um veículo [3]. A análise dos dados da figura 5.3 permite a estimativa da demanda de cada estação do SPCB-UFRJ.

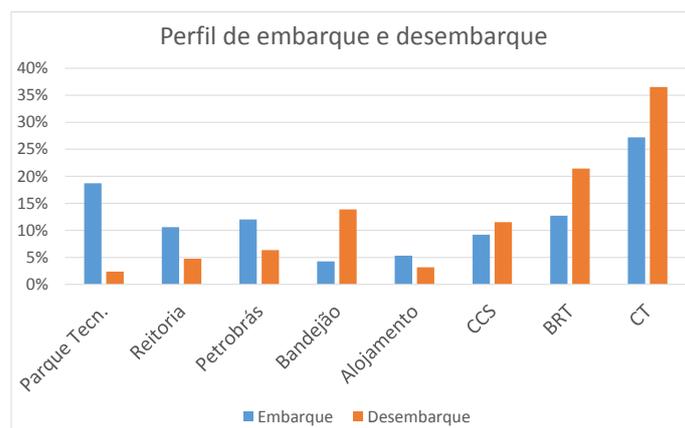


Figura 5.3: Perfil de embarques e desembarques nos pontos internos da Ilha do Fundão, distribuídos entre as regiões de abrangência do SPCB-UFRJ. Fonte: [3].

Observação 5.1 Note que, como não há pontos de ônibus na região da estação IEN, ela não é citada no gráfico 5.3.

Foi observado que os pontos de ônibus que localizam-se na região da estação CT concentram o maior número de pessoas embarcando (27%) e desembarcando (37%) dos ônibus internos. Verificou-se também que 13% das pessoas partem da estação BRT para seguirem aos seus destinos finais. Devido a isso, há um fluxo intenso de pessoas saindo dessa estação em direção aos lugares onde irão estudar (ou trabalhar) durante todo o dia.

Durante o horário de almoço, os fluxos internos mais intensos são de indivíduos saindo de todas as regiões da UFRJ em direção ao Bandeirão Central e ao CT, pois ambos possuem restaurantes universitários em suas dependências.

Levando em consideração que diversos pontos de ônibus de linhas convencionais estão distribuídos por toda a extensão da Ilha do Fundão, após o término do expediente, a maior parte dos estudantes e trabalhadores que utilizam os ônibus internos para saírem da UFRJ partem em direção ao BRT (21%). É importante observar que os residentes do alojamento e da vila residencial, que representam uma pequena parcela, vão em direção a suas respectivas regiões, representando 3% e 2% dos desembarques, respectivamente.

As empresas localizadas na Cidade Universitária são grandes parceiras da UFRJ e incentivam a realização de projetos conjuntos. Com isso, ao longo do dia, há um fluxo de pessoas transitando entre o Centro Tecnológico, as empresas do Parque Tecnológico e a Petrobrás. Por exemplo, o percentual de pessoas que embarcam e desembarcam no ponto de ônibus da Petrobrás são 12% e 6%, respectivamente.

Algumas regiões têm baixas demandas devido às suas localizações geográficas. Um exemplo disso é o IEN, que por ser localizado no alto de uma ladeira e ser uma região de baixo interesse para pessoas que não trabalham no local, ele é um destino pouco requisitado.

Outro ponto importante em relação às entradas e saídas da Ilha do Fundão, é a utilização de ônibus fretados por algumas empresas que localizam-se na região. Dois exemplos disso são a Petrobrás e o IEN que, por esse motivo, seus funcionários não utilizam transportes públicos na Cidade Universitária no início e término do expediente.

5.2 Modelagem do SPCB da Cidade Universitária para fins de reposicionamento de bicicletas

5.2.1 Reposicionamento de bicicletas

Para evitar que as estações fiquem totalmente cheias (impedindo o retorno de bicicletas) ou totalmente vazias (impedindo a retirada de bicicletas), este trabalho propõe a utilização de um veículo de redistribuição para o balanceamento das estações. A capacidade máxima do carro será de C_V bicicletas, a ser definida de acordo com a necessidade e com o tipo do veículo utilizado. Esse veículo será posicionado inicialmente em um centro de distribuição de onde sai rumo à primeira estação, seguindo sucessivamente para as outras e retorna para o centro, após visitar a última estação [1]. Para fins de reposicionamento, será feita uma análise dos pontos críticos (presença de estações lotadas ou vazias) com base na simulação dos casos sem a re-

distribuição de bicicletas. A partir dessas simulações, serão propostos horários de início das rondas objetivando evitar os cenários indesejados, como estações vazias ou lotadas.

Para a ronda, o veículo de redistribuição trafega pelas vias públicas. As distâncias aproximadas em quilômetros do percurso feito por ele encontram-se na tabela 5.4. Note que os valores das distâncias entre duas estações consecutivas são diferentes dos descritos na tabela 5.3, pois o veículo de redistribuição e as bicicletas trafegam em vias diferentes.

Tabela 5.4: Distância do trajeto do veículo em uma ronda em quilômetros.

Origem - Destino	Distância (km)
$Centro - S_1$	1,2
$S_1 - S_2$	2,0
$S_2 - S_3$	0,8
$S_3 - S_4$	2,2
$S_4 - S_5$	1,1
$S_5 - S_6$	1,1
$S_6 - S_7$	1,0
$S_7 - S_8$	1,4
$S_8 - S_9$	3,5
$S_9 - Centro$	1,0

O modelo do sistema completo foi elaborado repetindo o módulo representado na figura 4.1 da seção 4.1 para cada estação, lembrando que os lugares PBS_{Car} , PES_{Car} , $PCar_C$ e $PCar_{CR}$ que representam o veículo de redistribuição são únicos em toda a rede e compartilhados pelas estações na rede de Petri do modelo do sistema. A matriz de incidência será construída de acordo com a equação fazendo $N = 9$, tendo, portanto, dimensão 326×148 .

5.2.2 Resolução dos conflitos do modelo proposto

Os conflitos que foram introduzidos serão resolvidos, neste trabalho, por meio do chamado mecanismo de arbitragem denominado chaveamento aleatório, definido na seção 2.3. O SPCB-UFRJ possui dois tipos de situações onde ocorrem conflitos, quais sejam:

- **Escolha da estação de destino:** Ao sair de uma determinada estação, o usuário tem como objetivo chegar a uma das nove estações do sistema, sendo, inclusive, possível retornar à própria estação de origem. Então, quando entra uma ficha no lugar PR_i , todas as transições $Tind_{ij}$ são habilitadas e podem

disparar. A matriz com a probabilidade de um usuário ir para uma estação S_j tal que ele tenha saído da estação S_i , $i, j = 1, 2, \dots, N$, são mostradas na tabela 5.5, que foi definida com base no estudo da circulação interna de pessoas na UFRJ da seção 5.1.2.

Tabela 5.5: Probabilidade do usuário sair da estação S_i (linha) com destino à estação S_j (coluna).

Origem	Destino								
	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9
S_1	0,01	0,01	0,15	0,01	0,01	0,01	0,29	0,01	0,50
S_2	0,01	0,01	0,01	0,10	0,01	0,01	0,15	0,30	0,40
S_3	0,01	0,01	0,01	0,01	0,15	0,10	0,10	0,25	0,36
S_4	0,01	0,20	0,10	0,05	0,01	0,01	0,15	0,01	0,46
S_5	0,01	0,01	0,21	0,01	0,01	0,10	0,35	0,20	0,10
S_6	0,01	0,01	0,15	0,01	0,10	0,01	0,25	0,01	0,45
S_7	0,01	0,01	0,15	0,05	0,07	0,10	0,01	0,40	0,20
S_8	0,01	0,02	0,12	0,04	0,04	0,01	0,23	0,01	0,52
S_9	0,01	0,15	0,05	0,20	0,05	0,05	0,05	0,34	0,10

Supondo que há um sistema de compartilhamento de bicicletas em funcionamento na Ilha do Fundão, a maioria das pessoas irá utilizá-lo com o propósito de transitar entre as estações. Devido à isso, a probabilidade de um usuário sair de uma estação e retornar à mesma é significativamente pequena (0,01), a não ser que a estação tenha uma grande área de extensão, tornando essa probabilidade um pouco maior. Um exemplo disso é a estação CT (S_9), formado por diversos blocos, e por isso, deve possuir grupos de bicicletários com até um quilômetro de distância entre eles. Então, a probabilidade de um usuário retirar uma bicicleta da estação CT e retornar à mesma, que corresponde ao trajeto $S_9 - S_9$ é de 0,10. Outra estação que também abrange uma área extensa é a estação Petrobrás (S_4), em que a probabilidade dos indivíduos retornarem à ela é igual a 0,05.

Quando um usuário retirar uma bicicleta da estação IEN (S_1) ele provavelmente irá em direção aos principais prédios acadêmicos da UFRJ que são distribuídos entre as estações CT (S_9), CCS (S_7) e Reitoria (S_3). Então, as probabilidades de destinos dessas estações foram definidas pelas demandas de desembarques da figura 5.3.

A maior parte de pessoas que partem do Parque Tecnológico (S_2) transitará para os principais centros acadêmicos e a Petrobrás. Baseado nas proporções

de desembarques da figura 5.3, quando um usuário retirar uma bicicleta da estação S_2 , as estações CT (S_9), CCS (S_7), Reitoria (S_3) e Petrobrás (S_4) terão probabilidades 0,40, 0,15 e 0,10, respectivamente, de serem escolhidas como destino. Outro ponto a ser observado na estação S_2 , é que muitos indivíduos também seguem em direção ao Terminal BRT (S_8). Portanto, a probabilidade do trajeto $S_2 - S_8$ é de 0,30.

Inicialmente, para a estação Reitoria (S_3) as mesmas considerações feitas para a estação S_2 em relação às estações CT, CCS e BRT foram utilizadas para as definições das probabilidades de destinos. Além disso, devido ao grande número de estudantes nessa unidade, esses alunos poderão também ir para o Alojamento (S_6) e os restaurantes universitários - Bandejão (S_5) e CT (S_9).

Quando um usuário sair de bicicleta da estação Petrobrás (S_4), os destinos de maiores probabilidades são as estações CT (0,46), Parque Tecnológico (0,20), CCS (0,15) e Reitoria (0,10) utilizadas por estudantes e funcionários.

Após o usuário sair do Bandejão Central (S_5), ele retorna para o seu local de trabalho ou estudo. Então, quando um usuário retirar uma bicicleta da estação S_5 , as probabilidades de destino foram baseadas na distribuição dos destinos das pessoas da figura 5.2, exceto para a estação CT (S_9), pois já possui um restaurante universitário. Além disso, foi levado em consideração que a maioria dos usuários do Bandejão Central são estudantes, então a probabilidade de uma pessoa sair da estação Bandejão para a estação Alojamento (S_6) ou para a estação BRT (S_8) é igual a 0,10 e 0,20, respectivamente.

Os alunos residentes do alojamento estudantil que saírem da estação S_6 , têm como destinos principais a estação Bandejão e as estações CT, Reitoria e CCS, que são unidades de estudos. As probabilidades de cada uma foram baseadas na distribuição dos destinos das pessoas da figura 5.2.

Caso o usuário retire uma bicicleta da estação CCS (S_7), o destino de maior probabilidade é a estação BRT (S_8), igual a 0,40, para retornar à sua residência. As probabilidades de destinar-se às outras estações: Reitoria (S_3), CT (S_9), Bandejão (S_5) e Alojamento (S_6) também são significativas, pois são estações de fluxo intenso de estudantes.

Como mencionado na seção 5.1.2, a maior parte das pessoas que partem da estação BRT (S_8), seguem para seus locais de trabalho ou estudo. Então, quando a origem do usuário for a estação BRT, as probabilidades de destino foram definidas pelas demandas da figura 5.2.

As maiores probabilidades de destino, de um indivíduo que sair da estação CT (S_9), são referentes às estações onde localizam-se as empresas, Parque

Tecnológico (S_2) e Petrobrás (S_4), e o BRT (S_8), com valores iguais a 0,15, 0,20 e 0,34, respectivamente.

Observação 5.2 *É importante ressaltar que após um tempo da implementação do sistema proposto, os dados reais devem ser armazenados e analisados para que os valores das probabilidades sejam atualizados, tornando o modelo o mais próximo possível da realidade.*

Observação 5.3 *Para facilitar a visualização dos resultados das simulações deste trabalho, as probabilidades foram inalteradas ao longo de todo o tempo de simulação. Um SPCB real pode apresentar diferentes comportamentos e demandas ao longo de um dia, alterando assim, as probabilidades de destino das estações do sistema. É interessante destacar que o algoritmo da simulação desenvolvido, descrito no capítulo seguinte, permite a implementação de diferentes probabilidades em uma mesma estação ao longo do dia.*

- **Escolha da estação de retorno:** Ao chegar à estação de destino, é possível que esta esteja lotada. Quando o usuário chega a uma estação que não tenha pelo menos uma vaga disponível, considerou-se que ele tem as seguintes opções: (i) permanecer esperando até que a próxima bicicleta saia e libere um suporte, ou; (ii) ir para outra estação. Assim, o lugar $PI n_i$ recebe uma ficha e $m(PBS_i) = C_i$, todas as transições T_{ij} são habilitadas e podem disparar. Preservando o interesse do usuário em sua estação de destino, a opção de maior probabilidade é a que ele escolhe permanecer à espera de uma vaga. Se ele optar por tentar uma vaga em outra estação, o usuário opta por ir em direção da estação que se localiza mais próximo do destino desejado por ele. Essa é a maneira adotada para definir as probabilidades de um usuário ir para uma outra estação S_j tal que ele tenha encontrado a estação S_i lotada. Todas as probabilidades que envolvem o sistema podem ser analisadas na tabela 5.6, cujos valores foram definidos levando em consideração a distância entre as estações de acordo com a tabela 5.3.

Observação 5.4 *Quando a marcação do sistema em um instante satisfaz um dos conflitos descritos acima, apenas uma transição habilitada pode disparar, sendo que as transições pertencentes ao mesmo conflito disparam de acordo com as probabilidades definidas nas tabelas 5.5 e 5.6. Note que a soma dos elementos de cada linha dessas tabelas é igual a 1.*

Tabela 5.6: Probabilidade do usuário sair da estação S_i , caso esteja lotada (linha), com destino à estação S_j (coluna).

Origem	Destino								
	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9
S_1	0,95	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,05
S_2	0,00	0,60	0,40	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
S_3	0,00	0,40	0,40	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
S_4	0,00	0,00	0,00	0,80	0,10	0,00	0,05	0,00	0,05
S_5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,60	0,00	0,40	0,00	0,00
S_6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,95	0,05	0,00	0,00
S_7	0,00	0,00	0,00	0,00	0,35	0,00	0,60	0,05	0,00
S_8	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,10	0,90	0,00
S_9	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00

5.2.3 Transições temporizadas

Para ir de uma estação a outra, tanto os usuários do sistema quanto o veículo de redistribuição demoram um tempo que depende da distância do percurso e de suas velocidades médias. Além disso, o tempo de deslocamento também varia de acordo com cada indivíduo e as condições do tráfego da região. No modelo do sistema a ser implementado na UFRJ, as transições que representam os deslocamentos dos usuários (Tt_{ij}) e o veículo de redistribuição ($TCar_{C1}$, $TCar_{ij}$ e $TCar_{NC}$) são temporizadas com tempos de atraso estocásticos com distribuição uniforme em um intervalo $[t_{min}, t_{max}]$, sendo definidos da seguinte forma:

- Tt_{ij} : A velocidade média de uma pessoa andando de bicicleta é de 20km/h. Então, um indivíduo de bicicleta demora aproximadamente 3 minutos (180 segundos) para percorrer cada quilômetro na ciclovia. Considerando que uma pessoa demora até 2 minutos (120 segundos) nas preparações de partida e chegada, o tempo t de retardo das transições Tt_{ij} é escolhido aleatoriamente como $180 \times d < t \leq 180 \times d + 120$, em que d é a distância em quilômetros entre as estações S_i e S_j definida na tabela 5.3.
- $TCar_{C1}$, $TCar_{ij}$ e $TCar_{NC}$: A velocidade máxima de um veículo motorizado em uma zona residencial é de 50km/h. Com base nesse valor, o veículo leva aproximadamente 1,2 minutos (72 segundos) para percorrer cada quilômetro da via. Considerando que o veículo demora até 5 minutos (300 segundos) nas preparações de partida e chegada, o tempo t_{Car} de retardo das transições que representam o veículo é escolhido aleatoriamente como $180 \times d_{Car} < t_{Car} \leq$

$180 \times d_{Car} + 300$, em que d_{Car} é a distância em quilômetros do percurso definida na tabela 5.4.

Capítulo 6

Utilização do modelo proposto na definição de uma estratégia de balanceamento do sistema de compartilhamento de bicicletas a ser implantado na UFRJ

O maior objetivo de uma simulação é prever como o sistema reagirá a diferentes entradas externas ou mudanças estruturais. A simulação é definida como a reprodução do comportamento dinâmico de um sistema de interesse com o objetivo de se obter conclusões que poderão ser aplicadas a ele e seu estudo refere-se a um conjunto de experimentos simulados [39]. Segundo Wainer [39], existem oito etapas básicas que devem ser consideradas para se realizar um estudo de simulação, quais sejam:

1. Formulação do problema;
2. Definição do modelo conceitual;
3. Coleta e análise de dados de entrada e saída;
4. Modelagem;
5. Simulação;
6. Verificação e validação;
7. Experimentação;
8. Análise das saídas do sistema.

Os passos não são necessariamente seguidos na mesma sequência apresentada e alguns podem até ser pulados de acordo com a complexidade do sistema em questão.

As etapas 1-4 foram descritas nos capítulos anteriores. Neste capítulo nos concentraremos nas etapas 5, 7 e 8.

O objetivo deste capítulo é, a partir das simulações, acompanhar as variações de ocupação das estações do SPCB e definir uma estratégia de redistribuição de bicicletas evitando as situações indesejadas de estações lotadas ou vazias que atrapalham o funcionamento do sistema.

Este capítulo está estruturado da seguinte forma. O algoritmo do programa de simulação desenvolvido neste trabalho é descrito na seção 6.1. Na seção 6.2, são descritos os parâmetros de entrada utilizados nas simulações do SPCB-UFRJ, seguido pela definição das análises de desempenho do sistema na seção 6.3. Finalmente, na seção 6.4 encontram-se os resultados das simulações sem o balanceamento e com o balanceamento das estações.

6.1 Algoritmo de simulação

Devido à inexistência de uma ferramenta para a simulação de uma rede de Petri estocástica generalizada, as simulações realizadas para a rede de Petri do modelo proposto no capítulo 4 foram implementadas com o uso do Matlab. O programa foi desenvolvido de forma a permitir que seja possível também acompanhar a evolução das marcações da rede ao longo do tempo.

A modularidade da rede de Petri do modelo proposto para um SPCB permite exclusões e inclusões de estações de acordo com a necessidade do projeto. Um algoritmo foi desenvolvido para gerar automaticamente o modelo correspondente para um sistema de N estações descrito na seção 4.2, obtendo assim, as matrizes Pre e $Post$ da rede de Petri.

Para a implementação da dinâmica de evolução dos estados do sistema, é necessário calcular quais transições estão habilitadas para disparar. Um novo vetor habilitação $\underline{\sigma}_k$ com dimensão $n_T \times 1$, sendo n_T o número de transições da rede, que indica quais transições estão habilitadas, é criado a cada instante de tempo. O cálculo do vetor habilitação é realizado com base na definição 2.3 da seção 2.1.3, ou seja, para cada transição t_j da rede, é verificado se $\underline{m}_k - Pre(t_j) \geq 0$ e, caso t_j esteja ligada a um lugar por meio de um arco inibidor verifica-se se $m(p_i) < Inhib(p_i, t_j)$, em que \underline{m}_k é a marcação da rede no instante de tempo atual k , $Pre(t_j)$ é a coluna referente à transição t_j da matriz Pre e $m(p_i)$ é a marcação do lugar inibidor ligado à transição t_j . Em caso positivo, a transição t_j está habilitada para disparar no próximo instante de tempo.

Porém, o vetor $\underline{\sigma}_k$ não indica que as atividades habilitadas possam de fato acon-

tecer. Devido aos conflitos existentes e as transições temporizadas, uma matriz nula σ_{des} de dimensão $n_T \times t_{SIM}$, em que t_{SIM} é o tempo total de simulação, é criada no início do programa e atualizada a cada instante de tempo. O vetor $\underline{\sigma}_{desk}$, coluna correspondente ao tempo k da matriz σ_{des} , define quais transições de fato irão disparar. Para isso, atribui-se o valor 1 a $\sigma_{desk}(t_j)$ para indicar que, se a transição t_j estiver habilitada, ela ocorrerá no instante atual. A matriz σ_{des} é definida de acordo com as seguintes regras:

- As transições imediatas, que não participam de conflitos, sempre ocorrerão.
- Uma transição temporizada dispara apenas em um instante de tempo estocástico k , em segundos, após a sua habilitação, definido na seção 5.2.3.
- Quando há um conflito, a escolha de qual transição será disparada é definida estocasticamente. A probabilidade de uma transição imediata que participa de um conflito disparar é indicada nas tabelas 5.5 e 5.6 presentes na seção 5.2.2.

Uma transição t_j irá disparar se estiver habilitada e seu disparo for desejado, ou seja, $\sigma_k(t_j) = 1$ e $\sigma_{desk}(t_j) = 1$. Para isso, um vetor $\underline{\sigma}_{kf}$ de comprimento n_T , é criado a partir da comparação entre os componentes $\sigma_k(t_j)$ e $\sigma_{desk}(t_j)$, da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\sigma_k(t_j) = \sigma_{desk}(t_j) &\rightarrow \sigma_{kf}(t_j) = \sigma_k(t_j), \\ \sigma_k(t_j) \neq \sigma_{desk}(t_j) &\rightarrow \sigma_{kf}(t_j) = 0.\end{aligned}$$

O vetor $\underline{\sigma}_{kf}$ representa todas as transições que irão disparar. Em cada instante de tempo k , a nova marcação m_{k+1} da rede será calculada a partir da equação (4.1) definida na seção 4.2.

O desejo de um indivíduo retirar uma bicicleta da estação é um evento não controlável, que ocorre aleatoriamente de acordo com a demanda da região. Para simular as demandas de bicicletas pelo usuários, é criada no início da simulação uma matriz $Tout_{des}$ de dimensão $N \times t_{SIM}$, sendo N o número de estações do sistema. A matriz $Tout_{des}$ indica em quais instantes de tempo as transições de retirada de bicicleta $Tout_i$ ($i = 1, 2, \dots, N$) irão disparar, se estiverem habilitadas, e é formada a partir de uma distribuição uniforme adicionada a uma distribuição de Poisson, que representa os picos de demanda de cada estação.

Uma variável aleatória X é dita ter uma função massa de probabilidade (fmp) com parâmetro $\lambda > 0$, denotado por $X \sim Poisson(\lambda)$, se [40]:

$$p_X(k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}, \quad k \in \mathbb{Z}_+. \quad (6.1)$$

A figura 6.1 mostra a fmp associada a uma variável aleatória $X \sim \text{Poisson}(25)$.

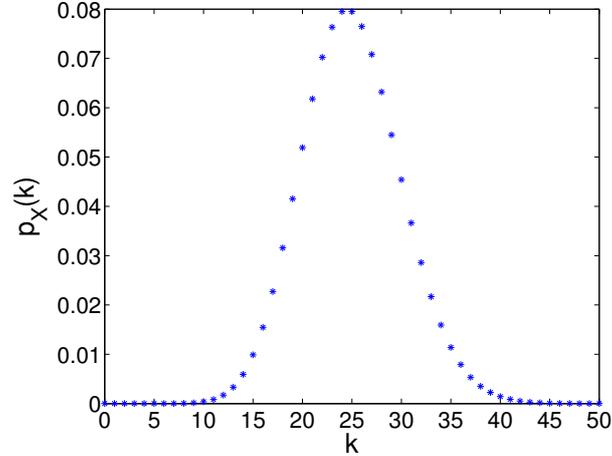


Figura 6.1: Função massa de probabilidade com parâmetro $\lambda = 25$.

No caso da simulação em questão, o valor do parâmetro λ corresponde ao horário de pico de demanda da estação, ou seja, quanto mais próximo do pico, maior a probabilidade de $Tout_i$ ter seu disparo desejado.

Após a formação da matriz $Tout_{des}$ conforme descrito acima, as linhas da matriz σ_{des} que correspondem às transições de retirada de bicicleta das estações, são atualizadas de forma que $\sigma_{des}(7(i-1)+1) = Tout_{des}(i)$, $i = 1, 2, \dots, N$.

No instante k , as transições $TOut_i$ que são desejadas e que estão habilitadas disparam ou seja, $\sigma_{kf}(7(i-1)+1) = 1$, representando a retirada de bicicletas das estações correspondentes. Todas as outras transições da rede disparam de acordo com a evolução do sistema, como descrito anteriormente.

A simulação implementada neste trabalho permite o acompanhamento do estado da rede de Petri em cada instante de tempo. Cada ficha representa uma bicicleta, ou seja, as marcações da rede indicam o rastreamento de todas as bicicletas do sistema de compartilhamento. Com isso é possível propor estratégias para evitar comportamentos indesejáveis, a partir da redistribuição das bicicletas entre as estações em horários pré-definidos.

6.2 Parâmetros de entrada da simulação

Os parâmetros da simulação são as variáveis de entrada que devem ser definidas e alteradas de acordo com o projeto do SPCB desejado, são elas:

- tempo total de simulação (t_{SIM});

- quantidade de estações (N) e suas capacidades (C_i);
- demanda (\underline{p}), horário de pico (\underline{t}_p) e demanda de pico das estações (\underline{p}_p);
- matrizes de probabilidades de destino (P_{dest}) e retorno (P_{ret});
- matriz de distância (D) entre as estações.

Caso seja necessário realizar rondas para reposicionar as bicicletas nas estações, é necessário indicar o número de reordenação de cada estação (R_i), capacidade do veículo de redistribuição (C_V), o vetor de distâncias entre as estações da ronda (\underline{d}_{Car}) e os horários de início das rondas.

A marcação inicial da rede de Petri (\underline{m}_0) também é um parâmetro de entrada da simulação e deve ser indicada para cada caso.

Após um tempo da implementação de fato do SPCB, todos os parâmetros devem ser reajustados para que simulação reproduza fielmente o sistema real. Para o estudo realizado neste trabalho, as variáveis do SPCB-UFRJ foram definidas conforme descrito a seguir.

- **Tempo total de simulação (t_{SIM}):** De acordo com o início e término da maioria das atividades na Cidade Universitária da UFRJ, foi estipulado que o funcionamento do SPCB-UFRJ se inicia às 6h e encerra às 19h de cada dia útil, ou seja, funciona durante 13 horas seguidas por dia. Como um instante de tempo na simulação corresponde a uma unidade de segundo, o tempo total de uma simulação, representando um dia, é de 46.800 segundos.
- **Quantidade de estações (N) e vetor de capacidades (\underline{c}):** Assim como descrito no dimensionamento do sistema (seção 5.1.1), o SPCB-UFRJ contém 9 estações, localizadas no mapa da figura 5.1 com suas respectivas capacidades indicadas pela tabela 5.2. O programa recebe como uma das entradas o vetor \underline{c} , de comprimento $N = 9$, que indica a capacidade C_i de cada estação, em que $c(i) = C_i$.
- **Vetor de demanda de pico (\underline{p}_p), vetor de horário de pico (\underline{t}_p) e vetor de demanda das estações (\underline{p}):** Para formar a matriz $T_{out_{des}}$, as demandas de pico, os horários de pico e as demandas são definidas para cada estação por meio dos vetores \underline{p}_p , \underline{t}_p e \underline{p} , respectivamente, ambos de comprimento N .

Segundo a pesquisa origem e destino mencionada anteriormente, o maior fluxo de pessoas na Ilha do Fundão é entre os horários de entrada (6h às 8h), saída (16h às 18h) e durante o almoço (11h às 13h).

Em todas as estações há pelo menos um horário de pico de demanda, reproduzido na simulação e indicado no vetor \underline{t}_p , em que $t_p(i)$ é o horário de pico

da estação S_i , em minutos, após o início do funcionamento do sistema. Por exemplo, em torno de 7h30min, a estação S_8 (BRT) é bastante demandada por ser um ponto final de um sistema de transporte coletivo largamente utilizado para a entrada na ilha do Fundão. Devido a isso, o vetor $Tout_{des}(8)^T$ é criado a partir de uma função randômica uniforme e uma Poisson com pico 1 hora e 30 minutos ($t_p(8) = 90$) após o início do funcionamento do sistema. A tabela 6.1 indica os horários de pico de cada estação do sistema.

Tabela 6.1: Horário de pico de demanda das estações do sistema público de compartilhamento de bicicletas da Cidade Universitária da UFRJ

Estação	Nome	Horários de pico
S_1	Instituto de Engenharia Nuclear (IEN)	12h
S_2	Parque Tecnológico	12h
S_3	Reitoria	12h, 16h30min
S_4	Petrobrás	12h
S_5	Bandejão Central	13h
S_6	Alojamento	7h30min, 9h30min
S_7	Centro de Ciência da Saúde (CCS)	12h, 17h
S_8	BRT	7h30min
S_9	Centro Tecnológico (CT)	12h, 17h

Os vetores \underline{p}_p e \underline{p} , de comprimento 9, indicam as demandas das estações, em que $p_p(i)$ e $p(i)$ correspondem às quantidades de pessoas que utilizam a estação S_i durante o pico e fora do horário de pico, respectivamente. A demanda total de uma estação ao longo do dia, desconsiderando o horário de pico, é reproduzido randomicamente a partir de uma função massa de probabilidade uniforme. No caso do SPCB-UFRJ foi considerado que aproximadamente 2% (1.920 pessoas) da população total da UFRJ prevista para o ano 2016, usarão o serviço ao longo do dia. Na simulação, aproximadamente 1% das 1.920 pessoas que utilizarão o sistema ao longo do dia, saem da estação IEN (S_1), o restante foi distribuído entre as outras estações de acordo com os percentuais dos embarques definidos na figura 5.3 da seção 5.2. E 1,5% (1440 pessoas) da população usarão nos horários de pico, distribuídas conforme a demanda das estações nos horários de pico. A tabela 6.2 indica as quantidades estimadas de usuários que utilizarão as estações do SPCB-UFRJ.

- **Matrizes de probabilidades de destino ($P_{destN \times N}$) e retorno ($P_{retN \times N}$):** O elemento p_{ij} da matriz P_{dest} representa a probabilidade de uma bicicleta que sai da estação S_i ter como destino final a estação S_j . O elemento pr_{ij} da matriz P_{ret} representa a probabilidade de uma bicicleta que deseja estacionar

Tabela 6.2: Demanda das estações do sistema público de compartilhamento de bicicletas da Cidade Universitária da UFRJ

Estação	Nome	Usuários ao longo do dia	Usuários em torno do pico
S_1	Instituto de Engenharia Nuclear (IEN)	20	15
S_2	Parque Tecnológico	356	267
S_3	Reitoria	201	151
S_4	Petrobrás	228	171
S_5	Bandejão Central	81	60
S_6	Alojamento	101	76
S_7	Centro de Ciência da Saúde (CCS)	174	131
S_8	BRT	242	181
S_9	Centro Tecnológico (CT)	517	388

na estação S_i , que é impossibilitada devido a ausência de vagas, ir para a estação S_j . A diagonal principal de P_{ret} é formada pelos elementos pr_{ii} , que indicam a probabilidade do usuário decidir aguardar na estação S_i até que a próxima vaga seja liberada.

No SPCB-UFRJ, as matrizes P_{dest} e P_{ret} têm dimensão 9×9 e são compostas pelos valores indicados nas tabelas 5.5 e 5.6 da seção 5.2.2.

- **Matriz de distância ($D_{N \times N}$):** O valor da distância em quilômetros do percurso da estação S_i à estação S_j da Cidade Universitária presente na tabela 5.3 da seção 5.2.1 é representado na matriz D por seu elemento d_{ij} .
- **Vetor de números de reordenação (\underline{r}):** Para a realização da redistribuição, os valores dos números de reordenação (R_i) das estações, indicados na tabela 6.3, foram definidos pelo vetor \underline{r} , de comprimento $N = 9$, em que $r(i) = R_i$. Na simulação, a redistribuição será primeiramente inserida para que pelo menos 50% da capacidade total da estação (C_i) seja de bicicletas disponíveis, mas esse valor poderá ser alterado de acordo com os resultados apresentados. As estratégias de simulação adotadas serão mostradas na seção 6.4.
- **Capacidade do veículo de redistribuição (C_V):** Os veículos de redistribuição, geralmente carretas ou reboques puxados por vans, constituem um investimento significativo [4]. Considerando os tipos de veículos existentes para esse fim e a demanda do SPCB-UFRJ, a variável C_V foi fixada em 20 ($C_V = 20$). Na simulação, serão considerados os casos em que o sistema mantém 1 ou 2 ($C_V = 40$) veículos executando a ronda.

Tabela 6.3: Capacidades e números de reordenação das estações do sistema público de compartilhamento de bicicletas da Cidade Universitária da UFRJ

Estação	Nome	C_i	R_i
S_1	Instituto de Engenharia Nuclear (IEN)	15	8
S_2	Parque Tecnológico	115	58
S_3	Reitoria	65	33
S_4	Petrobrás	110	55
S_5	Bandejão Central	65	33
S_6	Alojamento	45	23
S_7	Centro de Ciência da Saúde (CCS)	115	58
S_8	BRT	100	50
S_9	Centro Tecnológico (CT)	170	85

- **Vetor \underline{d}_{Car} :** O vetor que representa as distâncias em quilômetros entre as estações tem comprimento 10 e é formado pelos valores presentes na tabela 5.4.
- **Marcação inicial (\underline{m}_0):** Antes do início do funcionamento do sistema, todas as estações encontram-se em equilíbrio. A marcação inicial da rede de Petri, definida por um vetor de comprimento 148, é composta por R_i fichas nos lugares referentes ao número de bicicletas nas estações ($m_0(PBS_i) = R_i$) e $C_i - R_i$ fichas nos lugares referentes às vagas livres nas estações ($m_0(PES_i) = C_i - R_i$). Os valores do vetor \underline{m}_0 poderão ser alterados de acordo com a estratégia adotada a partir dos resultados apresentados na simulação.

O sistema inicia com a presença do veículo no centro de redistribuição ($m_0(PCar_C) = 1$), que começa a ronda com 50% de sua capacidade total contendo bicicletas ($m_0(PBS_{Car}) = \frac{C_V}{2}$) e todos os outros lugares da rede iniciam a simulação sem fichas.

- **Vetor de início das rondas (\underline{in}):** Os horários de início das rondas são variáveis que dependem da avaliação da evolução do sistema nas simulações sem a redistribuição. Após a identificação de um comportamento previsível e dos horários críticos, as rondas são iniciadas em horários pré definidos, indicados no vetor \underline{in} , para evitar ao máximo os cenários indesejados.

O vetor \underline{in} tem comprimento igual à quantidade desejada de rondas, que varia de acordo com a estratégia de balanceamento. As variáveis referentes à ronda serão definidas na próxima seção, que tem como principal objetivo a análise das saídas do sistema sem nenhuma interferência para a inclusão do veículo que realiza o rebalanceamento das bicicletas entre as estações.

6.3 Análise de desempenho

Na simulação desenvolvida, o estado do sistema em cada instante de tempo é monitorado e armazenado em estruturas de dados. No final de cada simulação, os dados guardados durante a simulação são utilizados para o cálculo das medidas de desempenho do sistema modelado. Os índices utilizados para a análise de desempenho neste trabalho são:

- **Percentual de tempo em que uma estação permaneceu vazia e/ou lotada:** No caso de um sistema de rebalanceamento de bicicletas, é muito importante analisar as probabilidades de uma estação estar vazia ($m(PBS_i) = 0$) ou lotada ($m(PBS_i) = C_i$), durante o período da simulação, sendo calculada da seguinte forma [1]:

$$t_{PERC}[m(PBS_i) = N_b] = \frac{\sum_{k|m(PBS_i)=N_b} t_{TOT}[m_k]}{t_{SIM}}, \quad (6.2)$$

em que t_{SIM} é o tempo total de simulação, $t_{TOT}[m_k]$ fornece o tempo total em que o sistema permaneceu na marcação m_k , $k|m(PBS_i) = N_b$ significa que é somado o tempo total ($t_{TOT}[m_k]$) em que a marcação do lugar PBS_i , representando a estação S_i , é igual a N_b e $N_b = 0$ ($N_b = C_i$) para avaliar a probabilidade de ter a estação S_i vazia (resp. lotada).

Também pode ser interessante calcular a probabilidade de ter uma estação em uma situação indesejável (vazia ou lotada). Nesse caso, a probabilidade em questão é calculada pela soma das probabilidades de cada situação.

- **Número médio de bicicletas nas estações:** O número médio bicicletas em cada estação S_i , $M_{NB}(S_i)$, é obtido pelo cálculo da média de fichas da marcação de seu lugar correspondente PBS_i . Formalmente:

$$M_{NB}[S_i] = \sum_{k|m_k \in m^*} m_k[PBS_i] \cdot \frac{t_{TOT}[m_k]}{t_{SIM}}, \quad (6.3)$$

em que $k|m_k \in m^*$ significa que são consideradas para o somatório todas as marcações alcançadas da rede de Petri gerada pela simulação.

6.4 Definição de estratégias de rebalanceamento a partir de simulações realizadas com o modelo proposto

Definidos os parâmetros de entrada, as primeiras simulações serão realizadas sem o rebalanceamento de bicicletas entre as estações, visando conhecer o comportamento do SPCB apenas com a utilização dos usuários. Após estabelecer os horários críticos, a ação do veículo de redistribuição será simulada visando reduzir o tempo em que as estações ficam lotadas ou vazias. Graças à simulação implementada no Matlab, os comportamentos (número de bicicletas disponíveis/tempo do dia) das estações podem ser observados. Com base na análise dos resultados obtidos, será possível, inclusive, alterar alguns parâmetros para que o sistema atenda à demanda de bicicletas em cada estação e forneça vagas livres para que os usuários retornem as bicicletas aos seus destinos. Alguns casos estudados são mostrados a seguir.

Observação 6.1 *É importante ressaltar que a demanda de um SPCB em funcionamento difere-se a cada dia. Assim, na simulação, para cada dia de funcionamento (de 6h às 19h), é gerada uma nova matriz de demanda ($T_{out_{des}}$), definida na seção 6.1, com base nas demandas definidas na seção 6.2.*

6.4.1 Simulação sem rebalanceamento

Primeiramente, consideramos que o sistema de redistribuição não está disponível. As estações são postas em operação, mas sem controle externo.

De acordo com o modelo proposto, essa configuração é obtida quando a marcação inicial dos lugares que representam o veículo é igual a zero, desativando as sub-redes de controle das estações e do circuito de redistribuição, pois todas as transições dessas sub-redes estarão sempre desabilitadas.

O comportamento das nove estações do SPCB-UFRJ ao longo do dia estão mostrados nos gráficos da figura 6.2 e os valores de suas medidas de desempenho são dados na tabela 6.4.

Através da análise dos resultados obtidos na simulação sem balanceamento da figura 6.2 e da tabela 6.4, nota-se que as estações S_1 , S_2 , S_3 , S_4 e S_6 permaneceram vazias e as estações S_7 e S_8 permaneceram lotadas por um longo período de tempo, impedindo que os usuários retirem e coloquem bicicletas, respectivamente, sugerindo, então, a necessidade de se realizar a redistribuição das bicicletas entre as estações.

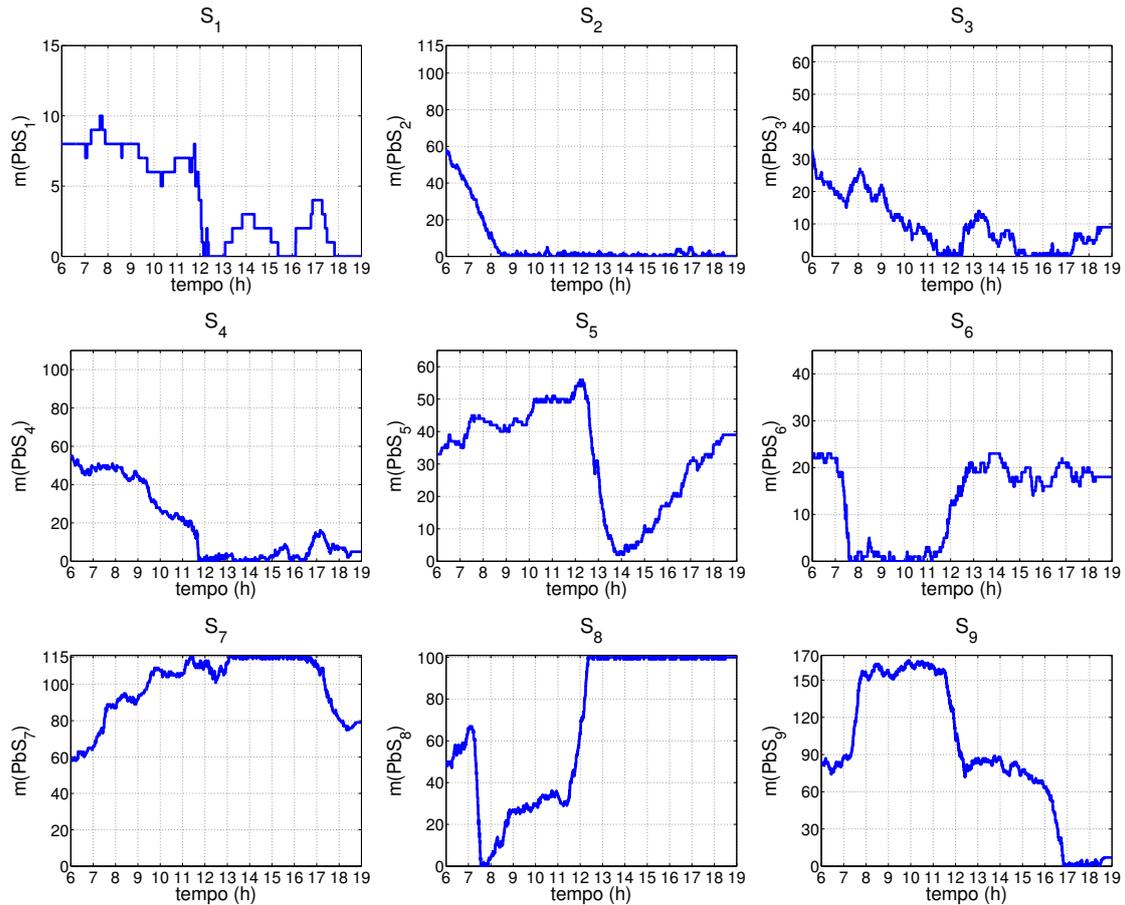


Figura 6.2: Número de bicicletas disponíveis nas estações do sistema sem balanceamento, no período de 6h às 19h.

6.4.2 Simulação com rebalanceamento

A partir desse ponto será considerado que o sistema de redistribuição está em funcionamento. Será analisado o efeito da redistribuição supondo um ou dois veículos para a redistribuição das bicicletas entre as estações que estão esvaziando e que estão enchendo. Diferentes estratégias de rebalanceamento das estações serão analisadas.

• 1ª estratégia

A partir da figura 6.2, nota-se que as primeiras situações críticas no sistema sem redistribuição ocorrem por volta das 8h, e por esse motivo, iremos definir uma ronda começando às 8h. O SPCB-UFRJ foi simulado para os casos da existência de um e dois veículos realizando a redistribuição entre as estações. Os estados do veículo (dos veículos) e os comportamentos das estações com rebalanceamento ao longo do tempo estão ilustrados nos gráficos ¹ da figura 6.3 e as medidas de desempenho são

¹Em todos os gráficos que se seguem as curvas em azul (resp. vermelho) se referem a um (resp. dois) veículo(s) de redistribuição

Tabela 6.4: Análise de desempenho para o caso sem rebalanceamento.

Medidas de desempenho	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9
% de tempo “vazia”	21,16	46,27	18,12	9,90	0,00	13,19	0,00	1,87	5,14
% de tempo “lotada”	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	27,78	50,90	0,00
Média de bicicletas disponíveis	4,10	6,26	9,23	18,81	32,67	12,83	99,23	68,41	90,97

dadas na tabela 6.9 (resp. 6.10).

Os gráficos da figura 6.3 mostram que apenas uma redistribuição não é o suficiente para manter o SPCB-UFRJ em um bom funcionamento durante o período considerado.

• 2ª estratégia

Analisando a figura 6.3 observa-se que entre 11h e 12h, as estações S_1 , S_2 , S_3 , S_4 e S_6 ficaram vazias, impedindo que os usuários retirem bicicletas das mesmas. No mesmo período, a estação S_8 tornou-se lotada, permanecendo nesse estado até o final do funcionamento do SPCB-UFRJ. Para impedir esses estados críticos, iremos propor uma outra ronda de redistribuição com início às 11h. Os estados do veículo (dos veículos) e os comportamentos das estações com rebalanceamento ao longo do tempo estão ilustrados nos gráficos da figura 6.4 e as medidas de desempenho são dadas na tabela 6.9 (resp. 6.10). Nota-se que a adição de mais uma ronda não foi o suficiente para que as estações com maiores demandas, S_1 , S_2 , S_3 , S_4 e S_6 , voltassem para um estado aceitável e para que a estação S_8 mantivesse vagas disponíveis.

• 3ª estratégia

Com base nos resultados anteriores, conclui-se que com apenas uma ou duas rondas ao longo do dia para a redistribuição de bicicletas não é possível fazer com que o SPCB-UFRJ atenda às demandas adotadas para as simulações, definidas na seção 6.2. Visando melhorar o desempenho do SPCB, vamos definir uma estratégia na qual o veículo (ou veículos) saia(m) para realizar uma ronda a cada 1h, começando às 7h e saindo pela última vez às 18h. Os estados do veículo (dos veículos) e os comportamentos das estações com rebalanceamento ao longo do tempo estão ilustrados nos gráficos da figura 6.5 e as medidas de

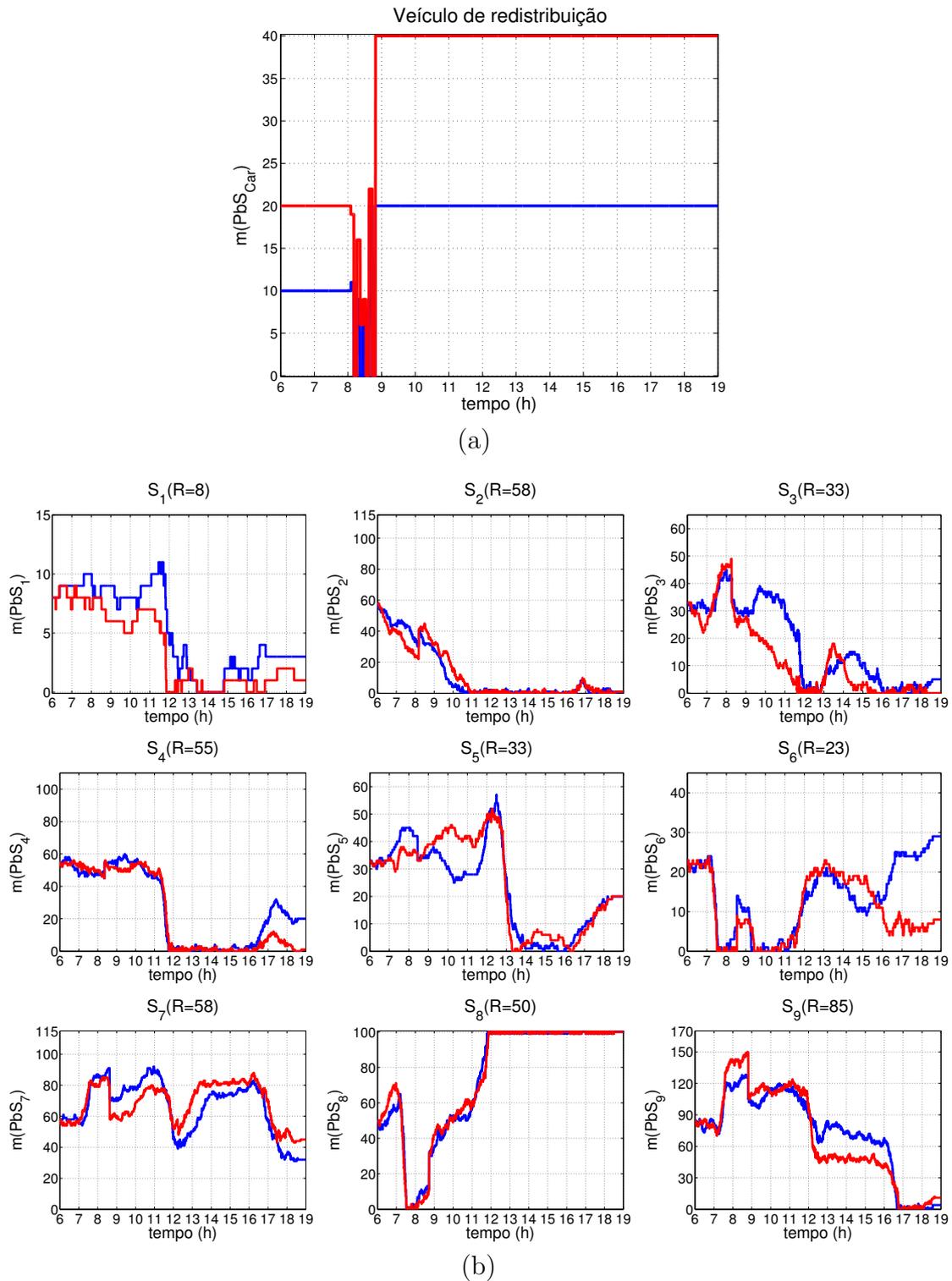


Figura 6.3: Atuação de um veículo (azul) e dois veículos (vermelho) de redistribuição no período de 6 às 19h (a); número de bicicletas disponíveis nas estações do sistema para a 1ª estratégia ao longo do período considerado (b).

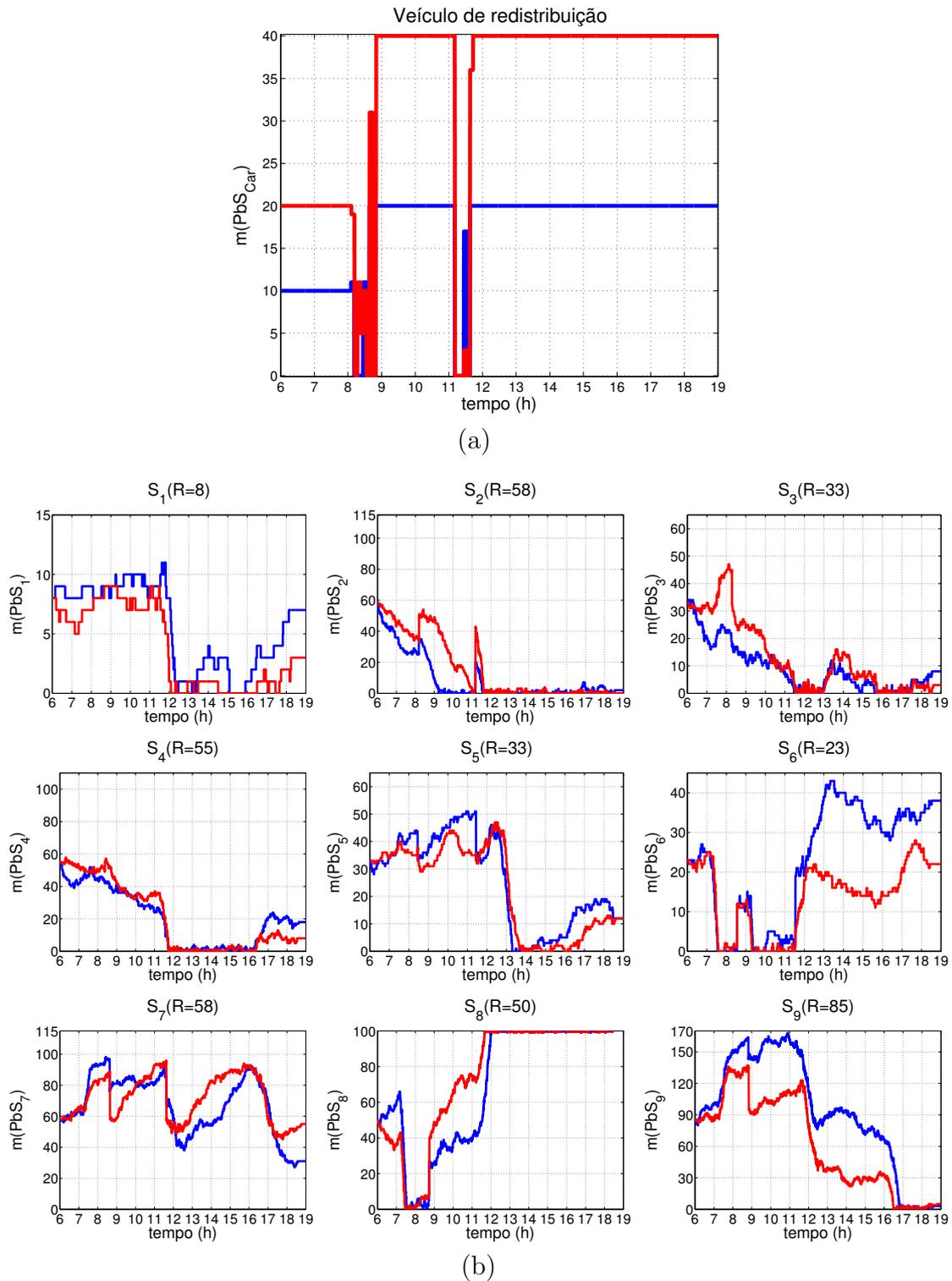


Figura 6.4: Atuação de um veículo (azul) e dois veículos (vermelho) de redistribuição no período de 6 às 19h (a); número de bicicletas disponíveis nas estações do sistema para a 2ª estratégia ao longo do período considerado (b).

desempenho são dadas na tabela 6.9 (resp. 6.10). A partir da análise dos resultados obtidos na figura 6.5 e das tabelas 6.9 e 6.10, nota-se uma grande melhora nos estados das estações S_1 e S_2 e S_9 . Por outro lado, as estações S_4 e S_8 mantiveram-se vazia e lotada, respectivamente, por um longo período de tempo.

• **4ª estratégia**

Os gráficos da figura 6.5, referentes à 3ª estratégia de balanceamento, indicam que nas primeiras horas de funcionamento do SPCB-UFRJ, as estações S_6 e S_7 esvaziaram rapidamente e, no mesmo período, as estações S_7 e S_9 receberam bastante bicicletas dos usuários. Isso sugere, então, uma modificação do estado inicial do SPCB-UFRJ representado pelo vetor marcação \underline{m}_0 , mantendo, contudo o número de bicicletas disponíveis no sistema, igual a 400. A tabela 6.5 mostra a nova marcação inicial do sistema para as próximas estratégias de balanceamento.

Os estados do veículo (dos veículos) e os comportamentos das estações com rebalanceamento ao longo do tempo estão ilustrados nos gráficos da figura 6.6 e as medidas de desempenho são dadas na tabela 6.9 (resp. 6.10).

Tabela 6.5: Estado inicial das estações do SPCB-UFRJ considerado para as 4ª, 5ª, 6ª e 7ª estratégias de balanceamento.

Estação	$m_0(PBS_i)$
S_1	5
S_2	85
S_3	45
S_4	55
S_5	60
S_6	80
S_7	20
S_8	30
S_9	20

Através da comparação entre os resultados mostrados nas tabelas 6.9 e 6.10 da 3ª e da 4ª estratégias, observa-se uma pequena melhora no funcionamento do SPCB-UFRJ para a redistribuição utilizando dois veículos. Porém, o resultado ainda não é suficiente para atender satisfatoriamente às demandas utilizadas na simulação.

• **5ª estratégia**

Os resultados anteriores mostraram que o número de reordenação adotado, $R_i = \frac{C_i}{2}, i = 1, 2, \dots, 9$, para balancear as estações pode não ser interessante em alguns casos. Por exemplo, na figura 6.6 a estação S_5 encontra-se com mais de 50 bicicletas disponíveis entre o período de 12 às 13h, o que é acima do desejado ($R_5 = 33$). Nesse

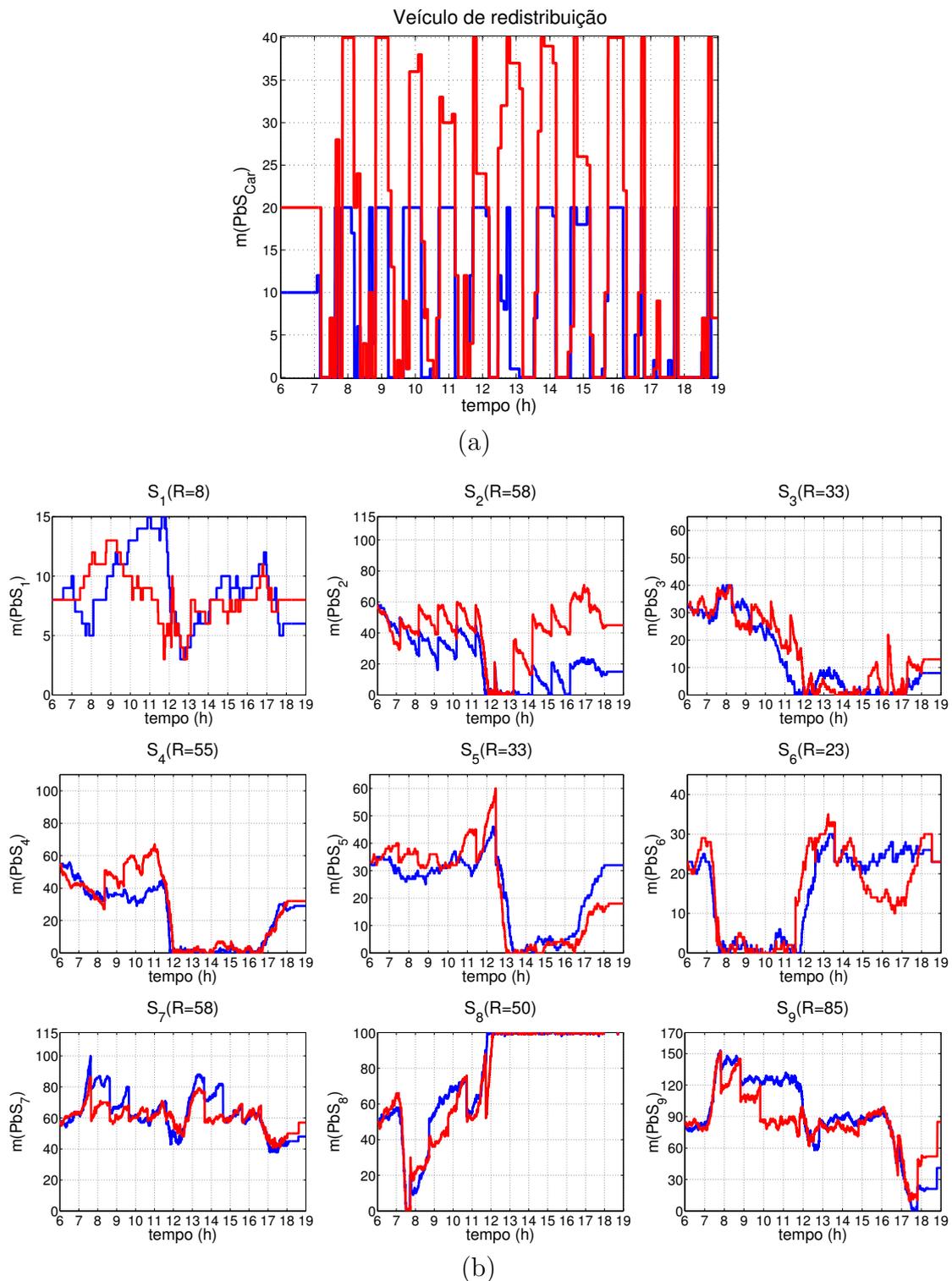


Figura 6.5: Atuação de um veículo (azul) e dois veículos (vermelho) de redistribuição no período de 6 às 19h (a); número de bicicletas disponíveis nas estações do sistema para a 3ª estratégia ao longo do período considerado (b).

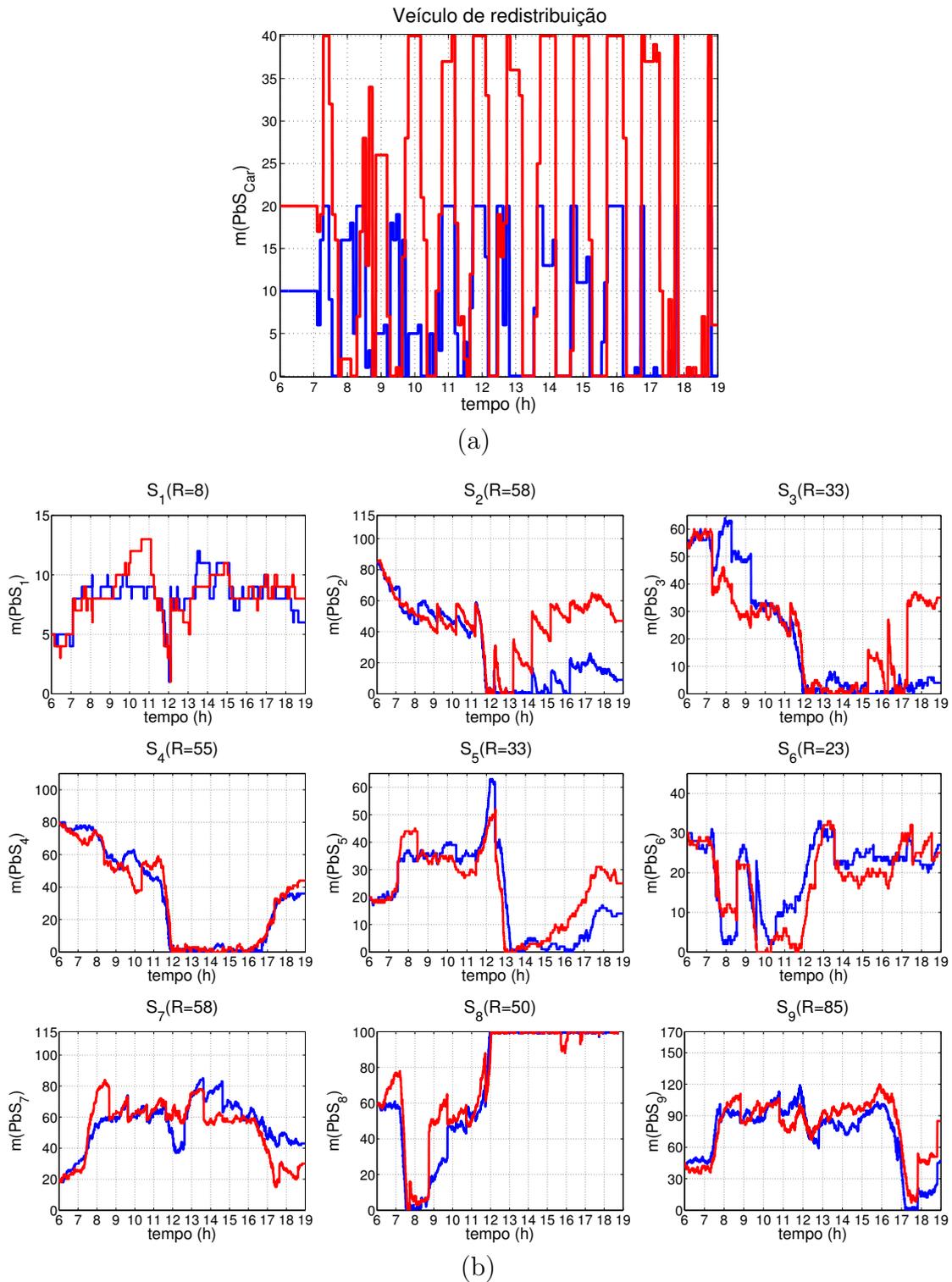


Figura 6.6: Atuação de um veículo (azul) e dois veículos (vermelho) de redistribuição no período de 6 às 19h (a); número de bicicletas disponíveis nas estações do sistema para a 4ª estratégia ao longo do período considerado (b).

Tabela 6.6: Números de reordenação das estações do SPCB-UFRJ considerado para as 5ª e 7ª estratégias de balanceamento.

Estação	R_i
S_1	5
S_2	70
S_3	55
S_4	70
S_5	40
S_6	35
S_7	30
S_8	30
S_9	65

mesmo período há uma ronda que retira bicicletas dessa estação para tentar deixar 33 bicicletas disponíveis. O sistema não levou em consideração que logo após o balanceamento, às 13h, existe um pico de demanda na estação S_5 , deixando-a vazia. Com base nessa análise, sugere-se a modificação dos números de reordenação das estações do SPCB-UFRJ representado pelo vetor marcação \underline{r} , respeitando o número total de bicicletas disponíveis no sistema, igual a 400. A tabela 6.6 indica os novos valores dos números de reordenação (R_i) das estações para as próximas estratégias de balanceamento.

Os estados do veículo (dos veículos) e os comportamentos das estações com rebalanceamento ao longo do tempo estão ilustrados nos gráficos da figura 6.7 e as medidas de desempenho são dadas na tabela 6.9 (resp. 6.10). Observando os resultados da figura 6.7 e das tabelas 6.9 e 6.10, nota-se que até o momento essa foi a estratégia que mais efetivamente modificou os estados críticos do SPCB-UFRJ. Porém, as estações S_3 , S_4 e S_6 ainda permaneceram vazias por mais de 10% do tempo total de funcionamento e a estação S_8 manteve-se lotada por um período maior que 50% do total.

• 6ª estratégia

As estratégias de balanceamento simuladas até o momento, não conseguiram de fato impedir que algumas estações permaneçam vazias ou lotadas por um longo período de tempo. A partir da análise dos resultados dos gráficos anteriores, nota-se que em alguns casos, mesmo sendo necessária a ação do veículo de redistribuição, ele não é capaz de realizar o rebalanceamento. Por exemplo, na figura 6.7, o veículo descarrega todas as suas bicicletas disponíveis na estação S_2 e caminha para a próxima estação com sua caçamba vazia. Porém, ao chegar na estação S_3 , a partir das 12h, ele não consegue inserir bicicletas nessa estação, deixando-a vazia. O mesmo acontece

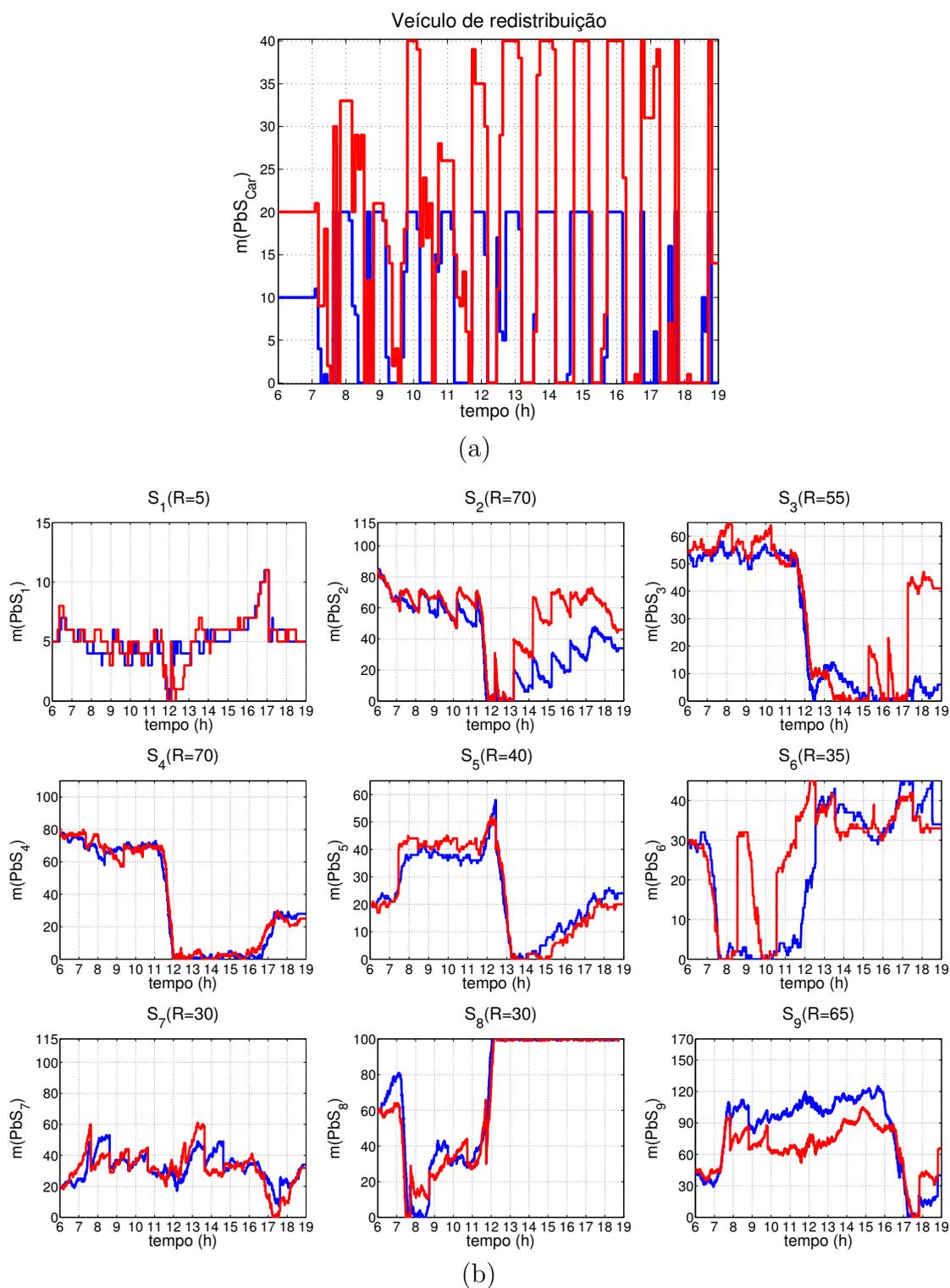


Figura 6.7: Atuação de um veículo (azul) e dois veículos (vermelho) de redistribuição no período de 6 às 19h (a); número de bicicletas disponíveis nas estações do sistema para a 5ª estratégia ao longo do período considerado (b).

Tabela 6.7: Estações do sistema público de compartilhamento de bicicletas da Cidade Universitária da UFRJ

Estação	Nome
S'_1	Instituto de Engenharia Nuclear (IEN)
S'_2	Parque Tecnológico
S'_3	Centro Tecnológico (CT)
S'_4	Reitoria
S'_5	Terminal BRT
S'_6	Petrobrás/CEPEL
S'_7	Bandejão Central
S'_8	Alojamento
S'_9	Centro de Ciência da Saúde (CCS)

Tabela 6.8: Distância entre as estações no novo trajeto do veículo de redistribuição em uma ronda em quilômetros.

Origem - Destino	Distância (km)
$Centro - S'_1$	1,2
$S'_1 - S'_2$	2,0
$S'_2 - S'_3$	2,8
$S'_3 - S'_4$	0,9
$S'_4 - S'_5$	4,4
$S'_5 - S'_6$	4,0
$S'_6 - S'_7$	1,1
$S'_7 - S'_8$	1,1
$S'_8 - S'_9$	1,4
$S'_9 - Centro$	3,4

quando chega à estação S_4 nesse mesmo período.

Para resolver esse problema, iremos propor a alteração da ordem das estações a serem visitadas durante a ronda, para que ele visite uma estação que encha a sua caçamba antes de visitar uma estação que necessite de bicicletas. A tabela 6.7 indica a nova ordem das estações para as próximas estratégias de balanceamento e a tabela 6.8 indica os novos valores das distâncias, percorridas pelo veículo, entre duas estações consecutivas.

Nessa estratégia, os valores das marcações iniciais permaneceram alterados de acordo com a tabela 6.5 e os valores dos números de reordenação R_i foram considerados como definido inicialmente ($\frac{C_i}{2}$). Os estados do veículo (dos veículos) e os comportamentos das estações com rebalanceamento ao longo do tempo estão ilustrados nos gráficos da figura 6.8 e as medidas de desempenho são dadas na tabela

6.9 (resp. 6.10).

A partir dos resultados mostrados na figura 6.8 e nas tabelas 6.9 e 6.10, nota-se que os percentuais de tempo em que as estações S_4 , S_5 e S_6 (como definidas no início das simulações) permaneceram vazias, diminuíram em relação às outras estratégias. Por outro lado, o desempenho da estação S_3 piorou e a estação S_8 permaneceu lotada por um longo período de tempo.

• **7ª estratégia**

Para essa estratégia, foram consideradas todas as modificações feitas anteriormente, definidas de acordo com as tabelas 6.5, 6.6, 6.7 e 6.8, que indicam, respectivamente, as marcações iniciais, os números de reordenação e a nova ordem das estações na ronda e as distâncias entre elas. Os estados do veículo (dos veículos) e os comportamentos das estações com rebalanceamento ao longo do tempo estão ilustrados nos gráficos da figura 6.9 e as medidas de desempenho são dadas na tabela 6.9 (resp. 6.10).

Tabela 6.9: Análise de desempenho do SPCB com rebalanceamento para $C_V = 20$.

Medidas de desempenho	Estratégias	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9
% de tempo “vazia”	1ª	10,59	39,80	14,75	16,14	3,20	12,11	0,00	2,68	6,66
	2ª	8,79	40,53	16,69	15,15	4,89	11,00	0,00	1,92	7,30
	3ª	0,00	14,76	22,50	16,77	3,77	13,66	0,00	1,27	1,24
	4ª	0,00	16,47	16,36	18,67	6,03	0,00	0,00	2,34	1,91
	5ª	1,02	7,85	11,47	13,99	4,03	12,11	0,00	2,64	2,02
	6ª	0,60	9,76	20,77	1,63	6,01	4,84	0,00	1,95	3,77
	7ª	6,04	15,40	18,41	1,64	3,78	13,22	2,82	1,53	5,19
% de tempo “lotada”	1ª	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	54,92	0,00
	2ª	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	53,49	0,00
	3ª	3,05	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	54,85	0,00
	4ª	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	53,70	0,00
	5ª	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	4,81	0,00	53,02	0,00
	6ª	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	54,82	0,00
	7ª	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	11,96	0,00	54,40	0,00
Média de bicicletas disponíveis	1ª	5,14	11,48	17,22	26,46	23,17	13,80	65,71	74,35	72,86
	2ª	5,66	8,62	8,90	20,17	25,63	23,18	66,86	70,56	92,81
	3ª	8,78	21,41	12,90	21,79	23,01	15,72	62,79	77,81	89,12
	4ª	8,11	28,05	20,29	32,49	21,10	20,20	55,67	71,60	72,15
	5ª	5,11	38,78	26,62	35,02	24,07	23,21	32,23	71,59	81,04
	6ª	7,40	22,05	18,96	52,60	26,37	20,10	56,31	77,06	70,48
	7ª	5,14	27,41	25,55	55,99	27,81	24,19	29,75	76,30	65,23

A partir dos resultados expostos nas figuras 6.2, 6.3, 6.4, 6.5, 6.6, 6.7, 6.8 e 6.9 e nas tabelas 6.4, 6.9 e 6.10, nota-se que a redistribuição foi essencial para que o sistema atendesse um maior percentual da demanda flutuante considerada na seção 6.2. Os resultados obtidos na 6ª estratégia com um veículo e na 7ª estratégia com dois

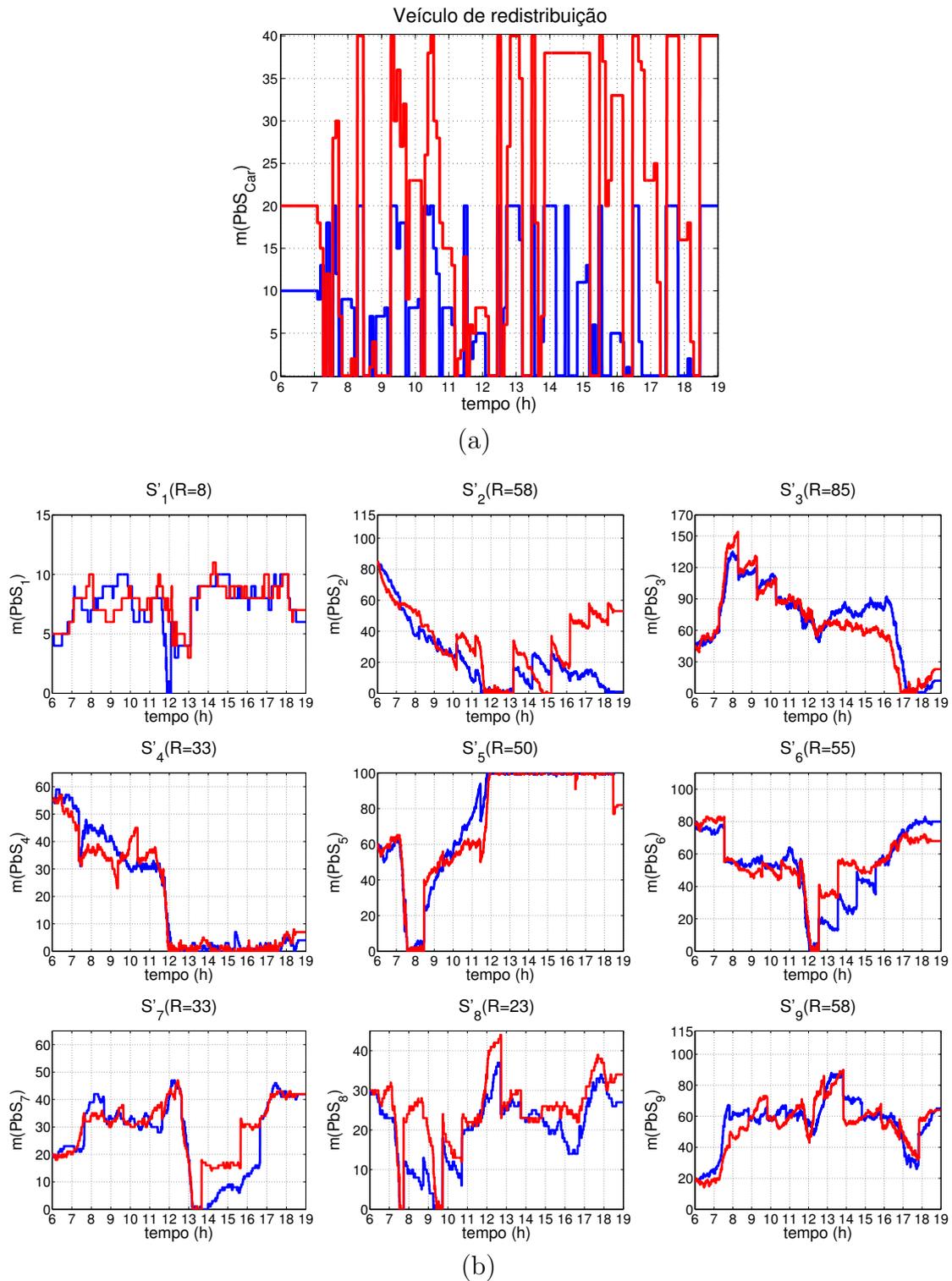


Figura 6.8: Atuação de um veículo (azul) e dois veículos (vermelho) de distribuição no período de 6 às 19h (a); número de bicicletas disponíveis nas estações do sistema para a 6ª estratégia ao longo do período considerado (b).

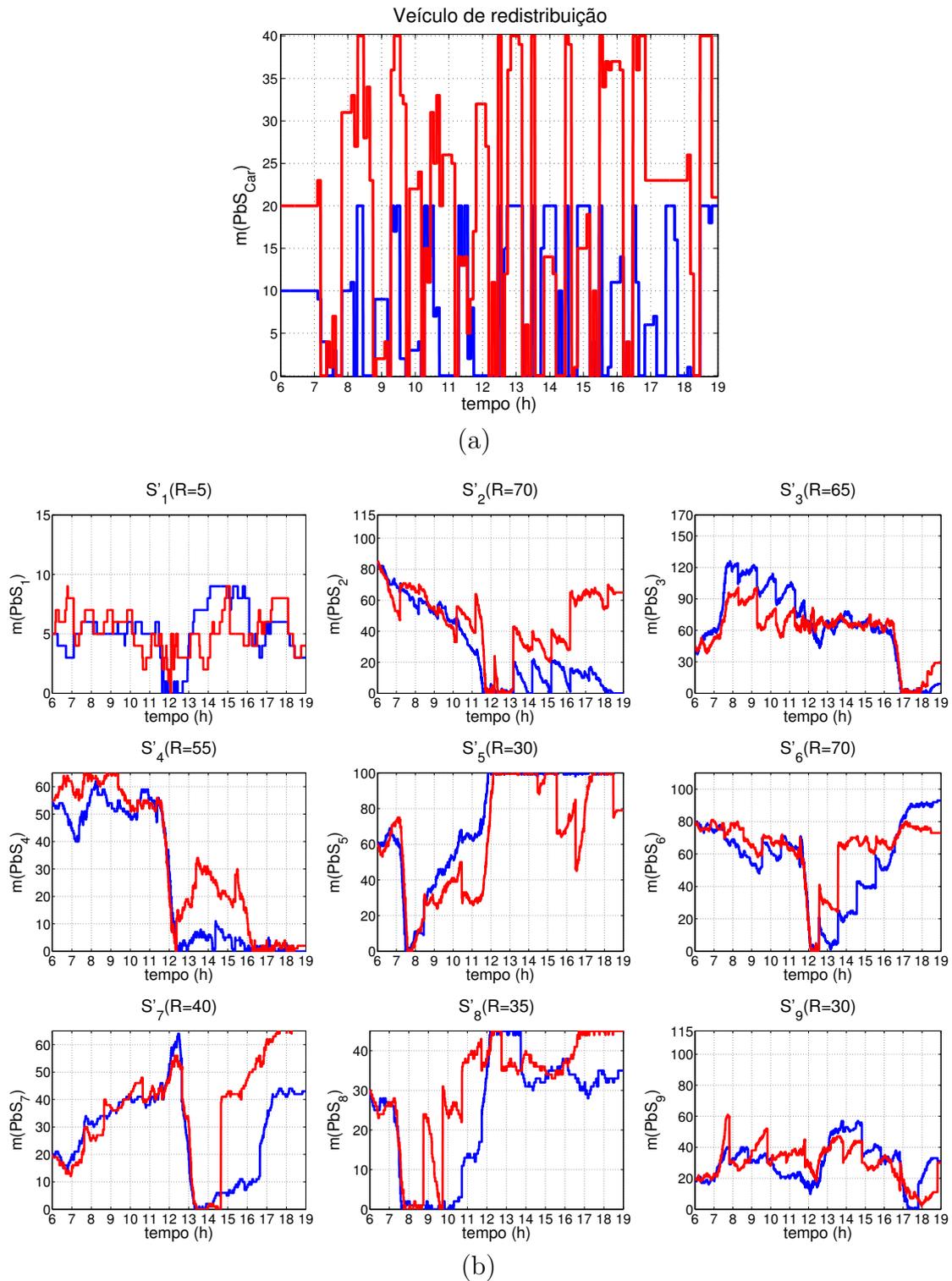


Figura 6.9: Atuação de um veículo (azul) e dois veículos (vermelho) de distribuição no período de 6 às 19h (a); número de bicicletas disponíveis nas estações do sistema para a 7ª estratégia ao longo do período considerado (b).

Tabela 6.10: Análise de desempenho do SPCB com rebalanceamento para $C_V = 40$.

Medidas de desempenho	Estratégias	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9
% de tempo “vazia”	1 ^a	20.60	35.67	24.71	19.72	4.23	14.67	0,00	2.79	5.25
	2 ^a	25.07	38.66	15.47	20.55	8.72	16.75	0,00	3.04	7.09
	3 ^a	0,00	6.04	12.53	10.19	10.52	14.54	0,00	1.06	0,00
	4 ^a	0,00	5.16	12.09	10.96	3.88	6.31	0,00	0.66	0,00
	5 ^a	1.62	4.32	12.56	10.82	8.87	7.27	0.77	1.65	1.35
	6 ^a	0.00	10.62	21.49	1.49	3.14	3.27	0,00	3.21	2.56
	7 ^a	0.21	6.18	7.66	1.38	5.75	5.47	0,00	1.61	3.74
% de tempo “lotada”	1 ^a	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	54.57	0,00
	2 ^a	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	56.07	0,00
	3 ^a	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	52.45	0,00
	4 ^a	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	49.16	0,00
	5 ^a	0,00	0,00	0,93	0,00	0,00	2,16	0,00	52.12	0,00
	6 ^a	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	48.46	0,00
	7 ^a	0,00	0,00	4,76	0,00	10,88	20,68	0,00	30.65	0,00
Média de bicicletas disponíveis	1 ^a	3.54	11.84	12.14	23.26	24.68	10.36	68.36	75.00	69.21
	2 ^a	3.81	15.52	12.82	20.65	22.52	13.60	71.53	75.68	61.21
	3 ^a	8.27	41.05	15.44	26.26	22.42	15.54	60.55	75.77	83.28
	4 ^a	8.36	45.05	22.80	32.41	23.02	18.09	52.75	75.85	79.14
	5 ^a	5.24	54.37	33.60	35.95	24.43	27.35	31.69	69.93	65.62
	6 ^a	7.62	33.44	18.29	54.74	29.06	25.26	54.41	74.74	66.79
	7 ^a	5.14	46.44	33.13	63.48	37.16	31.32	29.57	65.80	58.00

veículos realizando o rebalanceamento, foram os que conseguiram aumentar mais significativamente a capacidade do SPCB-UFRJ em atender a demanda simulada. Levando em consideração que o resultado obtido na 7^a estratégia com dois veículos não melhorou significativamente o desempenho do sistema quando comparado ao resultado obtido na 6^a estratégia com um veículo, é sugerido então, a adoção da 6^a estratégia com um veículo para a redistribuição das bicicletas do SPCB-UFRJ, por ser melhor economicamente.

Capítulo 7

Conclusões e trabalhos futuros

Neste trabalho foi proposto um modelo em redes de Petri estocásticas generalizadas para um sistema público de compartilhamento de bicicletas que representa as características estocásticas e probabilísticas do sistema, importantes para a análise do seu funcionamento, como as probabilidades das escolhas das rotas realizadas pelos usuários, os tempos dos percursos entre as estações e os tempos associados à redistribuição de bicicletas do sistema.

Uma outra contribuição deste trabalho foi a apresentação das equações dinâmicas do sistema que não só permitem a generalização do modelo desenvolvido para qualquer SPCB com N estações como também o torna apropriado para ser utilizado em simulações. Deve ser ressaltado que a matriz de incidência do modelo proposto é de fácil implementação computacional, pois é formada por blocos de matrizes e tem complexidade quadrática em relação ao número de estações considerado. A modularidade da rede de Petri do modelo proposto para um SPCB permite exclusões e inclusões de estações de acordo com a necessidade do projeto. Um algoritmo foi desenvolvido para gerar automaticamente o modelo correspondente para um sistema de N estações, obtendo assim, a matriz de incidência da rede de Petri.

Foi também desenvolvido neste trabalho um algoritmo de simulação que recebe todos os parâmetros do SPCB a ser modelado, visando prever como o sistema reagirá a diferentes entradas externas ou mudanças estruturais. As simulações foram implementadas com o uso do Matlab para aperfeiçoar sistemas existentes e antever o funcionamento de sistemas novos e permitir a definição de estratégias de balanceamento de bicicletas, a fim de evitar situações indesejadas, como estações lotadas ou vazias, que atrapalham o funcionamento do sistema. O programa de simulação pode ser parametrizado e configurado em diversas maneiras, de acordo com situações reais.

O modelo proposto foi utilizado para a simulação e a análise de desempenho do SPCB a ser implantado na UFRJ, permitindo previsões para o número de bicicletas disponíveis nas estações ao longo do dia. Ao fim das simulações foi proposta uma

estratégia de balanceamento de bicicletas que provê o sistema com grande capacidade de atender à demanda flutuante de cada estação.

As estratégias adotadas na simulação do SPCB-UFRJ não evitaram que algumas estações permanecessem vazias ou lotadas durante um período de tempo. Porém, é importante ressaltar que o modelo proposto permite que os parâmetros de entrada sejam modificados para melhorar o desempenho do sistema, como por exemplo, os números de reordenação podem ser alterados durante períodos específicos do dia, quando algumas estações têm picos de demandas. Além disso, as capacidades das estações que permaneceram lotadas por um longo período podem ser aumentadas, respeitando as limitações físicas de cada uma e também aquelas com pouca demanda poderão ter as suas capacidades reduzidas.

Possíveis trabalhos futuros poderão considerar o problema do controle do sistema de forma diferente daquela realizada neste trabalho, realizando a redistribuição de bicicletas de forma não circular, ou seja, o veículo de redistribuição atuará somente nas estações que estiverem fora de uma região de operação considerada ideal. Para isso, é necessário alterar a sub-rede de controle proposta neste trabalho, por meio, por exemplo, das chamadas restrições generalizadas mutuamente excludentes (RGME), que atribuem restrições de controle em redes de Petri através da síntese de monitores [41], isto é, lugares cujas marcações impõem as especificações de uma RGME a uma rede de Petri.

Uma dificuldade adicional que poderia ser introduzida ao modelo seria a possibilidade de se levar em conta também que o veículo de redistribuição recolha bicicletas danificadas. Para tanto, o modelo proposto no capítulo 4 deve ser alterado introduzindo-se lugares e transições que levem em consideração o fato de que essas bicicletas não poderão ser utilizadas pelos usuários e, além disso, também ocuparão espaços no veículo de redistribuição e nas estações.

Referências Bibliográficas

- [1] LABADI, K., BENARBIA, T., BARBOT, J., et al. “Stochastic Petri net modeling, simulation and analysis of public bicycle sharing systems”, *IEEE Transactions on Automaton Science and Engineering*, v. PP, pp. 1–16, 2014.
- [2] VERDE, F. “Pesquisa Origem/Destino”. 2014. Disponível em: https://docs.google.com/forms/d/1sNDgyo4ZugvLYvowXTWo0TfE9TVFrMrAhdRkZPp1L2M/viewanalytics?usp=form_confirm.
- [3] VERDE, F. “Estudo de Viabilidade Técnica e Econômica (EVTE) - Linha circular de veículo leve sobre trilho (VLT) na Ilha do Fundão com conexão com a região do Porto Maravilha e da Ligação Aquaviária entre a Ilha do Fundão, Praça XV e Praia Vermelha.” 2014. Disponível em: <http://www.fundoverde.ufrj.br/index.php/pt/publicacoes>.
- [4] GAUTHIER, A., HUGHES, C., KOST, C., et al. “Guia de planejamento de sistemas de bicicletas compartilhadas”. 2014. Disponível em: http://2rps5v3y8o843iokettbxnya.wpengine.netdna-cdn.com/wp-content/uploads/2014/11/ITDP-Brasil_Guia-de-Planejamento-de-Sistemas-de-Bicicletas-Compartilhadas_1a-vers%C3%A3o.pdf.
- [5] SHAHEEN, S., MARTIN, E., COHEN, A. “Public bikesharing and modal shift behavior: a comparative study of early bikesharing systems in North America”, *Int. J. Transport*, v. 1, n. 1, pp. 35–53, 2013.
- [6] BÜTTNER, J. AND MLASOWSKY, H., BIRKHOLZ, T., GROPER, D., et al. “Optimising Bike Sharing in European Cities: A Handbook”. 2011. Disponível em: <http://obisproject.com>.
- [7] CAGGIANI, L., OTTOMANELLI, M. “A modular soft computing based method for vehicles repositioning in bike-sharing systems”, *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, v. 54, pp. 675–684, 2012.

- [8] VOGEL, P., GREISERA, T., MATTFELDA, D. C. “Understanding bike-sharing systems using data mining: Exploring activity patterns”, *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, v. 20, pp. 514–523, 2011.
- [9] CHEUNG, R. K., POWELL, W. B. “An Algorithm for Multistage Dynamic Networks with Random Arc Capacities, with an Application to Dynamic Fleet Management”, *Operations Research*, v. 44, n. 6, pp. 951–963, 1996.
- [10] KOCHER, P., KUNZE, S., NIELANDER, U. “Optimal control of a distributed service system with moving resources: Application to the fleet sizing and allocation problem”, *International Journal of Production Economics*, v. 81-82, n. 1, pp. 443–459, 2003.
- [11] NAIR, R., MILLER-HOOKS, E. “Fleet Management for Vehicle Sharing Operations”, *Transportation Science*, v. 45, n. 4, pp. 524–540, 2011.
- [12] DU, Y., HALL, R. “Fleet Sizing and Empty Equipment Redistribution for Center-terminal Transportation Networks”, *Manage. Sci.*, v. 43, n. 2, pp. 145–157, 1997.
- [13] CRAINIC, T. G. “Service network design in freight transportation”, *European Journal of Operational Research*, v. 122, n. 2, pp. 272–288, 2000.
- [14] BARTH, M., TODD, M. “User behavior evaluation of an intelligent shared electric vehicle system”, *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, v. 1760, n. 1, pp. 145–152, 2001.
- [15] KEK, A. G., CHEU, R. L., CHOR, M. L. “Relocation simulation model for multiple-station shared-use vehicle systems”, *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, v. 1986, n. 1, pp. 81–88, 2006.
- [16] KEK, A. G., CHEU, R. L., MENG, Q., et al. “A decision support system for vehicle relocation operations in carsharing systems”, *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, v. 45, n. 1, pp. 149–158, 2009.
- [17] BENCHIMOL, M., BENCHIMOL, P., CHAPPERT, B., et al. “Balancing the stations of a self service bike hire system”, *RAIRO-Operations Research*, v. 45, n. 1, pp. 37–61, 2011.
- [18] CHEMLA, D., MEUNIER, F., WOLFLER CALVO, R. “Bike sharing system: solving the static rebalancing problem”, *Discrete Optimization*, v. 10, n. 2, pp. 120–146, 2013.

- [19] FORMA, I., RAVIV, T., TZUR, M. “The static repositioning problem in a bike-sharing system”. In: *Proc. 7th triennial symposium on transportation analysis (TRISTAN), Tromsø, Norway*, pp. 279–282, 2010.
- [20] SHU, J., CHOU, M., LIU, Q., et al. “Bicycle-sharing system: deployment, utilization and the value of re-distribution”, *National University of Singapore-NUS Business School, Singapore*, 2010.
- [21] RAVIV, T., TZUR, M., FORMA, I. “Static repositioning in a bike-sharing system: models and solution approaches”, *EURO Journal on Transportation and Logistics*, v. 2, n. 3, pp. 187–229, 2013.
- [22] CONTRADO, C., MORENCY, C., ROUSSEAU, L. “Balancing a dynamic public bike-sharing system”. 2012. Disponível em: <<https://www.cirreлт.ca/DocumentsTravail/CIRRELT-2012-09.pdf>>.
- [23] VOGEL, P., MATTFELD, D. C. “Modeling of repositioning activities in bike-sharing systems”. In: *12th World Conference on Transport Research (WCTR), Lisbon, Portugal*, 2010.
- [24] SAYARSHAD, H., TAVASSOLI, S., ZHAO, F. “A multi-periodic optimization formulation for bike planning and bike utilization”, *Applied Mathematical Modelling*, v. 36, n. 10, pp. 4944–4951, 2012.
- [25] FRICKER, C., GAST, N. “Incentives and regulations in bike-sharing systems with stations of finite capacity”. 2012. Disponível em: <<http://arxiv.org/pdf/1201.1178v1.pdf>>.
- [26] ZURAWSKI, R., ZHOU, M. “Petri nets and industrial applications: A tutorial”, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 41, n. 6, pp. 567–583, 1994.
- [27] BENARBIA, T., LABADI, K., DARCHERIF, A. M., et al. “Modelling and control of self-service public bicycle systems by using Petri nets”, *International Journal of Modelling, Identification and Control*, v. 17, n. 3, pp. 173–194, 2012.
- [28] LABADI, K., DARCHERIF, A.-M., HAMACI, S., et al. *Petri Nets Models for Analysis and Control of Public Bicycle-Sharing Systems*. INTECH Open Access Publisher, 2012.
- [29] DAVID, R., ALLA, H. “Petri nets for modeling of dynamic systems: A survey”, *Automatica*, v. 30, n. 2, pp. 175–202, 1994.

- [30] MURATA, T. “Petri nets: Properties, analysis and applications”, *Proceedings of the IEEE*, v. 77, n. 4, pp. 541–580, 1989.
- [31] MARSAN, M. A., BALBO, G., CONTE, G., et al. *Modelling with generalized stochastic Petri nets*. John Wiley & Sons, Inc., 1994.
- [32] MARSAN, M. A., CONTE, G., BALBO, G. “A class of generalized stochastic Petri nets for the performance evaluation of multiprocessor systems”, *ACM Transactions on Computer Systems (TOCS)*, v. 2, n. 2, pp. 93–122, 1984.
- [33] CHIOLA, G., MARSAN, M. A., BALBO, G., et al. “Generalized stochastic Petri nets: A definition at the net level and its implications”, *IEEE Transactions on Software Engineering*, v. 19, n. 2, pp. 89–107, 1993.
- [34] OBIS. “Optimising bike sharing in european cities: A handbook”. 2011. Disponível em: http://www.obisproject.com/palio/html.wmedia?_Instance=obis&_Connector=data&_ID=970&_Checksum=-1311332712.
- [35] DO RIO DE JANEIRO, U. F. “Estatísticas da UFRJ”. 2014. Disponível em: http://www.ufrj.br/pr/conteudo_pr.php?sigla=AUF RJ_ESTATISTI.
- [36] IPTD. “Sistema de bicicletas compartilhadas para a idade Universitária da UFRJ”. 2014. Disponível em: <http://www.fundoverde.ufrj.br/index.php/pt/publicacoes>.
- [37] VERDE, F. “Informativo: Mobilidade 2014”. 2014. Disponível em: <http://www.fundoverde.ufrj.br/index.php/pt/publicacoes>.
- [38] GOOGLE. “Google Maps”. 2005. Disponível em: <https://www.google.com.br/maps>.
- [39] WAINER, G. A. *Discrete-event modeling and simulation: A practitioner’s approach*. CRC Press, 2009.
- [40] GUBNER, J. A. *Probability and random processes for electrical and computer engineers*. New York, NY, Cambridge University Press, 2006.
- [41] GIUA, A., DICESARE, F., SILVA, M. “Generalized mutual exclusion constraints on nets with uncontrollable transitions”. In: *Systems, Man and Cybernetics, 1992., IEEE International Conference on*, 1992.