



CONTROLE ATIVO DE UM SISTEMA DE REFRIGERAÇÃO BIFÁSICO

Rafael José Gonçalves Pereira

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientadores: Fernando Cesar Lizarralde
Liu Hsu

Rio de Janeiro
Março de 2015

CONTROLE ATIVO DE UM SISTEMA DE REFRIGERAÇÃO BIFÁSICO

Rafael José Gonçalves Pereira

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

Examinada por:

Prof. Fernando Cesar Lizarralde, D.Sc.

Prof. Amit Bhaya, Ph.D.

Prof. Amaro Gomes Barreto Jr., D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

MARÇO DE 2015

Pereira, Rafael José Gonçalves

Controle ativo de um sistema de refrigeração bifásico/Rafael José Gonçalves Pereira. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2015.

XV, 77 p.: il.; 29,7cm.

Orientadores: Fernando Cesar Lizarralde

Liu Hsu

Dissertação (mestrado) – UFRJ/COPPE/Programa de Engenharia Elétrica, 2015.

Referências Bibliográficas: p. 71 – 74.

1. Controle Não Linear. 2. Van der Pol. 3. Busca Extremal. I. Lizarralde, Fernando Cesar *et al.* II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Elétrica. III. Título.

Aos meus pais

Agradecimentos

Ao meu orientador, Fernando, e ao meu co-orientador, Liu, pelo apoio, idéias, sabedoria e paciência.

Aos membros da banca, Amit e Amaro, cujas sugestões e comentários colaboraram para melhoria da dissertação.

Aos meus pais, Emidio e Lucia, pelo apoio infindo.

A minha namorada, Natália, pelo suporte ao longo desta trajetória.

Aos colegas e gerentes do PPEP e CMM4 por terem me apoiado no desenvolvimento da dissertação.

Aos demais amigos e familiares, pela troca de idéias e companheirismo.

Esta dissertação foi parcialmente financiada pela CAPES.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

CONTROLE ATIVO DE UM SISTEMA DE REFRIGERAÇÃO BIFÁSICO

Rafael José Gonçalves Pereira

Março/2015

Orientadores: Fernando Cesar Lizarralde
Liu Hsu

Programa: Engenharia Elétrica

Sistemas de refrigeração vêm despertando grande interesse da indústria devido à necessidade de dissiparem-se crescentes cargas de calor em equipamentos, em especial no campo da microeletrônica. Dentre esses sistemas, os que utilizam fluxo bifásico líquido-vapor de fluido refrigerante vêm ganhando destaque por conta de sua maior eficiência de troca térmica. No entanto, a operação em regime de fluxo bifásico traz consigo uma série de desafios, em especial os associados às instabilidades na vazão.

Neste trabalho, é considerada a malha primária de um ciclo indireto de refrigeração, que é modelada como um sistema composto por multi-microcanais que opera em fluxo bifásico. Tal modelo a parâmetros concentrados é de baixa ordem, características que possibilitam a análise pela teoria de Controle. Ele é composto por dois subsistemas em cascata: um subsistema de vazão na malha interna e um subsistema de temperatura, externo.

São propostas leis de controle para estabilização da vazão num ponto de operação na região de fluxo bifásico. Após a estabilização, o objetivo é a otimização da transferência de calor. Para tal, é proposto o uso de diferentes técnicas de busca extremal. Tais técnicas, tanto de otimização quanto de controle de vazão, são validadas com um modelo identificado a partir de dados reais.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

ACTIVE CONTROL OF A TWO-PHASE MICROCHANNEL COOLING SYSTEM

Rafael José Gonçalves Pereira

March/2015

Advisors: Fernando Cesar Lizarralde
Liu Hsu

Department: Electrical Engineering

Due to the crescent heat loads that must be dissipated, the industry's interest in Refrigeration systems has been increasing, especially in Electronics. Among these systems, vapour-liquid two-phase refrigerant flow is seen as a promising technique because of its greater heat transfer efficiency. Two-phase flow, however, reveals a series of challenges as a result of the inherent flow instabilities associated with this regime.

In this work, the primary loop of an indirect refrigeration system is considered. A literature model of a multi-microchannel operating in two-phase flow is presented for the loop. The low order and lumped parameters of the model allow its analysis under Control theory's optics. It is composed of two subsystems in cascade: a flow subsystem in the inner loop, and a temperature subsystem in the outer loop.

Control laws are proposed in order to stabilize the flow of the system in a two-phase operating point.

Once stabilization has been achieved, the objective is to optimize the heat transfer. In order to do so, different Extremum Seeking techniques are presented.

Both the flow control and the optimization techniques are validated with a model identified from real data.

Sumário

Lista de Figuras	x
Lista de Tabelas	xiii
Lista de Símbolos	xiv
1 Introdução	1
1.1 Sistemas de fluxo bifásico líquido-vapor	5
1.2 Tipos de oscilação em fluxos bifásicos	9
1.2.1 Instabilidade de Ledinegg	10
1.2.2 Instabilidade tipo onda de densidade	10
1.2.3 Instabilidade tipo onda de pressão	11
1.3 Objetivos	12
1.4 Metodologia	13
1.5 Estudo de caso	13
1.6 Contribuições do trabalho	16
1.7 Organização do trabalho	16
2 Modelagem do sistema térmico	18
2.1 Modelagem de um fluxo bifásico	18
2.1.1 Modelo dos fluxos separados	19
2.1.2 Modelo do Fluxo Homogêneo	19
2.1.3 Modelo do fluxo deslizante	19
2.2 Modelagem dinâmica do sistema térmico a parâmetros concentrados .	20
2.2.1 Dinâmica da vazão	20
2.2.2 Dinâmica da pressão	21
2.2.3 Dinâmica da temperatura	23
2.2.4 Modelo da malha primária	24
2.2.5 Simulações	27
2.3 Conclusão	30

3	Controle da vazão	31
3.1	Controlador puramente derivativo	34
3.2	Estabilização por realimentação de saída usando um observador de ordem reduzida	35
3.3	Estabilização por realimentação de saída usando filtro Lead	40
3.4	Conclusão	47
4	Otimização da transferência de calor	49
4.1	Busca extremal com excitação externa	52
4.2	Busca extremal com excitação externa aplicada ao sistema térmico . .	54
4.3	Método da função de chaveamento periódica	58
4.4	Método da função de chaveamento periódica aplicado ao sistema térmico	62
4.5	Conclusão	68
5	Conclusão e trabalhos futuros	69
	Referências Bibliográficas	71
A	Definições auxiliares	75
B	Critério do círculo	76

Lista de Figuras

1.1	Sistema de refrigeração direta pelo ciclo de compressão e seu respectivo ciclo termodinâmico	2
1.2	Sistema de refrigeração indireta composto por duas malhas e respectiva curva de carga	4
1.3	Gráfico do coeficiente de transferência de calor em diferentes vazões mássicas na malha primária	6
1.4	Comportamento dinâmico do fluxo bifásico num tubo com troca de calor por convecção e com fluxo de calor uniforme através da parede .	7
1.5	Malha primária de um Ciclo de Compressão de Vapor trabalhando com fluxo bifásico	8
1.6	Instabilidade de Ledinegg	11
1.7	Mecanismo da instabilidade por onda de pressão	12
1.8	Experimento de refrigeração por microcanais que serviu de base ao modelo usado nas simulações	14
1.9	Montagem do trocador com microcanais sobre o chip	14
1.10	Detalhes construtivos do trocador de calor por microcanais	15
1.11	Figura de microscopia eletrônica mostrando a largura dos microcanais	15
1.12	Sistema adotado para o evaporador	15
2.1	Modelagem do vaso pulmão e do canal de ebulição	20
2.2	Curva da queda de pressão por atrito ($\Delta P_d(\dot{m}, q)$) para as diferentes fases.	22
2.3	Comportamento da queda de pressão por atrito ($\Delta P_d(\dot{m}, q)$) com a carga térmica	22
2.4	Não linearidade $f(z)$ e coeficiente de transferência de calor para o modelo estudado operando em malha aberta	28
2.5	Oscilações na vazão mássica e na temperatura da parede na zona da instabilidade de onda de pressão (região de fluxo bifásico)	29
2.6	Evolução do coeficiente de transferência de calor durante as oscilações do gráfico anterior	29

3.1	Evolução da vazão mássica com controle puramente derivativo	36
3.2	Evolução da variação da vazão da bomba $u = \Delta\dot{m}_{in}$ com controle puramente derivativo	36
3.3	Evolução da vazão mássica $\dot{m} = z_1 + Z_0$ com controle derivativo com observador	39
3.4	Evolução de u com controle derivativo com observador	39
3.5	Critério do círculo para o controlador derivativo + Filtro Lead com $\tau = 0.01$	42
3.6	Critério do círculo para o controlador derivativo + Filtro Lead com $\tau = 0.025$	42
3.7	Critério do círculo para o controlador puramente derivativo com $\tau = 0.05$	43
3.8	Evolução da vazão mássica $\dot{m} = z_1 + Z_0$ com controle D com filtro Lead	44
3.9	Evolução de u com controle D com filtro Lead	44
3.10	Evolução da vazão mássica $\dot{m} = z_1 + Z_0$ com controle D com filtro Lead, para $\tau = 0.075$	45
3.11	Evolução de u com controle D com filtro Lead, para $\tau = 0.075$	45
3.12	Evolução da vazão mássica $\dot{m} = z_1 + Z_0$ com controle D com filtro Lead, para $\tau = 0.1$	46
3.13	Evolução de u com controle D com filtro Lead, com $\tau = 0.1$	46
4.1	Diagrama de blocos da busca extremal com excitação externa	52
4.2	Esquema de busca extremal por excitação externa ao modelo térmico	55
4.3	Gráfico da vazão mássica $\dot{m} = z_1 + Z_0$ e da temperatura da parede $T_w = T_r + z_3$ com a busca extremal com excitação externa	56
4.4	Gráfico da vazão mássica da bomba \dot{m}_{in} com a busca extremal com excitação externa	56
4.5	Evolução do coeficiente de transferência de calor α_r com a busca extremal com excitação externa	57
4.6	Esquema de busca extremal de estrutura variável: método da função periódica.	59
4.7	Esquema de busca extremal por excitação externa ao modelo térmico	63
4.8	Evolução da vazão mássica $\dot{m} = z_1 + Z_0$ e da temperatura da parede $T_w = T_r + z_3$ com o método da função de chaveamento periódica	65
4.9	Evolução da vazão mássica da bomba \dot{m}_{in} com o método da função de chaveamento periódica	65
4.10	Evolução do coeficiente de transferência de calor α_r com o método da função de chaveamento periódica	66

4.11	Comparação entre temperatura desejada e temperatura do sistema durante a simulação com o método da função de chaveamento periódica, com referência constante	66
4.12	Comparação entre temperatura desejada e temperatura do sistema durante a simulação com o método da função de chaveamento periódica, com referência em rampa decrescente	67
B.1	Exemplos de setores que contém não linearidades	77

Lista de Tabelas

3.1	Comparação das técnicas de controles estudadas	47
-----	--	----

Lista de Símbolos

A	Área da seção transversal dos canais, p. 20
C_s	Constante, p. 25
C_{pw}	Calor específico da parede do trocador de calor, p. 23
F	Tensão, p. 20
G	Fluxo mássico, p. 20
H	Filtro, p. 54
I	Inércia (constante), p. 25
L	Tamanho dos microcanais, comprimento, p. 21
M_w	Massa da parede do trocador de calor, p. 23
P	Pressão, p. 3
S	Área da superfície de troca térmica, p. 23
T	Temperatura, p. 13
V	Volume, p. 22
Z_0	Constante (Vazão mássica de referência fornecida pela bomba), p. 25
ΔP	Queda de Pressão, p. 10
α_r	Coefficiente de transferência de calor, p. 5
δ, ϵ	Constante, p. 9
\dot{m}	Vazão mássica (cg/s), p. 5
γ	Constante, p. 25
$\hat{\theta}$	Parametrização do controle, p. 53

κ	Constante, p. 26
μ	Constante, p. 58
ρ	Massa específica, p. 20
τ	Tempo ou constante de tempo, p. 40
θ	Parametrização do controle, p. 52
ξ, η	Estados, p. 53
e	Estado (erro de estabilização), p. 34
h	Entropia, p. 3
k	Ganho constante, p. 34
l, L	Comprimento, p. 20
q	Carga térmica, p. 14
u	Entrada (variação da vazão da bomba), p. 25
v	Velocidade do fluido nos canais, p. 20
w	Estado do observador, p. 35
z	Estado, p. 25
CHF	Critical Heat Flux, p. 6
COP	Coefficiente de Performance, p. 49
CTC, HTC	Coefficiente de Transferência de Calor, p. 6
a,b,c,d	Constantes, p. 25
t	Tempo, p. 9
x	Estado, p. 9
y	Saída da planta, p. 52

Capítulo 1

Introdução

Sistemas de refrigeração têm alta relevância para a indústria e para a vida cotidiana das pessoas. Suas aplicações estendem-se desde o uso em sistemas de conversão de energia, como máquinas térmicas, motores e plantas nucleares, até sistemas de *HVAC* - Aquecimento, Ventilação e Ar Condicionado - para aumento do conforto ou da segurança de ambientes fechados.

Por possuírem rendimento baixo, tipicamente da ordem de 30%, motores a combustão interna e outras máquinas térmicas necessitam de refrigeração para remover o calor remanescente. Se não houver resfriamento destes equipamentos, as altas temperaturas geradas danificam os materiais utilizados em sua fabricação e outros insumos auxiliares. Um exemplo desse problema é o recente acidente nuclear de Fukushima, Japão. A parada dos sistemas de controle e de refrigeração da planta, causada pelo corte de energia elétrica devido a um tsunami, teria sido responsável pelas explosões e pelo derretimento do núcleo (Weightman, Jamet, Lyons, Samaddar, Chai, Chande, Godoy, Goryachev, Guerpinar, Lentijo, Lux and Sumargo, 2011).

A figura 1.1 mostra o diagrama de blocos de uma malha de refrigeração direta por um ciclo de compressão de vapor (Çengel, Cimbala and Turner, 2011) e seu respectivo diagrama pressão-entalpia. O objetivo do ciclo é transferir calor de uma fonte fria (menor temperatura) para uma fonte quente (alta temperatura). O ciclo tradicional de compressão de vapor, que atualmente é objeto de pesquisa (Li and Alleyne, 2009; Jain and Alleyne, 2015), é composto pelos seguintes processos:

- Compressão ($1 \rightarrow 2$): Ao passar pelo compressor, o fluido refrigerante, em estado gasoso, sai com temperatura e pressão relativamente elevadas;
- Rejeição de calor ($2 \rightarrow 3$): Ao atravessar o condensador, ocorre a perda de calor para o ambiente e a condensação de todo o vapor para líquido;
- Efeito Joule-Thomson ($3 \rightarrow 4$): na válvula expansora ou capilar, o fluido refrigerante é expandido num processo isentálpico, atingindo baixas pressão e temperatura;

- Absorção de calor ($4 \rightarrow 1$): No evaporador, o fluido refrigerante, inicialmente na forma bifásica, absorve calor até tornar-se vapor saturado ou superaquecido.

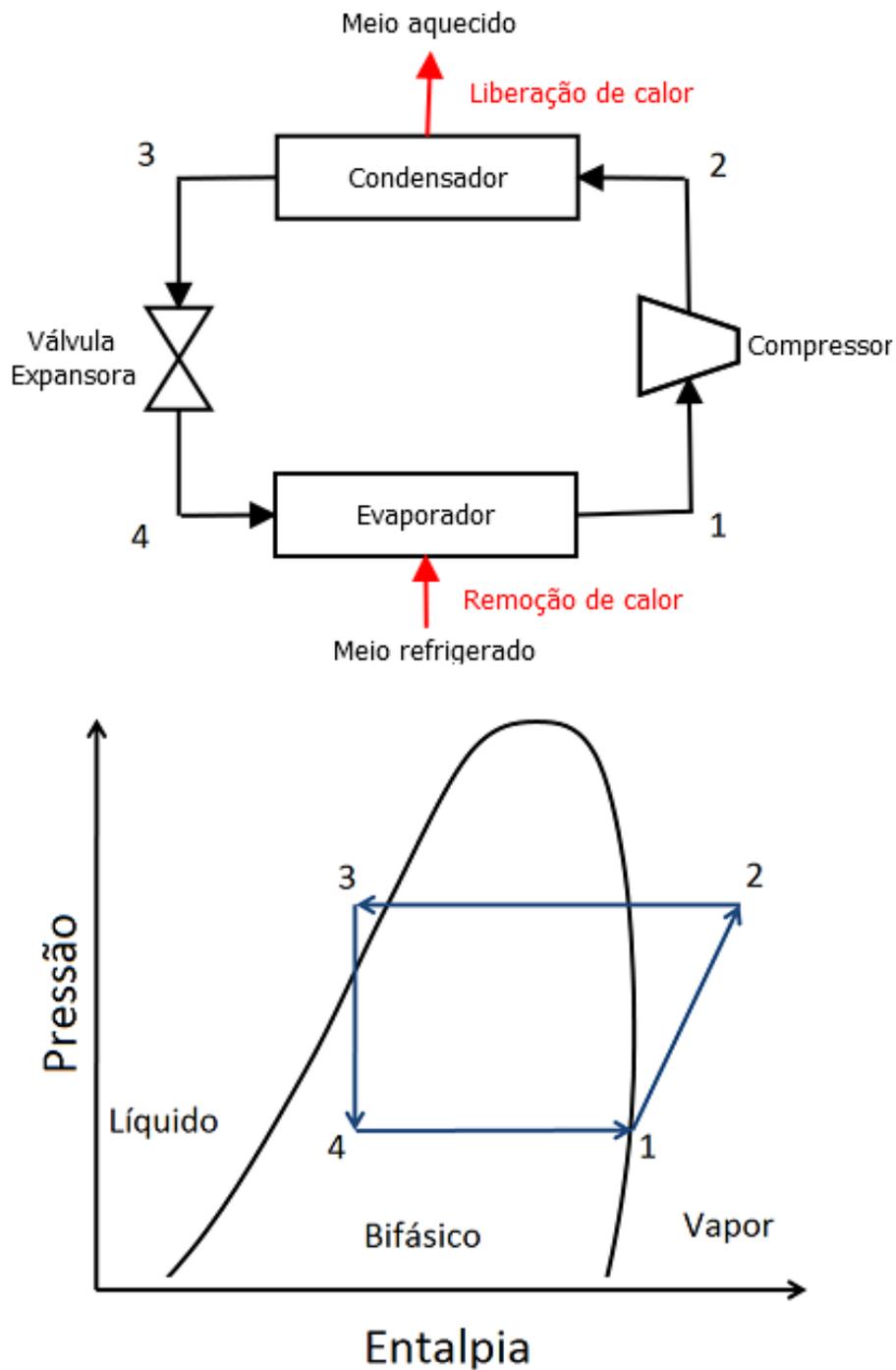


Figura 1.1: Sistema de refrigeração direta pelo ciclo de compressão e seu respectivo ciclo termodinâmico. Fonte: (Catano, 2011)

Há situações, no entanto, em que a refrigeração direta torna-se inconveniente. É o caso, por exemplo, de supermercados, onde o grande volume de ar a ser refrigerado implicaria na necessidade de um sistema de refrigeração direta de grande porte

relativamente próximo às vitrines refrigeradas. Nesses casos, opta-se por um sistema de refrigeração indireta.

O esquema da refrigeração indireta composto de duas malhas pode ser visto na figura 1.2. A malha primária contém o evaporador, que é o trocador de calor que fica em contato com a fonte de calor que se deseja resfriar. A malha secundária, que é um ciclo de compressão de vapor como visto anteriormente, é responsável por resfriar a malha primária e dissipar o calor removido no ambiente.

O uso de refrigeração indireta desacopla o evaporador que está em contato com a fonte de calor do compressor. Isto traz uma série de vantagens, como (Lee and Mudawar, 2008):

- eliminação dos requisitos de razão gás-líquido na saída do evaporador, o que permite operação do evaporador em condições de fluxo bifásico sem risco de comprometer a performance do compressor;
- projeto independente das malhas primária e secundária, o que permite atender aos requisitos de capacidade de rejeição de calor e temperatura de rejeição;
- a malha primária pode operar com refrigerante em pressões mais baixas do que no ciclo de compressão de vapor comum, o que facilita a construção da malha e reduz seu custo.

Esta dissertação tem como foco o controle da malha primária de um sistema de refrigeração indireta.

A microeletrônica é outro campo no qual os sistemas de refrigeração vêm ganhando destaque. O desenvolvimento da eletrônica tem levado à sua progressiva miniaturização e ao aumento de sua velocidade por meio do incremento no número de transistores. Estas tendências colocam a gestão térmica de componentes eletrônicos como um dos desafios atuais da academia e da indústria, com aplicações estendendo-se desde o setor de defesa até o automobilístico.

Para manter a confiabilidade dos circuitos, a temperatura precisa ser mantida em níveis aceitáveis - entre $80^{\circ}C$ e $125^{\circ}C$ (Lee and Mudawar, 2009). Portanto, é necessário remover cargas de calor cada vez maiores. Estima-se que o fluxo de calor ultrapassará a marca de $1000W/cm^2$ (Incropera, 1999; Tummala and Swaminathan, 2008; Lee and Mudawar, 2009).

Dentre as técnicas exploradas atualmente para remoção de elevadas cargas de calor (entre $100W/cm^2$ e $1000W/cm^2$), podem ser citadas : Resfriamento com ar; Resfriamento com líquidos; melhoria de materiais e arquitetura de circuitos (uso de materiais de resistência térmica menor, aprimoramento de materiais de interface, entre outros); Resfriador termoelétrico; Nanomateriais; Microcanais (Garimella, Fleischer, Murthy, Keshavarzi, Prasher, Patel, Bhavnani, Venkatasubramanian, Maha-

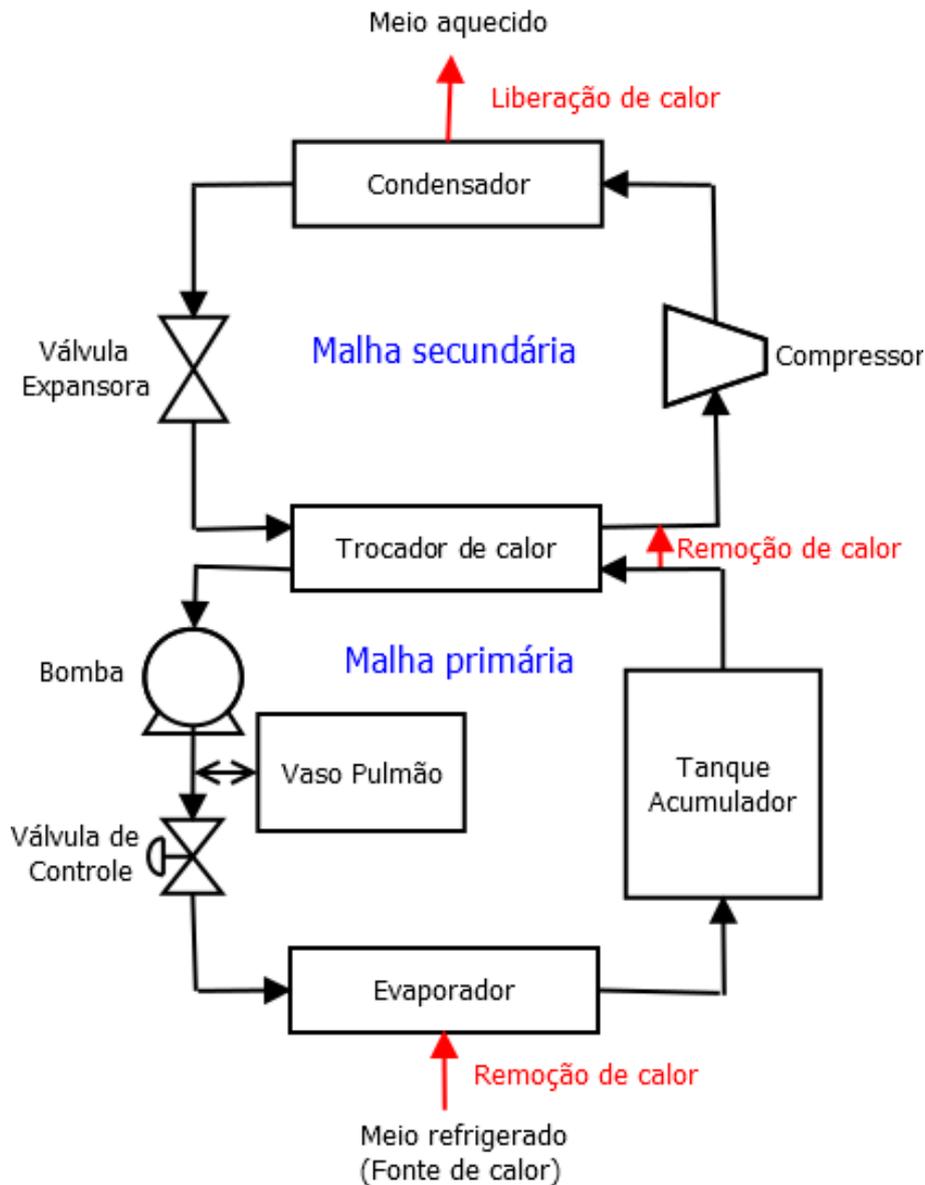


Figura 1.2: Sistema de refrigeração indireta composto por duas malhas. A malha primária é a que será estudada nesta dissertação (será chamada simplesmente de malha de refrigeração).

jan, Joshi, Sammakia, Myers, Chorosinski, Baelmans, Sathyamurthy and Raad, 2008).

Essas técnicas podem ser utilizadas individualmente ou combinadas para atingir maior remoção de calor.

A solução mais comum é o uso de convecção natural ou forçada (Kang, Tsaia, Weng and Hsu, 2009), sendo o ar o fluido de resfriamento mais utilizado. No entanto, devido a suas propriedades relativamente baixas de transporte (Mukherjee and Mudawar, 2002), o uso de ar é limitado a baixas cargas de calor e a situações restritas (Garimella et al., 2008).

Para cenários mais exigentes, o resfriamento com líquido refrigerantes é visto

como promissor. Embora esse método traga uma série de outras questões a serem resolvidas, como problemas de vedação e custo mais alto, este é um dos principais caminhos que têm sido explorados nas pesquisas atuais. Em razão das limitações de espaço, geralmente opta-se pelos sistemas de refrigeração indiretos. Alguns desses sistemas utilizam fluxo bifásico, ou seja, fluxo concomitante de líquido e vapor do fluido refrigerante.

1.1 Sistemas de fluxo bifásico líquido-vapor

O fluxo bifásico tem sido utilizado em situações de necessidade de alto desempenho do sistema de refrigeração, para as quais as técnicas de fluxo monofásico são insuficientes para atingir a dissipação de calor desejada. Os métodos envolvendo fluxo bifásico possuem as maiores capacidades de resfriamento. No entanto, eles trazem um desafio no controle do sistema, por conta de diferentes fenômenos de instabilidades associadas à operação neste regime.

O fluxo bifásico é utilizado em diversos sistemas industriais, como geradores de vapor, reatores de água fervente (BWRs, um tipo de reator nuclear para a geração de energia), termosifões, plantas de refrigeração e diversos processos de engenharia química (Kakac and Bon, 2008). Dentre as diferentes tecnologias, é a que apresenta o melhor equilíbrio entre a dissipação de altas cargas térmicas e a eliminação de pontos quentes, ao tornar a base do resfriador isotérmica (Kang et al., 2009).

Na região bifásica líquido-vapor, a capacidade de dissipação de calor é mais alta do que em fluxos monofásicos por conta do uso do calor latente de vaporização, o que torna o transporte térmico mais eficiente.

A figura 1.3 representa o coeficiente de transferência de calor pela vazão mássica. O máximo do coeficiente de transferência de calor ocorre na região bifásica. No entanto, é difícil operar nesta região, pois diversas instabilidades indesejadas (que serão apresentadas na próxima seção) surgem ali.

Tais instabilidades causam vibrações mecânicas, dificultam o controle e podem fazer com que todo o fluido refrigerante passe para a fase gasosa (*dry-out* ou *burn-out*). Quando isto ocorre, a parede do trocador de calor seca e a capacidade de dissipação do calor pelo refrigerante cai bruscamente. Consequentemente, segue-se uma elevação abrupta da temperatura do trocador, fato altamente indesejável, pois pode levar à queima do dispositivo que está sendo refrigerado.

Para visualizar estes fatos, considere-se o exemplo de (Corradini, 1997), no qual é apresentado um tubo vertical sendo aquecido uniformemente ao longo de seu comprimento com um fluxo de calor conhecido e com um líquido refrigerante fluindo em sentido ascendente. O comportamento dinâmico do fluxo de líquido refrigerante que corre por este tubo pode ser observado na figura 1.4. Pode-se perceber que o má-

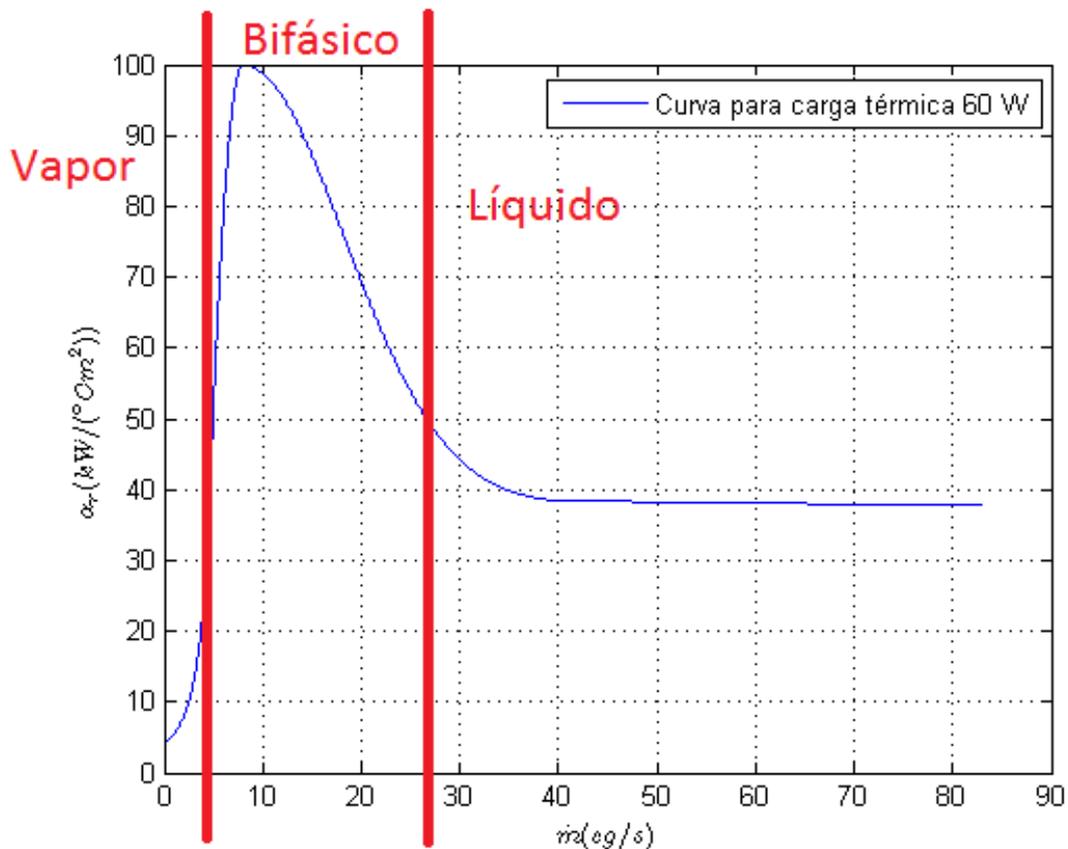


Figura 1.3: Gráfico do coeficiente de transferência de calor em diferentes vazões mássicas na malha primária. A região de fluxo bifásico contém o ponto de máximo coeficiente de transferência de calor.

ximo da transferência de calor ocorre na região bifásica do fluxo. Nota-se também que quando o fluido refrigerante passa totalmente para a fase gasosa (*burn-out*) a capacidade de dissipação de calor pelo refrigerante cai bruscamente e a temperatura aumenta muito.

Acrescente-se que, para que o evaporador possa operar em regime bifásico, o ciclo de compressão de vapor precisa ser modificado, já que o compressor admite somente gás. Uma solução possível é inserir um acumulador aquecido após o evaporador (Catano, 2011). A figura 1.5 mostra um exemplo de malha primária capaz de operar em fluxo bifásico e seu respectivo diagrama pressão-entalpia.

A bibliografia (Kakac and Bon, 2008) registra as causas e descreve as instabilidades existentes em fluxo bifásico. Já foram desenvolvidos diversos modelos para tentar prevê-las e para antever quando ocorrerá o *dry-out*, como, por exemplo, calculando-se o valor do *Critical Heat Flux* (CHF), ou seja, o valor máximo de fluxo de calor a partir do qual as paredes do tubo secarão.

A modelagem do sistema bifásico, no entanto, ainda é um problema em aberto por conta das diversas incertezas associadas aos modelos existentes, da elevada complexidade associada a alguns deles, e do fato de não haver um modelo único capaz

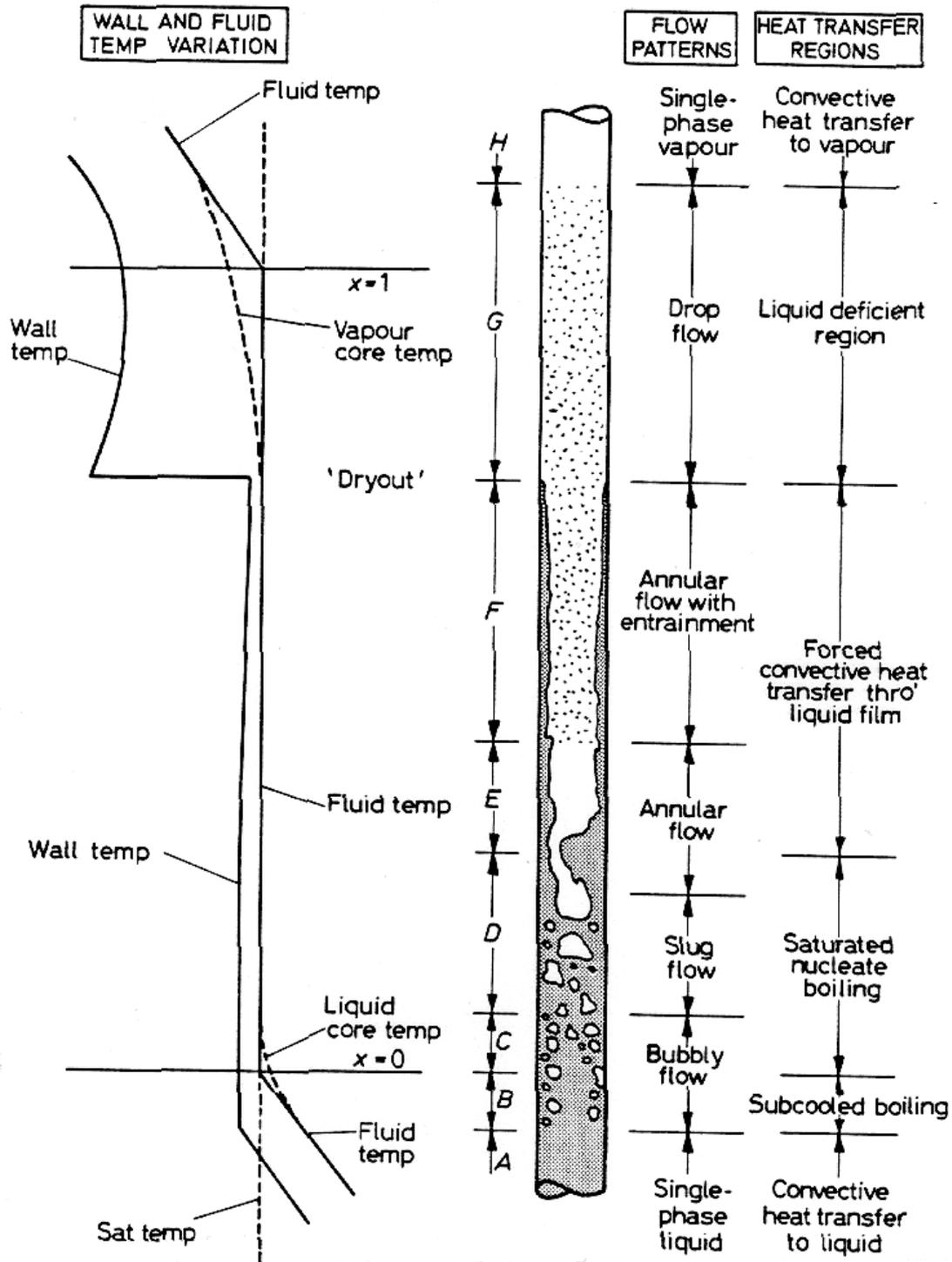


Figura 1.4: Comportamento dinâmico do fluxo bifásico num tubo com troca de calor por convecção e com fluxo de calor uniforme através da parede. É possível perceber que a temperatura da parede continua diminuindo na região bifásica. Pode-se ver também que quando a parede seca (*dry-out*), ocorre um aumento significativo da temperatura da parede. Fonte: (Corradini, 1997).

de prever os diferentes fenômenos existentes (são diferentes modelos para diferentes fenômenos).

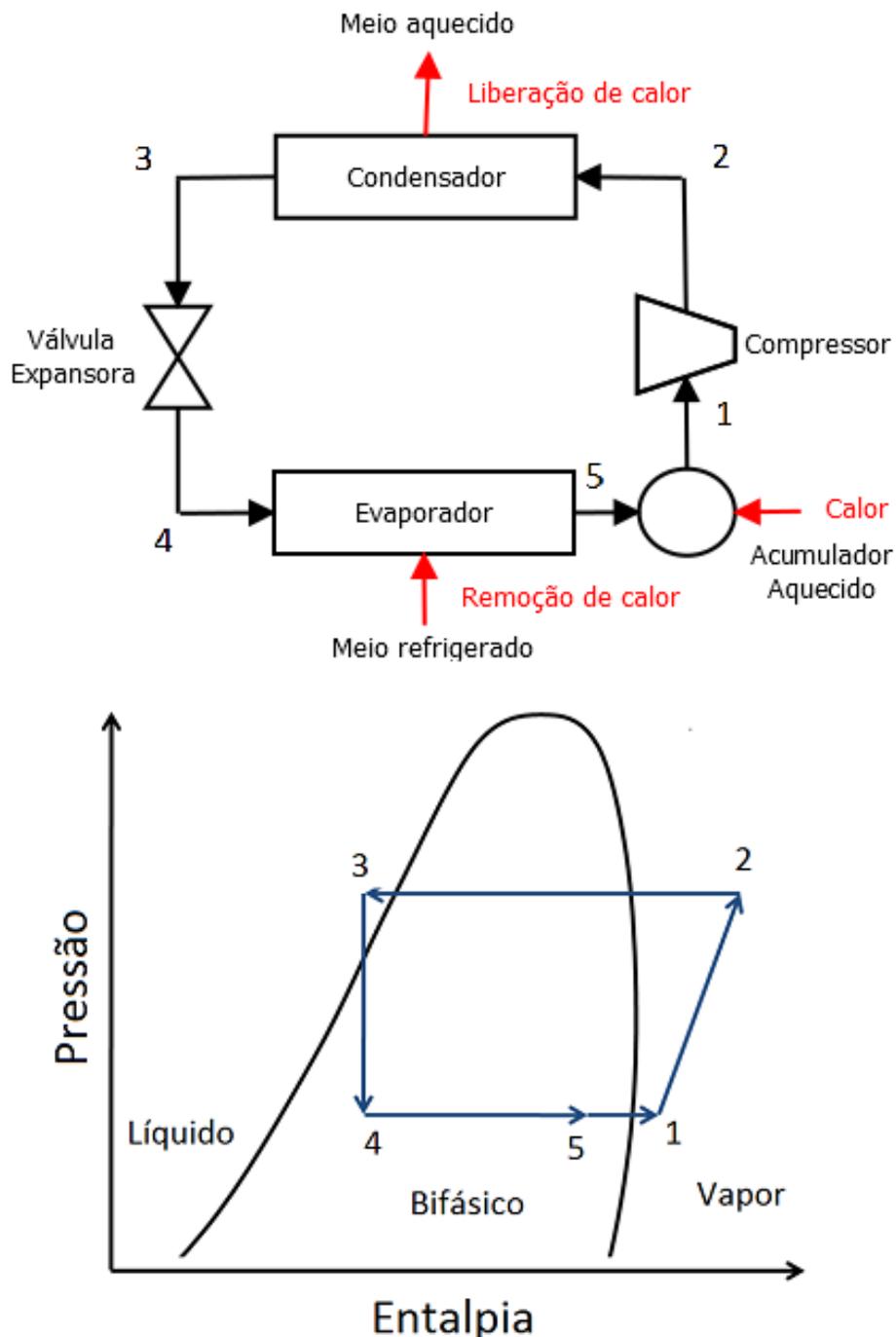


Figura 1.5: Malha primária de um Ciclo de Compressão de Vapor trabalhando com fluxo bifásico. Fonte: (Catano, 2011)

As dificuldades no uso de fluxo bifásico são (Garimella et al., 2008): necessidade de maior experimentação; melhor modelagem analítica; e estabilização de fluxo. Tais dificuldades transformam o projeto dos controladores num desafio.

A modelagem de sistemas a fluxo bifásico leva a dois subsistemas distintos: um subsistema para a temperatura e outro para a vazão. Os subsistemas estão em cascata: a equação de temperatura depende da vazão, mas o oposto não ocorre.

Desta forma, esta dissertação realiza primeiramente o controle da vazão, passando em seguida para a otimização da temperatura.

Com o intuito de melhor definir o escopo deste trabalho, serão inicialmente caracterizados os principais tipos de oscilação em fluxos bifásicos.

1.2 Tipos de oscilação em fluxos bifásicos

Primeiramente, será apresentada uma definição formal de estabilidade no sentido de Lyapunov.

Um ponto de equilíbrio $x = 0$ é estável se, dadas as constantes ϵ e δ , para cada $\epsilon > 0$, existe $\delta = \delta(\epsilon)$, tal que:

$$|x(0)| < \delta \Rightarrow |x(t)| < \epsilon, \forall t \geq 0 \quad (1.1)$$

Adicionalmente, este ponto de equilíbrio é assintoticamente estável se ele for estável e δ puder ser escolhido tal que:

$$|x(0)| < \delta \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0 \quad (1.2)$$

Na teoria da hidrodinâmica, um fluxo é dito estável se, quando perturbado, suas novas condições de operação tendem assintoticamente às originais (Kakac and Bon, 2008).

Classificam-se as instabilidades de um fluxo como estática e dinâmica, conforme as definições a seguir (Boure, Bergles and Tong, 1973)¹:

- Um fluxo tem uma instabilidade estática se, quando as condições do fluxo são ligeiramente alteradas, um novo ponto de operação não é possível na vizinhança do ponto de operação antigo. A causa do fenômeno está nas equações dos estados estacionários. Instabilidades estáticas podem levar a outras condições estacionárias ou a fenômenos periódicos.
- Um fluxo está sujeito a uma instabilidade dinâmica se, à perturbação, está associado um modelo dinâmico (mesmo que desconhecido).

As instabilidades dinâmicas podem ser classificadas em quatro tipos (Kakac and Bon, 2008):

- Oscilações tipo onda de densidade;

¹Embora a definição não seja rigorosa do ponto de vista da teoria de sistemas, ela é apresentada tal como encontrada.

- Oscilações tipo onda de pressão;
- Oscilações acústicas;
- Oscilações térmicas.

A seguir, serão apresentadas as instabilidades mais comuns presentes em sistemas de fluxos bifásicos. Para saber sobre as demais instabilidades estáticas ou dinâmicas, consultar (Boure et al., 1973).

1.2.1 Instabilidade de Ledinegg

Ledinegg é um pesquisador que estudou a hidrodinâmica de fluxos bifásicos em canais por volta de 1909, tratando a mistura de gás e líquido como um único fluido homogêneo.

A instabilidade de Ledinegg é uma instabilidade estática que envolve uma queda repentina na vazão (Kakac and Bon, 2008). Ela ocorre quando a inclinação da curva de característica interna (queda de pressão no canal x vazão no canal) é negativa e mais inclinada do que a curva de característica externa (queda de pressão no resto da malha x vazão no resto da malha primária), i. e.:

$$\left(\frac{\partial \Delta P}{\partial \dot{m}}\right)_{interna} \leq \left(\frac{\partial \Delta P}{\partial \dot{m}}\right)_{externa} \quad (1.3)$$

onde \dot{m} representa a vazão mássica, ΔP a queda de pressão, o índice interna representa o canal e o índice externa representa o resto da malha primária (como ambas as inclinações são negativas, uma inclinação mais abrupta é representada pelo menor número). A figura 1.6 mostra ambas as curvas de característica interna e externa, e a condição necessária para que a instabilidade de Ledinegg ocorra.

O novo equilíbrio, em geral, corresponde a uma vazão tão baixa que leva à ocorrência do *burn-out*. A forma mais simples de evitar a instabilidade de Ledinegg é utilizar algum tipo de restritor ou válvula fora do canal. Desta forma, a curva da queda de pressão da característica externa fica mais inclinada do que a da interna, devido ao aumento da queda de pressão fora do canal.

1.2.2 Instabilidade tipo onda de densidade

As oscilações tipo onda de densidade ocorrem na região onde a inclinação da curva de queda de pressão pela vazão é positiva (à esquerda da região de inclinação negativa) (Kakac and Bon, 2008). O período das oscilações é da ordem de segundos. Como esta região está fora da região de operação desejada (o fluxo não é bifásico), e como operar nesta região em geral implica numa maior susceptibilidade a ocorrências de *burn-out*, não há preocupação maior com este tipo de instabilidade.

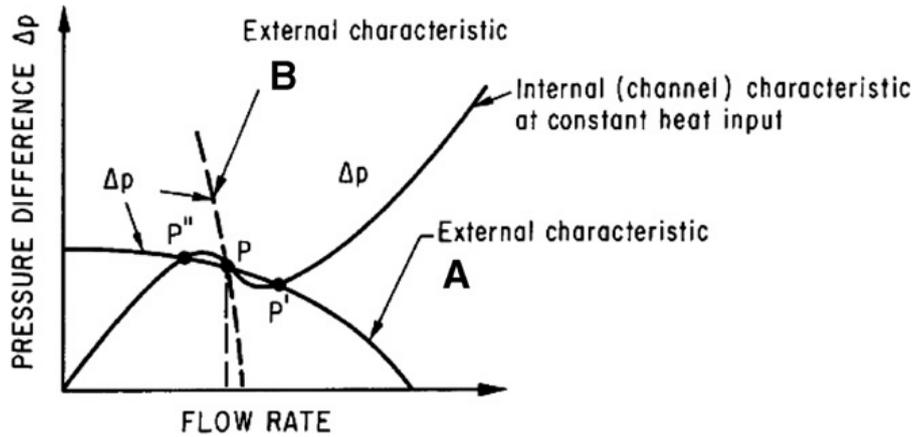


Figura 1.6: Instabilidade de Ledinegg. Esta instabilidade estática ocorre quando a inclinação da curva da característica interna é negativa e mais inclinada do que a curva de característica externa. Fonte: (Kakac and Bon, 2008).

O mecanismo que explica este tipo de instabilidade está descrito em detalhe na referência bibliográfica citada acima.

1.2.3 Instabilidade tipo onda de pressão

Este é um tipo de instabilidade dinâmica secundária que possui período de oscilação da ordem de minutos. Evitar este tipo de instabilidade é um dos objetivos deste trabalho.

Mecanismo desta instabilidade, segundo (Kakac and Bon, 2008): *Seja a montagem experimental e a curva da queda de pressão pela vazão mássica conforme a figura 1.7. Suponha que o sistema está operando ligeiramente abaixo (à esquerda no gráfico) do ponto P de equilíbrio instável. Nessa situação $\dot{m}_1 > \dot{m}_2$ e, portanto, mais líquido entra no vaso pulmão do que sai, aumentando mais ainda P_2 e ΔP . O sistema se dirige ao ponto de Pico B do gráfico. Qualquer pressão mais alta do que a do ponto B só pode ser mantida se a vazão for alta (como se observa no gráfico). O que ocorre então é uma excursão repentina para o ponto C, monofásico. Em C, a quantidade de líquido saindo do tanque é maior do que a que entra ($\dot{m}_2 > \dot{m}_1$), e portanto, as pressões P_2 e ΔP caem. A pressão cai até o ponto D. Pressões inferiores àquela do ponto D só podem ser mantidas com valores de vazão inferiores ao do ponto A. O que se observa então é uma excursão repentina até o ponto A.*

O que ocorre, portanto, é um ciclo limite no formato ABCDA da figura 1.7. Para que estas oscilações existam, são necessários:

- A presença de um volume compressível interno no fluxo, causado por exemplo pela presença de um vaso pulmão (*surge tank*) na malha;
- Curva de característica interna com inclinação negativa e curva de caracterís-

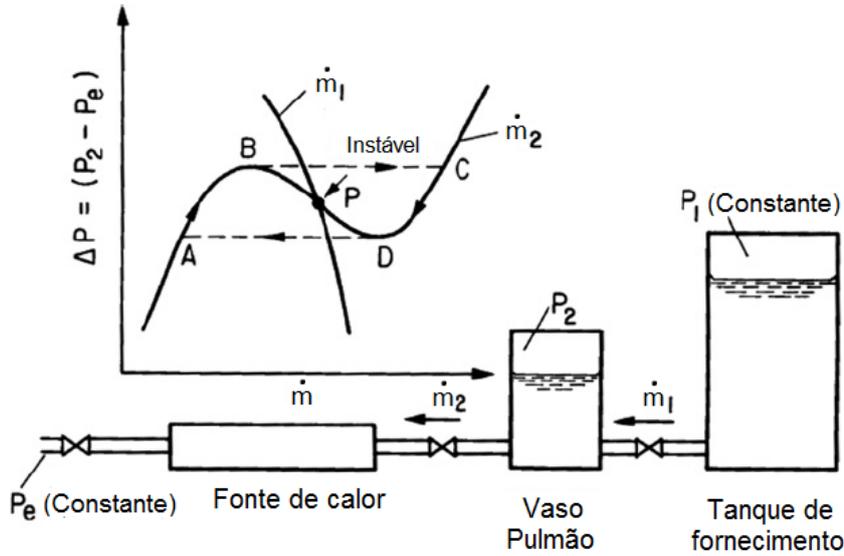


Figura 1.7: Mecanismo da instabilidade por onda de pressão. \dot{m} representa a vazão de líquido refrigerante. P representa a pressão, sendo P_1 a pressão constante no tanque de fornecimento de líquido refrigerante e P_2 a pressão no vaso pulmão. A instabilidade por onda de pressão é representada pelo ciclo ABCD do gráfico. Fonte: (Kakac and Bon, 2008).

tica externa mais inclinada do que a de característica interna (que é a mesma condição da instabilidade de Ledinegg o que faz com que a instabilidade de Ledinegg seja uma das causas desta instabilidade).

Diversos trabalhos modelaram a instabilidade de queda de pressão através de modelos a parâmetros concentrados (Kakac and Bon, 2008; Zhang, Wen, Peles, Catano, Zhou and Jensen, 2011). Mais especificamente, ela foi modelada por uma equação não linear diferencial de segunda ordem. Em alguns destes trabalhos, a equação encontrada para a instabilidade de onda de pressão foi considerada como a equação de Van der Pol (Ozawa, Akagawa, Sakaguchi, Tsukahara and Fujii, 1979*a,b*).

A abordagem utilizando sistemas a parâmetros concentrados como os mencionados acima facilita o projeto de controladores. Devido a esta vantagem, a presente dissertação apoia-se no modelo apresentado em (Zhang et al., 2011; Kakac and Bon, 2008). O modelo será apresentado no capítulo 2.

1.3 Objetivos

Os objetivos desta dissertação são:

- Estabilização da vazão num ponto de operação de fluxo bifásico, levando em consideração os efeitos das instabilidades de onda de pressão inerentes a este fluxo. Deseja-se adicionalmente que: o controle utilize realimentação de saída;

o controle seja robusto quanto a variações no modelo, devido a incertezas associadas ao mesmo.

- Otimizar a transferência de calor, visando atingir o máximo de eficiência da troca térmica e maximizando o coeficiente de transferência de calor.

1.4 Metodologia

Este trabalho foi realizado com enfoque em cascata, que se reflete também em sua estrutura:

- primeiramente, propõe-se o controle da vazão, na malha interna (Capítulo 3);
- em seguida, passa-se à maximização do coeficiente de transferência de calor, na malha externa (Capítulo 4).

Inicialmente foi realizado o projeto do controlador de vazão da malha de refrigeração, considerando a hipótese de que todos os parâmetros do modelo e que todos os seus estados eram acessíveis. O controle dessa etapa é basicamente o derivativo.

Em seguida, as hipóteses de acesso aos estados e conhecimento dos parâmetros do modelo foram gradualmente removidas e os controles refinados de forma a atender às novas especificações. Foram considerados os métodos de controle derivativo com observador, e controle derivativo com filtro de avanço de fase (filtro Lead, escolhido como a *derivada suja*).

Na sequência, passou-se ao estudo da otimização do coeficiente de transferência de calor. Os métodos de busca extremal foram utilizados, devido a sua capacidade de realizar a otimização mesmo que o modelo não seja plenamente conhecido. Neste sentido, foi testado o método tradicional de busca extremal (Ariyur and Krstic, 2003) e a seguir foi adaptado o método da função de chaveamento periódica para um grau relativo arbitrário, de forma a aplicá-lo no sistema térmico.

Todos os métodos estudados foram validados através de simulação no modelo adaptado de (Zhang et al., 2011; Zhang, Peles, Wen, Tong, Chang, Prasher and Jensen, 2010).

1.5 Estudo de caso

Neste trabalho será considerado o sistema visto na figura 1.8 (Prasher et al., 2007). O líquido utilizado para a refrigeração é água, retirada resfriada de um tanque acumulador com banho térmico. Assume-se que a troca térmica no tanque acumulador é realizada de tal forma que a temperatura do fluido refrigerante ao entrar nos microcanais é constante.

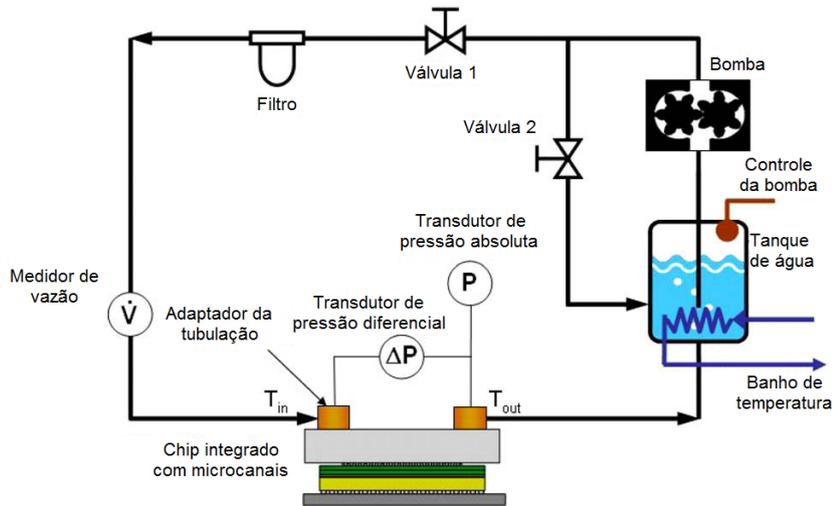


Figura 1.8: Experimento de refrigeração por microcanais que serviu de base ao modelo usado nas simulações. Fonte: (Prasher et al., 2007).

Uma bomba drena o líquido e o insere no sistema. Considera-se que a variável manipulada é a vazão da bomba.

As válvulas são consideradas com dinâmica constante, i. e., não há modelo dinâmico associado a elas.

O filtro é necessário para evitar que partículas entupam os microcanais, bloqueando o fluxo, mas não há dinâmica associada a ele.

A troca térmica com o chip é feita através de um trocador de calor composto de 100 microcanais, cada um com $61\mu m$ de largura. O trocador e seu posicionamento em relação ao chip podem ser vistos nas figuras 1.9, 1.10 e 1.11. Maiores detalhes sobre o trocador em questão podem ser encontrados em (Zhang, Peles, Wen, Tong, Chang, Prasher and Jensen, 2010; Prasher et al., 2007).

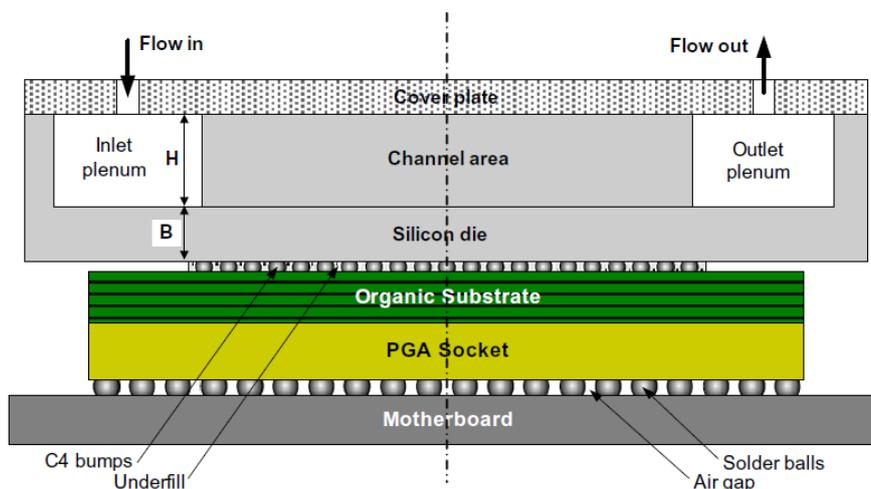


Figura 1.9: Montagem do trocador com microcanais sobre o chip. Fonte: (Prasher et al., 2007).

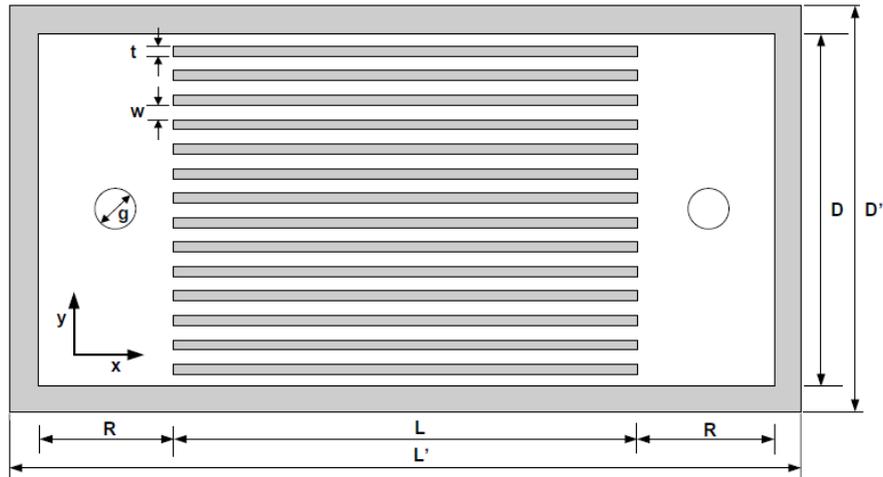


Figura 1.10: Detalhes construtivos do trocador de calor por microcanais. Fonte: (Prasher et al., 2007).

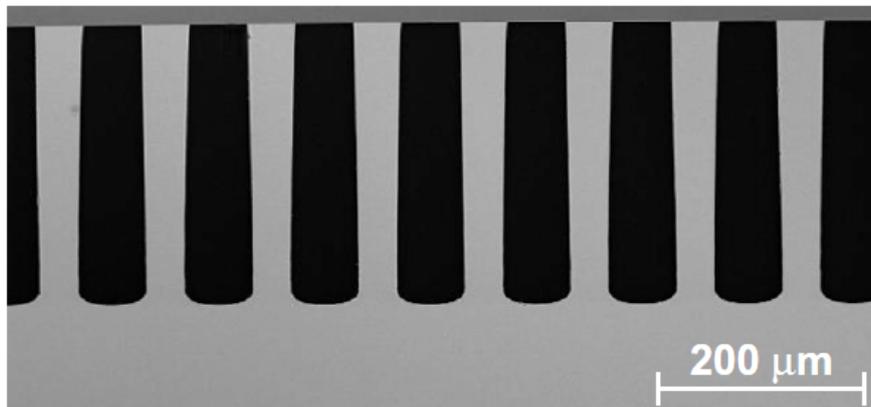


Figura 1.11: Figura de microscopia eletrônica mostrando a largura dos microcanais. Fonte: (Prasher et al., 2007).

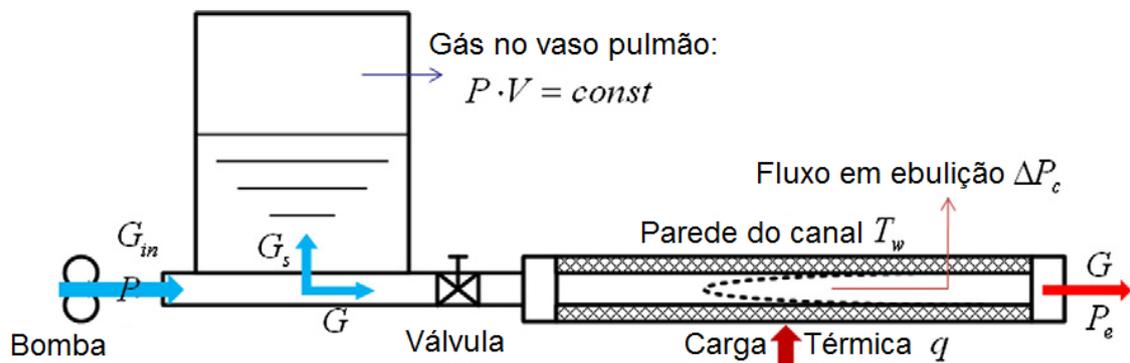


Figura 1.12: Sistema adotado para o evaporador. Fonte: (Zhang et al., 2011).

Considera-se que há um vaso pulmão a montante do evaporador, conforme pode ser visto na figura 1.12. Adicionalmente, é assumido que a região bifásica ocorre em toda a extensão do trocador de calor.

Considera-se que as variáveis medidas são a vazão e a pressão absoluta após os canais.

A estabilização da malha primária operando em fluxo bifásico é um desafio no ponto de vista de controle e instrumentação devido às seguintes características:

- A região de fluxo bifásico é instável devido à instabilidade de ondas de pressão;
- O estado não é completamente acessível, pois a derivada da vazão é difícil de ser medida;
- O modelo não é perfeitamente conhecido.

De um modo geral, evitam-se estes problemas operando com fluido refrigerante na fase líquida, o que é possível através do aumento da queda de pressão fora dos canais. No entanto, esta dissertação não tem o intuito de utilizar tal solução mas sim de operar na região bifásica em si.

De agora em diante, a malha primária será tratada simplesmente como ‘malha de refrigeração’, ou ‘sistema térmico’, pois ela é a malha à que se refere o trabalho.

1.6 Contribuições do trabalho

As contribuições desta dissertação consistem em:

- Desenvolvimento de técnicas de controle não linear para estabilização da vazão. Dentre os controles propostos, destaca-se o controle por filtro Lead, que teve seu funcionamento demonstrado.
- Extensão da técnica de controle por busca extremal chamada método da função periódica para grau relativo arbitrário.

1.7 Organização do trabalho

O capítulo 2 apresenta a modelagem da malha de refrigeração (Zhang et al., 2011), mostrando a obtenção das equações de volume, pressão e temperatura que regem o sistema, visto que elas guiam as técnicas aplicadas a seguir. Além disso, neste capítulo é apresentada a simulação que será utilizada nos demais capítulos para testar os métodos aplicados.

O capítulo 3 trata das leis de controle que foram testadas e desenvolvidas para o estabilização da vazão na malha de refrigeração.

O capítulo 4 ilustra as técnicas de busca extremal aplicadas e desenvolvidas para atingir o máximo da transferência de calor.

Tendo em vista que os tópicos de controle de vazão e otimização em sistemas dinâmicos são muito distintos entre si, as revisões bibliográficas sobre estes temas serão apresentadas respectivamente no início dos capítulos 3 e 4.

O capítulo 5 traz a conclusão e indica possíveis trabalhos futuros.

Capítulo 2

Modelagem do sistema térmico

Modelar o sistema térmico é um pré-requisito para que os objetivos deste trabalho sejam atingidos. Este capítulo aborda primeiramente as técnicas de modelagem geralmente empregadas para descrever um sistema de fluxo bifásico.

A modelagem, segundo as equações da Física, de um conjunto de microcanais exposto a fluxo bifásico leva a um conjunto de equações a parâmetros distribuídos que depende tanto do ponto analisado no comprimento dos microcanais quanto do tempo.

Métodos usuais para resolver estas equações são: o método das diferenças finitas (uma variante do método dos elementos finitos) e a integração por regiões (*Lumped integration*) (Catano, 2011).

Neste trabalho será utilizada a integração por regiões. Como foi assumido na seção 1.5, o evaporador opera em fluxo bifásico ao longo de toda a sua extensão. Portanto, considera-se que há uma única região em seu interior.

Tal hipótese tem a vantagem de gerar um modelo de baixa ordem a parâmetros concentrados, o que permite a análise sob a ótica da teoria de Controle. No entanto, perde-se um pouco de precisão com essa aproximação, pois os diferentes regimes de fluxo que podem ocorrer dentro dos microcanais deixam de ser analisados. Tal modelo foi identificado e validado com base em dados reais (Zhang, Peles, Wen, Tong, Chang, Prasher and Jensen, 2010).

2.1 Modelagem de um fluxo bifásico

A modelagem dos fenômenos bifásicos começa, em geral, com a formulação das equações de conservação e com a definição das condições de fronteira (Kakac and Bon, 2008). As hipóteses feitas em seguida distinguem e caracterizam os modelos que descrevem o comportamento de um fluxo bifásico.

2.1.1 Modelo dos fluxos separados

Trata-se do modelo mais genérico, pois ele escreve equações de conservação separadamente para cada uma das fases (Kakac and Bon, 2008). Por este motivo, o modelo dos fluxos separados é também conhecido como Modelo das Velocidades e Temperaturas Distintas (*UVUT*). No desenvolvimento deste modelo é necessário aplicar médias temporais ou espaciais para chegar às equações finais.

Para resolver o conjunto de seis equações de conservação para cada uma das fases, sete equações adicionais são necessárias: quatro na parede (atrito e transferência de calor para cada fase) e três na interface das fases (transferência de massa, momento e energia).

Embora o Modelo dos Fluxos Separados aparente ser o mais satisfatório na teoria, raramente é utilizado em problemas de caráter prático devido à dificuldade de obterem-se as sete equações adicionais necessárias. É por isso que a maior parte das análises realizadas atualmente podem ser classificadas como aplicações do Modelo do Fluxo Homogêneo e Modelo do Fluxo Deslizante.

2.1.2 Modelo do Fluxo Homogêneo

Em geral, o modelo homogêneo é o mais utilizado para prever o estado estacionário e as instabilidades de um fluxo bifásico (Kakac and Bon, 2008).

Tal modelo trata o sistema como o fluxo de um fluido monofásico compressível. Em ambas as fases é assumida a mesma velocidade, e a temperatura é geralmente tomada como a temperatura de saturação do líquido. Estas hipóteses são válidas para taxas de transferência rápidas de calor e momento. Portanto, espera-se que o modelo corresponda melhor aos regimes de fluxo nos quais as fases estão bem misturadas.

2.1.3 Modelo do fluxo deslizante

Este modelo considera que as fases estão segregadas em dois fluxos distintos, um de líquido e um de vapor (Kakac and Bon, 2008). Em sua forma mais simples, o modelo supõe que as fases estão em equilíbrio termodinâmico, e que cada fase viaja numa velocidade média. No caso mais geral, de velocidades de fase distintas, uma relação constitutiva da interface se faz necessária. Ela vem na forma de uma condição de deslizamento, que relaciona a taxa de deslizamento (*Slip Ratio*, relação entre as velocidades da fase gasosa e líquida), $S = u_g/u_f$, com a qualidade do fluido (porcentagem de vapor no fluxo) e com a pressão do fluido.

Um caso particular deste modelo é o *Drift-Flux Model* (Modelo do fluxo de correnteza), que é relativamente simples de usar e realista o suficiente para uma

quantidade considerável de casos práticos. Trata-se de uma aproximação do modelo de fluxo deslizante, usada para os casos nos quais a velocidade de deslizamento é significativa comparada com o fluxo volumétrico.

2.2 Modelagem dinâmica do sistema térmico a parâmetros concentrados

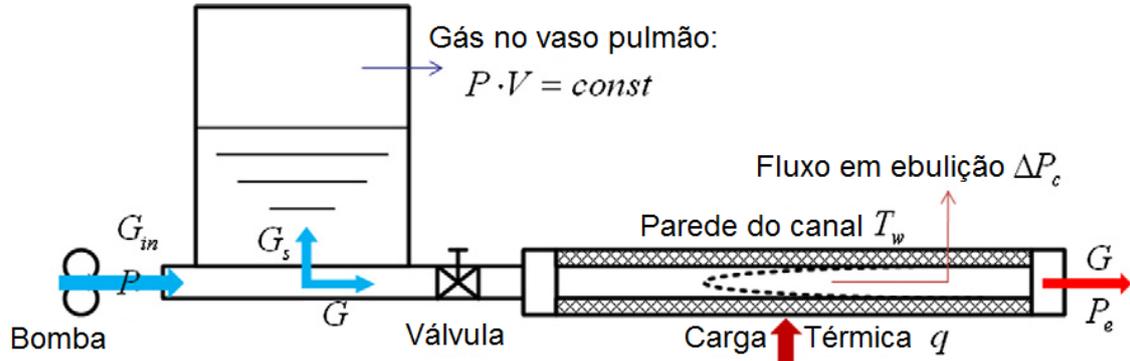


Figura 2.1: Modelagem do vaso pulmão e do canal de ebulição. G é o fluxo mássico que entra no canal de ebulição. P é a pressão no vaso pulmão. T_w é a temperatura da parede do canal. Fonte: (Zhang et al., 2011)

Considere o sistema térmico da figura 2.1, sendo G o fluxo mássico que entra no canal do evaporador, P a pressão no vaso pulmão, T_w a temperatura do final da parede do canal (considera-se que toda a parede do canal possui esta temperatura).

O procedimento para obtenção do modelo do sistema mostrado na figura 2.1 consiste no desenvolvimento das dinâmicas de vazão, de pressão e temperatura (Zhang et al., 2011). Este modelo pode ser classificado como um Modelo do Fluxo Homogêneo, pois trata o fluxo bifásico como fluxo de um fluido compressível.

2.2.1 Dinâmica da vazão

Primeiramente, aplica-se a equação de conservação de momento unidirecional (Zhang et al., 2011):

$$\frac{\partial \dot{m}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial l} \left(\frac{\dot{m}^2}{\rho A} \right) + \frac{\partial (PA)}{\partial l} + F_{visc} = 0 \quad (2.1)$$

onde \dot{m} é a vazão mássica total nos microcanais (dada pela soma das vazões mássicas de líquido e vapor), $\dot{m} = \rho Av$, A é a área da seção transversal do microcanal, v é a velocidade do fluido nos canais, ρ é a massa específica do fluido (ponderação entre as massas específicas de líquido e vapor), e F_{visc} é a tensão de cisalhamento por atrito (*Frictional Shear Force*).

Considerando que:

$$\dot{m} = G A \quad (2.2)$$

Passa-se a utilizar G ao invés de \dot{m} em 2.1. A vantagem desta troca de variáveis é que G é independente da área dos canais.

Integra-se então a equação 2.1 de $l = 0$ a L , sendo L o comprimento total dos microcanais. Com isso, tem-se a equação a parâmetros concentrados (Catano, 2011)¹:

$$\begin{aligned} \dot{G} &= \frac{1}{L}(\Delta P_s - \Delta P_d(\dot{m}, q)) \\ \Delta P_s &= P - P_e \end{aligned} \quad (2.3)$$

onde G é o fluxo mássico², ΔP_s é a queda de pressão de fornecimento (*supply*), $\Delta P_d(\dot{m}, q)$ inclui as quedas de pressão pelas acelerações, atritos e outras perdas, P e P_e são respectivamente as pressões no vaso pulmão e na saída dos microcanais.

$\Delta P_d(\dot{m}, q)$ é um termo não linear que depende do fluxo mássico G e da carga térmica q fornecida ao evaporador. Seu comportamento pode ser visto nas figuras 2.2 e 2.3.

A região bifásica é conhecida por ter maior coeficiente de transferência de calor e portanto, deseja-se operar nessa região. No entanto, aí ocorrem oscilações pois $\Delta P_d(\dot{m}, q) > \Delta P_s$.

2.2.2 Dinâmica da pressão

O sistema da malha de refrigeração possui um vaso pulmão (*Surge tank*) e um evaporador, que realiza a troca de calor com a placa. A figura 2.1 ilustra em detalhe o vaso pulmão e o conjunto de microcanais.

Pela figura 2.1 tem-se que:

$$G_{in} = G + G_s \quad (2.4)$$

onde G_{in} é o fluxo mássico fornecido pela bomba, G_s é o fluxo mássico que entra no vaso pulmão e G é o fluxo mássico que atravessa os microcanais.

Assume-se que o gás, no vaso pulmão, seja inerte (não reage) e realiza apenas transformações isotérmicas. A pressão P e o volume V do gás no vaso pulmão são regidos pela lei dos gases ideais:

$$PV = P_0V_0 = cte \quad (2.5)$$

¹Este é um passo complexo, que foi realizado em detalhe na referência citada, mas que, por simplicidade, foi omitido aqui.

²Vazão mássica = $\frac{[M]}{[T]}$, Fluxo = $\frac{[\text{Vazão}]}{[A]} = \frac{[M]}{[T][A]}$.

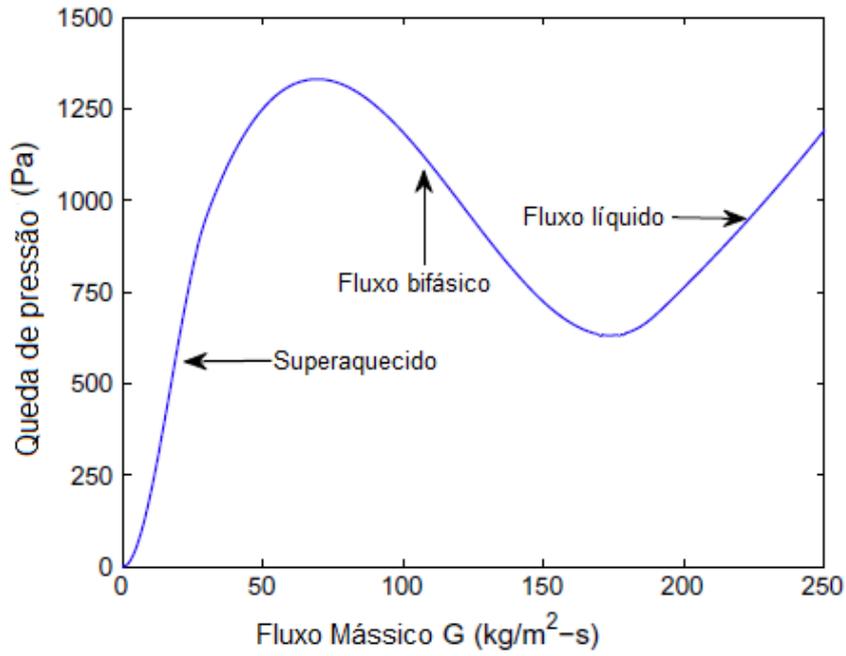


Figura 2.2: Curva da queda de pressão por atrito ($\Delta P_d(\dot{m}, q)$) para as diferentes fases. Fonte: (Zhang et al., 2011)

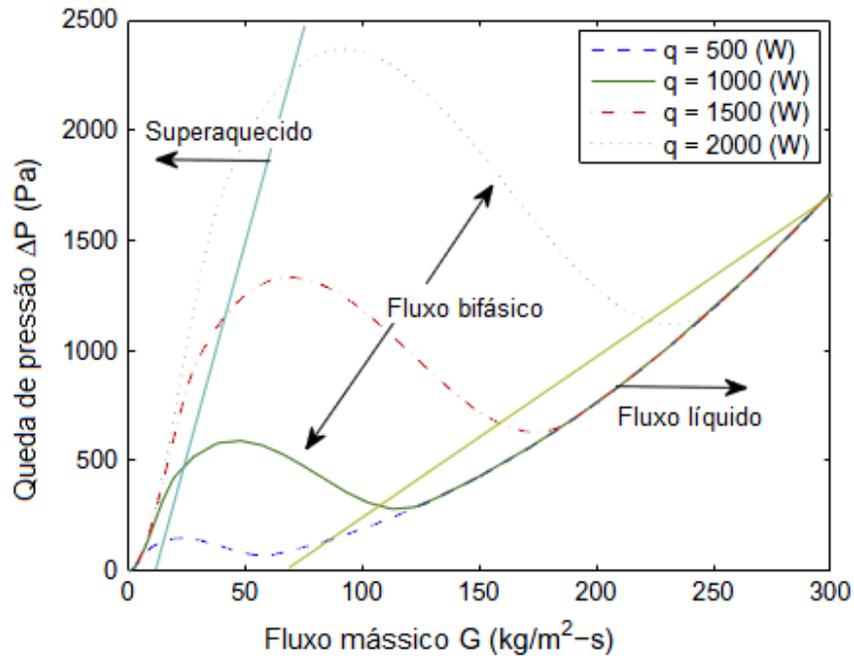


Figura 2.3: Comportamento da queda de pressão por atrito ($\Delta P_d(\dot{m}, q)$) com a carga térmica. Fonte: (Zhang et al., 2011)

Derivando essa relação, tem-se:

$$\begin{aligned}\dot{P}V + P\dot{V} &= 0 \\ \dot{P} &= -\frac{P}{V}\dot{V} = -\frac{P^2}{P_0V_0}\dot{V}\end{aligned}\quad (2.6)$$

A variação de volume de gás compressível é proporcional à entrada de líquido com massa específica ρ_l :

$$\dot{m}_s = -\rho_l\dot{V}\quad (2.7)$$

Substituindo \dot{V} em (2.6), e considerando que a equação 2.4 pode ser reescrita como $\dot{m}_s = \dot{m}_{in} - \dot{m} = A(G_{in} - G)$, obtém-se:

$$\dot{P} = \frac{P^2}{\rho_l P_0 V_0} \dot{m}_s = \frac{P^2 A}{\rho_l P_0 V_0} (G_{in} - G)\quad (2.8)$$

2.2.3 Dinâmica da temperatura

A taxa da transferência de calor da parede para o fluido é dada pela lei de Newton de Resfriamento (Çengel et al., 2011; Kakac and Bon, 2008):

$$q_r = \alpha_r(q, \dot{m}) S (T_w - T_r)\quad (2.9)$$

onde q_r é a carga térmica (calor removido no tempo), $\alpha_r(q, \dot{m})$ é o coeficiente de transferência de calor, S é a área da superfície de troca térmica, T_w é a temperatura da parede e T_r é a temperatura do líquido refrigerante.

Considerando q_r como o calor que é efetivamente passado para o fluido refrigerante e levando em consideração o armazenamento de calor na parede, a temperatura da parede pode ser calculada a partir do balanço de energia, dado por (Kakac and Bon, 2008):

$$\dot{T}_w = \frac{q - \alpha_r(q, \dot{m}) S (T_w - T_r)}{C_{pw} M_w}\quad (2.10)$$

onde q é a carga de calor fornecida, $C_{pw} M_w$ é a inércia térmica da parede, T_w é a temperatura da parede, T_r é a temperatura do líquido refrigerante (suposta constante no regime bifásico), $\alpha_r(q, \dot{m})$ é o coeficiente de transferência de calor do refrigerante e S é a área da superfície da parede dos microcanais.

O coeficiente de transferência de calor $\alpha_r(q, \dot{m})$ é um termo não linear que depende da carga térmica q e da vazão mássica \dot{m} . Uma correlação para este termo é dada por (Zhang, Wen, Peles, Tong, Chang, Prasher and Jensen, 2010):

$$\alpha_r = c_1 Bo^{c_2} We^{c_3} \Phi \frac{k_f}{D_h}\quad (2.11)$$

com k_f que é a condutividade térmica do fluido, D_h que é o diâmetro dos microcanais,

We é o número de Weber, e:

$$\begin{aligned} Bo &= \frac{q}{G h_{lv}}; \\ \log(\Phi) &= c_4 \left(\frac{G}{G_{in}} \right)^3 + c_5 \left(\frac{G}{G_{in}} \right)^2 + c_6 \left(\frac{G}{G_{in}} \right) \end{aligned} \quad (2.12)$$

sendo q a carga térmica, G o fluxo mássico que atravessa o evaporador, G_{in} o fluxo mássico fornecido pela bomba e $h_{lv} = h_v - h_l$ a entalpia de vaporização.

2.2.4 Modelo da malha primária

O modelo da malha de refrigeração primária, é portanto composto das equações (2.8), (2.3) e (2.10):

$$\dot{P} = \frac{P^2 A}{\rho_l P_0 V_0} (G_{in} - G) \quad (2.13)$$

$$\dot{G} = \frac{1}{L} (P - P_e - \Delta P_d(q, \dot{m})) \quad (2.14)$$

$$\dot{T}_w = \frac{q - \alpha_r(q, \dot{m}) S (T_w - T_r)}{C_{pw} M_w} \quad (2.15)$$

Note que este modelo considera a temperatura da parede dos microcanais como a temperatura do ponto final das paredes dos mesmos. Na realidade, a temperatura da parede varia ao longo dos microcanais. Note também que os termos $\Delta P_d(\dot{m}, q)$ (queda de pressão nos microcanais) e $\alpha_r(\dot{m}, q)$ (coeficiente de transferência de calor) dependem de \dot{m} e q . Embora já existam algumas correlações empíricas que os descrevam, as equações que caracterizam seu comportamento ainda são desconhecidas e, portanto, o controle não pode utilizar-se diretamente desses valores (por exemplo, a técnica de linearização por realimentação ou o uso direto de *backstepping* são inaplicáveis).

Substituindo (2.13) na derivada da equação (2.14), supondo P_e constante devido à presença do condensador à jusante, obtém-se:

$$\ddot{G} + \frac{1}{L} \frac{\partial(\Delta P_d(\dot{m}, q))}{\partial G} \dot{G} + \frac{P^2 A}{\rho_l P_0 V_0 L} G = \frac{P^2 A}{\rho_l P_0 V_0 L} G_{in} \quad (2.16)$$

onde $G_{in} = \dot{m}_{in}/A$, e P é mensurável. Escrevendo esta função em termos de \dot{m} (usando $G_i = \dot{m}_i/A$), tem-se:

$$\frac{d^2 \dot{m}}{dt^2} + \frac{A}{L} \frac{\partial(\Delta P_d(\dot{m}, q))}{\partial \dot{m}} \frac{d\dot{m}}{dt} + \frac{P^2 A}{\rho_l P_0 V_0 L} \dot{m} = \frac{P^2 A}{\rho_l P_0 V_0 L} \dot{m}_{in} \quad (2.17)$$

Neste trabalho, será adotada a hipótese que o termo que precede \dot{m} e \dot{m}_{in} na equação 2.17 é constante. Este fato pode ser justificado pois $\delta P/P_0 \leq 1\%$ (Zhang et al., 2011).

Aproxima-se então a queda de pressão total $\Delta P_d(\dot{m}, q)$ por (Zhang, Peles, Wen, Tong, Chang, Prasher and Jensen, 2010):

$$\frac{\partial(\Delta P_d(\dot{m}, q))}{\partial \dot{m}} = \delta(\dot{m} - \dot{m}_a)(\dot{m} - \dot{m}_b) + \alpha_1 + \gamma_1 + \gamma_2 \quad (2.18)$$

onde \dot{m}_a , \dot{m}_b correspondem respectivamente à vazão mássica de vapor saturado e líquido saturado; α_1 e γ_1 são as derivada das quedas de pressão do líquido quando este atravessa respectivamente o medidor de vazão e a válvula restritora; γ_2 é uma constante positiva que representa o coeficiente de perda de pressão.

Considerando que a vazão da bomba nunca é negativa, é comum escrever o modelo em sua forma incremental:

$$\dot{m}_{in} = Z_0 + \Delta \dot{m}_{in}; \quad Z_0 = cte > 0 \quad (2.19)$$

onde Z_0 é uma vazão mássica constante fornecida pela bomba em condições conhecidas.

A variável de vazão normalizada é definida como:

$$z = \dot{m} - Z_0 \quad (2.20)$$

Assim a equação (2.17) pode ser escrita como:

$$\ddot{z} + \frac{1}{I}[(z + Z_a)(z + Z_b) + \alpha_1 + \gamma_1]\dot{z} + \frac{C_s}{I}z = \frac{C_s}{I}\Delta \dot{m}_{in} \quad (2.21)$$

ou, equivalentemente:

$$\ddot{z} + (a z^2 + b z + c)\dot{z} + d z = d \Delta \dot{m}_{in} \quad (2.22)$$

Definindo a entrada de controle da planta como a variação da vazão na bomba, i. e. $u = \Delta \dot{m}_{in}$, tem-se:

$$\ddot{z} + (a z^2 + b z + c)\dot{z} + d z = d u \quad (2.23)$$

Para chegar às equações de estado a partir da equação acima, tomam-se $z_1 = z$

e $z_2 = \dot{z}$:

$$\begin{aligned}\dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= -d z_1 - (az_1^2 + bz_1 + c)z_2 + d u\end{aligned}\quad (2.24)$$

O termo não linear que precede z_2 na equação 2.24 depende tanto da vazão z_1 quanto da carga térmica q , conforme pode ser visto figuras 2.2 e 2.3. Renomeando este termo como:

$$f(q, z_1) = az_1^2 + bz_1 + c \quad (2.25)$$

Obtém-se a seguinte notação para a malha de vazão:

$$\begin{aligned}\dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= -d z_1 - f(q, z_1) z_2 + d u\end{aligned}\quad (2.26)$$

Para a equação de temperatura (2.15) nomeia-se $z_3 = T_w - T_r$. Lembrando que a temperatura do líquido refrigerante T_r é constante na região bifásica, e portanto $\dot{T}_r = 0$, a equação (2.15) pode ser reescrita como:

$$\dot{z}_3 = \kappa_1 q - \kappa_2 \alpha_r(z_1, q) z_3 \quad (2.27)$$

onde $z_3 = T_w - T_r$, $I_w = C_{pw}M_w$, $\kappa_1 = 1/I_w$, $\kappa_2 = S/I_w$ e o coeficiente de transferência de calor é $\alpha_r(z_1, q)$. Já existem correlações para $\alpha_r(z_1, q)$ (Zhang et al., 2011) mas elas ainda estão sob estudo e são incertas.

Portanto, o modelo considerado pode ser escrito como 2.26 e 2.27:

$$\begin{aligned}\dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= -d z_1 - f(q, z_1)z_2 + d u \\ \dot{z}_3 &= \kappa_1 q - \kappa_2 \alpha_r(z_1, q)z_3\end{aligned}\quad (2.28)$$

Este modelo é utilizado em todas as simulações para validação das técnicas apresentadas ao longo dos próximos capítulos.

Este modelo é similar a uma equação diferencial de segunda ordem como o oscilador de Van der Pol. As dificuldades associadas a este modelo são:

- $f(q, z)$ não é conhecido explicitamente, embora haja aproximações para este termo, como por exemplo a aproximação por uma equação do segundo grau apresentada (Zhang, Peles, Wen, Tong, Chang, Prasher and Jensen, 2010). Na região bifásica, este termo é negativo, o que caracteriza esta região como instável.
- O termo d , de acordo com a equação (2.22) deveria ser na realidade $d(z, q)$

variável em relação a z e q . No entanto, este termo será suposto como uma constante, visto que $\delta P/P_0 \leq 1\%$ (Zhang et al., 2011). Este termo é positivo.

- o coeficiente de transferência de calor $\alpha_r(z_1, q)$ não é conhecido explicitamente, embora existam correlações que o estimem. Este termo é positivo.

2.2.5 Simulações

O sistema térmico considerado na seção 1.5 e modelado neste capítulo foi montado experimentalmente (Prasher et al., 2007). A partir de dados reais obtidos com o sistema, o modelo dado pelas equações (2.28) teve seus parâmetros identificados (Zhang, Peles, Wen, Tong, Chang, Prasher and Jensen, 2010).

Durante os experimentos que serviram para a identificação, a carga de calor fornecida ao sistema q e a vazão mássica fornecida pela bomba \dot{m}_{in} foram mantidas em valores constantes. Desta forma, $f(z_1, q) = f(z_1) = a z_1^2 + b z_1 + c$. Foram encontrados os seguintes resultados: $[a; b; c; d; Z_0] = [1.428; 1.616; -14.471; 1.0027; 7.9945]$.

O comportamento da derivada da queda de pressão $f(z_1)$, apresentado na equação 2.25, possui valores de a , b e c conforme a identificação apresentada acima. Considera-se como região de fluxo bifásico aquela que possui vazões mássicas entre $\dot{m} = 1$ e $\dot{m} = 13.5$. As demais regiões serão desprezadas, por não estarem expostas à instabilidade de ondas de pressão.

Para o cálculo do coeficiente de transferência de calor $\alpha_r(z_1)$, foi utilizada a equação 2.11. Em (Zhang, Wen, Peles, Tong, Chang, Prasher and Jensen, 2010), tal equação teve seus parâmetros identificados, fornecendo os valores:

$$\begin{aligned} c_1 &= 0.13; & c_2 &= 0.11; & c_3 &= 0 \\ c_4 &= 1.42; & c_5 &= -3.70; & c_6 &= 3.48 \end{aligned} \quad (2.29)$$

sendo q a carga térmica, G o fluxo mássico que atravessa o evaporador, G_{in} o fluxo mássico fornecido pela bomba e $h_{lv} = h_v - h_l$ a entalpia de vaporização.

No entanto, percebeu-se que o máximo coeficiente de transferência de calor fica além de $\dot{m} = 13.5$, portanto não exposto à instabilidade de ondas de pressão, o que é incoerente com a realidade. Deve-se refazer a identificação, para verificar a consistência de $f(z)$ e de $\alpha_r(\dot{m}, q)$. No entanto, por falta de acesso à bancada experimental e para compatibilizar o modelo ao que se observa na prática, a curva foi deslocada com o intuito de fazer com que o máximo do coeficiente de transferência de calor fique na região de fluxo bifásico. Desta forma, ao maximizar o coeficiente de transferência de calor, o sistema está operando numa região instável, o que possibilita a validação do funcionamento simultâneo das técnicas de otimização da temperatura e estabilização da vazão empregadas.

As curvas da derivada da queda de pressão $f(z_1)$ e do coeficiente de transferência de calor $\alpha_r(\dot{m}, q)$ podem ser observadas na figura 2.4. Observando ambos os gráficos, percebe-se que o coeficiente de transferência de calor máximo ocorre na região em que $f(z_1)$ é negativo, uma região instável. Este fato representa o que ocorre na realidade.

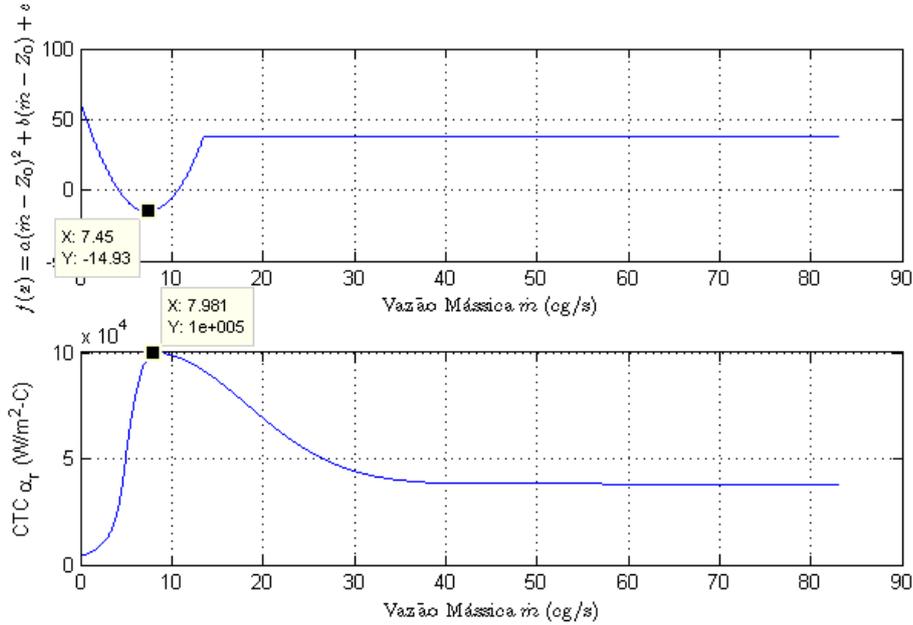


Figura 2.4: Não linearidade $f(z)$ e coeficiente de transferência de calor para o modelo estudado operando em malha aberta. O eixo horizontal mostra a vazão. Os eixos verticais correspondem respectivamente à não linearidade $f(z)$ e ao coeficiente de transferência de calor.

Embora as equações do modelo (2.28) estejam notadas em z (vazão mássica normalizada), o que é apresentado nos gráficos das simulações realizadas é a variável de vazão mássica \dot{m} , obtida ao somar z_1 com Z_0 , conforme indicado na equação (2.21). Esta transformação é aplicada para mostrar a vazão que realmente atravessa os microcanais. Uma transformação semelhante é aplicada à temperatura: nas simulações será apresentado o valor da temperatura da parede $T_w = z_3 + T_r$.

Quando a vazão aproxima-se da vazão onde o coeficiente de transferência de calor é máximo, são observadas oscilações de período aproximado de 27s. Estas oscilações são mostradas na figura 2.5 que mostra um gráfico da vazão $\dot{m} = z_1 + Z_0$ e outro da temperatura $T_w = z_3 + T_r$ no micro canal. As entradas do sistema estão fixas em 60W de carga térmica e 8cg/s de vazão mássica de líquido refrigerante.

O valor de vazão \dot{m}_{in} escolhido é aproximadamente igual a Z_0 (ou seja, $u = 0$), que é a vazão que gera a máxima transferência de calor. Observa-se que, na região de máxima transferência de calor, a vazão é instável.

Na figura 2.6 são também mostrados os diversos valores que o coeficiente de transferência de calor possuiu ao longo da simulação.

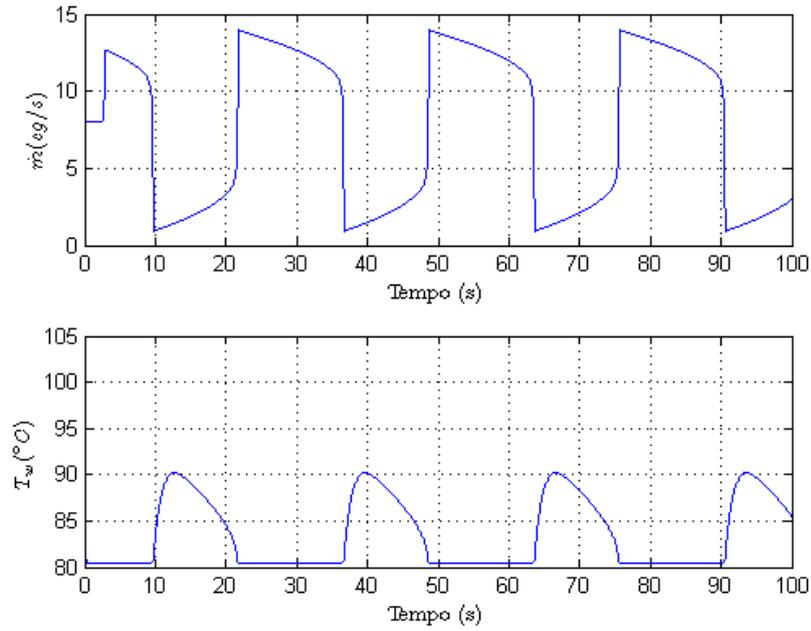


Figura 2.5: Oscilações na vazão mássica e na temperatura da parede na zona da instabilidade de onda de pressão (região de fluxo bifásico). As entradas estão fixas em $\dot{m}_{in} = 8\text{cg/s}$ e $q = 60\text{W}$.

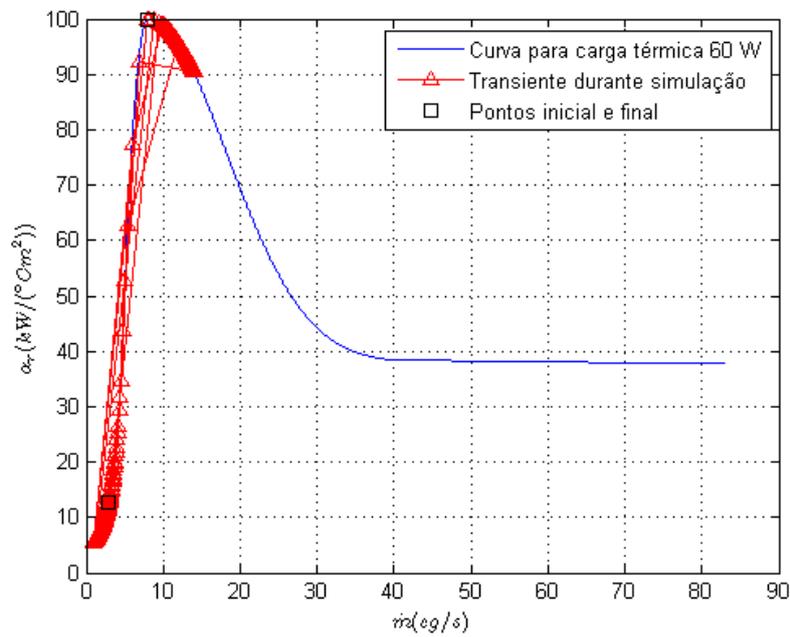


Figura 2.6: Evolução do coeficiente de transferência de calor durante as oscilações do gráfico anterior.

Foram escolhidos como valores limites para a derivada da queda de pressão $f(z)$: $f_{min} = -20$ e $f_{max} = 50$.

2.3 Conclusão

Neste capítulo foi abordada a modelagem do sistema térmico que será objeto dos estudos de controle e otimização desta dissertação. Tal modelagem baseia-se nos desenvolvimentos de (Zhang et al., 2011; Kakac and Bon, 2008; Zhang, Peles, Wen, Tong, Chang, Prasher and Jensen, 2010) e na identificação dos parâmetros feita por (Zhang, Peles, Wen, Tong, Chang, Prasher and Jensen, 2010).

Foram propostas duas representações do modelo ao longo do desenvolvimento do capítulo:

- A primeira é dada pelas equações (2.13), (2.14), (2.15), que é uma representação a parâmetros concentrados, com acesso total aos estados. No entanto, os termos de queda de pressão nos microcanais ($\Delta P_d(\dot{m}, q)$) e de coeficiente de transferência de calor ($\alpha_r(\dot{m}, q)$) são desconhecidos, o que dificulta o controle.
- A segunda é dada pelas equações (2.28), que é a representação de espaço de estados do modelo do item anterior. Também é uma representação a parâmetros concentrados. Todavia, o estado não é completamente acessível, pois a derivada da vazão não pode ser medida. Embora este modelo também apresente dificuldades quanto aos termos desconhecidos de queda de pressão e coeficiente de transferência de calor, ele assemelha-se uma equação de segundo grau instável, como o sistema de Van-der-Pol. Portanto, técnicas de controle aplicáveis a sistemas deste tipo podem ser estendidas para serem aplicadas a esta representação. Isto levou à escolha desta representação para desenvolvimento do controle de vazão e da otimização da temperatura, ao longo dos próximos capítulos.

Finalmente, o sistema foi simulado em um programa desenvolvido em MATLAB/Simulink. Constatou-se que, ao operar na região bifásica da simulação, a vazão e conseqüentemente a temperatura tornam-se instáveis. Esta simulação servirá de base para validar as técnicas de controle e otimização dos próximos capítulos.

Capítulo 3

Controle da vazão

A região de fluxo bifásico, onde ocorre a máxima transferência de calor, é uma região instável. Para o caso particular do sistema estudado, ocorrem oscilações na vazão com período da ordem de 30s. A estabilização da vazão é condição necessária para otimização do coeficiente de transferência de calor.

Este capítulo aborda o controle da vazão do sistema térmico em fluxo bifásico.

O modelo dinâmico obtido no capítulo anterior mostra que a temperatura depende da vazão de fluido refrigerante, mas que o contrário não ocorre.

Devido à independência da vazão em relação à temperatura, neste capítulo será abordado exclusivamente o controle da equação de vazão (2.24).

A estrutura deste capítulo está organizada da seguinte forma:

- modelo da vazão;
- hipóteses utilizadas para projeto do controle;
- revisão da literatura sobre leis de controle aplicáveis a modelos similares ao da vazão;
- análise de estabilidade de algumas das leis de controle que são aplicáveis ao sistema térmico:

Controle derivativo;

Controle derivativo + observador de ordem reduzida;

Controle derivativo + filtro Lead.

O planta a ser controlada (2.23) é dada por:

$$\ddot{z} + f(q, z)\dot{z} + d(z, u)z = d(z, u)u \quad (3.1)$$

onde z é o estado, u é a variável manipulada (controle). Será considerado ao longo deste desenvolvimento que:

- \dot{z} não é mensurável.
- a planta é parcialmente conhecida.

Para facilitar a notação, $f(q, z)$ será notado como f durante as provas de estabilidade.

Em termos de variáveis físicas, $z = \dot{m} - Z_0$ é a vazão mássica normalizada, i. e. a vazão mássica nos canais \dot{m} subtraída da vazão mássica constante Z_0 fornecida pela bomba em uma condição definida, e $u = \Delta\dot{m}_{in}$ (modelo incremental, a entrada é a variação na atuação da bomba). Visando compatibilizar os dados apresentados graficamente neste capítulo com os dos demais capítulos, os gráficos do estado serão apresentados em termos de \dot{m} .

O modelo (3.1) é um sistema de segunda ordem instável com uma não linearidade $f(q, z)$. Este modelo é similar ao de um oscilador de Van der Pol.

O objetivo é projetar uma lei de controle u tal que z seja estabilizada num valor de referência z_d constante desejado, considerando as seguintes hipóteses:

Hipótese 3.1. *A função $f(q, z)$ na equação (3.1) é uma função não linear desconhecida que tem limites máximos e mínimos da seguinte forma: $-f_{min} < f(q, z) < f_{max}$, onde f_{min} e f_{max} são constantes positivas conhecidas e $f_{max} > f_{min}$.*

Hipótese 3.2. *O termo $d(z, u)$ na equação (3.1) é uma constante positiva, que pode ser conhecida ou não (a depender da técnica de controle utilizada).*

Hipótese 3.3. *O termo q (carga de calor fornecida ao sistema) é constante.*

A hipótese 3.1 representa o fato de que o sistema térmico é instável na região bifásica, pois valores negativos de f são equivalentes a amortecimento negativo em uma equação diferencial de segunda ordem com a mesma estrutura.

A hipótese 3.2 pode ser justificada pois a pressão varia pouco (Zhang et al., 2011).

A hipótese 3.3 também foi considerada em outros trabalhos (Zhang et al., 2011; Kakac and Bon, 2008). Este fato é necessário para a aplicação do teorema de Lasalle, pois o mesmo exige que não haja dependência explícita dos parâmetros em relação ao tempo (sistema autônomo). Se a carga térmica q fosse variável no tempo, ter-se-ia um modelo não autônomo, o que dificultaria um pouco as demonstrações mas que provavelmente não afetaria as conclusões obtidas.

Algumas das soluções apresentadas na literatura para controle de sistemas de segunda ordem instáveis similares a 3.1 são:

- *Backstepping*: Em (Zhao, 1998) é apresentada a estabilização e o rastreamento de um sistema Van der Pol por diferentes técnicas. Em todas as técnicas, supõe-se que a estrutura do termo não linear é conhecida.

Para o rastreamento, o controle proposto é o mesmo desenvolvido em (Krstic, Kanellakopoulos and Kokotovic, 1995, Capítulo 8), que consiste no uso de um controlador com filtros desenvolvido por *backstepping*.

O ponto negativo dos controladores apresentados é a necessidade de conhecer a estrutura das equações constituintes do modelo. Além disso, para o controlador desenvolvido para rastreamento, uma desvantagem adicional é sua complexidade: a aplicação ao sistema 3.1 fica com dezoito estados.

- Observador: Em (Zhang, Peles, Wen, Tong, Chang, Prasher and Jensen, 2010; Zhang et al., 2011) são desenvolvidos diferentes controles lineares para o sistema apresentado. Em (Zhang, Peles, Wen, Tong, Chang, Prasher and Jensen, 2010), concluiu-se que um controle derivativo seria suficiente para controlar o sistema, caso a derivada da vazão pudesse ser medida. Como isto não ocorre na prática, foi proposto um observador. No entanto, o controlador e observador foram propostos independentemente, sendo que o sistema é não linear. O princípio da separação, que permite o desenvolvimento independente de controlador e observador, é válido apenas para sistemas lineares.
- Observadores de alto ganho: Os observadores de alto ganho, apresentados em diversos trabalhos (Khalil, 2002, 2008), constituem uma técnica de possível aplicação no sistema térmico. O observador estima a derivada da vazão mássica e com ela são implementados os controles tradicionais. Há trabalhos (Atassi and H., 2000) afirmando que os observadores de alto ganho, se utilizados, tornam válido o princípio da separação.
- Passividade e sistemas caóticos: As equações de Duffing e de Van der Pol, com determinados parâmetros, apresentam comportamentos caóticos. Em (Nijmeijer, 1997; Berghuis and Nijmeijer, 1994) foi apresentado um controle robusto para a equação de Duffing que é similar a um controlador PD + observador. A prova de estabilidade de (Berghuis and Nijmeijer, 1994) é a extensão de (Qu and Dorsey, 1991) para a realimentação de saída, através da inserção de um observador. No entanto, ambas as provas de estabilidade utilizam a passividade do sistema ao longo de seu desenvolvimento, e, portanto, não podem ser aplicadas diretamente ao sistema térmico.

A seguir, serão apresentados alguns dos controladores aplicados ao sistema térmico.

Visando a ter uma maior noção das dificuldades associadas ao problema, a consideração de desconhecimento da derivada da vazão será inicialmente relaxada para o projeto do primeiro controlador, o controlador puramente derivativo.

Os controladores seguintes, que são o controlador com observador de ordem reduzida e controlador com filtro Lead, baseiam-se em realimentação de saída.

3.1 Controlador puramente derivativo

Como o termo instabilizante do modelo 3.1 é a não linearidade $f(z)$, uma realimentação capaz de atuar neste termo é a derivativa. Esta técnica requer acesso ao estado completo.

Teorema 3.1.1. *Considere o sistema (3.1) e as hipóteses 3.1, 3.2, 3.3. Adicionalmente, considere que é possível medir z e \dot{z} . Dada a lei de controle:*

$$u = z_d - k_d \dot{z} \quad (3.2)$$

Se $k_d > f_{min}/d$, então $z = z_d$ é globalmente assintoticamente estável.

Prova. Considerando o sistema 3.1 e usando o controlador dado pela equação (3.2), a malha fechada do sistema é dada por:

$$\begin{aligned} e = z - z_d &\Rightarrow \dot{e} = \dot{z} \Rightarrow \ddot{e} = \ddot{z} \\ \ddot{e} + (f + dk_d)\dot{e} + de &= 0 \end{aligned} \quad (3.3)$$

Seja a candidata a função de Lyapunov:

$$2V = de^2 + \dot{e}^2 \quad (3.4)$$

Usando as hipóteses 3.1 e 3.2, a derivada de 3.4 ao longo das trajetórias de 3.3 é dada por:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{e}(de - (f(q, z) + dk_d)\dot{e} - de) \\ &\leq -(dk_d - f_{min})\dot{e}^2 \end{aligned} \quad (3.5)$$

Esta derivada é semi-definida negativa se k_d for escolhido maior do que f_{min}/d .

Devido à hipótese 3.3, o sistema é autônomo e o princípio de Lasalle pode ser aplicado. Como V é radialmente ilimitada, todo conjunto $\Omega = \{(e, \dot{e}) \in R^2 | V(e, \dot{e}) \leq c\}$ é compacto e positivamente invariante. O conjunto de pontos onde $\dot{V} = 0$ é dado por $\dot{e} = 0$. Como o ponto onde $\dot{e} = 0$, no sistema 3.3, é também o ponto onde $e = 0$, conclui-se que este é um ponto de equilíbrio do sistema e portanto, é o maior conjunto invariante para onde tendem as soluções iniciadas em Ω .

Conclui-se portanto que o ponto de equilíbrio $(e, \dot{e}) = (0, 0)$, do sistema 3.3, é globalmente assintoticamente estável. \square

A seguir o controle acima foi validado com o modelo (2.24). Foi escolhido $k_d = \alpha f_{min}/d$, com $\alpha - 1$ sendo a margem de segurança para garantir a convergência do controlador derivativo. A condição inicial foi de $[z_1; z_2] = [5; 0]$, e a referência é uma onda quadrada de período 75s e amplitude 5.

Os resultados podem ser vistos nas figuras 3.1 e 3.2. A figura 3.1 mostra a evolução da vazão através do microcanal $\dot{m} = z_1 + Z_0$. O sinal de controle $u = \Delta \dot{m}_{in}$ pode ser visto na figura 3.2. Valores de u menores que $-Z_0 = -8$ não fazem sentido físico, pois representam uma vazão negativa na bomba.

Quanto maior o ganho derivativo, menores são as entradas, mas mais lento se torna o sistema. Isto é esperado pois o aumento do ganho derivativo é equivalente a aumentar o coeficiente de atrito do sistema.

3.2 Estabilização por realimentação de saída usando um observador de ordem reduzida

O projeto dos controladores seguintes será realizado supondo que apenas z é medido.

Uma técnica usual da teoria de controle para estimar estados desconhecidos da planta é o uso de observadores. Observadores são sistemas que, a partir de medidas das entradas e saídas da planta, estimam os estados. Eles são em geral escolhidos como cópias da planta estudada.

A seguir será apresentado um observador capaz de estabilizar o sistema da vazão e sua respectiva prova de estabilidade. Percebe-se que a equação do observador 3.7 é uma função de transferência própria de z para w e, portanto, é implementável (por exemplo, tomando $\bar{w} = w - Lz$).

Teorema 3.2.1. *Considere o sistema (3.1) e as hipóteses 3.1, 3.2, 3.3. Adicionalmente, considere que d é conhecido exatamente.*

Dada a lei de controle:

$$u = -k_d w + z_d \quad (3.6)$$

onde w é uma estimativa para $\dot{z} = \dot{e}$.

Dado o observador:

$$\dot{w} = f_{min} w - dz - L(w - \dot{z}) + du \quad (3.7)$$

Se os ganhos k_d e L forem escolhidos tais que $k_d = \alpha f_{min}/d$, onde $\alpha > 1$ é uma constante, $L > f_{min}$ e a desigualdade abaixo for satisfeita:

$$L > \max\left(f_{min}, \frac{(\alpha^2 + 4\alpha - 3)f_{min}^2 + 2f_{min}f_{max} + f_{max}^2}{4f_{min}(\alpha - 1)}\right) \quad (3.8)$$

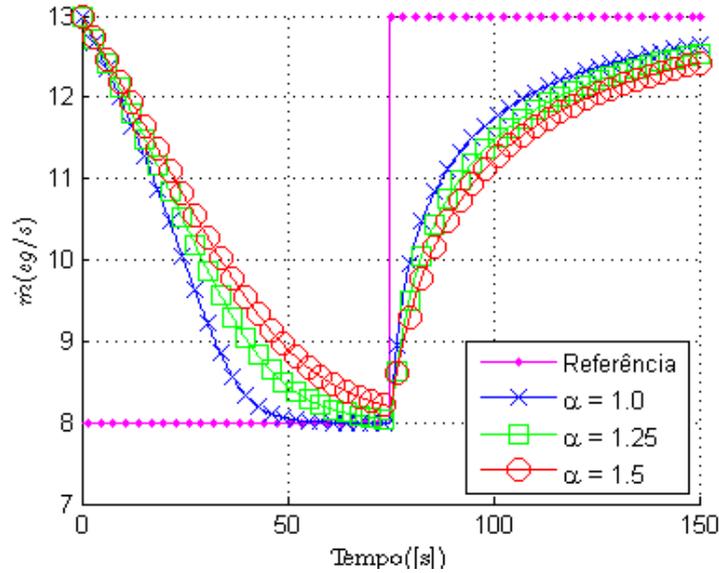


Figura 3.1: Gráficos que ilustram a evolução da vazão mássica $\dot{m} = z_1 + Z_0$ com um controlador puramente derivativo. Em magenta (pontos), a referência. As demais cores (ou símbolos) representam o estado real. Cada cor (símbolo) representa um valor de α , a margem de segurança em relação ao valor mínimo para convergência. Quanto maior α , mais lento o sistema se torna.

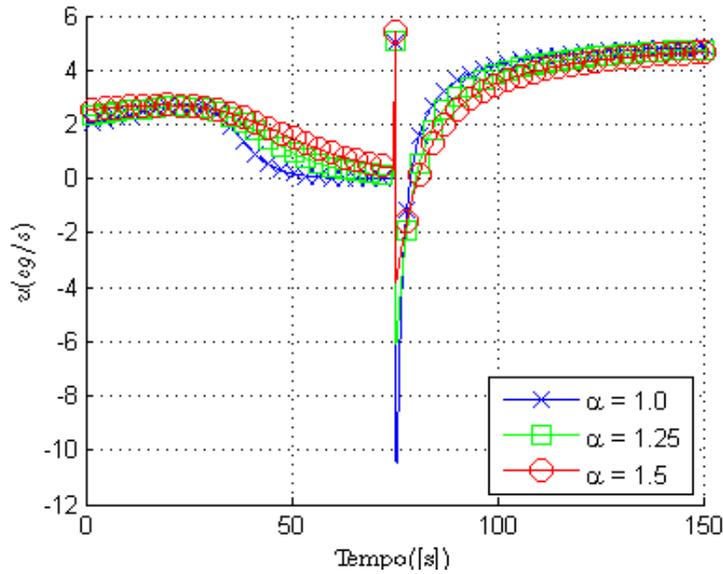


Figura 3.2: Gráficos que ilustram a evolução da variação da vazão da bomba $u = \Delta \dot{m}_{in}$ com um controlador puramente derivativo. As cores (símbolos) representam as entradas, para cada valor de α , a margem de segurança em relação ao valor mínimo para convergência. Quanto maior α , menores são os picos no controle, mas o controle permanece ativo por mais tempo. Valores inferiores a $u \approx -8$ não fazem sentido físico, pois representariam uma vazão negativa na bomba.

Então o ponto de equilíbrio $(z, \dot{z}, w) = (z_d, 0, 0)$ é globalmente assintoticamente estável.

Prova. Seja o erro de estimação definido como: $\tilde{w} = \dot{z} - w$; e o erro de estabilização definido $e = z - z_d$. A dinâmica do erro de estimação, dada pela subtração das equações (3.1) e (3.7), é:

$$\dot{\tilde{w}} = -(f + f_{min})\dot{e} - (L - f_{min})\tilde{w} \quad (3.9)$$

A dinâmica do erro de estabilização é dada pela substituição do controle (3.6) no sistema (3.1):

$$\ddot{e} = -f\dot{e} - k_d d w - d e \quad (3.10)$$

As equações 3.9 e 3.10 compõem a dinâmica da malha fechada. Seja a seguinte candidata a função de Lyapunov:

$$2V = d e^2 + \dot{e}^2 + \tilde{w}^2 \quad (3.11)$$

Usando as hipóteses 3.1 e 3.2, a derivada da função 3.11 ao longo das trajetórias de (3.9) e (3.10) é dada por:

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -(k_d d - f_{min})\dot{e}^2 - (L - f_{min})\tilde{w}^2 \\ &\quad - (f_{min} + f - k_d d)\dot{e}\tilde{w} \leq 0 \end{aligned} \quad (3.12)$$

A equação 3.12 é análoga à equação de uma parábola, no seguinte formato:

$$\dot{V} \leq -(a\tilde{w}^2 + b\tilde{w}\dot{e} + c\dot{e}^2)$$

com:

$$a = k_d d - f_{min} \quad b = f_{min} + f - k_d d \quad c = L - f_{min} \quad (3.13)$$

Para que o lado direito da desigualdade 3.13 seja negativa definida, é necessário e suficiente que:

$$a > 0; \quad c > 0; \quad b^2 - 4ac < 0 \quad (3.14)$$

Desta forma, substituindo 3.13 em 3.14, tem-se:

$$k_d > \frac{f_{min}}{d} \quad (3.15)$$

$$L > f_{min} \quad (3.16)$$

$$(f_{min} + f - k_d d)^2 - 4(k_d d - f_{min})(L - f_{min}) \leq 0 \quad (3.17)$$

As condições 3.15 e 3.16 do enunciado do teorema foram encontradas. Desenvol-

vendo a condição 3.17, e usando a hipótese 3.1:

$$(f_{min} + f - k_d d)^2 - 4(k_d d - f_{min})(L - f_{min}) \leq -3f_{min}^2 + f_{max}^2 + (k_d d)^2 + 2f_{min}f_{max} - 4k_d d L + 4k_d d f_{min} + 4L f_{min} < 0 \quad (3.18)$$

Escolhendo $k_d = \alpha f_{min}/d$, (3.18) torna-se:

$$-3f_{min}^2 + f_{max}^2 + \alpha^2 f_{min}^2 + 2f_{min}f_{max} - 4\alpha f_{min}L + 4\alpha f_{min}^2 + 4L f_{min} < 0 \quad (3.19)$$

Consequentemente:

$$L > \max(f_{min}, \frac{(\alpha^2 + 4\alpha - 3)f_{min}^2 + 2f_{min}f_{max} + f_{max}^2}{4f_{min}(\alpha - 1)}) \quad (3.20)$$

Com a escolha de L conforme (3.19), a inequação (3.12) é satisfeita, $\forall(\dot{e}, \tilde{w}) \neq (0, 0)$.

O princípio de invariância de Lasalle, mais uma vez, completa a prova. O sistema é autônomo, devido à hipótese 3.3. O único ponto em que $\dot{V} = 0$ é $\dot{e} = \tilde{w} = 0$. Isto leva a $w = 0$ na equação do erro de observação 3.9 e a $e = 0$ na equação do erro de estabilização 3.10. Conclui-se, então, que o ponto de equilíbrio $(e, \dot{e}, \tilde{w}) = (0, 0, 0)$ é globalmente assintoticamente estável. \square

Quando $\alpha = 1$, o termo k_d é o mesmo que o da condição limite para o 3.1.1, e a equação 3.19 tende a infinito. Ou seja, na condição limite para o funcionamento do controlador puramente derivativo, seria necessário um observador perfeito para que a estabilidade do ponto equilíbrio fosse garantida por essa função de Lyapunov.

Esta técnica foi implementada na simulação da malha de refrigeração da seção 2.2.5. As condições iniciais e o ganho do controlador foram escolhidos iguais ao da técnica de controle anterior (seção 3.1). Visando comparar os controladores derivativo e derivativo + observador para os mesmos ganhos k_d , o ganho do observador foi escolhido, menos rigoroso do que 3.19, como:

$$L = \alpha \max(f_{min}, \frac{(\alpha^2 + 4\alpha - 3)f_{min}^2 + 2f_{min}f_{max} + f_{max}^2}{4f_{min}}) \quad (3.21)$$

Os resultados estão nas figuras 3.3 e 3.4.

É possível perceber que o uso do observador torna a convergência ligeiramente mais lenta que no controlador puramente derivativo.

Essa técnica tem a vantagem de requerer apenas a realimentação da saída. No entanto, o observador desenvolvido requer conhecimento exato de d para que a estabilidade do ponto de equilíbrio seja demonstrada.

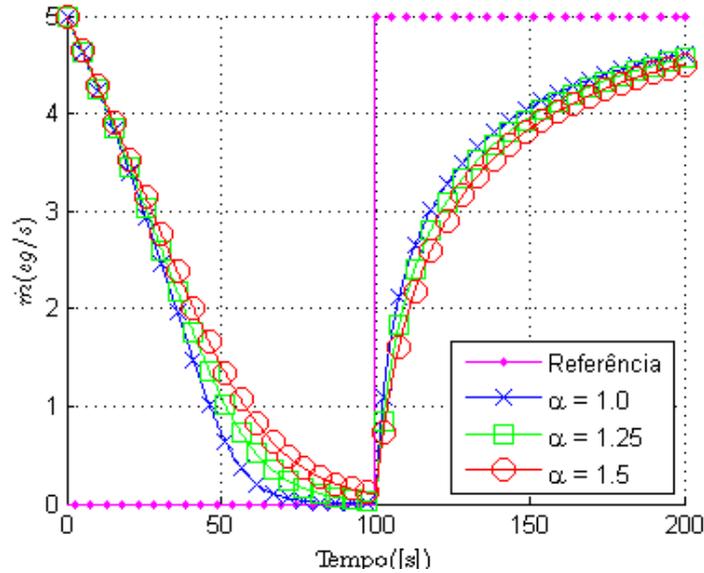


Figura 3.3: Gráficos que ilustram a evolução da vazão mássica $\dot{m} = z_1 + Z_0$ com um controlador derivativo com observador. Em magenta, a referência. As demais cores representam o estado real. Cada cor representa um valor de α , a margem de segurança em relação ao valor mínimo para convergência, tanto para o ganho k_d quanto para L . O comportamento é praticamente idêntico ao do controlador puramente derivativo.

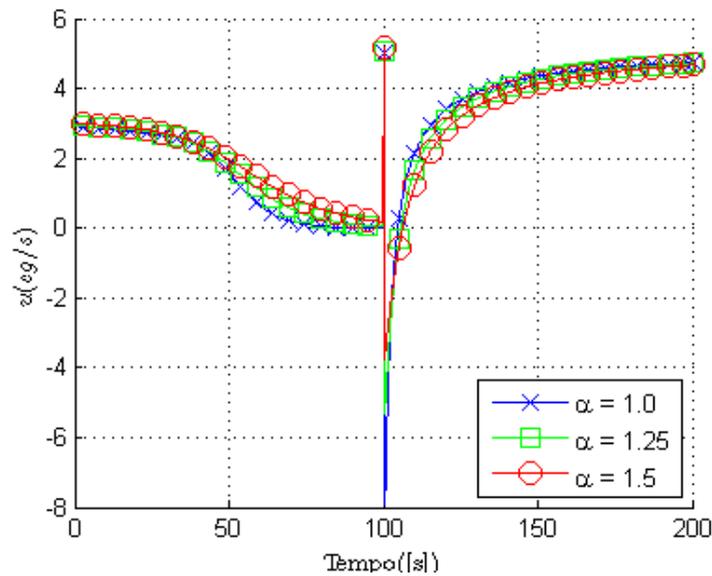


Figura 3.4: Gráficos que ilustram a evolução de u com um controlador derivativo com observador. As cores representam as entradas, para cada valor de α , a margem de segurança em relação ao valor mínimo de k_d e de L para convergência. O comportamento do controle também é bem próximo do controlador puramente derivativo.

3.3 Estabilização por realimentação de saída usando filtro Lead

Deseja-se agora propor uma lei de controle que seja independente do conhecimento exato de d .

A teoria de sistemas não lineares desenvolveu métodos para análise de estabilidade de sistemas que possam ser representados como uma conexão em feedback entre um sistema linear e um elemento não linear. Uma destas técnicas é o critério do círculo (Khalil, 2002; Vidyasagar, 1993), vide apêndice B. Este método será aplicado para provar a estabilidade do filtro Lead.

Teorema 3.3.1. *Considere o sistema 3.1 e as hipóteses 3.1, 3.2, 3.3. Considere que somente é possível medir z . Dado o controlador:*

$$u = z_d - k_d w \quad (3.22)$$

sendo w dado por:

$$\tau \dot{w} = -w + \dot{e} \quad (3.23)$$

sendo $\tau > 0$ uma constante.

Se τ for suficientemente pequeno e se o coeficiente $k_d > \frac{f_{\min} \sqrt{1 + \tau^2 d}}{d}$ então o ponto de equilíbrio $(z, \dot{z}, w) = (z_d, 0, 0)$ é exponencialmente estável.

Prova. A dinâmica do erro de estabilização é dada pela substituição de 3.22 em 3.1:

$$\ddot{e} + f \dot{e} + d e + k_d d w = 0 \quad (3.24)$$

Definindo a não linearidade contida em setor $u = \phi = f(e)\dot{e}$, e escolhendo o estado x como $x_1 = e$, $x_2 = \dot{e}$ e $x_3 = w$, $x = [x_1; x_2; x_3]^T$ e a saída como $y = \dot{e}$, as equações 3.24 e 3.23 podem ser representadas na forma de estados abaixo B.2:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \\ u &= -\phi(t, y) \end{aligned} \quad (3.25)$$

onde:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -d & 0 & -d k_d \\ 0 & 1/\tau & -1/\tau \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C = [0 \quad 1 \quad 0] \quad D = 0 \quad (3.26)$$

A função de transferência $G(s)$ do sistema 3.26 é dada por:

$$G(s) = \frac{\tau s^2 + s}{\tau s^3 + s^2 + (d\tau + k_d d)s + d} \quad (3.27)$$

O critério de Routh-Hurwitz mostra que a função de transferência $G(s)$ é Hurwitz se:

$$\begin{aligned} d\tau + k_d d &> 0 \\ d\tau + k_d d - d\tau &> 0 \rightarrow k_d d > 0 \\ (d\tau + k_d d)\tau - d\tau^2 &> 0 \rightarrow k_d d > 0 \end{aligned} \quad (3.28)$$

Portanto, basta que $\tau > 0$ e que $k_d > 0$ para que $G(s)$ seja Hurwitz.

Para garantir que a função de transferência $G(jw)$ está contida no disco $D(-f_{min}, f_{max})$, é necessário mostrar que o ponto de maior amplitude de $G(jw)$ está contido no referido círculo. Devido à hipótese de que τ é suficientemente pequeno, a função de transferência 3.27 pode ser aproximada por:

$$G(s) = \frac{s}{s^2 + k_d d s + d} \quad (3.29)$$

O diagrama de Bode desta função de transferência mostra que o máximo de amplitude ocorre aproximadamente em $w = \sqrt{d}$. Portanto, obtendo a amplitude da função $G(s)$ original 3.27 para esta frequência, tem-se:

$$|G(j\sqrt{d})| = \frac{\sqrt{1 + \tau^2 d}}{k_d d} \quad (3.30)$$

O valor de $|G(j\sqrt{d})|$ no ponto mais afastado da origem, portanto, é $\frac{\sqrt{1 + \tau^2 d}}{k_d d}$. Usando este valor como o ponto mais afastado para o círculo, obtém-se o critério:

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{1 + \tau^2 d}}{k_d d} &< \frac{1}{f_{min}} \\ k_d &> \frac{f_{min} \sqrt{1 + \tau^2 d}}{d} \end{aligned} \quad (3.31)$$

A condição 3.31 e o uso de τ suficientemente pequeno garantem que $G(jw)$ está contido no interior do círculo limite. Portanto, utilizando o critério do Círculo de (Vidyasagar, 1993), o sistema 3.24 e 3.23 é globalmente exponencialmente estável, o que mostra que o ponto de equilíbrio $(z, \dot{z}, w) = (z_d, 0, 0)$ é globalmente exponencialmente estável. \square

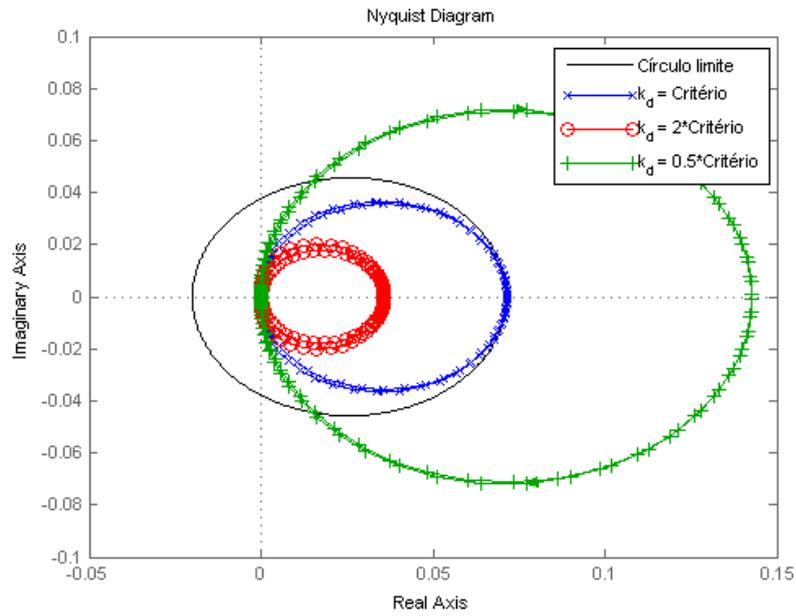


Figura 3.5: Critério do círculo para o controlador derivativo + Filtro Lead com $\tau = 0.01$.

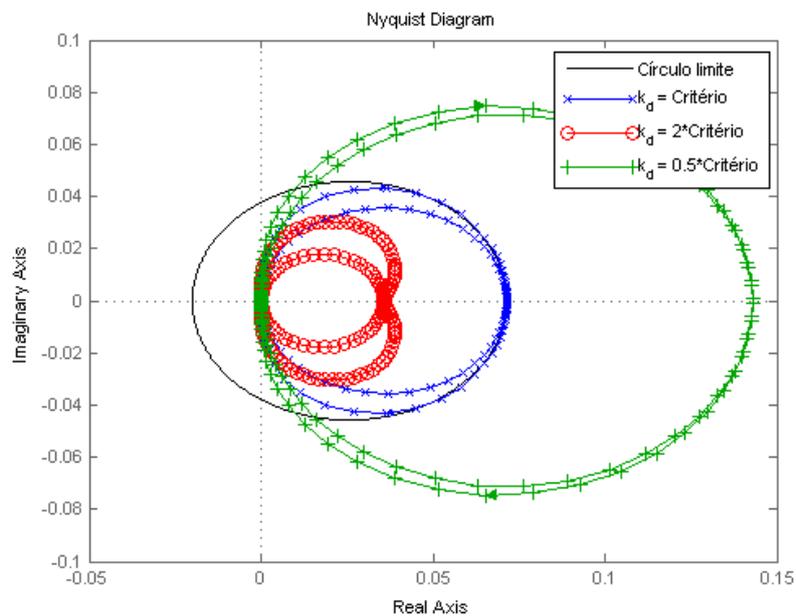


Figura 3.6: Critério do círculo para o controlador derivativo + Filtro Lead com $\tau = 0.025$. Este é aproximadamente o caso limite para a aproximação de τ suficientemente pequeno.

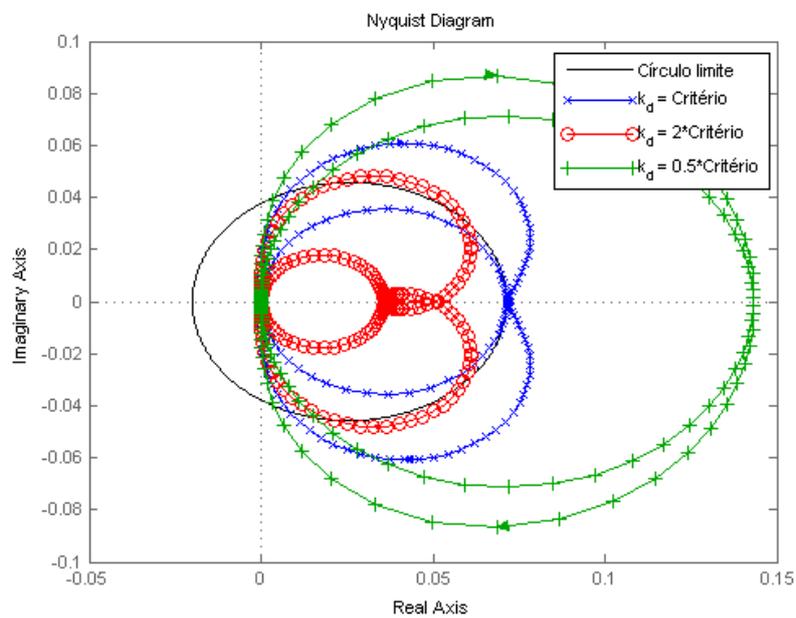


Figura 3.7: Critério do círculo para o controlador puramente derivativo com $\tau = 0.05$. O diagrama $G(j\omega)$ já está degenerado em relação ao círculo obtido quando τ é suficientemente pequeno. No entanto, é possível perceber que valores suficientemente altos de k_d ainda são capazes de fazer com que o diagrama de Nyquist volte ao interior do círculo limite.

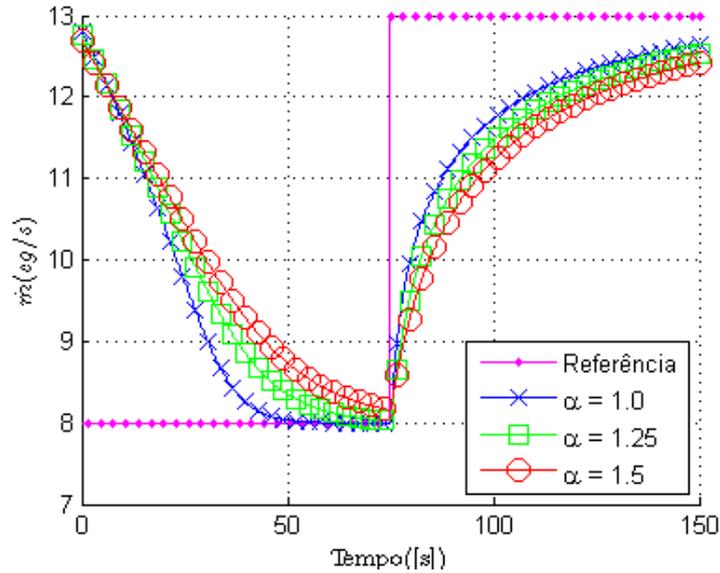


Figura 3.8: Gráficos que ilustram a evolução da vazão mássica $\dot{m} = z_1 + Z_0$ com um controlador D com filtro Lead. Em magenta, a referência. As demais cores representam o estado real. Para valores pequenos de τ , que neste caso vale $\tau = 0.01$, o comportamento é praticamente idêntico ao do controlador puramente derivativo.

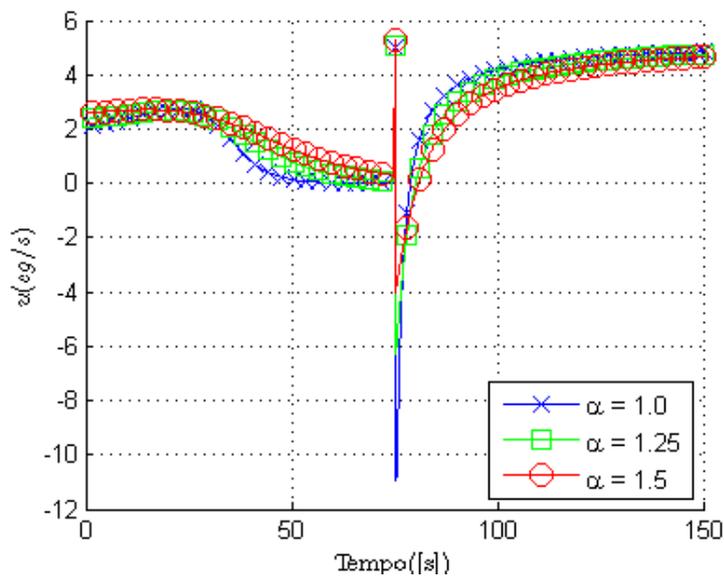


Figura 3.9: Gráficos que ilustram a evolução de u com um controlador D com Filtro Lead. Para valores pequenos de τ , que neste caso vale $\tau = 0.01$, o comportamento do controle é praticamente idêntico ao do controlador puramente derivativo.

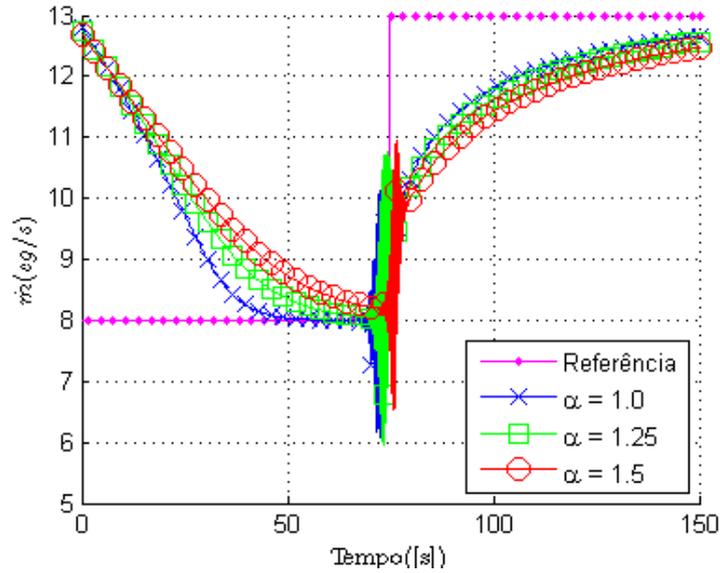


Figura 3.10: Evolução da vazão mássica $\dot{m} = z_1 + Z_0$ de um controlador D com filtro Lead com $\tau = 0.075$ e com ganho k_d igual aos das figura 3.8.

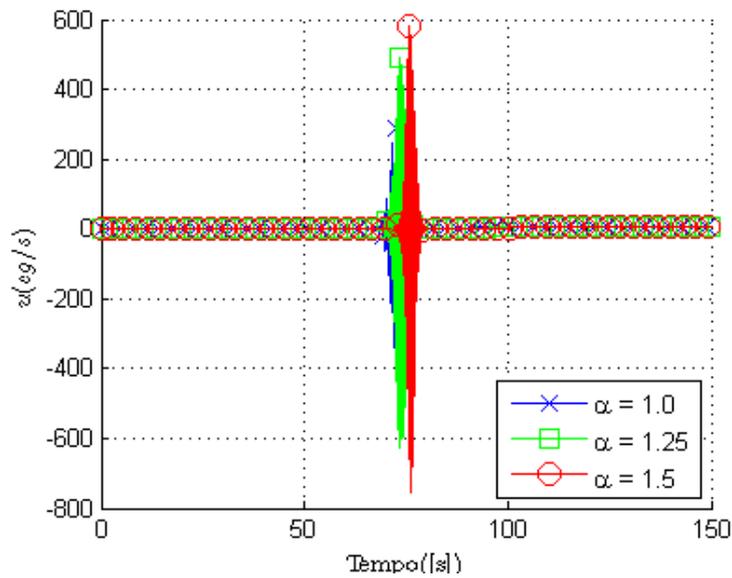


Figura 3.11: Evolução de u de um controlador D com filtro Lead com $\tau = 0.075$ e com ganho k_d igual aos das figura 3.9.

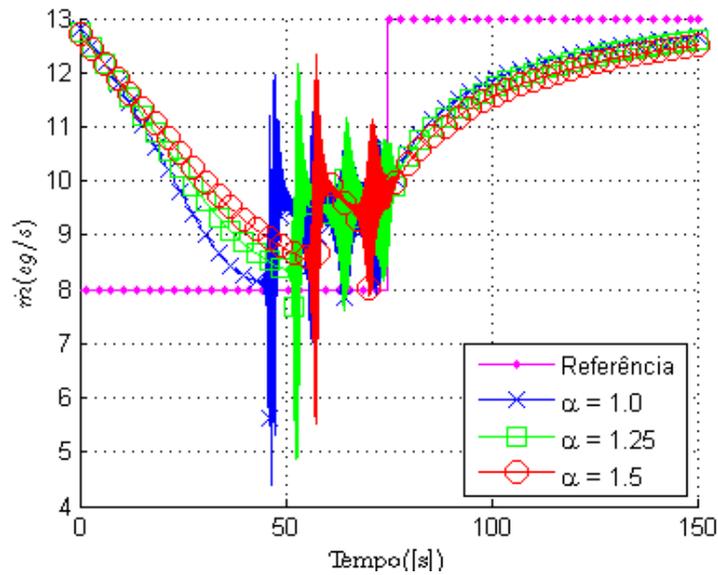


Figura 3.12: Gráficos que ilustram a evolução da vazão mássica $\dot{m} = z_1 + Z_0$ com um controlador D com filtro Lead com $\tau = 0.1$.

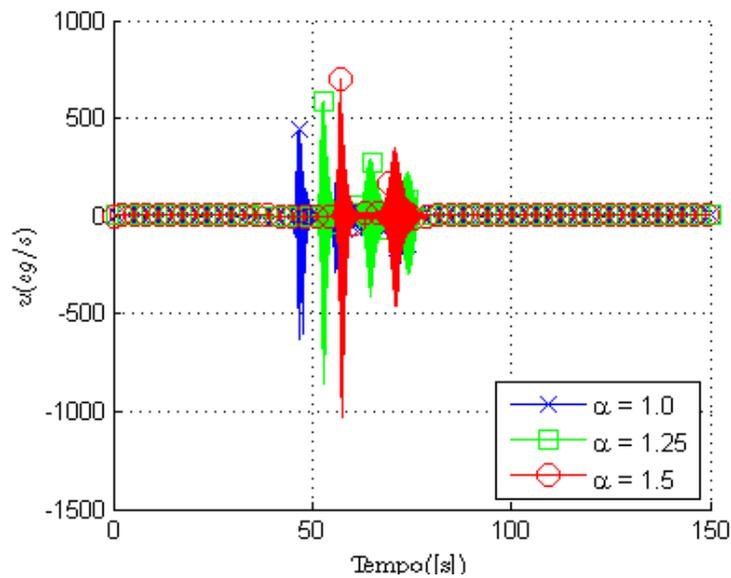


Figura 3.13: Gráficos que ilustram a evolução de u com um controlador D com filtro Lead, com $\tau = 0.1$.

É possível ver nas figuras 3.5, 3.6 e 3.7 a aplicação do critério do círculo para $\tau = 0.01$, $\tau = 0.025$ e $\tau = 0.05$, respectivamente. É possível perceber que a aproximação dada pela equação (3.31) tangencia o círculo limite para valores de τ suficientemente pequenos.

Numericamente, constatou-se que valores de τ inferiores a 0.02 fornecem diagramas de Nyquist que são boas aproximações do círculo do gráfico de $G(jw)$ obtido no caso do controlador puramente derivativo. Valores de τ maiores apresentam diagramas de Nyquist degenerados, que saem do círculo obtido através do critério quando w é suficientemente grande.

Ressalta-se, no entanto, que um valor de k_d suficientemente alto, por vezes ainda é capaz de compensar a degeneração causada por valores de τ insuficientemente pequenos.

O controlador Derivativo + Filtro Lead foi testado com a simulação da malha de refrigeração. O ganho k_d foi escolhido conforme a fórmula (3.21). O ganho α novamente representa uma margem de segurança de convergência. τ foi escolhido como 0.01.

Os gráficos da evolução da vazão e da entrada de controle estão, respectivamente, nas figuras 3.8 e 3.9.

Para valores suficientemente pequenos de τ , esta técnica atende às especificações de projeto pedidas e, portanto, é capaz de controlar a malha de refrigeração de um sistema térmico.

No entanto, é importante ressaltar que o valor de τ deve ser suficientemente pequeno. Simulações com valores desta constante entre 0.05 e 0.01 forneceram resultados muito próximos aos das figuras 3.8 e 3.9. As simulações com $\tau = 0.075$ (figuras 3.10 e 3.11) e com $\tau = 0.1$ (figuras 3.12 e 3.13) apresentaram instabilidades na região bifásica que são tão maiores quanto maior for τ . As instabilidades vistas foram inclusive as entradas para valores irrealizáveis na prática. Ou seja, u atingiu valores menores que $-Z_0$ em alguns casos, o que representa vazões negativas na bomba.

3.4 Conclusão

Controle	Hipóteses adicionais
Puramente Derivativo	Acesso ao estado completo
Derivativo com observador	Conhecimento exato de d
Derivativo com filtro Lead	-

Tabela 3.1: Comparação das técnicas de controles estudadas

Neste capítulo foram apresentadas três técnicas para o controle da vazão do

sistema térmico, sintetizadas na tabela 3.1.

O controlador derivativo requer conhecimento da derivada da vazão para realizar a estabilização do sistema.

O controlador derivativo + observador tem a vantagem de independer da derivada da vazão, mas requer conhecimento exato de d , pois este valor está presente na equação do observador.

O controlador derivativo + Filtro Lead independe tanto do conhecimento da derivada da vazão quanto do conhecimento exato de d , pois o valor desta variável é utilizado apenas nas provas de estabilidade. Uma estimativa sobre d é suficiente para realizar a escolha dos parâmetros deste método.

Capítulo 4

Otimização da transferência de calor

A eficiência de sistemas de refrigeração é geralmente dada pelo Coeficiente de Performance (COP), calculado com base na operação em estado estacionário (Zhang, Peles, Wen, Tong, Chang, Prasher and Jensen, 2010):

$$COP = \frac{q\rho_f}{z_d\Delta P_d(z_d, q)} \quad (4.1)$$

onde z_d é a vazão mássica normalizada desejada, q é a carga térmica do sistema, ρ_f é a massa específica do líquido, e $\Delta P(z_d, q)$ é a queda de pressão nos microcanais.

Achar o ponto ótimo de vazão mássica desejada z_d^* que maximiza o COP (dado pela equação 4.1) não é trivial, por conta das expressões desconhecidas de $\Delta P_d(z_1, q)$ e $\alpha_r(z_1, q)$, o que dificulta o cálculo da expressão acima e a aplicação de métodos de otimização convencionais. Alternativamente, nesta seção, optou-se por resolver o problema sub-ótimo de encontrar o *set point* z_d^* que minimiza a temperatura da parede z_3^* .

A estrutura deste capítulo está organizada da seguinte forma:

- Técnicas de otimização aplicáveis;
- Busca extremal com excitação externa;
- Busca extremal com excitação externa aplicada ao sistema térmico;
- Método da função periódica;
- Método da função periódica aplicado ao sistema térmico.

A planta em malha aberta é dada pelo sistema 2.28, com as hipóteses 3.1, 3.2,

3.3:

$$\begin{aligned}
\dot{z}_1 &= z_2 \\
\dot{z}_2 &= -dz_1 - f(z_1) z_2 + d u \\
\dot{z}_3 &= \kappa_1 q - \kappa_2 \alpha_r(z_1) z_3
\end{aligned} \tag{4.2}$$

onde z_i com $i = 1, 2, 3$ são variáveis de estado, d , κ_1 , κ_2 são constantes positivas, $\alpha_r(z_1, q)$ e $f(z_1)$ são funções não lineares desconhecidas.

Será considerado que o sistema 4.2 é controlado pela lei derivativa (3.22) + Filtro Lead (3.23), conforme visto no capítulo 3. Dessa forma, a malha fechada do sistema térmico é dada por:

$$\begin{aligned}
\dot{z}_1 &= z_2 \\
\dot{z}_2 &= -d z_1 - f(z_1) z_2 + d z_d - d k_d w \\
\dot{z}_3 &= \kappa_1 q - \kappa_2 \alpha_r(z_1) z_3 \\
\tau \dot{w} &= -w + z_2
\end{aligned} \tag{4.3}$$

onde w é uma estimativa para a derivada z_2 ; z_d é a entrada; e z_3 é a saída.

O objetivo deste capítulo é levar o *set point* z_d e a vazão z_1 de (4.3) ao valor z_d^* que fornece a temperatura mínima z_3^* , sem conhecimento exato sobre $f(z_1)$ e $\alpha_r(z_1, q)$.

Ao longo de todo o capítulo, são consideradas as mesmas hipóteses 3.1, 3.2 e 3.3 (capítulo 3). Além destas hipóteses é considerado adicionalmente que:

Hipótese 4.1. *O ponto de equilíbrio $z = [z_1; z_2; z_3; w]^T$ do sistema em malha fechada 4.3 é dado em termos de z_d , i. e., existe uma função $r : R \rightarrow R^3$ tal que $z = r(z_d)$.*

Hipótese 4.2. *Para um valor constante $z_d \in R$, o equilíbrio $z = r(z_d)$ do sistema 4.3 é globalmente assintoticamente estável, uniformemente em z_d .*

Hipótese 4.3. *Existe um único $z_d = z_d^*$ que minimiza z_3 .*

Estas hipóteses são as mesmas utilizadas em (Nesic, Tan, Moase and Manzie, 2010). A segunda hipótese é satisfeita devido ao que foi apresentado no capítulo 3.

Em (Ariyur and Krstic, 2003), o método da busca extremal por excitação externa é apresentado e aplicado a diferentes sistemas, como por exemplo: mapa estático, mapa estático associado a dinâmicas lineares, sistemas não lineares. São também apresentadas condições de convergência e testes de estabilidade para o algoritmo em cada caso.

Em (Tan, Nesic and Mareels, 2006), alguns métodos de busca extremal, dentre os quais o método da busca extremal por excitação externa, foram analisados do ponto

de vista de sua estabilidade. Foi mostrado que, em certas condições e dependendo do ajuste dos parâmetros, os esquemas propostos atingem a vizinhança do ponto ótimo a partir de um certo conjunto de condições iniciais.

O trabalho (Nesic et al., 2010) generalizou o problema de busca extremal, ao criar uma proposta sistemática para tratar tais algoritmos. Foi mostrado que a busca extremal pode ser realizada combinando métodos tradicionais de otimização com métodos de estimativa da derivada. A estabilidade da busca extremal foi demonstrada para mapas estáticos e para plantas dinâmicas que sejam suficientemente rápidas em relação ao algoritmo de otimização. A escolha correta dos parâmetros leva a diferentes escalas de tempo da malha fechada, sendo, para convergência, a dinâmica mais lenta a do algoritmo de otimização.

Em (Lizarralde and Wen, 2012), a técnica de busca extremal por excitação externa (Ariyur and Krstic, 2003) foi aplicada ao sistema térmico estabilizado com o controlador puramente derivativo. A parametrização torna a dinâmica da otimização lenta em relação à do sistema térmico. Com isso, a separação das escalas de tempo mostrada por (Nesic et al., 2010) torna-se válida e os controladores de vazão e otimização podem ser combinados sem afetar a estabilidade do sistema.

Uma outra vertente de trabalhos utiliza o controle por modos deslizantes aplicado à busca extremal. A idéia na qual se baseia essa corrente é a de que a busca extremal consiste no rastreamento de uma trajetória por uma planta com ganho de sinal desconhecido e variável.

Em (Oliveira, Peixoto and Hsu, 2012), é apresentado o método da função de chaveamento periódica, capaz de realizar o seguimento de trajetórias para plantas de grau relativo unitário. Esse método foi usado com sucesso para busca extremal num exemplo prático de um sistema de freio ABS.

Em (Peixoto and Oliveira, 2014), tal aplicação de tal método foi estendida até grau relativo arbitrário, com do uso de um observador de alto ganho para estimar as vazões.

Em (Yin, Stark, Zhong and Chen, 2012), o método foi estendido para uso de \tanh no lugar função descontínua sign , gerando menor conjunto residual.

A seguir, serão apresentadas as técnicas da busca extremal com excitação externa e o método da função de chaveamento periódica, seguidas por suas respectivas aplicações ao sistema térmico.

4.1 Busca extremal com excitação externa

Considere o sistema:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, u) \\ y &= h(x)\end{aligned}\tag{4.4}$$

onde $f : R^n \times R \rightarrow R^n$ e $h : R^n \rightarrow R$ são continuamente diferenciáveis. Suponha que há um único x^* que maximiza o mapeamento $y^* = h(x^*)$. O objetivo de todas as técnicas de busca extremal é forçar as soluções do sistema em malha fechada convergirem para x^* sem conhecimento exato sobre x^* ou $h(\cdot)$.

O modelo 4.4, no entanto, pode ser instável. Seja a lei de controle u que estabiliza o sistema:

$$u = \alpha(x, \theta)\tag{4.5}$$

onde $\theta \in R$ é um parâmetro escalar.

A substituição da lei de controle 4.5 no sistema fornece:

$$\dot{x} = f(x, \alpha(x, \theta))\tag{4.6}$$

Com isso, o sistema estabilizado 4.6, torna-se um mapeamento dinâmico de θ para y .

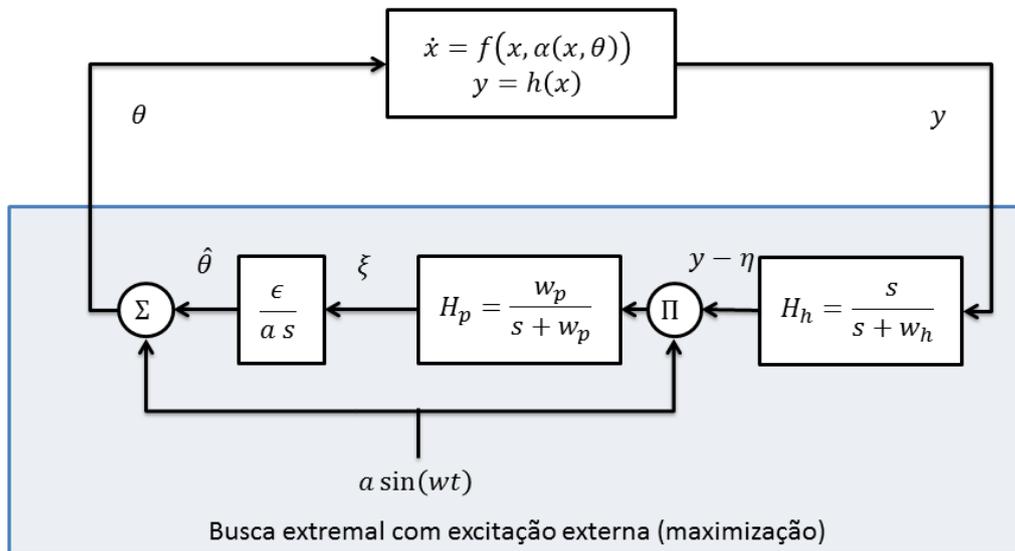


Figura 4.1: Diagrama de blocos da busca extremal com excitação externa. Fonte: (Tan et al., 2006)

A busca extremal com excitação externa, apresentada em (Ariyur and Krstic, 2003), possui diagrama de blocos conforme a figura 4.1. A representação da malha

fechada da figura 4.6 é dada por:

$$\begin{aligned}
\dot{x} &= f(x, \alpha(x, \hat{\theta} + a \sin(wt))) \\
y &= h(x) \\
\dot{\hat{\theta}} &= k\xi \\
\dot{\xi} &= -w_l\xi + w_l(y - \eta)a \sin(wt) \\
\dot{\eta} &= -w_h\eta + w_h y
\end{aligned} \tag{4.7}$$

Considerando as hipóteses:

Hipótese 4.4. *O ponto de equilíbrio x é dado em função de θ , i. e., existe uma função $r : R \rightarrow R^n$ tal que:*

$$f(x, \alpha(x, \theta)) = 0 \Leftrightarrow x = r(\theta) \tag{4.8}$$

Hipótese 4.5. *Para cada $\theta \in R$, o equilíbrio $x = r(\theta)$ do sistema 4.6 é globalmente assintoticamente estável, uniformemente em θ .*

Hipótese 4.6. *Definindo $Q(\cdot) = h \circ r(\cdot)$, existe um único θ^* que maximiza $Q(\cdot)$ e o seguinte é válido¹:*

$$Q'(\theta^*) = 0; \quad Q''(\theta^*) < 0; \quad Q'(\theta^* + \xi)\xi < 0, \forall \xi \neq 0 \tag{4.9}$$

Em (Tan et al., 2006) foi demonstrado que o sistema em malha fechada 4.7, se supostas as hipóteses 4.4, 4.5, 4.6 acima, será SPA estável (vide apêndice A) com um certo conjunto de parâmetros em torno do ponto $(x, \theta, \xi) = (x^*, \theta^*, 0)$.

Em (Nesic et al., 2010) o seguinte teorema foi apresentado:

Teorema 4.1.1. *Suponha que as hipóteses 4.4, 4.5, 4.6 são válidas. Então existem $\beta_\theta, \beta_\epsilon$ e $\beta_x \in \mathcal{KL}$ (vide apêndice A) tais que o seguinte é válido para qualquer par positivo (Δ, ν) :*

- *existe $a^* > 0$ e $w_L^* > 0$ tais que para qualquer $a \in (0, a^*)$ e $w_L \in (0, w_L^*)$;*
- *existe $\delta^*(a) > 0$ tal que para qualquer $\delta \in (0, \delta^*(a))$;*
- *existe $w^*(a, w_L, \delta) > 0$ tal que para qualquer $w \in (0, w^*(a, w_L, \delta) > 0)$.*

¹Assume-se que o extremo é um máximo. Para minimização, coloca-se sinal de menos antes do integrador da figura 4.1 (Ariyur and Krstic, 2003)

As soluções do sistema satisfazem:

$$|\theta(t) - \hat{\theta}(t)| \leq \beta_\theta(|\theta(t_0) - \hat{\theta}(t_0)|, \delta w_L w(t - t_0)) + \nu \quad (4.10)$$

$$|x(t) - r(\hat{\theta}(t) + a \sin(\omega t))| \leq \beta_x(|x(t_0) - r(\hat{\theta}(t_0) + a \sin(\omega t_0))|, (t - t_0)) + \nu$$

para todo $||[\theta(t) - \hat{\theta}(t); x(t) - r(\hat{\theta}(t) + a \sin(\omega t))]| \leq \Delta$ e todo $t \geq t_0 \geq 0$.

Além de comprovar a convergência para uma vizinhança em torno do ponto mínimo, esse teorema mostra que há diferença de escala de tempo entre as dinâmicas. A dinâmica do sistema é dada pela lenta, que é a do algoritmo de otimização (Nesic et al., 2010).

4.2 Busca extremal com excitação externa aplicada ao sistema térmico

Em (Lizarralde and Wen, 2012), o algoritmo da seção 4.1 foi aplicado ao sistema térmico. No referido artigo a realimentação para estabilização da malha é feita com um controlador puramente derivativo. Nesta seção, será mostrada a aplicação do método da busca extremal com excitação externa associado ao controlador derivativo com filtro Lead para estabilização do sistema térmico, mostrado na figura 4.2. As frequências da busca extremal são escolhidas muito menores em relação à frequência da planta.

As equações para aplicação do método da busca extremal com excitação externa ao sistema, visando a minimização da temperatura z_3 , são:

$$\begin{aligned} z_{1d} &= a \sin(\omega t) + \hat{z}_{1d} \\ \hat{z}_{1d} &= -\frac{\epsilon H_p}{a s} [a \sin(\omega t) \tilde{z}_3] \\ \tilde{z}_3 &= H_h z_3 \end{aligned} \quad (4.11)$$

onde: a é o ganho do sinal de *dither*; ω é a frequência do *dither*; ϵ é o ganho do integrador; H_h é um filtro passa alta dado por $H_h = \frac{s}{s+\omega_h}$; e o filtro passa baixa é $H_p = \frac{\omega_p}{s+\omega_p}$. a , ϵ são constantes pequenas e positivas, e ω_p , ω e ω_h são as frequências do filtro passa baixa, do sinal de *dither* e do filtro passa alta, respectivamente. O filtro passa baixa H_p não é necessário, mas ele colabora com a estabilização do sistema por eliminar oscilações.

Pode-se aplicar o teorema 4.1.1 ao sistema térmico da seguinte forma:

Teorema 4.2.1. *Considere o sistema térmico dado nas equações 4.3 em malha fechada com o controlador de busca extremal 4.11, conforme ilustrado na figura 4.2. Suponha que as hipóteses 4.1, 4.2, 4.3 são válidas. Existem funções β_u , β_x de classe*

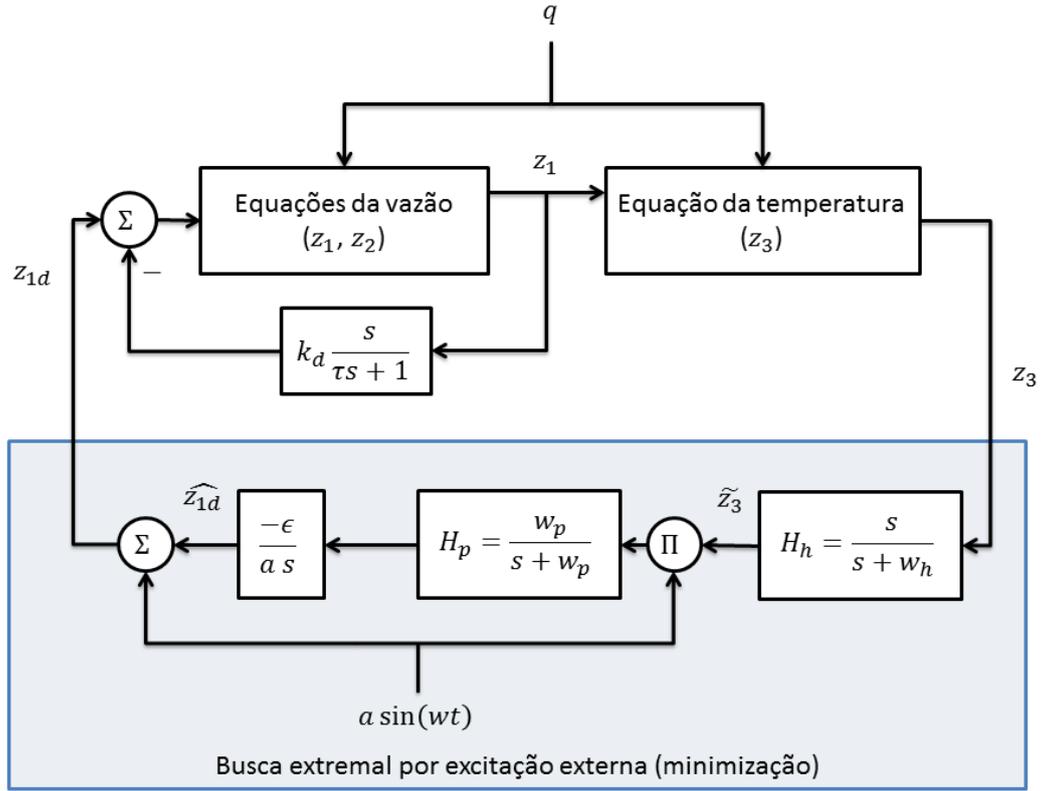


Figura 4.2: Esquema de busca extremal por excitação externa aplicado ao modelo térmico. Um controlador derivativo + Filtro Lead estabiliza a vazão. Em seguida, a temperatura z_3 é minimizada com o controlador da busca extremal.

\mathcal{KL} e constantes positivas $a^*(\Delta, \nu, \delta)$ e $\epsilon^*(\Delta, \nu, \delta)$ tais que para qualquer $a \in (0, a^*)$ e qualquer $\epsilon \in (0, \epsilon^*)$, existe uma constante positiva $w^* = w^*(a, \epsilon)$ tal que para qualquer $w \in (0, w^*)$, as soluções do sistema térmico satisfazem:

$$\begin{aligned} |\hat{z}_d(t) - z_d^*| &\leq \beta_u(|\hat{z}_d(t_0) - z_d^*|, \epsilon(t - t_0)) + \nu \\ |z(t) - r(z_d(t))| &\leq \beta_x(|z(t_0) - r(z_d(t_0))|, (t - t_0)) + \nu \end{aligned} \quad (4.12)$$

Prova. As hipóteses 4.1, 4.2 e 4.3 são equivalentes às hipóteses 4.4, 4.5 e 4.6. Desta forma, pode-se aplicar diretamente o teorema 4.1.1 ao sistema térmico. \square

Foram escolhidos: $\omega_p = 8.33$; $\omega_h = 3.33$; $\omega = 0.94$; $a = 1$ e $\epsilon = 10$. Os resultados da aplicação desta técnica para o sistema térmico podem ser vistos nas figuras 4.3, 4.4, 4.5.

Percebe-se que o método foi capaz de atingir o valor de $\dot{m} = Z_0 = 8$, que gera o máximo de transferência de calor. Para que isto fosse possível, a frequência de *dither* foi bastante reduzida, de forma que o sistema pudesse acompanhar suas oscilações.

Os significados dos parâmetros são, embora haja certo grau de acoplamento entre

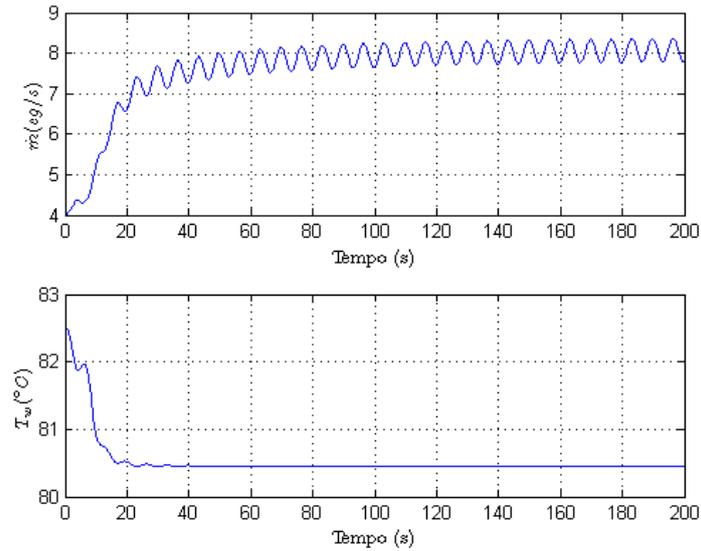


Figura 4.3: Gráfico da vazão mássica $\dot{m} = z_1 + Z_0$ e da temperatura da parede $T_w = T_r + z_3$, com a busca extremal com excitação externa. A vazão tende ao valor ideal de $z_1^* = 8$ e a temperatura da parede tende ao mínimo.

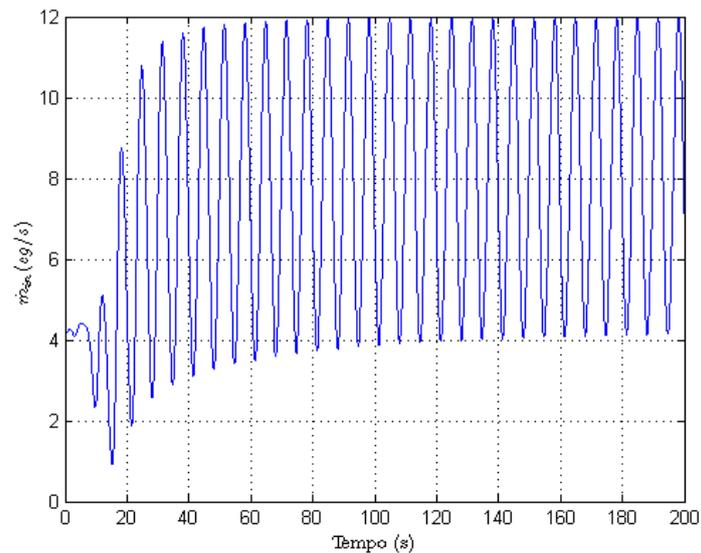


Figura 4.4: Gráfico da vazão mássica da bomba \dot{m}_{in} com a busca extremal com excitação externa.

eles:

- ρ representa a modulação do controle (assim como a voltagem num motor operando com PWM) e deve ser escolhido suficientemente alto;
- λ dá a velocidade de convergência do método;
- ϵ dá o tamanho do resíduo;

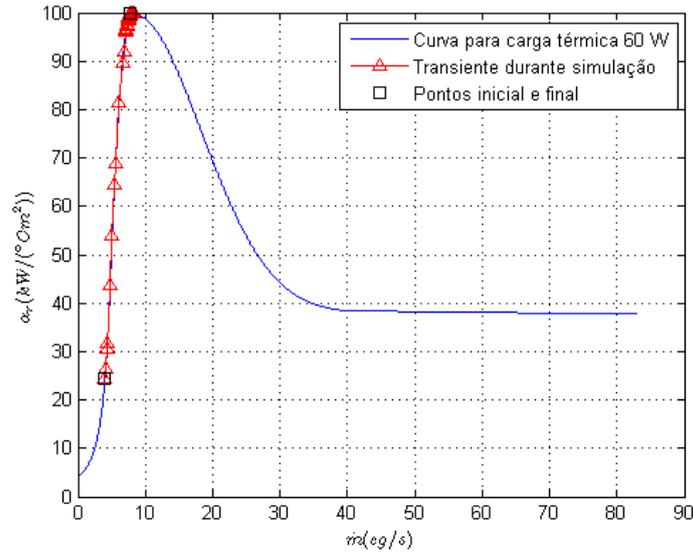


Figura 4.5: Gráfico que ilustra a evolução do coeficiente de transferência de calor α_r com a busca extremal com excitação externa. O coeficiente de transferência de calor tende ao máximo.

- μ é o parâmetro que fornece a separação de escalas de tempo e deve ser escolhido suficientemente pequeno.

A escolha dos parâmetros ω_p , ω_h , ω deve ser feita conforme apresentado em (Tan, Moase, Nesic and Mareels, 2010). Estes ganhos devem ser escolhidos com frequências baixas em relação a da planta. O ganho a representa a oscilação da senóide de excitação e determina o tamanho do resíduo. O ganho ϵ determina a velocidade de convergência do algoritmo.

4.3 Método da função de chaveamento periódica

O método da função de chaveamento periódica (Oliveira, Hsu and Peixoto, 2011; Oliveira et al., 2012) é capaz de realizar a otimização de um mapa para sistemas de grau relativo unitário. A otimização de um sistema pode ser compreendida como o rastreamento de uma rampa que avança em direção ao ponto ótimo buscado (Oliveira et al., 2012). Ao passar pelo ponto extremo, o erro passa a aumentar, o que pode ser representado por uma inversão de sinal do ganho do erro em relação ao ponto extremo. Se o controlador responder a essa inversão de sinal do ganho, o sistema permanecerá operando na vizinhança do extremo.

Considere o sistema:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, t) + g(x, t)u \\ \mu\dot{z} &= h(t, x, z) \\ y &= \Phi(z)\end{aligned}\tag{4.13}$$

onde $u \in R$ é a entrada de controle, $x \in R^n$ e $z \in R^m$ compõem o vetor de estados, μ é uma constante positiva suficientemente pequena, $y \in R$ é a saída medida do mapa estático. As funções f, g, h são supostas localmente Lipschitz e contínuas em x , contínuas por partes em t e suficientemente suaves. São consideradas as hipóteses:

Hipótese 4.7. *Existe um único ponto de operação z^* tal que $y^* = \Phi(z^*)$ é o máximo da função de custo $\Phi : R \rightarrow R$. Adicionalmente, para qualquer valor $\Delta > 0$, existe uma constante $L_\phi(\Delta) > 0$ tal que:*

$$L_\phi \leq |\Phi'(z)| \quad \forall z \notin \mathcal{D}_\Delta = \{z : |z - z^*| < \Delta/2\}\tag{4.14}$$

Hipótese 4.8. *Todas as incertezas da planta pertencem a um conjunto compacto Ω .*

Hipótese 4.9. *O sistema tem grau relativo um da entrada u para o estado x , o que já está explícito no sistema 4.13.*

Hipótese 4.10. *O equilíbrio $z_{eq}(x)$ da equação $\mu\dot{z} = h(t, x, z)$ do sistema 4.13 é globalmente exponencialmente estável.*

Adicionalmente, considera-se que z^* , $\Phi(\cdot)$ e seu gradiente são desconhecidos. Para o projeto do controlador não é necessária a informação de z^* ou Φ .

O objetivo dessa e das demais técnicas de busca extremal é achar uma lei de controle u que leve o sistema ao ponto extremo e permaneça na vizinhança deste ponto a partir deste momento.

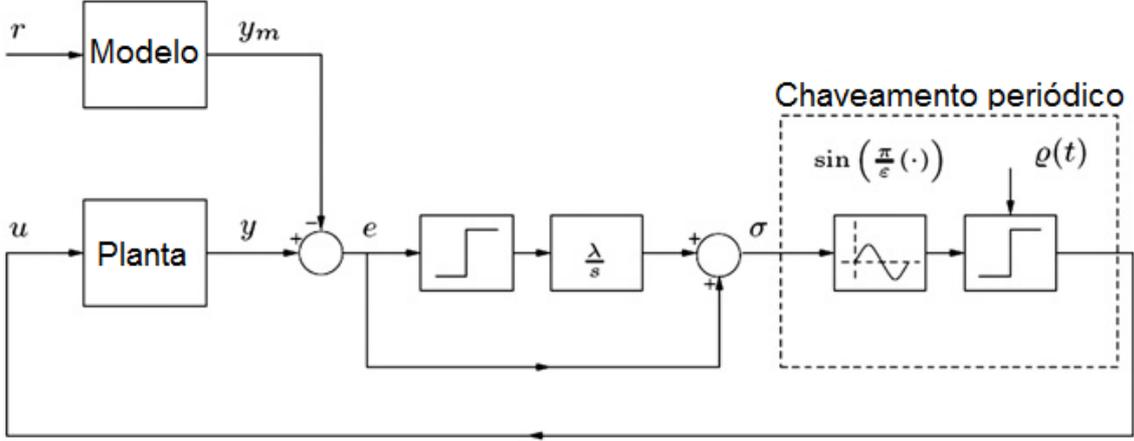


Figura 4.6: Esquema de busca extremal de estrutura variável: método da função periódica. Fonte: (Oliveira et al., 2012).

Dado o controle mostrado na figura 4.6:

$$u = \rho \operatorname{sgn} \left(\sin \left(\frac{\pi}{\epsilon} \sigma(t) \right) \right) \quad (4.15)$$

onde ρ é um ganho constante suficientemente alto e:

$$\sigma(t) = e(t) + \lambda \int_0^t \operatorname{sgn}(e(\tau)) d\tau \quad (4.16)$$

onde o erro $e(t)$ é dado por:

$$e(t) = y - y_m \quad (4.17)$$

com λ e ϵ como constantes positivas. y_m é a rampa de referência que será seguida, dada por:

$$\dot{y}_m = k_m; \quad y_m(0) = y_{m0} \quad (4.18)$$

O controle apresentado tem como objetivo levar o sistema ao escorregamento em $\dot{\sigma} = 0$ e $\sigma = k\epsilon$, com k inteiro. Isso ocorre pois quando $\dot{\sigma} = 0$, a equação 4.16 torna-se:

$$\dot{\sigma} = \dot{e} + \lambda \operatorname{sgn}(e) = 0 \quad (4.19)$$

e com isso o erro e tende a zero no tempo, i. e. y segue \dot{y}_m .

O seguinte teorema mostra que o escorregamento é atingido em tempo finito.

Teorema 4.3.1. *Considere o sistema 4.13, 4.18, 4.16, com a lei de controle 4.15, e que as hipóteses 4.7, 4.8, 4.9, 4.10 são válidas. Fora da vizinhança- Δ \mathcal{D}_Δ , se ρ*

for suficientemente grande, tem-se:(a) não há escape em tempo finito nos sinais do sistema ($t_M \rightarrow \infty$) e (b) um modo deslizante em $\sigma = k\epsilon$ é atingido em tempo finito para algum inteiro k .

Prova. A demonstração segue os mesmos passos de (Oliveira et al., 2012).

Devido à hipótese 4.10, existem constantes k, λ tais que:

$$z(t) = z_{eq}(x(t)) + \pi(t/\mu) \quad (4.20)$$

onde $\pi(t/\mu)$ é uma função desconhecida tal que $|\pi(t/\mu)| \leq |\pi_1(t/\mu)|$, com $\pi_1(t/\mu)$:

$$\pi_1(t/\mu) = k_1 |z(t_0) - z_{eq}| e^{-\frac{\lambda}{\mu}(t-t_0)}, \quad \forall z(t_0) \in R^m \quad (4.21)$$

A dinâmica de σ é dada pela combinação de 4.17, de 4.20 e do sistema 4.13, por:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} &= \Phi'(z(t)) \left[\frac{\partial z_{eq}}{\partial x}(x(t)) (f(x(t), t) + g(x(t), t)u) + \frac{\pi'(t/\mu)}{\mu} \right] \\ \dot{\sigma} &= k_p(u + d_\sigma) \end{aligned} \quad (4.22)$$

com:

$$\begin{aligned} k_p &= \Phi'(z(t)) \frac{\partial z_{eq}}{\partial x}(x(t)) g(x(t), t) \\ k_p d_\sigma &= \Phi'(z(t)) \left[\frac{\partial z_{eq}}{\partial x} f(x(t), t) + \frac{\pi'(t/\mu)}{\mu} \right] \end{aligned} \quad (4.23)$$

Como todas as funções presentes na definição de d_σ em 4.23 são limitadas ou tendem exponencialmente a zero, pode-se notar:

$$|d_\sigma(t)| \leq \bar{d}_\sigma + \frac{\pi_2}{k_p} \quad (4.24)$$

Seja a seguinte função não negativa de Lure:

$$S_1(\sigma) = \int_0^\sigma \text{sign}(\sin(\frac{\pi}{\epsilon}\tau)) d\tau \quad \text{e} \quad S_2 = \epsilon - S_1 \quad (4.25)$$

Em pontos onde $\sigma(t)$ e $S_1(\sigma(t))$ forem ambos diferenciáveis, o que é válido em quase todo ponto, as derivadas de S_1 e S_2 ao longo das trajetórias de 4.22 valem:

$$\dot{S}_1 = k_p[\rho + d_\sigma \text{sgn}(\sin(\frac{\pi}{\epsilon}\sigma))] \quad \text{e} \quad \dot{S}_2 = -\dot{S}_1 \quad (4.26)$$

onde d_σ é dado por 4.23. Como $\dot{S}_1 \leq k_p\rho + |k_p||d_\sigma|$ e como $\dot{S}_2 < -k_p\rho + |k_p||d_\sigma|$,

majora-se o termo d_σ por $|k_p||d_\sigma| \leq |k_p|\bar{d}_\sigma + \pi_2$, obtendo:

$$\begin{aligned} \text{sgn}(k_p) < 0 & \quad \text{então} \quad \dot{S}_1 \leq -|k_p|(\rho - \bar{d}_\sigma) \leq 0 \\ \text{sgn}(k_p) > 0 & \quad \text{então} \quad \dot{S}_2 \leq -|k_p|(\rho - \bar{d}_\sigma) \leq 0 \end{aligned} \quad (4.27)$$

Conclui-se, tendo em vista que ρ é suficientemente grande, que:

$$\begin{aligned} \text{sgn}(k_p) < 0 & \quad \text{então} \quad \dot{S}_1 \leq -\underline{k}_p(|y_t|e^{-\beta t} + \delta) + \pi_2 \\ \text{sgn}(k_p) > 0 & \quad \text{então} \quad \dot{S}_2 \leq -\underline{k}_p(|y_t|e^{-\beta t} + \delta) + \pi_2 \end{aligned} \quad (4.28)$$

As equações 4.28 são válidas em quase todo ponto, com uma constante positiva arbitrária δ .

Propriedade (a): considere por contradição que $|\sigma(t)|$ escapa em tempo finito $t_1 \in [0, t_M)$. Então, de 4.16, é possível verificar que $|e(t)|$ e $y(t)$ também escapam em $t = t_1$. Portanto, $\exists t_2 \in [0, t_1)$ tal que $|y_t| \geq e^{\beta t}[\delta_1 - \delta \underline{k}_p + \pi_2]/\underline{k}_p, \forall t \in [t_2, t_1)$ onde δ_1 é uma constante positiva arbitrária. Além disso, a partir das equações 4.28 conclui-se que $\dot{S}_1 \leq -\delta_1$ ou que $\dot{S}_2 \leq -\delta_1$ para todo t no intervalo de tempo $[t_2, t_1)$, independentemente de $\text{sign}(k_p)$. Tendo em vista que $\sigma(t)$ escapa em tempo finito, $\exists t_3 \in [t_2, t_1)$ e um k_σ inteiro tal que $\sigma(t_3) = k_\sigma \epsilon$ e que $S_i(t_3) = 0$. De $\dot{S}_i \leq -\delta_1$ conclui-se de $S_i = 0, \forall t > t_3$, o que é uma contradição.

Propriedade (b): Da propriedade (a), e das equações 4.28, e sabendo que π_2 decresce exponencialmente, existe um tempo finito $t_a \geq 0$ tal que $\dot{S}_i \leq -\delta_a, \forall t \geq t_a$. Usando o lema da comparação (Khalil, 2002), $\dot{S}_i \leq -\delta_a(t - t_a) + S_i(t_a), \forall t \geq t_a$. Desta forma existe um tempo finito t_b a partir do qual $S_i(t) = 0, \forall t > t_b$. Quando isto ocorre, o sistema aproxima-se do deslizamento em $\sigma = k\epsilon$. Na vizinhança dos pontos $\sigma = k\epsilon$, pode-se considerar que:

$$\begin{aligned} k \text{ par} & \quad \text{então} \quad \text{sign}\left(\sin\left(\frac{\pi}{\epsilon}\sigma\right)\right) = \text{sgn}(\sigma - k\epsilon) \\ k \text{ ímpar} & \quad \text{então} \quad \text{sign}\left(\sin\left(\frac{\pi}{\epsilon}\sigma\right)\right) = -\text{sgn}(\sigma - k\epsilon) \end{aligned} \quad (4.29)$$

Com essa informação, e considerando a candidata a função de Lyapunov $2V = (\sigma - k\epsilon)^2$, a derivada desta função ao longo das trajetórias vale:

$$\dot{V} = (\sigma - k\epsilon) \overbrace{(\sigma - k\epsilon)}^{\dot{}} \leq -\delta|(\sigma - k\epsilon)|, \forall t \geq t_b \quad (4.30)$$

Portanto um modo deslizante ocorre em tempo finito em um dos pontos $\sigma = k\epsilon$, independentemente do sinal de k_p . \square

Esta técnica de controle foi inspirada no artigo (Drakunov, Özgüner, Dix and Ashrafi, 1995), que mostrou que este mesmo controle é capaz de estabilizar sistemas

cujo ganho tem sinal desconhecido. A idéia fundamental é que, ao utilizar a senóide no controle, quando o ganho do sistema for positivo, os equilíbrios serão os zeros do seno $k\epsilon$, com k par. Se o ganho do sistema for negativo, os equilíbrios serão os zeros do seno $k\epsilon$, com k ímpar.

A aplicação em busca extremal é possível pois o ganho do erro se inverte ao passar pelo ponto extremo. O seguinte teorema, também formulado e demonstrado em (Oliveira et al., 2012), mostra como realizar a busca extremal.

Teorema 4.3.2. *Busca extremal global: Considere o sistema 4.13, com leis de controle 4.16 e 4.19, ρ é um termo suficientemente grande, e referência 4.18. Considere que as hipóteses 4.7, 4.8, 4.9 são válidas. Então:*

- *a vizinhança- Δ \mathcal{D}_Δ é globalmente atrativa, sendo alcançada em tempo finito;*
- *para L_Φ suficientemente pequeno, as oscilações ao redor de y^* podem ser feitas da ordem de $O(\epsilon)$ sendo ϵ vindo de 4.16. Adicionalmente, todos os sinais do sistema em malha fechada são uniformemente limitados, exceto $\sigma(t)$.*

Prova. Consulte (Oliveira et al., 2012) para a prova. □

O teorema 4.3.1 prova que o sistema (4.13), com lei de controle (4.15), e com o ganho ρ suficientemente grande ($\rho > |d_\sigma| + \delta$), é capaz de eliminar o escape em tempo finito e o modo deslizante em $\sigma = k\epsilon$ é atingido em tempo finito para algum inteiro k .

O teorema 4.3.2 demonstra o *extremum seeking* com o método da função periódica.

4.4 Método da função de chaveamento periódica aplicado ao sistema térmico

Deseja-se aplicar o método da função de chaveamento periódica apresentado na seção 4.3 ao sistema térmico. Para tal, será considerado que um integrador precede a planta, conforme a figura 4.7, i. e.:

$$\dot{x} = u \tag{4.31}$$

onde u é a saída do método da função periódica e $x = z_d$ é o *set point* da vazão do sistema térmico.

As hipóteses 4.7, 4.8, 4.9 são satisfeitas devido às características do sistema. Para aplicação dos teoremas 4.3.1 e 4.3.2, resta mostrar que a hipótese 4.10 é satisfeita.

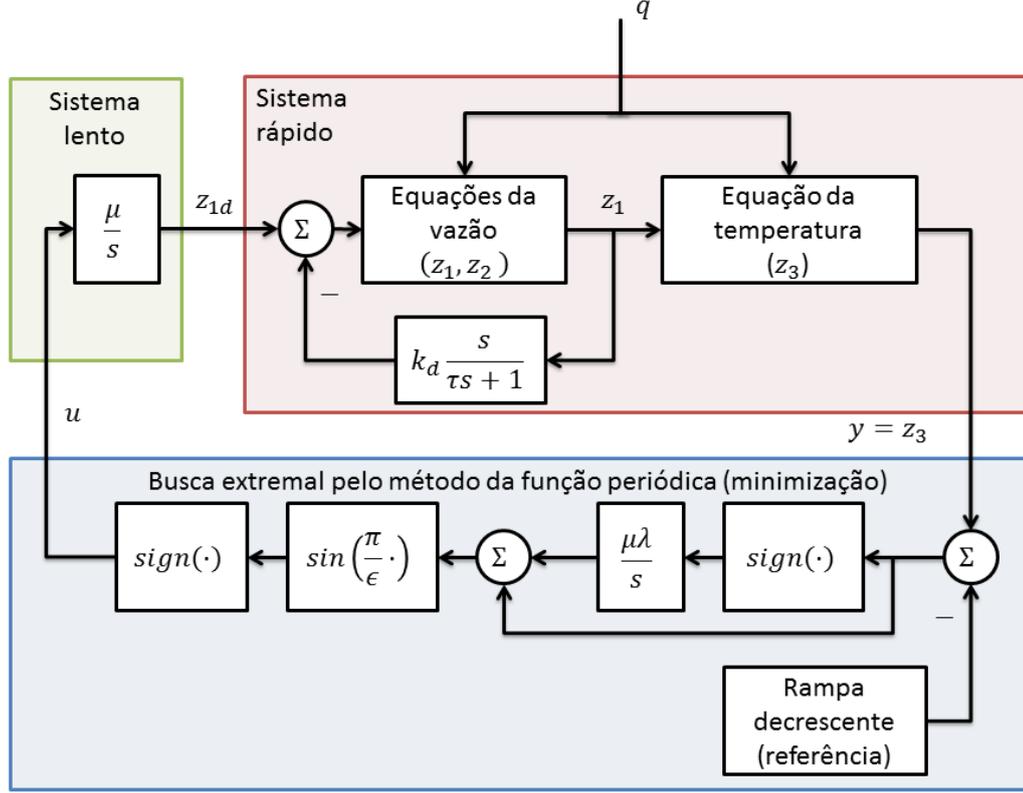


Figura 4.7: Esquema de busca extremal por excitação externa aplicado ao modelo térmico. Um controlador derivativo + Filtro Lead estabiliza a vazão. Em seguida, a temperatura z_3 é minimizada com o controlador da busca extremal.

Na seção 3.3, a estabilidade exponencial do subsistema de vazão foi demonstrada. Considere agora o subsistema de temperatura dado por \dot{z}_3 4.2:

$$\dot{z}_3 = \kappa_1 q - \kappa_2 \alpha_r(z_1, q) z_3 \quad (4.32)$$

onde a entrada deste subsistema é z_1 e a saída z_3 , conforme a figura 4.7.

Considerando q constante (hipótese 3.3), a seguinte candidata a função de Lyapunov é escolhida:

$$2V = \left(z_3 - \frac{\kappa_1 q}{\kappa_2 \alpha_r(z_1)} \right)^2 \quad (4.33)$$

A derivada desta função ao longo das trajetórias de 4.32 é:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \left(z_3 - \frac{\kappa_1 q}{\kappa_2 \alpha_r(z_1)} \right) \left(\kappa_1 q - \kappa_2 \alpha_r(z_1) z_3 - \frac{\kappa_1 q}{\kappa_2 \alpha_r^2(z_1)} \alpha_r'(z_1) \dot{z}_1 \right) \\ &= \kappa_2 \alpha_r(z_1) \left(z_3 - \frac{\kappa_1 q}{\kappa_2 \alpha_r(z_1)} \right) \left[- \left(z_3 - \frac{\kappa_1 q}{\kappa_2 \alpha_r(z_1)} \right) - \frac{\kappa_1 q}{\kappa_2 \alpha_r^2(z_1)} \alpha_r'(z_1) \dot{z}_1 \right] \\ \dot{V} &= \kappa_2 \alpha_r(z_1) (-V/2 + O(\dot{z}_1)) \end{aligned} \quad (4.34)$$

Como $\kappa_2 > 0$ e $\alpha_r(\cdot) > 0$, existe λ tal que:

$$\dot{V} \leq \lambda(-V + O(z_1)) \quad (4.35)$$

O lema da comparação mostra que o equilíbrio $z_3 = \frac{\kappa_1 q}{\kappa_2 \alpha_r(z_1)}$ do sistema 4.32 é exponencialmente estável.

Como ambos os subsistemas que compõem o sistema térmico são exponencialmente estáveis, conclui-se que o sistema térmico completo também é exponencialmente estável, o que satisfaz a hipótese 4.10. Os teoremas 4.3.1 e 4.3.2 podem portanto ser aplicados ao sistema mostrado na figura 4.7 o que prova a convergência do método de busca extremal para o mínimo da temperatura z_3^* .

Conforme visto na seção 4.3, o controle $u(t)$ e a equação para $x(t)$ em 4.13 devem possuir dinâmica mais lenta do que a planta. Como o sistema térmico, dado pelas equações $z_i(t)$ em 4.13, possui dinâmica fixa dada pelas leis da física, o sistema de grau relativo um que precede a planta e o controle devem ser adaptados de forma a ficarem mais lentos do que a planta. Para tal, seja a mudança de escala de tempo:

$$T = t/\mu \quad (4.36)$$

Com isso, a equação do sistema 4.13 torna-se:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dT} &= \mu f(x, \mu T) + \mu g(x, \mu T)u \\ \frac{dz}{dT} &= h(\mu T, x, z) \\ y &= \Phi(z) \end{aligned} \quad (4.37)$$

O controle também passa pela mudança de escala de tempo 4.36. Em particular, a equação 4.16 torna-se:

$$\sigma(\mu T) = e(\mu T) + \mu \lambda \int_0^T \text{sgn}(e(\tau)) d\tau \quad (4.38)$$

Ressalta-se que a mudança de escala de tempo não afeta a análise da estabilidade.

O controle apresentado nesta seção foi validado com o modelo (4.2). Os parâmetros foram escolhidos como: $\mu = 1/3000$, $\rho = 0.1$, $\lambda = 1/30$, $\epsilon = 0.5$. Os resultados podem ser vistos nas figuras 4.8, 4.9, 4.10 e 4.11. Para essa simulação, foi escolhida uma referência constante na temperatura de 71°C .

Nota-se que o método alcançou o valor de $\dot{m} = Z_0 = 8$, que gera o máximo de transferência de calor.

Uma nova simulação foi realizada, desta vez fornecendo uma rampa decrescente como referência para o método da função periódica. O resultado da comparação en-

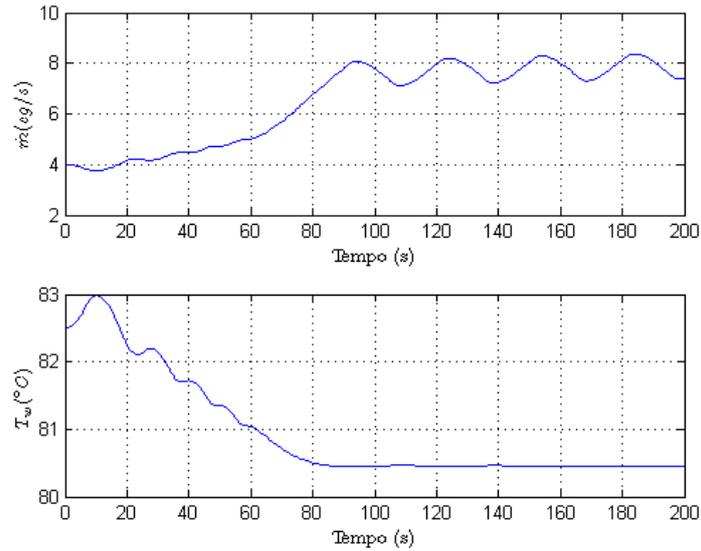


Figura 4.8: Gráficos que ilustram a evolução da vazão mássica $\dot{m} = z_1 + Z_0$ e da temperatura da parede $T_w = T_r + z_3$, com o método da função de chaveamento periódica. Mais uma vez, a vazão tende ao valor ideal de $z_1^* = 8$ e a temperatura da parede tende ao mínimo.

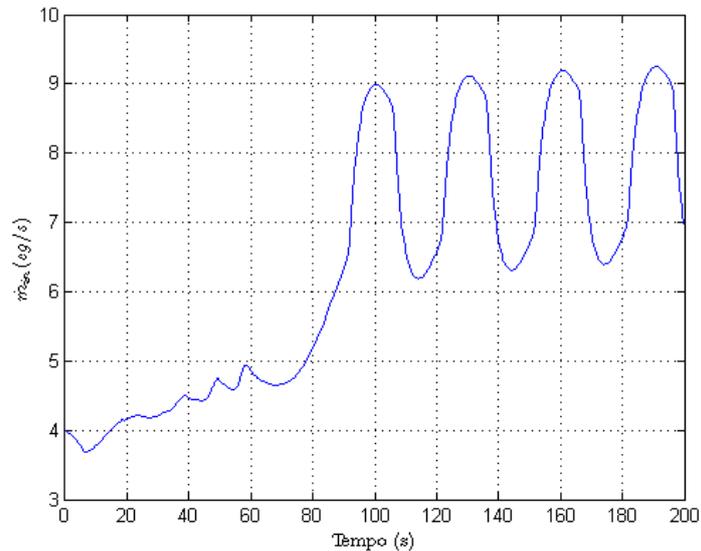


Figura 4.9: Evolução da vazão mássica da bomba \dot{m}_{in} com o método da função de chaveamento periódica.

tre a temperatura desejada e a temperatura do sistema pode ser visto na figura 4.12. Esta figura deixa claro que o método é uma técnica de rastreamento de trajetórias.

Embora haja certo grau de acoplamento entre os parâmetros, seus significados são:

- ρ representa a modulação do controle (assim como a voltagem num motor operando com PWM) e deve ser escolhido suficientemente alto;

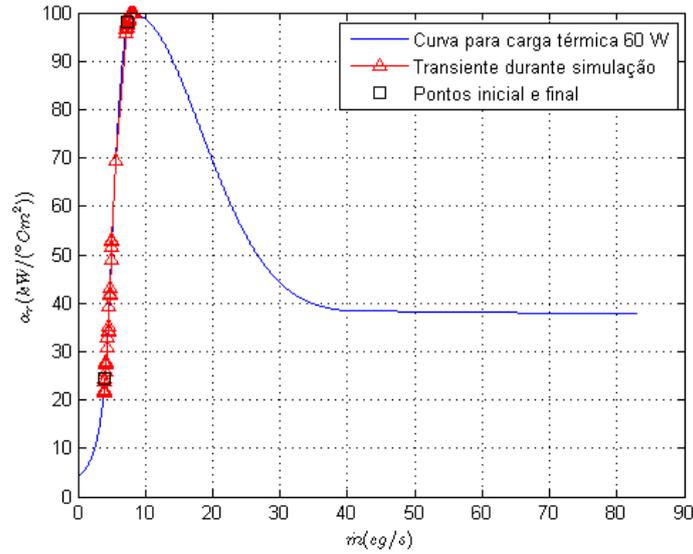


Figura 4.10: Gráfico que ilustra a evolução do coeficiente de transferência de calor α_r com o método da função de chaveamento periódica. O coeficiente de transferência de calor novamente tende ao máximo.

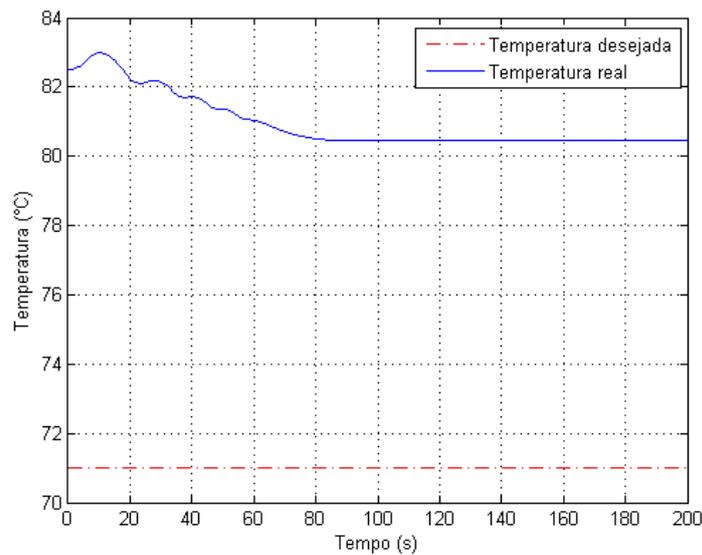


Figura 4.11: Gráfico que ilustra a comparação entre temperatura desejada e temperatura do sistema durante a simulação com o método da função de chaveamento periódica, com referência constante. O sistema tende rapidamente à temperatura mínima z_3^* , onde a operação é mantida.

- λ dá a velocidade de convergência do método;
- ϵ dá o tamanho do resíduo;
- μ é o parâmetro que fornece a separação de escalas de tempo e deve ser escolhido suficientemente pequeno.

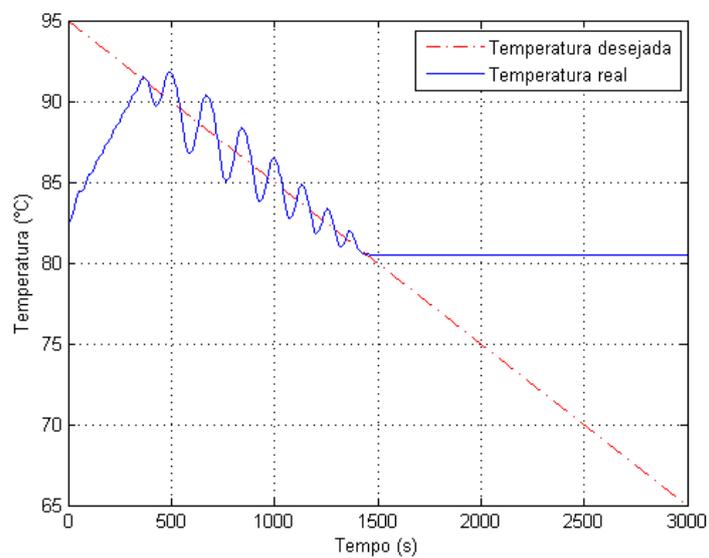


Figura 4.12: Gráfico que ilustra a comparação entre temperatura desejada e temperatura do sistema durante a simulação com o método da função de chaveamento periódica, com referência em rampa decrescente. Este é um método de rastreamento de trajetória e isto fica claro através desta figura. O sistema tende a seguir a trajetória desejada até atingir temperatura mínima z_3^* , onde a operação é mantida.

4.5 Conclusão

Neste capítulo foram propostas duas técnicas distintas com o objetivo de otimizar a transferência de calor e levar o sistema térmico ao ponto de operação cuja temperatura da parede fosse mínima.

A busca extremal com excitação externa converge ao ponto ótimo quando a planta controlada é globalmente assintoticamente estável, uniformemente no parâmetro do controlador. Essa técnica exige a escolha de uma excitação externa por parte do projetista.

O método da função periódica converge ao ponto ótimo para sistemas de malha fechada exponencialmente estável. Embora essa técnica não necessite de excitação externa, é necessário escolher o parâmetro μ de modo a separar as escalas de tempo dos sistemas rápido e lento.

Capítulo 5

Conclusão e trabalhos futuros

Nesta dissertação, foi abordado o problema de estabilização da vazão e de otimização da transferência de calor em uma malha de refrigeração que opera em fluxo bifásico. O desafio de controle residiu na complexidade do sistema e nas incertezas associadas aos parâmetros.

A modelagem dinâmica do sistema térmico levou a um conjunto de equações a parâmetros concentrados semelhante ao oscilador de Van der Pol, mas com estado parcialmente acessível. A identificação deste modelo a partir de dados reais permitiu a validação de todas as técnicas apresentadas.

As técnicas propostas para estabilização da vazão foram:

- controlador puramente derivativo, que requer conhecimento sobre a derivada da vazão para realizar a estabilização do sistema;
- controlador derivativo com observador de ordem reduzida, que tem a vantagem de independer da derivada da vazão, mas que requer conhecimento exato de d , pois este valor está presente na equação do observador;
- controlador derivativo com filtro Lead, que independe do conhecimento da derivada da vazão e do valor exato de d .

As técnicas propostas para otimização da transferência de calor foram:

- Busca extremal com excitação externa, que converge ao ponto ótimo quando a planta controlada é globalmente assintoticamente estável uniformemente no parâmetro do controlador e que exige a escolha de uma excitação externa por parte do projetista;
- Método da função de chaveamento periódica, que converge ao ponto ótimo para sistemas de malha fechada exponencialmente estável.

Como possíveis trabalhos futuros, mencionam-se:

- Busca de outras técnicas de controle de vazão e aprimoramento das técnicas de controle de vazão apresentadas. O fato de o controlador por filtro Lead depender fortemente do parâmetro τ é uma limitação. É importante conhecer exatamente o valor que esta variável deve possuir para que a estabilidade seja garantida, sem depender da aproximação de que este valor é pequeno;
- Realização de comparação de performance entre técnicas de controle da vazão;
- Estudo da influência dos ruídos de medida nas diferentes técnicas de controle da vazão. Este estudo pode ser feito estudando dados reais de vazão, escolhendo um modelo dinâmico que represente as frequências observadas para o ruído observado e inserindo este modelo nas simulações para averiguar seu efeito nas técnicas de controle de vazão;
- Extensão do método da função periódica para graus relativos arbitrários utilizando *tanh* ao invés de *sign*;
- Implementação das técnicas apresentadas em um sistema térmico real.

Referências Bibliográficas

- Ariyur, K. and Krstic, M. (2003), *Real-Time Optimization by Extremum-Seeking Control*, Wiley.
- Atassi, A. and H., K. (2000), ‘Separation results for the stabilization of nonlinear systems using different high-gain observer designs’, *Systems & Control Letters* **39**, 183–191.
- Berghuis, H. and Nijmeijer, H. (1994), Robust control of robots via linear estimated state feedback, *in* ‘IEEE Transactions on automatic control’.
- Boure, J., Bergles, A. and Tong, L. (1973), Review of two-phase flow instability, *in* ‘Nuclear Engineering and Design’, Vol. Volume 25, Issue 2, pp. 165–192.
- Catano, J. (2011), Dynamic modeling and advanced control of vapor compression cycles for electronics cooling, PhD thesis, Faculty of Rensselaer Polytechnic Institute.
- Corradini, M. L. (1997), *Fundamentals of two-phase flow*.
- Drakunov, S., Özgüner, U., Dix, P. and Ashrafi, B. (1995), ‘Abs control using optimum search via sliding modes’, *IEEE Transactions on Control Systems Technology* **3**, 79–85.
- Çengel, Y., Cimbala, J. and Turner, R. (2011), *Fundamentals of Thermal-Fluid Sciences*, McGraw-Hill.
- Garimella, S. V., Fleischer, A. S., Murthy, J. Y., Keshavarzi, A., Prasher, R., Patel, C., Bhavnani, S. H., Venkatasubramanian, R., Mahajan, R., Joshi, Y., Sammakia, B., Myers, B. A., Chorosinski, L., Baelmans, M., Sathya-murthy, P. and Raad, P. E. (2008), Thermal challenges in next-generation electronic systems, *in* ‘IEEE Transactions On Components And Packaging Technologies’.
- Incropera, F. P. (1999), *Liquid Cooling of Electronic Devices by Single-Phase Convection*, Wiley.

- Jain, N. and Alleyne, A. (2015), ‘Exergy-based optimal control of a vapor compression system’, *Energy Conversion and Management* **92**, 353–365.
- Kakac, S. and Bon, B. (2008), A review of two-phase flow dynamic instabilities in tube boiling systems, *in* Elsevier, ed., ‘International Journal of Heat and Mass Transfer’, Vol. 51, pp. 399–433.
- Kang, S.-W., Tsaia, M.-C., Weng, M.-T. and Hsu, C.-H. (2009), ‘Development of thermal spreading technology nowadays’.
- Khalil, H. (2002), *Nonlinear Systems*, Prentice Hall.
- Khalil, H. (2008), High-gain observers in nonlinear feedback control, *in* ‘International Conference on Control, Automation and Systems 2008’.
- Krstic, M., Kanellakopoulos, I. and Kokotovic, P. (1995), *Nonlinear and Adaptive Control Design*, Wiley.
- Lee, J. and Mudawar, I. (2008), ‘Fluid flow and heat transfer characteristics of low temperature two-phase micro-channel heat sinks - part 1: Experimental methods and flow visualization results’, *International Journal of Heat and Mass Transfer* **51**, 4315–4326.
- Lee, J. and Mudawar, I. (2009), ‘Low-temperature two-phase micro-channel cooling for high-heat-flux thermal management of defense electronics’, *IEEE Transactions on Components and Packaging Technologies* **32**, volume **2**, 132–144.
- Li, B. and Alleyne, A. (2009), A full dynamic model of a hvac vapor compression cycle interacting with a dynamic environment, *in* ‘American Control Conference’.
- Lizarralde, F. and Wen, J. T. (2012), Active temperature minimization of micro-thermal-fluid systems using extremum seeking control, *in* ‘Anais do XIX Congresso Brasileiro de Automática’.
- Mukherjee, S. and Mudawar, I. (2002), Smart, low-cost, pumpless loop for micro-channel electronic cooling using flat and enhanced surfaces, *in* ‘Inter Society Conference on Thermal Phenomena’.
- Nesic, D., Tan, Y., Moase, W. H. and Manzie, C. (2010), A unifying approach to extremum seeking: Adaptive schemes based on estimation of derivatives, *in* ‘49th IEEE Conference on Decision and Control’.

- Nijmeijer, H. (1997), Adaptive/robust control of chaotic systems, *in* ‘IUTAM Symposium on Interaction between Dynamics and Control in Advanced Mechanical Systems’.
- Oliveira, T. R., Hsu, L. and Peixoto, A. J. (2011), ‘Output-feedback global tracking for unknown control direction plants with application to extremum-seeking control’, *Automatica* **47**, 2029–2038.
- Oliveira, T. R., Peixoto, A. J. and Hsu, L. (2012), ‘Global real-time optimization by output-feedback extremum seeking control with sliding modes’, *Journal of The Franklin Institute* **349**, 1397–1415.
- Ozawa, M., Akagawa, K., Sakaguchi, T., Tsukahara, T. and Fujii, T. (1979*a*), Flow instabilities in boiling channels part 1. pressure-drop oscillation, *in* ‘Bulletin of the Japan Society of Mechanical Engineers’, Vol. 22, pp. 1113–1118.
- Ozawa, M., Akagawa, K., Sakaguchi, T., Tsukahara, T. and Fujii, T. (1979*b*), Oscillatory flow instabilities in airwater two-phase flow system part 1. pressure-drop oscillation, *in* ‘Bulletin of the Japan Society of Mechanical Engineers’, Vol. 22, pp. 1763–1770.
- Peixoto, A. J. and Oliveira, T. R. (2014), Global output-feedback extremum seeking control for nonlinear systems with arbitrary relative degree, *in* ‘Proceedings of the 19th IFAC World Congress’.
- Prasher, R. S., Dirner, J., Chang, J.-Y., Myers, A., Chau, D., He, D. and Prstic, S. (2007), ‘Nusselt number and friction factor of staggered arrays of low aspect ratio micro-pin fins under cross-flow for water as fluid’, *ASME Journal of Heat Transfer* **129**, 141–153.
- Qu, Z. and Dorsey, J. (1991), Robust tracking control of robots by a linear feedback law, *in* ‘IEEE Transactions on Automatic Control’.
- Tan, Y., Moase, W. H., Nesic, D. and Mareels, L. M. Y. (2010), Extremum seeking from 1922 to 2010, *in* ‘Proceedings of the 29th Chinese Control Conference’.
- Tan, Y., Nesic, D. and Mareels, I. (2006), ‘On non-local stability properties of extremum seeking control’, *Automatica* **42**, 889–903.
- Tummala, R. and Swaminathan, M. (2008), *Introduction to System-on-Package (SOP): Miniaturization of the Entire System*, McGraw-Hill.

- Vidyasagar, M. (1993), *Nonlinear Systems Analysis*, Prentice Hall.
- Weightman, M., Jamet, P., Lyons, J. E., Samaddar, S., Chai, G., Chande, S. K., Godoy, A., Goryachev, A., Guerpinar, A., Lentijo, J. C., Lux, I. and Sumargo, D. E. (2011), Iaea international fact finding expert mission of the fukushima dai-ichi npp accident following the great east japan earthquake, Technical report, International Atomic Energy Agency (IAEA).
- Yin, C., Stark, B., Zhong, S.-M. and Chen, Y. (2012), Global extremum seeking control with sliding modes for output-feedback global tracking of nonlinear systems, *in* ‘IEEE Conference on Decision and Control’.
- Zhang, T., Peles, Y., Wen, J. T., Tong, T., Chang, J.-Y., Prasher, R. and Jensen, M. K. (2010), Analysis and active control of pressure-drop flow instabilities in boiling microchannel systems, *in* Elsevier, ed., ‘International Journal of Heat and Mass Transfer’, Vol. 53, pp. 2347–2360.
- Zhang, T., Wen, J. T., Peles, Y., Catano, J., Zhou, R. and Jensen, M. K. (2011), Two-phase refrigerant flow instability analysis and active control in transient electronics cooling systems, *in* Elsevier, ed., ‘International Journal of Multiphase Flow’, Vol. 37, pp. 84–97.
- Zhang, T., Wen, J. T., Peles, Y., Tong, T., Chang, J.-Y., Prasher, R. and Jensen, M. K. (2010), Micro-thermal-fluid transient analysis and active control for two-phase microelectronics cooling, *in* ‘IEEE Conference on Automation Science and Engineering’.
- Zhao, X. (1998), Stabilization and tracking of the van der pol oscillator, Master’s thesis, B.S. Xidian University.

Apêndice A

Definições auxiliares

Definição Uma função contínua $\beta : R_{\geq 0} \times R_{\geq 0} \rightarrow R_{\geq 0}$ é dita da **classe \mathcal{KL}** se ela for não decrescente no primeiro argumento e convergente para zero no seu segundo argumento.

Definição Considere o sistema B.2, onde ϕ é uma não linearidade em um setor $[\alpha, \beta]$. O sistema é dito **absolutamente estável** se a origem é globalmente uniformemente assintoticamente estável para qualquer linearidade no setor dado.

Definição O sistema $\dot{x} = f(t, x, \epsilon)$ é **globalmente praticamente assintoticamente estável (SPA)**, uniformemente em $(\epsilon_1, \dots, \epsilon_j), j \in \{1, \dots, l\}$ se existir uma função β da classe \mathcal{KL} tal que o que vem a seguir seja respeitado. Para cada par de números reais estritamente positivos (Δ, ν) , existem números reais $\epsilon_k^* = \epsilon_k^*(\Delta, \nu) > 0, k = 1, 2, \dots, j$ e para cada valor fixo $\epsilon_k \in (0, \epsilon_k^*), k = 1, 2, \dots, j$ existe $\epsilon_i = \epsilon_i(\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_{i-1}, \Delta, \nu)$ com $i = j + 1, j + 2, \dots, l$ tais que as soluções do sistema inicialmente mencionado com os parâmetros $\epsilon = (\epsilon_1, \dots, \epsilon_l)$ construídos da forma mencionada satisfaçam:

$$|x(t)| \leq \beta(|x_0|, (\epsilon_1, \dots, \epsilon_l)(t - t_0)) + \nu \quad (\text{A.1})$$

para todo $t \geq t_0 \geq 0, x(t_0) = x_0$ com $|x_0| \leq \Delta$. Se considerarmos que $j = l$, então diz-se que o sistema é SPA estável, uniformemente em ϵ .

Apêndice B

Critério do círculo

Considere uma função escalar $y = h(t, u)$, que satisfaça a desigualdade:

$$\alpha u^2 \leq uh(t, u) \leq \beta u^2 \quad (\text{B.1})$$

para todo t, u , onde α e β são números reais tais que $\beta \geq \alpha$. O gráfico desta função está contido em um setor cujos limites são dados pelas retas $y = \alpha u$ e $y = \beta u$. Diz-se então que h pertence ao setor $[\alpha, \beta]$ (Khalil, 2002). Alguns exemplos de setores que contém não linearidades pode ser vistos na figura B.1.

O critério do círculo aplica-se sistemas com a seguinte estrutura:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \\ u &= -\phi(t, y) \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

onde $x \in R^n$, $u, y \in R^p$, (A, B) é controlável, (A, C) é observável e $\phi : [0, \infty) \times R^p \rightarrow R^p$ é uma não linearidade sem memória, possivelmente variante no tempo, que é contínua por partes em t e localmente Lipschitz em y . Assume-se que a conexão de feedback tem um modelo bem definido no format $u = -\phi(t, Cx + Du)$. A função de transferência $G(s)$ do sistema linear associado a $\{A, B, C, D\}$ é própria. As hipóteses de controlabilidade e observabilidade garantem que $\{A, B, C, D\}$ é uma realização mínima de $G(s)$. A não linearidade ϕ deve satisfazer a definição de setor mencionada no começo desta seção.

Critério do círculo (Khalil, 2002): Considere um sistema escalar da forma B.2, onde $\{A, B, C, D\}$ é uma realização mínima de $G(s)$ e $\phi \in [\alpha, \beta]$. O sistema é absolutamente estável se, no caso $\alpha < 0 < \beta$, $G(s)$ é Hurwitz e o diagrama de Nyquist de $G(j\omega)$ estiver contido no interior do disco $D(\alpha, \beta)$. O disco $D(\alpha, \beta)$ é definido como o círculo que intercepta o eixo real nos pontos $-1/\alpha$ e $-1/\beta$.

Critério do círculo (Vidyasagar, 1993): Considere um sistema escalar da forma

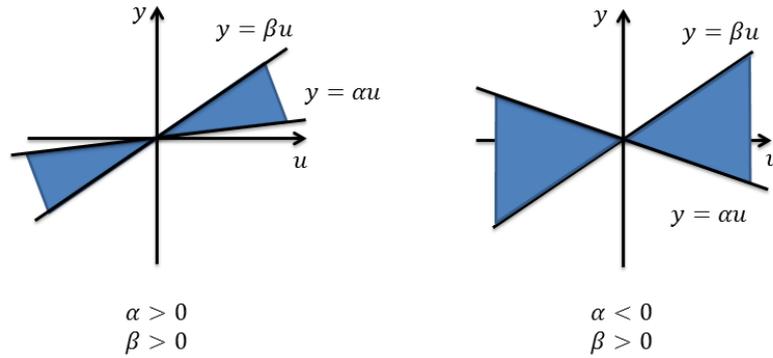


Figura B.1: Exemplos de setores que contém não linearidades. O setor da direita é o setor que engloba a não linearidade f , pois ela pode atingir valores negativos. Fonte: (Khalil, 2002)

B.2. Sejam as seguintes hipóteses: trata-se do caso SISO (uma entrada e uma saída), $\{A, B, C, D\}$ é uma realização mínima de $G(s)$; $\phi \in [\alpha, \beta]$. O disco $D(\alpha, \beta)$ é definido no plano complexo como: $\beta\alpha(x^2 + y^2) + (\beta + \alpha)x + 1 = 0$. O sistema é globalmente exponencialmente estável se, para o caso $a < 0 < b$: A é Hurwitz, $G(j\omega)$ estiver contido no interior do disco $D(\alpha, \beta)$, se $G(j\omega)$ não tocar o círculo.

A não linearidade f do sistema térmico satisfaz a condição de setor B.1, com $\alpha = -f_{min} < 0$ e $\beta = f_{max} > 0$. Portanto, f está contida no setor $[-f_{min}; f_{max}]$. Para aplicar o critério do círculo e demonstrar a estabilidade do sistema na presença desta não linearidade, portanto, são necessários três passos:

- Colocar o sistema no formato B.2;
- Identificar as condições nas quais a função de transferência da parte linear do sistema $G(s)$ é Hurwitz;
- Identificar as condições nas quais o diagrama de Nyquist de $G(j\omega)$ está contido no interior do disco $D(-f_{min}, f_{max})$.

O critério do círculo será aplicado a seguir para realizar a prova de estabilidade do sistema térmico com o controlador derivativo + Filtro Lead.