



MODELAGEM DA DINÂMICA DA QUALIDADE DE PRODUTOS EM UM DUOPÓLIO

Vidis Jack Cutipa Arapa

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Amit Bhaya

Rio de Janeiro
Dezembro de 2014

MODELAGEM DA DINÂMICA DA QUALIDADE DE PRODUTOS EM UM
DUOPÓLIO

Vidis Jack Cutipa Arapa

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO
ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE
ENGENHARIA (COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE
JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A
OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA
ELÉTRICA.

Examinada por:

Prof. Amit Bhaya, Ph.D.

Prof. Eugenius Kaszkurewicz, D.Sc.

Prof. Luiz Fernando Loureiro Legey, Ph.D.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL
DEZEMBRO DE 2014

Cutipa Arapa, Vidis Jack

Modelagem da dinâmica da qualidade de produtos em um duopólio/Vidis Jack Cutipa Arapa. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2014.

XV, 80 p.: il.; 29, 7cm.

Orientador: Amit Bhaya

Dissertação (mestrado) – UFRJ/COPPE/Programa de Engenharia Elétrica, 2014.

Referências Bibliográficas: p. 67 – 68.

1. Duopólio. 2. Qualidade. 3. Dinâmica de sistemas.
I. Bhaya, Amit. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Elétrica. III. Título.

*A meus pais, meus irmãos, e
toda minha família, obrigado.*

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a minha família pelo apoio dado durante todos esses anos de educação e, acima de tudo, pelo amor. Meus pais, minha irmã, meu irmão, e meu sobrinho por sua contagiante alegria. Ao Prof. Amit Bhaya devo agradecer pelo apoio nesta dissertação. A meus colegas do laboratório NACAD e da escola UFRJ. Agradeço a todos os examinadores por terem aceitado o convite para participar da banca desta dissertação. Finalmente à COPPE/UFRJ pela oportunidade de realizar o mestrado.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

MODELAGEM DA DINÂMICA DA QUALIDADE DE PRODUTOS EM UM DUOPÓLIO

Vidis Jack Cutipa Arapa

Dezembro/2014

Orientador: Amit Bhaya

Programa: Engenharia Elétrica

Neste trabalho utiliza-se a qualidade do produto como a variável para estudar a competição em um duopólio. Recentemente, foi proposto um sistema dinâmico não-linear para modelar a dinâmica das variáveis de qualidade de um produto a partir das interações em um duopólio entre duas empresas rivais. Neste modelo, quando a velocidade de adaptação da variável qualidade do produto em função da demanda do cliente alcança um certo valor, as trajetórias do sistema podem convergir para um ciclo limite. Entretanto, para uma faixa ampla de valores, o modelo exibe comportamento caótico e contra-intuitivo, quando comparado com observações de duopólios reais que tendem a se equilibrar em torno de valores ótimos de qualidade. Esta dissertação propõe modificações devidamente justificadas, tais como referências externas de qualidade mínima, realimentações internas e saturações, que preservam as principais características da dinâmica de competição do duopólio, porém resultam em trajetórias que convergem a valores fixos de qualidade ou então oscilam lentamente em torno destes valores fixos, diminuindo significativamente as oscilações rápidas ou caóticas da variável qualidade presentes no modelo anterior.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

MODELING THE DYNAMICS OF PRODUCT QUALITY IN A DUOPOLY

Vidis Jack Cutipa Arapa

December/2014

Advisor: Amit Bhaya

Department: Electrical Engineering

This dissertation uses product quality as a variable to study dupolistic competition. Such a model was proposed recently, using nonlinear dynamics in product quality to emulate the interactions between two rival firms in duopolistic competition. In this model, when the speed of adaptation of quality as a function of customer demand reaches a certain value, its trajectories may converge to a limit cycle. However, for a large range of values, the model exhibits chaotic and non-intuitive behavior, when compared to observations of real duopolies which tend to equilibrium around optimal quality values. This dissertation proposes some modifications, duly justified, such as the introduction of minimal quality level references, some internal feedback and saturation, which preserve the main characteristics of dupolistic competitive dynamics, but result in trajectories that converge to fixed quality values or oscillate slowly in the neighborhood of the latter, significantly reducing fast or chaotic oscillations that were present in the previous model.

Sumário

| | |
|--|-----------|
| Lista de Figuras | xi |
| Lista de Tabelas | xv |
| 1 Introdução | 1 |
| 1.1 Motivação e breve revisão bibliográfica | 1 |
| 1.2 Objetivos | 4 |
| 1.3 Estrutura | 4 |
| 2 Revisão da dinâmica de sistemas | 5 |
| 2.1 Dinâmica de sistemas | 5 |
| 2.2 Diagramas de causa-efeito | 6 |
| 2.3 Comportamentos da dinâmica de sistemas | 7 |
| 2.3.1 Crescimento exponencial | 7 |
| 2.3.2 Busca de metas | 7 |
| 2.3.3 Oscilações | 8 |
| 2.4 Modos derivados de comportamento | 8 |
| 2.4.1 Crescimento em forma de S | 9 |
| 2.4.2 Sobressinal | 9 |
| 2.4.3 Sobressinal e Colapso | 9 |
| 2.5 Outros modos de comportamento | 11 |
| 2.6 Estoques e fluxos | 11 |
| 3 Estudo do modelo <i>SICEQ</i> | 13 |
| 3.1 Qualidade | 13 |
| 3.1.1 Percepção da qualidade | 14 |
| 3.2 Descrição do modelo <i>SICEQ</i> | 15 |
| 3.3 Equações do laço positivo de melhoria da qualidade do produto | 18 |
| 3.4 Modelagem da variação dos atrasos internos das empresas | 25 |
| 3.5 Equações do laço negativo e as constantes do tempo τ_{if} e τ_{ic} | 26 |
| 3.6 Resumo das equações do modelo <i>SICEQ</i> | 29 |
| 3.7 Resultados das simulações do modelo <i>SICEQ</i> | 31 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| 3.8 | Exemplo de aplicação do modelo <i>SICEQ</i> | 36 |
| 3.8.1 | Modelo causa-efeito do crescimento do mercado celular | 36 |
| 3.8.2 | Implementação do modelo de difusão | 37 |
| 3.8.3 | Modelo de crescimento celular num duopolio | 39 |
| 4 | Propostas de modificações no modelo <i>SICEQ</i> | 43 |
| 4.1 | Mudança nas constantes de tempo dos atrasos internos das empresas τ_{mf} e τ_{mc} | 43 |
| 4.1.1 | Resultados das mudanças de τ_{mf} e τ_{mc} | 44 |
| 4.2 | Realimentação na saída das qualidades | 45 |
| 4.3 | Eliminando as oscilações do modelo <i>SICEQ</i> | 49 |
| 4.3.1 | Estabelecimento de um padrão mínimo de qualidade | 49 |
| 4.4 | Saturação das Qualidades | 52 |
| 4.5 | Viés | 54 |
| 5 | Proposta de novo modelo de duopólio competitivo com imposição de padrão mínimo de qualidade | 55 |
| 5.1 | Mudança das constantes do tempo τ_{mf} e τ_{mc} junto com as reali- mentações nas saídas | 55 |
| 5.2 | Modelo com τ_{mfMOD} , τ_{mcMOD} , realimentação na saída, e qualidades mínimas | 56 |
| 5.2.1 | Simulação com k fixo e variação conjunta das qualidades mínimas | 58 |
| 5.2.2 | Simulação com as qualidades mínimas iguais e fixas e variação do parâmetro k | 59 |
| 5.2.3 | Simulação com as qualidades mínimas diferentes, e variação do parâmetro k | 60 |
| 5.3 | Modelo Final, com τ_{mfMOD} , τ_{mcMOD} , realimentação na saída, quali- dades mínimas, Saturação, e Viés | 61 |
| 5.4 | Equações do Modelo Final(Modelo proposto) | 61 |
| 5.5 | Diagrama de blocos do modelo proposto | 63 |
| 6 | Conclusões | 65 |
| 6.0.1 | Trabalhos futuros | 66 |
| | Referências Bibliográficas | 67 |
| A | Pontos de equilíbrio do modelo <i>SICEQ</i> | 69 |
| B | Códigos em Berkeley Madonna e <i>iThink</i> | 72 |
| B.1 | Código em Berkeley Madonna do modelo final | 72 |

| | | |
|-----|---|----|
| B.2 | Código em <i>iThink</i> do modelo <i>SICEQ</i> | 74 |
| B.3 | Código em <i>iThink</i> do modelo DUTTA e SRIDHAR [1] | 77 |

Lista de Figuras

| | | |
|-----|---|----|
| 2.1 | Diagrama causa-efeito da adoção de um produto novo. Fonte STERMAN [2] | 6 |
| 2.2 | Exemplo de crescimento exponencial. Fonte STERMAN [2] | 7 |
| 2.3 | Exemplo de busca de metas. Fonte STERMAN [2] | 8 |
| 2.4 | Exemplo de malha causal de realimentação que leva a oscilações. Fonte STERMAN [2] | 9 |
| 2.5 | Exemplo de crescimento em forma de S. Fonte STERMAN [2] | 10 |
| 2.6 | Exemplo de crescimento em forma de S com <i>Sobressinal</i> . Fonte STERMAN [2] | 10 |
| 2.7 | Exemplo de Sobressinal e Colapso. Fonte STERMAN [2] | 11 |
| 2.8 | Figura de estoque e fluxos. Fonte do livro STERMAN [2] | 12 |
| 3.1 | Diagrama de laços causa-efeito entre as variáveis propostas no modelo <i>SICEQ</i> . Fonte SICE <i>et al.</i> [3] | 15 |
| 3.2 | Diagrama de blocos do modelo <i>SICEQ</i> desenhado a partir da figura 2 em SICE <i>et al.</i> [3] | 17 |
| 3.3 | Modelo da percepção do competidor da qualidade da firma. O desenho foi feito utilizando o software <i>iThink</i> , e as variáveis são descritas na tabela 3.1, ($\tau_p = \tau_p$) | 18 |
| 3.4 | Comparação entre a qualidade da firma <i>FQ</i> e a percepção do competidor da qualidade da firma <i>CPFQ</i> . Configuração padrão do modelo <i>SICEQ</i> | 19 |
| 3.5 | Qualidade do competidor <i>CQ</i> , Percepção da qualidade da firma do competidor <i>CPFQ</i> , e a diferença entre elas plotadas contra tempo, mostrando diferença de fase e amplitude. Configuração padrão do modelo <i>SICEQ</i> | 20 |
| 3.6 | Melhoria desejada para a qualidade do competidor <i>DICQ</i> , e a diferença entre a percepção da qualidade da firma e a qualidade do competidor. Configuração padrão do modelo <i>SICEQ</i> | 20 |

| | | |
|------|---|----|
| 3.7 | Melhoria desejada $DICQ$ e a taxa de melhoria para a qualidade do competidor $DIRCQ = DICQ/\tau_{ic}$. Configuração padrão do modelo $SICEQ$ | 21 |
| 3.8 | Modelo da atual taxa de melhoria de qualidade do competidor, desenhado utilizando o software <i>iThink</i> , ($\tau_{mc}=\tau_{mc}$, $\theta=\theta$) | 22 |
| 3.9 | Comparação entre a taxa de melhoria desejada $DIRCQ$ e θ_{c1} , corresponde as equações 3.6, 3.7, e 3.8, desfasagem por causa de τ_{mc} . Configuração padrão do modelo $SICEQ$ | 22 |
| 3.10 | Comparação entre θ_{c1} e θ_{c2} , corresponde as equações 3.9, e 3.10, desfasagem por causa de τ_{mc} . Configuração padrão do modelo $SICEQ$ | 23 |
| 3.11 | Comparação entre θ_{c2} e $AIRCQ$, corresponde as equações 3.11, 3.12, e e 3.13, desfasagem por causa de τ_{mc} . Configuração padrão do modelo $SICEQ$ | 23 |
| 3.12 | Modelo da dinâmica da qualidade do competidor desenhado utilizando o software <i>iThink</i> , ($\tau_d=\tau_d$) | 24 |
| 3.13 | Comparação entre $AIRCQ$ e CQ , desfasagem por causa de τ_d , ver equação 3.14. . Configuração padrão do modelo $SICEQ$ | 24 |
| 3.14 | Diagrama causa-efeito da constante de tempo para τ_{mf} , e τ_{mc} . Baseada em SICE <i>et al.</i> [3] | 25 |
| 3.15 | Relação da constante de tempo do atraso interno da firma τ_{mf} versus a qualidade da firma FQ | 26 |
| 3.16 | Comparação das constantes de tempo τ_{mf} e τ_{mc} | 27 |
| 3.17 | Modelo do reconhecimento do cliente da diferença das qualidades, ($\tau_c=\tau_c$) | 27 |
| 3.18 | Comparação entre a diferença das qualidade QD , e o reconhecimento do cliente da diferença de qualidade $CRQD$ | 28 |
| 3.19 | Relação das constantes de tempo efetiva da melhoria τ_{if} e τ_{ic} vs $CRQD$ | 29 |
| 3.20 | Comparação das constantes de tempo τ_{if} e τ_{ic} | 30 |
| 3.21 | Diagrama do modelo $SICEQ$ de estoques e fluxos em <i>iThink</i> , a parte superior corresponde ao processo de melhoria da qualidade da firma, a parte meia ao processo de reconhecimento da diferença de qualidade por parte do cliente, e finalmente a parte inferior ao processo de melhoria da qualidade do competidor. | 32 |
| 3.22 | Ciclo limite entre a qualidade da firma FQ e a qualidade do competidor CQ | 33 |
| 3.23 | Plano de fase mostrando as oscilações caóticas entre as qualidades da firma e competidor | 33 |
| 3.24 | Qualidades da firma e do competidor versus o tempo | 34 |

| | | |
|------|---|----|
| 3.25 | Diagrama de bifurcação para a qualidade da firma FQ do modelo, mostrando diferentes regiões do parâmetro a . Fonte SICE <i>et al.</i> [3] | 35 |
| 3.26 | Mostrando a variação da qualidade da firma FQ , para 4 valores da taxa de transição a | 35 |
| 3.27 | Diagrama causa-efeito do mercado celular num duopolio. Fonte DUTTA e SRIDHAR [1] | 38 |
| 3.28 | Diagrama do modelo de difusão básico. Fonte STERMAN [2] | 38 |
| 3.29 | Potenciais adotantes que viram adotantes | 39 |
| 3.30 | Gráfica mostrando os Inovadores, Novos adotantes, os Imitadores, e o fenômeno de sobressinal e colapso | 39 |
| 3.31 | Modelo de difusão modificado para um duopólio. O modelo da figura 3.31 é duplicado, onde temos em comum os potenciais adotadores para a firma e a competidora, os adotadores finais são os clientes da firma e a competidora. | 40 |
| 3.32 | Crescimento da carteira de clientes de Bharti(F) e Sterling(C) | 41 |
| 3.33 | Modelo para um mercado celular usando um duopolio de competição | 42 |
| 4.1 | τ_m and τ_m invertido versus time | 44 |
| 4.2 | Qualidades da firma e competidor oscilando com as mesmas características do modelo $SICEQ$ (Figura 3.24), quando τ_{mfMOD} e τ_{mcMOD} são utilizados | 46 |
| 4.3 | Qualidades da firma e competidor tendem para zero, quando as constantes de tempo τ_{mfMOD} e τ_{mcMOD} são utilizadas | 46 |
| 4.4 | Escape em tempo finito das qualidades das firmas, com a utilização das constantes de tempo τ_{mfMOD} e τ_{mcMOD} | 47 |
| 4.5 | Gráfico do efeito das variações nas Condições Iniciais na qualidade da firma FQ . Detalhes do experimento estão no texto. | 47 |
| 4.6 | Qualidades das empresas do modelo $SICEQ$ com realimentação na saída, para $k = 1$ | 48 |
| 4.7 | Valores de τ_{mf} <i>Mean</i> e <i>Final</i> versus a variação do parâmetro k | 49 |
| 4.8 | Modelo $SICEQ$ com qualidades mínimas na saída $minf$ e $minc$. Em regime estacionário $FQ = minf$, e CQ é maior ao valor de $minc$ | 51 |
| 4.9 | τ_{mf} para 3 valores de $minf$, mostrando que as oscilações cessam em regime | 52 |
| 4.10 | Variação da qualidade da firma para diferentes valores de sat | 53 |
| 4.11 | Percepção do competidor da qualidade da firma $CPFQ$, para vários valores do parametro de saturação sat em 4.17, e 4.18 | 53 |
| 4.12 | Qualidade da firma FQ vs $vies$ | 54 |
| 5.1 | Crescimento da Qualidade da firma FQ para variações de k | 57 |

| | | |
|-----|--|----|
| 5.2 | Comparação entre FQ e CQ , com as mudanças de τ_{mfMOD} , τ_{mcMOD} , e realimentações nas saídas, condições iniciais iguais a 50 exceto para a condição inicial de CQ que é 40, e o valor para $k = 50$ | 57 |
| 5.3 | Qualidade da firma FQ versus a variação conjunta e igual de $minf$ e $minc(minf=minc)$, condições iniciais iguais ao modelo $SICEQ$, $k = 1$ | 59 |
| 5.4 | Qualidade da firma FQ versus k , com as qualidades mínimas iguais e fixas ($minf=minc=100$), e condições iniciais ao modelo $SICEQ$. . | 59 |
| 5.5 | Diferença entre as Qualidades da firma e competidor versus k , condições iniciais iguais ao modelo $SICEQ$, $minf = 200$, $minc = 100$ | 60 |
| 5.6 | Comparação entre FQ e CQ versus tempo, com os câmbios de τ_{mfMOD} , τ_{mcMOD} , realimentações nas saídas, e qualidades mínimas . . | 61 |
| 5.7 | Diagrama de blocos do modelo novo proposto, com as mudanças marcadas pela nomenclatura utilizada para cada uma. | 64 |

Lista de Tabelas

| | | |
|-----|--|----|
| 3.1 | Tabela da nomenclatura. Fonte SICE <i>et al.</i> [3] | 16 |
| 3.2 | Tabela da nomenclatura do modelo DUTTA e SRIDHAR [1] | 37 |
| 4.1 | Resumo das equações do modelo <i>SICEQ</i> | 45 |

Capítulo 1

Introdução

Este capítulo apresenta brevemente os conceitos de duopólio, citando os modelos principais e as críticas feitas a estes, que serviram como motivação para uma proposta recente de um modelo dinâmico de SICE *et al.* [3]. Entretanto, este modelo também é passível de certas críticas, apresentadas resumidamente neste capítulo, como motivação para a introdução de uma nova proposta nesta dissertação. Ao longo da discussão, as principais referências são citadas, servindo como uma revisão bibliográfica do tema.

1.1 Motivação e breve revisão bibliográfica

É consenso que, no contexto de competição industrial, a qualidade do produto é fator fundamental na determinação da competitividade de uma empresa. Entretanto, é preciso especificar qual o significado de qualidade. Produtos que possuem qualidade podem ser definidos como aqueles que consistentemente atendem às exigências de funcionalidade, *design*, preço e disponibilidade para o cliente e, ao mesmo tempo, para a empresa, representam um custo aceitável, com poucos defeitos, etc.

Existem duas estruturas importantes na taxonomia teórica de mercados: competição pura, envolvendo muitos competidores de pequeno porte, e monopólios puros, quando há apenas uma empresa grande no mercado. Entretanto, no mundo real, há muitas situações entre estes extremos. Se existem diversos competidores no mercado, porém não tantos de modo que cada um possui efeito não negligenciável no preço, a situação é descrita como oligopólio. Existem muitos modelos relevantes, pois existem vários comportamentos distintos para empresas em um ambiente oligopolístico. O caso mais estudado na literatura, é o de duas firmas: um duopólio. Este caso permite modelar os aspectos mais importantes da interação estratégica entre firmas, e também será o objeto de estudo desta dissertação.

A teoria de duopólios se ocupa de entender e prever o comportamento de firmas em situações de interação de tomada de decisão entre empresas (vendedoras) inter-

dependentes. Na teoria clássica, cada duopolista formula uma hipótese específica sobre a natureza de reações competitivas do rival FELLNER [4]. Cada duopolista utiliza esta hipótese sobre o comportamento previsto do rival para tentar alcançar um equilíbrio. A teoria clássica de duopólios procura caracterizar condições de equilíbrio de fenômenos dinâmicos utilizando modelos essencialmente estáticos. Baseado no trabalho pioneiro de Cournot, muitos pesquisadores desenvolveram e estudaram diversos modelos de oligopólios, com o foco principal de estabelecer condições para a existência e unicidades de equilíbrios. Resultados básicos sobre esta fase de pesquisa podem ser vistos em DAUGHETY [5], VARIAN [6]. Mais recentemente, o foco tem sido a extensão destas ideias clássicas utilizando a teoria de jogos e estudar extensões dinâmicas dos modelos clássicos (ver BISCHI *et al.* [7]).

Von Stackelberg [8], in 1934, explicitou a ideia de que, em muitas indústrias, existe um líder natural do mercado, os outros sendo seguidores. Nestes modelos, que hoje levam o nome Stackelberg, mudanças de preço ou qualidade feitas pelo líder são seguidos ou imitados pelos seguidores, e, adicionalmente, supõe-se que o líder sabe que os seguidores farão seus ajustes de modo previsível. Em diversos estudos de modelos do tipo Stackelberg, estes ajustes são feitos no período imediatamente após a mudança do líder. Entretanto, quando o líder introduz uma mudança de preço/qualidade e o seguidor reage fazendo seu ajuste correspondente, sabe-se que, na realidade, esses ajustes são feitos simultaneamente por ambos, ao longo de um determinado período de tempo. Sendo assim, qual das empresas/indústrias escolherá ser líder? Von Stackelberg argumentou que escolher liderança proporcionaria maiores fatias de mercado e, portanto, maiores lucros, porém não considerou o caso da escolha simultânea de liderança por ambas as empresas. De fato, os modelos lineares e estáticos empregados na maioria das análises não permitiria a análise de escolhas simultâneas de liderança. Neste contexto, as seguintes críticas tem sido feitas em relação aos modelos do tipo Stackelberg: (i) em modelos dinâmicos, liderança faz sentido apenas em determinados períodos de tempo; (ii) duopolistas maximizam lucro ao longo de um intervalo de tempo e não o lucro em um único intervalo de tempo; (iii) as suposições feitas sobre o comportamento do rival podem estar equivocadas; (iv) embora haja aquisição de informação ao longo do tempo, supõe-se que duopolistas tipo Stackelberg mantêm suas expectativas originais sobre o comportamento do rival.

Tendo em vista estas críticas, SICE *et al.* [3] propuseram um modelo de duopólio competitivo. Neste modelo, supõe-se que qualidade é a variável mais importante e que determina a demanda para o produto e está envolvida no processo dinâmico da disputa pela liderança. Outro fator importante que o modelo de Sice *et al.* leva em conta é a presença essencial de atrasos para realizar mudanças, em processos industriais, visando à melhoria de qualidade.

Deve ser notado também que é difícil formular uma definição de qualidade, pois ela depende de diversos fatores e reflete relações complexas entre as exigências de consumidores e capacidade da empresa para atender tais exigências. Por estas razões, a abordagem tradicional de economistas tem sido a simplificação do modelo através de linearização, embora esta pode ser enganadora.

A abordagem tradicional de dinâmica de sistemas possibilita incluir não linearidades, porém ainda enfatiza a busca de equilíbrios, por estar focado na geração de políticas estabilizantes. SICE *et al.* [3] propôs um dos primeiros modelos no qual há certas não-linearidades e, por construção do modelo, as qualidades do produto de cada uma das empresas estão defasadas, de modo que há uma alternância (periódica) da liderança entre as empresas. Sice e coautores enfatizam que esta alternância é potencialmente caótica, atribuindo-a ao fato de estarem envolvidas em um jogo não-cooperativo de melhora de qualidade. Baseado nesta alternância, propõem que os dois atores de um duopólio sejam referidos apenas como *firma* e *competidor*, ao invés de líder e seguidor. Este trabalho também adotará esta nomenclatura.

Nesta dissertação, argumenta-se que a alternância caótica de qualidade é raramente vista em situações reais. Na realidade, percebe-se que o modelo de Sice e coautores está inspirado em modelos de osciladores não-lineares acoplados, que têm sido objeto de estudo por serem excelentes exemplos de sistemas dinâmicos caóticos. Neste contexto, neste trabalho propõem-se uma série de modificações, com justificativas baseadas no comportamento do modelo, bem como na literatura sobre qualidade em duopólios, para chegar a um modelo que exhibe comportamento mais natural em relação à alternância de liderança.

Para modelar a qualidade dos produtos em um duopólio, SICE *et al.* [3] propõem uma abordagem utilizando a dinâmica de sistemas (Systems Dynamics), referido daqui em diante pela sigla SD. A dinâmica de sistemas é uma metodologia de modelagem e simulação computacional para o enquadramento, compreensão e discussão de questões e problemas complexos, segundo o proponente, professor Jay W. Forrester do Instituto de Tecnologia de Massachusetts, que criou esta disciplina em meados da década de 1950. Desde então, a abordagem SD tem se tornado bastante utilizada, mormente nas *Business Schools* pelo mundo afora. Como exemplos de livros textos nesta área, podem ser citados *Business Dynamics Systems Thinking and Modeling for a Complex World* de STERMAN [2] e *Dynamic Modeling for Business Management An Introduction* de MCGARVEY e HANNON [9]. Maiores detalhes sobre a parte desta abordagem relevante para esta dissertação são fornecidos no capítulo 2.

1.2 Objetivos

Em síntese, o objetivo deste trabalho é analisar o comportamento da qualidade de um produto em um duopólio, tomando por base o modelo proposto por SICE *et al.* [3]. Especificamente, os seguintes itens detalham os objetivos desta dissertação:

- Apresentar um estudo detalhado do modelo de Sice et al., mostrando que o mesmo é fortemente oscilatório em termos das qualidades do produto das duas empresas envolvidas no duopólio, com regimes caóticos presentes para faixas amplas de parâmetros do modelo;
- Apresentar uma série de modificações ao modelo de Sice et al., para alterar estes comportamentos que são contra-intuitivos e raramente vistos em situações reais. Cada modificação é justificada ou em termos do comportamento mais razoável, ou pela citação de uma característica conhecida na literatura, porém ausente no modelo original de Sice et al.
- Apresentar um estudo, através de simulações, do modelo modificado, para mostrar a ausência de comportamentos contra-intuitivos.

1.3 Estrutura

Este trabalho está estruturado da seguinte forma:

- Capítulo 2 introduz um resumo breve da abordagem de dinâmica de sistemas (SD), apresentando as ferramentas e estruturas básicas utilizadas para modelar um sistema.
- Capítulo 3 aborda o conceito de qualidade e percepção de qualidade, para então se aprofundar no estudo do modelo de SICE *et al.* [3]. O capítulo termina apresentando um exemplo de aplicação do modelo em um mercado competitivo de celulares.
- Capítulo 4 introduz, sequencialmente, as mudanças propostas nesta dissertação. São estudadas separadamente, detalhando os efeitos, nem todos desejados, de cada uma.
- Capítulo 5 acopla todas as mudanças feitas no capítulo 4 em um único modelo, representando o modelo final proposto. Realizam-se os ajustes paramétricos necessários para obter um comportamento razoável das qualidades dos produtos das empresas. Simulações investigam e verificam o comportamento das qualidades do produto de cada uma das firmas.
- Capítulo 6 apresenta as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

Capítulo 2

Revisão da dinâmica de sistemas

Este capítulo apresenta um resumo breve da dinâmica de sistemas, descrevendo as ferramentas para modelar um sistema, tais como as estruturas de crescimento exponencial, busca de metas, oscilações, e os modos de comportamento derivados como "crescimento em forma de S", "Sobressinal", "Sobressinal e colapso".

2.1 Dinâmica de sistemas

A dinâmica de sistemas é uma poderosa metodologia de modelagem e simulação computacional para o enquadramento, compreensão e discussão de questões e problemas complexos. Esta disciplina foi criada em meados da década de 1950 pelo professor Jay W. Forrester, do Instituto de Tecnologia de Massachusetts. Forrester chegou no MIT em 1939 para o estudo de pós-graduação em engenharia elétrica. Experiências de Forrester como gerente o levaram a concluir que o maior obstáculo ao progresso não vinha do lado da engenharia de problemas industriais, porém sim do lado da gestão. Isto porque, argumentou ele, os sistemas sociais são muito mais difíceis de compreender e controlar do que os sistemas físicos. Em 1956, Forrester aceitou um cargo de professor na Escola de gestão recém-formada no *MIT*. Seu objetivo inicial foi determinar como sua experiência em ciência e engenharia poderia ser exercida, de alguma forma útil, sobre as questões centrais que determinam o sucesso ou o fracasso de empresas. Percepções de Forrester sobre os fundamentos comuns de engenharia e gestão, o que levaram à criação da dinâmica de sistemas. A partir de cálculos feitos a mão utilizando a estrutura *Stock - Flow - Feedback* das plantas da *General Electric (GE)*, que incluiu a estrutura de tomada de decisão corporativa existente para a contratação e demissões, Forrester foi capaz de mostrar como a instabilidade no emprego na *GE* deveu-se à estrutura interna da empresa e não a um fato externo, como o ciclo de negócios. Estas simulações a mão foram o início do campo da dinâmica de sistemas. Durante o final dos anos 1950 e início dos anos 1960, Forrester e uma equipe de estudantes de pós-graduação

desenvolveram o campo emergente da dinâmica de sistemas, de forma rápida, desde a fase de simulação a mão para a fase formal de modelagem computacional. Richard Bennett criou a primeira dinâmica de sistemas de linguagem de modelagem de computador chamado SIMPLE (simulação de problemas Gestão Industrial com lotes de Equações), e na primavera de 1958, Phyllis Fox e Alexander Pugh escreveram a primeira versão do DYNAMO (modelos dinâmicos), uma melhor versão do SIMPLE, e a linguagem dinâmica de sistemas, que se tornou o padrão da indústria por mais de 30 anos. Forrester publicou o primeiro, e ainda clássico, livro intitulado "Dinâmica Industrial" em 1961 FORRESTER [10]. A dinâmica de sistemas tenta encontrar os fatores que causam comportamentos característicos do sistema. Em seguida a maneira em que o sistema reage as mudanças associadas a estes fatores são observados. Baseados nestas reações, as mudanças nas políticas são sugeridas. Desta forma o principal propósito da dinâmica de sistemas é melhorar o entendimento do sistema e sugerir mudanças nas regras de tomada de decisões para melhorar o desempenho. A dinâmica de sistemas é fundamentalmente usada para entender a política de decisões e as reações dos sistemas a essas decisões (realimentações).

2.2 Diagramas de causa-efeito

Na metodologia de dinâmica de sistemas, um problema ou um sistema é representado inicialmente como um diagrama de causa-efeito (CLD). Um diagrama de causa-efeito é um mapa de um sistema simples, com todos seus componentes e suas interações. Ao capturar as interações e, conseqüentemente, os loops de realimentação, um diagrama de causa-efeito revela a estrutura de um sistema. Ao compreender a estrutura de um sistema, torna-se possível determinar o comportamento dele durante um determinado período de tempo. A título de exemplo, 2.1 representa o diagrama de laço causal da introdução de novos produtos em um mercado.

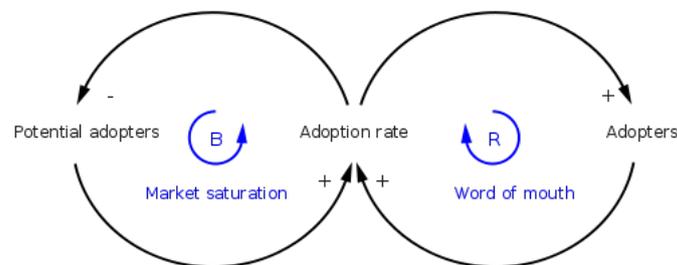


Figura 2.1: Diagrama causa-efeito da adoção de um produto novo. Fonte STERMAN [2]

O link de causalidade é representado por S e O , onde S significa "mesmo" e O significa "oposto". Estes significados também são denotados como $-$ e $+$ respectiva-

mente. Em alguns software de simulação da dinâmica de sistemas, os laços positivos podem ser representados com setas azuis e os negativos com setas vermelhas.

2.3 Comportamentos da dinâmica de sistemas

A estrutura de um sistema de realimentação dá origem a três comportamentos fundamentais diferentes. Eles são gerados por causa das realimentações positivas e negativas dentro do sistema e também devido aos atrasos.

2.3.1 Crescimento exponencial

Este comportamento ocorre devido à realimentação positiva de auto-reforço. A mudança em uma grandeza do sistema provoca uma mudança positiva na outra grandeza. A mudança na outra grandeza realimenta e provoca, de novo, uma mudança positiva na primeira grandeza. Assim, o efeito positivo é reforçado. Como representado na figura 2.2, a curva de reforço está representado por R . "Taxa líquida de aumento" incrementa o "Estado do sistema", e o aumento de "Estado do sistema" incrementa "Taxa líquida de aumento". O exemplo de crescimento exponencial é o ciclo de realimentação entre a "Taxa de natalidade" e a "População". Como a "Taxa de natalidade" aumenta, a "População" aumenta e com o aumento da "População", o aumento da "Taxa de natalidade", levando a realimentação para o crescimento exponencial.

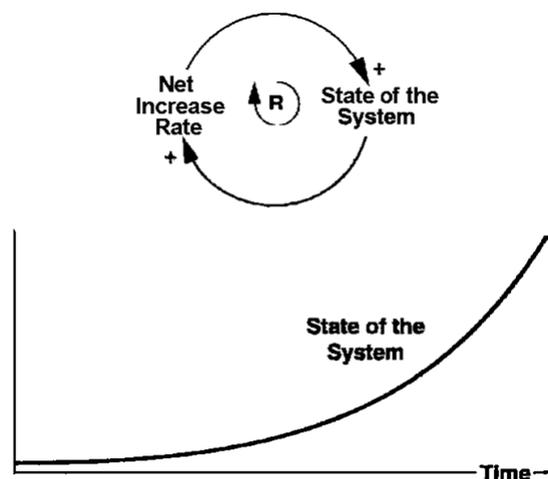


Figura 2.2: Exemplo de crescimento exponencial. Fonte STERMAN [2]

2.3.2 Busca de metas

Busca de metas se refere ao comportamento de um circuito de auto-equilíbrio negativo representado na figura 2.3. O estado do sistema é comparado com o objetivo

ou a meta desejada para o sistema. Dependendo da discrepância, é tomada uma ação corretiva. A ação corretiva leva o estado do sistema para o estado desejado. Novamente, o estado do sistema é comparada com o estado desejado e dependendo da discrepância, uma ação corretiva será tomada. Assim, a estrutura tenta levar o sistema na direção da meta desejada.

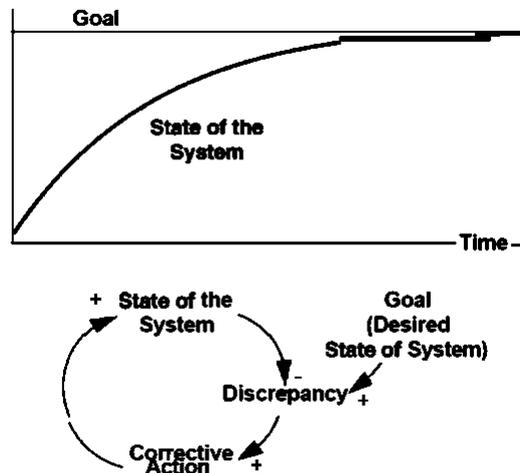


Figura 2.3: Exemplo de busca de metas. Fonte STERMAN [2]

2.3.3 Oscilações

Este comportamento é observado quando há um atraso no ciclo de realimentação negativo, e está representado na figura 2.4. O circuito é semelhante ao circuito de busca de metas, com exceção do atraso na resposta. O ciclo de realimentação negativo tende a levar o estado do sistema em direção à "meta", porém por causa do atraso, o sistema não alcança esse objetivo instantaneamente. Portanto, a reação negativa ainda tenta movimentar o sistema na mesma direção. Isto faz com que o estado do sistema ultrapasse o objetivo. Mais uma vez, o ciclo negativo tenta trazer o estado para a meta, porém mais uma vez o atraso desempenha o seu papel causando oscilações.

2.4 Modos derivados de comportamento

As interações entre os comportamentos fundamentais dão origem para derivados de modos de comportamento. Os tais comportamentos mais comuns são *Crescimento em forma de S*, *Sobressinal* e *Sobressinal e colapso*.

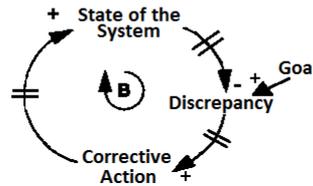
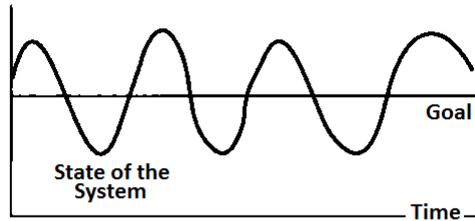


Figura 2.4: Exemplo de malha causal de realimentação que leva a oscilações. Fonte STERMAN [2]

2.4.1 Crescimento em forma de S

Este tipo de comportamento é observado quando o sistema tem um laço positivo e um laço negativo interagindo entre si. O laço positivo é mais forte no início, de modo que este provoca um aumento do tipo exponencial. Mas nenhum sistema pode crescer para sempre. Fatores como a capacidade de carga, e a força do sistema para se sustentar, atuam como um fator limitante para o crescimento contínuo. Tomando o ciclo mais forte e reduzindo a taxa de aumento do estado do sistema. Assim, o comportamento parece ser uma curva em forma de S , como mostrado na figura 2.5.

2.4.2 Sobressinal

Este é um comportamento derivado de crescimento em forma de S . Este comportamento é observado sempre que estão presentes os atrasos no circuito do crescimento negativo em forma de S . O ciclo e a curva são mostrados na figura 2.6. No início, quando o laço positivo é mais forte, o sistema mostra um crescimento exponencial, mas quando os laços negativos começam a dominar o sistema, os atrasos no sistema causam oscilações em torno da meta do sistema. O sistema, atinge lentamente o objetivo após um transitório oscilatório.

2.4.3 Sobressinal e Colapso

Este tipo de comportamento também é mostrado pela curva em forma de S , onde a capacidade da carga do sistema não é fixo e é consumido ou corroído pelo estado do próprio sistema. O estado do sistema aumenta rapidamente devido à dominância

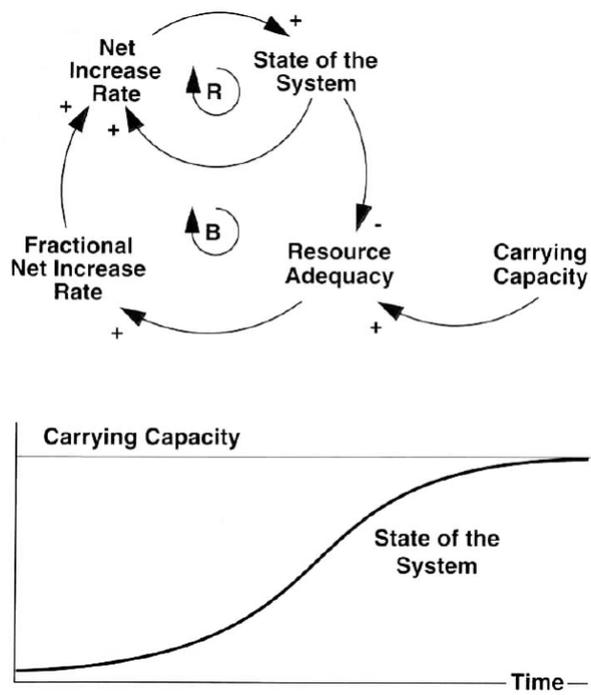


Figura 2.5: Exemplo de crescimento em forma de S. Fonte STERMAN [2]

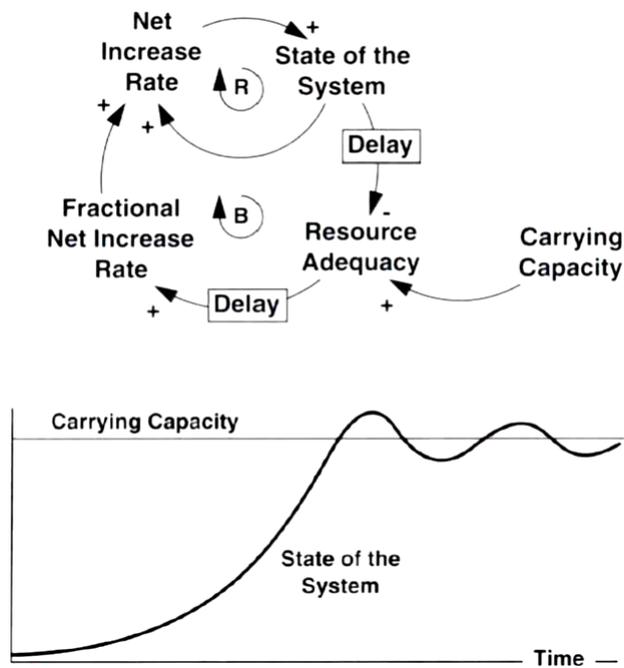


Figura 2.6: Exemplo de crescimento em forma de S com *Sobressinal*. Fonte STERMAN [2]

do laço positivo, mas vai além da sustentabilidade do meio ambiente, resultando em uma realimentação negativa rápida, diminuindo a magnitude do estado do sistema rapidamente. A estrutura e curva são mostrados na figura 2.7, para este tipo de comportamento.

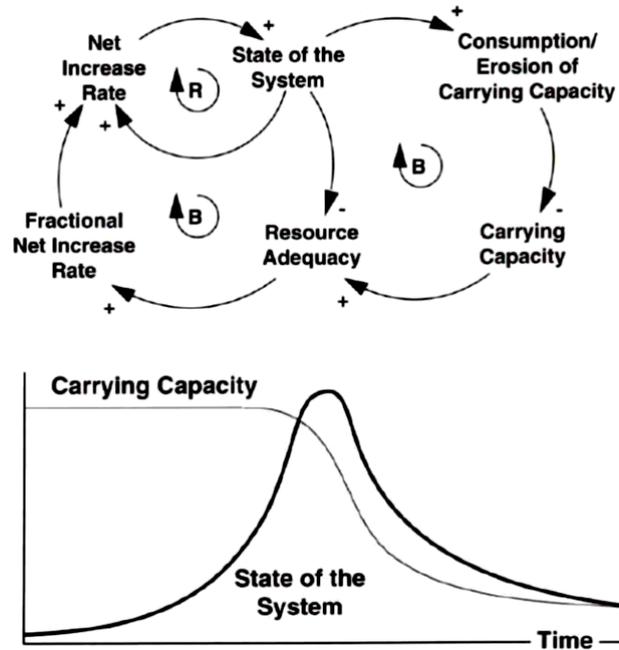


Figura 2.7: Exemplo de Sobressinal e Colapso. Fonte STERMAN [2]

2.5 Outros modos de comportamento

Sistemas dinâmicos mostram alguns outros tipos de comportamentos. O comportamento de equilíbrio é aquele em que o estado do sistema permanece constante. Isto é observado quando o sistema tem horizontes temporais extremamente longos e grandes atrasos que amortecem as perturbações no sistema. O comportamento do tipo aleatório pode ser observado em um sistema complexo, no qual o comportamento é imprevisível. O comportamento verdadeiro pode não ser aleatório, na verdade, mas devido à falta de nossa capacidade de compreendê-la, poderia parecer um comportamento aleatório. De fato, o comportamento caótico é um tipo de comportamento oscilatório, no qual o sistema varia de forma irregular, não repetindo exatamente o seu movimento.

2.6 Estoques e fluxos

Diagramas de encaixes causais descrevem a estrutura do sistema qualitativamente, mostrando como diversas variáveis no sistema se relacionam. Retratam também se

os relacionamentos são positivos ou negativos. Não fornecem informações sobre as relações quantitativas entre as variáveis. Estoques e fluxos capturam os aspectos quantitativos do sistema. Estoques e fluxos acrescentam níveis, taxas variáveis e atrasos aos diagramas de laços causais. Eles fornecem informações sobre os valores das variáveis e taxas de variação das mesmas. Os estoques são acumuladores das grandezas cujas taxas de entrada e saída são diferentes. Estoques são responsáveis pelas propriedades de inércia e memória do sistema.



Figura 2.8: Figura de estoque e fluxos. Fonte do livro STERMAN [2]

Nos diagramas, estoques são representados por retângulos ou quadrados, enquanto os fluxos são representados por válvulas que controlam a taxa de entrada e saída. O fluxo de entrada (saída) de uma ação pode ser proveniente de (entrar em) outra ação ou a partir de (em) uma nuvem, que é uma fonte exógena. A formulação matemática de um estoque é dada pela seguinte equação integral.

$$Estoque(t) = Estoque(t_0) + \int_{t_0}^t [FluxodeEntrada - FluxodeSaida].dt \quad (2.1)$$

Assim, o valor da grandeza armazenada no tempo t é a soma do valor das grandezas no instante t_0 e a integral de t_0 a t da diferença entre as taxas de entrada e saída .

Na formulação padrão de uma equação diferencial, 2.1 pode ser escrito da seguinte maneira:

$$\frac{dEstoque(t)}{dt} = [FluxodeEntrada(t) - FluxodeSaida(t)] \quad (2.2)$$

Capítulo 3

Estudo do modelo *SICEQ*

Este modelo busca representar o conceito de qualidade de produto em um mercado. Este conceito forma a base para a modelagem de um duopólio. Em seguida, será apresentado um modelo de interações em um duopólio, baseado em qualidade e utilizando a dinâmica de sistemas. Este modelo, proposto por SICE *et al.* [3], servirá como base para um modelo novo proposto nesta dissertação, e doravante será denominado *SICEQ* para facilitar as frequentes citações dele (o acrônimo vem do sobrenome do primeiro autor de SICE *et al.* [3], junto com a letra Q, de qualidade). Além da apresentação detalhada do modelo *SICEQ* na forma de equações diferenciais não-lineares e acopladas, também será feita uma apresentação de uma aplicação recente no mercado competitivo de telefones celulares. Para facilitar a comparação com o modelo *SICEQ*, utilizaremos os mesmos nomes das variáveis utilizados em SICE *et al.* [3], originários dos termos em inglês.

3.1 Qualidade

O termo qualidade vem do latim *qualitate*, e é utilizado em situações bem distintas. No livro de WANKHADE e DABADE [11] podemos encontrar diversas definições da qualidade. Mencionaremos só algumas: "Qualidade consiste em satisfazer os requerimentos" (C.D. Edwards, "The Meaning of Quality" in Quality Progress, Oct. 1968), "Qualidade é uma conveniência para um uso" (J.M. Juran, ed. Quality Control Handbook, 1988), "Qualidade é o grau em que um produto específico se ajusta a um desenho ou especificação" (H.L. Gilmore: "Product Conformance Cost" in Quality progress, June 1974), "Qualidade significa conformidade com os requerimentos" (P.B. Crosby: Quality is free), "Qualidade é o grau de excelência a um preço aceitável e o controle da variabilidade a um custo aceitável" (R. A. Broh: "Managing Quality For Higher Profits" 1982).

A qualidade de um produto ou serviço pode ser avaliada tanto pelo produtor e quanto pelo cliente. Do ponto de vista do produtor, a qualidade se associa à con-

cepção e produção de um produto que satisfaz as necessidades do cliente. Do ponto de vista do cliente, a qualidade está associada ao valor e à utilidade reconhecidas ao produto, podendo estar, em alguns casos, ligada ao preço.

De acordo com WANKHADE e DABADE [12], ao longo de décadas, a qualidade utiliza ferramentas de "total quality management" *TQM*. Este termo, cunhado para a qualidade contemporânea, utilizado através do mundo industrial. *TQM* é uma teoria, prática e filosófica, e muitos teóricos e especialistas estão contribuindo para este crescimento. Várias disciplinas, incluindo a economia, manufatura, gerenciamento e marketing, têm seu próprio conceito de qualidade, por exemplo a qualidade difere entre as nações, em economia, tecnologia, aspectos sociais e culturais.

Um outro aspecto importante na modelagem de qualidade é a incerteza em qualidade. O economista Akerlof, em artigo seminal AKERLOF [13], descreveu como assimetria de informação pode causar incerteza em qualidade. Essencialmente, a assimetria se refere ao fato de um dos agentes envolvidos em uma transação possuir mais informação que o outro. Por exemplo, um comprador mal informado pode comprar um produto de qualidade inferior na mão de um vendedor bem informado, porém mal intencionado, como se fosse um produto de alta qualidade. A condição do mercado que permite este tipo de transação é referida como incerteza de qualidade devido a assimetria de informação.

3.1.1 Percepção da qualidade

Nesta seção, vários fatores responsáveis pela percepção da qualidade serão mencionados brevemente. A educação é o fator mais importante para compreender possíveis assimetrias de informação e associar simetria à boa percepção da qualidade. Cultura e meio seguem em ordem de importância no estudo da percepção da qualidade. O estado da economia ruim, por exemplo, pode levar a aceitação de um produto de baixa qualidade. Contínuos esforços no desenvolvimento de um produto são importantes para melhorar a qualidade do mesmo, portanto o esforço também influencia a percepção de qualidade.

Outro fator está ligado à cadeia de suprimentos, STERMAN [2] define uma cadeia de suprimentos como um conjunto de estruturas e processos que uma organização utiliza para entregar um produto ao cliente. Portanto o funcionamento eficiente da cadeia de suprimentos direta ou indireta ajuda a manter a percepção da qualidade de um produto. A reputação de uma companhia como publicidade é uma forma comum de difundir a percepção da qualidade do produto para os clientes, a garantia depois de vender o produto, um pós-serviço, também faz parte da percepção da qualidade.

Tabela 3.1: Tabela da nomenclatura. Fonte SICE *et al.* [3]

| Sigla | Significado |
|-------------|--|
| FQ | <i>Firm's Quality</i> |
| CQ | <i>Competitor's Quality</i> |
| $FPCQ$ | <i>Firm's Perception of Competitor Quality</i> |
| $CPFQ$ | <i>Competitor's Perception of Firm Quality</i> |
| $DIFQ$ | <i>Desired Improvement in Firm Quality</i> |
| $DICQ$ | <i>Desired Improvement in Competitor Quality</i> |
| $DIRFQ$ | <i>Desired Improvement Rate of FQ</i> |
| $DIRCQ$ | <i>Desired Improvement Rate of CQ</i> |
| $AIRFQ$ | <i>The Actual Improvement Rate of FQ</i> |
| $AIRCQ$ | <i>The Actual Improvement Rate of CQ</i> |
| QD | <i>Difference between the Firm's and Competitor's Quality</i> |
| $CRQD$ | <i>Customer Recognition of Quality Difference</i> |
| τ_{if} | <i>The effective time constant of the overall negative feedback improvement loop of FQ</i> |
| τ_{ic} | <i>The effective time constant of the overall negative feedback improvement loop of CQ</i> |
| τ_{mf} | <i>The time constant representing the internal workings of the company for FQ</i> |
| τ_{mc} | <i>The time constant representing the internal workings of the company for CQ</i> |
| τ_p | <i>The time constant of the perception process</i> |
| τ_d | <i>The time constant of the natural quality devaluation process</i> |
| τ_c | <i>The time constant of the recognition process</i> |

lidade da firma FQ leva a um deslocamento para cima na percepção do competidor da qualidade da firma $CPFQ$, o que por sua vez, resulta em um desejo do competidor gerar uma melhora na sua própria qualidade. Após um atraso adequado, o qual representa trabalhos internos da empresa, este desejo de melhorar a qualidade gera uma melhoria atual na qualidade do competidor CQ . Entretanto, assim como esta melhoria em CQ está sendo realizada, uma cadeia parecida de eventos ocorre na firma, o qual causa um movimento ascendente na qualidade da firma FQ . Em ambos os casos, as melhorias desejadas em qualidade são consideradas uma função da diferença entre a própria qualidade da empresa e sua percepção pelo competidor. O atraso em gerar uma melhora atual em qualidade é considerado ser uma função do nível atual da qualidade, pois se torna cada vez mais difícil melhorar a qualidade na medida em que o nível global de qualidade está mais elevado, o que incrementaria os tempos dos trabalhos internos das empresas para alcançar uma melhoria de qualidade. O laço de realimentação positiva é um crescimento exponencial médio em ambas variáveis da qualidade. Entretanto, em torno deste crescimento exponencial, existe um trecho oscilatório no qual a liderança é intercambiada entre as duas empresas rivais. Dependendo dos valores precisos dos parâmetros do sistema, este trecho de oscilação pode ser atenuado ou pode dar origem a oscilações crescentes levando para um fenômeno dinâmico não linear na forma de oscilações auto sustentadas, quase periódicas ou com características de caos determinístico. Para estudar o componente oscilatório mais facilmente, introduzimos no modelo, um fator de depreciação τ_d , que tem como retirar o crescimento exponencial. O fator de depreciação

representa a tendência natural, dentro do mercado, de expectativas de consumidores subirem continuamente até o nível médio corrente de qualidade. O componente oscilatório surge da apreciação do cliente no laço de realimentação negativo e dos atrasos internos das companhias, combinados com o retorno decrescente sobre os investimentos em melhorias da qualidade. No modelo este componente oscilatório é reforçado por meio das reações dos clientes. Supondo que os clientes reconhecem a diferença na qualidade entre o produto das duas firmas e reagem a tal diferença mudando suas preferências de empresa, e portanto o lucro gerado pelas duas empresas. Evidentemente, tal mudança torna mais fácil investimento em melhorias de qualidade pela firma beneficiada e pelo contrário, mais difícil para a outra empresa que perdeu clientes. Para as simulações outros parâmetros são configurados como: $\tau_c = 40$, $\tau_d = 100$, $\tau_p = 50$, $n_0 = 3$, $n_1 = 13$, $m_0 = 3.1$ e $m_1 = 7.9$, com condições iniciais de todos os sinais iguais a 50, exceto para a condição inicial de $CQ = 40$; estes parâmetros se mantêm fixos através nas simulações representadas em todo este trabalho, a menos que indique o contrário, e será a configuração padrão do modelo *SICEQ*.

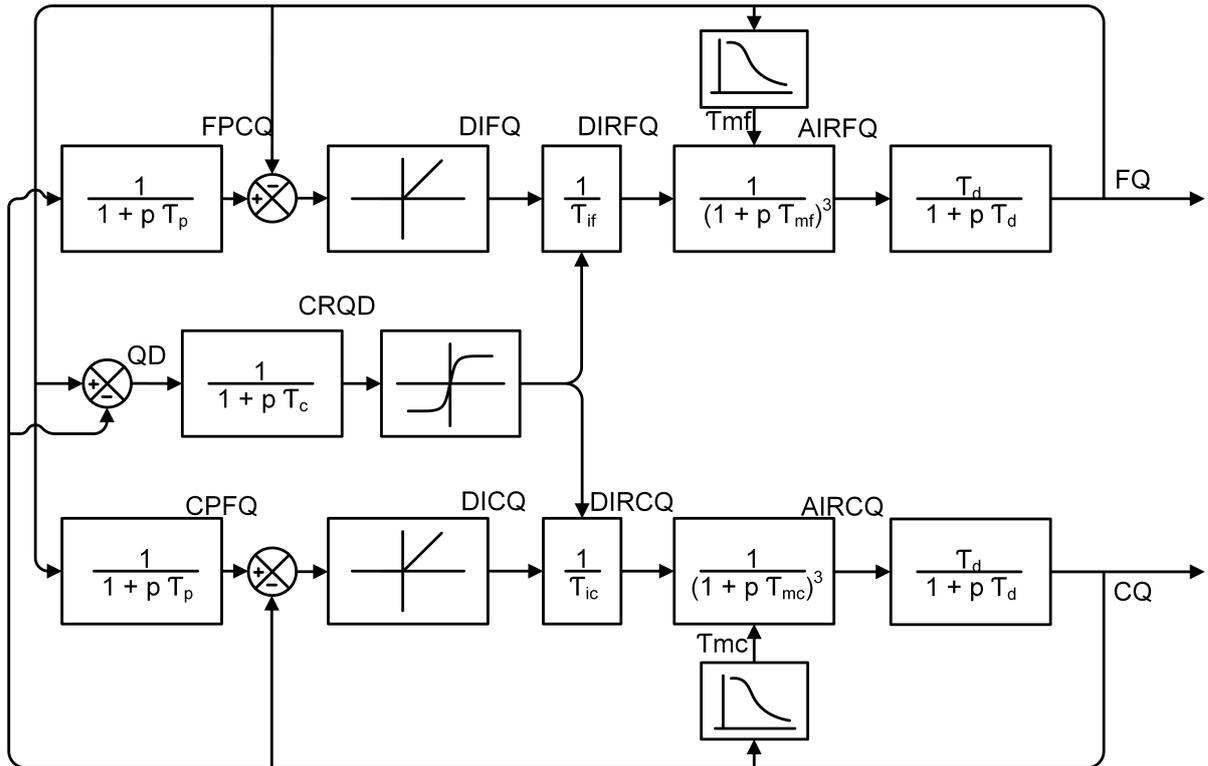


Figura 3.2: Diagrama de blocos do modelo *SICEQ* desenhado a partir da figura 2 em *SICE et al.* [3]

3.3 Equações do laço positivo de melhoria da qualidade do produto

Vamos estudar o modelo do ponto de vista da dinâmica de sistemas. Faremos as análises do comportamento dos sinais do sistema, começando com o laço positivo envolvendo as variáveis da qualidade, da firma e do competidor. Em seguida descreveremos como o competidor melhora sua qualidade com respeito à firma. O competidor percebe uma melhoria que há ocorrido na qualidade da firma FQ , com seu potencial impacto na fatia do mercado, que fornece as unidades para o processo de melhoria. No modelo se assume que a mudança em FQ toma tempo para ser processado pelo competidor. Por tanto, ajustes na percepção do competidor da qualidade da firma $CPFQ$ são definidos em termos de uma equação diferencial 3.1 de primeira ordem.

$$d/dt(CPFQ) = (FQ - CPFQ)/\tau_p \quad (3.1)$$

$$d/dt(CPFQ) = FQ/\tau_p - CPFQ/\tau_p \quad (3.2)$$

Sendo τ_p a constante do tempo do processo de percepção, que é utilizada tanto na firma quanto no competidor.

Na figura 3.3 se encontra representada a equação 3.1 por meio de um estoque cujo valor é $CPFQ$, um fluxo de entrada onde $CPFQ_{in} = FQ/\tau_p$, e um fluxo de saída onde $CPFQ_{out} = CPFQ/\tau_p$, onde a equação 3.1 é reescrita como:

$$d/dt(CPFQ) = CPFQ_{in} - CPFQ_{out} \quad (3.3)$$

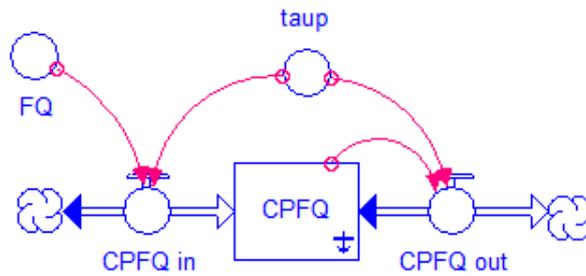


Figura 3.3: Modelo da percepção do competidor da qualidade da firma. O desenho foi feito utilizando o software *iThink*, e as variáveis são descritas na tabela 3.1, ($\text{taup}=\tau_p$)

A figura 3.4 mostra a qualidade da firma FQ , suposta oscilatória, e a percepção dela pelo competidor $CPFQ$, mostrando claramente a defasagem entre elas, cau-

sado pelo atraso τ_p introduzida em 3.1. Também podemos notar uma redução na amplitude.

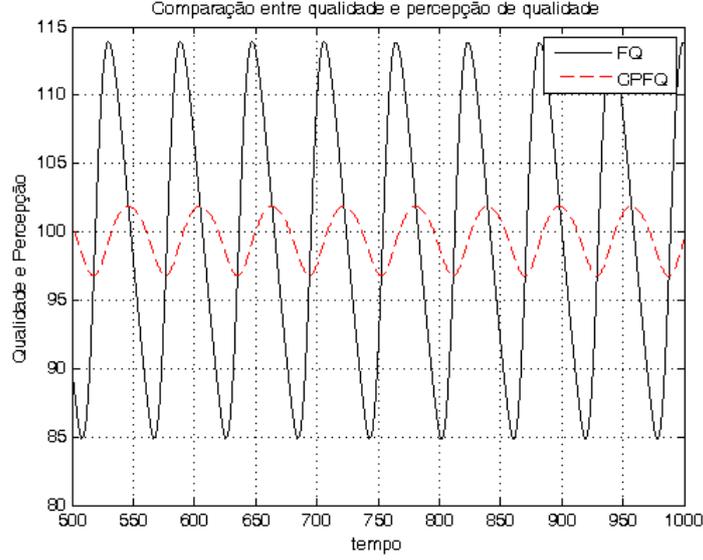


Figura 3.4: Comparação entre a qualidade da firma FQ e a percepção do competidor da qualidade da firma $CPFQ$. Configuração padrão do modelo $SICEQ$

A melhoria desejada da qualidade do competidor $DICQ$ é obtida pela diferença entre a percepção do competidor da qualidade da firma $CPFQ$ e a qualidade do competidor CQ . No entanto, supondo que a firma não deseje reduzir a satisfação do cliente ao nível do competidor pobre (qualidade corrente inferior), $DICQ$ é expressado pela função limitada na equação 3.4.

$$DICQ = \max(0, CPFQ - CQ) \quad (3.4)$$

Esta percepção de qualidade do competidor com respeito à firma deve ser comparada com a qualidade do competidor na figura 3.5. Na figura 3.6, $DICQ$ toma só a parte positiva da melhoria da qualidade.

A melhoria desejada em CQ , junto com a constante do tempo do processo de melhoria τ_{ic} , são usados para estabelecer uma taxa de melhoria desejada da CQ .

$$DIRCQ = DICQ/\tau_{ic} \quad (3.5)$$

mostrada na figura 3.7.

A taxa de melhoria atual da qualidade do competidor $AIRCQ$ é uma função da constante do tempo dos processos internos da companhia e sua habilidade para criar novas ideias e desenvolvimentos para o mercado em resposta às exigências. No modelo este processo é descrito usando três equações diferenciais de primeira ordem sequencialmente, onde a variável θ será usada nestas três equações, como mostrado

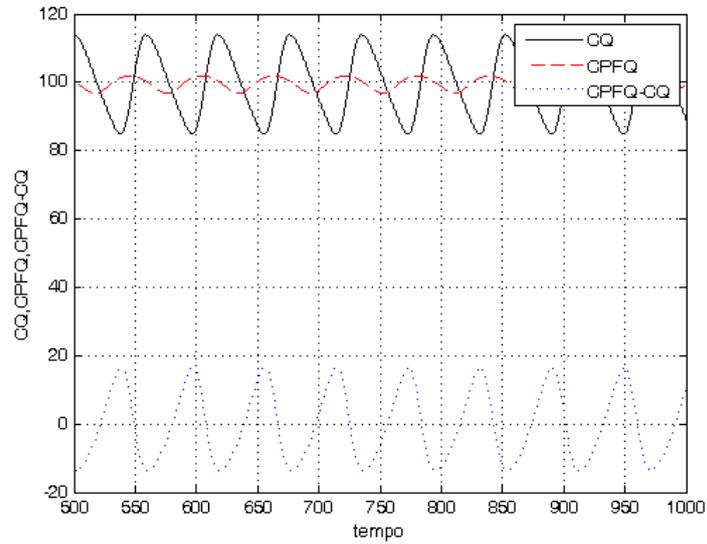


Figura 3.5: Qualidade do competidor CQ , Percepção da qualidade da firma do competidor $CPFQ$, e a diferença entre elas plotadas contra tempo, mostrando diferença de fase e amplitude. Configuração padrão do modelo $SICEQ$

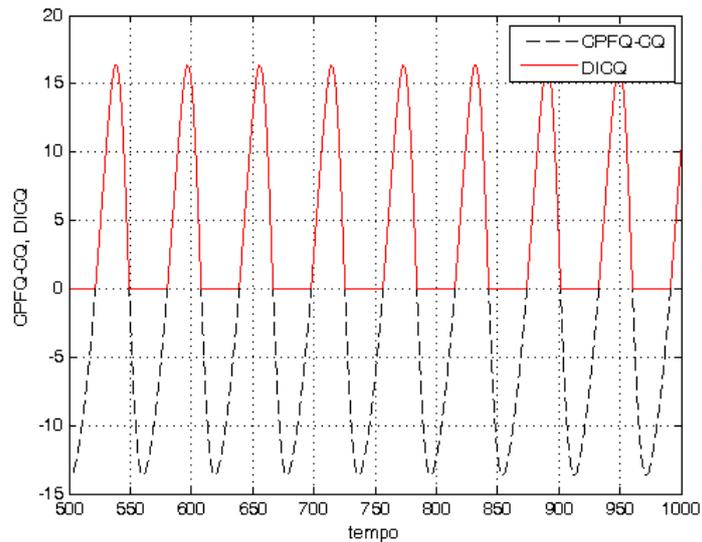


Figura 3.6: Melhoria desejada para a qualidade do competidor $DICQ$, e a diferença entre a percepção da qualidade da firma e a qualidade do competidor. Configuração padrão do modelo $SICEQ$

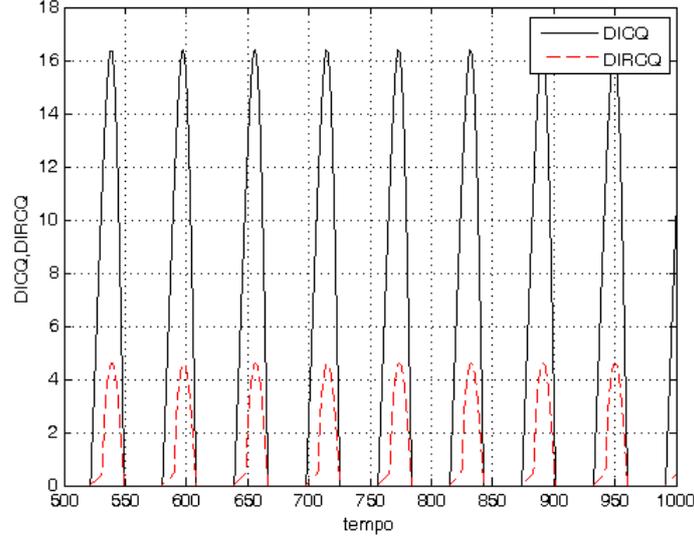


Figura 3.7: Melhoria desejada $DICQ$ e a taxa de melhoria para a qualidade do competidor $DIRCQ = DICQ/\tau_{ic}$. Configuração padrão do modelo $SICEQ$

a seguir:

$$\theta_{1c\ in} = DIRCQ \quad (3.6)$$

$$d/dt(\theta_{1c}) = \theta_{1c\ in} - \theta_{1c\ out} \quad (3.7)$$

$$\theta_{1c\ out} = \theta_{1c}/\tau_{mc} \quad (3.8)$$

$$d/dt(\theta_{2c}) = \theta_{1c\ out} - \theta_{2c\ out} \quad (3.9)$$

$$\theta_{2c\ out} = \theta_{2c}/\tau_{mc} \quad (3.10)$$

$$d/dt(\theta_{3c}) = \theta_{2c\ out} - \theta_{3c\ out} \quad (3.11)$$

$$\theta_{3c\ out} = \theta_{3c}/\tau_{mc} \quad (3.12)$$

$$AIRCQ = \theta_{3c\ out} \quad (3.13)$$

Nestas equações, τ_{mc} é a constante do tempo dos processos internos da companhia. Modelamos estas equações como se mostra na figura 3.8, onde a taxa de melhoria desejada de CQ é a entrada processada em sequencia até obter o valor da taxa de melhoria atual da qualidade do competidor $AIRCQ$.

Nas figuras 3.9,3.10, e 3.11, vemos como esta taxa de qualidade é tratada por meio das equações diferenciais 3.7, 3.9, 3.11, obtemos a atual taxa de melhoria de qualidade $AIRCQ$.

Finalmente a melhora em CQ é expressada como uma equação diferencial de primeiro ordem relacionada com a taxa de melhora atual da qualidade do competidor $AIRCQ$ e a taxa pela qual a satisfação do cliente é naturalmente desvalorizada,

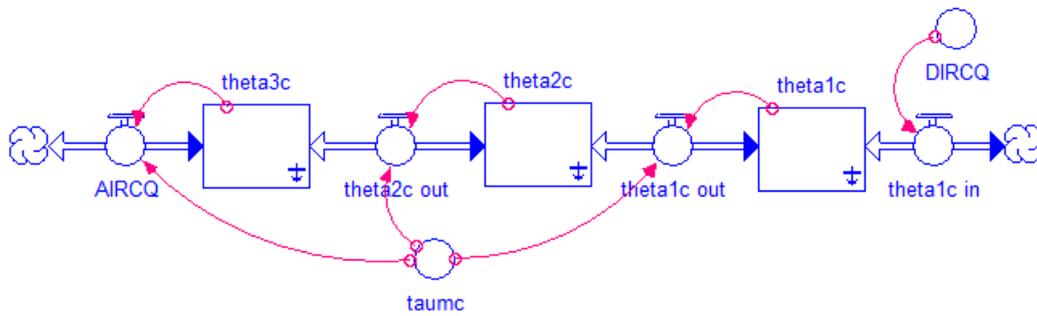


Figura 3.8: Modelo da atual taxa de melhoria de qualidade do competidor, desenhado utilizando o software *iThink*, ($\tau_{mc} = \tau_{mc}$, $\theta = \theta$)

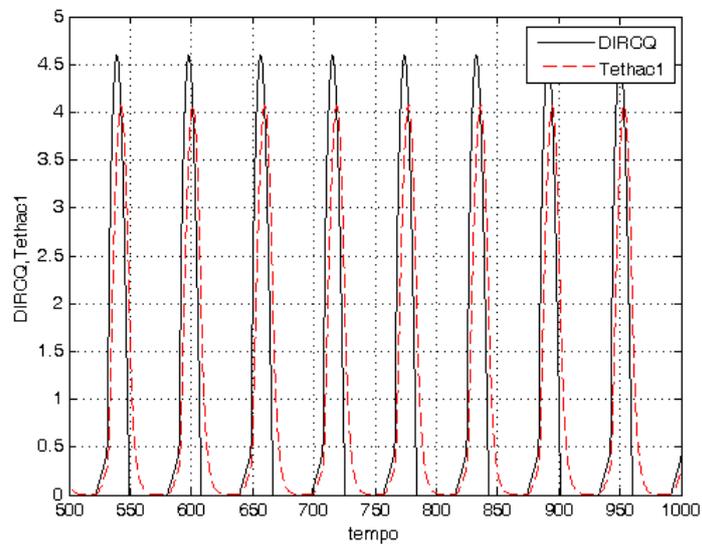


Figura 3.9: Comparação entre a taxa de melhoria desejada $DIRCQ$ e θ_{c1} , corresponde as equações 3.6, 3.7, e 3.8, desfasagem por causa de τ_{mc} . Configuração padrão do modelo *SICEQ*

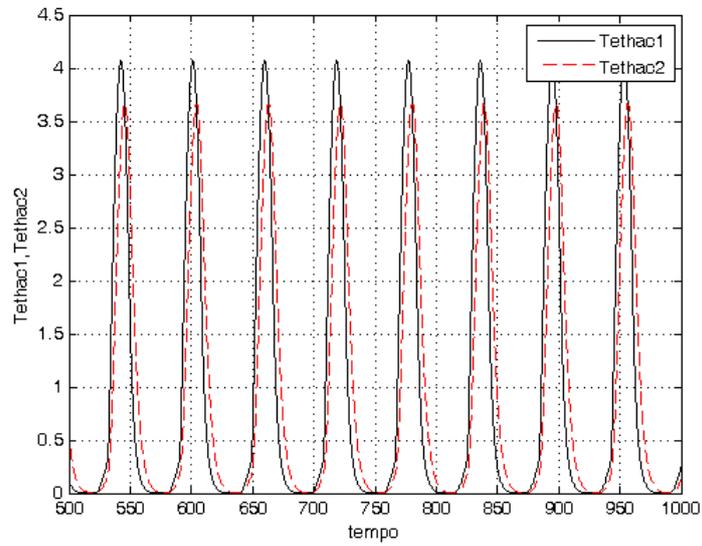


Figura 3.10: Comparação entre θ_{c1} e θ_{c2} , corresponde as equações 3.9, e 3.10, defasagem por causa de τ_{mc} . Configuração padrão do modelo *SICEQ*

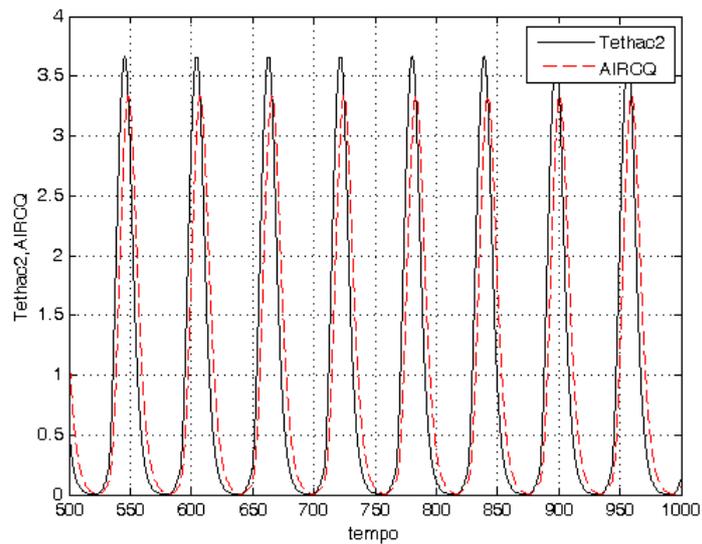


Figura 3.11: Comparação entre θ_{c2} e $AIRCQ$, corresponde as equações 3.11, 3.12, e e 3.13, defasagem por causa de τ_{mc} . Configuração padrão do modelo *SICEQ*.

como uma função subjacente de incremento exponencial em todas as expectativas da qualidade.

$$d/dt(CQ) = AIRCQ - CQ/\tau_d \quad (3.14)$$

sendo τ_d a constante do tempo do processo natural de desvalorização da qualidade.

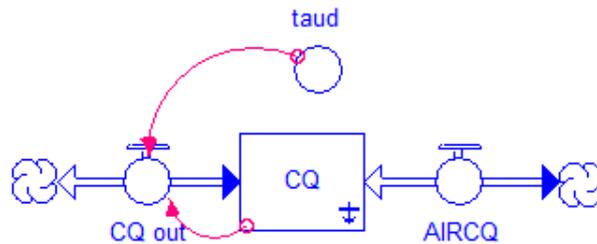


Figura 3.12: Modelo da dinâmica da qualidade do competidor desenhado utilizando o software *iThink*, ($\tau_d = \tau_d$)

A atual taxa da melhora de qualidade $AIRCQ$ é convertida em um valor padrão de qualidade, neste caso na qualidade do competidor. Finalmente por meio da equação 3.14 chegamos à qualidade do competidor mostrada na figura 3.13.

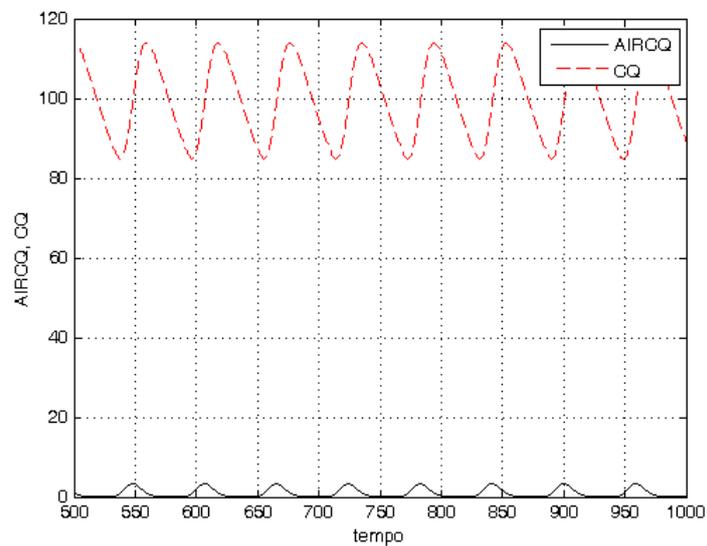


Figura 3.13: Comparação entre $AIRCQ$ e CQ , desfasagem por causa de τ_d , ver equação 3.14. . Configuração padrão do modelo *SICEQ*.

3.4 Modelagem da variação dos atrasos internos das empresas

Além da equação não linear introduzida para a melhora desejada da qualidade do competidor $DICQ$, o modelo contém duas outras características não lineares. Em ambos os casos, estas não linearidades definem variações nas constantes de tempo do processo. As constantes de tempo são: τ_i , a constante de tempo efetiva do laço global de melhoria de realimentação negativa, e τ_m , a constante de tempo representando os trabalhos internos da companhia. Consideremos a constante de tempo associada às operações internas da empresa (a constante de tempo τ_m). Dentro do modelo, se supõe que as características internas da companhia afetam a melhora na participação da qualidade em competição positivamente e negativamente. Estas relações são representadas em um diagrama causal na figura 3.14.

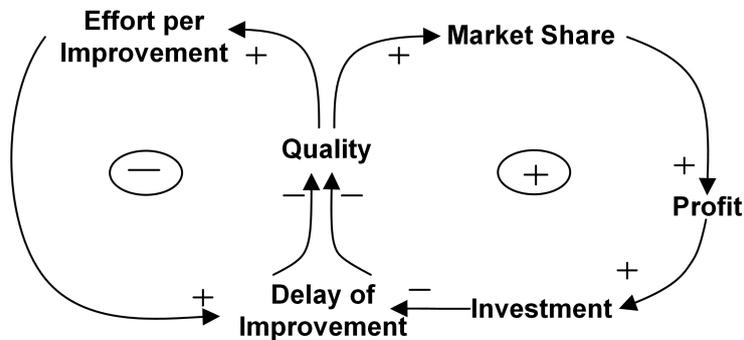


Figura 3.14: Diagrama causa-efeito da constante de tempo para τ_{mf} , e τ_{mc} . Baseada em SICE *et al.* [3]

Na parte de realimentação positiva (malha à direita) do diagrama o atraso melhora, e portanto a constante de tempo diminui com incrementos da qualidade. Isto é o resultado de um incremento na fatia do mercado e o subsequente incremento de meios disponíveis de investimento. Ultimamente, entretanto, uma elevada diminuição de tempo de melhoria (e a relevante constante de tempo) é limitada pela parte de realimentação negativa do diagrama (malha à esquerda), o qual ilustra que é mais difícil fazer melhorias na qualidade quando começa de um valor inicial alto. Desta forma o tempo de melhora, e portanto a constante de tempo do atraso, tenderá a incrementar. O modelo usado aqui supõe que o efeito positivo de realimentação é o dominante. Tal implica em uma transição de valores altos da constante de tempo para valores baixos da constante de tempo em função da variável qualidade. Uma possível função definindo esta situação é representada na figura 3.15, e a equação 3.15 define esta relação.

$$\tau_{mf} = n_0 + n_1 * (0.5 * \pi + \arctan(c * (30 - FQ))) \tag{3.15}$$

sendo n_0 o valor mínimo da constante de tempo do atraso em meses e n_1 e c definindo a extensão e a taxa da região de transição da função sigmoide em 3.15, respectivamente.

No caso de τ_{mc} que é a constante de tempo para a empresa competidora pode ser representada também pela gráfica 3.15, cuja equação 3.16 terá o mesmo comportamento para CQ .

$$\tau_{mc} = n_0 + n_1 * (0.5 * \pi + \arctan(c * (30 - CQ))) \quad (3.16)$$

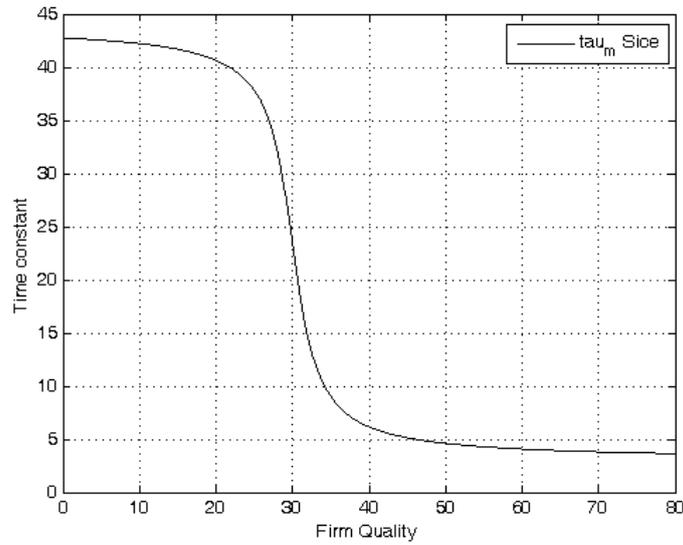


Figura 3.15: Relação da constante de tempo do atraso interno da firma τ_{mf} versus a qualidade da firma FQ

Para verificar a consistência do modelo até esta etapa, vejamos a figura 3.16, que mostra uma oscilação para as constantes de tempo de τ_{mf} e τ_{mc} entre valores de 3.4 e 3.6, regidas pelas equações 3.15 e 3.16 respectivamente. Podemos deduzir da figura 3.15 que temos valores de qualidade altos, consistente com a lógica do modelo *SICEQ* no diagrama de causa-efeito 3.14, no qual para qualidades altas temos valores baixos de constante de tempo, supondo como dominante o laço de realimentação positivo.

3.5 Equações do laço negativo e as constantes do tempo τ_{if} e τ_{ic}

Finalmente, o tempo necessário para o cliente reconhecer uma mudança na diferença entre a qualidade da firma e o competidor é governada por uma relação de primeiro ordem da equação 3.17.

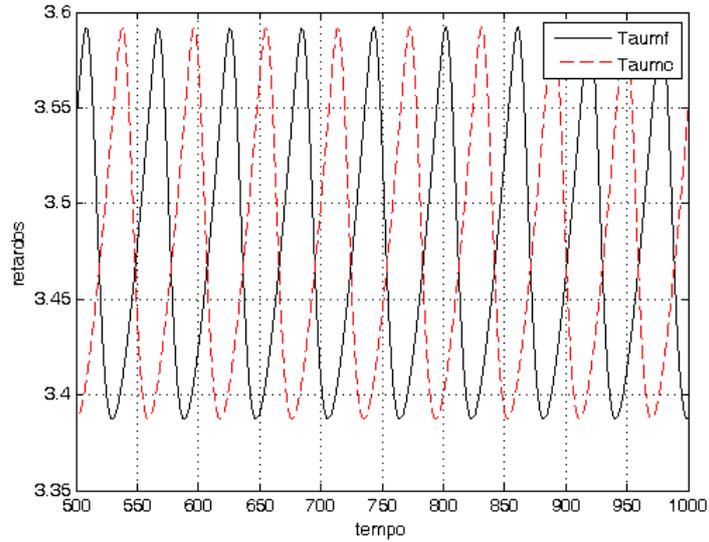


Figura 3.16: Comparação das constantes de tempo τ_{mf} e τ_{mc}

$$d/dt(CRQD) = (QD - CRQD)/\tau_c \quad (3.17)$$

onde

$$QD = FQ - CQ \quad (3.18)$$

τ_c é a constante de tempo do processo de reconhecimento.

A figura 3.17 mostra como $CRQD$ é modelado.

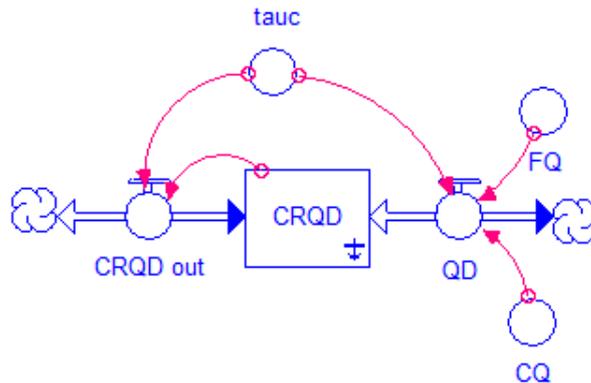


Figura 3.17: Modelo do reconhecimento do cliente da diferença das qualidades, ($\text{tauc}=\tau_c$)

Temos outro laço de realimentação negativa onde o principal agente é o cliente, especificamente a demanda dos clientes. O reconhecimento da diferença da qualidade por parte do cliente vem através das equações 3.17, e 3.18, nas quais vemos a relação

da diferença de qualidade QD e a $CRQD$, como mostra a figura 3.18.

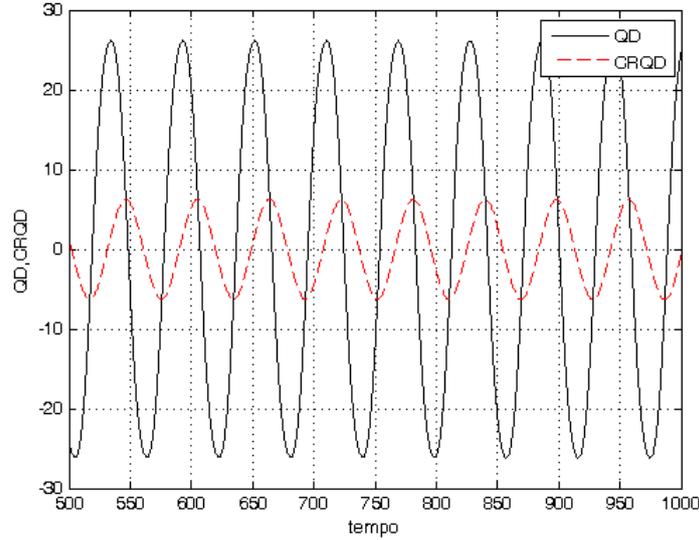


Figura 3.18: Comparação entre a diferença das qualidade QD , e o reconhecimento do cliente da diferença de qualidade $CRQD$

A segunda não linearidade relaciona os ajustes da constante de tempo efetiva do laço global da melhoria de realimentação negativa para a diferença entre a qualidade da firma e o competidor, e é visto como o fator de gestão chave no mercado dinâmico. O cliente leva um certo tempo para reconhecer diferenças, entretanto, uma vez reconhecida, a diferença levará a uma relativa mudança na demanda do cliente. No modelo, supõe-se que esta relativa mudança na demanda do cliente influi na taxa da resposta da empresa em responder às influências do mercado em relação a qualidade. Quando a qualidade da firma é maior comparada com da competidora, a constante de tempo efetiva de todo o laço de melhoria de qualidade é suposto alto. O raciocínio é que, por causa da relativa vantagem da firma sobre o competidor, a firma está tendendo incrementar sua fatia de mercado e conseqüentemente não sente a necessidade de uma imediata melhoria. A função usada dentro do modelo para definir esta situação é apresentada na figura 3.19. A equação 3.19 que define a relação é:

$$\tau_{if} = m_0 + m_1 * (0.5 * \pi + \arctan(a * CRQD)) \quad (3.19)$$

sendo m_0 o mínimo valor da constante de tempo do laço efetivo em meses e m_1 e a definindo a faixa e taxa de transição da função sigmoide, respectivamente.

Para o caso de τ_{ic} a equação 3.19 deveria ser redefinido como a equação 3.20 a seguir.

$$\tau_{ic} = m_0 + m_1 * (0.5 * \pi + \arctan(-a * CRQD)) \quad (3.20)$$

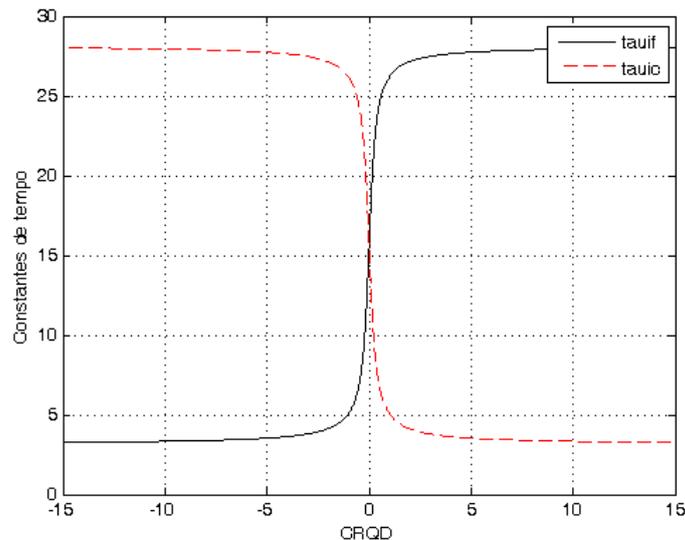


Figura 3.19: Relação das constantes de tempo efetiva da melhoria τ_{if} e τ_{ic} vs $CRQD$

Para refletir a convenção de sinal usada dentro da equação 3.17, a expressão para τ_{ic} coloca o sinal negativo dentro da função *arctan*.

A constante de tempo τ_{ic} varia ao longo do tempo, de acordo com o valor de $CRQD$. Quando a qualidade do competidor é maior do que a percepção da qualidade da firma o competidor não deseja uma melhora, portanto o valor de τ_{ic} deve ser alto, já que τ_{ic} divide o valor da qualidade de melhora desejada do competidor $DICQ$. Quando a percepção da qualidade da firma é maior que a qualidade do competidor, este deseja uma melhora, portanto o valor de τ_{ic} deve ser pequeno. Resumindo isso tudo, o comportamento de τ_{ic} ao longo do tempo pode ser visto na figura 3.20, na qual mostramos também o comportamento da constante de tempo τ_{if} que é inverso da constante de tempo τ_{ic} . Estes valores são calculados por meio das equações 3.19, 3.20, cuja figura foi mostrada em 3.19 que depende do valor de $CRQD$.

3.6 Resumo das equações do modelo *SICEQ*

Aqui apresentamos todas as equações diferenciais do modelo, na primeira parte temos as equações da firma(F), que estão acopladas com as equações da empresa competidora(C), e no final aparece a realimentação da diferença das qualidades.

Equações da empresa denominada firma(F)

$$d/dt(FPCQ) = (CQ - FPCQ)/\tau_p \tag{3.21}$$

$$DIFQ = \max(0, FPCQ - FQ) \tag{3.22}$$

$$DIRFQ = DIFQ/\tau_{if} \tag{3.23}$$

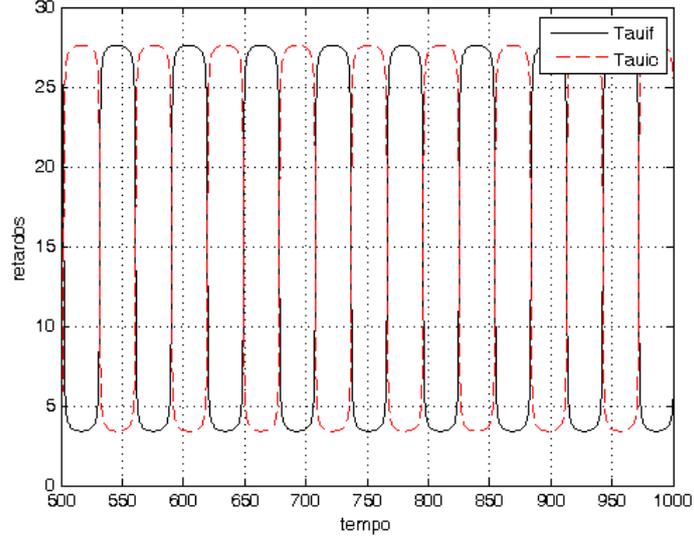


Figura 3.20: Comparação das constantes de tempo τ_{if} e τ_{ic}

$$\theta_{1f\ in} = DIRFQ \quad (3.24)$$

$$d/dt(\theta_{1f}) = \theta_{1f\ in} - \theta_{1f\ out} \quad (3.25)$$

$$\theta_{1f\ out} = \theta_{1f} / \tau_{mf} \quad (3.26)$$

$$d/dt(\theta_{2f}) = \theta_{1f\ out} - \theta_{2f\ out} \quad (3.27)$$

$$\theta_{2f\ out} = \theta_{2f} / \tau_{mf} \quad (3.28)$$

$$d/dt(\theta_{3f}) = \theta_{2f\ out} - \theta_{3f\ out} \quad (3.29)$$

$$\theta_{3f\ out} = \theta_{3f} / \tau_{mf} \quad (3.30)$$

$$AIRFQ = \theta_{3f\ out} \quad (3.31)$$

$$d/dt(FQ) = AIRFQ - FQ / \tau_d \quad (3.32)$$

$$\tau_{mf} = n_0 + n_1 * (0.5 * \pi + \arctan(c * (30 - FQ))) \quad (3.33)$$

$$\tau_{if} = m_0 + m_1 * (0.5 * \pi + \arctan(a * CRQD)) \quad (3.34)$$

Equações da empresa denominada competidora(C)

$$d/dt(CPFQ) = (FQ - CPFQ) / \tau_p \quad (3.35)$$

$$DICQ = \max(0, CPFQ - CQ) \quad (3.36)$$

$$DIRCQ = DICQ / \tau_{ic} \quad (3.37)$$

$$\theta_{1c\ in} = DIRCQ \quad (3.38)$$

$$d/dt(\theta_{1c}) = \theta_{1c\ in} - \theta_{1c\ out} \quad (3.39)$$

$$\theta_{1c\ out} = \theta_{1c}/\tau_{mc} \quad (3.40)$$

$$d/dt(\theta_{2c}) = \theta_{1c\ out} - \theta_{2c\ out} \quad (3.41)$$

$$\theta_{2c\ out} = \theta_{2c}/\tau_{mc} \quad (3.42)$$

$$d/dt(\theta_{3c}) = \theta_{2c\ out} - \theta_{3c\ out} \quad (3.43)$$

$$\theta_{3c\ out} = \theta_{3c}/\tau_{mc} \quad (3.44)$$

$$\text{AIRCQ} = \theta_{3c\ out} \quad (3.45)$$

$$d/dt(\text{CQ}) = \text{AIRCQ} - \text{CQ}/\tau_d \quad (3.46)$$

$$\tau_{mc} = n_0 + n_1 * (0.5 * \pi + \arctan(c * (30 - \text{CQ}))) \quad (3.47)$$

$$\tau_{ic} = m_0 + m_1 * (0.5 * \pi + \arctan(-a * \text{CRQD})) \quad (3.48)$$

Equações da realimentação para o reconhecimento da diferença de qualidade

$$QD = FQ - CQ \quad (3.49)$$

$$d/dt(\text{CRQD}) = (QD - \text{CRQD})/\tau_c \quad (3.50)$$

3.7 Resultados das simulações do modelo *SICEQ*

Várias simulações foram executadas usando o modelo *SICEQ*. Durante estas simulações, dois parâmetros foram identificados com uma forte influência. Estes parâmetros são os coeficientes c e a introduzidos nas equações 3.15, 3.16, 3.19, e 3.20, que definem a taxa de câmbio das constantes do tempo τ_{if} , τ_{ic} , τ_{mf} , e τ_{mc} . Para as simulações foram utilizadas os programas *Berkeley Madonna* de MACEY e OSTER [14], bem como *iThink* de RICHMOND *et al.* [15]. A figura 3.21 mostra o diagrama de estoques e fluxos que reproduz o modelo estudado nesta seção.

A figura 3.22 mostra um plano de fase de FQ versus CQ mostrando um ciclo limite de período único, criado com a escolha $a = 2$ e $c = 0.1$. As oscilações são persistentes e representam a competição entre as empresas. A figura 3.22 em forma de 8 indica uma defasagem de 180 graus entre as qualidades das firmas.

Se a é mantido fixo em $a = 2$, c é incrementado, possíveis comportamentos caóticos são observados em aproximadamente $c = 0.4$. Este fenômeno é ilustrado na figura 3.23.

Agora, se c é fixado em $c = 0.4$ e a é incrementado, o sistema retornará para um ciclo limite de um único período, como se mostra na figura 3.22. O modelo revela

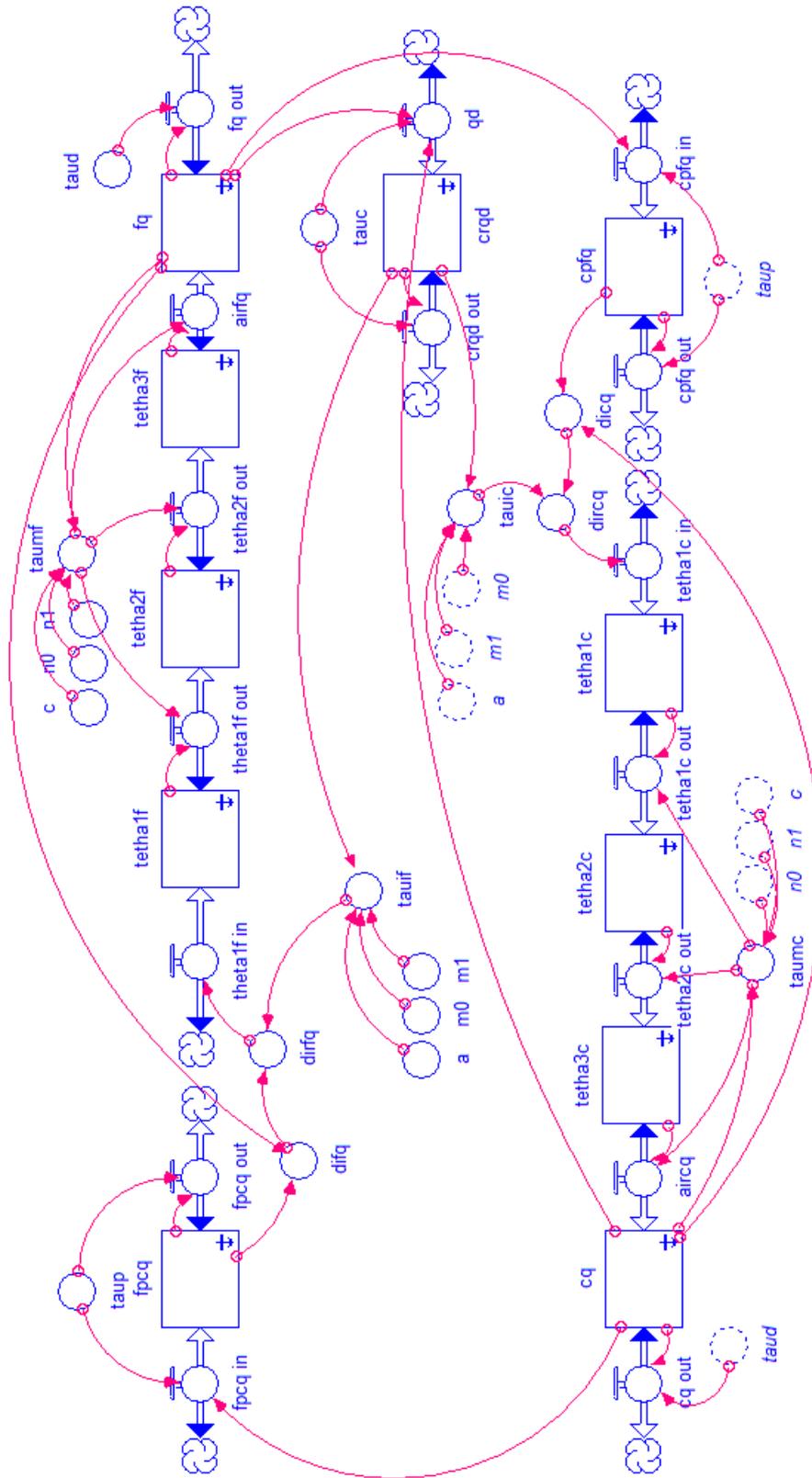


Figura 3.21: Diagrama do modelo *SICEQ* de estoques e fluxos em *iThink*, a parte superior corresponde ao processo de melhoria da qualidade da firma, a parte média ao processo de reconhecimento da diferença de qualidade por parte do cliente, e finalmente a parte inferior ao processo de melhoria da qualidade do competidor.

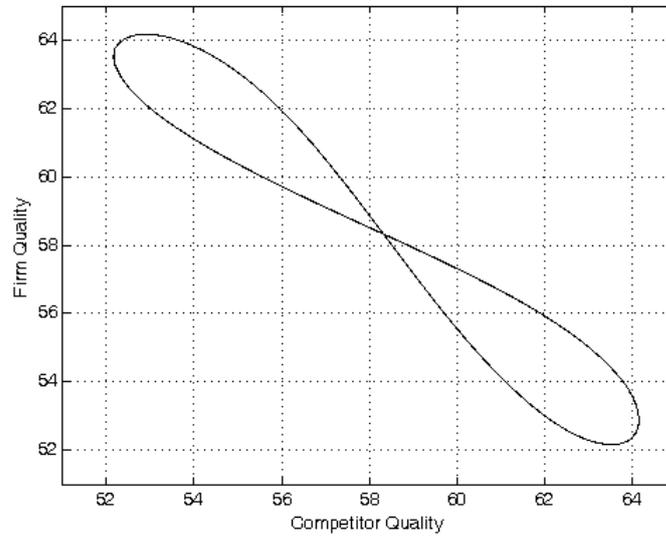


Figura 3.22: Ciclo limite entre a qualidade da firma FQ e a qualidade do competidor CQ

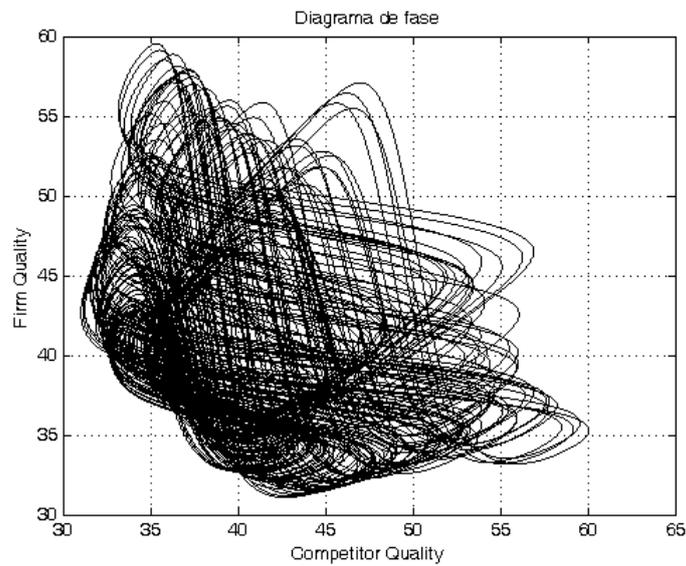


Figura 3.23: Plano de fase mostrando as oscilações caóticas entre as qualidades da firma e competidor

que os membros do duopólio podem superar uns aos outros em diferentes períodos de tempo, isto é, a firma e competidor podem alterar na liderança. Isso acontece porque eles estão envolvidos em um jogo de melhoria de qualidade não-cooperativo. Assim, quando o competidor pode imitar a firma suficientemente rápido, ele é capaz de superá-lo, como podemos observar claramente na figura 3.24.

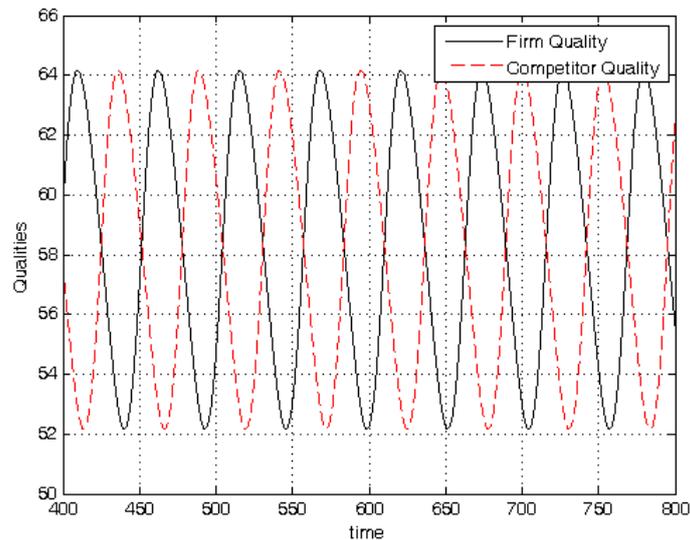


Figura 3.24: Qualidades da firma e do competidor versus o tempo

Para permitir uma avaliação sistemática, aspectos específicos do comportamento do modelo foram verificando-se uma série de diagramas de bifurcações foram gerados variando o coeficiente a enquanto o coeficiente c se manteve fixo em 0.4. O coeficiente a foi escolhido para este propósito devido a sua influencia na taxa da mudança da principal constante de tempo dentro do laço de melhoria de realimentação negativa. O diagrama de bifurcação é representado na figura 3.25, mostrando diferentes regiões do mapa dos picos medidos em estado estacionário, e oscilações no tempo da resposta da qualidade da firma como o parâmetro a ajustada na região 0.5 para 4. A figura mostra o sistema quando a é ajustada de 4 para 0.5, em incrementos de 0.0025, com cada novo ponto no diagrama sendo gerado usando o chamado processo de condição inicial adiabático. Neste processo, o ponto de início para a simulação para qualquer valor do parâmetro dado é tomado do ponto final da simulação antecessora. Este processo habilita a simulação para seguir uma particular solução através de várias bifurcações. A figura 3.25 sugere a existência de uma rica variedade de padrões de comportamento, como bifurcações de tipo *Hopf*, *Saddle-node*, para mais detalhe veja KHALIL [16]. Na figura 3.26 a qualidade da firma mostra diferentes comportamentos para diferentes valores de a , onde temos oscilações, comportamentos caóticos, e tendências a zero. Não é o objetivo desta dissertação se aprofundar nestes temas, e no próximo capítulo faremos uma crítica deste aspecto do modelo.

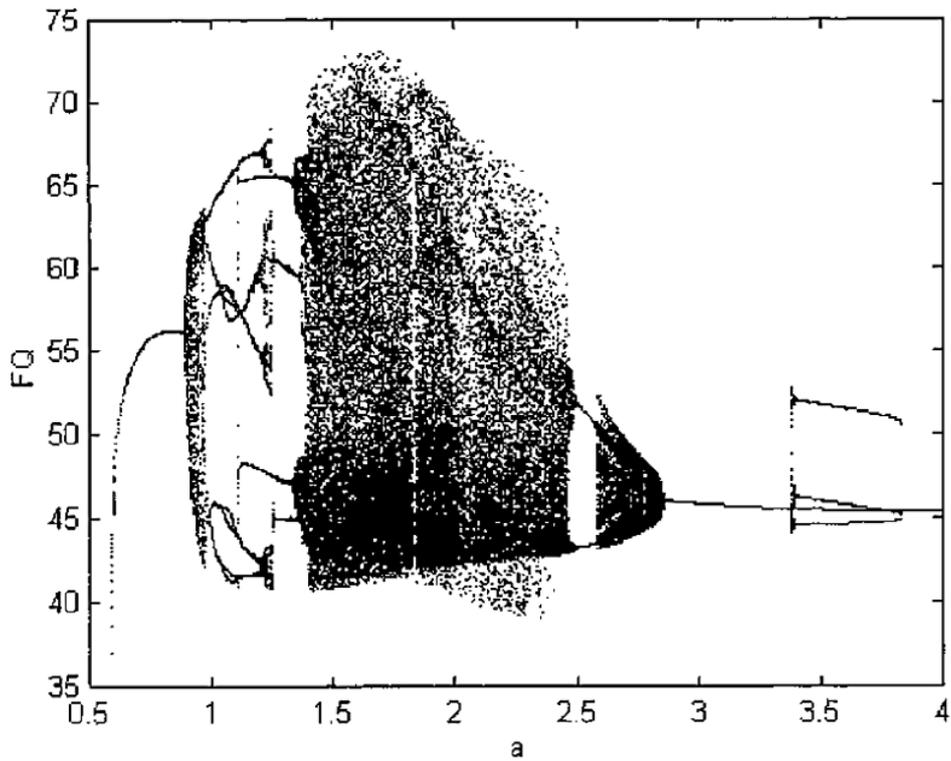


Figura 3.25: Diagrama de bifurcação para a qualidade da firma FQ do modelo, mostrando diferentes regiões do parâmetro a . Fonte SICE *et al.* [3]

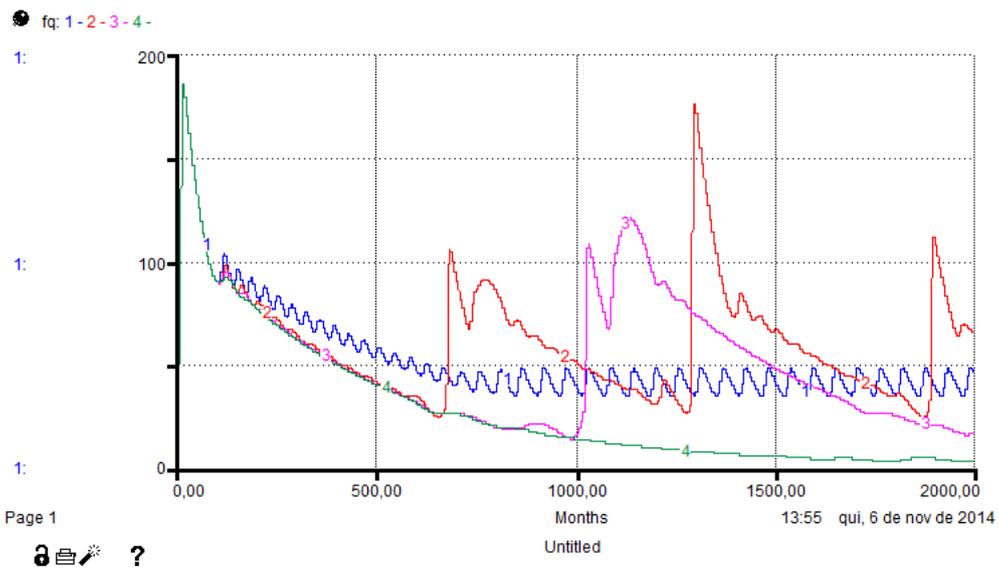


Figura 3.26: Mostrando a variação da qualidade da firma FQ , para 4 valores da taxa de transição a

Este modelo pode ser usado para prever condições sob quais surgem tais comportamentos oscilatórios. Para o modelo *SICEQ* em certas regiões do espaço do parâmetro, pequenas diferenças em decisões de manejo ou influências do meio ambiente podem causar um efeito significativo sobre os resultados da competição de qualidade. Na prática, o aspecto mais significativo da dinâmica caótica é que sua resposta a perturbações externas pode variar dramaticamente, dependendo do tempo preciso da perturbação relativa para a fase do sistema. Sob certas condições, o sistema caótico pode absorver um maior golpe sem mudanças notáveis, enquanto em outras circunstâncias, um distúrbio menor pode completamente redirecionar o movimento. É esta característica que claramente distingue um sistema caótico de um sistema estável com ruído. No caso de dois jogadores, mais ou menos iguais de forças, o resultado da competição não pode ser previsto. O sistema tem história e seu comportamento é muito dependente da trajetória.

O comportamento deste modelo é muito parecido a um modelo de dois sistemas do tipo *Rössler* acoplados como se mostra no artigo RASMUSSEN *et al.* [17]. Para mais detalhes, recomenda-se o artigo BARRIO *et al.* [18] que realiza uma análise qualitativa das equações de um sistema *Rössler*, indicando os ciclos limites e os atratores caóticos.

3.8 Exemplo de aplicação do modelo *SICEQ*

Uma aplicação para o modelo *SICEQ* foi feita por DUTTA e SRIDHAR [1], utilizando a metodologia da dinâmica de sistemas para desenvolver um modelo inicial de provedores de serviço celular dentro de uma estrutura de mercado de duopolio. O modelo usa informação de assinantes da indústria celular indiana para um período de 21 trimestres.

3.8.1 Modelo causa-efeito do crescimento do mercado celular

Dois principais componentes podem ser vistos na figura de causa-efeito 3.27. O componente *A* reflete os mecanismos de competição em um mercado de duopolio já mencionado. O segundo componente *B* está baseado nos mecanismos básicos de difusão que se explicam em ROGERS [19]. Existem dois tipos de adotantes, os inovadores e os imitadores. Os imitadores adotam baseados em recomendações dos usuários (*"Word of Mouth"*), enquanto que os inovadores não precisam de um ímpeto especial. Existe uma diferença entre inovadores e imitadores. Podemos ver no diagrama causa-efeito que o mecanismo de difusão é replicado tanto para a firma como para a competidora. O componente imitador é capturado pelas conexões

dos clientes celulares da firma (competidora) à taxa de assinantes de novos clientes da firma (competidora), como estes novos clientes imitam o comportamento dos clientes existentes e assinam com a firma (competidora). As outras conexões que terminam na taxa de subscrição de novos clientes da firma (competidora) capturam o comportamento dos clientes inovadores. Agora veremos os efeitos de realimentação entre os componentes A e B . O reconhecimento do cliente da diferença de qualidade ($CRQD$) do componente A tem conexões para as taxas de subscrição de novos clientes da firma e competidora no componente B . Devemos notar as conexões e a polaridade destas duas conexões que podem ser positivas ou negativas dependendo da polaridade de $CRQD$. Agora vejamos as conexões dos clientes celulares da firma (competidora) no componente B para a taxa de melhoria FQ (taxa de melhoria CQ) no componente A . Estas conexões refletem o fato de que a empresa com uma base grande de clientes terá grandes receitas para melhorar a eficiência interna. Este diagrama causa-efeito foi implementado em estoques e fluxos, e o sistema resultante de equações diferenciais foi simulado usando dados empíricos da indústria celular indiana para calibrar o modelo.

Tabela 3.2: Tabela da nomenclatura do modelo DUTTA e SRIDHAR [1]

| Sigla | Significado |
|---------|--|
| FCC | <i>Firm's Cellular Customer</i> |
| CCC | <i>Competitor's Cellular Customer</i> |
| PCC | <i>Potential Cellular Customer</i> |
| $CSAF$ | <i>Customer Switching Away from Firm</i> |
| $FNCSR$ | <i>Firm's New Customer SignUp Rate</i> |
| $CNCSR$ | <i>Competitor's New Customer SignUp Rate</i> |

3.8.2 Implementação do modelo de difusão

Na figura 2.1 vimos o diagrama causal de difusão, este mesmo foi usado por DUTTA e SRIDHAR [1] para reproduzir o comportamento de crescimento dos clientes celulares da firma e competidora. Em relação à interação com o modelo de SICE *et al.* [3], vamos reproduzir os resultados mostrados em DUTTA e SRIDHAR [1], que não fornece os detalhes de criação do modelo final.

Na figura 3.28 temos uma quantidade de potenciais adotantes, que seguem a teoria das inovações, passando para o estoque de adotantes, alguns deles por serem inovadores, o restante sendo os imitadores.

Na figura 3.29 temos 100 potenciais adotantes no início, que passam todos para o estoque dos adotantes no final da simulação, as curvas tem um comportamento de crescimento em S causados pelos laços positivo e negativo do sistema.

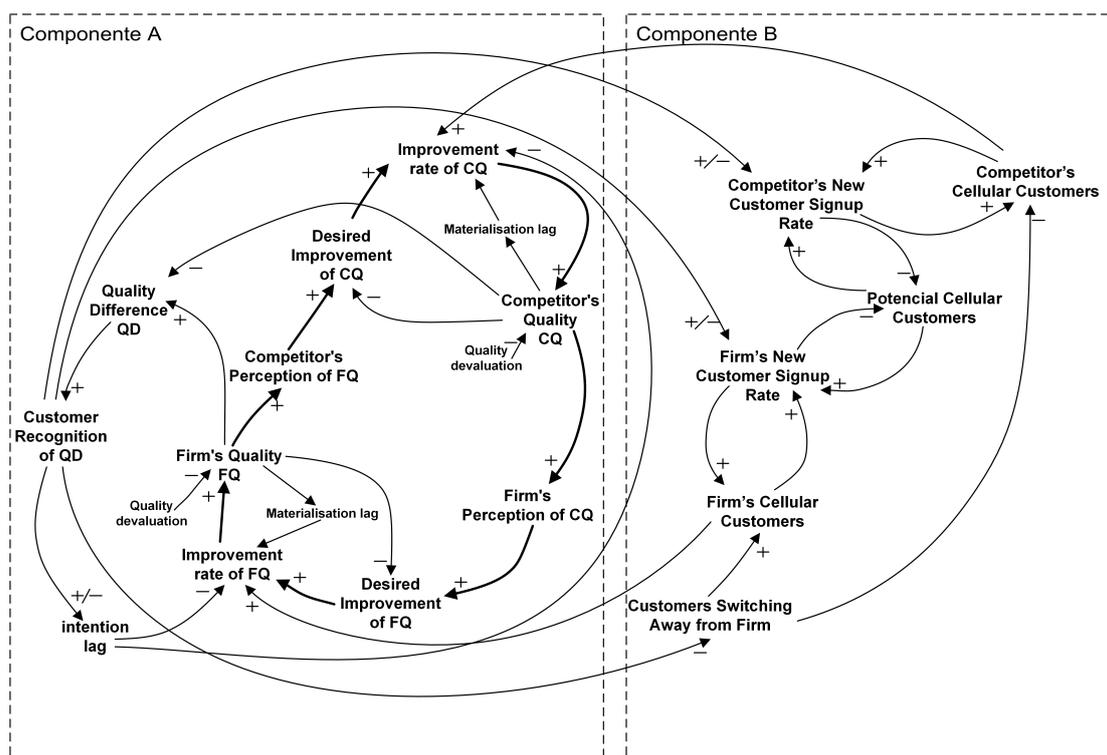


Figura 3.27: Diagrama causa-efeito do mercado celular num duopolio. Fonte DUTTA e SRIDHAR [1]

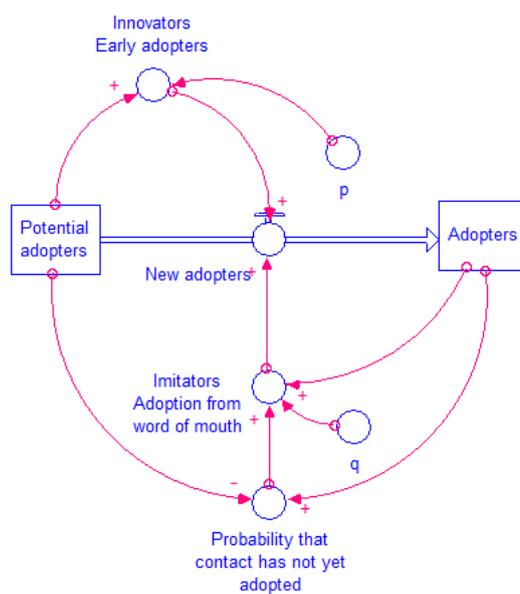


Figura 3.28: Diagrama do modelo de difusão básico. Fonte STERMAN [2]

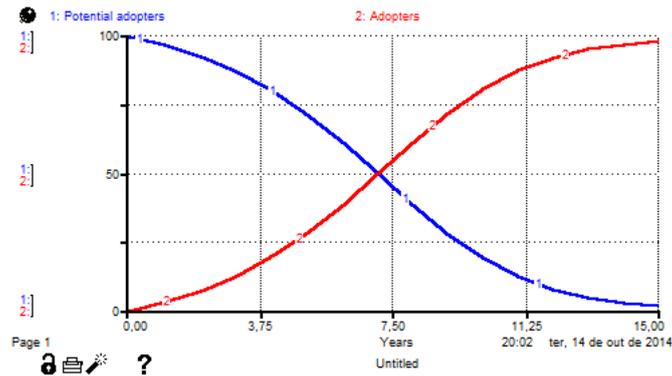


Figura 3.29: Potenciais adotantes que viram adotantes

O gráfico na figura 3.30 mostra o comportamento contínuo dos inovadores, imitadores, e a soma dos dois na curva de novos adotantes. Nesta figura o comportamento de sobressinal e colapso.

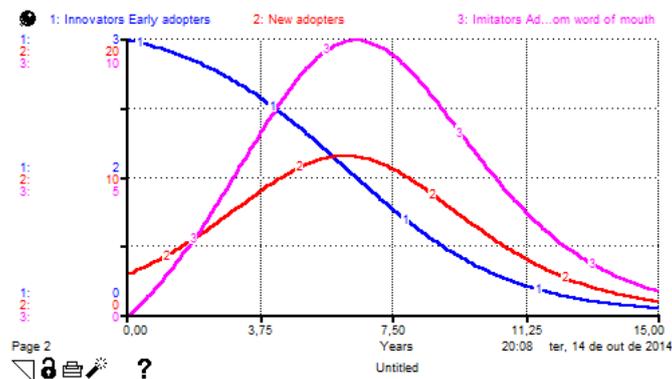


Figura 3.30: Gráfica mostrando os Inovadores, Novos adotantes, os Imitadores, e o fenômeno de sobressinal e colapso

3.8.3 Modelo de crescimento celular num duopolio

No caso anterior a difusão é realizada só para uma empresa, vamos modificar esse modelo para o caso de duas empresas mostrado na figura 3.31, e juntar esse modelo com o modelo de duopolio de qualidades.

Na figura 3.33 implementou-se um modelo de competição das qualidades em um duopolio junto com a difusão, que corresponde ao diagrama causa-efeito da figura 3.27, na qual foram explicados as relações entre os componentes A y B . Agora podemos analisar como as qualidades dos produtos das empresas afetam o crescimento de clientes. Neste caso de duas empresas de telecomunicações, o modelo foi implementado no programa *iThink 9.1.4* de RICHMOND *et al.* [15].

O resultado das simulações na figura 3.32, mostra o crescimento da carteira dos clientes da firma e competidora (neste caso, das firmas Bharti e Sterling respectiva-

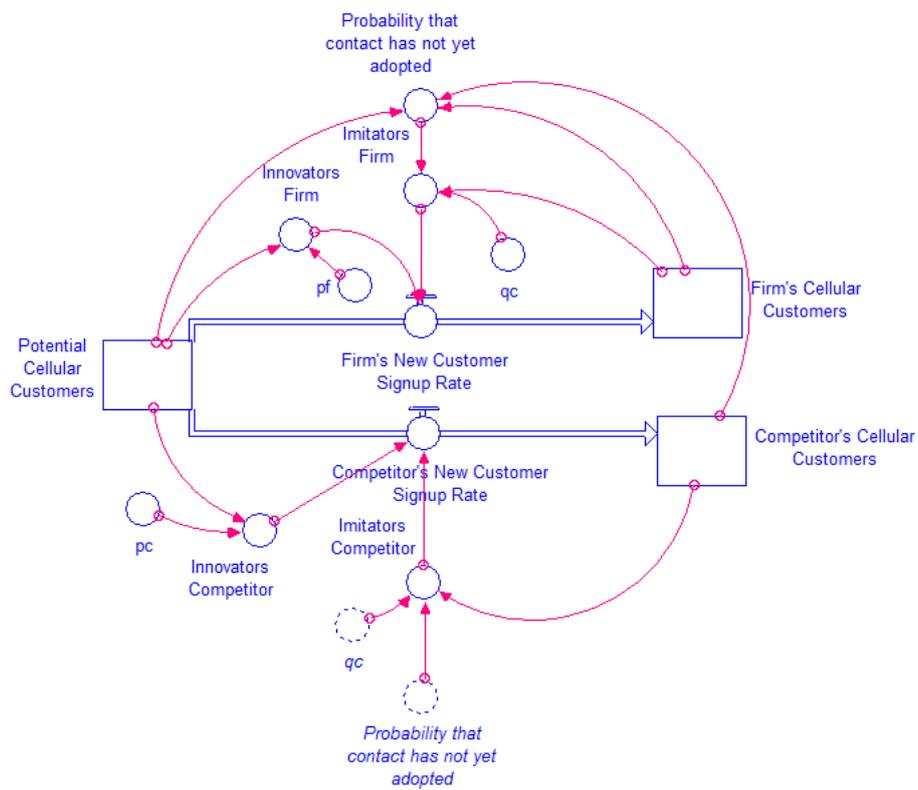


Figura 3.31: Modelo de difusão modificado para um duopólio. O modelo da figura 3.31 é duplicado, onde temos em comum os potenciais adotadores para a firma e a competidora, os adotadores finais são os clientes da firma e a competidora.

mente).

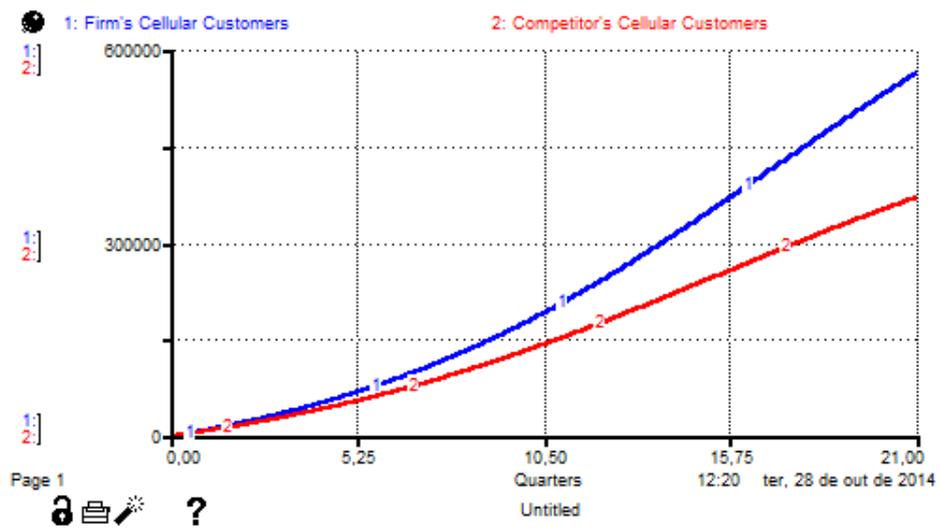


Figura 3.32: Crescimento da carteira de clientes de Bharti(F) e Sterling(C)

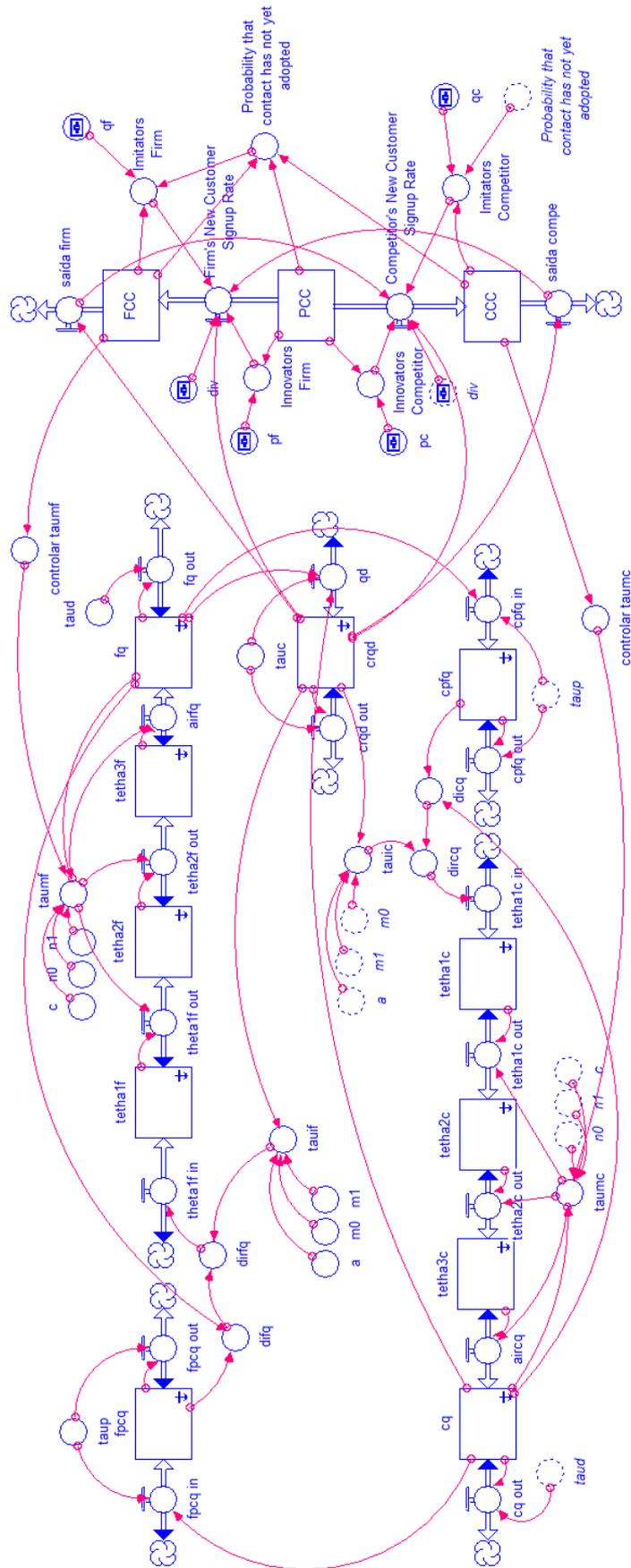


Figura 3.33: Modelo para um mercado celular usando um duopolio de competição

Capítulo 4

Propostas de modificações no modelo *SICEQ*

O objetivo deste capítulo é o de introduzir, sequencialmente, modificações no modelo *SICEQ* estudado até este ponto, de modo a tornar um comportamento mais realista. Especificamente observando que comportamento caótico de qualidade não é observado em duopólios operando no mundo real, introduz-se neste capítulo, uma série de modificações, justificando cada uma no capítulo seguinte, juntam-se todas as modificações, para propor um novo modelo. A primeira mudança introduzida na constante de tempo que representa o atraso interno de melhora das companhias. Esta primeira mudança possui efeitos que em seguida são mitigados introduzindo realimentações nas saídas das qualidades. Introduce-se também o conceito de qualidades mínimas desejadas para cada empresa.

4.1 Mudança nas constantes de tempo dos atrasos internos das empresas τ_{mf} e τ_{mc}

De acordo com o diagrama causal da figura 3.14, quando a qualidade é alta, é mais fácil diminuir os atrasos internos, baseando-se na lógica de que qualidade alta proporciona mais recursos para diminuir atrasos internos na firma. Neste contexto, a mudança proposta aqui é a inversão desta lógica, argumentando que, quando a qualidade já é alta, leva-se mais tempo para ganhos incrementais nela. Ou seja, para valores de qualidade altas, os tempos para realizar uma melhoria também são maiores, portanto as constantes de tempo τ_{mf} e τ_{mc} são altas. A seguir reproduziremos as equações 3.15(em 4.1) e 3.16(em 4.2).

$$\tau_{mf} = n_0 + n_1 * (0.5 * \pi + \arctan(c * (30 - FQ))) \quad (4.1)$$

$$\tau_{mc} = n_0 + n_1 * (0.5 * \pi + \arctan(c * (30 - CQ))) \quad (4.2)$$

Para obter estas mudanças modificaremos as equações 4.1 e 4.2 de τ_{mf} e τ_{mc} respetivamente, da seguinte forma:

$$\tau_{mfMOD} = n_0 + n_1 * (0.5 * \pi + \arctan(c * (FQ - 30))) \quad (4.3)$$

$$\tau_{mcMOD} = n_0 + n_1 * (0.5 * \pi + \arctan(c * (CQ - 30))) \quad (4.4)$$

Feita esta modificação obtemos um novo gráfico que é a imagem especular do anterior, figura 4.1.

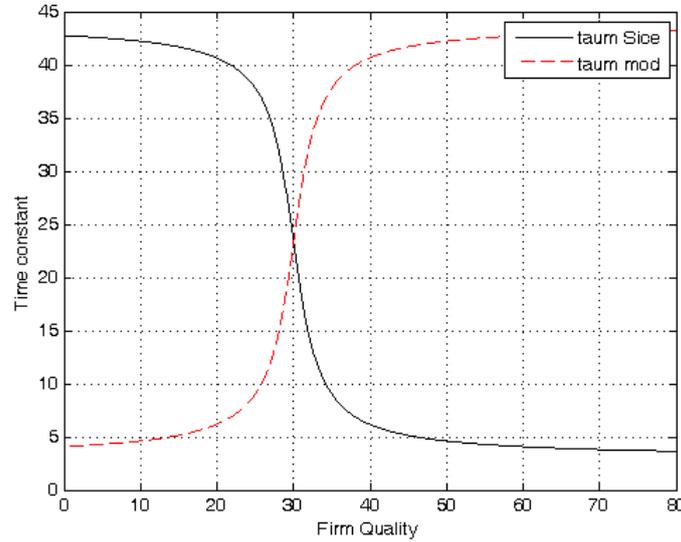


Figura 4.1: τ_m and τ_m invertido versus time

Na tabela 4.1 temos um resumo das equações do modelo *SICEQ*.

4.1.1 Resultados das mudanças de τ_{mf} e τ_{mc}

Quando mudamos os atrasos internos τ_{mf} e τ_{mc} , o sistema se comporta de diferentes formas. Para ser mais específicos vamos mostrar as mudanças vistas nas simulações através do programa Berkeley Madonna de MACEY e OSTER [14].

Com os mesmos parâmetros e condições iniciais das simulações anteriores vemos na figura 4.2 o comportamento oscilatório das qualidades da firma e a competidora muito parecidos como nas anteriores simulações da figura 3.24.

Realizamos mais simulações para este novo modelo, e encontramos outro tipo de comportamento, como registrado na figura 4.3, na qual vemos que as qualidades das empresas tendem para zero, devido a uma mudança nas condições iniciais. Como

Tabela 4.1: Resumo das equações do modelo *SICEQ*

| Firm Quality | Competitor Quality |
|---|---|
| $d/dt(\text{FPCQ}) = (\text{CQ} - \text{FPCQ})/\tau_p$ | $d/dt(\text{CPFQ}) = (\text{FQ} - \text{CPFQ})/\tau_p$ |
| $\text{DIFQ} = \max(0, \text{FPCQ} - \text{FQ})$ | $\text{DICQ} = \max(0, \text{CPFQ} - \text{CQ})$ |
| $\text{DIRFQ} = \text{DIFQ}/\tau_{if}$ | $\text{DIRCQ} = \text{DICQ}/\tau_{ic}$ |
| $\theta_{in1f} = \text{DIRFQ}$ | $\theta_{in1c} = \text{DIRCQ}$ |
| $d/dt(\theta_{1f}) = \theta_{in1f} - \theta_{out1f}$ | $d/dt(\theta_{1c}) = \theta_{in1c} - \theta_{out1c}$ |
| $\theta_{out1f} = \theta_{1f}/\tau_{mf}$ | $\theta_{out1c} = \theta_{1c}/\tau_{mc}$ |
| $d/dt(\theta_{2f}) = \theta_{out1f} - \theta_{out2f}$ | $d/dt(\theta_{2c}) = \theta_{out1c} - \theta_{out2c}$ |
| $\theta_{out2f} = \theta_{2f}/\tau_{mf}$ | $\theta_{out2c} = \theta_{2c}/\tau_{mc}$ |
| $d/dt(\theta_{3f}) = \theta_{out2f} - \theta_{out3f}$ | $d/dt(\theta_{3c}) = \theta_{out2c} - \theta_{out3c}$ |
| $\theta_{out3f} = \theta_{3f}/\tau_{mf}$ | $\theta_{out3c} = \theta_{3c}/\tau_{mc}$ |
| $\text{AIRFQ} = \theta_{out3f}$ | $\text{AIRCQ} = \theta_{out3c}$ |
| $d/dt(\text{FQ}) = \text{AIRFQ} - \text{FQ}/\tau_d$ | $d/dt(\text{CQ}) = \text{AIRCQ} - \text{CQ}/\tau_d$ |
| $d/dt(\text{CRQD}) = (\text{QD} - \text{CRQD})/\tau_c$ | $\text{QD} = \text{FQ} - \text{CQ}$ |
| $\tau_{mf} = n_0 + n_1 * (0.5 * \pi + \arctan(c * (30 - \text{FQ})))$ | $\tau_{mc} = n_0 + n_1 * (0.5 * \pi + \arctan(c * (30 - \text{CQ})))$ |
| $\tau_{if} = m_0 + m_1 * (0.5 * \pi + \arctan(a * \text{CRQD}))$ | $\tau_{ic} = m_0 + m_1 * (0.5 * \pi + \arctan(-a * \text{CRQD}))$ |

este fenômeno não acontecia com o modelo *SICEQ*, podemos classificar este efeito como não desejado.

Para condições iniciais maiores o modelo modificado começa-se comportar de outra forma não desejada, divergindo como se mostra na figura 4.4, apontando para a existência de um escape em tempo finito.

Realizou-se um experimento sobre os efeitos das condições iniciais sobre o modelo modificado. Todas as condições iniciais são anuladas, exceto o valor da condição inicial de *FQ* o qual muda de valor de 0 ate alcançar o valor de 70. Na figura 4.5, o eixo horizontal representa a variação das condições iniciais de *FQ*, e no eixo vertical os valores médio e final da qualidade da firma *FQ*. Observa-se que os valores de qualidade começam em valores baixos e vão se incrementando. Quando as condições iniciais de *FQ* chegam ao valor de 70, ocorre o escape de *FQ* ao infinito.

4.2 Realimentação na saída das qualidades

Para evitar o problema de escape das qualidades observadas por causa da mudança no atraso interno para a melhoria da qualidade, introduz-se um limitante nas saídas do modelo isto é, nas qualidades da firma e competidor. A modificação das equações de qualidade 4.5, e 4.6 se pode ver na equação 4.7 para *FQ* e na equação 4.8 para *CQ*.

$$\frac{dFQ}{dt} = \text{AIRFQ} - \frac{FQ}{\tau_d} \quad (4.5)$$

$$\frac{dCQ}{dt} = \text{AIRCQ} - \frac{CQ}{\tau_d} \quad (4.6)$$

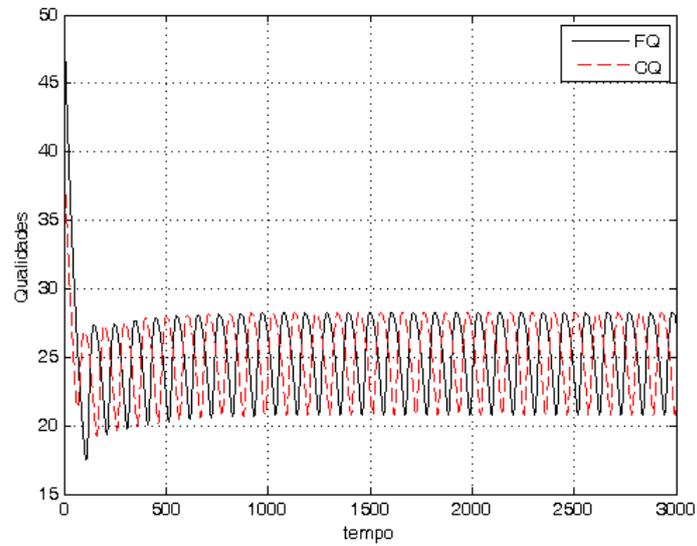


Figura 4.2: Qualidades da firma e competidor oscilando com as mesmas características do modelo *SICEQ*(Figura 3.24), quando τ_{mfMOD} e τ_{mcMOD} são utilizados

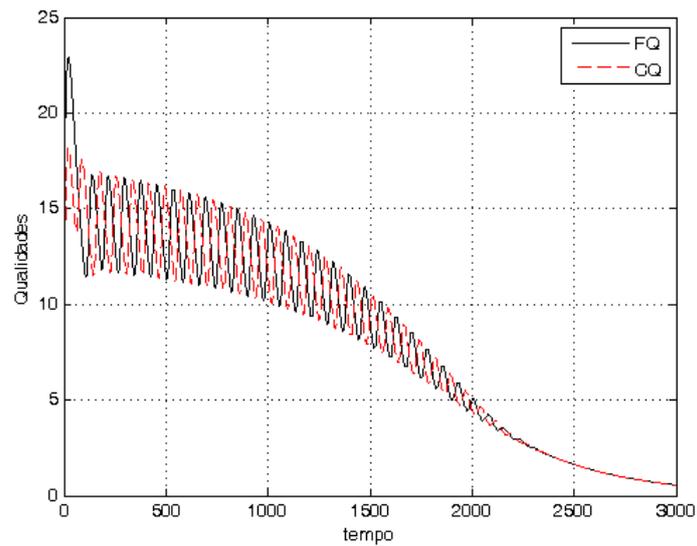


Figura 4.3: Qualidades da firma e competidor tendem para zero, quando as constantes de tempo τ_{mfMOD} e τ_{mcMOD} são utilizadas

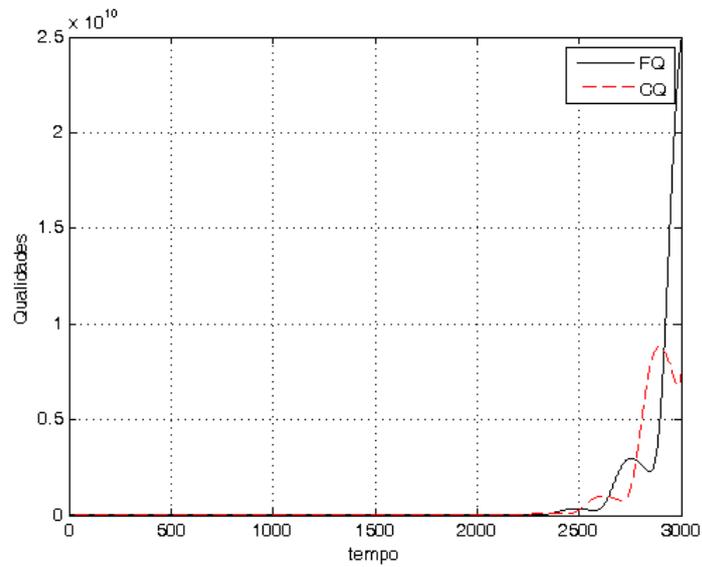


Figura 4.4: Escape em tempo finito das qualidades das firmas, com a utilização das constantes de tempo τ_{mfMOD} e τ_{mcMOD}

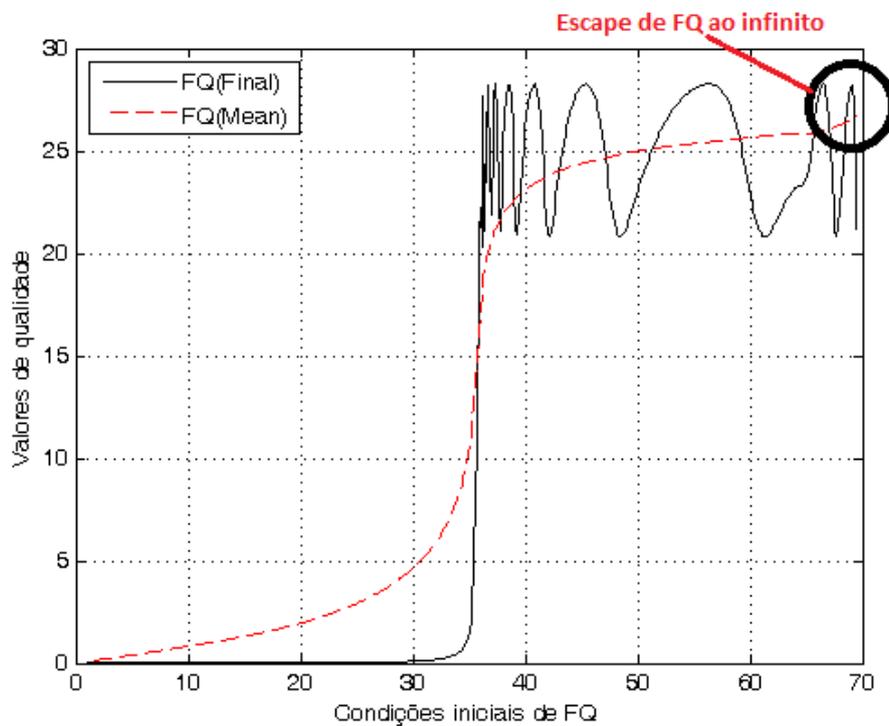


Figura 4.5: Gráfico do efeito das variações nas Condições Iniciais na qualidade da firma FQ . Detalhes do experimento estão no texto.

$$\frac{dFQ}{dt} = \frac{k}{1 + FQ} AIRFQ - \frac{FQ}{\tau_d} \quad (4.7)$$

$$\frac{dCQ}{dt} = \frac{k}{1 + CQ} AIRCQ - \frac{CQ}{\tau_d} \quad (4.8)$$

Nas equações modificadas 4.7 e 4.8 temos o parâmetro k , com o qual podemos controlar a amplitude das qualidades da firma e do competidor, na figura 4.6 vemos as qualidades para o valor de $k = 1$.

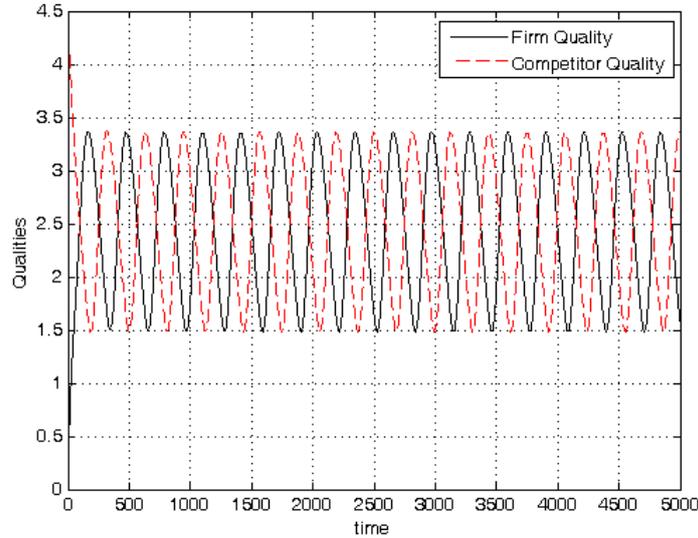


Figura 4.6: Qualidades das empresas do modelo *SICEQ* com realimentação na saída, para $k = 1$

Nas várias simulações com a mudança de realimentação na saída, notamos alguns comportamentos diferentes. Adotando a mesma abordagem experimental utilizada na seção anterior para ajustar k , escolheu-se τ_{mf} como uma das variáveis que melhor representa o efeito de variar k . A figura 4.7 mostra que para valores baixos de k a constante de tempo τ_{mf} atinge. Sabendo que as qualidades da firma e competidor possuem valores pequenos, como constatamos na figura 4.6 para o valor de $k = 1$. Para os valores de k na faixa de 5 até 30, os valores da constante de tempo τ_{mf} variam bastante, estes são comportamentos não desejados, e os mesmos efeitos acontecem para as variáveis em todo o modelo. Para valores de k maiores de 30, τ_{mf} se comporta como o modelo *SICEQ*, isto é previsível, já que estamos eliminando a realimentação ao aumentar a amplitude com valores altos de k . Para escolher um valor de k onde evitar comportamentos não desejados como o caos, este dependerá do comportamento das qualidades quando se juntem as modificações no capítulo 5.

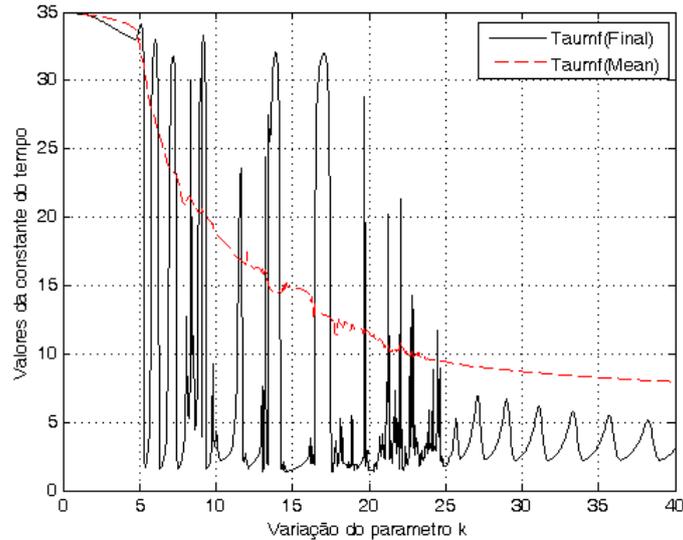


Figura 4.7: Valores de τ_{mf} *Mean* e *Final* versus a variação do parâmetro k

4.3 Eliminando as oscilações do modelo *SICEQ*

4.3.1 Estabelecimento de um padrão mínimo de qualidade

A próxima mudança é motivada pela descrição de valores de qualidade mínimos em CRAMPES e HOLLANDER [20]. O estabelecimento de qualidades mínimas em um duopolio, por cada uma das empresas é um passo natural e realista. As qualidades mínimas padrão *minf* e *minc*, para a qualidade da empresa competidora CQ , e a qualidade da firma FQ , geram resultados esperados para eliminar as oscilações. CRAMPES e HOLLANDER [20] propõe e demonstra as seguintes proposições, quando são introduzidos valores de qualidade mínimas:

- Proposição 1: A firma comporta-se pior, sob um requerimento mínimo de qualidade, do que em um equilíbrio de mercado não regulado.
- Proposição 2: A empresa competidora comporta-se melhor sob um requerimento mínimo de qualidade que é ligeiramente maior do que a qualidade que esta empresa poderia ter escolhido na ausência de regulação.

Quando a empresa competidora incrementa seu valor para cumprir com o valor mínimo padrão, a firma responde aumentando sua qualidade para preservar a diferença da qualidade entre os produtos. Consequentemente os custos unitários aumentam e a demanda diminui. Em ambos os casos, o lucro diminui para a firma. A mudança dos consumidores da firma para a competidora produz um aumento de lucro para a competidora, sempre que a qualidade mínima padrão não seja muito maior do que a qualidade CQ em um mercado não regulado.

Até agora vimos o comportamento das empresas, mas CRAMPES e HOLLANDER [20] também analisam o comportamento dos clientes, e demonstram as seguintes proposições.

- Proposição 3: Quando a resposta da firma é leve, todos os consumidores se beneficiam de uma qualidade mínima padrão ligeiramente maior do que a qualidade da competidora seria em um mercado não regulado. Quando a resposta da firma é forte, todos os consumidores perdem.
- Proposição 4: Uma qualidade mínima padrão suficientemente perto da qualidade da empresa competidora em um equilíbrio não regulado, incrementa o bem-estar social.

CRAMPES e HOLLANDER [20] mencionam que uma empresa competidora perderá quando a qualidade mínima padrão é imposta, e maior que a qualidade da empresa competidora, e a firma não deseja uma melhoria na sua qualidade. Portanto o empresa competidora terá perdas.

As modificações serão feitas nas equações 4.9 e 4.10 do modelo *SICEQ*, que se mostram em seguida:

$$\frac{dFQ}{dt} = AIRFQ - \frac{FQ}{\tau_d} \quad (4.9)$$

$$\frac{dCQ}{dt} = AIRFQ - \frac{CQ}{\tau_d} \quad (4.10)$$

Grandes oscilações não são desejadas e nem vistas num ambiente real. Quando uma empresa alcança a liderança no mercado, ela permanece líder durante um tempo considerável. Em muitos duopólios reais, há quase sempre uma empresa líder, e embora o competidor esteja sempre tentando melhorar a qualidade de seu produto não se observam grandes oscilações e muito menos oscilações caóticas. Agregando um valor mínimo de qualidade segundo CRAMPES e HOLLANDER [20], para ambas empresas, como nas equações 4.11, 4.12, 4.13, e 4.14.

$$\frac{dFQ1}{dt} = AIRFQ - \frac{FQ1}{\tau_d} \quad (4.11)$$

$$FQ = FQ1 + \min f \quad (4.12)$$

$$\frac{dCQ1}{dt} = AIRFQ - \frac{CQ1}{\tau_d} \quad (4.13)$$

$$CQ = CQ1 + \min c \quad (4.14)$$

O resultado destas modificações no comportamento do modelo pode ser visto na simulação da figura 4.8, para as mesmas condições iniciais que foram usadas no modelo *SICEQ*. Embora hajam grandes oscilações no começo, depois de um período transitório elas desaparecem. Na simulação, em regime estacionário após o desaparecimento das oscilações, existe uma diferença entre as qualidades finais da firma e o competidor. A firma alcança o valor desejado de qualidade mínima, porém o competidor tenta alcançar o valor da qualidade da firma, ultrapassando inclusive o valor de qualidade mínima designado para ela. O valor de diferença de qualidade entre as firmas pode ser calculada através de uma análise dos pontos de equilíbrio.

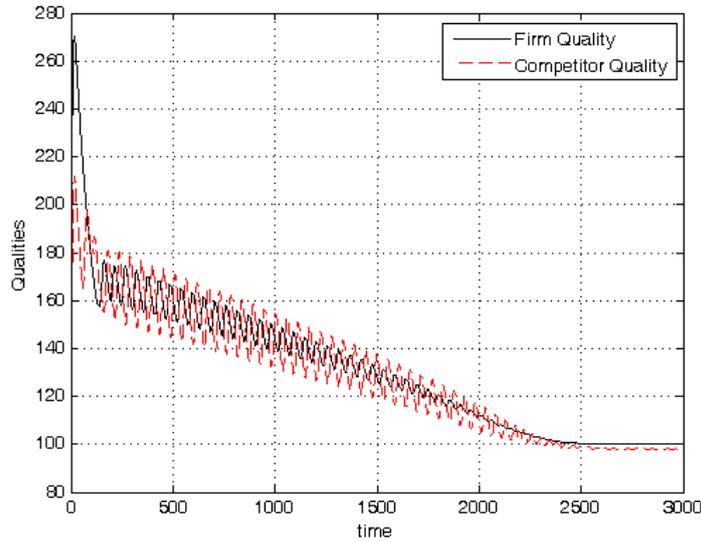


Figura 4.8: Modelo *SICEQ* com qualidades mínimas na saída $minf$ e $minc$. Em regime estacionário $FQ = minf$, e CQ é maior ao valor de $minc$

Para entender melhor o efeito desta ultima modificação escolhemos a constante de tempo da melhoria interna das companhias, cujo comportamento já foi estudado anteriormente. Lembrando que τ_{mf} depende do valor da qualidade da firma FQ , e que esta relação foi representada por uma sigmoide na figura 3.14, observa-se que, para valores de FQ maiores a 70, o valor da constante de tempo é quase constante (e de valor 3). Portanto, quando agregamos valores fixos na saída das qualidades, os valores das constantes de tempo deixaram de oscilar para assumir valores fixos. A figura 4.9 mostra o gráfico de τ_{mf} para uma variação de $minf$ entre 3 valores de $minf = 80, minf = 190$, e $minf = 300$. Vemos no gráfico que quando os valores de $minf$ são maiores as oscilações desaparecem mais rapidamente, e ao eliminar as oscilações em τ_{mf} , temos eliminado as oscilações do modelo.

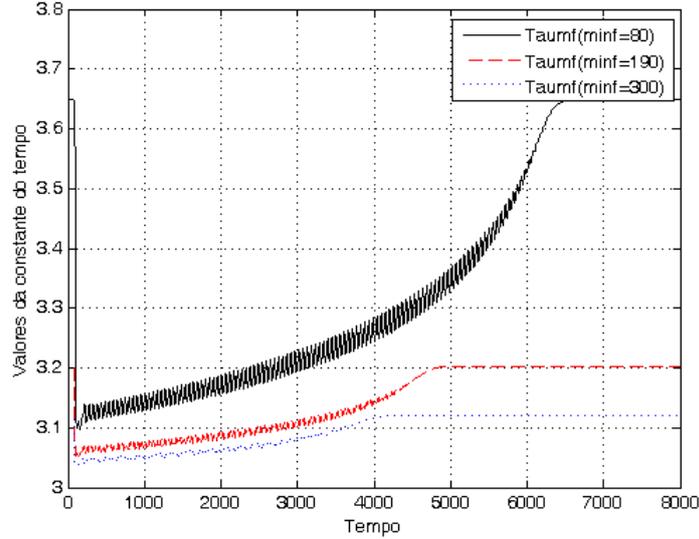


Figura 4.9: τ_{mf} para 3 valores de $minf$, mostrando que as oscilações cessam em regime

4.4 Saturação das Qualidades

No modelo *SICEQ* as qualidades das empresas sempre oscilam com certa frequência e amplitude. Propomos uma modificação adicional para controlar a frequência e a amplitude das oscilações. A seguir reproduziremos as equações 3.22(em 4.15) e 3.36(em 4.16), e faremos as modificações nas equações 4.15 e 4.16.

$$DIFQ = \max(0, FPCQ - FQ) \quad (4.15)$$

$$DICQ = \max(0, CPFQ - CQ) \quad (4.16)$$

Desejamos controlar a saída das amplitudes des *DIFQ*, e *DICQ*, portanto introduzimos uma função *mínimo* com o parâmetro *sat*, a mudança pode se notar nas equações 4.17 e 4.18.

$$DIFQ_{sat} = \min(sat, \max(0, FPCQ - FQ)) \quad (4.17)$$

$$DICQ_{sat} = \min(sat, \max(0, CPFQ - CQ)) \quad (4.18)$$

Com isso podemos controlar as amplitudes destas funções, quando o parâmetro *sat* é maior do que o valor da função *máximo* não afeta a saída, mas existem valores para os quais ocorre saturação da saída. Neste caso, a frequência e a amplitude começam a diminuir. A figura 4.10 mostra no eixo horizontal o parâmetro *sat*, e no eixo vertical a qualidade da firma *FQ*, observamos aqui que para valores de *sat* entre

4.5 e 3.5 ocorrem sinais de vários períodos na qualidade da firma, relembramos que o modelo original *SICEQ* as vezes apresentava comportamentos parecidos. Podemos concluir que quando saturamos a amplitude da qualidade da firma começa a diminuir até finalmente alcançar o valor de 0.

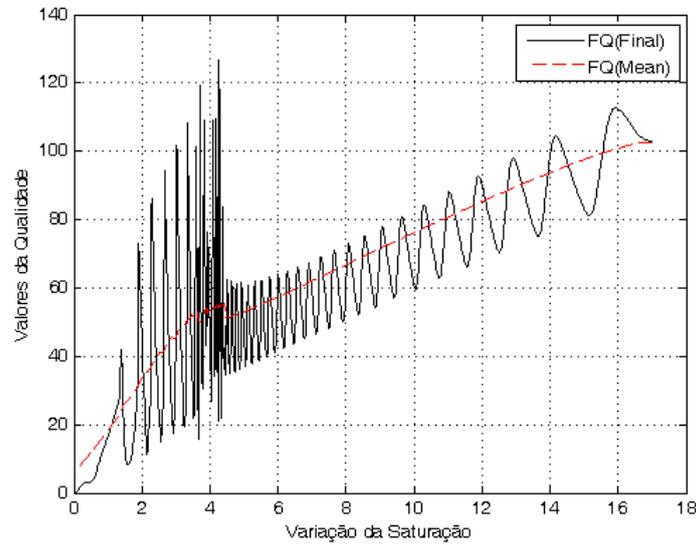


Figura 4.10: Variação da qualidade da firma para diferentes valores de *sat*

Os fenômenos das mudanças de frequência e amplitude podem ser melhor visualizados na figura 4.11, notamos as mudanças até que o valor de *sat* é 0.

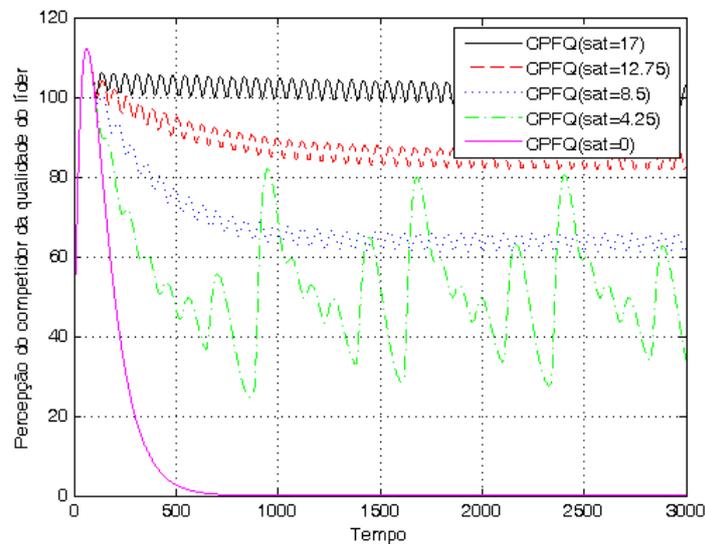


Figura 4.11: Percepção do competidor da qualidade da firma *CPFQ*, para vários valores do parametro de saturação *sat* em 4.17, e 4.18

4.5 Viés

Nesta última seção introduzimos o parâmetro $vies$ nas fórmulas 4.15 e 4.16, o resultado desta mudança são as equações 4.19 e 4.20.

$$DIFQ_{vies} = \max(vies, FPCQ - FQ) \quad (4.19)$$

$$DICQ_{vies} = \max(vies, CPFQ - CQ) \quad (4.20)$$

Ao incrementar o valor de $vies$, se tem um incremento nos valores das qualidades, a figura 4.12 mostra o crescimento do FQ , poderemos usar esta característica nas seções seguintes.

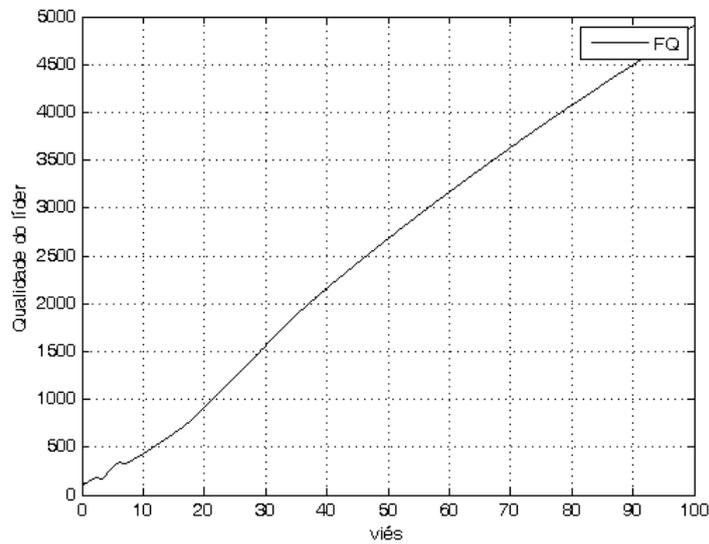


Figura 4.12: Qualidade da firma FQ vs $vies$

Capítulo 5

Proposta de novo modelo de duopólio competitivo com imposição de padrão mínimo de qualidade

O objetivo deste capítulo é juntar todas as mudanças feitas incrementalmente no capítulo 4 em um modelo único, representando o modelo final, e verificando o comportamento dos sinais, em especial as qualidades das firmas. No capítulo 4 vimos como a mudança da constante de tempo interno para a melhoria da qualidade afeta alguns resultados, levando as qualidades das firmas a divergir ou tender para zero. Também vimos que agregando uma realimentação na saída, podemos controlar a amplitude das qualidades. Finalmente na última parte do capítulo anterior se eliminou as oscilações usando valores de qualidade mínimas, bem como as saturações e viés. Todas estas mudanças foram feitas ao modelo básico *SICEQ*. Agora vamos juntando estas mudanças, para finalmente ter todas reunidas no modelo final proposto nesta dissertação.

5.1 Mudança das constantes do tempo τ_{mf} e τ_{mc} junto com as realimentações nas saídas

As equações 5.1 e 5.2 correspondem as mudanças das constantes do tempo τ_{mf} e τ_{mc} respectivamente. As realimentações nas saídas são representadas pelas equações 5.3 e 5.4 para *FQ* e *CQ* respectivamente. Quando juntamos estas mudanças vamos notar diferentes comportamentos. As características das respostas variam em função dos valores das condições iniciais e valores de k . A primeira modificação do capítulo 4, apresentava em geral 3 comportamentos, no caso específico dos valores de quali-

dade das firmas, estas podiam tender para zero, oscilar em regime estacionário, ou divergir para o infinito, e estes comportamentos dependiam das condições iniciais das qualidades (ver figura 4.5). Para valores baixos das condições iniciais de FQ o valor da qualidade da firma tende para 0; aumentando o valor da condição inicial, o valor da qualidade da firma se estabiliza e mostra comportamentos oscilatórios como o modelo *SICEQ*, e as oscilações vão se incrementando conforme a condição inicial vai aumentando. A partir de um determinado valor das condições iniciais as qualidades escapam para o infinito.

$$\tau_{mfMOD} = n_0 + n_1 * (0.5 * \pi + \arctan(c * (FQ - 30))) \quad (5.1)$$

$$\tau_{mcMOD} = n_0 + n_1 * (0.5 * \pi + \arctan(c * (CQ - 30))) \quad (5.2)$$

$$\frac{dFQ}{dt} = \frac{k}{1 + FQ} AIRFQ - \frac{FQ}{\tau_d} \quad (5.3)$$

$$\frac{dCQ}{dt} = \frac{k}{1 + CQ} AIRCQ - \frac{CQ}{\tau_d} \quad (5.4)$$

Juntando as duas modificações (equações 5.1, 5.2, 5.3, 5.4) examinamos os efeitos por causa dos parâmetros das condições iniciais e k . Varias simulações foram realizadas com o valor de $k = 1$ e variando as condições iniciais em uma faixa ampla, mostrando o comportamento das qualidades que tendem para zero, assumimos que a realimentação é muito forte com $k = 1$. Agora vejamos o que acontece com o valor da qualidade da firma quando mantemos as condições iniciais fixas e variamos o valor de k . Na figura 5.1 temos a qualidade de FQ que vai aumentando conforme k aumenta, mas não diverge ou escapa para o infinito. Conclui-se que a realimentação nas saídas isto é, os termos $(\frac{k}{1+FQ}, \frac{k}{1+CQ})$, consegue parar este fenômeno não desejado.

Na figura 5.2 as amplitudes das qualidades podem ser controladas pelo parâmetro k , mas ainda persistem as frequentes trocas de liderança entre as empresas.

5.2 Modelo com τ_{mfMOD} , τ_{mcMOD} , realimentação na saída, e qualidades mínimas

Juntamos aqui as 3 primeiras modificações do capítulo 4, as equações 5.5 e 5.6 representam a mudança das constantes do tempo τ_{mfMOD} e τ_{mcMOD} respectivamente, as equações 5.7 e 5.8 representam as mudanças das realimentações nas saídas dos valores de qualidade das firmas, e finalmente as equações 5.9 e 5.10 representam a

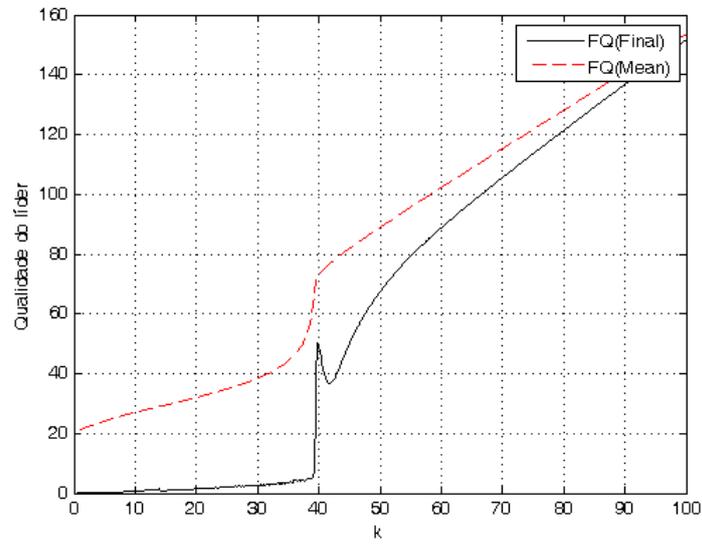


Figura 5.1: Crescimento da Qualidade da firma FQ para variações de k

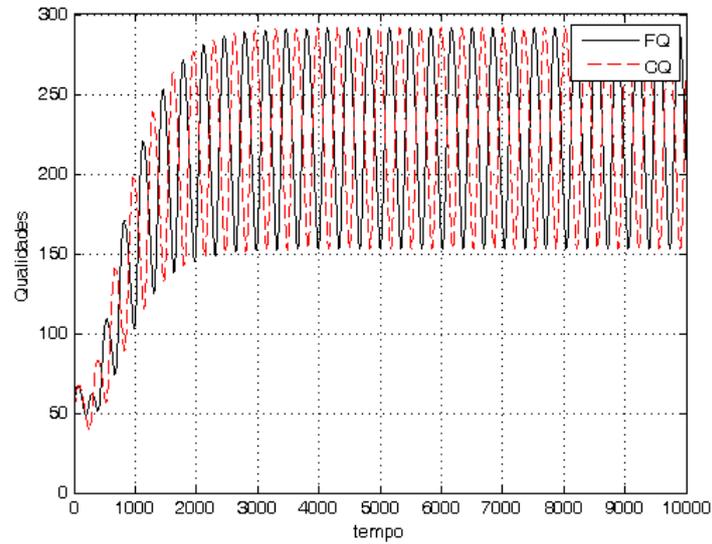


Figura 5.2: Comparação entre FQ e CQ , com as mudanças de τ_{mfMOD} , τ_{mcMOD} , e realimentações nas saídas, condições iniciais iguais a 50 exceto para a condição inicial de CQ que é 40, e o valor para $k = 50$

modificação das qualidades mínimas para o modelo.

$$\tau_{mfMOD} = n_0 + n_1 * (0.5 * \pi + \arctan(c * (FQ - 30))) \quad (5.5)$$

$$\tau_{mcMOD} = n_0 + n_1 * (0.5 * \pi + \arctan(c * (CQ - 30))) \quad (5.6)$$

$$\frac{dFQ1}{dt} = \frac{k}{1 + FQ1} AIRFQ - \frac{FQ1}{\tau_d} \quad (5.7)$$

$$\frac{dCQ1}{dt} = \frac{k}{1 + CQ1} AIRCQ - \frac{CQ1}{\tau_d} \quad (5.8)$$

$$FQ = FQ1 + \text{minf} \quad (5.9)$$

$$CQ = CQ1 + \text{minc} \quad (5.10)$$

Nas equações 5.5 a 5.10 temos 4 parâmetros que influenciam no comportamento dos sinais, eles são as condições iniciais de todas as variáveis, k da mudança das realimentações nas saídas, minf e minc da mudança de qualidades mínimas. Como já vimos na seção anterior os efeitos de divergência causados pelas condições iniciais foram controlados pela mudança da realimentação, portanto faremos alguns experimentos com k , minf e minc .

5.2.1 Simulação com k fixo e variação conjunta das qualidades mínimas

Primeiramente podemos notar que quando os valores de minf e minc são 0 o modelo se comporta exatamente como o modelo da seção anterior 5.1. Com minf e minc iguais e aumentando conjuntamente numa faixa considerável, com $k = 1$, e com condições iniciais iguais ao modelo *SICEQ*, para valores pequenos de minf e minc as qualidades mostram oscilações transitórias, porém em regime estacionário as qualidades se estabilizam nos valores de minf e minc , quando as qualidades mínimas continuam aumentando, as qualidades das firmas oscilam, porém em torno de minf e minc . A figura 5.3 mostra para FQ no começo valores de qualidade iguais ao valor de minf e minc , quando minf e minc alcançam valores meios, as qualidades começam oscilar, mas seu valor está perto do valor de minf e minc , todas estas interações são mostradas na gráfica 5.3.

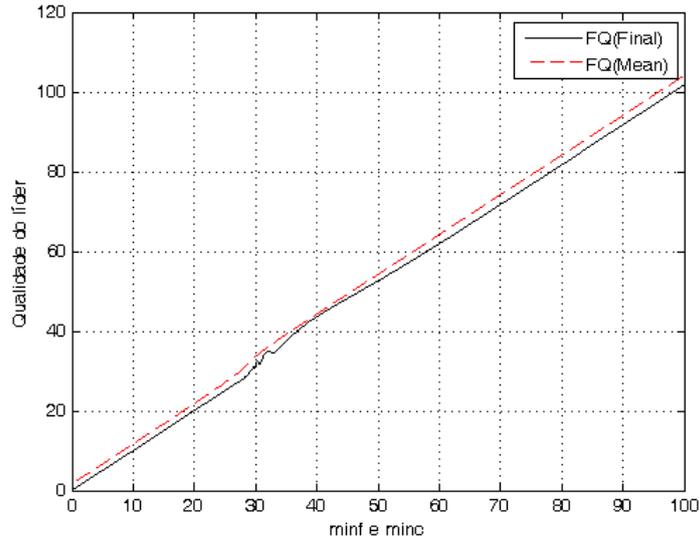


Figura 5.3: Qualidade da firma FQ versus a variação conjunta e igual de $minf$ e $minc$ ($minf=minc$), condições iniciais iguais ao modelo $SICEQ$, $k = 1$

5.2.2 Simulação com as qualidades mínimas iguais e fixas e variação do parâmetro k

Com $minf$ e $minc$ iguais e fixos em 100, variamos k desde 1 até 100, condições iniciais iguais ao modelo $SICEQ$, as qualidades já começam oscilando por causa dos valores iguais de $minf$ e $minc$, ao incrementar k , os valores das qualidades começam oscilar. A figura 5.4 mostra apenas a amplitude das oscilações, e podemos notar o crescimento conforme k vão aumentando.

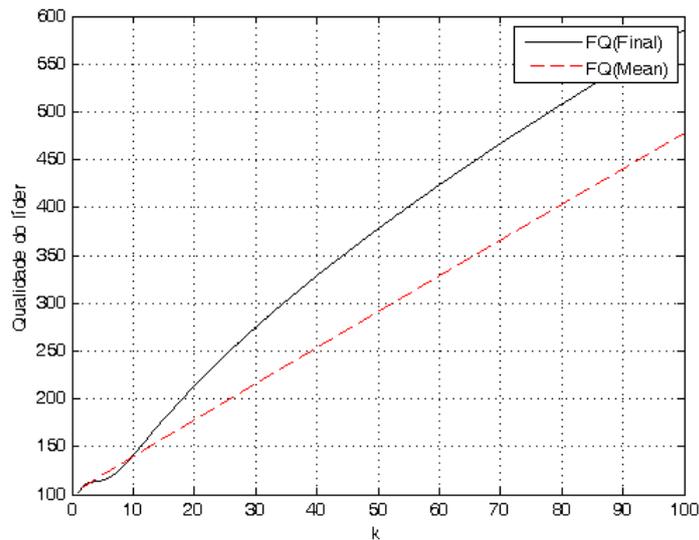


Figura 5.4: Qualidade da firma FQ versus k , com as qualidades mínimas iguais e fixas ($minf=minc=100$), e condições iniciais ao modelo $SICEQ$

5.2.3 Simulação com as qualidades mínimas diferentes, e variação do parâmetro k

Agora com $minf$ maior que $minc$, e k varia numa faixa, quando $k = 1$ a qualidade da firma alcança o valor de $minf$ como é desejado, porém no caso da qualidade do competidor, esta se encontra acima do valor de $minc$ tentando alcançar o valor de $minf$, e as oscilações são quase nulas. Conforme k aumenta de valor, as oscilações vão se apresentando de forma progressiva, a qualidade da firma continua alcançando o valor de $minf$, e a qualidade do competidor continua acima do valor de $minc$, porém agora ela se encontra mais próxima ao valor de $minf$, o qual indica uma diminuição entre as qualidades. Estes comportamentos continuam até que o valor de k alcança um valor onde as qualidades começam oscilar. Na figura 5.5 podemos notar como a diferença das qualidades entre a firma e o competidor vai diminuindo até alcançar um valor de k onde começam as oscilações.

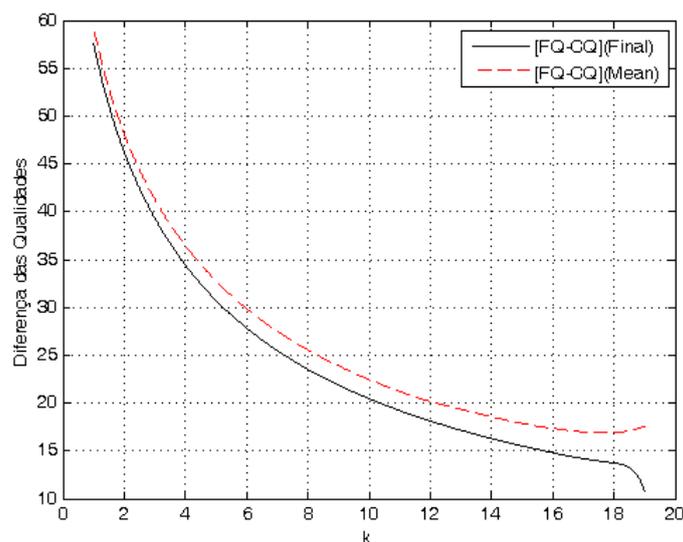


Figura 5.5: Diferença entre as Qualidades da firma e competidor versus k , condições iniciais iguais ao modelo *SICEQ*, $minf = 200$, $minc = 100$

A figura 5.6, mostra o comportamento desejado das qualidades das firmas, onde $minf = 100$, $minc = 95$, $k = 1$, pequenas oscilações no começo, a qualidade da firma alcança o valor desejado de 100, e a qualidade do competidor está perto da firma.

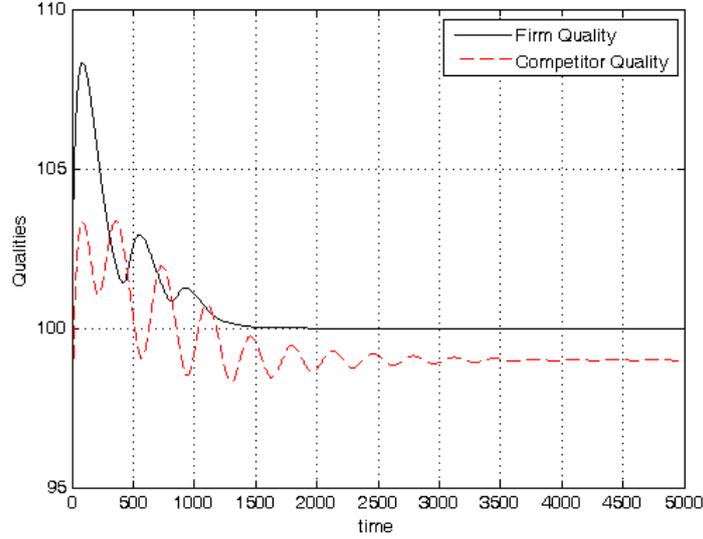


Figura 5.6: Comparação entre FQ e CQ versus tempo, com os câmbios de τ_{mfMOD} , τ_{mcMOD} , realimentações nas saídas, e qualidades mínimas

5.3 Modelo Final, com τ_{mfMOD} , τ_{mcMOD} , realimentação na saída, qualidades mínimas, Saturação, e Viés

Nas equações 5.11, e 5.12 podemos ver as modificações de saturação e *vies*, as equações para as outras modificações são as mesmas, por tanto não são mostradas.

$$DIFQ_{\text{final}} = \min(\text{sat}, \max(\text{vies}, FPCQ - FQ)) \quad (5.11)$$

$$DICQ_{\text{final}} = \min(\text{sat}, \max(\text{vies}, CPFQ - CQ)) \quad (5.12)$$

Como vimos no capítulo 4 com a introdução da saturação podemos reduzir as amplitudes dos sinais, ao controlar as saídas de $DICQ$ e $DIFQ$, portanto ao ingressar esta modificação neste modelo final acontecerá o mesmo fenômeno. No caso do ingresso do *vies* gera um deslocamento acima dos sinais de qualidade que pode ajudar a corrigir os valores das qualidades finais, mas estes valores não podem ser grandes, porque podem causar distorções nos sinais em forma de oscilações fortes.

5.4 Equações do Modelo Final(Modelo proposto)

Equações da firma

$$d/dt(\text{FPCQ}) = (\text{CQ} - \text{FPCQ})/\tau_p \quad (5.13)$$

$$\text{DIFQ}_{\text{final}} = \min(\text{sat}, \max(\text{bias}, \text{FPCQ} - \text{FQ})) \quad (5.14)$$

$$\text{DIRFQ} = \text{DIFQ}_{\text{final}}/\tau_{if} \quad (5.15)$$

$$\theta_{in_{1f}} = \text{DIRFQ} \quad (5.16)$$

$$d/dt(\theta_{1f}) = \theta_{in_{1f}} - \theta_{out_{1f}} \quad (5.17)$$

$$\theta_{out_{1f}} = \theta_{1f}/\tau_{mfMOD} \quad (5.18)$$

$$d/dt(\theta_{2f}) = \theta_{out_{1f}} - \theta_{out_{2f}} \quad (5.19)$$

$$\theta_{out_{2f}} = \theta_{2f}/\tau_{mfMOD} \quad (5.20)$$

$$d/dt(\theta_{3f}) = \theta_{out_{2f}} - \theta_{out_{3f}} \quad (5.21)$$

$$\theta_{out_{3f}} = \theta_{3f}/\tau_{mfMOD} \quad (5.22)$$

$$\text{AIRFQ} = \theta_{out_{3f}} \quad (5.23)$$

$$d/dt(\text{FQ1}) = k * \text{AIRFQ}/(1 + \text{FQ1}) - \text{FQ1}/\tau_d \quad (5.24)$$

$$d/dt(\text{FQ}) = \text{FQ1} + \text{minf} \quad (5.25)$$

$$\tau_{mfMOD} = n_0 + n_1 * (0.5 * \pi + \arctan(c * (\text{FQ} - 30))) \quad (5.26)$$

$$\tau_{if} = m_0 + m_1 * (0.5 * \pi + \arctan(a * \text{CRQD})) \quad (5.27)$$

Equações da empresa competidora

$$d/dt(\text{CPFQ}) = (\text{FQ} - \text{CPFQ})/\tau_p \quad (5.28)$$

$$\text{DICQ}_{\text{final}} = \min(\text{sat}, \max(\text{bias}, \text{CPFQ} - \text{CQ})) \quad (5.29)$$

$$\text{DIRCQ} = \text{DICQ}_{\text{final}}/\tau_{ic} \quad (5.30)$$

$$\theta_{in_{1c}} = \text{DIRCQ} \quad (5.31)$$

$$d/dt(\theta_{1c}) = \theta_{in_{1c}} - \theta_{out_{1c}} \quad (5.32)$$

$$\theta_{out_{1c}} = \theta_{1c}/\tau_{mcMOD} \quad (5.33)$$

$$d/dt(\theta_{2c}) = \theta_{out_{1c}} - \theta_{out_{2c}} \quad (5.34)$$

$$\theta_{out_{2c}} = \theta_{2c}/\tau_{mcMOD} \quad (5.35)$$

$$d/dt(\theta_{3c}) = \theta_{out_{2c}} - \theta_{out_{3c}} \quad (5.36)$$

$$\theta_{out_{3c}} = \theta_{3c}/\tau_{mcMOD} \quad (5.37)$$

$$\text{AIRCQ} = \theta_{out_{3c}} \quad (5.38)$$

$$d/dt(\text{CQ1}) = k * \text{AIRCQ}/(1 + \text{CQ1}) - \text{CQ}/\tau_d \quad (5.39)$$

$$d/dt(\text{CQ}) = \text{CQ1} + \text{minc} \quad (5.40)$$

$$\tau_{mcMOD} = n_0 + n_1 * (0.5 * \pi + \arctan(c * (\text{CQ} - 30))) \quad (5.41)$$

$$\tau_{ic} = m_0 + m_1 * (0.5 * \pi + \arctan(-a * \text{CRQD})) \quad (5.42)$$

Equações da realimentação para o reconhecimento da diferença de qualidade

$$QD = FQ - CQ \quad (5.43)$$

$$d/dt(\text{CRQD}) = (QD - \text{CRQD})/\tau_c \quad (5.44)$$

5.5 Diagrama de blocos do modelo proposto

Finalmente vamos apresentar o modelo final em diagrama de blocos que podemos ver na figura 5.7, temos todas as mudanças, desde as qualidades mínimas, as realimentações nas saídas, a mudança da constante de tempo τ_m , a saturação e *vies*.

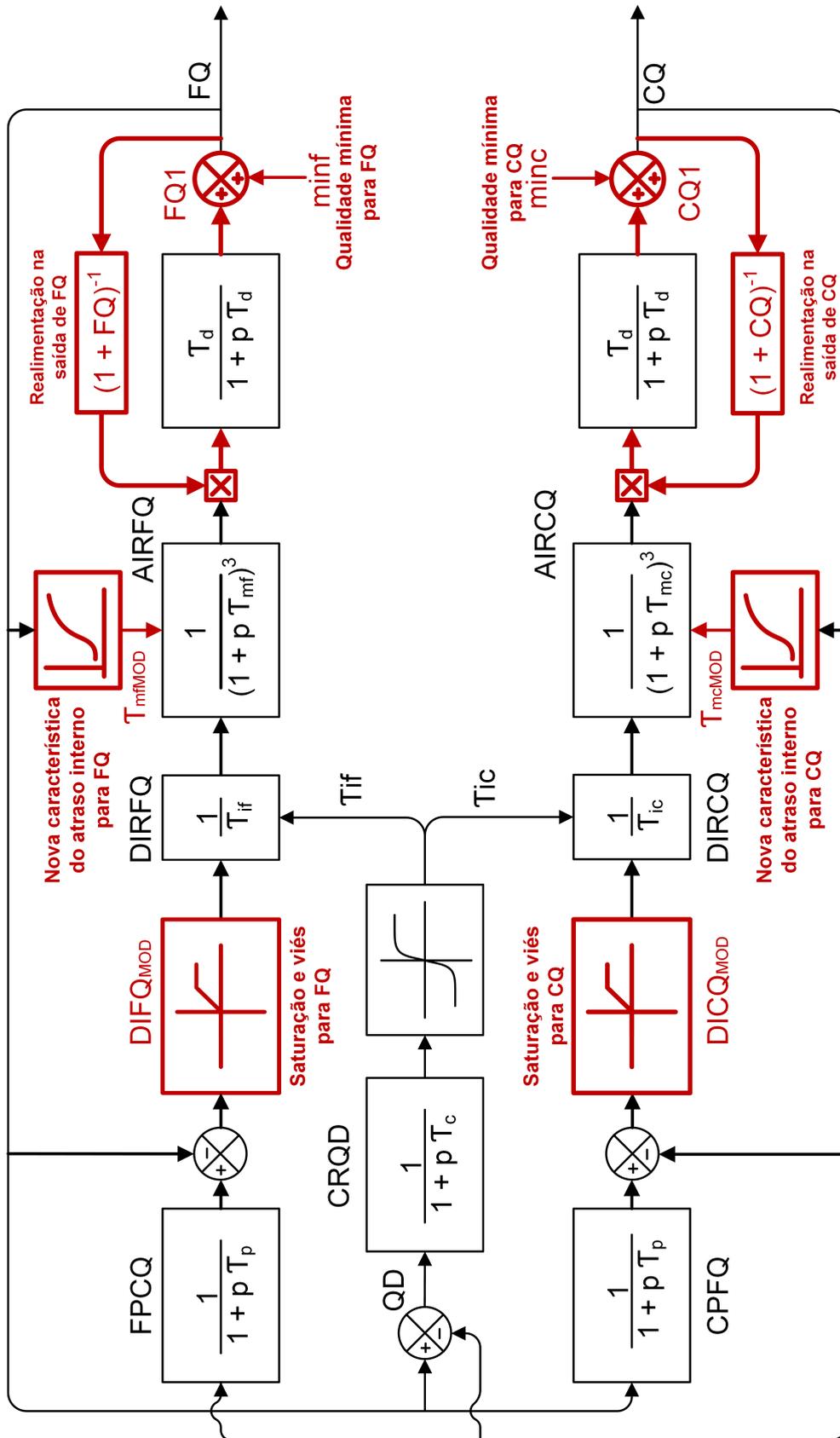


Figura 5.7: Diagrama de blocos do modelo novo proposto, com as mudanças marcadas pela nomenclatura utilizada para cada uma.

Capítulo 6

Conclusões

A contribuição principal desta dissertação é a proposta de um novo modelo do processo dinâmico de evolução de qualidade de um produto que está envolvido em um duopólio competitivo. Chega-se a este novo modelo através de uma série de mudanças feitas no modelo básico proposto por SICE *et al.* [3]. Estas mudanças são justificadas pelo comportamento e pela literatura sobre o tema de qualidade.

Em função das modificações propostas, destacam-se as seguintes observações:

- O modelo pode ser configurado para alcançar valores desejados de qualidade através da imposição de qualidades mínimas na firma e no competidor.
- No modelo proposto, embora haja um transitório oscilatório, no regime estacionário, observam-se qualidades fixas ou apresentando oscilações pequenas em torno do valor da qualidade mínima especificada. A diferença final entre as qualidades pode ser determinada analisando o modelo nos pontos de equilíbrio, podendo se determinar o valor exato da diferença.
- A realimentação na saída (nas equações 5.7 e 5.8) garante que as qualidades não divergem.
- O modelo novo proposto permite trocas de liderança, mas isto já não é aleatório ou caótico, e depende dos valores mínimos de qualidade especificados. Por exemplo, uma empresa poder se manter como líder durante o tempo desejado sempre que consiga impor uma qualidade maior do que a empresa competidora.

Em termos de simulação, foram utilizados vários softwares de simulação ao longo do trabalho: *iThink* da empresa ISEE, *Berkeley Madonna* da empresa do mesmo nome, *XPPAUT* disponibilizado gratuitamente pelo criador. A rapidez e facilidade de programação em Berkeley Madonna se destacou. Outro aspecto interessante deste software (BM) é a facilidade de investigar a sensibilidade paramétrica do modelo, através de *sliders*, que emulam potenciômetros, de modo que recupera-se, no mundo digital, uma das principais vantagens de computação analógica.

6.0.1 Trabalhos futuros

Seria de interesse validar o modelo proposto com dados reais, por exemplo no mercado brasileiro, onde há alguns candidatos a duopólios. Foi feita uma primeira tentativa de realizar este tipo de análise no mercado aeronáutico comercial, no caso específico das empresas *TAM* e *GOL*, utilizando dados disponibilizados no website da Agência Nacional de Aviação Civil (*ANAC*). Os atrasos dos voos foram tomados como um parâmetro importante como indicador de qualidade. Entretanto, encontrou-se um padrão indicativo de colusão (tipo cartel), portanto não refletindo um duopolio de competição.

Em relação ao modelo novo proposto, existem pontos em aberto, como, por exemplo, a análise rigorosa de condições para existência de equilíbrios, e estabilidade e robustez dos mesmos, quando existem. Da mesma forma, uma investigação detalhada em relação a existência de ciclos limite também precisa ser realizada.

Por fim, podem ser criados modelos mais detalhados do conceito de qualidade, seguindo por exemplo, a separação da qualidade em vários fatores conforme proposto em WANKHADE e DABADE [12], que também utilizam a abordagem de dinâmica de sistemas (SD).

Referências Bibliográficas

- [1] DUTTA, A., SRIDHAR, V. “Modeling growth of cellular services in India: A systems dynamics approach”. In: *System Sciences, 2003. Proceedings of the 36th Annual Hawaii International Conference on*, pp. 10–pp. IEEE, 2003.
- [2] STERMAN, J. D. *Business dynamics*. Irwin/McGraw-Hill Boston, 2000.
- [3] SICE, P., MOSEKILDE, E., MOSCARDINI, A., et al. “Using system dynamics to analyse interactions in duopoly competition”, *System Dynamics Review*, v. 16, n. 2, pp. 113–133, 2000.
- [4] FELLNER, W. “Collusion and its limits under oligopoly”, *The American Economic Review*, pp. 54–62, 1950.
- [5] Daughety, A. F. (Ed.). *Cournot oligopoly: Characterization and applications*. New York, Cambridge University Press, 1988.
- [6] VARIAN, H. R. *Intermediate Microeconomics: A Modern Approach*. New York, W. W. Norton, 2010.
- [7] BISCHI, G. I., CHIARELLA, C., KOPEL, M., et al. *Nonlinear Oligopolies: Stability and Bifurcations*. Heidelberg, Springer-Verlag, 2010.
- [8] VON STACKELBERG, H. *Market Structure and Equilibrium*. Heidelberg, Springer-Verlag, 2011. Translation from the German language edition: *Marktform und Gleichgewicht*, Springer-Verlag, Wien, 1934.
- [9] MCGARVEY, B., HANNON, B. *Dynamic modeling for business management: An introduction*, v. 1. Springer, 2004.
- [10] FORRESTER, J. W. *Industrial dynamics*, v. 2. MIT press Cambridge, MA, 1961.
- [11] WANKHADE, L., DABADE, B. *Quality Uncertainty and Quality Perception*. Springer, 2010.

- [12] WANKHADE, L., DABADE, B. “TQM with quality perception: a system dynamics approach”, *The TQM Magazine*, v. 18, n. 4, pp. 341–357, 2006.
- [13] AKERLOF, G. A. “The market for lemons: Quality uncertainty and the market mechanism”, *The Quarterly Journal of Economics*, pp. 488–500, 1970.
- [14] MACEY, R., OSTER, G. “Berkeley Madonna: modeling and analysis of dynamic systems”. 2001.
- [15] RICHMOND, B., OTHERS. “iThink® Software V 9.0. 2. iSee Systems™”. 2006.
- [16] KHALIL, H. K. *Nonlinear systems*, v. 5. Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J., 2002.
- [17] RASMUSSEN, J., MOSEKILDE, E., REICK, C. “Bifurcations in two coupled Rössler systems”, *Mathematics and Computers in Simulation*, v. 40, n. 3, pp. 247–270, 1996.
- [18] BARRIO, R., BLESÁ, F., SERRANO, S. “Qualitative analysis of the Rössler equations: Bifurcations of limit cycles and chaotic attractors”, *Physica D: Nonlinear Phenomena*, v. 238, n. 13, pp. 1087–1100, 2009.
- [19] ROGERS, E. M. *Diffusion of innovations*. Simon and Schuster, 2010.
- [20] CRAMPES, C., HOLLANDER, A. “Duopoly and quality standards”, *European Economic Review*, v. 39, n. 1, pp. 71–82, 1995.

Apêndice A

Pontos de equilíbrio do modelo

SICEQ

O modelo está composto de dois sistemas acoplados, que representam as empresas, as equações que representam estes sistemas são praticamente as mesmas, porém os parâmetros diferem, como por exemplo as constantes de tempo da melhoria de qualidade, e a constante de tempo do reconhecimento da diferença da qualidade por conta do cliente. No caso, da constante de tempo de percepção da qualidade τ_p , e a constante de tempo de desvalorização τ_d , são as mesmas. Alias no laço de realimentação da diferença de qualidade a constante de tempo do reconhecimento τ_c é única para os dois sistemas.

Vamos renomear as variáveis da maneira descrita abaixo para facilitar a análise dos pontos de equilíbrio.

$$\begin{aligned}x_1 &= FPCQ \\x_2 &= \theta_{1f\ out} \\x_3 &= \theta_{2f\ out} \\x_4 &= \theta_{3f\ out} \\x_5 &= FQ \\y_1 &= CPFQ \\y_2 &= \theta_{1c\ out} \\y_3 &= \theta_{2c\ out} \\y_4 &= \theta_{3c\ out} \\y_5 &= CQ \\z_1 &= CRQD\end{aligned}\tag{A.1}$$

Com esta nova renomeação de variáveis podemos escrever de novo as equações

diferenciais, que ficam da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
\frac{dx_1}{dt} &= \frac{y_5 - x_1}{\tau_p} \\
\frac{dx_2}{dt} &= \frac{\frac{\max(0, x_1 - x_5)}{\tau_{if}}}{\tau_{mf}} - \frac{x_2}{\tau_{mf}} - \frac{x_2}{\tau_{mf}} \frac{d\tau_{mf}}{dt} \\
\frac{dx_3}{dt} &= \frac{x_2}{\tau_{mf}} - \frac{x_3}{\tau_{mf}} - \frac{x_3}{\tau_{mf}} \frac{d\tau_{mf}}{dt} \\
\frac{dx_4}{dt} &= \frac{x_3}{\tau_{mf}} - \frac{x_4}{\tau_{mf}} - \frac{x_4}{\tau_{mf}} \frac{d\tau_{mf}}{dt} \\
\frac{dx_5}{dt} &= x_4 - \frac{x_5}{\tau_d}
\end{aligned} \tag{A.2}$$

$$\begin{aligned}
\frac{dy_1}{dt} &= \frac{x_5 - y_1}{\tau_p} \\
\frac{dy_2}{dt} &= \frac{\frac{\max(0, y_1 - y_5)}{\tau_{ic}}}{\tau_{mc}} - \frac{y_2}{\tau_{mc}} - \frac{y_2}{\tau_{mc}} \frac{d\tau_{mc}}{dt} \\
\frac{dy_3}{dt} &= \frac{y_2}{\tau_{mc}} - \frac{y_3}{\tau_{mc}} - \frac{y_3}{\tau_{mc}} \frac{d\tau_{mc}}{dt} \\
\frac{dy_4}{dt} &= \frac{y_3}{\tau_{mc}} - \frac{y_4}{\tau_{mc}} - \frac{y_4}{\tau_{mc}} \frac{d\tau_{mc}}{dt} \\
\frac{dy_5}{dt} &= y_4 - \frac{y_5}{\tau_d}
\end{aligned} \tag{A.3}$$

$$\frac{dz_1}{dt} = \frac{x_5 - y_5 - z_1}{\tau_c} \tag{A.4}$$

Podemos agrupar as equações, mostrando as dependências entre cada uma delas, da seguinte forma.

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= f_1(x_1, y_5) \\
\dot{x}_2 &= f_2(x_1, x_2, x_4, x_5, z_1) \\
\dot{x}_3 &= f_3(x_2, x_3, x_4, x_5) \\
\dot{x}_4 &= f_4(x_3, x_4, x_5) \\
\dot{x}_5 &= f_5(x_4, x_5)
\end{aligned} \tag{A.5}$$

$$\begin{aligned}
\dot{y}_1 &= g_1(y_1, x_5) \\
\dot{y}_2 &= g_2(y_1, y_2, y_4, y_5, z_1) \\
\dot{y}_3 &= g_3(y_2, y_3, y_4, y_5) \\
\dot{y}_4 &= g_4(y_3, y_4, y_5) \\
\dot{y}_5 &= g_5(y_4, y_5)
\end{aligned} \tag{A.6}$$

$$\dot{z}_1 = h_1(x_5, y_5, z_1) \tag{A.7}$$

Colocando as derivadas nas equações A.2, A.3, e A.4 a zero, chega-se a:

$$\begin{aligned}
x_1 &= y_5 = \tau_d y_4 \\
x_2 &= x_3 = x_4 \\
y_1 &= x_5 = \tau_d x_4 \\
y_2 &= y_3 = y_4 \\
z_1 &= \tau_d(x_2 - y_2)
\end{aligned} \tag{A.8}$$

Nas equações A.9, entre x_2 e y_2 existem umas dependências através de dois máximos, dentro destas funções matemáticas temos a diferença entre x_2 e y_2 , porém com sinais opostos.

$$\begin{aligned}
x_2 &= \frac{\max(0, \tau_d(y_2 - x_2))}{\tau_{if}} \\
y_2 &= \frac{\max(0, \tau_d(x_2 - y_2))}{\tau_{ic}}
\end{aligned} \tag{A.9}$$

Onde se $y_2 - x_2 \geq 0$ então $y_2 = 0$ por tanto

$$\begin{aligned}
x_1 &= x_2 = x_3 = x_4 = x_5 = 0 \\
y_1 &= y_2 = y_3 = y_4 = y_5 = 0 \\
z_1 &= 0
\end{aligned} \tag{A.10}$$

No caso contrário onde se $y_2 - x_2 < 0$ então $x_2 = 0$, por tanto acontece o mesmo resultado A.10. Finalmente podemos concluir que o ponto de equilíbrio deste sistema, sem entradas, é o vetor nulo dado por A.10.

Apêndice B

Códigos em Berkeley Madonna e *iThink*

B.1 Código em Berkeley Madonna do modelo final

```
METHOD RK4
STARTTIME = 0
STOPTIME = 5000
DT = 0.0625

d/dt (fpcq) = (cq - fpcq)/taup
init fpcq = inicio

difq = min(sat1,max(deadzone1,fpcq-fq))
sat1 = 1000
deadzone1 = 0

dirfq = difq/tauf

d/dt (thetaf1) = dirfq - thetaf1_out
thetaf1_out = thetaf1/taumf
init thetaf1 = inicio
d/dt (thetaf2) = thetaf1_out - thetaf2_out
thetaf2_out = thetaf2/taumf
init thetaf2 = inicio
d/dt (thetaf3) = thetaf2_out - thetaf3_out
thetaf3_out = thetaf3/taumf
```

```

init thetaf3 = inicio

airfq = thetaf3_out
d/dt (fq1) = kf1*airfq - fq1/taud
init fq1 = 1

kf1 = kf/(1+fq1)
kf = 1

minf = 0
fq = fq1 + minf

taumf = taumf_inv
taumf_inv = n0 + n1*(0.5*PI + arctan(c*(fq-30)))
taumf_norm = n0 + n1*(0.5*PI + arctan(c*(30-fq)))
tauif = m0 + m1*(0.5*PI + arctan(a*crqd))

qd = fq - cq
d/dt (crqd) = (qd - crqd)/tauc
init crqd = inicio

d/dt (cpfq) = (fq - cpfq)/taup
init cpfq = inicio

dicq = min(sat2,max(deadzone2,cpfq-cq))
sat2=1000
deadzone2=0

dircq = dicq/tauc

d/dt (thetac1) = dircq - thetac1_out
thetac1_out = thetac1/taumc
init thetac1 = inicio
d/dt (thetac2) = thetac1_out - thetac2_out
thetac2_out = thetac2/taumc
init thetac2 = inicio
d/dt (thetac3) = thetac2_out - thetac3_out
thetac3_out = thetac3/taumc
init thetac3 = inicio

```

```

aircq = thetac3_out
d/dt (cq1) =kc1*aircq - cq1/taud
init cq1 = 0

kc1 = kc/(1+cq1)
kc = 1

minc = 0
cq = cq1 + minc

taumc = taumc_inv
taumc_inv = n0 + n1*(0.5*PI + arctan(c*(cq-30)))
taumc_norm = n0 + n1*(0.5*PI + arctan(c*(30-cq)))
tauc = m0 + m1*(0.5*PI + arctan(-a*crqd))

tauc = 40
taup = 50
taud = 100
n0 = 3
n1 = 13
m0 = 3.1
m1 = 7.9
a =4
c = 0.4
inicio = 0

```

B.2 Código em *iThink* do modelo *SICEQ*

```

cpfq(t) = cpeq(t - dt) + (cpfq_in - cpeq_out) * dt
INIT cpeq = 50
INFLOWS:
cpfq_in = fq/taup
OUTFLOWS:
cpfq_out = cpeq/taup
cq(t) = cq(t - dt) + (aircq - cq_out) * dt
INIT cq = 40
INFLOWS:
aircq = tetha3c/taumc

```

```

OUTFLOWS:
cq_out = cq/taud
crqd(t) = crqd(t - dt) + (qd - crqd_out) * dt
INIT crqd = 50
INFLOWS:
qd = (fq-cq)/tauc
OUTFLOWS:
crqd_out = crqd/tauc
fpcq(t) = fpcq(t - dt) + (fpcq_in - fpcq_out) * dt
INIT fpcq = 50
INFLOWS:
fpcq_in = cq/taup
OUTFLOWS:
fpcq_out = fpcq/taup
fq(t) = fq(t - dt) + (airfq - fq_out) * dt
INIT fq = 50
INFLOWS:
airfq = tetha3f/taumf
OUTFLOWS:
fq_out = fq/taud
tetha1c(t) = tetha1c(t - dt) + (tetha1c_in - tetha1c_out) * dt
INIT tetha1c = 50
INFLOWS:
tetha1c_in = dircq
OUTFLOWS:
tetha1c_out = tetha1c/taumc
tetha1f(t) = tetha1f(t - dt) + (tetha1f_in - tetha1f_out) * dt
INIT tetha1f = 50
INFLOWS:
tetha1f_in = dirfq
OUTFLOWS:
tetha1f_out = tetha1f/taumf
tetha2c(t) = tetha2c(t - dt) + (tetha1c_out - tetha2c_out) * dt
INIT tetha2c = 50
INFLOWS:
tetha1c_out = tetha1c/taumc
OUTFLOWS:
tetha2c_out = tetha2c/taumc
tetha2f(t) = tetha2f(t - dt) + (tetha1f_out - tetha2f_out) * dt

```

```

INIT tetha2f = 50
INFLOWS:
theta1f_out = tetha1f/taumf
OUTFLOWS:
tetha2f_out = tetha2f/taumf
tetha3c(t) = tetha3c(t - dt) + (tetha2c_out - aircq) * dt
INIT tetha3c = 50
INFLOWS:
tetha2c_out = tetha2c/taumc
OUTFLOWS:
aircq = tetha3c/taumc
tetha3f(t) = tetha3f(t - dt) + (tetha2f_out - airfq) * dt
INIT tetha3f = 50
INFLOWS:
tetha2f_out = tetha2f/taumf
OUTFLOWS:
airfq = tetha3f/taumf
a = 4
c = 0.4
dicq = MAX(0,cpfq-cq)
difq = MAX(0,fpcq-fq)
dircq = dicq/tauic
dirfq = difq/tauif
m0 = 3.1
m1 = 7.9
n0 = 1
n1 = 6
tauc = 40
taud = 100
tauic = m0+m1*(0.5*PI+ARCTAN(-a*crqd))
tauif = m0+m1*(0.5*PI+ARCTAN(a*crqd))
taumc = n0+n1*(0.5*PI+ARCTAN(c*(30-cq)))
taumf = n0+n1*(0.5*PI+ARCTAN(c*(30-fq)))
taup = 50

```

B.3 Código em *iThink* do modelo DUTTA e SRIDHAR [1]

```
CCC(t) = CCC(t - dt) + (Competitor's_New_Customer_Signup_Rate
- saída_compe) * dt
INIT CCC = 0
INFLOWS:
Competitor's_New_Customer_Signup_Rate = ((Imitators_Competitor
+Innovators_Competitor)*(crqd+7)/div) +saída_firm
OUTFLOWS:
saída_compe = -crqd
cpfq(t) = cpfq(t - dt) + (cpfq_in - cpfq_out) * dt
INIT cpfq = 0
INFLOWS:
cpfq_in = fq/taup
OUTFLOWS:
cpfq_out = cpfq/taup
cq(t) = cq(t - dt) + (aircq - cq_out) * dt
INIT cq = 10
INFLOWS:
aircq = tetha3c/taumc
OUTFLOWS:
cq_out = cq/taud
crqd(t) = crqd(t - dt) + (qd - crqd_out) * dt
INIT crqd = 0
INFLOWS:
qd = (fq-cq)*tauc
OUTFLOWS:
crqd_out = crqd*tauc
FCC(t) = FCC(t - dt) + (Firm's_New_Customer_Signup_Rate - saída_firm) * dt
INIT FCC = 0
INFLOWS:
Firm's_New_Customer_Signup_Rate = ((Imitators_Firm+Innovators_Firm)*
(crqd+7)/div) +saída_compe
OUTFLOWS:
saída_firm = crqd
fpcq(t) = fpcq(t - dt) + (fpcq_in - fpcq_out) * dt
INIT fpcq = 0
INFLOWS:
```

```

fpcq_in = cq/taup
OUTFLOWS:
fpcq_out = fpcq/taup
fq(t) = fq(t - dt) + (airfq - fq_out) * dt
INIT fq = 30
INFLOWS:
airfq = tetha3f/taumf
OUTFLOWS:
fq_out = fq/taud
PCC(t) = PCC(t - dt) + (- Firm's_New_Customer_Signup_Rate -
Competitor's_New_Customer_Signup_Rate) * dt
INIT PCC = 1000000
OUTFLOWS:
Firm's_New_Customer_Signup_Rate = ((Imitators_Firm+Innovators_Firm)*
(crqd+7)/div) +saída_compe
Competitor's_New_Customer_Signup_Rate = ((Imitators_Competitor
+Innovators_Competitor)*(crqd+7)/div) +saída_firm
tetha1c(t) = tetha1c(t - dt) + (tetha1c_in - tetha1c_out) * dt
INIT tetha1c = 0
INFLOWS:
tetha1c_in = dircq
OUTFLOWS:
tetha1c_out = tetha1c/taumc
tetha1f(t) = tetha1f(t - dt) + (tetha1f_in - tetha1f_out) * dt
INIT tetha1f = 0
INFLOWS:
tetha1f_in = dirfq
OUTFLOWS:
tetha1f_out = tetha1f/taumf
tetha2c(t) = tetha2c(t - dt) + (tetha1c_out - tetha2c_out) * dt
INIT tetha2c = 0
INFLOWS:
tetha1c_out = tetha1c/taumc
OUTFLOWS:
tetha2c_out = tetha2c/taumc
tetha2f(t) = tetha2f(t - dt) + (tetha1f_out - tetha2f_out) * dt
INIT tetha2f = 0
INFLOWS:
tetha1f_out = tetha1f/taumf

```

```

OUTFLOWS:
tetha2f_out = tetha2f/taumf
tetha3c(t) = tetha3c(t - dt) + (tetha2c_out - aircq) * dt
INIT tetha3c = 0
INFLOWS:
tetha2c_out = tetha2c/taumc
OUTFLOWS:
aircq = tetha3c/taumc
tetha3f(t) = tetha3f(t - dt) + (tetha2f_out - airfq) * dt
INIT tetha3f = 0
INFLOWS:
tetha2f_out = tetha2f/taumf
OUTFLOWS:
airfq = tetha3f/taumf
a = 4
c = 0.4
controlar_tauc = (-5*CCC/10000000)+1
controlar_tauf = (-5*FCC/10000000)+1
dicq = MAX(0,cpfq-cq)
difq = MAX(0,fpcq-fq)
dircq = dicq/tauc
dirfq = difq/tauf
div = 10
Imitators_Competitor = qc*Probability_that_contact_has_not_yet_adopted*CCC
Imitators_Firm = qf*FCC*Probability_that_contact_has_not_yet_adopted
Innovators_Competitor = pc*PCC
Innovators_Firm = pf*PCC
m0 = 3.1
m1 = 7.9
n0 = 3
n1 = 13
pc = 0.02
pf = 0.03
Probability_that_contact_has_not_yet_adopted = PCC/(PCC+FCC+CCC)
qc = 0.3
qf = 0.4
tauc = 40
taud = 100
tauc = m0+m1*(0.5*PI+ARCTAN(-a*crqd))

```

```
tauif = m0+m1*(0.5*PI+ARCTAN(a*crqd))
taumc = (n0+n1*(0.5*PI+ARCTAN(c*(30-cq))))*controlar_taumc
taumf = (n0+n1*(0.5*PI+ARCTAN(c*(30-fq))))*controlar_taumf
taup = 50
```