

PROJETO DE UM TRANSFORMADOR PLANAR PARA ISOLAMENTO E  
CHAVEAMENTO DE TIRISTORES

Vitor Lemos Maia

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Maurício Aredes

Rio de Janeiro  
Setembro de 2013

PROJETO DE UM TRANSFORMADOR PLANAR PARA ISOLAMENTO E  
CHAVEAMENTO DE TIRISTORES

Vitor Lemos Maia

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO  
LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE)  
DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS  
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM  
CIÊNCIAS EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

Examinada por:

---

Prof. Maurício Aredes, Dr.-Ing.

---

Prof. Antônio Carlos Ferreira, Ph.D.

---

Prof. João Carlos dos Santos Fagundes, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

SETEMBRO DE 2013

Maia, Vitor Lemos

Projeto de um transformador planar para o isolamento e chaveamento de tiristores/ Vitor Lemos Maia. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2013.

X, 170 p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Maurício Aredes

Dissertação (mestrado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Elétrica, 2013.

Referências Bibliográficas: p. 152-154.

1. Transformador Planar. 2. Eletromagnetismo. 3. Método dos elementos finitos. I. Aredes, Maurício. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Elétrica. III. Título.

## **Agradecimentos**

Primeiramente agradeço a Deus, Jesus Cristo e a Virgem Maria por me dar a força e fé que precisei para superar todos os obstáculos que encontrei e por me concederem o privilégio de desenvolver esse trabalho e fazer parte do mundo da pesquisa. Também gostaria de agradecer minha mãe, meu pai, minha irmã e minha sobrinha pelo apoio e incentivo. Esse apoio foi fundamental para que eu conseguisse criar esse trabalho. Dia após dia cuidaram de mim e forneceram a infra-estrutura para que eu pudesse desenvolver esse trabalho.

Laura obrigado pelo apoio e carinho. Sabrina e Noemia obrigado por me guiarem na direção certa. Patricia, Renato, Viviane obrigado pelas conversas e incentivo.

Agradeço também a equipe do Laboratório de Eletrônica de Potência e Média Tensão, que fez desse ambiente um local onde é possível exercer a pesquisa de forma completa, e também onde é possível o livre intercâmbio de idéias e sugestões que contribuíram de forma muito significativa para esse projeto. Agradeço ao professor Maurício Aredes por me permitir fazer parte dessa equipe.

Agradeço também aos amigos Mauro Sandro dos Reis, Thiago Americano do Brasil, Eduardo Leandro, Luiz Altoé Lirio, Guilherme Cavalcante Rubio, Juliano Caldeira e Robson Dias por fornecerem sugestões que resultaram em contribuições significativas para o desenvolvimento desse trabalho.

“E ainda que tivesse o *dom* de profecia, e conhecesse todos os mistérios e toda a ciência, e ainda que tivesse toda a fé, de maneira tal que transportasse os montes, e não tivesse amor, nada seria.”

1 Coríntios 13:2

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.).

## PROJETO DE UM TRANSFORMADOR PLANAR PARA ISOLAMENTO E CHAVEAMENTO DE TIRISTORES

Vitor Lemos Maia

Setembro/2013

Orientador: Maurício Aredes

Programa: Engenharia Elétrica

Este trabalho desenvolve o projeto de um transformador planar para operação em um equipamento de média tensão e com classe de isolamento adequado (15kV) para o acionamento de tiristores. Foram utilizados modelos conhecidos aplicados a características de materiais que permitiram o cálculo e projeto de parâmetros do transformador planar. Também foram realizadas simulações de fenômenos eletromagnéticos que usam o método dos elementos finitos (*FEA – Finite Element Analysis*) para obter soluções de fenômenos eletromagnéticos que permitiram validar os modelos utilizados e também a operação do transformador planar. As simulações foram uma etapa essencial no projeto porque permitiram a otimização de uma geometria do enrolamento secundário que fornecesse uma curva de carga adequada para o acionamento de um tiristor.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

## DESIGN OF A PLANAR TRANSFORMER FOR INSULATION AND SWITCHING OF THYRISTORS

Vitor Lemos Maia

September/2013

Advisor: Maurício Aredes

Department: Electrical Engineering

This work presents a detailed design of a planar transformer which will be used in a medium voltage equipment and particularly for firing control of thyristors. The planar transformer has an insulation class of 15kV. For the calculation of the parameters and design of a planar transformer, some models of material properties has been used. Simulations using FEA (Finite Element Analysis) method also has been used. These simulations allows to obtain solutions of electromagnetical phenomena, which have the proposal of validating the models used in the project and of analyzing the performance of the planar transformer under nominal operation conditions. The simulations are an essencial step of the project, because allows a secondary winding geometry optimization and also allows to indently the winding that provides the better load curve for the thyristor switching.

# Sumário

Capítulo 1: Introdução.....	1
1.1 – A utilização de transformadores.....	2
1.2 – O projeto RECET II.....	3
1.3 – Objetivo desse trabalho.....	6
1.4 – Sobre os capítulos abordados nesse trabalho.....	7
1.4.1 – Capítulo 2: Transformadores monofásicos.....	7
1.4.2 – Capítulo 3: Transformador Planar.....	8
1.4.3 – Capítulo 4: O Projeto do transformador planar.....	8
1.4.4 – Capítulo 5: O método dos Elementos Finitos ( <i>FEA – Finite Element Analysis</i> ) .....	8
1.4.5 – Capítulo 6: Simulações realizadas e análise dos resultados.....	9
1.4.6 – Capítulo 7: Conclusões e considerações finais.....	9
Capítulo 2: Transformadores monofásicos.....	10
2.1 – Transformadores.....	11
2.2 – Revisão sobre alguns conceitos de eletromagnetismo.....	11
2.2.1 – Processo de funcionamento do transformador.....	19
2.2.2 – Modelos de transformador.....	21
2.3 – Características construtivas.....	26
2.3.1 – Tipos de Núcleo.....	26
2.4 – Considerações finais.....	27
Capítulo 3: Transformador Planar.....	28
3.1 – Transformadores planares e a tecnologia planar magnética.....	29
3.1.1 – As vantagens.....	30
3.1.2 – As desvantagens.....	32

3.2 – Fenômenos eletromagnéticos presentes na operação	
de transformadores planares.....	32
3.2.1 – Densidade volumétrica de energia como função da frequência.....	33
3.2.2 – A transferência de energia de forma magnética	
como função da frequência.....	38
3.2.3 – O efeito pelicular e o efeito de proximidade.....	43
3.2.3.1 – O efeito pelicular.....	44
3.2.3.2 – O efeito de proximidade.....	46
3.2.3.3 – Análise unidimensional do efeito pelicular e do efeito de proximidade.....	47
3.2.4 – Perdas no núcleo.....	71
3.3 – Aplicações de transformadores e indutores planares.....	73
3.3.1 – Transformadores e indutores planares utilizados em conversores.....	74
3.3.1.1 – Transformadores planares.....	74
3.3.1.2 – Indutores planares.....	75
3.3.2 – Componentes magnéticos.....	76
 Capítulo 4: O Projeto do transformador planar.....	 77
4.1 – Os transformadores planares versões 1 e 2.....	78
4.2 – A estrutura construtiva dos transformadores planares	
e o cálculo da tensão de isolamento.....	79
4.3 – A metodologia de projeto.....	81
 Capítulo 5: O método dos Elementos Finitos ( <i>FEA – Finite Element Analysis</i> ).....	 97
5.1 – Introdução.....	98
5.2 – O método dos elementos finitos ( <i>FEA – Finite Element Analysis</i> ).....	98
5.2.1 – O método de <i>Galerkin</i> .....	100
5.2.2 – Considerações sobre as condições de fronteira.....	111
5.3 – Problemas a serem resolvidos no projeto do transformador planar.....	112

5.3.1 – Magnetostática.....	113
5.3.2 – Transiente Magnético.....	115
5.4 – Descrição dos modelos usados nas simulações.....	117
Capítulo 6: Simulações realizadas e análise dos resultados.....	122
6.1 – Etapa de simulações usando <i>FEA</i> .....	123
6.2 – Parâmetros das simulações.....	124
6.2.1 – Co-simulações do tipo transiente magnético.....	124
6.2.2 – Simulações do tipo Magnetostática.....	127
6.3 – As simulações realizadas e análise dos resultados.....	130
6.3.1 – Magnetostática.....	130
6.3.2 – Transiente Magnético.....	134
6.3.2.1 – Simulações complementares.....	143
Capítulo 7: Conclusões e considerações finais.....	148
Referências bibliográficas.....	151
Apêndices.....	155
Apêndice I – Análises complementares.....	156
Apêndice II – Código do <i>MATLAB</i> para o cálculo das perdas totais no núcleo.....	166
Apêndice III – Resultados das simulações paramétricas das variações da geometria do enrolamento secundário.....	167

# Capítulo 1: Introdução

## Capítulo 1: Introdução

### 1.1 - A utilização de transformadores

Transformadores são muito utilizados em diversas aplicações, desde redes de distribuição, fontes chaveadas, basicamente toda aplicação que necessite de alteração dos níveis de tensão e corrente.

Sabe-se que o volume do transformador é inversamente proporcional a sua frequência de operação. Porém, as perdas existentes em transformadores de alta frequência convencionais (que possuem condutores de seção cilíndrica) relacionados aos fenômenos *skin effect* (efeito pelicular) e *proximity effect* (efeito de proximidade) tornam-se muito significativas para frequências de operação elevadas (essas perdas e sua influencia com frequência será vista com mais detalhes neste trabalho).

Transformadores planares são transformadores cujos enrolamentos são constituídos a partir de trilhas de PCBs possuindo seção transversal retangular. Essa estrutura construtiva permite uma fácil construção e uma operação em frequências mais elevadas, com menos perdas em relação aos transformadores de alta frequência convencionais. Os enrolamentos de um transformador planar usado nesse trabalho podem ser vistos na figura 1.1.

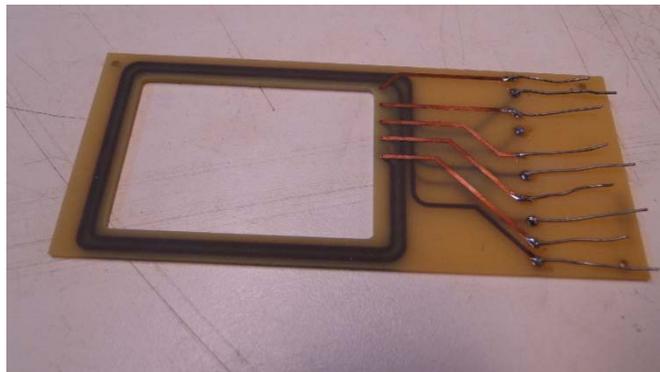


Figura 1.1-Transformador planar.

Os transformadores planares tem sido amplamente utilizados em diversas aplicações como fontes chaveadas (*SMPS – Switching Mode Power Supplies*), conversores DC-DC e retificadores como: conversores *forward*, *flyback*, *half-bridge*, *full-bridge* e *push-pull*.

## 1.2 – O projeto RECET II

O projeto RECET II é um projeto que está sendo desenvolvido pelo Laboratório de Eletrônica de Potência e Média Tensão (LEMT) localizado na UFRJ e trata da segunda versão de um regulador de tensão com o circuito de comutação composto por dispositivos semicondutores do tipo tiristor. O projeto anterior RECET I (sigla que significa Regulador de Tensão com Comutador Eletrônico de Taps) teve como meta o desenvolvimento de um protótipo desse Regulador em escala reduzida, em baixa tensão, desenvolvido no período de Março/2006 a Agosto/2009. Porém, este projeto pioneiro evidenciou características que precisavam ser melhoradas tais como estratégias de controle, o isolamento entre o circuito de potência e o hardware de controle, a escolha e dimensionamento de tiristores mais “robustos” dentre outras melhorias. Nesse contexto começou-se a desenvolver a partir de Maio/2010 o projeto RECET II que tinha como objetivos desenvolver essas melhorias. Uma dessas melhorias está a utilização de um transformador planar, equipamento que tem como funções transferir de forma eletromagnética e com isolamento galvânico as tensões e correntes referentes aos comandos de controle, isolando o circuito de potência do hardware de controle. O transformador planar foi projetado com atenção especial ao isolamento e sua eficiência.

O RECET II pode realizar a mesma operação do comutador mecânico de forma mais rápida, e ainda comutar de forma não sequencial, variando de um nível mais baixo de tensão para um nível mais alto, ou vice-versa, de forma direta, sem necessidade de excursionar por todos os níveis intermediários. Isto se deve à topologia utilizada que utiliza tiristores. Os tiristores se caracterizam por apresentar uma dinâmica de comutação de 1/2 ciclo de onda o que é equivalente à cerca de 8ms, muito inferior em relação a dinâmica mecânica do comutador convencional. Com isso, este Regulador de Tensão com Comutador Eletrônico de Taps (RECET) tem a capacidade de compensar variações de tensão de curta duração (VTCDs). A figura 1.2 mostra o equipamento RECET II e sua aplicação.

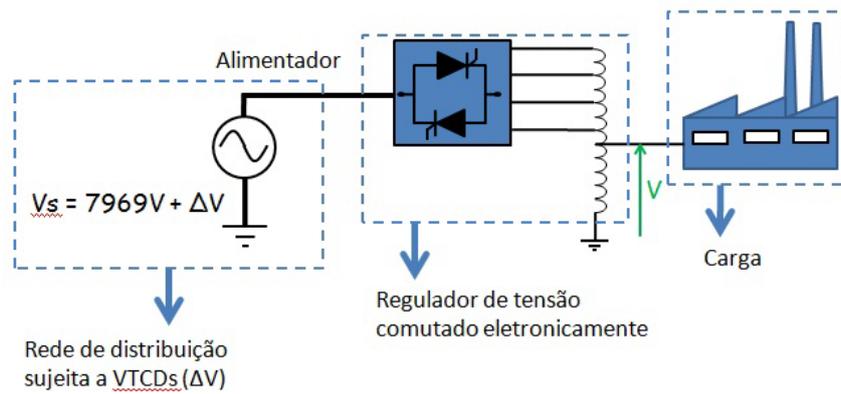


Figura 1.2 - Circuito que representa o circuito do RECET II,  $V_s$  representa a tensão fase-neutro da rede sujeita a VTCDs e  $V$  representa a tensão compensada pelo RECET II.

Especificamente para este projeto, foi necessário um *driver* (circuito de disparo) que pudesse acionar os dispositivos semicondutores presentes no equipamento de forma sincronizada e proporcionando isolamento adequado entre o circuito de potência e o hardware de controle do RECET II. As figuras 1.3 e 1.4 mostram respectivamente o circuito de potência e o diagrama de controle do RECET II.

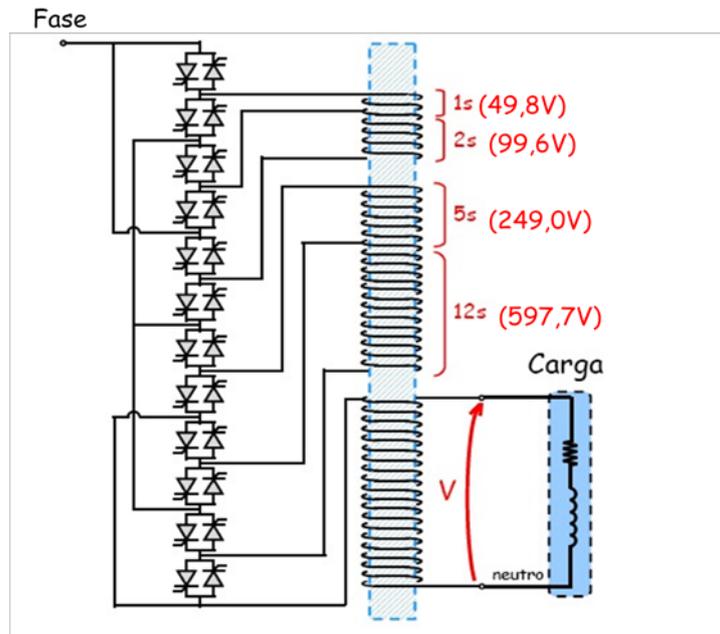


Figura 1.3 – Circuito de potência usado no RECET II.

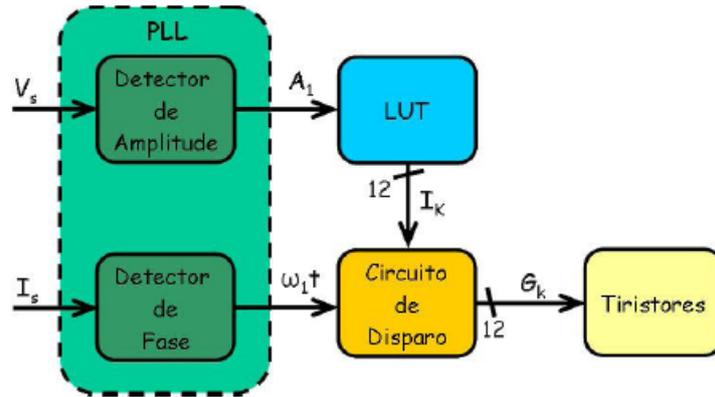


Figura 1.4– Circuito de disparo das chaves estáticas do RECET II.

Como pode ser visto na figura 1.3, o circuito de potência é formado por pares de tiristores em antiparalelo que, ao serem acionados, permitem o fluxo de energia pelos taps do autotransformador. Cada par de tiristores mostrado na figura é chamado de chave estática. Nesta configuração, o RECET II possui 12 chaves estáticas que, em qualquer instante de tempo e para qualquer configuração de tap de compensação, 4 chaves são disparadas e as 8 restantes permanecem bloqueadas.

A energia que flui pelo núcleo do autotransformador (por meio das linhas de fluxo geradas pelas correntes que circulam pelos enrolamentos que correspondem aos taps) permite elevar ou reduzir a tensão sobre o enrolamento conectado a carga. O acionamento correto e sincronizado de cada chave estática permite a esse equipamento compensar os VTCDs.

O circuito de potência necessita de um *driver* para realizar o acionamento dos tiristores que compõem as chaves estáticas de forma sincronizada (na figura 1.4 esse driver é representado pelo bloco “Circuito de Disparo”). O fato das chaves estáticas possuírem 2 tiristores em antiparalelo, e o fato de que é necessária uma energia (pulso de corrente) para acioná-los, justifica o uso de um *driver* de alimentação externa que consiga fornecer a energia para impor pulsos de corrente nos “*gates*” dos tiristores, conforme mostra a figura 1.5.

A tensão fase-neutro é de 7969V que será aplicada a vários tiristores em série. A tensão sobre cada chave estática em instantes específicos de operação depende do

estado das outras chaves estáticas (disparado ou bloqueado). Cada chave estática foi projetada para suportar  $5kV_{rms}$  (7kV de tensão de pico). Ao serem disparados, esses dispositivos precisam ser acionados praticamente no mesmo instante para evitar que a tensão de 7969 V seja imposta a uma única chave estática e cause danos a esse par de tiristores. Para evitar esse problema e garantir o acionamento correto e sincronizado dos tiristores, é necessário que a tensão de alta frequência (500 kHz) dos quatro drivers a serem disparados excitem os transformadores planares simultaneamente e seja retificada, gerando os pulsos de *gate* perfeitamente sincronizados.

É necessário que exista um isolamento elétrico entre o primário e o secundário. Isso permite isolar o circuito de potência (que corresponde aos módulos da chave estática que operam em média tensão) do circuito de controle (que corresponde ao hardware de controle, ao *driver* e a fonte de alimentação externa).

Um transformador planar permite realizar essas 2 ações, porque a energia é transferida do hardware de controle para o circuito de potência de forma magnética e o isolamento entre primário e secundário impede que, para a ocorrência de uma descarga atmosférica no circuito de potência, a energia dessa descarga não seja transferida para o hardware de controle.

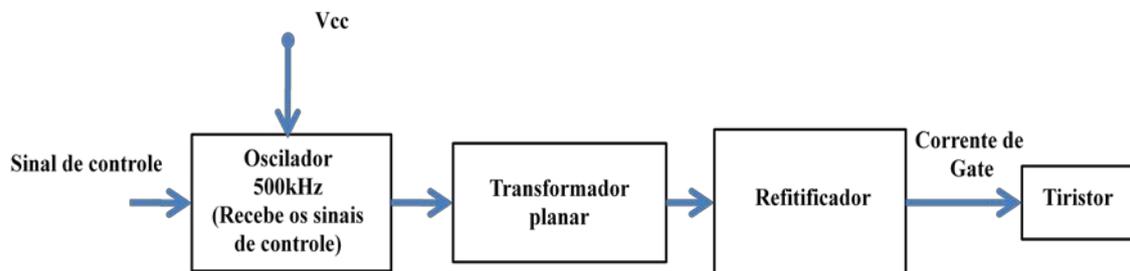


Figura 1.5 – Circuito de disparo do RECET II usando o transformador planar.

### 1.3– Objetivo desse trabalho

O objetivo desse trabalho é realizar o projeto e otimização de um transformador planar para o chaveamento (disparo) dos tiristores presentes na chave estática. Esse transformador corresponde a uma nova versão de um transformador planar de isolamento produzido no LEMT (Laboratório de Eletrônica de Potência e Média Tensão da COPPE/UFRJ). O novo transformador deve operar de acordo com as características

de projeto descritas, de forma mais eficiente (com menores perdas), isolar o circuito de potência do hardware de controle (conforme mostra a figura 1.5), fornecer um maior nível de tensão no secundário e uma curva de carga  $V_s \times I_s$  que permita acionar o tiristor de forma segura e confiável.

Para realizar esse projeto serão utilizados simuladores que utilizam o método dos Elementos Finitos (*FEA – Finite Element Analysis*) para resolver problemas de eletromagnetismo. Para realizar as simulações usando *FEA*, foram criados dois modelos tridimensionais que representam os projetos dos transformadores planares produzidos no *LEMT* sem o uso de simulações e parâmetros aproximados (versão 1) e o transformador planar produzido neste trabalho (versão 2). As principais contribuições desse trabalho são o projeto da versão 2 do transformador planar e a otimização da geometria do secundário como uma das etapas de projeto, que permite otimizar o desempenho deste transformador e aumentar sua eficiência.

Devido ao fato de que o isolamento do transformador planar merece uma atenção especial e um estudo específico a respeito do material isolante preliminarmente, as características do isolamento serão obtidas a partir de algumas simplificações.

## **1.4– Sobre os capítulos abordados nesse trabalho**

### **1.4.1- Capítulo 2: Transformadores monofásicos**

Nesse capítulo serão abordados alguns conceitos fundamentais do eletromagnetismo necessários para a compreensão do processo de funcionamento de transformador monofásico bem como suas características de operação e modelos, necessários para o entendimento do funcionamento do transformador. Também é estabelecido um ponto de referência no que diz respeito às características desse tipo de transformador para que, no capítulo 3 essas características possam ser comparadas com as características do transformador planar.

### **1.4.2 – Capítulo 3: Transformador Planar**

Esse capítulo trata do transformador planar no que diz respeito a sua definição, processo de funcionamento, modelos de perdas, tipos de perdas, aspectos construtivos e de operação. São abordadas também as suas principais aplicações, as principais diferenças entre esse tipo de transformador e os transformadores de alta frequência convencionais assim como suas vantagens e desvantagens.

#### **1.4.3 – Capítulo 4: O Projeto do transformador planar**

Nesse capítulo é descrita a metodologia utilizada para a realização do projeto do transformador planar, assim como os requisitos do projeto e a aplicação dessa metodologia no projeto do transformador. Também são explicadas estratégias de construção do protótipo, essenciais para a operação deste com o mínimo de perdas. Foram utilizados os softwares *Matlab* e *Saber* para a obtenção de parâmetros do material do núcleo do transformador a partir dos gráficos correspondentes às características de operação deste núcleo com o material específico. Esses gráficos são fornecidos pelo fabricante (Thornton).

#### **1.4.4 – Capítulo 5: O método dos Elementos Finitos (*FEA – Finite Element Analysis*)**

Esse capítulo trata do método dos elementos finitos que é um método utilizado para realizar as simulações que possibilitaram o desenvolvimento do projeto. É realizada uma breve descrição teórica sobre o método variacional e um caso específico desse que é o método de *Galerkin*. É abordado como esse método possibilita a solução de problemas de engenharia complexos.

São feitas algumas considerações sobre simulações utilizando *FEA* para a obtenção de resultados precisos dentro do mínimo tempo possível.

É descrito também um exemplo da aplicação desse método sobre um problema de magnetostática.

#### **1.4.5 – Capítulo 6: Simulações realizadas e análise dos resultados**

Nesse capítulo são descritas as simulações realizadas usando *FEA* com o modelo tridimensional construído do transformador planar com o objetivo de validar sua operação sob diversas condições de carga e otimizar a geometria do secundário do transformador para que essa forneça o maior nível de tensão possível com o mínimo de perdas. As simulações são parte da metodologia de projeto e foram realizadas utilizando-se os softwares *Ansoft Maxwell* e *Ansoft Simplorer*.

É descrita a inclusão das características dos materiais usados no projeto e também é feita uma análise das simulações realizadas permitindo-se obter a melhor geometria do secundário que permita a operação do transformador com as características de projeto desejadas.

#### **1.4.6 – Capítulo 7: Conclusões e considerações finais**

Esse capítulo apresenta as conclusões do trabalho e análises adicionais realizadas sobre os resultados bem como considerações a cerca do desenvolvimento do projeto. Considerações são realizadas a respeito de detalhes de projeto que devem ser levados em consideração em projetos futuros de transformadores planares que utilizem a metodologia usada neste trabalho. Essas considerações descrevem também a experiência obtida no desenvolvimento desse trabalho em todas as suas fases com o objetivo de fornecer sugestões para projetos futuros.

# Capítulo 2:

## Transformadores monofásicos

## Capítulo 2: Transformador monofásico

### 2.1 – Transformadores

Os transformadores são equipamentos utilizados em redes de distribuição, indústria (como parte de equipamentos dessa natureza ou fornecendo a energia necessária para esta), como parte de diversos equipamentos eletrônicos (como fontes chaveadas por exemplo), entre outras aplicações.

Os transformadores são máquinas elétricas estáticas que podem alterar os níveis de tensão e corrente. Essa alteração é realizada de forma proporcional, reduzindo a tensão e aumentando a corrente ou o inverso, mantendo a mesma potência no primário e secundário. Pelo fato desta máquina elétrica poder operar em diversos níveis de potência e em diversas frequências suas aplicações são extensas.



Figura 2.1 – Transformador monofásico.

### 2.2 – Revisão sobre alguns conceitos de eletromagnetismo:

Existem 4 grandezas básicas que compõem e descrevem fenômenos eletromagnéticos que são:

$\vec{B}$  – densidade de fluxo magnético;

$\vec{H}$  – Intensidade ou força de campo magnético;

$\vec{E}$  – Campo elétrico;

$\vec{D}$  – Densidade de fluxo elétrico.

Para entender o processo de funcionamento de um transformador é necessário entender algumas leis do eletromagnetismo, porque é a partir delas que o “efeito” transformador é produzido. As leis e comportamentos de fenômenos eletromagnéticos podem ser explicados pelas Equações de *Maxwell* descritas a seguir:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

Para a compreensão da teoria de funcionamento das máquinas elétricas descritas nesse capítulo, é necessário destacar o funcionamento das grandezas físicas B e H.

A equação (2.1) descreve a lei de *Faraday*, em que a variação do fluxo magnético  $\phi$  gera uma força eletromotriz ( $fem = -\frac{d\phi}{dt}$ ). Por exemplo, considere-se uma espira que enlaça linhas de fluxo representadas por uma densidade superficial de fluxo magnético B1 que varia com o tempo (conforme mostra a figura 2.2). O fato de B1 variar no tempo implica no surgimento uma força eletromotriz (*fem*) de forma a gerar uma corrente I que irá gerar linhas de fluxo com o sentido oposto a variação do fluxo enlaçado pela espira (densidade superficial de fluxo magnético B2). A figura 2.2 demonstra esse conceito.

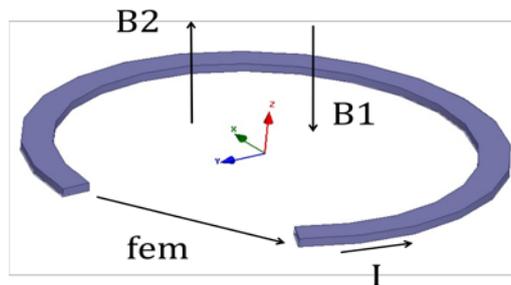


Figura 2.2 – Espira simples usada como exemplo para explicar a lei de *Faraday*.

A equação (2.2) que descreve a lei de *Ampère-Maxwell*, se refere a geração de um campo  $H$  por meio de um ou  $N$  condutores por onde passam uma corrente  $I$ . Essa relação pode ser escrita na forma da equação  $\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = NI$ . Essa equação descreve que a integral de linha de  $H$  ao longo de um caminho fechado no espaço é igual ao produto entre o número de condutores dentro do caminho e a respectiva corrente  $I$  que atravessa cada condutor.

O termo  $\frac{\partial D}{\partial t}$  presente nos termos à direita na equação (2.2) representa a contribuição que *Maxwell* fez ao perceber uma não linearidade na equação que representa a lei de *Ampère*. Esse termo implica que a variação de densidade de fluxo elétrico  $D$  no tempo também pode gerar intensidade de campos magnéticos  $H$ .

Sabendo-se que:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}$$

Onde  $\epsilon_0$  é a permissividade elétrica no vácuo e  $\epsilon_r$  é a permissividade elétrica relativa do material. Realizando-se a derivada de  $D$  no tempo tem-se:

$$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Isso implica que a derivada  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$  depende não somente da frequência do campo elétrico no espaço (associado ao movimento das cargas que são a fonte desse campo elétrico) mas também ao material onde essas linhas de campo elétrico variam. A capacidade desse material em concentrar linhas de campo elétrico é determinada pelo constante  $\epsilon_r$ , que aumenta o valor de  $D$  e sua derivada no tempo.

Para todas as análises posteriores realizadas neste trabalho, irá desconsiderar-se esse termo porque a influência dele na geração de  $H$  é muito pequena, de forma que o termo  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$  pode ser desprezado. Isso implica que a equação (2.2) torna-se:

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{j} \tag{2.3}$$

Integrando-se os 2 termos da equação (2.3) em função de uma área que representa a secção transversal do condutor tem-se:

$$\int \nabla \times \vec{H} \cdot d\vec{A} = \int \vec{j} \cdot d\vec{A} \quad (2.4)$$

Sabendo-se que:

$$\int \nabla \times \vec{H} \cdot d\vec{A} = \oint \vec{H} \cdot d\vec{l} \quad (2.5)$$

Substituindo a equação (2.5) em (2.4) tem-se:

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int \vec{j} \cdot d\vec{A} \quad (2.6)$$

Como a intensidade de campo magnético depende do número de vezes  $N$  que a corrente  $I$  está presente no interior do caminho fechado sobre a qual é feita a integral de linha da equação (2.6), tem-se:

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = NI \quad (2.7)$$

Considerando que  $H$  é uniforme ao longo de todo o caminho fechado descrito na equação (2.7), pode-se escrever este caminho como um valor  $lef$  que representa o resultado de sua integral de linha.

$$\begin{aligned} Hlef &= NI \\ NI &= Hlef \end{aligned} \quad (2.8)$$

Na figura 2.3 pode-se observar uma aplicação da lei de *Ampère-Maxwell*. Tem-se um condutor com uma corrente que o atravessa na direção indicada (eixo  $z$ ). Utilizando-se a regra de mão direita pode-se perceber que o campo  $H$  gerado tem sentido anti-horário.

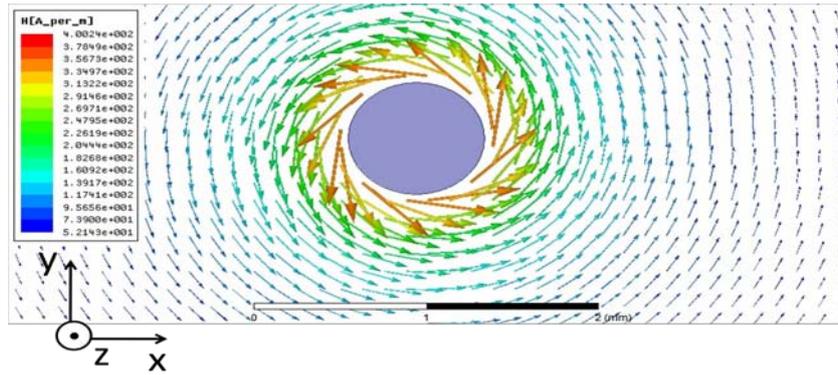


Figura 2.3 – Secção transversal de um condutor usada como exemplo para explicar a lei de *Ampère-Maxwell*.

Sabe-se que  $\int \vec{B} \cdot d\vec{A} = \phi$ , se considerarmos que B não varia de acordo com a área A tem-se que:

$$B = \frac{\phi}{A} \quad (2.9)$$

A equação (2.9) mostra que B é a densidade superficial de fluxo que indica a quantidade de linhas de fluxo (e sua intensidade) por unidade de área.

A razão entre  $\vec{B}$  e  $\vec{H}$  é definida permeabilidade magnética  $\mu_0\mu_r$  ( $\mu_0$  é permeabilidade magnética no vácuo).

A permeabilidade representa a capacidade do meio de concentrar linhas de fluxo magnético para uma mesma intensidade de campo magnético H expressa pela equação (2.7).

$$\mu_0\mu_r = \frac{\vec{B}}{\vec{H}} \quad (2.10)$$

O exemplo a seguir, descrito por *Chryssis* [1], ilustra como as grandezas B e H podem ser obtidas e como elas interagem entre si.

Considera-se um circuito com uma fonte de alimentação V, uma chave S e uma bobina de indutância L. O circuito pode ser visto na figura 2.4.

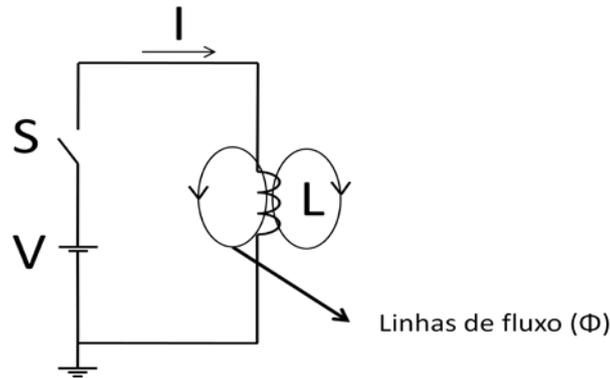


Figura 2.4 – Circuito usado no exemplo para explicar o comportamento entre as grandezas  $B$  e  $H$  [1].

A corrente circula pelas espiras da bobina e cria um fluxo magnético  $\phi$ , conforme descreve a equação (2.2) que representa a lei de *Ampère-Maxwell*. As linhas de fluxo são produzidas pela força magnetomotriz  $NI$ , conforme expressa a equação (2.7).

O fluxo que atravessa o ar e é “enlaçado” (envolvido) pela bobina. A razão entre o fluxo enlaçado pela bobina  $\lambda$  e a corrente  $I$  é a indutância  $L$ .

$$L = \frac{\lambda}{I} \quad (2.11)$$

Onde  $\lambda$  é igual ao número de espiras da bobina ( $N$ ) multiplicado pelo fluxo gerado por cada espira ( $N\phi$ ).  $I$  é a corrente que circula pelas espiras da bobina.

Dependendo do meio em que as linhas de fluxo atravessam, a permeabilidade relativa  $\mu_r$  aumenta de forma significativa (para o ar  $\mu_r = 1$ ). Isso aumenta consideravelmente a indutância  $L$  ou capacidade de gerar fluxo para cada Ampère que atravessa as espiras da bobina.

As linhas de fluxo atravessam o ar e encontram uma relativa “resistência” (a essa resistência chama-se Relutância  $\mathfrak{R}$ ). As linhas de fluxo percorrem os caminhos de menor relutância. O cálculo da relutância pode ser visto a seguir.

$$NI = \mathfrak{R}\phi$$

$$\mathfrak{R} = \frac{NI}{\phi}$$

Sabe-se que:

$$NI = \frac{Blef}{\mu_0\mu_r} \quad (2.12)$$

Substituindo (2.9) em (2.16) tem-se:

$$NI = \frac{\frac{\phi}{A}lef}{\mu_0\mu_r}$$

$$NI = \frac{\phi lef}{\mu_0\mu_r A} \quad (2.13)$$

Dividindo-se a equação (2.17) pelo fluxo tem-se:

$$\mathfrak{R} = \frac{\frac{\phi lef}{\mu_0\mu_r A}}{\phi}$$

$$\mathfrak{R} = \frac{lef}{\mu_0\mu_r A} \quad (2.14)$$

Conforme pode ser observado na equação (2.14), a relutância depende da geometria da estrutura (núcleo), porque esta equação depende de A (que é a secção transversal deste) e lef (que indica o caminho que as linhas de fluxo irão percorrer no núcleo o que depende das dimensões desse). Meios que possuem grande permeabilidade (como materiais ferromagnéticos) possuem pequena relutância. Isso implica que, adicionando-se um material ferromagnético ou outro de baixa relutância, é possível concentrar as linhas de fluxo geradas pela bobina conforme mostra a figura 2.5.

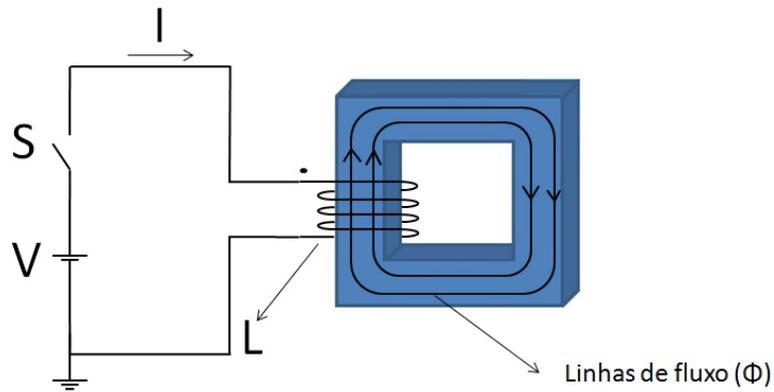


Figura 2.5- Circuito da figura 2.4 com bobina e um material ferromagnético como meio por onde as linhas de fluxo circulam (núcleo) [1].

Como existe uma maior quantidade de linhas de fluxo em uma área específica  $A$ , representada pela secção transversal do núcleo de material ferromagnético, o valor de  $B$  é maior.

A relação entre  $B$  e  $H$  não é linear e depende de  $\mu_r$  conforme mostra a figura 2.6.

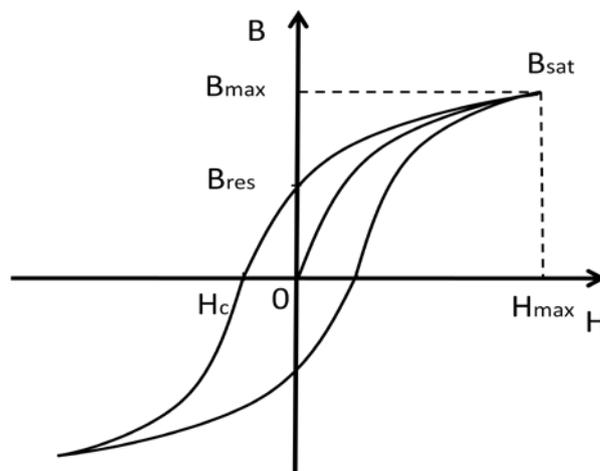


Figura 2.6 – Curva de magnetização  $BH$  [1].

A medida que o valor de  $H$  aumenta, considerando uma primeira excursão de 0 até  $H_{max}$  e uma segunda excursão de  $H_{max}$  a 0, esse aumento ocorre de forma não linear. Na primeira excursão e na segunda excursão, o caminho percorrido na curva não é o mesmo. A esse fenômeno dá-se o nome de histerese. No final do segundo percurso

(de  $H_{max}$  até zero), o valor de  $B$  não é zero. Isso porque existe um magnetismo residual  $B_{res}$  no material. Para que o valor de  $B$  chegue a zero é necessário aplicar ao material uma força coercitiva  $H_c$ . Em  $H_{max}$ , o valor de  $B$  é  $B_{max}$  que é igual ao  $B_{sat}$ , indicando o valor máximo de linhas de fluxo por área que o material é capaz de concentrar.

Considerando o exemplo mostrado na figura 2.5, e a teoria descrita anteriormente, é possível concluir que a indutância  $L$  é uma grandeza teórica que permite ao projetista entender algumas características físicas das linhas de fluxo e como elas se comportam durante a operação do circuito. Ela é essencial para o projeto de transformadores. A figura 2.7 mostra a seção transversal de uma bobina usada no exemplo descrito pela figura 2.4 e a distribuição espacial das linhas de fluxo geradas por esta.

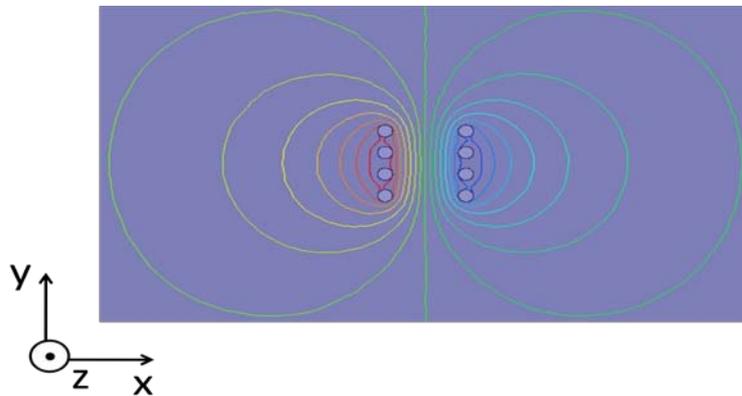


Figura 2.7–Secção transversal da bobina usada no circuito da figura 2.4.

### 2.2.1 – Processo de funcionamento do transformador

Baseado no tópico anterior e especialmente nas relações (2.1) e (2.2), é possível explicar o processo de funcionamento de um transformador. O transformador é considerado monofásico porque somente existe uma fase de alimentação neste, conforme mostra a figura 2.8.

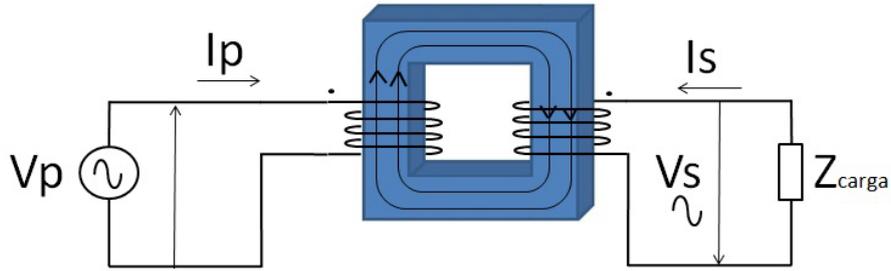


Figura 2.8 – Transformador usado como exemplo para explicar seu processo de funcionamento [1].

Na figura 2.8, a estrutura que conecta as 2 bobinas é formada por um material que concentra as linhas de fluxo magnético. Em cada subdivisão dessa estrutura definida pelo plano de simetria indicado na figura existe uma bobina. A bobina onde é aplicada uma tensão  $V_p$  é chamada de primário (com  $N_p$  espiras) e a bobina que possui entre seus terminais uma tensão  $V_s$  e que está conectada uma carga é chamado secundário (o secundário possui  $N_s$  espiras). A estrutura recebe o nome de núcleo.

A tensão induzida no primário  $V_p$  é igual a  $L \frac{dI_p}{dt}$ .  $LI_p$  é igual ao fluxo enlaçado pelo primário  $N_p \phi$ . Considerando somente seu módulo, o fluxo de magnetização que atravessa o núcleo e sua variação são iguais para os 2 enrolamentos.

$$V_p = N_p \frac{d\phi}{dt}$$

$$V_s = N_s \frac{d\phi}{dt}$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{V_p}{N_p} \tag{2.15}$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{V_s}{N_s} \tag{2.16}$$

Igualando as relações (2.15) e (2.16) obtem-se:

$$\frac{V_p}{N_p} = \frac{V_s}{N_s}$$

$$\frac{V_p}{V_s} = \frac{N_p}{N_s} \tag{2.17}$$

Dividindo-se os módulos de  $V_p$  e  $V_s$  por uma resistência  $R$  tem-se respectivamente  $I_p$  e  $I_s$ :

$$\frac{I_p}{I_s} = \frac{N_s}{N_p} \quad (2.18)$$

A relação do número de espiras  $N_p$  e  $N_s$  determina a relação entre as tensões do primário  $V_p$  e tensão do secundário  $V_s$ , assim como entre as correntes  $I_p$  e  $I_s$ . Aumentando-se ou diminuindo essa relação é possível diminuir ou aumentar  $V_s$  (e aumentar ou diminuir  $I_s$ ).

Transformadores normalmente operam com eficiência muito elevada. Considerando-se um transformador ideal, a energia se conserva transferindo-se do primário para o secundário. Apesar das alterações de  $V_s$  e  $I_s$  a potência de saída em um transformador ideal é a mesma daquela do primário (potência de entrada).

$$V_p I_p = V_s I_s \quad (2.19)$$

Para transformadores não-ideais existem perdas. Essas perdas serão vistas com mais detalhes no tópico a seguir.

### **2.2.2 – Modelos de transformador**

O transformador possui um modelo ou um circuito equivalente que pode ser visto na figura 2.9. Nesta formulação proposta por *Steinmetz* [2], existe em cada bobina uma parcela de fluxo que não compõe o fluxo de magnetização descrito anteriormente. Essas parcelas representam uma parcela das perdas de um transformador que são as perdas nos enrolamentos devido a dispersão do fluxo magnético.

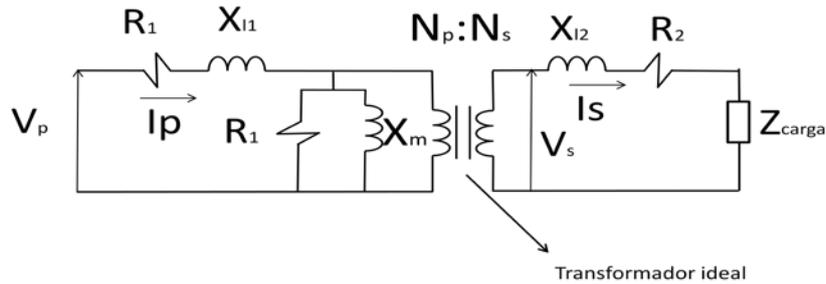


Figura 2.9 – Circuito equivalente de um transformador [2].

Na figura 2.9, está representado o circuito equivalente do transformador segundo o modelo de *Steinmetz*. Nesse é possível observar os parâmetros:

$R_1$  - A resistência  $R_1$  provoca queda de tensão nas espiras do primário;

$R_2$  - A resistência  $R_2$  provoca queda de tensão nas espiras do secundário;

$X_{l1}$  - é a reatância que representa a indutância de dispersão do primário;

$X_{l2}$  - é a reatância que representa a indutância de dispersão do secundário;

$X_m$  - é a reatância que representa a indutância de magnetização do transformador;

$R_m$  - é a resistência que representa as perdas elétricas e o efeito de aquecimento do núcleo que é consequência destas perdas.

No circuito equivalente do transformador, é utilizado o modelo do transformador ideal, com as perdas no núcleo referidas ao lado primário ( $X_m, R_m$ ).

Para entender cada parâmetro representado no circuito equivalente, é necessário definir o conceito de indutância própria, indutância de magnetização e indutância de dispersão.

A indutância própria é composta por indutância de magnetização e indutância de dispersão.

$$L = L_{\sigma} + L_m \quad (2.20)$$

Onde  $L$  é a indutância própria,  $L_\sigma$  é a indutância de dispersão e  $L_m$  é a indutância de magnetização.

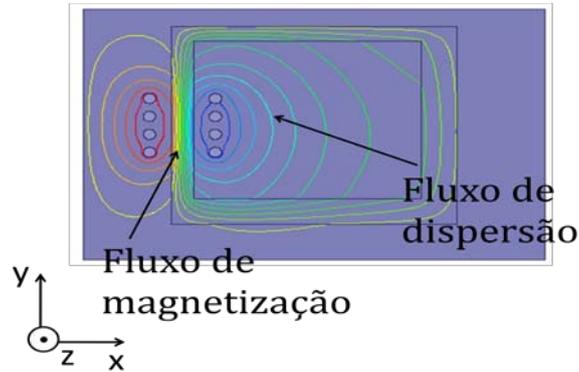


Figura 2.10 – Secção transversal de uma bobina com núcleo de material ferromagnético destacando os fluxos de dispersão e de magnetização.

A figura 2.10 mostra que  $L_\sigma$  é formada a partir do fluxo de dispersão, que não percorre o núcleo, e  $L_m$  é formada pelo fluxo de magnetização que percorre o núcleo.

O fluxo de dispersão representa uma parcela de energia que não é transferida para o secundário do transformador e, dessa forma, representa uma perda de energia. O fluxo de magnetização é responsável pela transferência de energia pelo núcleo.

Essas parcelas de energia referentes às perdas e a transferência de energia para o secundário do transformador são representadas no modelo descrito na figura 2.9 por reatâncias  $X$  que são calculadas da seguinte forma:

$$X = j\omega L$$

Onde  $\omega$  é a frequência angular da tensão imposta ao modelo do transformador e é calculada a partir da seguinte equação:

$$\omega = 2\pi f$$

$f$  é a frequência de operação do transformador.

Cada tipo de indutância descrito anteriormente (de dispersão ou de magnetização) define o tipo de reatância que, no modelo descrito pela figura 2.9, irá representar a perda ou a transferência de energia para o secundário.

De acordo com *Heaviside* [3], a indutância mútua é o fluxo enlaçado pelo secundário (ou primário) dividido pela corrente do primário (ou secundário).

$$M = \frac{\lambda_s}{I_p} = \frac{\lambda_p}{I_s}$$

Conhecer essa indutância é fundamental devido ao fato de que ela afeta diretamente as tensões induzidas no primário e secundário como *Salon* [4] sugere:

$$\lambda_p = L_p I_p + M I_s \quad (2.21)$$

$$\lambda_s = L_s I_s + M I_p \quad (2.22)$$

A partir das equações (2.21) e (2.22) tem-se:

$$V_p = \frac{d\lambda_p}{dt} = L_p \frac{dI_p}{dt} + M \frac{dI_s}{dt} \quad (2.23)$$

$$V_s = \frac{d\lambda_s}{dt} = L_s \frac{dI_s}{dt} + M \frac{dI_p}{dt} \quad (2.24)$$

O fator de acoplamento  $k$  mede a proporção do fluxo de magnetização em relação ao fluxo total, conforme será demonstrado a seguir a partir da equação (2.25).

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_p L_s}} \quad (2.25)$$

Onde  $L_p$  e  $L_s$  são as indutâncias próprias do primário e secundário respectivamente.

Para transformadores ideais as indutâncias de dispersão são nulas e o valor de  $k$  é 1, então tem-se:

$$L_p = L_{mp}$$

$$L_s = L_{ms}$$

Substituindo os valores de  $L_p$ ,  $L_s$  e  $k$  na equação (2.25) tem-se:

$$k = 1 = \frac{M}{\sqrt{L_{mp} L_{ms}}}$$

$$M = \sqrt{L_{mp} L_{ms}} \quad (2.26)$$

Considerando um transformador convencional com perdas e com relação de transformação 1:1 ( $N_p = N_s$ ), isso implica que, segundo a equação (2.18),  $I_p = I_s = I$ . Para esse transformador substituindo a equação (2.26) em (2.25) tem-se:

$$k = \frac{\sqrt{L_{mp} L_{ms}}}{\sqrt{L_p L_s}}$$

$$k = \sqrt{\frac{L_{mp} L_{ms}}{(L_{mp} + L_{\sigma p})(L_{ms} + L_{\sigma s})}} \quad (2.27)$$

Analisando-se as equações (2.23) e (2.24) observa-se que para que  $V_p = V_s$ , então  $L_p = L_s = L$ . Substituindo esses valores na equação (2.27) tem-se:

$$k = \sqrt{\frac{L_m L_m}{(L_m + L_{\sigma})(L_m + L_{\sigma})}}$$

$$k = \sqrt{\frac{L_m^2}{(L_m + L_{\sigma})^2}}$$

$$k = \frac{L_m}{(L_m + L_{\sigma})}$$

A partir da equação (2.11) tem-se:

$$k = \frac{\frac{\lambda_m}{l}}{\frac{(\lambda_m + \lambda_\sigma)}{l}}$$
$$k = \frac{\lambda_m}{l} * \frac{l}{(\lambda_m + \lambda_\sigma)}$$
$$k = \frac{\lambda_m}{(\lambda_m + \lambda_\sigma)} \quad (2.28)$$

Segundo *Su* [5], o fator de acoplamento é fundamental em um projeto de transformador porque determina a capacidade deste equipamento e sua eficiência.

## 2.3 – Características construtivas

### 2.3.1 – Tipos de Núcleo

Os tipos de núcleo que compõem o transformador podem ser do tipo núcleo envolvente (*Shell*) ou do tipo núcleo envolvido (*Core*) e podem ser visualizados na figura 2.11 conforme descrito por *Salon* [4].

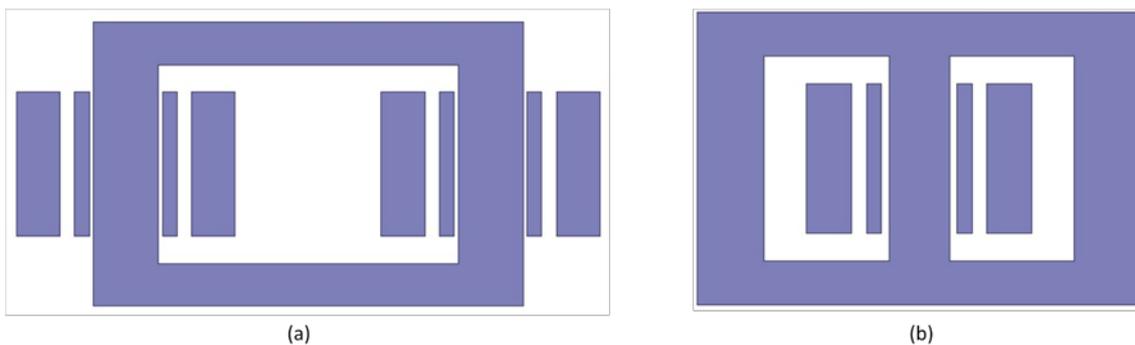


Figura 2.11 – Tipos de núcleo: (a) tipo envolvido, (b) tipo envolvente [4].

Os materiais que compõem o núcleo são diversos conforme mostra a tabela 2.1 [6]. A escolha do tipo de material depende da potência nominal de operação do transformador, frequência de operação,  $B_{sat}$ , dentre outras características de operação desejadas.

Tabela 2.1- Tipos de materiais usados na construção de núcleos e algumas características de operação [6].

<i>Tipo de material</i>	<i>Densidade superficial de fluxo de saturação (Teslas)</i>	<i>Perdas específicas no núcleo @100kHz (W/m<sup>3</sup>, Bm = 0,04T)</i>
<i>Aço com Silicose</i>	1,9-2,2	1,94 x 10 <sup>6</sup>
<i>Supermendur</i>	1,9-2,2	5,21 x 10 <sup>5</sup>
<i>Magnesil</i>	1,5-1,8	1,65 x 10 <sup>5</sup>
<i>Amorfo B</i>	1,5-1,6	1,95 x 10 <sup>5</sup>
<i>Orthonol quadrado</i>	1,4-1,6	1,71 x 10 <sup>5</sup>
<i>48 Alloy</i>	1,15-1,4	3,06 x 10 <sup>5</sup>
<i>Pó</i>	1,05	1,33 x 10 <sup>5</sup>
<i>MPP (Pó)</i>	0,75	5,30 x 10 <sup>4</sup>
<i>Permalloy 80</i>	0,66-0,82	3,21 x 10 <sup>4</sup>
<i>Supermalloy</i>	0,65-0,82	2,59 x 10 <sup>4</sup>
<i>3B7</i>	0,45-0,5	1,49 x 10 <sup>4</sup>
<i>3E2A</i>	0,45-0,5	1,34 x 10 <sup>4</sup>
<i>3C8</i>	0,45-0,5	2,96 x 10 <sup>4</sup>
<i>Ferrite</i>	0,35-0,5	6,51 x 10 <sup>3</sup>

## 2.4 – Considerações finais

Neste capítulo apresentou-se os conceitos referentes a Eletromagnetismo necessários para a compreensão de fenômenos eletromagnéticos relacionados à operação de transformadores convencionais. Também abordou-se de forma sucinta modelos utilizados para a análise de operação desse equipamento. O projeto de transformadores e a análise de sua operação exige mais conhecimentos teóricos e práticos a respeito dessa máquina elétrica. Os conceitos abordados neste capítulo forneceram uma base teórica para o estudo, projeto e análise dos transformadores planares que serão realizados nos capítulos posteriores.

## Capítulo 3:

# Transformador Planar

### 3. O Transformador Planar

#### 3.1 – Transformadores planares e a tecnologia planar magnética

O transformador planar é adequado para operar em altas frequências, onde seus enrolamentos primário e secundário podem ser trilhas de PCB (*Printed Circuit Boards*). As trilhas que correspondem ao primário e secundário estão em *layers* (camadas) diferentes dessa placa, ou em placas distintas. A razão largura / altura das trilhas é normalmente elevada (10:1) de acordo com Wang [6]. Essa tecnologia tem origem na tecnologia planar magnética (que incluem transformadores planares e indutores planares) que vem se desenvolvendo significativamente nos últimos anos e ficou muito popular no design de *SMPS* (*Switching Mode Power Supplies* ou Fontes Chaveadas) [6]. Outro uso dos transformadores planares é em conversores estáticos onde estes apresentam performance significativamente melhor em comparação aos transformadores de alta frequência convencionais [7] (segundo os critérios que serão vistos neste capítulo).

Transformadores de alta frequência convencionais operam em altas frequências, mas suas perdas pelos fenômenos eletromagnéticos efeito pelicular (*skin effect*) e efeito de proximidade (*proximity effect*) começam a se mostrar significativas para frequências acima de 100 kHz [8].

O efeito pelicular e o efeito de proximidade são 2 fenômenos físicos que estão presentes nos enrolamentos dos transformadores convencional e planar que implicam em perdas nesses enrolamentos (perdas no cobre). São fenômenos que determinam alguns parâmetros do projeto relacionados à geometria do enrolamento, porque o número de espiras, seu posicionamento e área da secção transversal de uma espira podem maximizar esses efeitos. Esses parâmetros devem ser projetados levando-se em consideração esses fenômenos.

O fato de sua estrutura poder ser construída usando-se PCBs permite uma redução significativa de volume e peso. Também possui um isolamento significativo porque as PCBs são construídas com camadas de fibras de vidro (*pregs*) que possuem elevado valor de *Voltage Breakdown* (45kV/mm – na direção x e 30kV/mm – direção y [9]). A estrutura construtiva pode ser vista nas figuras 3.1 e 3.2.

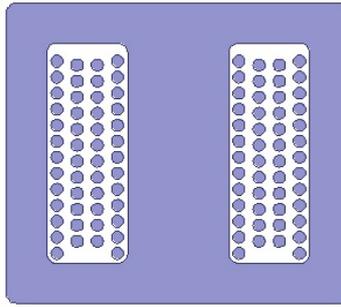


Figura 3.1 – Transformador de alta frequência convencional [7].

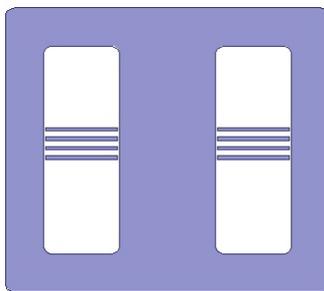


Figura 3.2 – Transformador planar [7].

Os transformadores planares possuem muitas vantagens e algumas desvantagens em comparação com os transformadores de alta frequência convencionais (com enrolamentos primários e secundários que possuem seção transversal circular).

### 3.1.1 - As vantagens

- **Peso e volume reduzidos:** o fato do transformador planar operar em frequências elevadas (da ordem de kHz e MHz) e de seus enrolamentos serem construídos sobre uma estrutura de PCB (fibra de vidro) implica em uma redução significativa do peso e volume do transformador;
- **Redução das perdas dos enrolamentos:** a utilização de trilhas com uma geometria específica de sua seção transversal e o seu posicionamento no espaço pode reduzir os efeitos de efeito pelicular e efeito de proximidade que em

transformadores de alta frequência convencionais (sem a utilização de métodos adequados) resultariam em perdas elevadas no cobre.

- Boa condução térmica: transformadores planares possuem trilhas que dissipam mais facilmente a energia térmica, de acordo com *Wang* [6]. A razão entre área e volume elevada reduz a resistência térmica possibilitando uma maior troca de energia térmica e conseqüentemente uma elevação menor de temperatura.
- Pequena indutância de dispersão: de acordo com *Ferrocube* [10], intercalar os *layers* que correspondem ao primário e secundário diminui a indutância de dispersão de forma significativa e reduz o efeito de proximidade.
- Boa repetitividade: transformadores e indutores planares possuem boa repetitividade, característica essencial em estruturas ressonantes [11]. Essa característica é essencial para a sua operação como uma máquina elétrica.
- Baixo custo de construção: comparado aos transformadores convencionais, transformadores e indutores planares são construídos a partir de PCBs, o que reduz seu custo de construção.
- Geometria customizável: Conforme será visto no projeto do transformador planar, as geometrias do primário e secundário podem ser alteradas de acordo com o projeto, de forma a alterar o coeficiente de acoplamento ( $k$ ), melhorando a transferência de energia e obtendo-se os níveis desejados de tensão ou corrente que são requisitos do projeto.
- Melhor transferência de energia: com frequências elevadas e associado às vantagens mencionadas anteriores, a transferência de energia ocorre de forma mais eficiente conforme será mostrado posteriormente. De acordo com *Fagundes* [7], devido ao elevado acoplamento dos transformadores planares, a conversão da energia de forma magnética em elétrica é significativamente melhor se comparada aos transformadores de alta frequência convencionais.

### 3.1.2 –As desvantagens

Transformadores e indutores planares apresentam algumas desvantagens em função de suas características construtivas que fornecem as vantagens mencionadas anteriormente.

- Capacitâncias parasitas: a utilização de PCBs e trilhas para construir os enrolamentos primário e secundário, permite o aumento das capacitâncias parasitas entre as trilhas de um mesmo enrolamento e entre as trilhas de enrolamentos diferentes (figura 3.3). Essas capacitâncias parasitas provocam o desvio da energia que seria transferida de forma magnética para o secundário diminuindo a eficiência do transformador planar.

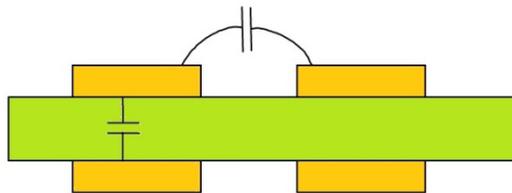


Figura 3.3 – Estrutura construtiva da PCB de um transformador planar com destaque para as capacitâncias parasitas.

- Grande área de *layout*: devido ao fato de serem construídos utilizando PCBs, transformadores planares utilizam uma grande área de *layout* [6];
- Pequeno fator de utilização da área de enrolamento do núcleo: o fator de utilização da área de enrolamento do núcleo é menor em relação aos transformadores convencionais (normalmente de 0,25 a 0,3 comparado a 0,4 em transformadores convencionais). Isso ocorre devido ao fato de que a construção de transformadores planares utiliza PCBs com espaçamento entre *layers* de 150 $\mu$ m e espessura do dielétrico usado para isolamento de 100 $\mu$ m [8].

## 3.2 – Fenômenos eletromagnéticos presentes na operação de transformadores planares

Existem alguns fenômenos eletromagnéticos que estão presentes na operação de transformadores planares que merecem destaque porque implicam em perdas e são fundamentais para a determinação de parâmetros de projeto (como a geometria e dimensões do núcleo e das espiras do primário e secundários). Esses fenômenos são a transferência de energia de forma magnética como função da frequência (e a equação geral dos transformadores), a densidade volumétrica de energia, o efeito pelicular, o efeito de proximidade e as perdas no núcleo.

### 3.2.1 – Densidade volumétrica de energia como função da frequência

A densidade volumétrica de energia é uma função da frequência como será visto neste tópico. Para demonstrar esse fenômeno eletromagnético, considera-se um núcleo com as principais dimensões destacadas na figura 3.4.

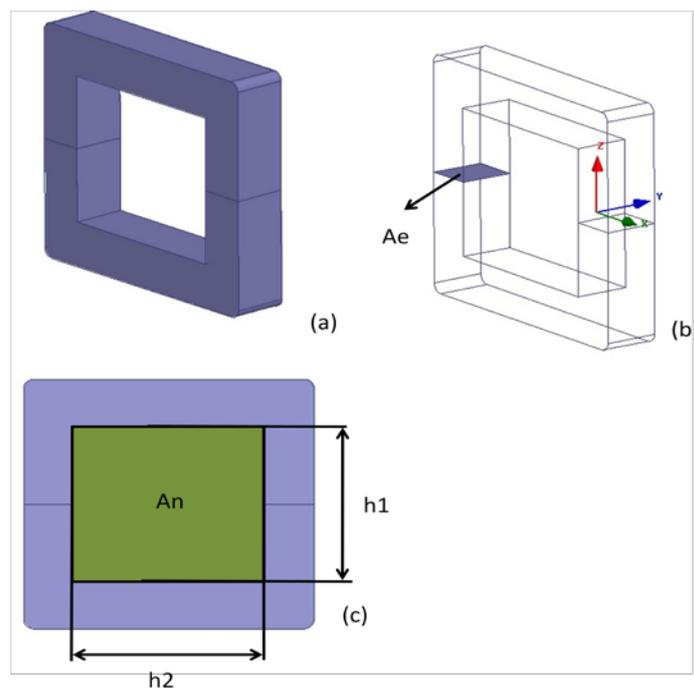


Figura 3.4 – Núcleo de material ferromagnético usado no exemplo: (a) Visão em perspectiva; (b) Visão em perspectiva com destaque para a área  $A_e$ ; (c) Visão frontal com destaque para a área  $A_n$ .

Na figura 3.4, é representada a área a ser ocupada pelo enrolamento no núcleo ( $A_n = h_1 * h_2$ ) e a área efetiva do núcleo  $A_e$  que é a área da secção transversal do

núcleo onde pode-se considerar que a densidade superficial de fluxo magnético ( $B$ ) é constante (as linhas de fluxo são perpendiculares a essa área).

A energia de um campo magnético em um volume de material onde a curva de magnetização  $BH$  é linear (materiais lineares) pode ser obtida em função do volume do núcleo a partir da equação (3.1) [12].

$$W = \frac{1}{2} \int \vec{B} \cdot \vec{H} dV \quad (3.1)$$

Considerando  $B$  uniforme ao longo de todo o volume do núcleo, a equação (3.1) pode ser simplificada conforme mostra a equação (3.2).

$$W = \frac{1}{2} \iiint BHLef dA$$

Onde  $Lef$  é o caminho efetivo percorrido pelas linhas de fluxo e que, multiplicado por  $Ae$ , corresponde ao volume do núcleo em que será calculada a energia do campo magnético.

$$Lef \cong 2 * (h1 + h2)$$

$$W = \frac{1}{2} Lef \iint BH dA$$

$$W = \frac{1}{2} BHLefAe \quad (3.2)$$

Usando a lei de *Ampère-Maxwell* é possível obter  $H$ :

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{d\vec{D}}{dt} \quad (3.5)$$

Usando a igualdade  $\int \nabla \times \vec{H} \cdot d\vec{A} = \oint \vec{H} \cdot d\vec{l}$ , obtêm-se:

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = NI \quad (3.6)$$

Onde  $N$  representa o número de vezes que uma corrente  $I$  está presente no interior de um caminho fechado sobre o qual será feita a integral de linha de  $H$ .

Considerando esse caminho como sendo  $Lef$  e que  $H$  é uniforme ao longo desse caminho tem-se:

$$HLef = NI$$

$$H = \frac{NI}{Lef} \quad (3.7)$$

Substituindo a equação (3.7) na equação (3.2) tem-se:

$$W = \frac{1}{2} B \frac{NI}{Lef} Lef Ae \quad (3.8)$$

A partir da equação (3.6) e usando a igualdade  $\int \nabla x \vec{H} \cdot dA = \oint \vec{H} \cdot dl$  obtêm-se:

$$\int \nabla x \vec{H} \cdot dA = NI$$

Usando a equação (3.5) e desprezando-se o termo  $\frac{dD}{dt}$ , pelos motivos descritos no capítulo 2, tem-se:

$$\nabla x \vec{H} = \vec{j}$$

$$\int \vec{j} \cdot dA = NI$$

Considerando-se que  $NI$  ocupa toda a área  $An$ , gerando uma intensidade de campo magnético  $H$  uniforme ao longo do caminho efetivo  $Lef$  e integrando-se  $J$  ao longo da área  $An$ , tem-se:

$$JAn = NI \quad (3.9)$$

Substituindo (3.9) em (3.8):

$$W = \frac{1}{2}BJAnAe$$

$$W_{max} = \frac{1}{2}B_{max}J_{max}AnAe \quad (3.10)$$

A equação (3.10) expressa que a energia máxima de um campo magnético  $W_{max}$  é obtida para  $B_{max}$  e  $J_{max}$  e é proporcional ao parâmetro  $AnAe$  que representa dimensões associadas ao volume e geometria do núcleo.

Considerando-se  $B$  e  $J$  como funções que variam no tempo e essa variação sendo de forma senoidal tem-se:

$$B(t) = B_{max} * \text{sen}(\omega t)$$

$$J(t) = J_{max} * \text{sen}(\omega t)$$

Onde  $\omega$  é a frequência angular e é igual a  $2\pi f$ , sendo  $f$  a frequência da senóide.

A partir da equação da energia armazenada no núcleo como função do tempo (3.11), é possível obter a equação da potência armazenada no núcleo derivando-se a equação (3.11).

$$W(t) = \frac{1}{2}B(t)J(t)AnAe \quad (3.11)$$

$$W(t) = \frac{1}{2}B_{max} * J_{max} * \text{sen}^2(\omega t) * AnAe$$

$$P(t) = \frac{dW(t)}{dt}$$

$$P(t) = 2\pi f * B_{max} * J_{max} * AnAe * \text{sen}(\omega t) * \text{cos}(\omega t) \quad (3.12)$$

Obtendo-se o valor médio da equação (3.12) a partir da integral entre 0 e  $\frac{\pi}{2}$  tem-se:

$$P = 2\pi f * B_{max} * J_{max} * AnAe * \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \text{sen}(\omega t) * \text{cos}(\omega t) * d(\omega t)$$

$$\begin{aligned}
P &= 2\pi f * B_{max} * J_{max} * AnAe * \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \text{sen}(a) * \cos(a) * d(a) \\
P &= 4f * B_{max} * J_{max} * AnAe \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\text{sen}(2a)}{2} * da \\
P &= 4f * B_{max} * J_{max} * AnAe * \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \text{sen}(2a) * da \\
P &= 2f * B_{max} * J_{max} * AnAe * \int_0^{\frac{\pi}{2}} \text{sen}(2a) * da \\
P &= 2f * B_{max} * J_{max} * AnAe * \frac{1}{2} * (-\cos(2a)) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} \\
P &= 2f * B_{max} * J_{max} * AnAe * \frac{2}{2} \\
P &= 2f * B_{max} * J_{max} * AnAe \tag{3.13}
\end{aligned}$$

A equação (3.13) mostra que a potência média é dependente da frequência  $f$  e do parâmetro referente ao volume do núcleo  $AnAe$ . Considerando uma potência  $P$  obtida com  $B_{max}$  e  $J_{max}$ , pode-se observar na equação (3.14) que o parâmetro referente ao volume do núcleo diminui com a frequência.

$$AnAe = \frac{P}{2f * B_{max} * J_{max}} \tag{3.14}$$

A densidade volumétrica de energia que pode ser associada à densidade volumétrica de potência, aumenta com a frequência, o que implica que, com uma frequência maior, um volume menor do núcleo (ou de uma máquina elétrica) é necessário para obter-se uma mesma potência média obtida com uma frequência menor e um volume maior do núcleo. A equação (3.15) mostra esse fenômeno.

$$P = 2f * B_{max} * J_{max} * AnAe$$

Sabendo-se que:

$$An = h1 * h2$$

Tem-se:

$$P = 2f * B_{max} * J_{max} * h1 * h2 * Ae$$

Considerando-se um volume genérico para expressar a densidade volumétrica de potência:

$$Vol = h1 * Ae$$

$$P = 2f * B_{max} * J_{max} * Vol * h2$$

$$\frac{P}{Vol} = 2f * B_{max} * J_{max} * h2 \quad (3.15)$$

A equação (3.13) é similar à equação da potência fornecida pelo núcleo como função do seu volume e frequência apresentada por *Chryssis* [1], algumas constantes são diferentes da equação (3.13) em função das diferentes unidades utilizadas [1] e também possivelmente devido ao fato de que a potência armazenada pelo núcleo não foi obtida a partir da potência média. Mas o conceito expresso na equação (3.13) que apresenta esse fenômeno físico é o mesmo e é o mais importante para esta análise. Essa equação explica porque os transformadores planares possuem núcleo com volume pequeno visto que as frequências de trabalho são elevadas conforme descrito anteriormente (frequências superiores a 100 kHz, segundo *Quinn* [8]).

### **3.2.2 – A transferência de energia de forma magnética como função da frequência**

Núcleos ferromagnéticos possuem uma permeabilidade magnética elevada que permite concentrar as linhas de fluxo geradas por uma força magnetomotriz variante no tempo. As linhas de fluxo geradas por essa força variam no tempo com uma determinada frequência  $f$ . Essas linhas de fluxo que estão associadas a uma densidade superficial de fluxo magnético  $B$ , possuem energia (conforme mostrado na sessão anterior) que é transferida para o secundário de um transformador.

A eficiência dessa transferência está relacionada com algumas características físicas do meio percorrido pelas linhas de fluxo como: a permeabilidade relativa do material e as perdas desse material, que podem ser estáticas ou dinâmicas segundo *Fagundes* [7], temperatura do meio, coeficiente de acoplamento ( $k$ ) e a frequência de operação do transformador.

Para demonstrar o fenômeno de transferência de energia como função somente da frequência, é necessário considerar um transformador hipotético com um meio e uma geometria específica das espiras no primário e secundário em que as outras características físicas mencionadas anteriormente não exerçam influência sobre a transferência de energia. O meio deve possuir permeabilidade relativa ( $\mu_r$ ) e temperatura conhecidas. Nesse transformador hipotético  $k$  igual a 1 (o que indica a ausência de indutâncias de dispersão) e suas perdas são nulas. São muitas as simplificações mas elas são essenciais para que seja possível eliminar a influência das variáveis mencionadas anteriormente e para que seja possível analisar somente a influência da frequência na transferência de energia.

O meio que atende a essas características é o ar porque com  $\mu_r = 1$ , temperatura de  $25^\circ C$  (onde a variação dessa não influencia na transferência de energia porque a curva de magnetização BH do ar é linear), perdas estáticas e dinâmicas praticamente nulas, consegue eliminar a influência desses parâmetros na transferência de energia.

Para que  $k$  seja igual a 1, considera-se o primário e secundário formados cada um por uma espira, onde cada espira possui a mesma geometria e essas espiras próximas o suficiente para que a indutância de dispersão seja nula.

Esse transformador hipotético pode ser visualizado na figura 3.5

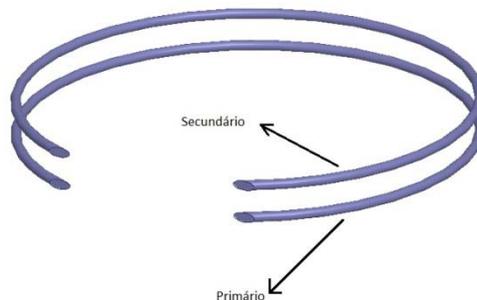


Figura 3.5 – Transformador hipotético com meio de ar usado no exemplo.

A partir da equação de *Maxwell* que expressa a lei de *Faraday*:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt} \quad (3.16)$$

Sabendo-se que:

$$\iint \nabla \times \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Substituindo em (3.16):

$$\begin{aligned} \iint \nabla \times \vec{E} \cdot d\vec{A} &= -\iint \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{A} \\ \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} &= -\frac{d}{dt} \iint \vec{B} \cdot d\vec{A} \end{aligned}$$

Utilizando a equação de *Maxwell* que descreve a lei de *Gauss* e considerando  $B$  uniforme sobre uma área  $Ae$ , tem-se o fluxo enlaçado por uma espira.

$$\iint \vec{B} \cdot d\vec{A} = \Phi$$

$$\iint \vec{B} \cdot d\vec{A} = BAe$$

Considerando que a geometria possui  $N$  espiras o fluxo enlaçado  $\Phi$  torna-se:

$$\iint \vec{B} \cdot d\vec{A} = NBAe$$

$$V = -\frac{dNBAe}{dt} \quad (3.17)$$

$$V = -\frac{dNBAe}{dt}$$

Considerando  $B$  como variante no tempo:

$$B(t) = B_{max} * \text{sen}(\omega t)$$

$$V = -NAe \frac{d(B_{max} * \text{sen}(\omega t))}{dt}$$

$$V = -2\pi f NAe B_{max} \cos(\omega t) \quad (3.18)$$

Tomando-se o valor absoluto de (3.18) tem-se:

$$V = 2\pi f NAe B_{max} \cos(\omega t)$$

$$V_{max} = 2\pi f NAe B_{max}$$

$$V_{rms} = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}}$$

$$V_{rms} = \frac{2\pi f NAe B_{max}}{\sqrt{2}} \quad (3.19)$$

O fator de forma de onda é descrito na equação (3.20)

$$K_x = \frac{V_{rms}}{V_{m\u00e9dio}} \quad (3.20)$$

$$V(t) = 2\pi f NAe B_{max} \text{sen}(\omega t)$$

$$V(t) = V_{max} \text{sen}(\omega t)$$

Calculando  $V_{rms}$  e  $V_{m\u00e9dio}$  entre 0 e  $\pi$ :

$$V_{m\u00e9dio} = \frac{V_{max}}{\pi} \int_0^\pi \text{sen}(\omega t) d(\omega t)$$

$$V_{m\u00e9dio} = \frac{2 * V_{max}}{\pi}$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^\pi (V_{max} * \text{sen}(\omega t))^2 d(\omega t)}$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{V_{max}^2}{\pi} \int_0^\pi \text{sen}^2(\omega t) d(\omega t)} \quad (3.21)$$

Sabendo-se que:

$$\frac{d(\cos(a)\text{sen}(a))}{da} = -\text{sen}^2(a) + \cos^2(a)$$

$$\frac{d(\cos(a)\text{sen}(a))}{da} = -\text{sen}^2(a) + 1 - \text{sen}^2(a)$$

$$\frac{d(\cos(a)\text{sen}(a))}{da} = -2\text{sen}^2(a) + 1$$

$$\text{sen}^2(a) = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{d(\cos(a)\text{sen}(a))}{da} \right)$$

$$\text{sen}^2(a) = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{d(\text{sen}(2a))}{da} \right) \quad (3.22)$$

Substituindo (3.22) em (3.21):

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{V_{max}^2}{\pi} \int_0^\pi \left( \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{d(\text{sen}(2\omega t))}{d\omega t} \right) \right) d(\omega t)}$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{V_{max}^2}{\pi} \frac{\pi}{2}}$$

$$V_{rms} = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}}$$

Substituindo  $V_{rms}$  e  $V_{m\u00e9dio}$  calculados em (3.20):

$$K_x = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \quad (3.23)$$

A equa\u00e7\u00e3o (3.23) mostra o fator forma de onda para ondas senoidais. Com o valor de  $K_x$  obtido a equa\u00e7\u00e3o (3.19) pode ser escrita como:

$$V_{rms} = 4K_x f N A e B_{max} \quad (3.24)$$

A equação (3.24) é a equação geral dos transformadores, mas essa equação mostra a transferência de energia de forma magnética para a forma elétrica, fenômeno que é umas das bases da operação de transformadores. O termo  $V_{rms}$  representa a energia elétrica obtida a partir da energia magnética armazenada no núcleo. Considerando somente o aumento da variação da frequência  $f$ , a tensão  $V_{rms}$  aumenta, o que representa que a eficiência dessa transferência aumenta com a frequência, considerando o meio utilizado para a explicação desse fenômeno.

Essa equação mostra também que transformadores planares possuem um número de espiras  $N$  é reduzido comparado a transformadores convencionais porque, devido ao fato de sua frequência de operação ser elevada, para obter-se uma mesma tensão  $V_{rms}$ , um valor elevado de  $f$  reduz o valor de  $N$  (considerando os demais parâmetros constantes), o que torna os transformadores planares máquinas elétricas com eficiência significativa e de mais fácil construção comparados aos transformadores de alta frequência convencionais.

Para o projeto de transformadores planares de acordo com *Fagundes* [13], utiliza-se a relação (3.25) que ilustra o mesmo fenômeno descrito na equação (3.24).

$$V_{max} = K_x f N A e B_{max} \quad (3.25)$$

### 3.2.3 – O efeito pelicular e o efeito de proximidade

Conforme mencionado anteriormente, além de causarem perdas nos enrolamentos em frequências elevadas esses dois fenômenos determinam a geometria desses enrolamentos. Dessa forma, conhecer esses fenômenos e sua variação de acordo com a geometria do enrolamento é fundamental para realizar um projeto de enrolamentos que minimizem as perdas causadas por esses fenômenos.

Estruturas simples de enrolamento permitem uma análise mais simples desses fenômenos (análise unidimensional) que será mostrada posteriormente. Estruturas mais complexas de enrolamentos e que operam em altas frequências exigem uma análise mais complexa. A análise usando o método dos elementos finitos (*FEA – Finite Element Analysis*) permite obter-se resultados muito próximos aos 2 tipos de análises.

### 3.2.3.1 – O efeito pelicular

O efeito pelicular é um fenômeno eletromagnético que ocorre em um condutor onde passa uma corrente  $I$  que varia no tempo com uma determinada frequência  $f$ . Considerando que a corrente varia no tempo segundo a equação (3.26), e utilizando-se a lei de *Ampère-Maxwell*, observa-se que a corrente  $I$  produz uma intensidade de campo magnético  $H(t)$  que está associada a uma densidade superficial de fluxo magnético  $B(t)$ , considerando o material do condutor.  $B(t)$  varia no tempo conforme a equação (3.27).

$$I(t) = I_{max} \text{sen}(\omega t) \quad (3.26)$$

$$B(t) = B_{max} \text{sen}(\omega t) \quad (3.27)$$

As densidades superficiais variantes no tempo no interior do condutor  $B(t)$  (associadas ao fluxo que varia no tempo  $\Phi(t)$ ) induzem tensões e correntes, segundo a equação (3.16), equação de *Maxwell* que representa lei de *Faraday*.

As correntes induzidas percorrem o condutor no sentido oposto a corrente  $I(t)$ , com o objetivo de gerar uma variação  $\frac{d\Phi(t)}{dt}$  que se oponha à variação de fluxo gerada pela corrente  $I(t)$ . Essas correntes induzidas são chamadas de correntes parasitas (*eddy currents*).

No condutor, esses fluxos somam-se e sua amplitude aumenta nos seus pontos interiores, resultando em uma corrente de oposição de maior amplitude no centro do condutor. Isso implica que a densidade superficial de corrente  $J(t)$  diminui de forma exponencial em função do raio do condutor conforme demonstra a figura 3.6.

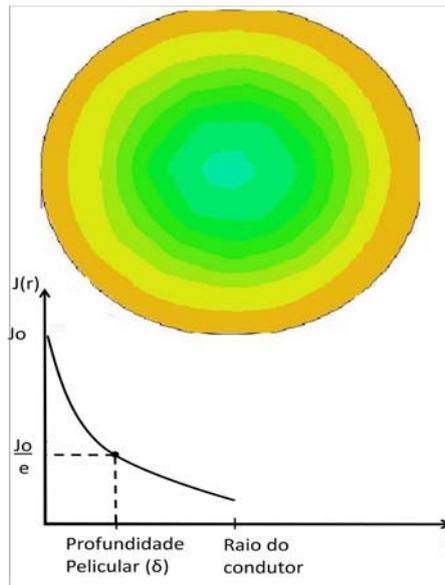


Figura 3.6 – Efeito pelicular no interior do condutor (as áreas próximas a borda do condutor representam áreas onde o valor de  $J$  é maior e as áreas no centro do condutor são aquelas que indicam áreas onde  $J$  é menor).

As correntes de oposição formam caminhos circulares que tendem a se opor a corrente  $I(t)$  no interior do condutor, e somam-se a essa corrente nas extremidades conforme mostra a figura 3.7, onde  $I_{ps}(t)$  são as correntes parasitas induzidas no interior do condutor.

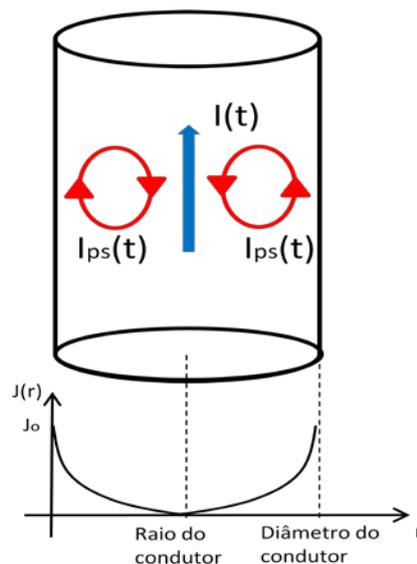


Figura 3.7 – Correntes induzidas devido ao efeito pelicular no interior do condutor.

$J(r)$  é descrita pela equação (3.28).

$$J(r) = J_0 e^{-\frac{r}{\delta}} \quad (3.28)$$

Onde  $\delta$  representa a profundidade pelicular (ou profundidade de penetração de campo) que é a distância entre a superfície do condutor e o seu ponto interno onde o valor de  $J(r)$  é igual a  $\frac{J_0}{e}$ . De acordo com *Heaviside* [3], a profundidade pelicular é descrita na equação (3.29).

$$\delta = \sqrt{\frac{2\rho}{\omega\mu_0\mu_r}} \quad (3.29)$$

Como pode-se observar a partir de uma análise das equações (3.28) e (3.29), a profundidade pelicular  $\delta$  diminui com o aumento da frequência e da permeabilidade relativa  $\mu_r$ .

O fato de que a corrente circula em sua maior parte nas extremidades do condutor é equivalente a uma redução da área efetiva do condutor, o que implica em uma resistência CA maior que representa maiores perdas no condutor [3]. Porém existe outro fenômeno que implica em perdas no condutor além do efeito pelicular. Esse fenômeno será visto com detalhes na secção posterior.

### 3.2.3.2 – O efeito de proximidade

O efeito de proximidade é um fenômeno eletromagnético que também implica em perdas nos condutores. Esse fenômeno é causado por correntes parasitas induzidas em condutores adjacentes ao condutor por onde circula uma corrente  $I(t)$ . A corrente  $I(t)$  que circula no condutor principal produz uma variação de fluxo  $\frac{d\phi(t)}{dt}$  no condutor adjacente, o que implica na indução de tensões e correntes parasitas que, dependendo do ponto do interior do condutor podem se opor a corrente que circula nesse condutor adjacente ou somar-se a essa corrente.

Um exemplo desse fenômeno pode ser visto na figura 3.8. Nessa figura, o condutor 1 e o condutor 2 estão relativamente próximos um do outro e estão perpendiculares ao plano da folha. No condutor 1 circula uma corrente  $I(t)$ , que induz uma variação de fluxo  $\frac{d\Phi(t)}{dt}$  no condutor 2, por onde não circula corrente. De acordo com a lei de *Faraday*, tensões e correntes são induzidas para se contrapor à variação de fluxo, conforme pode ser visto na figura 3.8 a partir dos sentidos indicados das correntes induzidas  $I_{ps}(t)$  que geram um fluxo variante no tempo  $\Phi_{ps}(t)$ .

No gráfico da figura 3.8, é possível observar a densidade superficial de corrente  $J(x)$  em função do eixo que representa a posição, dimensão dos condutores e espaçamento entre eles (eixo  $x$ ). Despreza-se as não-linearidades devido a geometria do condutor e aos seus efeitos de borda. É possível observar que, no condutor 2 (por onde não circula corrente) esta apresenta sentidos opostos em função do eixo  $x$ . É possível observar que a função matemática que descreve de forma precisa a corrente em função de  $x$  é a função seno hiperbólico ( $\sinh(x)$ ).

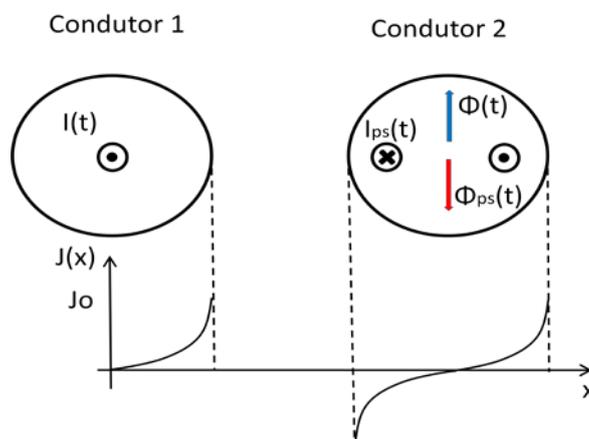


Figura 3.8 – Correntes induzidas devido ao efeito de proximidade.

### 3.2.3.3 - Análise unidimensional do efeito pelicular e do efeito de proximidade

A técnica de análise unidimensional é muito útil para entender o comportamento e distribuição espacial de campos magnéticos dentro de estruturas magnéticas [6]. Nessa técnica considera-se a variação de uma das componentes em uma das direções. As componentes em outras 2 direções são nulas ou constantes [14]. O exemplo a seguir demonstrado por *Wang* [6] e por *Odendaal* [15], explica a utilização dessa análise.

Considera-se um condutor de largura  $l$  e altura  $h$  e com sistema de coordenadas definido (figura 3.9). Esse condutor possui largura  $l$  muito maior que a altura  $h$  ( $l \gg h$ ) de forma que a curvatura do condutor e os efeitos de borda não sejam considerados.

Dentro do condutor circula uma densidade superficial de corrente  $J_z$  onde a corrente máxima é  $I$ . De acordo com a lei de *Ampère-Maxwell*, uma intensidade de campo magnético  $H$  é gerada devido a  $J_z$ , porém considera-se que  $H$  somente possui componentes na direção  $x$  ( $H_x$ ) porque os caminhos usados podem ser reduzidos a 2 caminhos de dimensão  $l$  (devido à geometria do condutor), onde existem somente componentes  $H_x$  paralelas a superfície do condutor. O fato de nesse problema considerar-se somente uma das componentes de  $H$  ( $H_x$ ) explica porque essa análise é unidimensional. Essas componentes variam ao longo do eixo  $y$ .

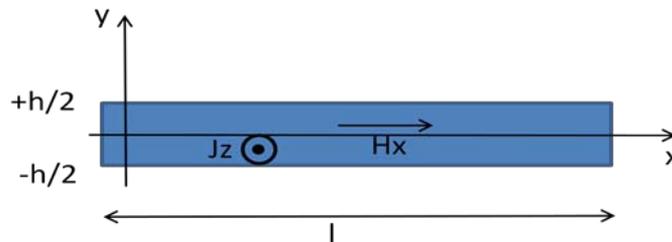


Figura 3.9 – Geometria do condutor a ser analisado no exemplo fornecido por Wang [6].

Usando a equação (3.5) que descreve a lei de *Ampère-Maxwell* e desprezando-se o termo  $\frac{dD}{dt}$ , tem-se:

$$\nabla_x \vec{H} = \vec{j} \quad (3.30)$$

A partir da equação (3.30):

$$\begin{aligned} \nabla_x \vec{H} &= \sigma \vec{E} \\ \vec{E} &= \frac{\nabla_x \vec{H}}{\sigma} \end{aligned} \quad (3.31)$$

Substituindo a equação (3.31) na equação (3.16)

$$\nabla x \frac{\nabla x \vec{H}}{\sigma} = -\frac{d\vec{B}}{dt}$$

Considerando que  $B$  varia no tempo de forma senoidal conforme descreve a equação (3.27) tem-se:

$$\begin{aligned} \nabla x \frac{\nabla x \vec{H}}{\sigma} &= j\omega \vec{B} \\ \nabla^2 \vec{H} &= j\sigma\omega \vec{B} \end{aligned} \quad (3.32)$$

Sabendo-se que:

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \quad (3.33)$$

Substituindo (3.33) em (3.32) tem-se:

$$\nabla^2 \vec{H} = j\sigma\omega\mu_0\mu_r \vec{H} \quad (3.34)$$

A partir da equação (3.29):

$$\begin{aligned} \delta &= \sqrt{\frac{2\rho}{\omega\mu_0\mu_r}} \\ \delta^2 &= \frac{2\rho}{\omega\mu_0\mu_r} \\ \frac{\delta^2}{2} &= \frac{1}{\omega\sigma\mu_0\mu_r} \\ \omega\sigma\mu_0\mu_r &= \frac{2}{\delta^2} \end{aligned} \quad (3.40)$$

Substituindo (3.40) na equação (3.34):

$$\nabla^2 \vec{H} = \frac{2j}{\delta^2} \vec{H}$$

$$\nabla^2 \vec{H} = \alpha^2 \vec{H} \quad (3.41)$$

Onde:

$$\alpha = \frac{1+j}{\delta}$$

Por outro lado, considerando que  $H$  somente possui componentes  $H_x$  em função da geometria do condutor e que  $H_x$  somente varia em função de  $y$ , é possível analisar a equação (3.30) aplicando a definição do operador rotacional.

$$\begin{pmatrix} \frac{dH_z}{dy} - \frac{dH_y}{dz} \\ \frac{dH_x}{dz} - \frac{dH_z}{dx} \\ \frac{dH_y}{dx} - \frac{dH_x}{dy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J_x \\ J_y \\ J_z \end{pmatrix}$$

Como somente existe uma componente  $H_x$  e essa componente varia em função de  $y$  tem-se:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{dH_x}{dy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ J_z \end{pmatrix}$$

$$-\frac{dH_x}{dy} = J_z$$

$$\frac{dH_x}{dy} = -J_z \quad (3.42)$$

A equação (3.41) torna-se:

$$\nabla^2 H_x = \alpha^2 H_x$$

$$\frac{d^2 H_x}{dy^2} = \alpha^2 H_x \quad (3.43)$$

A solução para a equação (3.42) é:

$$H_x = H_1 e^{\alpha y} + H_2 e^{-\alpha y} \quad (3.44)$$

A partir das condições de contorno do problema, pode-se obter as constantes  $H_1$  e  $H_2$ . Essas condições são obtidas calculando os valores de  $H_x$  nas superfícies do condutor, para  $y = \frac{h}{2}$  e para  $y = -\frac{h}{2}$ .

Para obter-se os valores de  $H_x$  correspondentes às condições de contorno do problema, usa-se a equação (3.30) considerando-se que a densidade superficial de corrente que circula no interior do condutor é  $J_z$  e que  $\vec{H}$  somente possui componentes em x ( $H_x$ ). Integrando-se a equação (3.30) na área correspondente a secção transversal do condutor tem-se:

$$\iint \nabla_x \vec{H} \cdot d\vec{A} = \iint \vec{j} \cdot d\vec{A}$$

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \iint \vec{j} \cdot d\vec{A}$$

$$\oint H_x \cdot dl = \iint J_z \cdot dA$$

$$\oint H_x \cdot dl = I$$

Considera-se que  $H_x$  é constante ao longo de todo o caminho sobre o qual será feito a integral de linha. Esse caminho é o perímetro do condutor e os trechos de comprimento  $h$  podem ser desprezados porque, conforme dito anteriormente,  $l \gg h$ . Então, o comprimento total do caminho é  $2l$ .

$$H_x 2l = I$$

$$H_x = \frac{I}{2l} \quad (3.45)$$

A equação (3.45) mostra a magnitude de  $H_x$  nas superfícies do condutor, mas o sentido desse campo não foi representado. Os sentidos de  $H_x$ , de acordo com a lei de *Ampère-Maxwell*, são opostos.

$$H_x \left( +\frac{h}{2} \right) = \frac{I}{2l}$$

$$H_x \left( -\frac{h}{2} \right) = -\frac{I}{2l}$$

Aplicando as condições de contorno na equação (3.43).

$$H_x \left( +\frac{h}{2} \right) = H_1 e^{+\frac{\alpha h}{2}} + H_2 e^{-\frac{\alpha h}{2}}$$

$$H_1 e^{+\frac{\alpha h}{2}} + H_2 e^{-\frac{\alpha h}{2}} = \frac{I}{2l}$$

$$H_x \left( -\frac{h}{2} \right) = H_1 e^{-\frac{\alpha h}{2}} + H_2 e^{+\frac{\alpha h}{2}}$$

$$H_1 e^{-\frac{\alpha h}{2}} + H_2 e^{+\frac{\alpha h}{2}} = -\frac{I}{2l}$$

A partir das equações descritas anteriormente é possível obter as constantes  $H_1$  e  $H_2$ .

$$H_1 = \frac{I}{2l} * \frac{\cosh \left( \frac{\alpha h}{2} \right)}{\sinh (\alpha h)}$$

$$H_2 = -H_1$$

Substituindo  $H_1$  e  $H_2$  em (3.43) tem-se:

$$H_x = \frac{I}{2l} * \frac{\cosh \left( \frac{\alpha h}{2} \right)}{\sinh (\alpha h)} (e^{\alpha y} - e^{-\alpha y})$$

$$H_x = \frac{I}{2l} * \frac{\cosh \left( \frac{\alpha h}{2} \right)}{\sinh (\alpha h)} * 2\sinh(\alpha y)$$

$$H_x = \frac{I}{2l} * \frac{\cosh\left(\frac{\alpha h}{2}\right)}{\sinh\left(\frac{\alpha h}{2}\right)\cosh\left(\frac{\alpha h}{2}\right)} * \sinh(\alpha y)$$

$$H_x(y) = \frac{I}{2l} * \frac{\sinh(\alpha y)}{\sinh\left(\frac{\alpha h}{2}\right)} \quad (3.46)$$

Para obter  $J_z$  usa-se a equação:

$$J_z = -\frac{dH_x}{dy}$$

$$J_z = -\frac{I}{2l} * \frac{\alpha \cosh(\alpha y)}{\sinh\left(\frac{\alpha h}{2}\right)} \quad (3.47)$$

As perdas no enrolamento podem ser obtidas usando a equação (3.48) que expressa a potência perdida em função da corrente:

$$P = RI^2 \quad (3.48)$$

Calculando as perdas por efeito pelicular por unidade de comprimento tem-se:

$$P_s = \frac{l}{\sigma} \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} (J_z * J_z^*) dy \quad (3.49)$$

A solução para a integral da equação (3.49) é descrita abaixo:

$$P_s = \frac{l^2}{4\sigma l\delta} * \frac{\sinh(v) + \cosh(v)}{\cosh(v) - \sinh(v)} \quad (3.50)$$

Onde:

$$v = \frac{h}{\delta}$$

Considerando que no condutor analisado somente existem as correntes geradas por uma intensidade de campo magnético externa  $H_e$ , pode-se obter as perdas por unidade de comprimento correspondentes ao efeito de proximidade.

$$P_p = \frac{H_e^2 l}{\sigma \delta} * \frac{\sinh(v) + \operatorname{sen}(v)}{\cosh(v) - \cos(v)} \quad (3.51)$$

Pode-se observar que essas perdas  $P_s$  e  $P_p$  dependem, além da frequência e das propriedades do material (que definem  $\delta$ ), também da geometria do condutor (definida por  $l$  e  $h$ ).

$P_p$  depende fundamentalmente do quadrado da intensidade de campo magnético  $H_e$ . Isso implica que é possível reduzir  $P_p$  diminuindo essa grandeza, usando técnicas específicas de projeto que serão descritas com mais detalhes nos itens posteriores.

Para expressar a independência entre os fenômenos efeito pelicular e efeito de proximidade [16], considera-se que  $H_x(y)$  varia de acordo com a função cosseno.

$$H_x(y) = \frac{I}{2l} * \frac{\cosh(\alpha y)}{\cosh\left(\frac{\alpha h}{2}\right)}$$

$$H_x(y) = H_e * \frac{\cosh(\alpha y)}{\cosh\left(\frac{\alpha h}{2}\right)} \quad (3.52)$$

Com  $H_x(y)$  descrito pela equação (3.52), a equação (3.51) torna-se:

$$P_p = \frac{H_e^2 l}{\sigma \delta} * \frac{\sinh(v) - \operatorname{sen}(v)}{\cosh(v) + \cos(v)} \quad (3.53)$$

As perdas totais em um condutor são expressas por  $P_{condutor}$  :

$$P_{condutor} = P_s + P_p$$

$$P_{condutor} = \frac{l}{\sigma} \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} (J_s * J_s^*) dy + \frac{l}{\sigma} \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} (J_p * J_p^*) dy \quad (3.54)$$

Substituindo as equações (3.53) e (3.50) na equação (3.54) tem-se:

$$P_{condutor} = \frac{l^2}{4\sigma l\delta} * \frac{\sinh(v)+\text{sen}(v)}{\cosh(v)-\cos(v)} + \frac{H_e^2 l}{\sigma\delta} * \frac{\sinh(v)-\text{sen}(v)}{\cosh(v)+\cos(v)}$$

$$P_{condutor} = \frac{(I_{rms} * \sqrt{2})^2}{4\sigma l\delta} * \frac{lh}{lh} * \frac{\sinh(v)+\text{sen}(v)}{\cosh(v)-\cos(v)} + \frac{H_e^2 l}{\sigma\delta} * \frac{lh}{lh} * \frac{\sinh(v)-\text{sen}(v)}{\cosh(v)+\cos(v)}$$

$$P_{condutor} = I_{rms}^2 R_{dc} \left( \frac{v}{2} * \frac{\sinh(v)+\text{sen}(v)}{\cosh(v)-\cos(v)} + 1 \right) + H_e^2 l^2 R_{dc} \left( v * \frac{\sinh(v)-\text{sen}(v)}{\cosh(v)+\cos(v)} \right)$$

Onde:

$$\frac{v}{2} * \frac{\sinh(v)+\text{sen}(v)}{\cosh(v)-\cos(v)} = \Lambda_F$$

$$v * \frac{\sinh(v)-\text{sen}(v)}{\cosh(v)+\cos(v)} = \Lambda_G$$

$$P_{condutor} = I_{rms}^2 * R_{dc} * (\Lambda_F + 1) + H_e^2 l^2 R_{dc} \Lambda_G \quad (3.55)$$

A equação (3.55) representa as perdas no condutor devido aos fenômenos efeito pelicular e efeito de proximidade. Esses fenômenos são modelados de acordo com os termos  $\Lambda_F$  e  $\Lambda_G$ . Esses termos sofrem variação em função da geometria do condutor e com a frequência ( $v$ ). Para frequências pequenas,  $v$  tende a um valor nulo porque  $\delta$  torna-se muito elevado. Isso implica que  $\Lambda_F$  e  $\Lambda_G$  são nulos e as perdas por efeito de proximidade e efeito pelicular são nulas. Neste caso, o valor de resistência CA é representado pelo seu valor CC ( $R_{dc}$ ), e as perdas são calculadas como uma corrente CC que atravessa um condutor com resistência  $R_{dc}$ .

De acordo com Wang [6], em relação ao mesmo valor de  $v$ ,  $\Lambda_G$  é maior do que  $\Lambda_F$ . Isso pode ser observado nos gráficos azuis presentes nas figuras 3.10 e 3.11. A estrutura construtiva dos transformadores planares (especificamente posicionamento das

trilhas de um mesmo enrolamento) podem aumentar significativamente a intensidade de campo magnético  $H_e$ . Isso implica que as perdas por efeito de proximidade tendem a ser maiores do que aquelas causadas devido ao efeito pelicular.

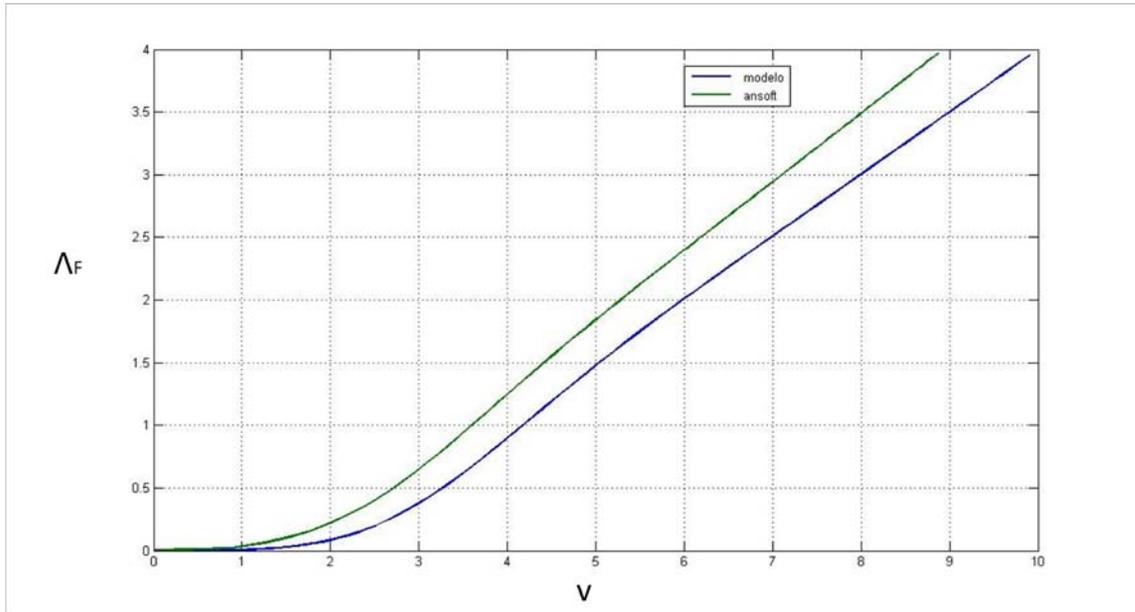
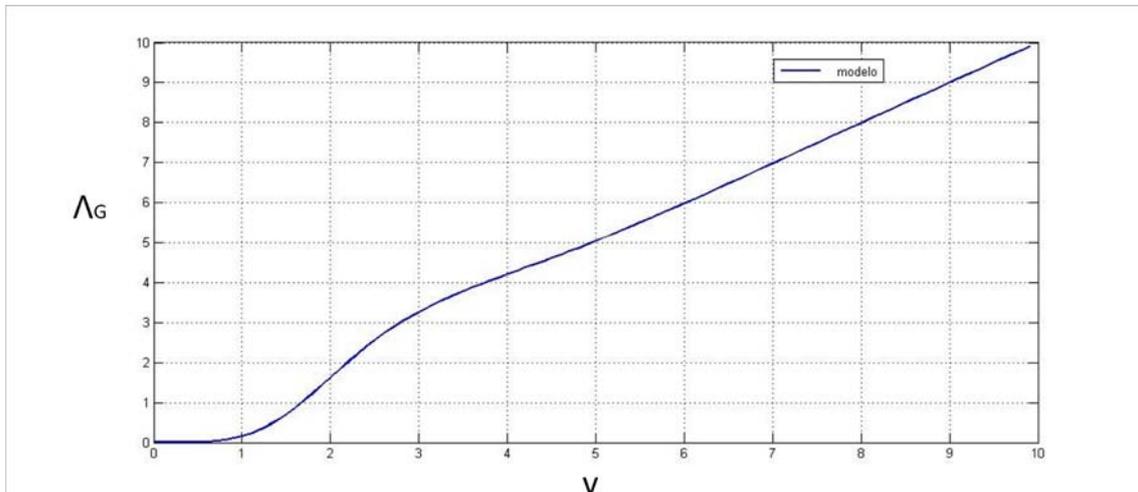


Figura 3.10 -  $\Lambda_F$  em função de  $v$ .

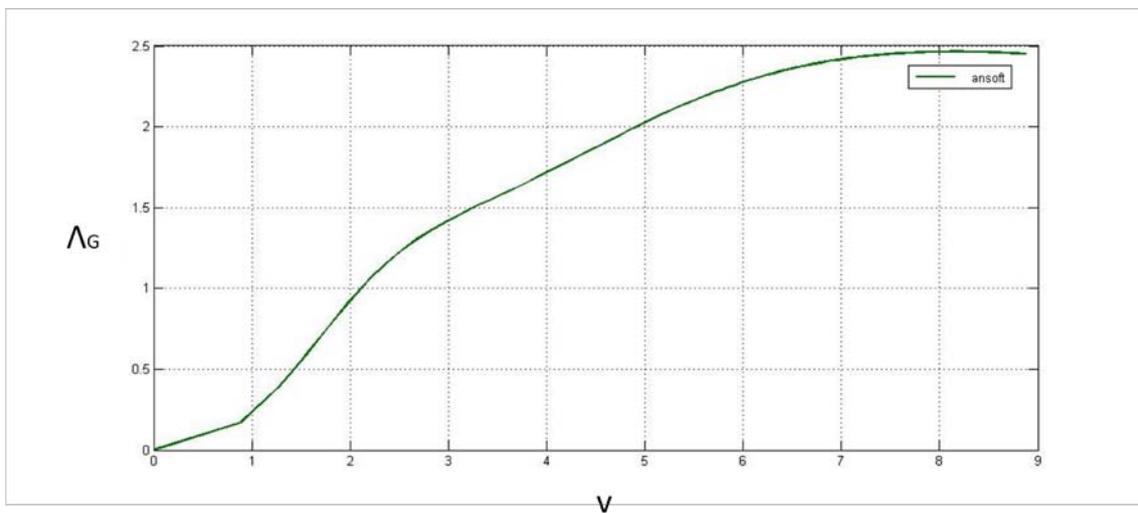
Na figura 3.10 o gráfico em azul representa  $\Lambda_F$  calculado a partir do modelo descrito pela equação (3.55) usando o software *Matlab*. O gráfico em verde representa  $\Lambda_F$  obtido a partir de simulações usando o método dos elementos finitos (*FEA*) usando o software *Ansoft Maxwell*. Essa simulação foi realizada a partir de uma trilha que possui a geometria descrita na figura 3.9. Para validar a precisão da análise unidimensional, as simulações usando *FEA* levaram em consideração 2 componentes de  $H$  ( $H_x$  e  $H_y$ ) o que torna esta simulação multidimensional fornecendo um resultado preciso em relação a uma análise multidimensional.

Pode-se observar que os gráficos são muito similares. As pequenas diferenças entre o gráfico de  $\Lambda_F$  obtido a partir do modelo (gráfico em azul) e aquele obtido a partir de simulações usando *FEA* (gráfico em verde) devem-se ao fato de que o gráfico em verde considerou efeitos de borda da trilha e de que é resultado de uma análise multidimensional. Esses fenômenos físicos que não são calculados no modelo de  $\Lambda_F$  (gráfico em azul), a unidimensionalidade do modelo e a própria precisão do software usado para o cálculo deste, geram as pequenas diferenças entre os dois gráficos.

Ainda assim, o gráfico em azul obtido a partir do modelo é muito preciso em relação à análise multidimensional obtida por meio de simulações usando *FEA* e é possível concluir que esse modelo pode ser usado para o cálculo das perdas em enrolamentos devido ao efeito pelicular.



(a)



(b)

Figura 3.11 – Gráficos de  $\Lambda_G$  em função de  $v$ :  $\Lambda_G$  obtido a partir do modelo (a);  $\Lambda_G$  obtido a partir de simulações usando *FEA* (b).

Analisando-se os gráficos (a) e (b) da figura 3.11, pode-se observar que os valores de  $\Lambda_G$  obtidos usando o modelo apresentam pouca precisão em relação à análise

multidimensional obtida a partir de simulações usando *FEA*. Os motivos que resultam nesse fato são: a precisão inerente do modelo unidimensional de  $\Lambda_G$  em relação aos resultados da análise multidimensional obtida por meio das simulações usando *FEA* e os efeitos de borda que, devido ao fato do condutor não possuir sua própria fonte de corrente, possuem magnitude de mesma ordem de grandeza das correntes parasitas que induzem as perdas ôhmicas por efeito de proximidade (os efeitos de borda não são considerados na análise unidimensional de  $\Lambda_G$ ).

Analisando esta mesma figura, pode-se observar que a precisão não é muito elevada, mas as derivadas em cada ponto do gráfico em verde são muito similares às derivadas do gráfico em azul. Isso demonstra uma precisão significativa do modelo em relação aos resultados fornecidos pela análise multidimensional usando *FEA* no que refere as variações da frequência e da profundidade pelicular no interior da geometria da trilha.

Para todos os gráficos das figuras 3.10 e 3.11, pode observar também que, para  $v < 2$  a precisão dos modelos de  $\Lambda_G$  e  $\Lambda_F$  em relação às suas respectivas análises multidimensionais é maior. Isso permite obter resultados que podem ser usados no projeto da geometria das trilhas dos enrolamentos do primário e do secundário de transformadores planares de forma a reduzir as perdas devido ao efeito pelicular e ao efeito de proximidade.

A partir da figura 3.11(a) pode-se obter os 2 resultados descritos a seguir. Para normalizar os dados da simulação usando *FEA* que permitiram obter o gráfico da figura 3.11(b) era necessário calcular o valor de  $v$  em que  $\Lambda_G$  é igual a 1. Esse cálculo será visto na análise a seguir.

$$\Lambda_G = v * \frac{\sinh(v) - \sin(v)}{\cosh(v) + \cos(v)}$$

Para que  $\Lambda_G = 1$  tem-se que:

$$\frac{\sinh(v) - \sin(v)}{\cosh(v) + \cos(v)} = \frac{1}{v} \quad (3.56)$$

$$\sinh(v) - \sin(v) = \frac{1}{v} * (\cosh(v) + \cos(v)) \quad (3.57)$$

Sabe-se que:

$$\sinh(v) = \frac{e^v - e^{-v}}{2} \quad (3.58)$$

$$\cosh(v) = \frac{e^v + e^{-v}}{2} \quad (3.59)$$

Nessa análise  $\sin(v)$  e  $\cos(v)$  são valores reais e os valores de  $v$  resultam uma parte da função  $\sin(v)$  (ângulo hiperbólico representado por  $v$  tem variação menor do que  $\frac{\pi}{2}$  para as funções  $\sinh(v)$  e  $\cosh(v)$ ). Isso implica que não é necessário referir-se ao período inteiro e as funções podem ser descritas de acordo com as equações a seguir:

$$\sin(v) = \frac{e^{jv} - e^{-jv}}{2} \quad (3.60)$$

$$\cos(v) = \frac{e^{jv} + e^{-jv}}{2} \quad (3.61)$$

Substituindo as equações (3.58), (3.59), (3.60) e (3.61) na equação (3.57) tem-se:

$$\frac{e^v - e^{-v}}{2} - \left( \frac{e^{jv} - e^{-jv}}{2} \right) = \frac{1}{v} * \left( \frac{e^v + e^{-v}}{2} + \frac{e^{jv} + e^{-jv}}{2} \right)$$

$$v = \frac{e^v + e^{-v} + e^{jv} + e^{-jv}}{e^v - e^{-v} - e^{jv} + e^{-jv}} \quad (3.62)$$

A partir da equação (3.57) tem-se:

$$v = \frac{\cosh(v) + \cos(v)}{\sinh(v) - \sin(v)} \quad (3.63)$$

Derivando-se os 2 termos de (3.63) tem-se:

$$1 = \frac{d\left(\frac{\cosh(v) + \cos(v)}{\sinh(v) - \sin(v)}\right)}{dv}$$

$$1 = (\sinh(v) - \sin(v)) * \left(\frac{1}{\sinh(v) - \sin(v)}\right) + (\cosh(v) + \cos(v)) * \left(\frac{\sinh(v) - \sin(v) - \cosh(v) - \cos(v)}{(\sinh(v) - \sin(v))^2}\right)$$

$$1 = 1 + (\cosh(v) + \cos(v)) * \left(\frac{(\sinh(v) - \sin(v))}{(\sinh(v) - \sin(v))^2} - \frac{(\cosh(v) + \cos(v))}{(\sinh(v) - \sin(v))^2}\right)$$

$$1 = 1 + (\cosh(v) + \cos(v)) * \left(\frac{1}{(\sinh(v) - \sin(v))} - \frac{(\cosh(v) + \cos(v))}{(\sinh(v) - \sin(v))^2}\right)$$

$$1 = 1 + \left(\frac{(\cosh(v) + \cos(v))}{(\sinh(v) - \sin(v))} - \frac{(\cosh(v) + \cos(v))^2}{(\sinh(v) - \sin(v))^2}\right)$$

$$1 = 1 + \left(\frac{(\cosh(v) + \cos(v))}{(\sinh(v) - \sin(v))}\right) - \left(\frac{(\cosh(v) + \cos(v))}{(\sinh(v) - \sin(v))}\right)^2$$

$$\left(\frac{(\cosh(v) + \cos(v))}{(\sinh(v) - \sin(v))}\right)^2 = \left(\frac{(\cosh(v) + \cos(v))}{(\sinh(v) - \sin(v))}\right)$$

$$\left(\frac{(\cosh(v) + \cos(v))}{(\sinh(v) - \sin(v))}\right) = 1 \tag{3.64}$$

Sabe-se que:

$$\frac{\cosh(v) + \cos(v)}{\sinh(v) - \sin(v)} = \frac{e^v + e^{-v} + e^{jv} + e^{-jv}}{e^v - e^{-v} - e^{jv} + e^{-jv}} \tag{3.65}$$

Substituindo (3.65) em (3.64) tem-se:

$$\frac{e^v + e^{-v} + e^{jv} + e^{-jv}}{e^v - e^{-v} - e^{jv} + e^{-jv}} = 1$$

$$e^v + e^{-v} + e^{jv} + e^{-jv} = e^v - e^{-v} - e^{jv} + e^{-jv}$$

$$2e^{-v} = -2e^{jv}$$

$$e^{-v} = -e^{jv}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{e^v} &= -e^{jv} \\ 1 &= -e^{jv+v} \\ \ln(1) &= -\ln(e^{jv+v}) \\ 0 &= -jv - v \\ v &= -jv \end{aligned} \tag{3.66}$$

Substituindo (3.66) em (3.62) tem-se:

$$\begin{aligned} v &= \frac{e^v + e^{-v} + e^{-v} + e^v}{e^v - e^{-v} - e^{-v} + e^v} \\ v &= \frac{e^v + e^{-v} + e^{-v} + e^v}{e^v - e^{-v} - e^{-v} + e^v} \\ v &= \frac{2(e^v + e^{-v})}{2(e^v - e^{-v})} \\ v &= \frac{e^v + e^{-v}}{e^v - e^{-v}} \\ v &= \operatorname{cotgh}(v) \end{aligned} \tag{3.67}$$

Para  $v > 1$  tem-se:

$$\begin{aligned} \operatorname{arctgh}(v) &= \frac{1}{2} \ln\left(\frac{v+1}{v-1}\right) \\ \frac{1}{2} \ln\left(\frac{v+1}{v-1}\right) &= v \\ \ln\left(\frac{v+1}{v-1}\right) &= 2v \end{aligned} \tag{3.68}$$

Derivando-se os 2 termos da equação (3.68) tem-se:

$$\frac{d\left(\ln\left(\frac{v+1}{v-1}\right)\right)}{dv} = \frac{d2v}{dv}$$

$$\left(\frac{1}{1-\left(\frac{v+1}{v-1}\right)^2}\right) * \left(\frac{(v-1)-(v+1)}{(v-1)^2}\right) = 2$$

$$\left(\frac{1}{\frac{(v-1)^2-(v+1)^2}{(v-1)^2}}\right) * \left(\frac{v-1-v-1}{(v-1)^2}\right) = 2$$

$$\left(\frac{1}{\frac{v^2-2v+1-v^2-2v-1}{(v-1)^2}}\right) * \left(\frac{-2}{(v-1)^2}\right) = 2$$

$$\left(\frac{1}{\frac{v^2-2v+1-v^2-2v-1}{(v-1)^2}}\right) * \left(\frac{-2}{(v-1)^2}\right) = 2$$

$$\left(\frac{1}{\frac{-4v}{(v-1)^2}}\right) * \left(\frac{-2}{(v-1)^2}\right) = 2$$

$$\left(\frac{(v-1)^2}{-4v}\right) * \left(\frac{-2}{(v-1)^2}\right) = 2$$

$$\frac{1}{2v} = 2$$

$$v = \frac{1}{4}$$

Como  $v$  deve ser maior do que 1 tem-se:

$$v = 1 + \frac{1}{4}$$

$$v = \frac{5}{4}$$

Sabe-se que:

$$v = \frac{h}{\delta}$$

$$\frac{h}{\delta} = \frac{5}{4}$$

$$h = \frac{5}{4}\delta \tag{3.69}$$

O resultado fornecido pela equação (3.69) mostra que a altura da trilha igual a  $\frac{5}{4}\delta$  resulta em um valor de  $v$  igual a 1,25 em que  $\Lambda_G$  é igual a 1. Pode-se observar na figura 3.11 (a) e (b), que para os valores de  $v$  menores do que 1,25, o modelo de  $\Lambda_G$  torna-se mais preciso em relação à  $\Lambda_G$  calculado a partir de simulação multidimensional obtida a partir de *FEA*. Analisando essa figura, é possível observar que as perdas devido ao efeito de proximidade reduzem drasticamente para os valores de  $v$  menores que 1,25. Isso pode ser obtido fazendo-se  $h$  menor do que  $\frac{5}{4}\delta$  no projeto da altura das espiras.

Conhecendo-se as propriedades do material: condutividade ( $\rho$ ), permeabilidade magnética relativa ( $\mu_r$ ) e frequência  $f$  da densidade superficial de fluxo magnético no interior da geometria da trilha, é possível calcular esta altura para qualquer material e frequência de forma que as perdas devido ao efeito de proximidade sejam mínimas.

Sabe-se que:

$$\delta = \sqrt{\frac{2\rho}{\omega\mu_0\mu_r}}$$

Substituindo a equação referente à profundidade pelicular na equação (3.69) tem-se:

$$h = \frac{5}{4} \sqrt{\frac{2\rho}{\omega\mu_0\mu_r}}$$

$$h = \sqrt{\frac{25*2\rho}{16*2\pi f\mu_0\mu_r}}$$

$$h = \sqrt{\frac{25\rho}{16\pi f\mu_0\mu_r}}$$

Para que  $v$  seja menor do que 1,25 tem-se:

$$h < \sqrt{\frac{25\rho}{16\pi f \mu_0 \mu_r}} \quad (3.70)$$

O resultado fornecido pela equação (3.70) permite obter um gráfico que representa a altura máxima que a trilha deve possuir em função da frequência. O material escolhido é o cobre (já que os enrolamentos projetados neste trabalho utilizam esse material). Este gráfico pode ser visto na figura 3.12.

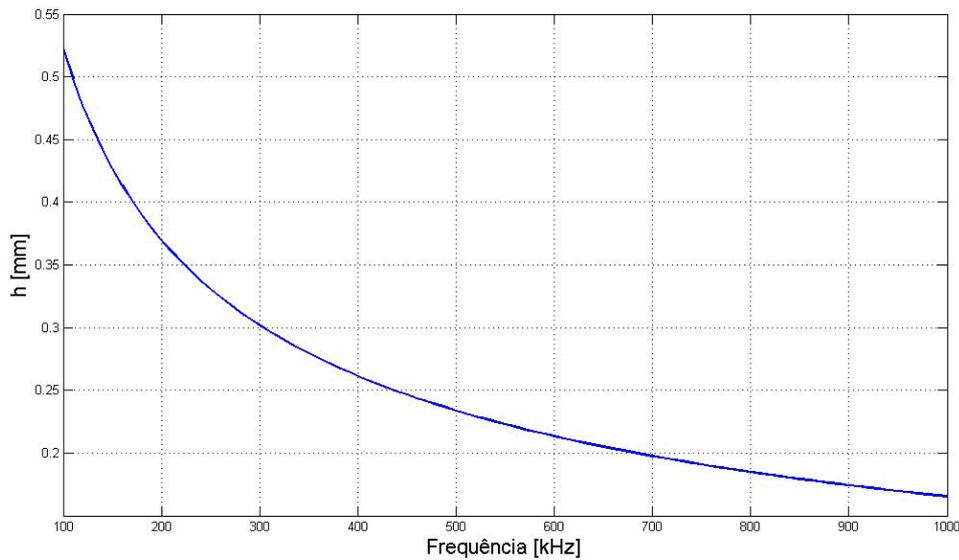


Figura 3.12 – Gráfico da altura máxima  $h$  x frequência da densidade superficial de fluxo magnético no interior da trilha.

As frequências que são mostradas no gráfico da figura 3.12, são aquelas de interesse, já que o transformador planar projetado irá operar entre 100kHz e 1MHz. Para a frequência escolhida, deve-se projetar a altura da trilha para valores menores do que a altura referente àquela frequência, porque isso implica em menores perdas devido ao efeito de proximidade.

Outro resultado que pode ser obtido a partir da análise da figura 3.11 (a) é o significado físico da mudança da derivada de  $\Lambda_G$  em função de  $\nu$  no ponto  $\nu$  igual a 2,5.

Para entender-se o fenômeno físico que ocorre neste ponto é necessário observar-se o que ocorre no interior da geometria da trilha para valores de  $v$  menores do que 2,5 e a partir desse valor de  $v$ .

Calculando-se a derivada de  $\Lambda_G$  em função de  $v$  tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{d\Lambda_G}{dv} &= \\ \frac{\sinh(v) - \sin(v)}{\cosh(v) + \cos(v)} + v * \left( \frac{(\sinh(v) - \sin(v)) * (\sinh(v) - \sin(v)) - (\cosh(v) - \cos(v)) * (\cosh(v) + \cos(v))}{(\cosh(v) + \cos(v))^2} \right) \\ \frac{d\Lambda_G}{dv} &= \frac{\sinh(v) - \sin(v)}{\cosh(v) + \cos(v)} + v * \left( \left( \frac{\sinh(v) - \sin(v)}{\cosh(v) + \cos(v)} \right)^2 - \left( \frac{\cosh(v) - \cos(v)}{\cosh(v) + \cos(v)} \right) \right) \end{aligned} \quad (3.71)$$

Para o ponto  $v = v_1 = 1,25$  sabe-se  $\Lambda_G$  possui valor igual a 1. Aplicando-se  $v_1$  a equação (3.71) obtêm-se a derivada de  $\Lambda_G$  em função de  $v$  para o ponto  $v_1$ .

$$\frac{d\Lambda_G}{dv} = \frac{\sinh(v_1) - \sin(v_1)}{\cosh(v_1) + \cos(v_1)} + v_1 * \left( \left( \frac{\sinh(v_1) - \sin(v_1)}{\cosh(v_1) + \cos(v_1)} \right)^2 - \left( \frac{\cosh(v_1) - \cos(v_1)}{\cosh(v_1) + \cos(v_1)} \right) \right) \quad (3.72)$$

A partir das equações (3.67) e (3.63) tem-se:

$$v_1 = \frac{\cosh(v_1) + \cos(v_1)}{\sinh(v_1) - \sin(v_1)}$$

$$v_1 = \text{cotgh}(v_1)$$

$$\text{cotgh}(v_1) = \frac{\cosh(v_1) + \cos(v_1)}{\sinh(v_1) - \sin(v_1)}$$

$$\text{tgh}(v_1) = \frac{\sinh(v_1) - \sin(v_1)}{\cosh(v_1) + \cos(v_1)} \quad (3.73)$$

$$\frac{\cosh(v_1) - \cos(v_1)}{\cosh(v_1) + \cos(v_1)} = \frac{e^{v_1} + e^{-v_1} - e^{-v_1} - e^{v_1}}{e^{v_1} + e^{-v_1} + e^{-v_1} + e^{v_1}}$$

$$\frac{\cosh(v_1) - \cos(v_1)}{\cosh(v_1) + \cos(v_1)} = 0 \quad (3.74)$$

Substituindo as equações (3.73) e (3.74) na equação (3.72) tem-se:

$$\left. \frac{d\Lambda_G}{dv} \right|_{v=v_1} = \operatorname{tgh}(v_1) + v_1 * (\operatorname{tgh}(v_1))^2 \quad (3.75)$$

Sabe-se que:

$$\operatorname{cotgh}(v) = \frac{1+e^{-2v}}{1-e^{-2v}} \quad (3.76)$$

$$\operatorname{cotgh}(v_1) = \frac{1+e^{-2v_1}}{1-e^{-2v_1}} \quad (3.77)$$

O ponto  $v = 2,5$  é outro ponto em que deseja-se saber a derivada de  $\Lambda_G$  em função de  $v$ , já que é o ponto em que o gráfico da figura 3.11(a) apresenta uma mudança significativa de sua derivada. Esse ponto é numericamente igual a  $2v_1$ .

Substituindo-se  $v$  por  $2v_1$ , em (3.76) tem-se:

$$\operatorname{cotgh}(2v_1) = \frac{1+e^{-4v_1}}{1-e^{-4v_1}} \quad (3.78)$$

Dividindo-se a equação (3.78) pela equação (3.77) tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{\operatorname{cotgh}(2v_1)}{\operatorname{cotgh}(v_1)} &= \frac{\frac{1+e^{-4v_1}}{1-e^{-4v_1}}}{\frac{1+e^{-2v_1}}{1-e^{-2v_1}}} \\ \frac{\operatorname{cotgh}(2v_1)}{\operatorname{cotgh}(v_1)} &= \frac{1+e^{-4v_1}}{1-e^{-4v_1}} * \frac{1-e^{-2v_1}}{1+e^{-2v_1}} \\ \frac{\operatorname{cotgh}(2v_1)}{\operatorname{cotgh}(v_1)} &= \frac{1-e^{-2v_1} + e^{-4v_1} - e^{-6v_1}}{1+e^{-2v_1} - e^{-4v_1} - e^{-6v_1}} \end{aligned} \quad (3.79)$$

Sabe-se que:

$$v_1 = 1,25 = \frac{5}{4}$$

Substituindo o valor de  $v_1$  na equação (3.79) tem-se:

$$\frac{\operatorname{cotgh}(2v_1)}{\operatorname{cotgh}(v_1)} = \frac{1 - e^{-\frac{5}{2}} + e^{-5} - e^{-\frac{15}{2}}}{1 + e^{-\frac{5}{2}} - e^{-5} - e^{-\frac{15}{2}}}$$

$$\frac{\operatorname{cotgh}(2v_1)}{\operatorname{cotgh}(v_1)} = \frac{43}{50}$$

$$\operatorname{tgh}(2v_1) = \frac{50}{43} \operatorname{tgh}(v_1) \quad (3.80)$$

Calculando-se a derivada de  $\Lambda_G$  em função de  $v$  para o ponto  $2v_1$  tem-se:

$$\left. \frac{d\Lambda_G}{dv} \right|_{v=2v_1} = \operatorname{tgh}(2v_1) + 2v_1 * (\operatorname{tgh}(2v_1))^2 \quad (3.81)$$

Substituindo-se a equação (3.80) na equação (3.81) tem-se:

$$\left. \frac{d\Lambda_G}{dv} \right|_{v=2v_1} = \frac{50}{43} \operatorname{tgh}(v_1) + 2v_1 * \left( \frac{50}{43} \operatorname{tgh}(v_1) \right)^2$$

$$\left. \frac{d\Lambda_G}{dv} \right|_{v=2v_1} = \frac{50}{43} \operatorname{tgh}(v_1) + \frac{5000}{1849} * v_1 * (\operatorname{tgh}(v_1))^2$$

$$\left. \frac{d\Lambda_G}{dv} \right|_{v=2v_1} = \frac{50}{43} \left( \operatorname{tgh}(v_1) + \frac{100}{43} * v_1 * (\operatorname{tgh}(v_1))^2 \right) \quad (3.82)$$

Comparando-se as equações (3.75) e (3.82), pode-se observar que a derivada de  $\Lambda_G$  em função de  $v$  para o ponto  $2v_1$  é maior do que essa derivada para o ponto  $v_1$ . Esse resultado analítico mostra também que a derivada aumenta de forma significativa.

Analisando-se as equações (3.54) e (3.55), é possível observar que as perdas devido ao efeito de proximidade dependem do quadrado de  $J_z$ , integrados ao longo da dimensão que representa a altura da trilha  $h$ . A equação (3.55) expressa que o termo  $\Lambda_G$  é resultado da integral da equação (3.54) que multiplicado pelo termo  $H_e^2 l^2$ , representa o quadrado da corrente total no interior da trilha. Observa-se que o termo  $\Lambda_G$  pode ser visto como uma normalização do quadrado dessa corrente.

A derivada de  $\Lambda_G$  em função de  $v$  permite obter a variação infinitesimal do quadrado dessa corrente normalizada para uma variação infinitesimal de  $v$ . Essa derivada é expressa pela equação (3.71). Analisando essa equação pode-se observar que suas variações são não lineares (já que ela depende de senos e cossenos hiperbólicos). Uma visualização mais detalhada e generalizada dessa derivada será vista nos gráficos a seguir exibidos nas figuras 3.13 e 3.14.

A partir da equação (3.47), que representa como  $J_z$  varia em função do eixo  $y$  (interior da geometria da trilha) foi possível obter o gráfico de  $J_z$  em função de  $v$  e de  $y$  (dimensão que representa a altura da trilha e o interior dessa) permitindo-se conhecer para um valor de  $v$  específico (que implica em uma profundidade pelicular específica e uma frequência específica, já que  $v = \frac{h}{\delta}$  e  $h$  é um valor constante) como  $J_z$  varia (sua distribuição) ao longo do interior da trilha (dimensão  $y$ ). Esse gráfico pode ser visto na figura 3.13.

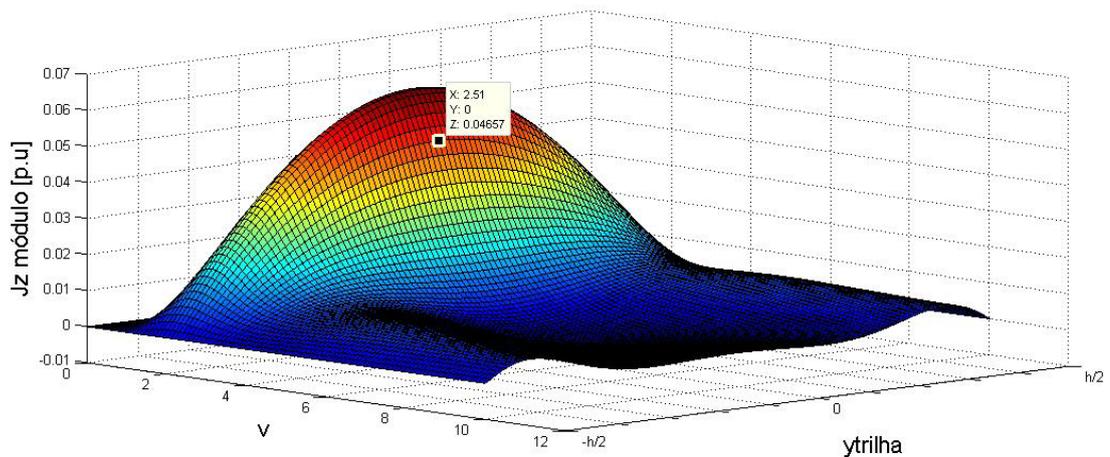


Figura 3.13 -  $J_z$  em função de  $v$  e de  $y$  (interior da trilha).

A equação (3.54) expressa que as perdas devido ao efeito de proximidade são calculadas a partir da integral do quadrado de  $J_z$  ao longo de  $y$ . A partir dos valores de  $J_z$  calculados no gráfico da figura 3.13 é possível obter o gráfico da figura 3.14, que mostra o módulo de  $J_z$  elevado ao quadrado em função de  $v$  e de  $y$ .

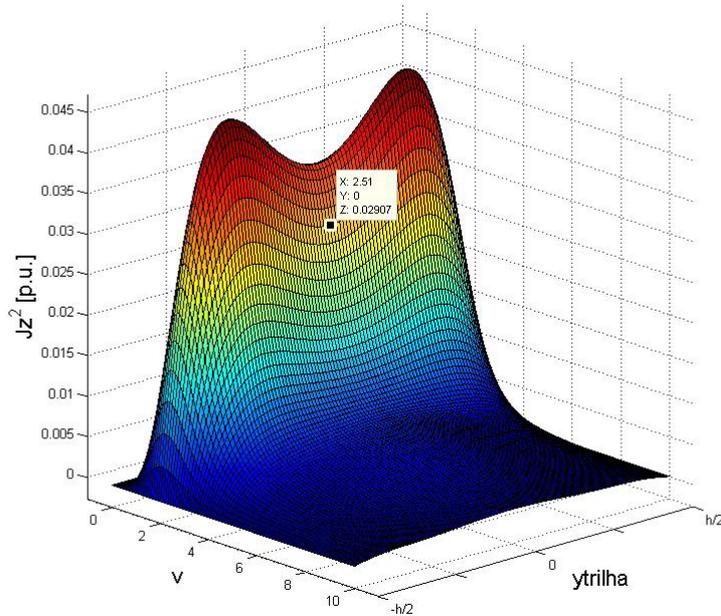


Figura 3.14 -  $J_z$  elevado ao quadrado em função de  $v$  e de  $y$ .

Analisando o gráfico da figura 3.14 é possível observar que a integral do quadrado do módulo de  $J_z$  ao longo de  $y$  (entre os limites de integração  $-\frac{h}{2}$  e  $+\frac{h}{2}$ ) para uma variação infinitesimal em torno de um ponto  $v$  resulta em um valor de  $\frac{d\Lambda_G}{dv}$ .

Observa-se que ao integrar-se ao longo de  $v$  (tendo como limites de  $v$ : 0 e um valor específico de  $v$ ) o gráfico da figura 3.14 descrito anteriormente, a integral de superfície desse gráfico, resulta precisamente no gráfico da figura 3.11 (a). Esse resultado permite precisar o que ocorre no ponto  $v = 2,5$ . Nesse ponto a distribuição de  $J_z$  no interior da geometria da trilha tende a não possuir grandes variações (as variações de  $J_z$  são representadas por curvas menos acentuadas ao longo do eixo  $y$ ). Para os valores de  $v$  menores do que 2,5, os valores de  $J_z$  possuem grandes variações ao longo do eixo  $y$  representadas por curvas muito acentuadas (como pode-se observar nas figuras 3.13 e 3.14 a partir dos pontos e regiões vermelhas dos gráficos de superfície).

Analisando-se as figuras 3.13 e 3.14, observa-se que as variações das curvas de distribuição de  $J_z$  em função do eixo  $y$  para valores mais elevados de  $v$  são menos significativas e são praticamente nulas para alguns valores de  $v$  maiores do que 6. Também é possível observar que a distribuição de  $J_z$  ao longo de  $y$  para valores específicos de  $v$  (especialmente para aqueles maiores do que 2,5) tende a ser mais

uniforme. Como cada distribuição de  $J_z$  para um valor de  $v$  é a derivada de  $\Lambda_G$  em função de  $v$ , isso explica a derivada constante para valores de  $v$  maiores do que 2,5.

Para valores de  $v$  um pouco menores do que a 2,5 tem-se um aumento significativo desta derivada, o que explica a não linearidade observada na figura 3.11 (a).

Para  $v$  igual a 2,5 as distribuições de  $J_z$  no interior da trilha começam a ser mais uniformes. Esse é o significado físico do que ocorre nesse ponto.

A partir da análise das regiões azuis do gráfico de superfície da figura 3.13, é possível observar que, para frequências elevadas a distribuição de  $J_z$  no interior da trilha tende a ser mais uniforme. Esse fenômeno físico pode ser explicado pela figura 3.15 que mostra a distribuição das componentes  $H_x$  no interior da trilha.

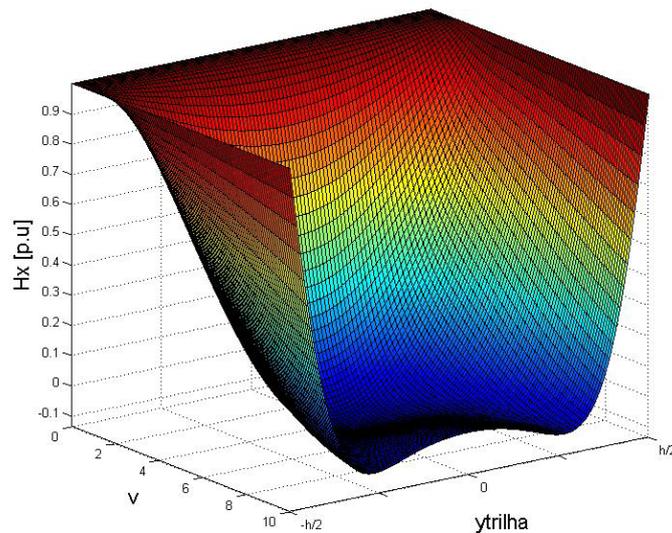


Figura 3.15 – Distribuição de  $H_x$  em função de  $v$  e de  $y$ .

A partir da análise da figura 3.15, pode-se observar que a distribuição da intensidade de campo magnético no interior da trilha ( $H_x$ ) para frequências elevadas, apresenta magnitude consideravelmente menor e mais uniforme no interior da trilha.

A intensidade de campo magnético variável no tempo em cada ponto no interior da trilha possui uma variação no tempo pequena (em virtude de sua pequena

magnitude), o que implica na indução de pequenos módulos de  $J_z$  (de acordo com a Lei de *Faraday*) e resulta em uma distribuição de  $J_z$  no interior da trilha mais uniforme e com pequenos valores observadas nas figuras 3.13 e 3.14.

### 3.2.4 – Perdas no núcleo

Transformadores operam com eficiência elevada mas, como toda máquina elétrica, possuem perdas que são: as perdas no enrolamentos e as perdas no núcleo.

$$P = P_{\text{enrolamentos}} + P_{\text{núcleo}}$$

As perdas nos enrolamentos podem ser obtidas a partir de análise usando elementos finitos (*FEA*), conforme foi demonstrado na análise anterior.

Materiais magnéticos dissipam energia na forma de calor (energia térmica) quando submetidos a campos magnéticos que variam ao longo do tempo [6]. Essa energia térmica é uma energia que não está sendo transferida de forma magnética para o secundário do transformador e representam perdas. As perdas podem ser “quase-estáticas” e dinâmicas. Perdas “quase-estáticas” são relacionadas à histerese do material que forma o núcleo e não tem relação com a frequência do campo magnético. As perdas dinâmicas podem ser perdas por correntes parasitas e perdas anômalas [7]. As perdas por correntes parasitas ocorrem devido ao fato de que as linhas de fluxo magnético que variam no tempo atravessam o material do núcleo gerando (a partir da lei de *Faraday*) correntes parasitas. As correntes parasitas geram linhas de fluxo que se opõem as linhas de fluxo que de fato transferem energia para o secundário, diminuindo a quantidade de energia transferida.

$$P_{\text{núcleo}} = P_m$$

$$P_m = P_h + P_e + P_a$$

Onde  $P_h$  são as perdas por histerese,  $P_e$  são as perdas por correntes parasitas e  $P_a$  são as perdas anômalas.

De acordo com *Fagundes* [7], as perdas magnéticas totais no núcleo de ferrite podem ser obtidas empiricamente através da equação (3.83).

$$P_m = C_m f^x B^y V e^z C(T) \quad (3.83)$$

Onde:

$x, y, z$  e  $C_m$  são constantes características determinadas material escolhido;

$f$  é a frequência de operação do transformador;

$B$  é a densidade superficial de fluxo magnético;

$Ve$  é o volume efetivo do núcleo.

As perdas sofrem influência da temperatura porque, essa característica física altera as propriedades magnéticas do núcleo. Por exemplo, a temperatura de *Curie* é uma temperatura onde o material ferromagnético (como o ferrite) perde suas propriedades magnéticas. Nesta temperatura, o alinhamento paralelo e ordenado dos momentos magnéticos é perdido devido a energia térmica do núcleo (temperatura). Quando isso ocorre a permeabilidade relativa inicial é 1 ( $\lim_{H \rightarrow 0} \frac{B}{H} = \mu_i$ ) [17]. Felizmente esse fenômeno é reversível e quando a temperatura do núcleo é menor do que a temperatura de *Curie* os momentos magnéticos se realinham e o material recupera suas propriedades ferromagnéticas [17].

$C(T)$  é o polinômio de descreve essa influência e de acordo com *Ferroxcube* [10] é descrito pela equação (3.84).

$$C(T) = ct_0 - ct_1 * T + ct_2 * T^2 \quad (3.84)$$

Onde  $ct_0, ct_1, ct_2$  são constantes que são determinadas pelo projeto do material ferrite e  $T$  é a temperatura do núcleo.

De acordo com *Fagundes* [7] e com *Ferroxcube* [10], o valor de  $C(T)$  para  $T = 100^\circ\text{C}$  é igual a 1.

### 3.3 – Aplicações de transformadores e indutores planares

Existem muitas aplicações para transformadores planares e a tecnologia planar. Essa seção destaca as principais aplicações e uma aplicação específica sobre o qual foi desenvolvido esse trabalho.

Grandes empresas como *Samsung* e *Ferroxcube* projetam e produzem transformadores planares para uso em seus produtos. Os equipamentos onde transformadores e indutores desse tipo são utilizados são variados mas basicamente suas aplicações podem ser resumidas em 2 áreas:

- **Conversores:** Transformadores e indutores planares são utilizados em conversores CC-CC e inversores em geral. Conversores são utilizados em diversos equipamentos e, conforme dito anteriormente, devido à frequência elevada de operação, seu peso e volume são reduzidos. Isso atende os requisitos da eletrônica de potência, que nos anos recentes tem trabalhado com frequências de operação cada vez mais elevadas (passando de 100 kHz a valores maiores) exigindo equipamentos que sejam eficientes nessas frequências.

Transformadores planares também podem ser utilizados em conversores que fazem parte de *drivers*. Nesse trabalho é apresentada uma aplicação para transformadores planares inédita que é a utilização de um transformador planar com classe de isolamento de 15kV e que opera a uma frequência de 500 kHz como *driver* para acionamento de uma chave estática formada por semicondutores de potência (tiristores) utilizada em um Regulador com Comutador Eletrônico de Taps (RECET) [18] produzido no *LEMT* – Laboratório de Eletrônica de Potência e Média Tensão.

- **Componentes magnéticos:** Outra aplicação para transformadores e indutores planares é como componentes integrados de outros equipamentos [5]. Um exemplo dessa aplicação é a utilização de “transformadores sem contato” (*Contactless Transformers*) para a utilização em pesquisas recentes de

desenvolvimento de plataforma de recarga sem fio de baterias (*Wireless Battery Charging Platform*) [5].

Na seção são apresentadas uma breve descrição das aplicações e algumas considerações de projeto da tecnologia planar nessas 2 áreas.

### **3.3.1 – Transformadores e indutores planares utilizados em conversores**

#### **3.3.1.1 – Transformadores planares**

Transformadores planares são utilizados em conversores presentes em fontes chaveadas (*SMPS – Switching Mode Power Supplies*) [5] e conversores do tipo *flyback* e *forward* conforme projetos de transformadores planares que foram realizados [17].

Para o projeto de transformadores planares eficientes para sua utilização em conversores, algumas características de projeto devem ser consideradas.

A capacitância de acoplamento entre o primário e secundário deve ser mínima para evitar que EMI (*Electromagnetic Interference*) irradiada do primário para o secundário seja imposta ao primário através dessa capacitância [6]. Especificamente para o projeto do transformador planar com classe de isolamento de 15kV, foi utilizada uma técnica proposta por *Chryssis* [1], que usa “*shields*” (*layers* formados por uma malha de cobre) entre o primário e secundário para reduzir a EMI propagada pelos enrolamentos.

Transformadores planares devem garantir um bom isolamento entre primário e secundário, para isso o projeto das camadas da PCB devem atender os requisitos de isolamento elétrico do projeto.

Intercalar as camadas correspondentes ao primário e secundário (independente se a conexão entre as camadas de um mesmo enrolamento é realizada em série ou em paralelo) é uma técnica conhecida para aumentar o acoplamento entre primário e secundário e para reduzir a resistência CA que representa as perdas nos enrolamentos devido ao efeito pelicular e ao efeito de proximidade [6,10]. De acordo com *Prieto* [19], a configuração SPSP que representa o posicionamento entre os enrolamentos primário

(P) e secundário (S) mostrado na figura 3.16, é a configuração que apresenta a menor resistência CA e as menores indutâncias de dispersão o que implica em um melhor acoplamento entre os enrolamentos.

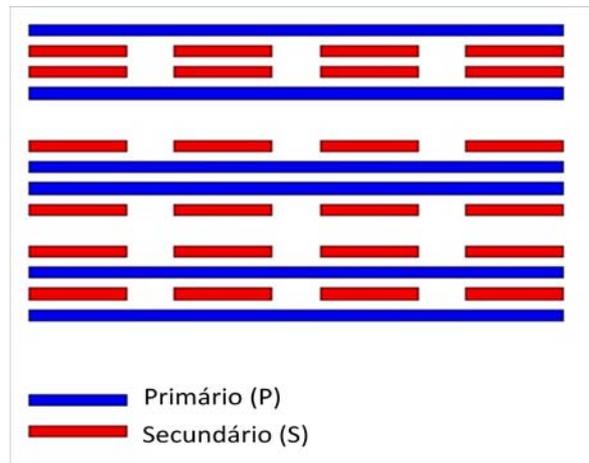


Figura 3.16 – Estruturas construtivas dos transformadores [6].

Conforme dito anteriormente, transformadores planares possuem mais capacitâncias parasitas do que transformadores de alta frequência convencionais, por isso esse efeito deve ser considerado no projeto [20] prestando-se atenção as fronteiras das secções transversais dos enrolamentos.

### 3.3.1.2 – Indutores planares

Indutores planares podem ser utilizados no projeto de conversores do tipo *Buck* e *Boost* que operam em altas frequências. Também podem ser usados em fontes chaveadas (*SMPS-Switching Mode Power Supplies*), sensores indutivos e basicamente qualquer equipamento que utilize indutores que operem em alta frequência.

Segundo *Bartoli* [21], sua utilização em conversores permite a operação destes em frequências elevadas (algumas centenas de kHz). A sua redução de peso e volume permite a redução do peso e volume dos conversores e a operação desses com grande eficiência para estas frequências elevadas. O mesmo ocorre com as fontes chaveadas porque uma parte significativa do seu peso e volume depende dos componentes magnéticos [21].

De acordo com *Fagundes* [13], para realizar o projeto de um indutor planar, deve-se expressar a indutância em função dos parâmetros do núcleo, tensão e frequência de operação, obter-se o valor de  $B$  e  $J$  (densidade superficial de corrente nas trilhas que correspondem aos enrolamentos). Os valores de  $B$  e  $J$  são escolhidos para que o núcleo opere com mínimas perdas para uma temperatura de operação específica.

A operação de indutores planares deve possuir mínimas perdas para uma operação eficiente dos equipamentos. Reduzir as resistências e capacitâncias parasitas aumentar a eficiência dos indutores planares [21]. A redução da resistência reduz a influência da temperatura durante a sua operação [10].

### 3.3.2 – Componentes magnéticos

A tecnologia planar permite a criação de componentes magnéticos usados em outros equipamentos. Pesquisas na área de “*Contactless Energy Transmissions Systems*” (CETS) no qual estão incluídos “*Contactless Planar Transformers*”, estão sendo realizadas [12] para a inclusão desses transformadores em plataformas de recargas sem fio de baterias (*Wireless Battery Charging Platform*). A utilização dessas plataformas em equipamentos portáteis com esses componentes magnéticos é uma tendência iminente [12].

A necessidade de miniaturização de equipamentos elétricos exige a utilização de componentes magnéticos (transformadores e indutores planares) [13] que, devido à facilidade de construção (usando *PCBs*) e seu peso reduzido, diminuem o peso total do equipamento.

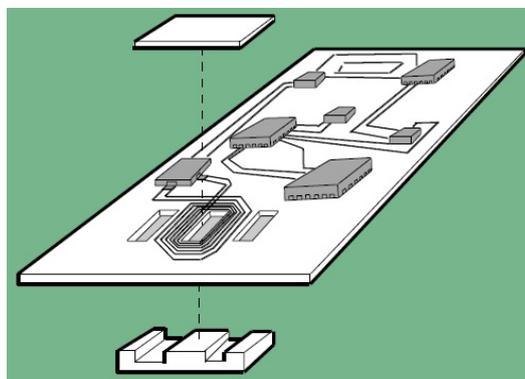


Figura 3.17 – Transformador planar usado como componente magnético [10].

## Capítulo 4:

# O Projeto do transformador planar

## **4. O Projeto do transformador planar**

### **4.1 – Os transformadores planares versões 1 e 2**

Neste capítulo, é apresentada a metodologia e o projeto do transformador planar versão 2 com base na teoria descrita nos capítulos anteriores e na teoria conhecida. Foi acrescentada uma nova fase à etapa de projeto. Essa fase usa a simulação e resolução de problemas usando o método dos elementos finitos (*FEA – Finite Element Analysis*) para obter uma melhor geometria para o enrolamento secundário que permita melhorar a eficiência do transformador planar e obter maiores níveis de tensão no secundário. As simulações também permitem validar a operação do transformador planar versão 2.

O projeto do transformador planar versão 1, foi realizado de forma eficiente, conseguindo transferir energia de forma satisfatória para as chaves estáticas durante os testes das mesmas e garantir o isolamento entre a chave estática e o hardware de controle. Este projeto, porém foi realizado com parâmetros aproximados, o que gerou curvas aproximadas de operação sobre o qual foram determinados os pontos de operação.

Devido ao fato de que neste projeto obteve-se experiência inicial e conhecimento sobre a tecnologia planar, alguns fenômenos não puderam receber atenção específica (como por exemplo o coeficiente de acoplamento  $k$  do transformador planar, que diz respeito à sua eficiência e capacidade deste). Baseado nesse fato e nos ensaios experimentais realizados, foi necessário o projeto de uma versão 2 do transformador planar, de forma a projetar de forma precisa o coeficiente de acoplamento  $k$  (diminuindo as indutâncias de dispersão), projetar um ponto de operação em que as perdas no núcleo de ferrite sejam mínimas e aumentar a tensão fornecida pelo secundário ( $V_s$ ) para que seja possível o acionamento de tiristores de forma precisa e confiável. Cada etapa da metodologia utilizada no projeto do transformador planar versão 2 será vista com mais detalhes nos tópicos a seguir.

#### 4.2–A estrutura construtiva dos transformadores planares e o cálculo da tensão de isolamento

O primeiro parâmetro a ser projetado no transformador planar versão 2 é o seu isolamento. Isso é necessário porque ele irá determinar a sua estrutura construtiva mais básica sobre a qual os outros cálculos deverão ser realizados.

Conforme foi dito anteriormente, transformadores planares são mais simples de serem construídos devido a estrutura construtiva ser constituída de *PCBs*. Para atender aos critérios de isolamento, foi adicionado um material isolante que possui rigidiz dielétrica (*voltage breakdown*) de 50kV/mm (resina *epóxy*). Como as características físicas da resina dependem do processo de produção desta, é difícil determinar com precisão essas características porque essas dependem de detalhados processos químicos que não serão abordados nesse trabalho. Por isso, considera-se que as características físicas (principalmente a rigidez dielétrica) são isotrópicas ao longo do material (não se alteram independentemente da direção). Essa simplificação foi utilizada no projeto da versão 1 do transformador planar, e permite calcular o isolamento entre primário e secundário simplesmente aumentando-se a distância física entre esses. O transformador planar versão 1 pode ser visto na figura 4.1 e a estrutura construtiva que permite o cálculo do isolamento pode ser vista na figura 4.2.

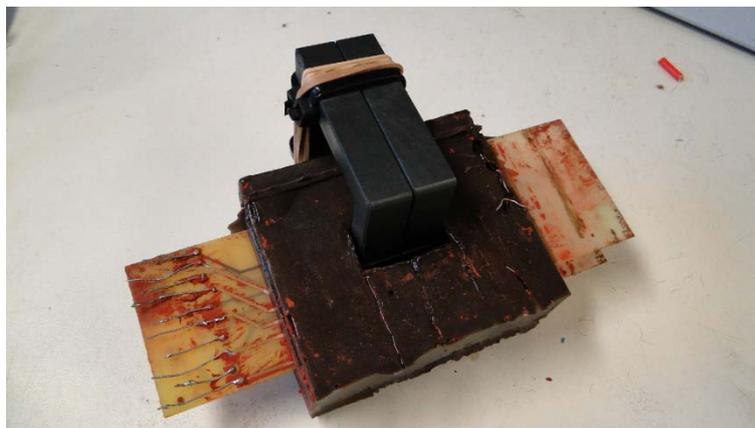


Figura 4.1 – Transformador planar versão 1.

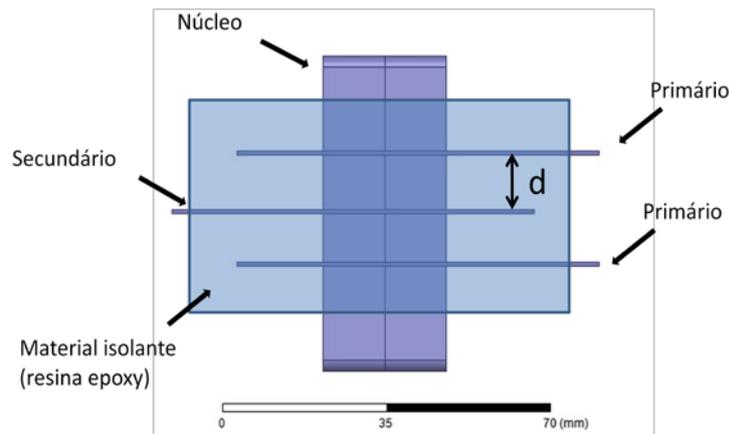


Figura 4.2 – Estrutura construtiva do transformador planar versão 1.

O transformador planar versão 1 possui uma classe de isolamento de 15kV, determinada a partir de testes que foram realizados em laboratório. Para obter o mesmo isolamento ( $V_{isolamento}$ ) para a versão 2 do transformador planar, é realizado um cálculo simples baseado na distância física entre o primário e secundário ( $d$ ) e o valor de rigidez dielétrica da resina ( $V_{bd}$ ).

$$V_{isolamento} = d * V_{bd} \quad (4.1)$$

Considerando  $V_{bd} = 50 \text{ kV/mm}$ , para um valor de  $d = 10\text{mm}$ , obtêm-se:

$$V_{isolamento} = 10 * 50$$

$$V_{isolamento} = 500\text{kV}$$

A equação (4.1) forneceu  $V_{isolamento}$  entre o primário e secundário. Esta tensão é elevada (500kV), e é necessária porque, como não se conhecem as características físicas da resina e deseja-se obter uma tensão de isolamento real de 115kV de impulso (nível de tensão determinado pelas normas de equipamento para a classe de isolamento de 15kV), o valor obtido de  $V_{isolamento}$  garante que, independente das não-linearidades do material, o equipamento terá a tensão de isolamento real desejada.

### 4.3 – A metodologia de projeto

O transformador planar versão 2, deve atender aos seguintes requisitos de projeto:

- $V_p = 15V$ ;
- $V_s = 5V$ ;
- $f = 500kHz$ ;
- $I_{snominal} = 500mA$ ;
- $K_x = 4$  (forma de onda quadrada);
- $\beta = 0,5$ ;
- $T = 23^\circ C$ ;

Onde  $K_x$  é o fator forma de onda, descrito no capítulo 3 pela equação (3.20).

$$K_x = \frac{V_{rms}}{V_{m\acute{e}dio}} \quad (3.20)$$

Para ondas quadradas e simétricas, o valor de  $K_x$  é 4.

$f$  é a frequência de operação do transformador planar,  $\beta$  é o *Duty Cycle* da forma de onda quadrada,  $T$  é a temperatura de operação do transformador planar e  $I_{snominal}$  é a corrente nominal do secundário para  $V_s = 5V$ .

A carga resistiva no secundário  $R_{ls} = 10\Omega$ . Esse valor de  $R_{ls}$  expressa a resistência equivalente entre os terminais *Gate* e *Catodo* dos tiristores da chave estática. Um maior valor de  $V_s$  é desejado para acionar um dos tiristores da chave estática.

Obtendo uma curva de carga que apresente mínima variação de  $V_s$  em função de  $I_s$  é possível acionar o tiristor com segurança.

Para realizar o projeto do transformador planar versão 2 seguiu-se a seguinte metodologia:

- Obtenção dos parâmetros do núcleo de ferrite a partir das curvas fornecidas pelo fabricante;

- Obtenção da curva de operação  $P_m \times B \times Ct$ ;
- Determinação do ponto de operação;
- Projeto do número de espiras do primário e secundário ( $N_p$  e  $N_s$ );
- Otimização da geometria do enrolamento secundário a partir do método dos elementos finitos ( $FEA$ );
- Validação de operação do transformador planar versão 2.

Para obter os parâmetros do núcleo de ferrite, utilizou-se as curvas de operação do núcleo fornecidas pelo fabricante (*Thorthon*) para o material escolhido IP12R [22]. Essas curvas podem ser visualizadas conforme mostram a figuras 4.3 e 4.4.

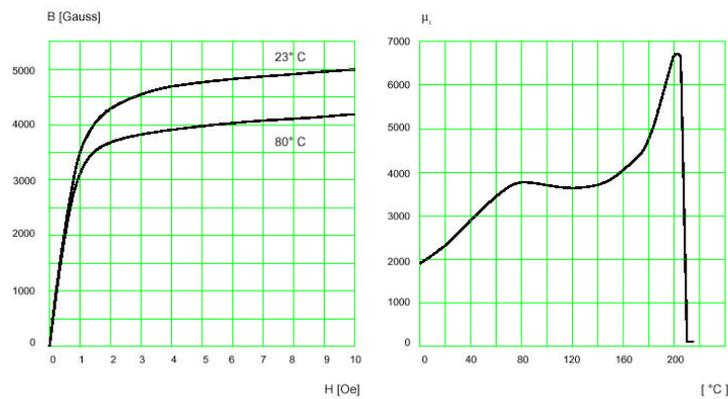


Figura 4.3 – Curva de magnetização  $BH$  do ferrite (a esquerda); Curva da permeabilidade inicial em função da temperatura (a direita) [22].

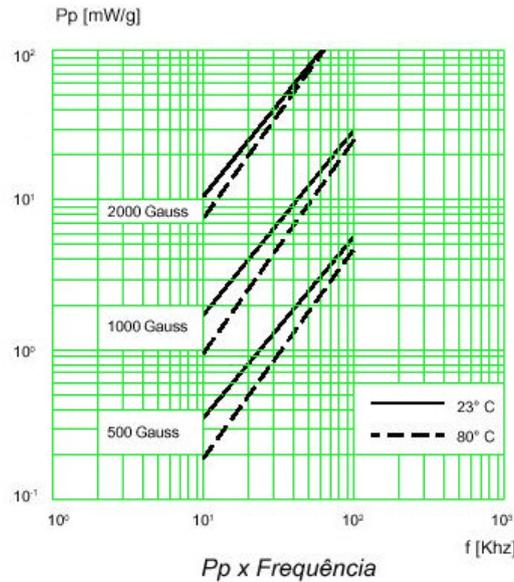


Figura 4.4 – Curva  $P_p$  (Perda por potência) em função da frequência de operação do núcleo de ferrite [22].

Baseado na curva da figura 4.4, que expressa a  $P_p$  em função da frequência para diferentes temperaturas, pode-se calcular os parâmetros do núcleo de ferrite. Conforme foi dito no capítulo 2, *Fagundes* [7] afirma que existe uma expressão capaz de calcular as perdas totais do núcleo. Essa expressão pode ser vista nas equações (3.83) e (3.84).

$$P_m = C_m f^x B^y V e^z C(T) \quad (3.83)$$

$$C(T) = ct_0 - ct_1 * T + ct_2 * T^2 \quad (3.84)$$

O sistema composto por essas equações possui 7 variáveis e a curva da figura 4.4 possui 6 gráficos, para diferentes valores de  $B$  e diferentes valores de temperatura.

Usando o software *Saber*, foi possível obter os pontos dessa curva em sua real escala (logarítmica) para os seus eixos  $x$  e  $y$ . Esses pontos foram armazenados em um arquivo “.csv” (*comma separated values*) que pode ser lido usando o software *Matlab*.

No software *Matlab*, foram realizados alguns cálculos sobre os dados, de forma a adequá-los à escala da curva da figura 4.4 e obter valores que correspondem a perdas magnéticas totais  $P_m$ . Para realizar esses cálculos, considera-se uma parte do núcleo

(precisamente  $1/4$  do núcleo usado neste projeto), cujos dados podem ser obtidos a partir de *Thornton* [22]. Esses dados podem ser vistos na figura 4.5 e na tabela 4.1

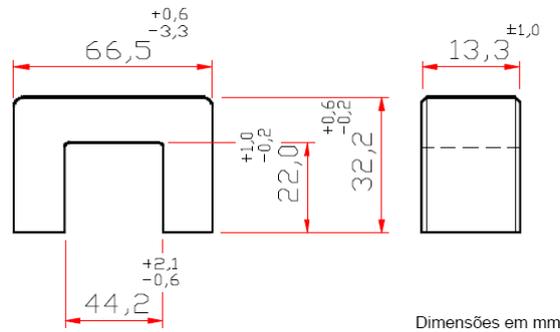


Figura 4.5 – Desenho da geometria de  $1/4$  do núcleo usado neste projeto [22].

Tabela 4.1– Parâmetros efetivos do núcleo [22].

$\Sigma l/A$	1,57	mm <sup>-1</sup>
<b>Le</b>	211,2	mm
<b>Ae</b>	134,3	mm <sup>2</sup>
<b>Amin</b>	- - -	mm <sup>2</sup>
<b>Ve</b>	28375,0	mm <sup>3</sup>

Peso Aprox. (pç)      70,0 g

Com base nos dados descritos do núcleo na figura 4.5, a tabela 4.1 e os valores de  $Pp$  em função da frequência disponíveis no software *Matlab* tem-se:

$$P_m = Pp * 70g * 1000$$

O procedimento usado por *Fagundes* [7], determina empiricamente de forma precisa os termos  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ,  $C_m$ ,  $ct_0$ ,  $ct_1$  e  $ct_2$ . Para a determinação de  $z$ , ele usa núcleos de diferentes tamanhos com o mesmo material que operam em uma frequência específica. Fazendo medições do valor de  $P_m$  para um mesmo valor de  $B$  e núcleos de diferentes  $Ve$ , ele obtêm curvas diferentes para cada frequência e o valor de  $z$ . A figura 4.6 mostra as curvas de  $P_m$  em função de  $Ve$  para as frequências de 60kHz, 80kHz e 100 kHz.

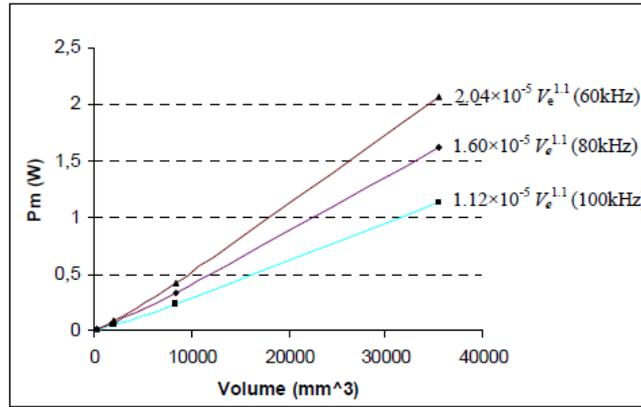


Figura 4.6 – Curvas de  $P_m$  em função de  $Ve$  usadas para determinação de  $z$  no trabalho feito por *Fagundes* [7].

Como não se dispõe de uma curva de  $Pp$  em função do volume específico do núcleo  $Ve$ , não é possível determinar o valor de  $z$  com os dados disponíveis para esse projeto.

O ferrite usado no trabalho desenvolvido por *Fagundes* [7], é similar ao usado neste projeto no que se refere a características de operação. Considerando esses fatos, adotou-se o valor de  $z$  ( $z = 1,1$ ) obtido nos cálculos realizados por *Fagundes* [7], por ser uma boa aproximação para esse projeto.

A partir dos valores de  $P_m$  em função da frequência e da equação (2.50) pode-se criar o seguinte sistema de equações:

$$\begin{aligned} \ln(P_m) &= \ln(C_m f^x B^y V_e^z C(T)) \\ \ln(P_m) &= \ln(C_m) + \ln(f^x) + \ln(B^y) + \ln(V_e^z) + \ln(C(T)) \\ \ln(P_m) &= \ln(C_m) + x \ln(f) + y \ln(B) + z \ln(V_e) + \ln(C(T)) \end{aligned} \quad (4.1)$$

Sabendo-se que:

$$Ve = 28375 * 10^{-6} \text{m}^3$$

$$z = 1,1$$

A partir das curvas fornecidas na figura 4.4, pode-se escrever a equação (4.1) para os pontos de operação descritos abaixo:

- Ponto de operação 1:

Temperatura  $T = 23^{\circ}\text{C}$ ;

$f = 200\text{kHz}$ ;

$B = 0,2\text{T}$ ;

$$\ln(C_m) + x\ln(20) + y\ln(0,2) + \ln(C(T)) = \ln(P_{m1}) - z\ln(Ve)$$

$$\ln(C_m) + x\ln(20) + y\ln(0,2) + \ln(C(T)) = \ln(P_{m1}) - (1,1 * 28375 * 10^{-6}) \quad (4.2)$$

- Ponto de operação 2:

Temperatura  $T = 23^{\circ}\text{C}$ ;

$f = 500\text{kHz}$ ;

$B = 0,05\text{T}$ ;

$$\ln(C_m) + x\ln(500) + y\ln(0,05) + \ln(C(T)) = \ln(P_{m2}) - z\ln(Ve)$$

$$\ln(C_m) + x\ln(500) + y\ln(0,05) + \ln(C(T)) = \ln(P_{m2}) - (1,1 * 28375 * 10^{-6}) \quad (4.3)$$

- Ponto de operação 3:

Temperatura  $T = 23^{\circ}\text{C}$ ;

$f = 100\text{kHz}$ ;

$B = 0,1\text{T}$ ;

$$\ln(C_m) + x \ln(100) + y \ln(0,1) + \ln(C(T)) = \ln(P_{m3}) - z \ln(Ve)$$

$$\ln(C_m) + x \ln(100) + y \ln(0,1) + \ln(C(T)) = \ln(P_{m3}) - (1,1 * 28375 * 10^{-6}) \quad (4.4)$$

Colocando-se as equações (4.2), (4.3) e (4.4) na forma matricial, tem-se:

$$\begin{pmatrix} 1 & \ln(20) & \ln(0,2) & 1 \\ 1 & \ln(500) & \ln(0,05) & 1 \\ 1 & \ln(100) & \ln(0,1) & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ln(C_m) \\ x \\ y \\ \ln(C(T)) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \ln(P_{m1}) - z \ln(Ve) \\ \ln(P_{m2}) - z \ln(Ve) \\ \ln(P_{m3}) - z \ln(Ve) \end{pmatrix}$$

Resultado do sistema é:

$$\begin{pmatrix} C_m \\ x \\ y \\ C(T) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4,26 \times 10^{-5} \\ 0,8728 \\ 1,9886 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Observou-se que, os coeficientes do polinômio  $C(T)$ , não exercem influência sobre as curvas descritas pela equação (2.50) para os 3 pontos de operação utilizados no sistema. Considerando as curvas obtidas a partir da figura 4.4 para uma temperatura de  $80^\circ\text{C}$ , os valores das constantes do material  $x$ ,  $y$  e  $C_m$  se alteram e o valor do polinômio  $C(T)$  continua sendo 1. Para resolver esse problema e considerando que a temperatura de operação do transformador a ser projetado é de  $23^\circ\text{C}$ , é conveniente considerar constantes os valores das constantes obtidas  $x$ ,  $y$ ,  $z$  e  $C_m$  e obter o valor de  $C(T)$  para outros pontos de operação com temperaturas diferentes. Isso implica que o termo  $C(T)$  pode ser adicionado aos termos que influenciam as perdas magnéticas totais e poderá ser usado na equação (2.50). Sendo assim tem-se:

- Ponto de operação 4:

Temperatura  $T = 23^\circ\text{C}$ ;

$f = 10\text{kHz}$ ;

$B = 0,1\text{T}$ ;

$$C(T) = \frac{P_m}{C_m f^x B^y V e^z}$$

$$C(T) = 0,470$$

- Ponto de operação 5:

Temperatura  $T = 80^\circ\text{C}$ ;

$f = 10\text{kHz}$ ;

$B = 0,1\text{T}$ ;

$$C(T) = \frac{P_m}{C_m f^x B^y V e^z}$$

$$C(T) = 0,297$$

Sabe-se que [9,10] para  $T = 100^\circ\text{C}$  tem-se que:

$$C(T) = 1$$

A partir da equação (2.51) é possível criar o sistema de equações descrito pelas equações (4.5), (4.6) e (4.7).

$$ct_0 + ct_1 * (100) + ct_2 * (100)^2 = 1 \quad (4.5)$$

$$ct_0 + ct_1 * (23) + ct_2 * (23)^2 = 0,470 \quad (4.6)$$

$$ct_0 + ct_1 * (80) + ct_2 * (80)^2 = 0,297 \quad (4.7)$$

Escrevendo o sistema na forma matricial tem-se:

$$\begin{pmatrix} 1 & 100 & 10000 \\ 1 & 23 & 529 \\ 1 & 80 & 6400 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct_0 \\ ct_1 \\ ct_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0,470 \\ 0,297 \end{pmatrix}$$

Como resultado desse sistema tem-se:

$$\begin{pmatrix} ct_0 \\ ct_1 \\ ct_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,4533 \\ -5,41 \times 10^{-2} \\ 4,96 \times 10^{-4} \end{pmatrix}$$

Substituindo os valores obtidos nas equações (2.50) e (2.51) tem-se:

$$P_m = (4,26 \times 10^{-5}) f^{0,8728} B^{1,9886} V e^{1,1} C(T) \quad (4.8)$$

$$C(T) = 1,4533 - 5,41 \times 10^{-2} * T + 4,96 \times 10^{-4} * T^2 \quad (4.9)$$

As equações (4.8) e (4.9) modelam as perdas totais para o núcleo do transformador. Pode-se observar que os valores encontrados para as constantes do material ferrite e os coeficientes do polinômio  $C(T)$  possuem a mesma ordem de grandeza do que aqueles encontrados por *Fagundes* [7].

$$\begin{pmatrix} ct_{0e} \\ ct_{1e} \\ ct_{2e} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,5575 \\ 1,422 \times 10^{-2} \\ -6,405 \times 10^{-4} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} C_{me} \\ x_e \\ y_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9,2 \times 10^{-4} \\ 2,5 \\ 1,166 \end{pmatrix}$$

Para obter o valor de  $P_m$  para o núcleo do transformador planar versão 2, é necessário obter o valor de  $Ve$  para a estrutura do núcleo. Segundo *Thornton* [22], o volume efetivo do núcleo pode ser menor do que seu volume físico.

De acordo com *Siemens* [17], o fluxo que atravessa o núcleo que está entre a estrutura do enrolamento, é função da geometria do deste núcleo e seus parâmetros determinam essa geometria. É possível obter o valor de  $Ve$  a partir da equação (4.10).

$$Ve = Ae * le \quad (4.10)$$

Para este projeto, devido à geometria do núcleo utilizada, considera-se que a área efetiva do núcleo é o dobro do valor fornecido por *Thornton* [22]. O caminho efetivo das linhas de fluxo  $le$  é metade do valor fornecido por *Thornton* [22]. Isso pode ser verificado através da lei de *Ampère-Maxwell* com as devidas simplificações, onde núcleos do tipo envolvido posicionados de forma adjacente podem ser substituídos por um núcleo equivalente onde o caminho efetivo é a metade do valor de  $le$  para cada núcleo tipo envolvido usado para constituir o núcleo usado no projeto.

Aplicando as considerações descritas anteriormente na equação (4.10) tem-se:

$$Ve = 2 * Ae * \frac{le}{2}$$

$$Ve = Ae * le$$

$$Ve = 28375 \text{ mm}^3$$

O caminho médio efetivo  $le$  sofre alterações em função da frequência de operação do transformador planar (que é a frequência da densidade superficial de fluxo  $B$  no interior do núcleo de ferrite) [23] e em função da geometria do núcleo [17]. Devido a esse fato, uma correção (a partir de uma constante de ajuste) deve ser realizada sobre  $le$  de forma que o caminho efetivo das linhas de fluxo no interior do núcleo para a frequência de 500kHz seja precisamente representado.

De acordo com *Ebert* [23] uma constante de ajuste pode ser utilizada para este fim. Para realizar essas alterações, um núcleo hipotético na forma de um anel pode ser utilizado para a determinação da constante de ajuste devido a geometria complexa do núcleo [17].

A partir da análise realizada no apêndice I, o valor de  $le$ , que pode ser aproximado por  $2\pi r$ , diminui com o aumento da frequência de operação do núcleo. A partir dos dados fornecidos por *Thornton* [22], pode-se considerar que o valor de  $le$  conhecido é válido para a frequência  $f_1$  igual a 20kHz (como pode-se observar na figura 4.4). Sabendo-se desse fato e considerando-se que caminho médio efetivo para  $f_1$  é  $le_1$  tem-se:

$$le_1 = 2\pi r_1$$

Para frequência de operação do núcleo do transformador planar  $f_2$  igual a 500kHz tem-se:

$$le_2 = 2\pi r_2$$

Dividindo-se  $le_2$  por  $le_1$  tem-se:

$$\frac{le_2}{le_1} = \frac{r_2}{r_1}$$

A partir da análise realizada no apêndice I sabe-se que:

$$\frac{r_2}{r_1} = \sqrt{\frac{f_1}{f_2}}$$

$$\frac{r_2}{r_1} = \sqrt{\frac{20}{500}}$$

$$\frac{r_2}{r_1} = 0,2$$

$$\frac{le_2}{le_1} = 0,2$$

$$le_2 = 0,2 * le_1 \tag{4.11}$$

A equação (4.11) expressa que o valor do caminho médio efetivo para a frequência de operação do núcleo de 500kHz ( $le_2$ ) é aproximadamente 20% menor do que o mesmo caminho médio efetivo fornecido pela *Thornton* [22].

Aplicando essa solução à equação (4.10) e considerando que a área média efetiva do núcleo não sofreu alterações com a variação da frequência tem-se:

$$\begin{aligned}Ve_2 &= Ae * le * 0,2 \\Ve_2 &= Ve * 0,2\end{aligned}\tag{4.12}$$

A equação (4.12) expressa que, assim como o caminho médio efetivo, o volume efetivo também sofreu uma redução de 20% para a frequência de operação do núcleo de 500kHz. A partir dos resultados anteriores, pode-se usar o valor 0,2 como a constante de ajuste para o volume efetivo  $Ve$  na equação (3.83).

A equação (3.83) permite o cálculo das perdas totais no núcleo de ferrite, mas para ondas de densidade superficial de fluxo  $B(t)$  com variação no tempo senoidal. De acordo com *Ebert* [23], é necessário calcular uma frequência senoidal equivalente quando  $B(t)$  varia no tempo segundo formas de onda que não são senoidais.

Para uma forma de onda triangular de  $B(t)$  (utilizada neste projeto), a frequência de uma onda senoidal equivalente  $f_{eq}$  é calculada a partir da equação (4.13) [6].

$$f_{eq} = \frac{8*f}{\pi^2}\tag{4.13}$$

Com o objetivo de aumentar a precisão da equação (3.83) em relação aos dados fornecidos pelo fabricante, multiplica-se essa equação por uma constante  $S$ .

Substituindo-se as equações (4.12) e (4.13) na equação (3.83) e multiplicando-se essa mesma equação das perdas totais no núcleo de ferrite por uma constante  $S$  tem-se:

$$P_m = C_m \left(\frac{8*f}{\pi^2}\right)^x B^y (Ve * 0,2)^z C(T) * S\tag{4.14}$$

Com os parâmetros obtidos e os devidos ajustes, a partir da equação (4.14), obteve-se uma curva tridimensional de operação  $P_m \times B \times Ct$  usando-se o software *Matlab*. Essa curva expressa as perdas totais no núcleo ( $P_m$ ) em função da densidade superficial de fluxo ( $B$ ) e da temperatura de operação (expressa pelo polinômio  $Ct$ ). Esta curva pode ser vista na figura 4.7 (o arquivo “.m” usado para a obtenção dessa curva está no apêndice II deste trabalho).

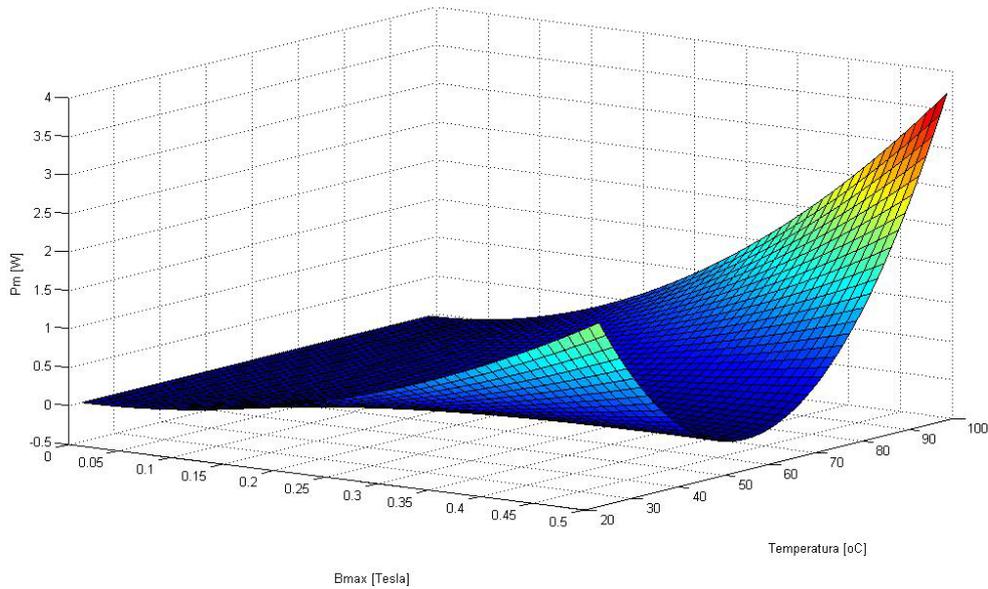


Figura 4.7 – Curva de  $P_m \times B \times Ct$  do material ferrite.

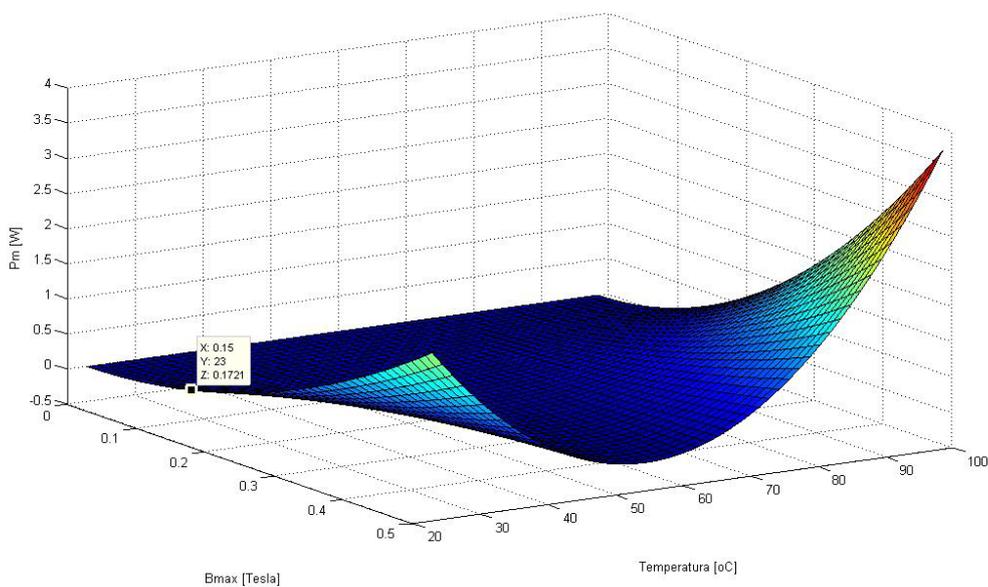


Figura 4.8 – Ponto de operação do transformador planar versão 2.

De acordo com *Ebert* [23], a melhor forma de obter-se os parâmetros que permitem o cálculo das perdas totais no núcleo de ferrite é por meio de ensaios experimentais.

Devido ao fato de que os valores fornecidos pelos fabricantes normalmente não são muito precisos [23], e que os parâmetros ou constantes do material foram determinados a partir desses valores, é esperado que os valores fornecidos para as perdas totais no núcleo de ferrite apresentem alguma discrepância em relação aos valores reais. Para este trabalho, a precisão obtida a partir dos dados fornecidos pelo fabricante *Thornton* é satisfatória para as etapas posteriores de projeto do transformador planar versão 2.

A partir da curva apresentada na figura 4.8, pode-se escolher o ponto de operação do núcleo de ferrite do transformador planar versão 2 (em evidência na figura 4.8).

$$B = 0,15T;$$

$$T = 23^{\circ}C;$$

$$P_m = 0,172W;$$

Para o ponto de operação escolhido, pode-se observar que  $P_m = 0,172W$ . Considerando que potência total do transformador planar pode ser obtida a partir dos parâmetros de projeto, tem-se:

$$P_{total} = V_s * I_{snominal}$$

$$P_{total} = 5 * 0,5$$

$$P_{total} = 2,5W$$

Calculando-se a eficiência do transformador planar tem-se:

$$\eta = \left(1 - \frac{P_m}{P_{total}}\right) * 100 \quad (4.11)$$

$$\eta = 93,1 \%$$

De acordo com a equação (4.11), a eficiência do transformador planar versão 2 é de 93,1 %. Isso é muito bom porque implica que o ponto de operação foi corretamente projetado e o transformador planar, como os transformadores convencionais, opera com eficiência acima de 90 %.

Com o ponto de operação determinado, temperatura e frequência de operação do transformador planar conhecidos e sabendo-se que a área efetiva é o dobro do valor fornecido pela tabela 4.1 devido a geometria do núcleo, foi possível calcular e projetar o número de espiras do primário ( $N_p$ ) e secundário do transformador ( $N_s$ ) a partir da equação (3.25), descrita no capítulo 3 deste trabalho.

$$V_{max} = K_x f N A e B_{max} \quad (3.25)$$

Substituindo os parâmetros de projeto na equação (3.25) tem-se:

$$V_s = K_x f N_s A e p B_{max}$$

$$A e p = 2 * A e$$

$$N_s = \frac{5}{4 * 500 * 2 * A e * 0,15}$$

$$N_s = 6,205$$

O valor de  $N_s$  deve ser inteiro então tem-se:

$$N_s = 6$$

A partir da equação (2.17) é possível obter o valor de  $N_p$ :

$$\frac{V_p}{V_s} = \frac{N_p}{N_s} \quad (2.17)$$

$$\frac{V_p}{V_s} = \frac{15}{5}$$

$$\frac{V_p}{V_s} = 3$$

$$\frac{N_p}{N_s} = 3$$

$$N_p = 3 * N_s$$

$$N_p = 18$$

O projeto do número de espiras do primário e do secundário foi realizado. É necessário para a conclusão do projeto do transformador planar versão 2 a etapa de simulação usando *FEA*. Essa etapa permitirá a otimização da geometria do secundário (para a obtenção de uma curva de carga  $V_s \times I_s$  que permita o acionamento de um tiristor de forma mais segura e confiável) e também a validação da operação do transformador planar para os parâmetros de projeto. Essa etapa será descrita com detalhes no capítulo 5.

Capítulo 5:  
O método dos Elementos Finitos  
(*FEA – Finite Element Analysis*)

## **5. O método dos elementos finitos (FEA – Finite Element Analysis)**

### **5.1 – Introdução**

O método dos elementos finitos (*FEA – Finite Element Analysis*) é um método numérico que utiliza o cálculo variacional para resolver problemas de engenharia complexos que apresentariam grande dificuldade em serem resolvidos de forma analítica. Os resultados fornecidos por este método são precisos o suficiente para se aproximar de uma solução analítica complexa mas que exigiriam muito tempo e trabalho do projetista. A precisão da solução do problema depende da quantidade de variáveis consideradas, da precisão das equações utilizadas no modelo usado para resolver o problema físico e da quantidade de subdivisões do modelo físico do problema (2D ou 3D) expressa por formas geométricas como tetraedros (para problemas tridimensionais) ou triângulos (para problemas bidimensionais). Esse último fator depende do poder computacional disponível. Neste capítulo será realizada uma breve teoria a respeito de *FEA*, assim como uma descrição dos problemas de eletromagnetismo que devem ser resolvidos para o projeto do transformador planar, no que refere à sua operação e à otimização da geometria do secundário para a obtenção de maiores níveis de tensão. Também serão descritos os modelos tridimensionais utilizados nas simulações dos transformadores planares versões 1 e 2.

### **5.2 – O método dos elementos finitos (FEA – Finite Element Analysis)**

O Método dos elementos finitos é uma ferramenta de solução para problemas de engenharia que usa solução numérica para obter uma solução que tem uma precisão muito boa em relação às soluções analíticas. Milhões de cientistas e engenheiros usam a *FEA* para prever o comportamento estrutural, mecânico, térmico, eletromagnético e químico de sistemas, tanto na etapa de projeto quanto na etapa de análise de operação e desempenho dos equipamentos projetados [24].

A razão pela qual se utiliza esse método é devido ao fato de que certos problemas de engenharia envolvem geometrias complexas onde uma solução analítica em cada ponto da geometria seria extremamente difícil de ser obtida. Usando *FEA* é possível obter uma solução do problema para estas geometrias que é muito precisa em relação a solução analítica.

Esse método basicamente consiste em dividir a geometria envolvida no problema de engenharia em elementos finitos, sendo esses elementos conectados por nós. A geometria formada é chamada malha e o seu processo de formação é chamado geração de malha [24]. A figura 5.1 mostra uma malha gerada para um problema simples de magnetostática.

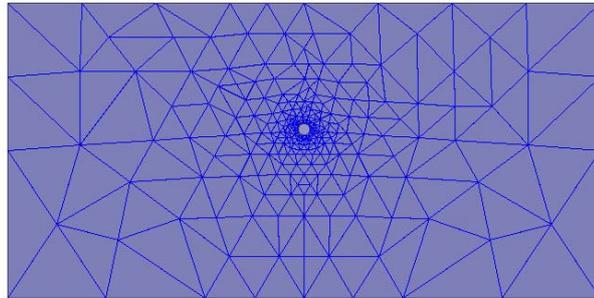


Figura 5.1 – Problema de magnetostática. O círculo no centro da figura mostra a região que possui uma densidade superficial de corrente que é a excitação do problema.

Os nós representam as variáveis do problema que serão resolvidas, e segundo *Jacob* [24], para problemas lineares, o número de incógnitas do problema é igual ao número de nós, e a solução do problema é obtida a partir da resolução de um sistema de equações lineares onde as incógnitas são as grandezas físicas atribuídas a cada nó.

Com o problema resolvido, faz-se uma união dos elementos somando-se as soluções obtidas (grandezas obtidas para cada nó) de forma que o resultado dessa soma é a solução final do problema para a geometria utilizada. Os resultados são exibidos de forma gráfica, na forma de gráficos para pontos desejados da geometria do problema ou pós-processando as soluções encontradas. Pós-processar uma solução significa fazer cálculos matemáticos sobre as grandezas obtidas no problema de forma a obter outras soluções que possam ser utilizadas no projeto ou na análise de desempenho deste quanto a sua operação.

A figura 5.2 mostra a solução do problema descrito na figura 5.1.

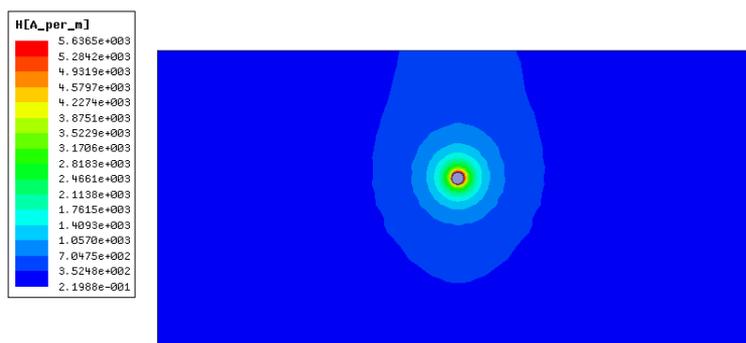


Figura 5.2 – Solução do problema de magnetostática descrito na figura 5.1.

Ao aumentar-se a quantidade de elementos e, portanto, a quantidade de nós utilizados, implicando em uma malha mais refinada, a solução obtida por *FEA* torna-se mais próxima da solução analítica. Entretanto o tempo necessário para que seja calculada essa solução aumenta.

De acordo com *Jacob* [24], para obter uma solução razoavelmente exata milhares de nós são necessários. Isso implica no aumento do tempo necessário para obter a solução e do custo, já que será necessário um poder computacional maior para ter uma solução precisa com menor tempo.

### 5.2.1 – O método de Galerkin

Segundo *Salon* [4], para resolver problemas usando *FEA*, 2 dos tipos mais populares de análise são: a análise usando método variacional e a análise usando o método dos resíduos ponderados que é um caso específico do método variacional. O método de *Galerkin* é um caso específico do método dos resíduos ponderados.

O método variacional foi o primeiro usado para resolver problemas de magnetostática. Como não existem aproximações usando essa análise para muitos problemas técnicos de magnetostática, a análise usando o método dos resíduos ponderados, especificamente o método de *Galerkin* é mais utilizada por ser um tipo de análise mais geral. Isso implica a popularidade desse método. Devido a esse fato será abordado esse método usando um exemplo de magnetostática fornecido por *Salon* [4].

Considera-se que uma função  $f(u) = 0$ , para valores específicos de  $u$ . Para valores aproximados de  $u$  ( $\hat{u}$ ) tem-se:

$$f(\hat{u}) = R$$

Onde  $R$  é um resíduo que torna-se zero quando  $\hat{u} = u$ .

O problema a ser resolvido é um problema bidimensional de magnetostática onde o vetor potencial de campo magnético somente possui componentes na direção  $z$  (sendo o plano  $xy$  o plano onde se encontra o problema a ser resolvido). A descrição deste problema pode ser vista na figura 5.3.

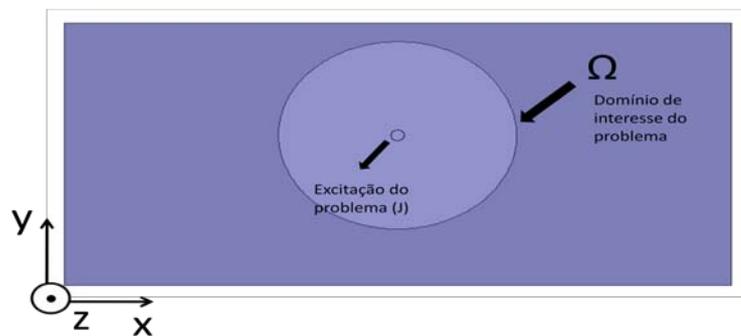


Figura 5.3 – Descrição do problema de magnetostática a ser resolvido.

Considerando a equação de difusão de um campo magnético (a dedução desta equação encontra-se no apêndice I), usada para resolver problemas de magnetostática tem-se:

$$\frac{1}{\mu_0 \mu_r} \left( \frac{d^2 A}{dx^2} + \frac{d^2 A}{dy^2} \right) = J - j\omega \sigma A \quad (5.1)$$

Por ser um problema de magnetostática, os campos magnéticos não variam em função do tempo, isso implica que o termo  $j\omega \sigma A$  pode ser desprezado. A equação (5.1) torna-se:

$$\frac{1}{\mu} \left( \frac{d^2 A}{dx^2} + \frac{d^2 A}{dy^2} \right) = J \quad (5.2)$$

Onde:

$$\mu = \mu_0 \mu_r$$

O resíduo  $R$  pode ser expresso como:

$$R = \frac{1}{\mu} \frac{d^2 A}{dx^2} + \frac{1}{\mu} \frac{d^2 A}{dy^2} - J$$

Segundo *Salon* [4], o método dos resíduos ponderados faz a projeção de  $R$  sobre funções de ponderação  $W$ , a partir da integral de  $R$  sobre a domínio de interesse do problema conforme mostra a equação (5.3). Como será visto posteriormente, o vetor potencial magnético  $A$  é definido por funções de forma que são aproximações infinitesimais da função  $A(x, y)$  que é solução do problema.

A escolha das funções de ponderação determina o tipo de método. No caso do método de *Galerkin* as funções de ponderação são iguais as funções de forma usadas em  $R$ . As equações obtidas são as mesmas em relação as análises onde o principio variacional é demonstrado.

$$\iint_{\Omega} RW dx dy = 0 \quad (5.3)$$

A integral da equação (5.3) é realizada sobre todo o domínio do problema  $\Omega$ .

Substituindo  $R$  na equação (5.3) tem-se:

$$\begin{aligned} \iint_{\Omega} \left( \frac{1}{\mu} \frac{d^2 A}{dx^2} + \frac{1}{\mu} \frac{d^2 A}{dy^2} - J \right) W dx dy &= 0 \\ \iint_{\Omega} \left( \frac{1}{\mu} \frac{d^2 A}{dx^2} + \frac{1}{\mu} \frac{d^2 A}{dy^2} \right) W dx dy &= \iint_{\Omega} J W dx dy \end{aligned} \quad (5.4)$$

O domínio do problema pode ser dividido em elementos triangulares conforme mostra a figura 5.4:

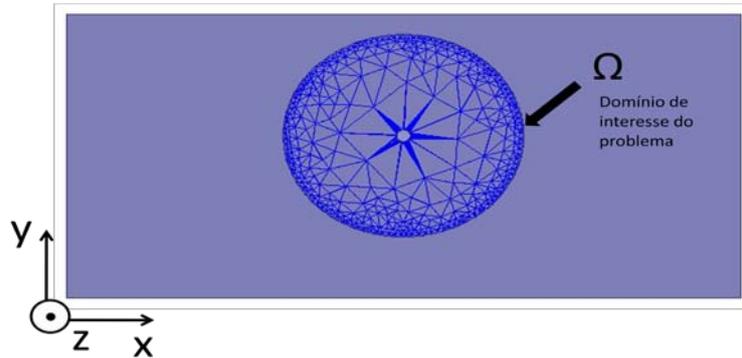


Figura 5.4 – Malha gerada no domínio de interesse do problema.

A integral da equação (5.4) pode ser expressa como um somatório das integrais feitas sobre cada elemento do problema.

$$\sum_1^M \iint_{\Omega^e} \left( \frac{1}{\mu} \frac{d^2 A}{dx^2} + \frac{1}{\mu} \frac{d^2 A}{dy^2} \right) W_e dx dy = \sum_1^M \iint_{\Omega^e} J W_e dx dy$$

Onde  $M$  é número de elementos em que foi dividido o problema e  $W_e$  são as funções de ponderação para a solução do elemento específico.

Para compreender o método, será analisado o método de solução do problema (*Galerkin*) sobre 1 elemento.

$$\sum_1^M \iint_{\Omega^e} \left( \frac{1}{\mu} \frac{d^2 A}{dx^2} + \frac{1}{\mu} \frac{d^2 A}{dy^2} \right) W_e dx dy = \sum_1^M \iint_{\Omega^e} J W_e dx dy$$

$$\iint_{\Omega^e} \left( \frac{1}{\mu} \frac{d^2 A}{dx^2} + \frac{1}{\mu} \frac{d^2 A}{dy^2} \right) W_e dx dy = \iint_{\Omega^e} J W_e dx dy$$

Integrando o termo da esquerda da equação por partes, tem-se:

$$\iint_{\Omega^e} \left( \frac{1}{\mu} \frac{d^2 A}{dx^2} + \frac{1}{\mu} \frac{d^2 A}{dy^2} \right) W_e dx dy = \frac{1}{\mu} \iint_{\Omega^e} \left( \frac{\partial W_e}{\partial x} \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial W_e}{\partial y} \frac{\partial A}{\partial y} \right) dx dy - \frac{1}{\mu} \oint_C W_e \frac{\partial A}{\partial n} dl$$

$$= \iint_{\Omega^e} J W_e dx dy$$

É importante observar que  $W_e$  é a função de ponderação para um elemento e como foi mencionado anteriormente é igual a funções de forma que são funções de  $x$  e  $y$ . Isso implica que devem ser integradas no domínio de interesse, e que a solução a partir da integração por partes também se aplica a esta função.

$C$  representa o contorno do problema bidimensional e  $\frac{\partial A}{\partial n}$  é a derivada de  $A$  (que possui somente componentes no eixo  $z$ ) feita em relação ao vetor normal  $n$  a esse contorno que está sobre o plano  $xy$  e com sentido para o exterior da região enlaçada por  $C$ .

A integral realizada sobre o contorno do problema é utilizada quando uma das dimensões do elemento analisado faz parte desse contorno. Os valores que a derivada de  $A$  em função de  $n$  assume são conhecidos como condições de fronteira. Como será visto adiante, é necessário determiná-las para obter-se uma solução do problema. Esta condição de fronteira é conhecida como condição de fronteira de *Neumann* (natural) e para esse caso considera-se  $\frac{\partial A}{\partial n} = 0$ , devido ao fato de que o elemento analisado está localizado no interior do domínio de interesse do problema e não possui dimensões em comum com o contorno deste. Isso permite a simplificação dos cálculos e análises posteriores.

$$\frac{1}{\mu} \iint_{\Omega^e} \left( \frac{\partial W_e}{\partial x} \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial W_e}{\partial y} \frac{\partial A}{\partial y} \right) dx dy = \iint_{\Omega^e} J W_e dx dy \quad (5.5)$$

Segundo *Salon* [4], é possível atribuir outros valores a essa condição de fronteira para integrar soluções obtidas a partir da análise de outros problemas ao problema bidimensional que está sendo resolvido (i.e: problemas que incluem “*gap*” de ar).

Cada elemento do problema é um triângulo que pode ser visto na figura 5.5.

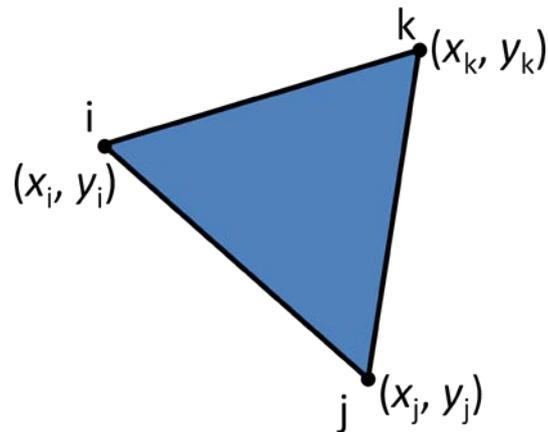


Figura 5.5 – Elemento triangular do problema [4].

Os vértices do triângulo são chamados nós.

Analisando-se novamente a equação  $f(\hat{u}) = R$  e a partir das equações (5.3) e (5.4), pode-se realizar as seguintes analogias:

$$R = \frac{1}{\mu} \frac{d^2 \hat{A}}{dx^2} + \frac{1}{\mu} \frac{d^2 \hat{A}}{dy^2} - J$$

Onde  $\hat{u} = \hat{A}$ .  $\hat{A}$  é o valor aproximado do valor físico real de  $A$  (módulo da componente no eixo  $z$  do vetor potencial magnético) e é a variável do problema.

Quando  $\hat{A}$  é igual a  $A$ , o resíduo  $R$  tende a zero e a solução obtida pelo método convergiu para um resultado próximo do valor físico real. Esse é objetivo do método.

Para facilitar a compreensão do método, considera-se que o vetor potencial magnético  $\hat{A}$  varia de forma linear na superfície do triângulo da figura 5.5 segundo a equação (5.6).

$$\hat{A} = C_1 + C_2 x + C_3 y \quad (5.6)$$

Como a variação de  $\hat{A}$  é linear, a densidade superficial de fluxo magnético  $B$  é constante ao longo da superfície do triângulo.

Calculando os valores de  $\hat{A}$  em cada nó tem-se:

$$\hat{A}_i = C_1 + C_2x_i + C_3y_i$$

$$\hat{A}_j = C_1 + C_2x_j + C_3y_j$$

$$\hat{A}_k = C_1 + C_2x_k + C_3y_k$$

Organizando as equações de forma matricial tem-se:

$$\begin{pmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{A}_i \\ \hat{A}_j \\ \hat{A}_k \end{pmatrix}$$

Aplicando-se a regra de *Cramer* tem-se:

$$C_1 = \frac{\begin{vmatrix} \hat{A}_i & x_i & y_i \\ \hat{A}_j & x_j & y_j \\ \hat{A}_k & x_k & y_k \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{vmatrix}} \quad (5.7)$$

Segundo *Salon* [4], esse determinante é numericamente igual ao dobro da área do elemento triangular ( $\Delta$ ) mostrado na figura 5.5.

$$\begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{vmatrix} = 2\Delta \quad (5.8)$$

Substituindo o resultado da equação (5.8) na equação (5.7) tem-se:

$$C_1 = \frac{1}{2\Delta} \begin{vmatrix} \hat{A}_i & x_i & y_i \\ \hat{A}_j & x_j & y_j \\ \hat{A}_k & x_k & y_k \end{vmatrix}$$

$$C_1 = \frac{1}{2\Delta} (\hat{A}_i(x_j y_k - x_k y_j) + \hat{A}_j(x_k y_i - x_i y_k) + \hat{A}_k(x_i y_j - x_j y_i)) \quad (5.9)$$

$$C_2 = \frac{1}{2\Delta} \begin{vmatrix} 1 & \hat{A}_i & y_i \\ 1 & \hat{A}_j & y_j \\ 1 & \hat{A}_k & y_k \end{vmatrix}$$

$$C_2 = \frac{1}{2\Delta} (\hat{A}_i(y_j - y_k) + \hat{A}_j(y_k - y_i) + \hat{A}_k(y_i - y_j)) \quad (5.10)$$

$$C_3 = \frac{1}{2\Delta} \begin{vmatrix} 1 & x_i & \hat{A}_i \\ 1 & x_j & \hat{A}_j \\ 1 & x_k & \hat{A}_k \end{vmatrix}$$

$$C_3 = \frac{1}{2\Delta} (\hat{A}_i(x_k - x_j) + \hat{A}_j(x_k - x_i) + \hat{A}_k(x_j - x_i)) \quad (5.11)$$

Substituindo as equações (5.9), (5.10) e (5.11) na equação (5.6) tem-se:

$$\begin{aligned} \hat{A} &= \frac{1}{2\Delta} ((x_j y_k - x_k y_j) + (y_j - y_k)x + (x_k - x_j)y) \hat{A}_i \\ &+ ((x_k y_i - x_i y_k) + (y_k - y_i)x + (x_k - x_i)y) \hat{A}_j \\ &+ ((x_i y_j - x_j y_i) + (y_i - y_j)x + (x_j - x_i)y) \hat{A}_k) \end{aligned}$$

$$\hat{A} = N_i \hat{A}_i + N_j \hat{A}_j + N_k \hat{A}_k \quad (5.12)$$

Onde:

$$N_i = \frac{(x_j y_k - x_k y_j) + (y_j - y_k)x + (x_k - x_j)y}{2\Delta}$$

$$N_j = \frac{(x_k y_i - x_i y_k) + (y_k - y_i)x + (x_k - x_i)y}{2\Delta}$$

$$N_k = \frac{(x_i y_j - x_j y_i) + (y_i - y_j)x + (x_j - x_i)y}{2\Delta}$$

$N_i, N_j$  e  $N_k$  são as funções de forma do triângulo onde calcula-se os vetores potenciais magnéticos. Segundo *Salon* [4], essas funções possuem as seguintes propriedades:

- $N_i(x, y) = 1$  para  $x = x_i$  e  $y = y_i$ ,  $N_i = 0$  para os outros nós;
- A soma de  $N_i, N_j$  e  $N_k$  é igual a 1 para qualquer ponto do triângulo.

Então a equação (5.12) pode ser escrita como:

$$\hat{A} = \sum_{i=1}^m N_i(x, y) \hat{A}_i \quad (5.13)$$

Onde  $m$  é o número de nós no elemento. Para o exemplo analisado  $m = 3$  ( $i, j, k$ ). A partir da equação (5.13) tem-se:

$$\hat{A} = (N_i \quad N_j \quad N_k) \begin{pmatrix} \hat{A}_i \\ \hat{A}_j \\ \hat{A}_k \end{pmatrix}$$

Devido ao fato de que o método analisado é o método de *Galerkin*, a função ponderação  $W_e$  é igual às funções de forma  $N_i, N_j$  e  $N_k$ .

$$W_e = \begin{pmatrix} N_i \\ N_j \\ N_k \end{pmatrix}$$

É possível obter as derivadas usadas na integral que resolve o problema, a partir da equação (5.12).

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{A}}{\partial x} &= \frac{1}{2\Delta} \left( (y_j - y_k) \quad (y_k - y_i) \quad (y_i - y_j) \right) \begin{pmatrix} \hat{A}_i \\ \hat{A}_j \\ \hat{A}_k \end{pmatrix} \\ \frac{\partial \hat{A}}{\partial x} &= \frac{1}{2\Delta} (b_i \quad b_j \quad b_k) \begin{pmatrix} \hat{A}_i \\ \hat{A}_j \\ \hat{A}_k \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (5.14)$$

$$\frac{\partial \hat{A}}{\partial y} = \frac{1}{2\Delta} \begin{pmatrix} (x_k - x_j) & (x_k - x_i) & (x_j - x_i) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{A}_i \\ \hat{A}_j \\ \hat{A}_k \end{pmatrix}$$

$$\frac{\partial \hat{A}}{\partial y} = \frac{1}{2\Delta} \begin{pmatrix} c_i & c_j & c_k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{A}_i \\ \hat{A}_j \\ \hat{A}_k \end{pmatrix} \quad (5.15)$$

A partir da função ponderação  $W_e$  tem-se:

$$\frac{\partial W_e}{\partial x} = \frac{1}{2\Delta} \begin{pmatrix} b_i \\ b_j \\ b_k \end{pmatrix} \quad (5.16)$$

$$\frac{\partial W_e}{\partial y} = \frac{1}{2\Delta} \begin{pmatrix} c_i \\ c_j \\ c_k \end{pmatrix} \quad (5.17)$$

Substituindo as equações (5.14), (5.15), (5.16) e (5.17) na equação (5.5) tem-se:

$$\frac{1}{4\mu\Delta^2} \iint_{\Omega^e} \begin{pmatrix} b_i^2 + c_i^2 & b_i b_j + c_i c_j & b_i b_k + c_i c_k \\ b_i b_j + c_i c_j & b_j^2 + c_j^2 & b_j b_k + c_j c_k \\ b_i b_k + c_i c_k & b_j b_k + c_j c_k & b_k^2 + c_k^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{A}_i \\ \hat{A}_j \\ \hat{A}_k \end{pmatrix} dx dy = \iint_{\Omega^e} J W_e dx dy$$

$$\frac{1}{4\mu\Delta^2} \begin{pmatrix} b_i^2 + c_i^2 & b_i b_j + c_i c_j & b_i b_k + c_i c_k \\ b_i b_j + c_i c_j & b_j^2 + c_j^2 & b_j b_k + c_j c_k \\ b_i b_k + c_i c_k & b_j b_k + c_j c_k & b_k^2 + c_k^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{A}_i \\ \hat{A}_j \\ \hat{A}_k \end{pmatrix} \iint_{\Omega^e} dx dy = \iint_{\Omega^e} J W_e dx dy$$

$$\frac{1}{4\mu\Delta^2} \begin{pmatrix} b_i^2 + c_i^2 & b_i b_j + c_i c_j & b_i b_k + c_i c_k \\ b_i b_j + c_i c_j & b_j^2 + c_j^2 & b_j b_k + c_j c_k \\ b_i b_k + c_i c_k & b_j b_k + c_j c_k & b_k^2 + c_k^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{A}_i \\ \hat{A}_j \\ \hat{A}_k \end{pmatrix} \Delta = \iint_{\Omega^e} J W_e dx dy$$

$$\frac{1}{4\mu\Delta} \begin{pmatrix} b_i^2 + c_i^2 & b_i b_j + c_i c_j & b_i b_k + c_i c_k \\ b_i b_j + c_i c_j & b_j^2 + c_j^2 & b_j b_k + c_j c_k \\ b_i b_k + c_i c_k & b_j b_k + c_j c_k & b_k^2 + c_k^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{A}_i \\ \hat{A}_j \\ \hat{A}_k \end{pmatrix} = \iint_{\Omega^e} J W_e dx dy \quad (5.15)$$

$$S_f = \begin{pmatrix} b_i^2 + c_i^2 & b_i b_j + c_i c_j & b_i b_k + c_i c_k \\ b_i b_j + c_i c_j & b_j^2 + c_j^2 & b_j b_k + c_j c_k \\ b_i b_k + c_i c_k & b_j b_k + c_j c_k & b_k^2 + c_k^2 \end{pmatrix}$$

$S_f$  é a matriz de rigidez (*stiffness matrix*) e de acordo com *Salon* [4], recebe esse nome porque o método de *FEA* foi desenvolvido primeiramente para resolver problemas de mecânica.

O termo a esquerda da equação (5.15) é a função forçante e representa a excitação do problema imposta pelos valores atribuídos a  $J$ .

$$\iint_{\Omega^e} JW_e dx dy = J \iint_{\Omega^e} W_e dx dy$$

$$J \iint_{\Omega^e} \left( \frac{(x_j y_k - x_k y_j) + (y_j - y_k)x + (x_k - x_j)y}{2\Delta} \right) dx dy = \frac{J}{2\Delta} \iint_{\Omega^e} (a_i + b_i \bar{x} + c_i \bar{y}) dx dy$$

Para obter a mesma excitação para todos os nós considera-se que a função ponderação calculada no ponto médio do triângulo  $\bar{x}$  e  $\bar{y}$ .

Então tem-se:

$$\frac{J}{2\Delta} \iint_{\Omega^e} (a_i + b_i \bar{x} + c_i \bar{y}) dx dy = \frac{J}{2\Delta} \frac{2\Delta}{3} \iint_{\Omega^e} dx dy$$

$$\frac{J}{2\Delta} \frac{2\Delta}{3} \iint_{\Omega^e} dx dy = \frac{J\Delta}{3}$$

$$\iint_{\Omega^e} JW_e dx dy = \frac{J\Delta}{3} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (5.16)$$

Substituindo-se a equação (5.16) em (5.15) tem-se:

$$\frac{1}{4\mu\Delta} S_f \begin{pmatrix} \hat{A}_i \\ \hat{A}_j \\ \hat{A}_k \end{pmatrix} = \frac{J\Delta}{3} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (5.17)$$

Esse sistema corresponde a um elemento triangular onde as linhas e colunas da matriz  $S_f$  representam os nós do elemento triangular. É necessário realizar esse procedimento para cada elemento triangular (o que pode ser feito facilmente usando um *software*) e unir os elementos em uma matriz global. Esse processo é conhecido como união (*assembly*) [4]. Se o domínio de interesse do problema possui  $M$  elementos triangulares (onde esses elementos não possuem nós que fazem parte das condições de

fronteira) com  $m$  nós em cada elemento, a matriz total possuirá  $Mxm$  nós. A matriz resultante, segundo *Salon* [4], deve ser simétrica, esparsa e não singular.

Resolvendo-se o sistema da equação (5.17), é possível obter os valores escalares dos vetores potenciais magnéticos  $\hat{A}$ . Os valores obtidos são muito precisos em relação a uma análise analítica.

### 5.2.2 – Considerações sobre as condições de fronteira

As condições de fronteira são essenciais para a resolução do problema. De acordo com *Salon* [4], para obter-se uma solução única do problema é necessário determinar essas condições de fronteira. Para que a matriz global do sistema seja não singular, é necessário estabelecer o potencial magnético em, pelos menos, 1 nó do problema. Esse tipo de condição de fronteira é chamado de *Dirichlet*. Normalmente, essa operação é realizada sobre uma linha do domínio do problema que contem vários nós, conforme mostra a figura 5.6. Atribuir valores nulos aos potenciais magnéticos é uma condição de fronteira homogênea. É possível atribuir derivadas do potencial magnético em função da normal à linha que determina a fronteira do problema. Conforme visto anteriormente, essa condição de fronteira é conhecida como condição natural ou *Neumann*. Atribuir valor nulo a essa derivada ( $\frac{\partial \hat{A}}{\partial n} = 0$ ) é uma condição de fronteira de *Neumann* homogênea.

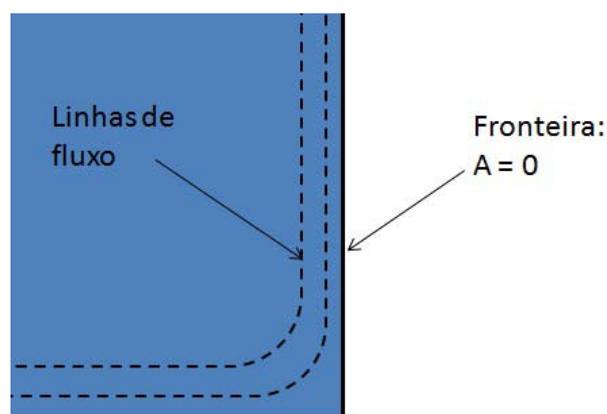


Figura 5.6–Problema de magnetostática com destaque para as condições de fronteira [4].

Na figura 5.6, que representa um problema bidimensional de magnetostática onde  $A$  somente possui componentes em  $z$ , a condição de fronteira de *Dirichlet* homogênea implica que as linhas de fluxo magnético são paralelas a superfície. Isso pode ser verificado usando-se a definição do vetor potencial magnético  $\vec{A}$ , expresso pela equação (5.18), onde as componentes  $B_x$  e  $B_y$  estão ligadas as variações de  $\frac{\partial A_z}{\partial y}$  e  $\frac{\partial A_z}{\partial x}$  respectivamente. Como na linha equipotencial que determina a fronteira do problema  $\frac{\partial A_z}{\partial y} = 0$  somente existe uma componente  $B_y$ , isso implica que as linhas de fluxo são paralelas a equipotencial do vetor potencial magnético.

$$\nabla \times \vec{A} = \vec{B} \quad (5.18)$$

Determinar as condições de fronteira também é uma parte essencial da formulação do problema a ser analisado usando *FEA* (fase chamada de pré-processamento), para que, durante a resolução deste (fase chamada de processamento), os cálculos também sejam simplificados evitando que o *software* realize cálculos em regiões onde não seria necessário devido ao fato de que o comportamento dos campos magnéticos é conhecido ou não é uma área de interesse.

A *Ansoft* [12] recomenda que, para problemas que são resolvidos usando *FEA*, é necessário refinar a malha em regiões do problema onde se deseja obter uma precisão maior e simplificar outras regiões do problema usando as condições de fronteira. Isso implica na obtenção de uma solução precisa e com o menor tempo possível.

### 5.3 – Problemas a serem resolvidos no projeto do transformador planar

Usando o *software Ansoft Maxwell*, para o projeto do transformador planar versão 2, conforme foi destacado anteriormente, é necessário uma etapa de simulação usando *FEA*. Nesta etapa serão resolvidos problemas de Magnetostática e Transiente Magnético, com o objetivo de otimizar a geometria do secundário e validar a operação do transformador planar projetado.

Este *software* utiliza aproximações das equações de *Maxwell*, e usa essas aproximações para compor outras equações e usá-las no cálculo do problema utilizando *FEA* (similar a forma demonstrada no método de *Galerkin*, descrito no item anterior).

### 5.3.1 –Magnetostática

Para realizar o cálculo de indutâncias próprias, de dispersão, mútuas e coeficientes de acoplamento com precisão, é necessário utilizar esse tipo de simulação. Para a resolução deste tipo de problema o *software* considera as grandezas magnéticas  $B$  e  $H$  como estacionárias (não variantes no tempo) [12]. A única transformação de energia que ocorre neste tipo de problema são as perdas ôhmicas devido às correntes que circulam pelos condutores (que são as excitações do problema  $J$ ).

Segundo *Ansoft* [12], o *software* usa as equações (5.19) e (5.20).

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} \quad (5.19)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (5.20)$$

O *software* também utiliza a equação (5.21) para o cálculo de  $B$ .

$$B = \mu_0 \mu_r (H + M_p) \quad (5.21)$$

$M_p$  representa a magnetização permanente do material, uma intensidade de campo magnético que deve ser fornecida para que a energia desta alinhe os momentos magnéticos do material para que o núcleo seja magnetizado.

Segundo *Ansoft* [12], a distribuição do campo magnético é determinada para permeabilidade magnética  $\mu_r$  que está associada ao material e que é determinada pela intensidade de campo magnético sobre o material. Pode-se incluir uma curva de magnetização no *software* e para materiais com laminações ou anisotrópicos (onde uma característica física varia com as direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ )  $\mu_r$  pode ser definido como um tensor.

Problemas foram encontrados ao simular-se  $\mu_r$  usando uma curva de magnetização do material ferrite. Devido a esse fato, neste projeto irá considerar-se  $\mu_r$  como sendo linear e isotrópico (onde essa característica física é igual em todas as direções), para obter simulações com menor tempo computacional.

De acordo com *Ansoft* [12], o problema é resolvido a partir de passos adaptativos. Em cada passo adaptativo o *software* calcula o erro de energia em cada ponto do problema. Nas regiões onde o erro é maior, o *software* refina a malha de forma a reduzir o erro. Esse processo de refino de malha pode ser visto na figura 5.7.

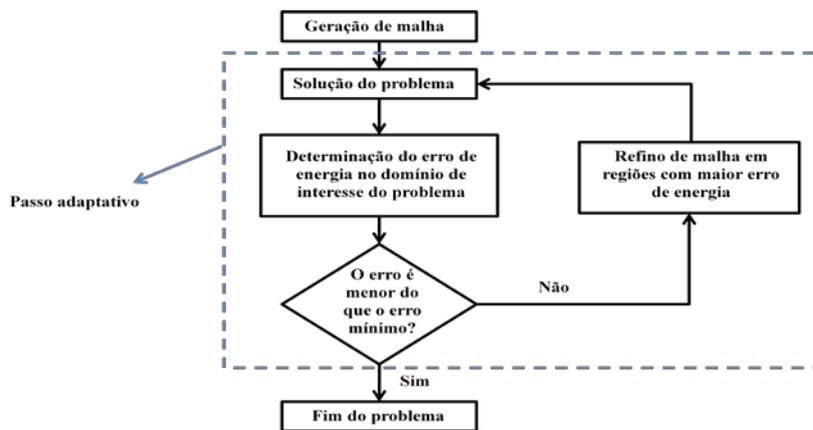


Figura 5.7 – Fluxograma do passo adaptativo que o *software* utiliza no processo de solução de problema.

O percentual de elementos que são adicionados a região onde o erro é maior, o erro máximo que a solução do problema deve possuir (o que determina a precisão desta solução) e o número de passos adaptativos podem ser alterados. A figura 5.8 mostra a janela de configuração do programa que permite fazer essas alterações.

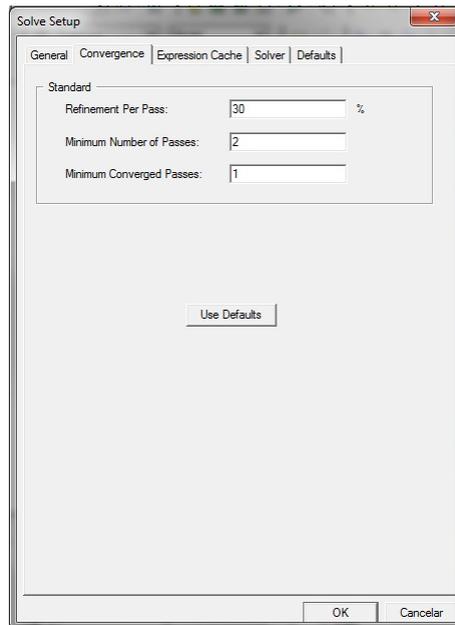


Figura 5.8 – Janela de configuração do *software* que permite configurar o número de passos adaptativos e o refino de malha a cada passo [12].

É aconselhável não utilizar um erro muito pequeno que implique em uma precisão muito grande e utilizar poucos passos adaptativos, porque isso implica em tempo menor gasto na solução o problema.

### 5.3.2 – Transiente Magnético

Nesse tipo de solução o *software* calcula transientes de campos eletromagnéticos que variam no tempo. O *software* calcula o valor da intensidade de campo magnético  $H$  e a densidade superficial de corrente  $J$  e a partir desses valores calcula outras grandezas como  $B$ , força eletromotriz ( $emf$ ), força e torque. A solução destes problemas é muito complexa porque, para calcular campos eletromagnéticos variantes no tempo é necessário calcular esses campos para cada instante de tempo. De acordo Ansoft [12], isso é mais complexo do que calcular campos estáticos ou em regime permanente.

Para obter a solução do problema, o *software* usa as seguintes aproximações das equações de *Maxwell* descritas pelas equações (5.21), (5.22) e (5.23).

$$\nabla_x \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (5.21)$$

$$\nabla_x \vec{H} = \sigma \vec{E} \quad (5.22)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (5.23)$$

A partir da equação (5.22) tem-se:

$$\vec{E} = \frac{\nabla_x \vec{H}}{\sigma} \quad (5.24)$$

Substituindo a equação (5.24) na equação (5.21) tem-se:

$$\nabla_x \left( \frac{\nabla_x \vec{H}}{\sigma} \right) + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0 \quad (5.25)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (5.23)$$

As equações (5.23) e (5.25) são as equações que o *software* utiliza para o cálculo de transientes de campos magnéticos. Para as não linearidades que estão presentes nas equações, o *software* usa o método de *Newton-Raphson* para calcular a solução do problema.

São usadas também equações de circuitos elétricos para obter-se as perdas ôhmicas devido aos campos magnéticos variantes no tempo e as correntes que circulam os condutores.

De acordo com *Ansoft* [12], o usuário do *software* é responsável por criar uma malha que capture os fenômenos eletromagnéticos que deseja-se obter e visualizar sua solução (efeito pelicular e efeito de proximidade).

#### 5.4- Descrição dos modelos usados nas simulações

A partir do software *Ansoft Maxwell* foram desenvolvidos 2 modelos tridimensionais para as versões 1 e 2 do transformador planar. Esses modelos foram usados nas simulações realizadas usando *FEA*, onde por meio destas foram obtidas diversas grandezas físicas dos modelos que dizem respeito às condições de operação.

As soluções dessas simulações com os dois modelos irão permitir a comparações de operação e eficiência entre as duas versões de transformadores planares. Uma descrição detalhada dos modelos utilizados nas simulações é realizada a seguir.

Na figura 5.10 é possível observar o modelo tridimensional do transformador planar versão 1, onde os primários e secundário são fiéis ao projeto físico desta versão do transformador planar usado para testes em bancada.

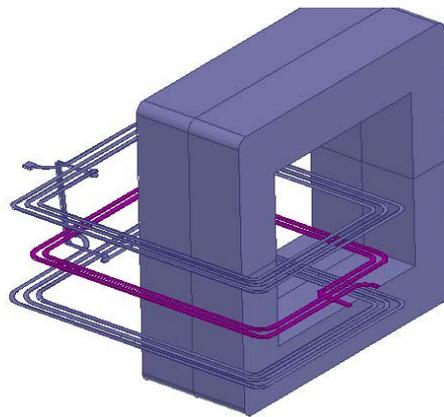


Figura 5.10 - Modelo tridimensional do transformador planar versão 1.

A figura 5.11 destaca o núcleo do transformador e as espiras que formam o primário e secundário. As espiras que formam o primário formam uma configuração PSP envolvendo o secundário e o deixando entre as espiras do primário.

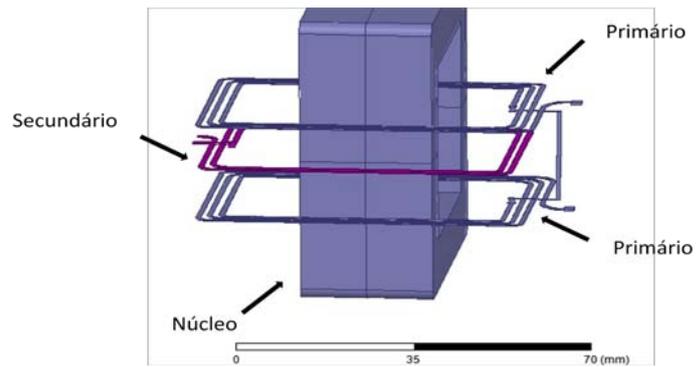


Figura 5.11 – Transformador planar versão 1, com destaque aos enrolamentos primário, secundário e o núcleo.

A figura 5.12 mostra o transformador planar da versão 2, projetado neste trabalho. Sua estrutura é a mesma do transformador planar da versão 1.

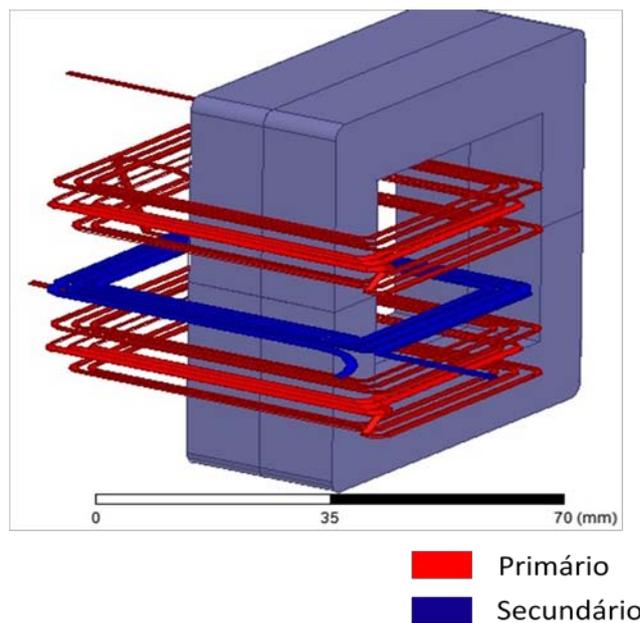


Figura 5.12 – Transformador planar versão 2.

Como pode ser observado na figura 5.12, a partir dos valores de  $N_p$  e  $N_s$  projetados no capítulo 4 ( $N_p = 18$  e  $N_s = 6$ ), desenvolveu-se o modelo tridimensional do transformador planar versão 2 dividindo-se o número de espiras do primário  $N_p$  em 6 camadas, cada uma com 3 espiras.

As camadas que contém as espiras do enrolamento primário foram separadas em dois grupos onde cada um deles contém 3 camadas (ou 9 espiras) e compõe uma parte do enrolamento primário.

O posicionamento de cada grupo foi realizado de forma a intercalar cada parte do enrolamento primário com o enrolamento secundário com o objetivo de reduzir as perdas devido ao efeito de proximidade.

O enrolamento secundário foi desenvolvido com 2 camadas, cada uma com 3 espiras, totalizando 6 espiras. A otimização da geometria deste enrolamento é uma etapa essencial para o projeto do transformador planar versão 2 como será visto posteriormente. Algumas das geometrias utilizadas para a realização dessas tarefas podem ser vistas na figura 5.13.

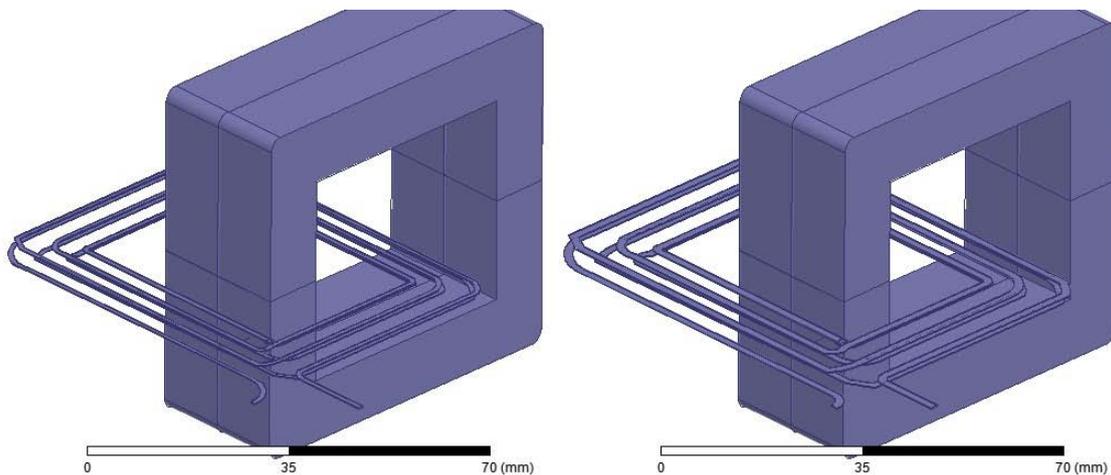


Figura 5.13 - Modelo tridimensional de algumas das geometrias do secundário usadas no projeto do transformador planar versão 2.

Na figura 5.13, a geometria deste enrolamento foi totalmente parametrizada. O *software Ansoft Maxwell* permite atribuir variáveis a posições de objetos, dimensões desses, características de materiais, termos matemáticos de funções, grandezas elétricas e outras características físicas dos modelos tridimensionais a serem analisados. Essas variáveis foram atribuídas a cada ponto que constitui a geometria e a partir do *software* puderam ser alteradas facilmente. As figuras 5.14 e 5.15 destacam o enrolamento do secundário do transformador planar versão 2 e as variáveis usadas para alterar a geometria desse enrolamento.

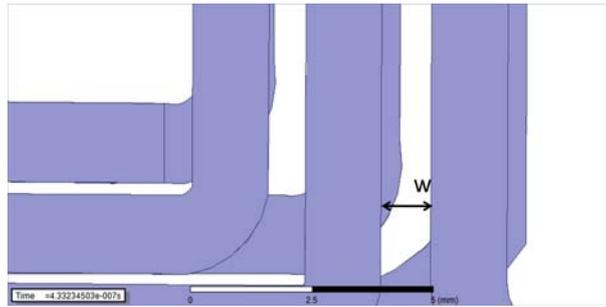


Figura 5.14 – Vista superior do secundário com destaque para a variável  $w$ .

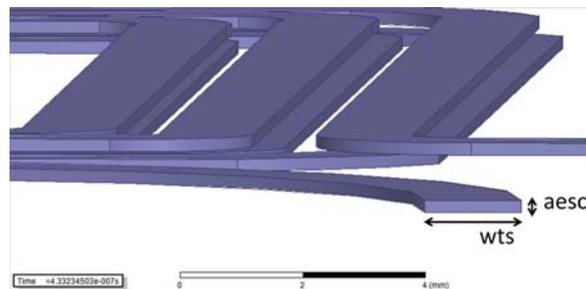


Figura 5.15 – Vista em perspectiva do secundário com destaque para as variáveis  $wts$  e  $aesc$ .

As variáveis que permitem alterar a geometria do enrolamento secundário são:

- $w$  é uma variável que permite alterar o espaçamento entre cada espira que constitui o enrolamento secundário. Os valores de  $w$  não expressam a distância real entre as espiras mas são proporcionais a essas;
- $wts$  é uma variável que permite alterar a largura da espira, parâmetro essencial para o projeto do secundário porque, para grandes valores da largura da espira, permite um menor valor de  $J$  e uma maior corrente que pode circular pelo enrolamento;
- $aesc$  é uma variável que determina a altura da espira do secundário, juntamente com  $wts$  permite alterar a área da secção transversal da trilha da constitui o enrolamento secundário. Essa área é fundamental para o projeto do enrolamento porque determina o valor de  $J$  que é fundamental para determinar o valor de  $B$  de operação do núcleo. A área também é fundamental para o projeto térmico do

transformador porque, valores elevados de  $J$  fazem a trilha aumentar sua temperatura rapidamente e uma área maior permite um maior fluxo de energia térmica com o ambiente sem aumentar a temperatura da trilha e do núcleo.

Capítulo 6:  
Simulações realizadas e  
análise dos resultados

## 6. Simulações realizadas e análise dos resultados

### 6.1 –Etapa de simulações usando FEA

Conforme foi dito anteriormente, foram realizadas algumas simulações de forma a validar a operação do transformador planar, garantindo que a energia é transferida de forma satisfatória entre o primário e o secundário do transformador e também para obter o coeficiente de acoplamento  $k$  do transformador planar versão 2 em função da geometria do secundário. Isso permitiu que o projeto de geometria deste fornecesse um maior nível de tensão no secundário e uma curva  $V_s \times I_s$  que permitisse o acionamento do tiristor com segurança e confiabilidade.

As simulações do tipo magnetostática foram realizadas no software *Ansoft Maxwell* e as simulações do tipo transiente magnético foram realizadas usando os softwares *Ansoft Maxwell* e *Simplorer*. O uso desses 2 softwares é necessário porque as simulações do tipo transiente magnético são co-simulações onde os 2 softwares fornecem informações um ao outro a cada passo do processamento para calcular a solução do fenômeno eletromagnético (transiente magnético).

O processo de co-simulação pode ser visto na figura 6.1.

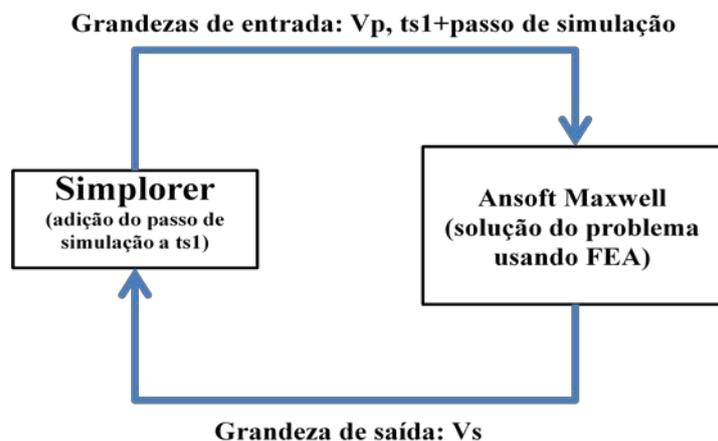


Figura 6.1- Processo de co-simulação.

Na co-simulação, o software *Simplorer* fornece um valor de tensão  $V_p$  que é aplicada aos terminais do primário do modelo tridimensional do transformador planar. No software *Ansoft Maxwell*, a tensão  $V_p$  fornece a excitação do problema de transiente

magnético e, para um instante de tempo específico (também fornecido pelo *Simplorer*), esse software calcula a solução do problema.

A tensão  $V_s$  (que é um dos resultados da solução do problema de transiente magnético) é fornecida pelo software *Ansoft Maxwell* para o *Simplorer*, que aplica esta tensão nos terminais de  $R_l$  e fornece a corrente do secundário ( $I_s$ ) para o software *Ansoft Maxwell*. Nesse software, a corrente  $I_s$  permite o cálculo dos campos eletromagnéticos gerados por essa corrente e a sua distribuição no modelo tridimensional do transformador. Isso permite o cálculo (pós-processamento) de grandezas como indutâncias mútuas, indutâncias de dispersão e  $k$ .

Nas simulações foram utilizados os modelos tridimensionais dos transformadores planares versão 1 e 2 descritos no capítulo 4.

## **6.2 – Parâmetros das simulações**

Para uma simulação mais realística, de forma que os resultados se aproximem mais dos resultados físicos reais, foi necessário adicionar os parâmetros referentes aos materiais usados no projeto. Cada tipo de simulação teve seus parâmetros específicos adicionados e as simplificações convenientes (que serão descritas a seguir) que permitiram obter os resultados precisos e com o menor tempo possível.

### **6.2.1 – Co-simulações do tipo transiente magnético**

Os parâmetros adicionados nesse tipo de simulação foram as perdas do núcleo  $P_m$  obtidos no capítulo 3 e a curva de magnetização do material de ferrite (que foi utilizado nos projetos das 2 versões do transformador planar).

A curva de magnetização  $BH$  foi obtida através do software *Saber*, a partir da curva fornecida por *Thornton* [22]. Essa curva pode ser vista na figura 3.3 do capítulo 3. Os dados foram armazenados em um arquivo .csv que foi incluído como uma propriedade do material no software *Ansoft Maxwell*.

As janelas do software *Ansoft Maxwell* que permitem adicionar estes parâmetros podem ser vistas nas figuras 6.2 e 6.3.

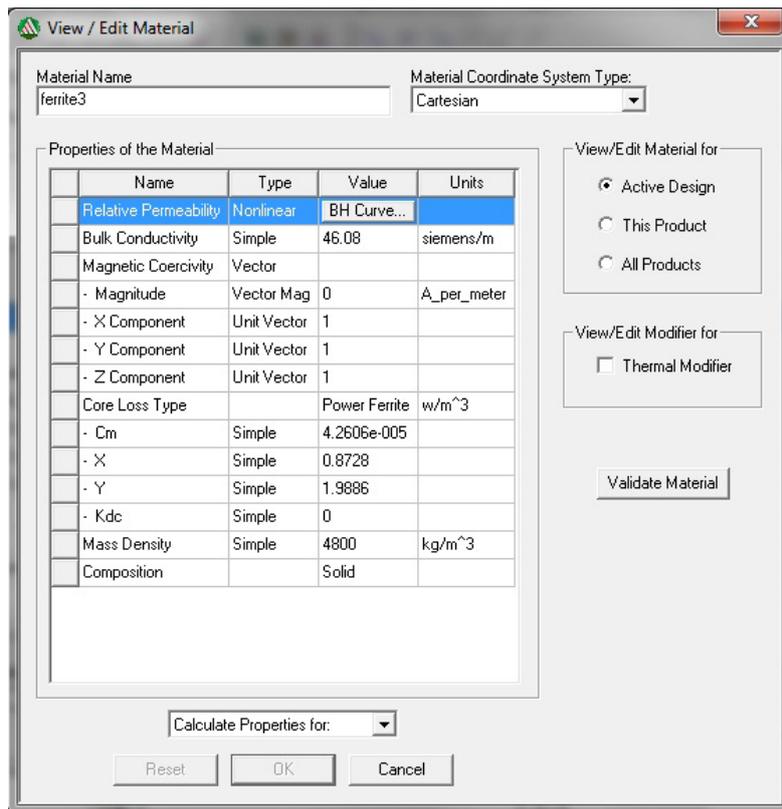


Figura 6.2 – Janela de configuração para alteração das propriedades do material.

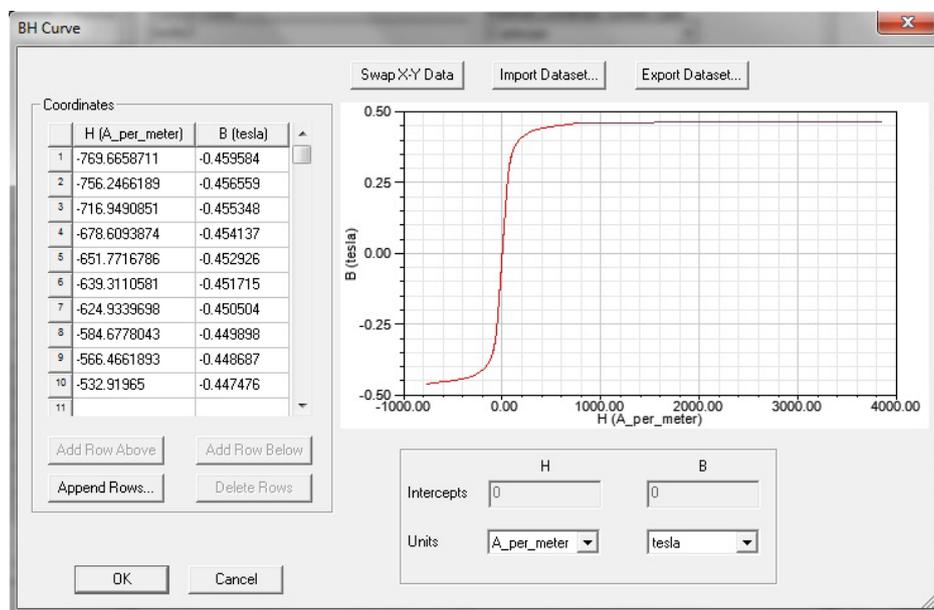


Figura 6.3 - Janela de configuração da curva de magnetização *BH*.

Nas co-simulações realizadas, montou-se um circuito no software *Simplorer* que permitiu criar formas de onda  $V_p$  aplicadas aos terminais dos modelos do transformador planar. A tensão de saída  $V_s$  é fornecida pelo software *Ansoft Maxwell* e é aplicada aos terminais de  $R_l$  que é a resistência conectada aos terminais do secundário (representada por  $R1$  na figura 6.4). Esse circuito pode ser visto na figura 6.4.

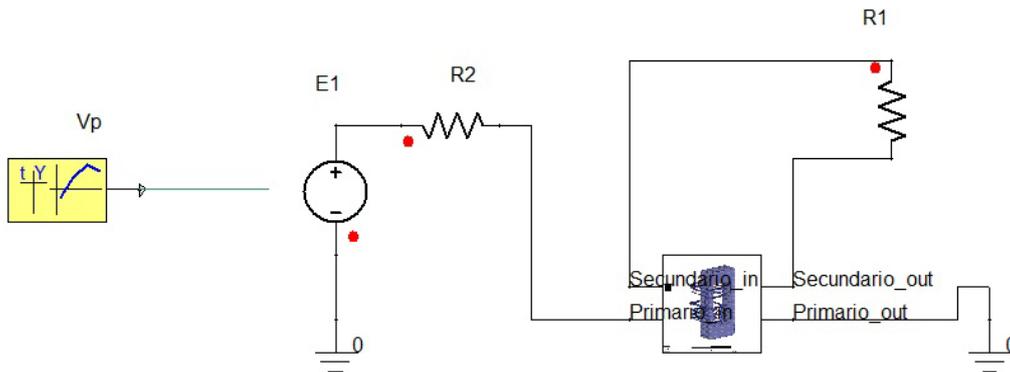


Figura 6.4 – Circuito criado no *Simplorer* que foi utilizado na co-simulação.

A janela do software *Simplorer* que permite configurar os passos de simulação pode ser vista na figura 6.5.

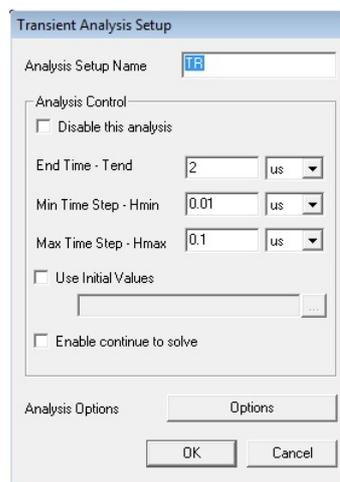


Figura 6.5 – Janela de configuração dos passos de simulação do *Simplorer*.

Os passos de simulação usados podem ser vistos figura 6.5. Os passos configurados possuem valores de mínimo e máximo porque, devido as não linearidades

do problema no software *Ansoft Maxwell*, passos mínimos devem ser adotados para obter a solução do problema. Essa estratégia do software usada na resolução do problema permite calcular as menores variações das grandezas físicas envolvidas para não linearidades do problema (como o cálculo de  $B$  realizado a partir da curva de magnetização  $BH$  que tem característica não linear) obtendo-se resultados mais precisos.

### 6.2.2 – Simulações do tipo Magnetostática

Para esse tipo de simulação, os parâmetros de  $P_m$  foram os mesmos usados para as co-simulações do tipo transiente magnético. Contudo, a curva de magnetização  $BH$  foi linearizada para que o cálculo realizado durante o processamento para a obtenção da distribuição de  $H$  no núcleo se tornasse mais simples. Esse recurso resultou em uma menor precisão dos cálculos, mas permitiu que a simulação fosse realizada tornando a viável e possibilitando a obtenção de resultados significativos mesmo com uma menor precisão.

A janela do software *Ansoft Maxwell* que permite configurar as propriedades do material e os parâmetros utilizados pode ser vista na figura 6.6. Nessa janela, a propriedade *Relative Permeability* permite definir a curva de magnetização  $BH$  como uma curva não linear interpolada pelo software a partir dos pontos de um arquivo “.csv” fornecidos pelo usuário, como um tensor ou como uma constante, o que implica em uma curva de magnetização  $BH$  linear. Essa última foi a configuração usada para esse tipo de simulação.

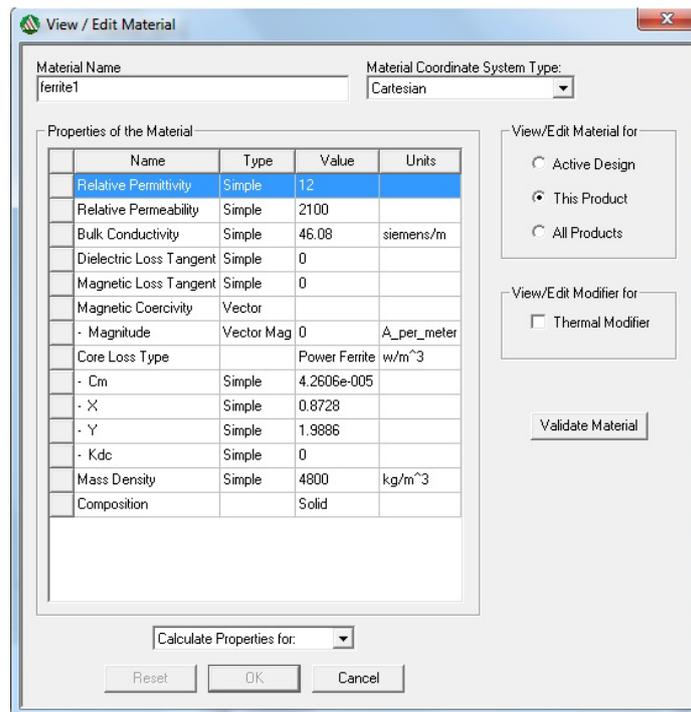


Figura 6.6 – Janela de configuração das características do material para a simulação magnetostática.

Conforme foi dito anteriormente, nesse tipo de simulação os campos magnéticos  $B$  e  $H$  não variam no tempo e o processamento desse tipo de simulação é feita através de passos adaptativos.

Os parâmetros referentes ao percentual de elementos adicionados em cada passo adaptativo, o número de passos adaptativos e o erro máximo de energia que implica na precisão da simulação podem ser vistos na figura 6.7.

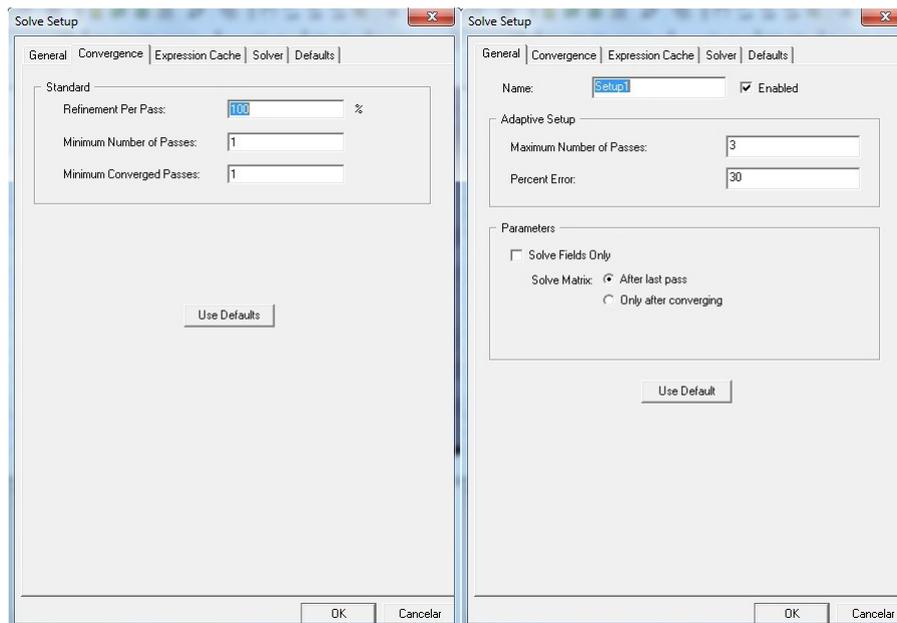


Figura 6.7 – Janelas de configuração dos parâmetros da simulação Magnetostática.

Na figura 6.7, algumas configurações merecem ser destacadas. O refinamento por passo (“*Refinement per Pass*”) permite configurar a porcentagem que a quantidade de elementos é das regiões de interesse da malha é aumentada a cada passo adaptativo. O valor 100% usado nessa configuração implica que a quantidade de elementos (tetraedros) nas regiões de interesse dobra a cada passo adaptativo. Isso permite que as simulações alcancem o mínimo de erro em menor tempo.

A configuração máximo número de passos (“*maximum number of Passes*”), possibilita configurar o número máximo de passos adaptativos usados. Uma maior quantidade de passos adaptativos resulta em uma precisão maior dos resultados, mas o tempo necessário para obter-se esses resultados também aumenta. Os passos adaptativos são realizados até que o erro de energia nos vértices dos tetraedros e regiões de interesse seja menor do que o erro configurado (Erro percentual – “*Percentual Error*”). Se o erro dos resultados obtidos for maior do que o erro percentual, após todos os passos adaptativos serem realizados, isso implica que a simulação não convergiu. O valor 3 para a quantidade de passos adaptativos usada e erro percentual de 30% (que define a precisão dos resultados obtidos), permitem que a simulação seja realizada com a maior precisão e usando o menor tempo possível.

Algumas simulações que merecem destaque são descritas a seguir com seus respectivos resultados.

### 6.3 – As simulações realizadas e análise dos resultados

#### 6.3.1 – Magnetostática

Esse tipo de simulação foi realizada para calcular o coeficiente de acoplamento  $k$  em função das variáveis  $w$ ,  $wts$  e  $aesc$ . Para obter esses resultados, foi realizada uma simulação do tipo paramétrica, onde para cada variação de cada variável que determina a geometria do enrolamento secundário foi resolvido um problema de magnetostática. O apêndice III mostra todas as variações de cada uma das variáveis usadas na simulação.

Cada linha da tabela aIII.1 do apêndice III representa uma simulação realizada. Cada uma dessas simulações exige muito tempo para ser concluída (aproximadamente 30 minutos cada), fornecendo a solução de cada problema. Por isso não foi possível fazer simulações para menores variações de  $w$ ,  $wts$  e  $aesc$ , porque isso implicaria em uma quantidade maior de problemas para serem resolvidos e um tempo muito maior para concluir a simulação paramétrica.

As simulações realizadas para variações específicas da geometria do enrolamento secundário fornecem uma aproximação significativa do comportamento do coeficiente de acoplamento  $k$  em função das variáveis  $w$ ,  $wts$  e  $aesc$ .

A simulação paramétrica demandou cerca de 48 horas para ser concluída e forneceu os seguintes resultados.

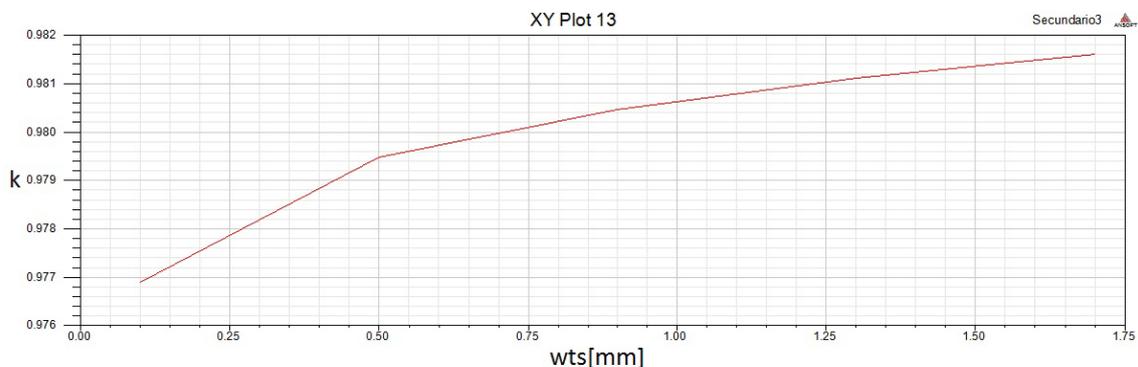


Figura 6.8 - Coeficiente de acoplamento  $k$  em função de  $wts$  para  $w = 1$  e  $aesc = 0,2$  mm.

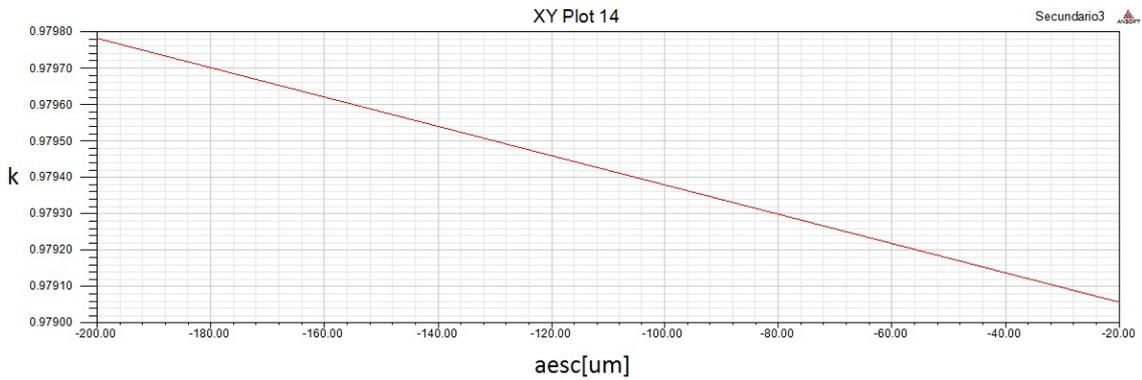


Figura 6.9 - Coeficiente de acoplamento  $k$  em função de  $aesc$  para  $w = 1$  e  $wts = 0,9 \text{ mm}$ .

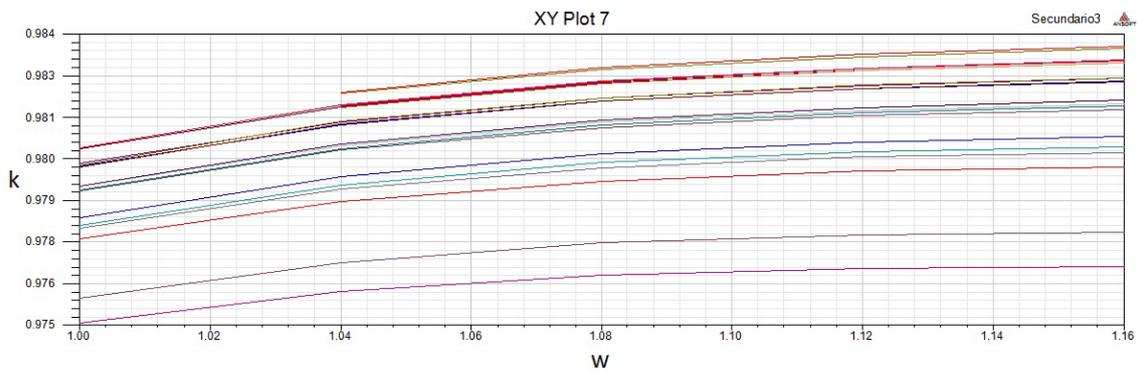


Figura 6.10 – Coeficiente de acoplamento  $k$  em função da geometria do núcleo. Cada curva representa a variação de  $k$  em função de  $w$  para um par de valores de  $wts$  e  $aesc$ .

A partir das curvas mostradas na figura 6.10, projetou-se o enrolamento secundário (com 2 camadas) com as dimensões referentes à curva que define os maiores valores de  $k$ . O secundário projetado pode ser visto na figura 6.11.

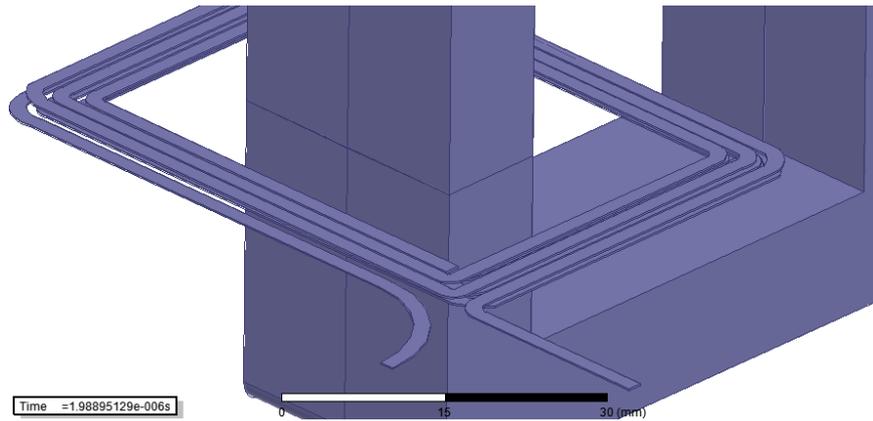


Figura 6.11- Secundário projetado para o transformador planar versão 2.

O enrolamento secundário projetado possui os seguintes parâmetros:

$$w = 1;$$

$$wts = 1,6mm;$$

$$aesc = 0,2mm;$$

A partir dos resultados obtidos, pode-se observar que a variação de  $k$  é significativa em função de cada uma das variáveis usadas para projetar a geometria do secundário. Analisando as figuras 6.8, 6.9 e 6.10, pode-se observar que a variação de  $k$  é maior em função de  $wts$  e de  $w$ , onde para valores elevados de  $w$  e de  $wts$  tem-se os maiores valores de  $k$ . Os resultados mais detalhados desta simulação podem ser vistos na tabela aIII.2 do apêndice III.

Não se utilizou os valores de  $w$ ,  $wts$  e  $aesc$  que fornecessem o maior valor de  $k$  porque, conforme será visto nas próximas simulações, eles não fornecem a curva  $V_s \times I_s$  desejada.

Maximizar o valor de  $k$  implica em aumentar a indutância mútua e reduzir as indutâncias de dispersão do primário e secundário. Isso pode ser verificado a partir da equação (2.25).

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_p L_s}} \quad (2.25)$$

Era esperado que um menor espaçamento entre as espiras do secundário reduzisse drasticamente a indutância de dispersão do secundário. Mas as simulações mostraram que existe um espaçamento específico ( $w = 1,08$ ) onde as indutâncias de dispersão do primário e secundário reduzem drasticamente e a indutância mútua aumenta. Isso ocorre porque as linhas de fluxo do secundário nesse espaçamento fornecem para as linhas de fluxo do primário um caminho de maior relutância e vice-versa. Isso implica em uma diminuição das indutâncias de dispersão de ambos enrolamentos e um aumento do coeficiente de acoplamento  $k$ . Isso pode ser verificado pelos gráficos da figura 6.10 e pela figura 6.12 que mostra a indutância mútua em função de  $w$ .



Figura 6.12 – Indutância mútua entre os enrolamentos primário e secundário para diferentes geometrias do secundário.

Tabela 6.1 – Valores de indutância mútua entre os enrolamentos primário e secundário em função de  $w$ ,  $wts$  e  $aesc$ . Os valores de cada célula da tabela são os valores das indutâncias mútuas em  $\mu H$ .

$ aesc /wts$	$w= 1$	$w= 1,04$	$w= 1,08$	$w= 1,12$	$w= 1,16$
0,2mm/0,1mm	411,3963	411,2855	410,872	411,1964	410,7047
0,2mm/0,5mm	411,0681	411,152	410,9498	411,0552	410,9531
0,2mm/0,9mm	411,1611	410,9687	411,3221	410,8094	410,6427
0,2mm/1,3mm	411,2713	411,0637	411,1187	410,9321	410,6975
0,2mm/1,7mm	x	411,2316	411,2643	410,9218	410,7384
0,02mm/0,1mm	411,3694	411,3779	411,2177	411,0743	410,9941
0,02mm/0,5mm	411,2164	411,2229	411,2943	410,9926	410,6243
0,02mm/0,9mm	411,0098	410,986	411,013	410,9632	410,7518
0,02mm/1,3mm	411,4191	411,3009	411,4253	410,9141	410,6468
0,02mm/1,7mm	x	411,0652	411,0142	411,0235	410,6257

Os valores “x” da tabela são resultados da simulação paramétrica que não convergiram para uma geometria específica do enrolamento secundário, mas as indutâncias mútuas obtidas para as demais variações da geometria do enrolamento secundário mostraram-se satisfatórias possibilitando as análises anteriores.

### 6.3.2 – Transiente Magnético

A partir dos resultados das simulações de Magnetostática, que permitiram projetar a geometria do secundário, foram realizadas co-simulações para resolver o problema de transiente magnético do transformador planar versão 2 para validar sua operação e obter a curva de carga  $V_s \times I_s$ .

Para validar a precisão do simulador quanto à operação do transformador planar, realizou-se uma simulação com o propósito de comparar a operação do transformador planar versão 1 com os resultados experimentais obtidos a partir de operações desse transformador em bancada.

A partir dos dados da tensão  $V_p$  obtida experimentalmente ( $V_{pexp}$ ), usou-se o software *Simplorer* para criar uma fonte que enviasse essa tensão  $V_{pexp}$  para o transformador planar versão 1 a partir da co-simulação.

$V_{pexp}$  possui uma amplitude máxima de  $V$  e um período de  $2\mu s$ . A forma de onda não é quadrada devido ao fato de que o hardware disponível para realizar os testes experimentais possui características intrínsecas que alteraram a forma de onda. A tensão fornecida  $V_{pexp}$  entretanto, mostrou-se essencial para validar a operação do transformador planar. Essa tensão pode ser vista na figura 6.13.

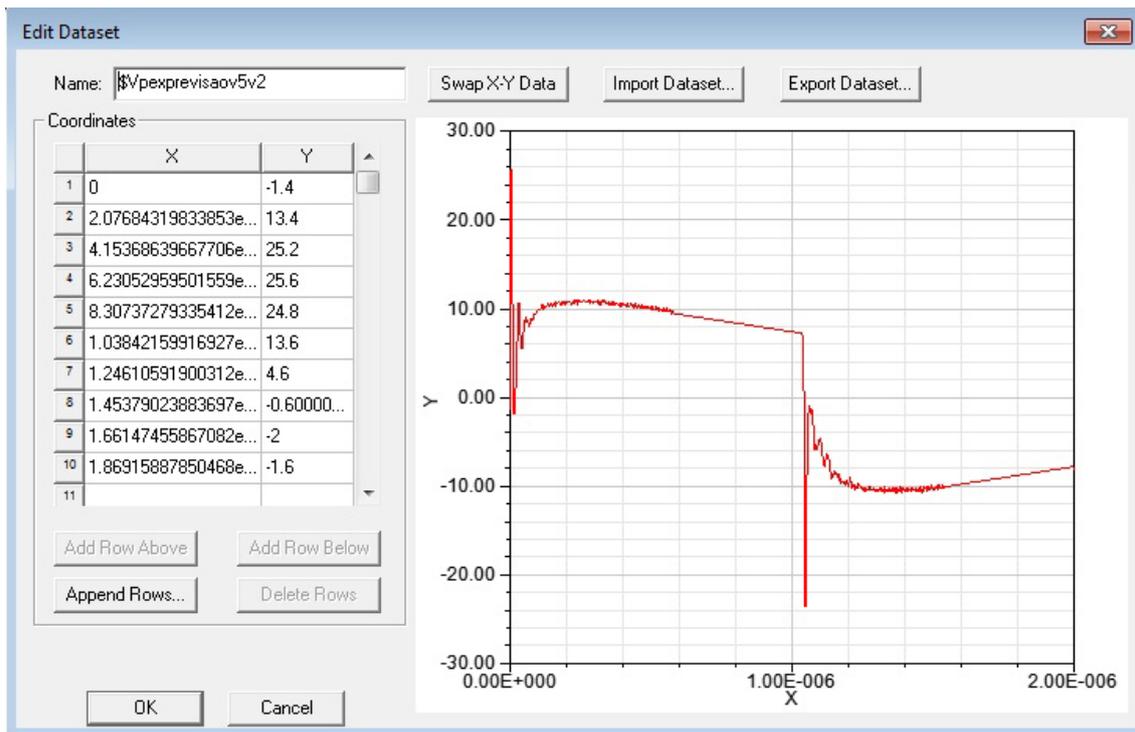


Figura 6.13-Janela de configuração no software *Ansoft Maxwell* que permite incluir os dados de  $V_p$  obtido experimentalmente ( $V_{pexp}$ ).

Usando-se o software *Ansoft Maxwell*, obteve-se a solução do problema e a partir dela a tensão  $V_s$ . Comparando-se  $V_s$  fornecida pelo software com a tensão no secundário obtida a partir de testes experimentais tem-se:

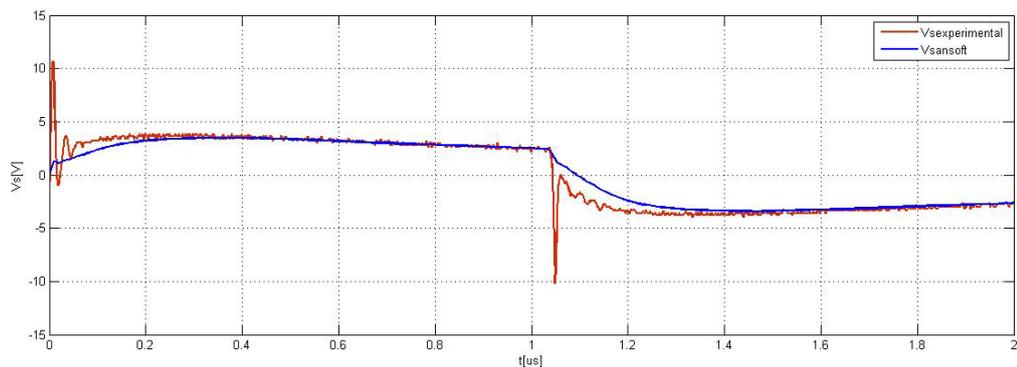


Figura 6.14-  $V_s$  obtido experimentalmente (vermelho) comparado ao  $V_s$  obtido por simulação no software *Ansoft Maxwell* (azul).

Analisando-se a figura 6.14, é possível observar que  $V_s$  obtido a partir da co-simulação é muito similar a  $V_s$  obtido experimentalmente. As diferenças entre as duas formas de onda devem-se ao fato de que o modelo tridimensional usado na simulação não utiliza o material *FR4* (fibra de vidro) para simplificação dos cálculos e de que a simulação do tipo transiente magnético usa uma das soluções fornecidas pelas equações de *Maxwell* que não possibilitam o cálculo de capacitâncias parasitas que estão presentes na placa do secundário do transformador planar versão 1. As capacitâncias parasitas são responsáveis pelas oscilações de tensão observadas nos gráficos da figura 6.14 e que são a principal diferença entre os resultados obtidos experimentalmente e aqueles fornecidos pela simulação.

Os níveis de tensão entre as duas formas de onda são aproximadamente os mesmos (entre  $-4V$  e  $+4V$ ). Esse resultado mostra que os simuladores e resultados fornecidos por eles tem precisão adequada em relação aos resultados físicos reais de operação do transformador planar.

A partir desse resultado, realizou-se simulações da operação dos transformadores planares versão 1 e 2 para  $V_{pexp}$  aplicada ao enrolamento primário:

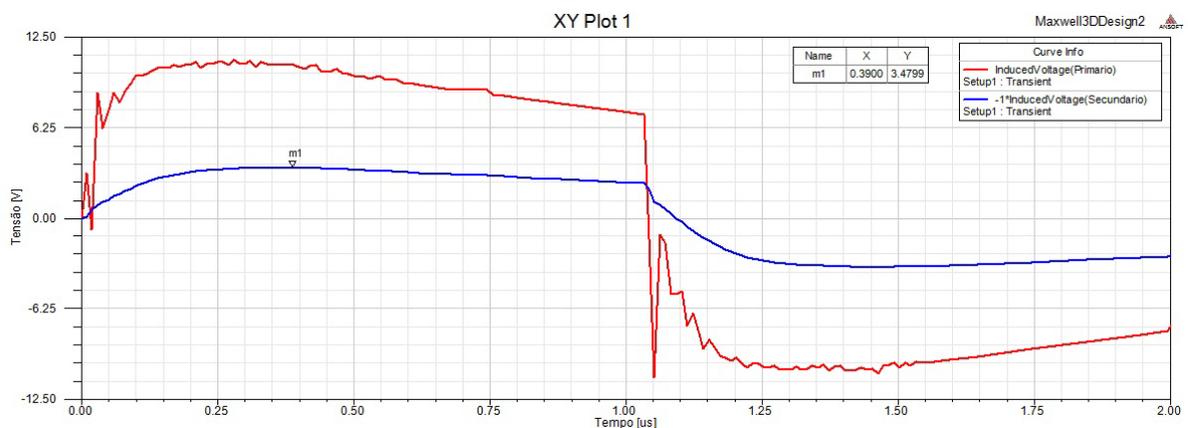


Figura 6.15 - Operação do transformador planar versão 1 a partir de  $V_{pexp}$  destacando seu valor máximo (*m1*).

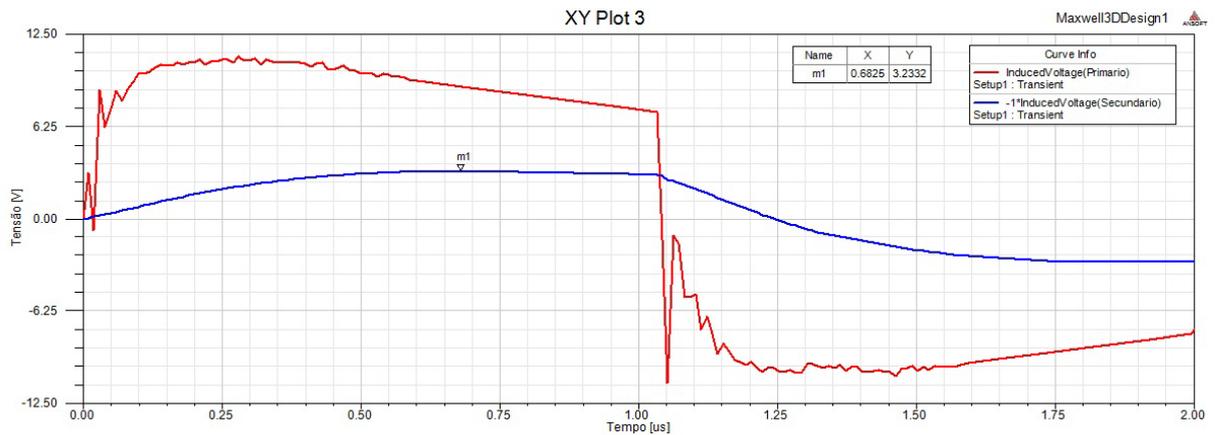


Figura 6.16 - Operação do transformador planar versão 2 a partir de  $V_{pexp}$  destacando seu valor máximo (m1).

Realizou-se também as mesmas simulações de operação nos modelos de transformadores planares referentes às versões 1 e 2. Para essas simulações,  $V_p$  é uma forma de onda quadrada de amplitude  $15V$  e frequência  $500kHz$ . Os passos de simulação, características de materiais e a malha usada foram as mesmas usadas nas simulações de transiente magnético anteriores.

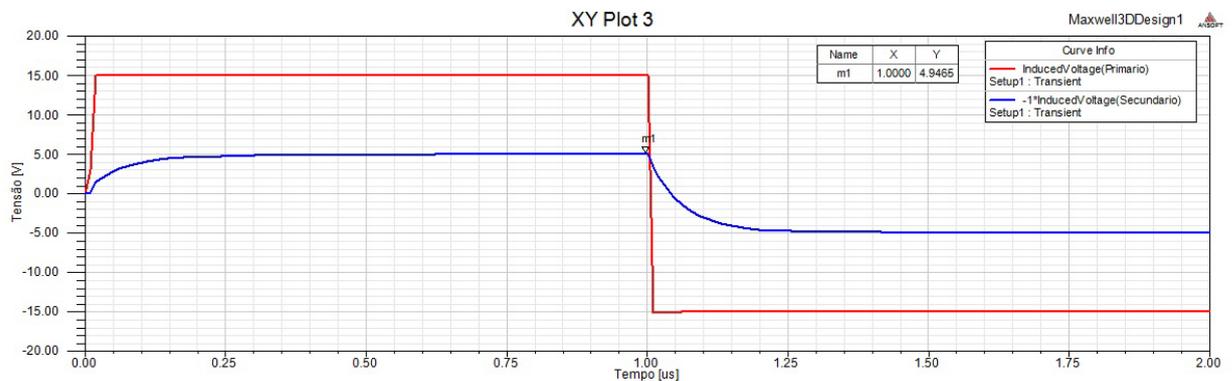


Figura 6.17 - Operação do transformador planar versão 1 com  $V_p$  possuindo uma forma de onda quadrada.

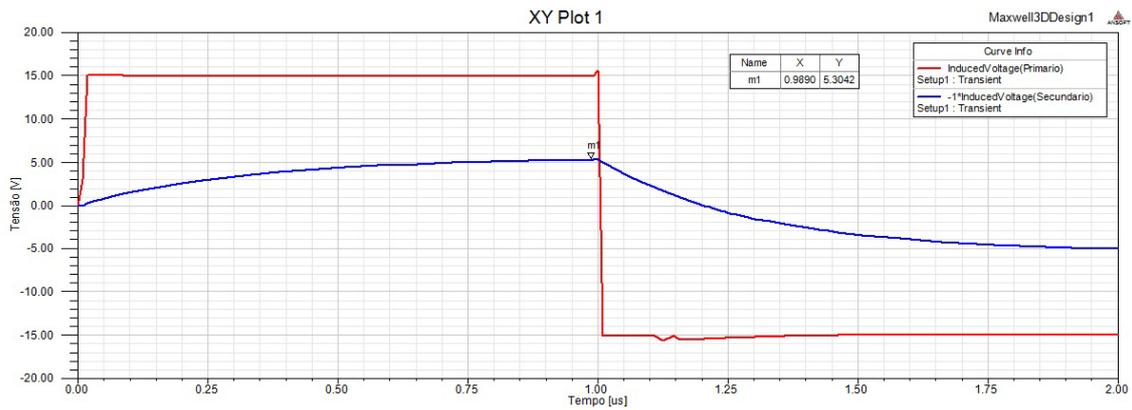


Figura 6.18 - Operação do transformador planar versão 2 com  $V_p$  possuindo uma forma de onda quadrada.

A partir das simulações realizadas anteriormente, é possível realizar algumas análises, no que diz respeito à operação do transformador planar versões 1 e 2.

Nas figuras 6.15 e 6.16, onde estão destacados os valores máximos de tensão  $V_s$  (usando-se o cursor  $m1$ ), pode-se observar que os valores máximos de  $V_s$  foram ligeiramente diferentes entre as simulações com o modelo do transformador planar versão 1 e o modelo do transformador planar versão 2. Para o transformador planar versão 1, a tensão  $V_s$  máxima é de 3,4799V, enquanto que para o transformador planar versão 2,  $V_s$  máximo é de 3,2332V.

Esse resultado representa uma redução de 7,09% na tensão fornecida pelo secundário do transformador planar versão 2 comparado a sua versão 1.

A partir das figuras 6.17 e 6.18, é possível observar que os transformadores planares operam de forma satisfatória, para a frequência de 500kHz, tensão de entrada de 15V e temperatura de operação 23°C, transferindo energia para o secundário e obedecendo a relação de transformação  $N_p:N_s$  (3:1). Essas simulações demonstram que o transformador planar versão 2, foi projetado corretamente e fornece a tensão  $V_s$  desejada (5V). Comparando as 2 versões dos transformadores planares para as condições de operação descritas anteriormente, observa-se que a tensão máxima de  $V_s$  fornecida na versão 2 do transformador planar (5,3042V) é maior do que a tensão  $V_s$  fornecida pela versão 1 (4,9455V).

Analisando essas mesmas figuras, é possível observar que os valores máximos de  $V_s$  ( $m1$ ) são maiores do que os mesmos valores máximos obtidos nas simulações de operação dos transformadores planares a partir de  $V_{pexp}$ . Isso deve-se ao fato de que, pela forma de onda ser quadrada, seu fator de forma de onda ( $K_x$ ) é 4. Isso implica no surgimento de valores maiores de  $V_s$  em relação as figuras 6.15 e 6.16, já que, de acordo com a equação (3.25), é necessário este valor de  $K_x$  para que o enrolamento com o número de espiras projetado consiga enlaçar uma quantidade de fluxo que varie no tempo capaz de gerar a tensão  $V_s$  desejada. Isso explica também o resultado visto nas figuras 6.15 e 6.16, em que o valor máximo de tensão  $V_s$  ( $m1$ ) é maior para o transformador planar versão 1 em relação ao transformador planar versão 2, a partir de  $V_{pexp}$ . A análise a seguir explica esse resultado.

Analisando a equação (3.25) para a condição de operação descrita pelas figuras 6.15 e 6.16, é possível observar que a tensão  $V_s$  é determinada pelo fator forma de onda  $K_x$ , o número de espiras do secundário  $N_s$ , a densidade superficial de fluxo máxima  $B_{max}$  e a frequência  $f$ . A partir da lei de *Faraday* tem-se:

$$V_{max} = -\left. \frac{d\phi_s}{dt} \right|_{t=\frac{T}{2}} \quad (6.1)$$

Onde  $T$  é o período da onda de fluxo enlaçado pelo secundário  $\phi_s(t)$ .

Sabe-se que  $\phi_s$  é numericamente igual a  $N_sBAe$  segundo a lei de *Gauss*.

$$\iint \vec{B} \cdot d\vec{A} = \phi_s$$

$$\phi_s = N_sBAe \quad (6.2)$$

Substituindo-se a equação (6.2) em (6.1) tem-se:

$$V_{max} = -\left. \frac{dN_sBAe}{dt} \right|_{t=\frac{T}{2}}$$

$$V_{max} = -N_sAe \left. \frac{dB}{dt} \right|_{t=\frac{T}{2}} \quad (6.3)$$

Para uma onda quadrada, a equação (6.3) é numericamente igual à equação (3.25) descrita abaixo.

$$V_{max} = K_x f N_s A e B_{max} \quad (3.25)$$

Considerando-se os valores absolutos de (6.3) e igualando-se as equações (6.3) e (3.25) tem-se:

$$\left. \frac{dB}{dt} \right|_{t=\frac{T}{2}} = K_x f B_{max}$$

Analisando a operação dos transformadores planares versão 1 e 2 para onda quadrada, descritas pelas figuras 6.17 e 6.18, as derivadas de  $B$  em função do tempo ( $K_x f B_{max}$ ) são ligeiramente diferentes, sendo maior para o transformador planar versão 1 em relação ao transformador planar versão 2. Isso ocorre devido ao fato de que o fator  $K_x f$  permanece constante e  $B_{max}$  é menor para o transformador planar versão 2 em relação ao transformador planar versão 1. A tensão  $V_p$  constante ao longo de metade do período, implica que a corrente  $I_p$  e a densidade superficial de fluxo  $B$  possuem formas triangulares resultando nas derivadas descritas anteriormente. A multiplicação pelo número de espiras do secundário  $N_s$  para as duas versões dos transformadores planares implica na diferença entre as tensões  $V_s$  ( $N_s$  é maior para o transformador planar versão 2 em relação ao transformador planar versão 1).

Analisando-se a operação do transformadores planares versões 1 e 2 para as condições descritas nas figuras 6.15 e 6.16, pode-se observar que  $V_p$  não é constante ao longo de metade do período da onda. Especificamente a partir de aproximadamente  $\frac{T}{4}$  observa-se que a tensão  $V_p$  começa a diminuir de forma linear. Isso implica que a corrente  $I_p$  e  $B$  apresentam uma forma de onda que não é triangular e que tende a diminuir de forma quadrática. Isso aumenta a diferença entre a derivada de  $B$  em função do tempo para as 2 versões dos transformadores planares de forma que o fator  $N_s$  não é

capaz de compensar e resulta em uma tensão  $V_s$  menor para a operação do transformador planar versão 2 em relação ao transformador planar versão 1, condição física diferente do esperado.

Esse resultado valida e reforça a importância do fator forma de onda ( $K_x$ ) no projeto de operação de transformadores planares, visto que uma onda que não tenha o valor de  $K_x$  desejado pode gerar não-linearidades (como a descrita anteriormente) e alterar drasticamente as condições de operação gerando tensões, correntes e condições físicas muito diferentes daquelas desejadas no projeto.

Foram realizadas simulações paramétricas no *Simplorer*. O objetivo destas simulações é obter as curvas de carga  $V_s \times I_s$  para diferentes geometrias do secundário do transformador planar versão 2. As curvas de carga validam o projeto da geometria, permitindo saber como a tensão  $V_s$  varia em função da corrente do secundário  $I_s$  que é requisitada pelo tiristor. Essas curvas podem ser vistas nas figuras 6.19 e 6.20.

A curva de carga da figura 6.19 corresponde a geometria do secundário que possui os seguintes parâmetros:

- Geometria 1:

$$w = 1,08;$$

$$wts = 1,6mm;$$

$$aesc = 0,2mm;$$

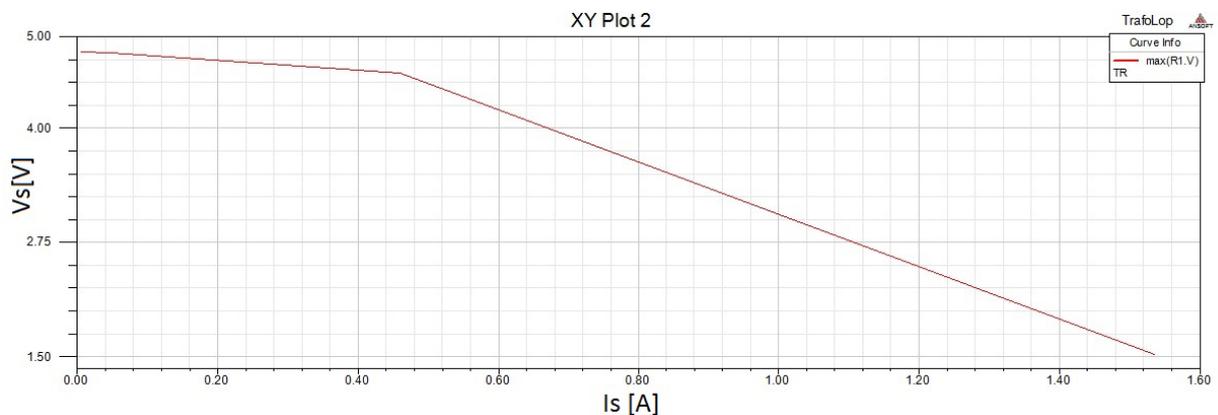


Figura 6.19- Curva de carga  $V_s \times I_s$  do transformador planar versão 2 para a geometria

1.

A curva de carga da figura 6.20 corresponde a geometria do secundário que foi utilizada no projeto da versão 2 do transformador planar e possui os seguintes parâmetros:

- Geometria 2:

$$w = 1;$$

$$wts = 1,6mm;$$

$$aesc = 0,2mm;$$

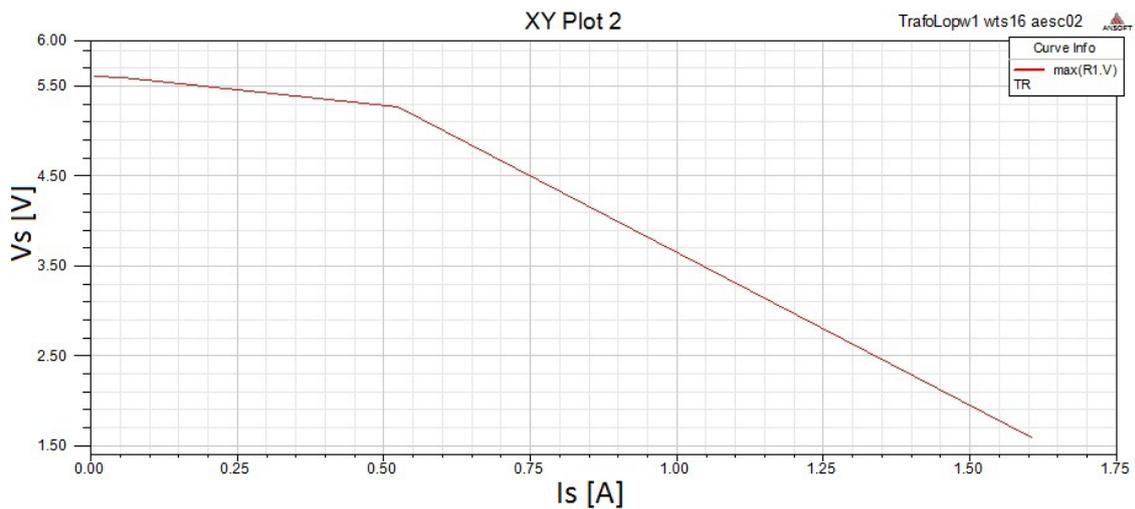


Figura 6.20 - Curva de carga  $V_s \times I_s$  do transformador planar versão 2 para a geometria 2.

O critério para a escolha desses parâmetros foi a curva de coeficiente de acoplamento  $k$  mostrada na figura 6.10. Para os parâmetros correspondentes a figura 6.19, que fornecem um maior valor de  $k$ , observou-se que a curva de carga apresentou menores tensões  $V_s$  e menores correntes  $I_s$ . Isso se deve a uma maior indutância Mútua que limita a corrente do secundário e devido ao fato de que, para reduzir as indutâncias de dispersão, o espaçamento entre as espiras obtido reduz também a indutância própria do secundário, diminuindo a quantidade de fluxo enlaçado por esse. Isso pode ser verificado a partir das equações (1.20) e (6.1).

A curva de carga da figura 6.20 por outro lado, é uma curva referente a uma geometria que fornece maiores tensões  $V_s$  e  $I_s$ . A indutância Mútua e o acoplamento não são maximizados, mas a indutância do secundário é maior. Isso implica em uma maior quantidade de fluxo enlaçado pelo secundário e maiores tensões  $V_s$  e correntes  $I_s$ . Esse resultado é ideal para o projeto do transformador planar versão 2, porque essa geometria fornece uma curva de carga que permite o acionamento de um tiristor de forma segura e confiável.

A partir da figura 3.12, que fornece a altura máxima que a secção transversal da trilha deve ser projetada para que o enrolamento tenha perdas mínimas devido ao efeito de proximidade, pode-se observar que a geometria do enrolamento secundário utilizada nesse projeto possui essa altura menor do que aquela especificada no gráfico da figura 3.12 ( $a_{esc} = 0,2mm$ ). Isso implica que as perdas no enrolamento secundário devido ao efeito de proximidade tendem a ser minimizadas de acordo com a análise realizada no capítulo 3.

### **6.3.2.1 – Simulações complementares**

As figuras 6.21 e 6.22, mostram o modelo tridimensional durante a operação do transformador planar versão 2 ( $V_p$  possui uma forma de onda quadrada), permitindo a análise espacial dos campos magnéticos ( $B$  e perdas do núcleo  $P_m$ ) no transformador planar e a distribuição espacial desses campos nesse equipamento.

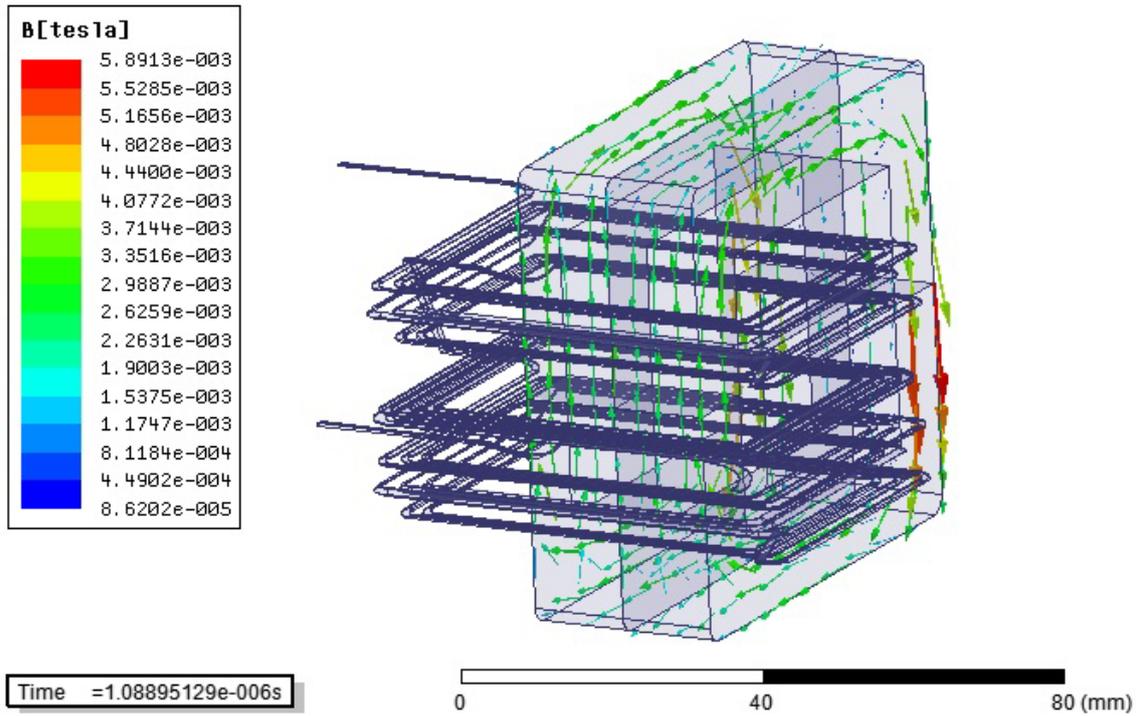


Figura 6.21 – Modelo tridimensional do transformador planar versão 2 com  $B$  distribuído ao longo do núcleo do transformador.

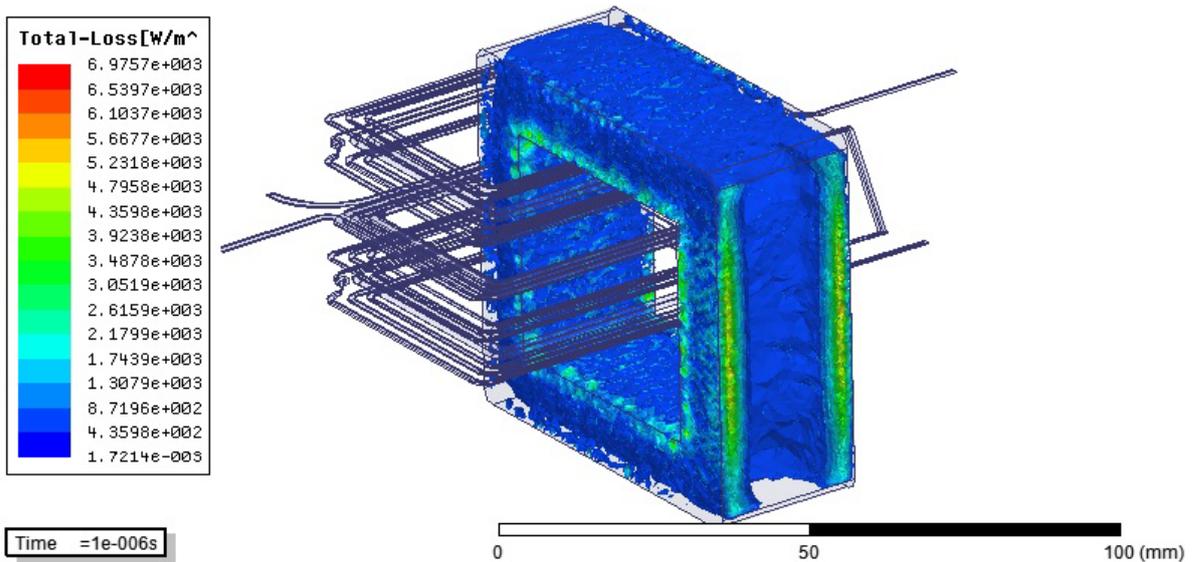


Figura 6.22 - Modelo tridimensional do transformador planar versão 2 com as perdas totais no núcleo.

As figuras 6.23 e 6.24, mostram as mesmas simulações para o modelo tridimensional do transformador planar versão 1.

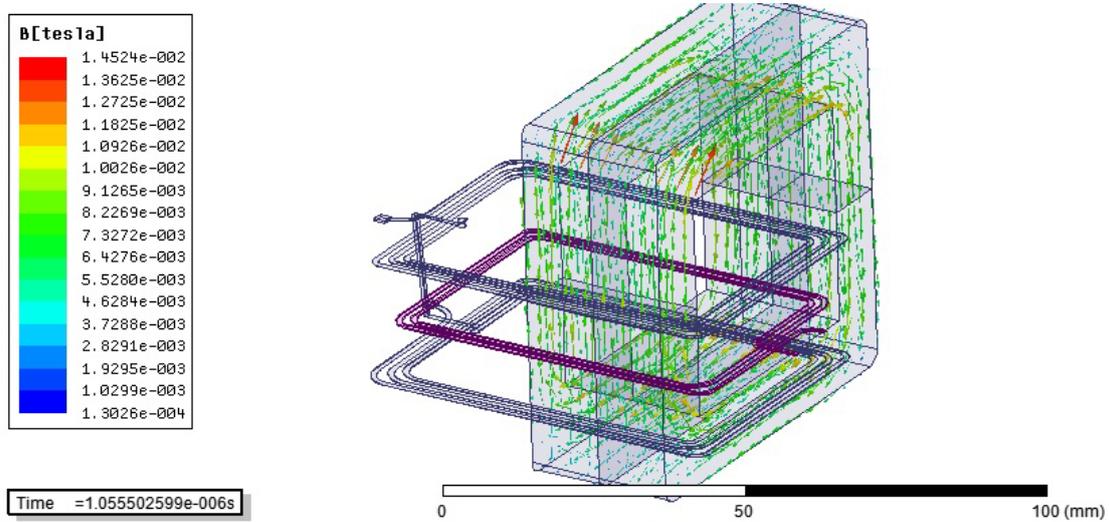


Figura 6.23 - Modelo tridimensional do transformador planar versão 1 com  $B$  distribuído ao longo do núcleo do transformador.

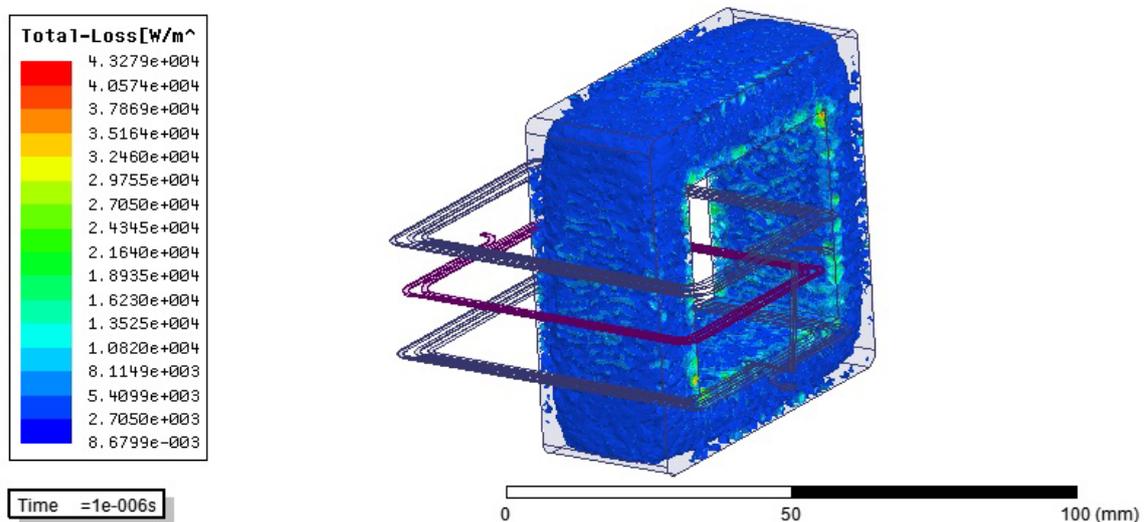


Figura 6.24 - Modelo tridimensional do transformador planar versão 1 com as perdas totais no núcleo.

Analisando as figuras 6.22 e 6.24, é possível identificar os pontos do núcleo onde as perdas são maiores e em que ocorre maior aumento de temperatura. Esses

pontos são nas extremidades curvilíneas do núcleo (áreas mais claras das figuras). Comparando-se as escalas localizadas na parte esquerda das figuras, pode-se observar que as perdas totais são menores no transformador planar versão 2. Isso mostra a eficiência desse projeto.

Realizando o pós-processamento e integrando-se as perdas totais ( $P_m$ ) mostradas nas figuras 6.21 e 6.24 em todo o volume do núcleo tem-se:

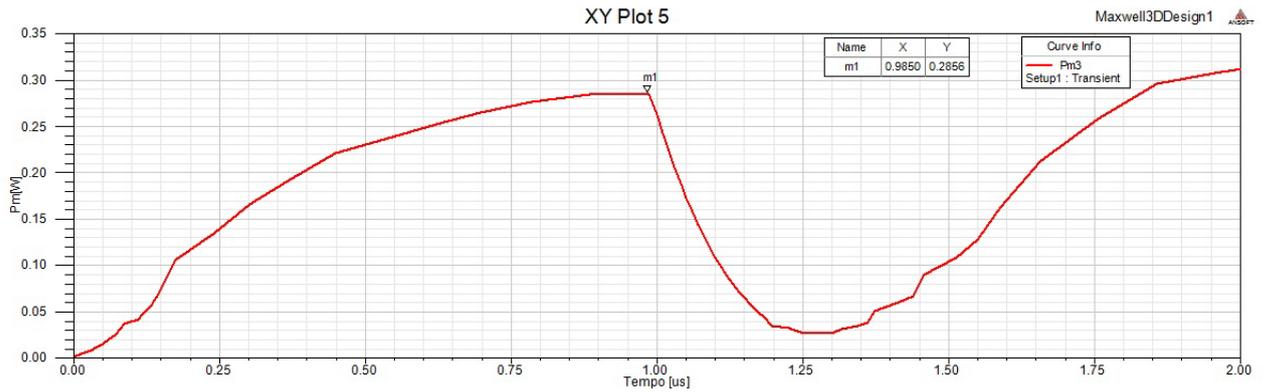


Figura 6.25 -  $P_m$  em função do tempo para o transformador planar versão 1.

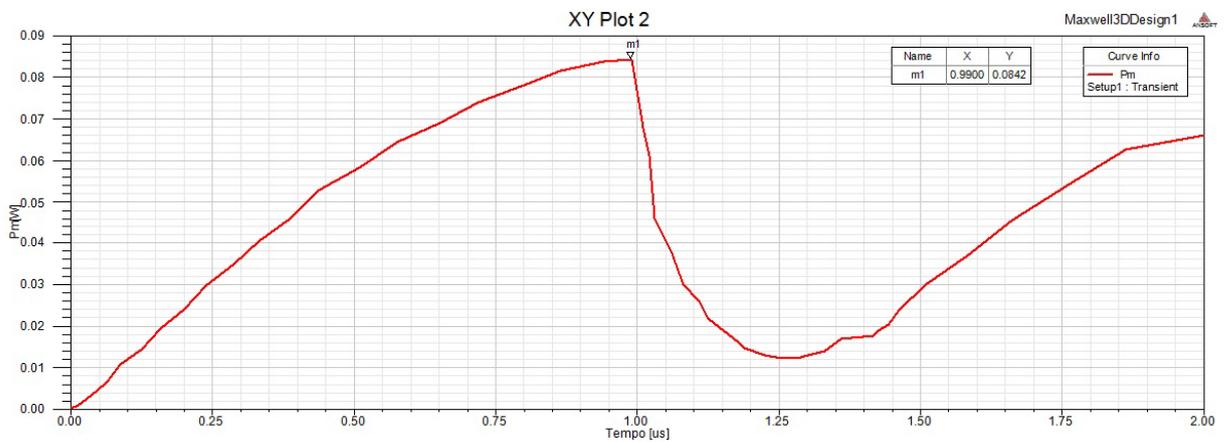


Figura 6.26 –  $P_m$  em função do tempo para o transformador planar versão 2.

Os mesmos resultados podem ser verificados nas figuras 6.25 e 6.26. As perdas totais do transformador planar versão 2 são menores do que as perdas calculadas para o transformador planar versão 1. Esse resultado reforça a eficiência do projeto do transformador planar versão 2. Os valores de  $P_m$  são diferentes dos valores projetados

no capítulo 3 devido ao fato de que não foi possível configurar todas as características do ferrite no simulador Ansoft *Maxwell* e também devido aos erros na determinação de constantes do material descritos no capítulo 4, o que implica na precisão da equação (2.50).

## Capítulo 7:

# Conclusões e considerações finais

## 7. Conclusões e considerações finais

A partir dos resultados obtidos, pode-se concluir que o projeto do transformador planar versão 2, foi realizado corretamente e sua operação, foi validada a partir das simulações de operação para diferentes tensões  $V_p$  e das comparações com as simulações de operação do transformador planar versão 1. O projeto atendeu de forma satisfatória aos requisitos do projeto.

Os resultados das simulações validam a metodologia de projeto e os modelos utilizados neste. Isso se deve ao fato de que muitas características de operação dos transformadores planares obtidas por meio das simulações foram previstas nos modelos utilizados no projeto.

As simulações também permitiram concluir que é necessário obter mais curvas das propriedades do ferrite (e curvas mais precisas), para obter-se uma equação de perdas totais no núcleo mais precisa e que não necessite de uma constante de ajuste.

A etapa de projeto referente à simulação usando *FEA (Finite Element Analysis)* foi fundamental para a realização deste projeto, porque permitiu obter soluções de fenômenos eletromagnéticos que seriam muito difíceis de resolver-se analiticamente.

Especificamente, a etapa de otimização da geometria do secundário revelou-se como uma etapa de significativa importância que pode ser incluída no projeto de transformadores planares, porque permite a otimização do projeto como um todo (já que muitas grandezas físicas são função da geometria dos enrolamentos).

Os resultados obtidos foram muito precisos e permitiram obter detalhes e características de operação em toda a estrutura do transformador planar. A partir desses pode-se desenvolver um transformador planar que opera com considerável eficiência, nos níveis de tensão e corrente desejados e com curva de carga  $V_s \times I_s$  otimizada, permitindo acionar tiristores com segurança e confiabilidade. A otimização da geometria do secundário depende dos níveis  $V_s$  e  $I_s$  exigidos no projeto e para cada projeto existe uma geometria adequada. Isso implica que, para muitas outras aplicações, usando essa metodologia, é possível projetar transformadores planares com uma geometria específica que forneça a curva de carga desejada.

Foi possível concluir também que o ponto de operação de maior eficiência para o transformador não é ponto de operação em que o transformador fornece a maior quantidade de energia. Isso torna cada projeto do transformador planar muito específico porque a escolha desse ponto de operação depende da sua aplicação específica, o que implica na escolha de um ponto de operação em que o transformador planar não opera com sua máxima eficiência.

Este trabalho forneceu uma contribuição e uma metodologia adequada para o projeto e a criação de versões futuras do transformador planar. As formas de onda obtidas experimentalmente podem ser incluídas nas simulações, o que permite validar os modelos referentes a esses equipamentos e ainda criar modelos mais complexos a partir dessas simulações.

O aumento do poder computacional utilizado, a inclusão de características mais precisas e modelos mais detalhados dos materiais, podem maximizar a precisão dos resultados das simulações futuras fornecendo características dos equipamentos e de operação desses mais próximos aos resultados físicos obtidos a partir de testes experimentais.

Este trabalho também serviu para reforçar que o *FEA* é uma poderosa ferramenta de projeto para a engenharia moderna e que a eletrônica de potência também pode fazer uso dela.

Como trabalhos futuros, planeja-se desenvolver novas versões de transformadores planares (a partir de otimizações das geometrias do primário e secundário usando simulações paramétricas), indutores planares e outros equipamentos presentes nos protótipos desenvolvidos no LEMT, incluindo análise tensorial dos materiais e modelos não lineares que descrevem as características dos materiais.

## Referências bibliográficas

## Referências

- [1] CHYSSIS, G., 1989, *High-frequency switching power supplies: theory and design*. 2 ed. New York, McGraw-Hill.
- [2] STEINMETZ, C. P., “Theory of a general alternating current Transformer”. *Twelveth General Meeting of the American Institute of Electrical Engineers (AIEE)*, 245-256, Niagara Falls, New York, USA, 25-25 June 1895.
- [3] HEAVISIDE, O., 1886, “Electromagnetic induction and its propagation”, *The Electrician*, vol. 17, n. 5 (Mai), pp. 44-50.
- [4] SALON, S. J., 1995, *Finite Element Analysis of Electrical machines*. Netherlands, Kluwer Academic Publishers.
- [5] SU, Y.P., LIU X., HUI, S.Y. R., 2009, “Mutual Inductance Calculation of Movable Planar Coils on Parallel Surfaces”, *IEEE TRANSACTIONS ON POWER ELECTRONICS*, Vol. 24, n. 4 (Abr ), pp. 1115-1123.
- [6] WANG, S., 2003, *Modeling and Design of planar integrated Magnetic Component*. Master of Science in Electrical Engineering Dissertation, Virginia Polytechnic Institute and State University, Virginia EUA;
- [7] FAGUNDES, J. C. S., EBERT, C. L., CARPES JR, W. P., “Determination of Magnetic Losses in planar magnetic elements”. *International Conference of Electrical machines*, Vilamoura, Portugal, 6-9 September 2008.
- [8] QUINN, C., RINNE, K., O’DONNELL, T., DUFFY, M., MATHUNA, C. O., “A review of planar magnetic Techniques and technologies”. *Applied Power Electronics Conference(APEC)*, 1175-1138, Anaheim, California, USA, 4-8 March 2001.
- [9] MICROPRESS, 2011, *Capacidade técnica padrão/ Requisitos para Layout e Especificação de PCI*. In: Relatório interno de informações técnicas, Micropress interconexões ilimitadas, São Paulo.

- [10] FERROXCUBE, *Design of planar power transformers application note*.
- [11] GRAGSKI, P. M., LEE, F. C., “Design of high-frequency hybrid power transformer”. *Applied Power Electronics Conference (APEC)*, 319-326, New Orleans, Louisiana, USA, 1-5 February 1988.
- [12] ANSOFT , 2010, *Maxwell Online Help*.SAS IP Inc.
- [13] FAGUNDES, J. C. S., EBERT, C. L., CARPES JR, W. P., “Projeto de indutores e transformadores planares utilizados em fontes de alimentação chaveadas”. *VIII Conferência Internacional de Aplicações Industriais*, Poços de caldas, Minas Gerais, Brasil, 17-20 agosto 2008.
- [14] PRIETO, R., OLIVER, J. A., COBOS, J. A., UCEDA, J., “1D magnetic component model for planar structures”. *Power Electronics Specialists Conference (PESC)*, 574-579, South Carolina, Charleston, USA, 1-1 July 1999.
- [15] ODENDAAL, W. G., 1997, *A generic approach for the modeling of high power density magnetic components*. Dissertation, Rand Afrikaans University, Johannesburg, South Africa.
- [16] FERREIRA, J. A., 1987, *Electromagnetic modeling of power electronic converters*. Dissertation, Rand Afrikaans University, Johannesburg, South Africa.
- [17] SIEMENS, 1994, *Ferrites and Accessories*. Germany, Siemens Matsushita Components GmbH &Co.KG Marketing Kommunikation.
- [18] REIS, M. S., MENAS, J. S., BRASIL, T. A., AREDES, M., “A General S-DVR Symmetrical Model and Implementation”. *21<sup>st</sup> IEEE - International Symposium on Industrial Electronics*, 46-51, Hangzhou, China, 28-31 May 2012.

[19] PRIETO, R., GARCIA, O., ASENSI, R., COBOS, J. A., UCEDA, J., “Optimizing the performance of planar transformers”. *Applied Power Electronics Conference (APEC)*, 415-421, San Jose, California, USA, 3-7 March 1996.

[20] SKUTT, G., LEE, F., RIDLEY, R., NICOL, D., “Leakage inductance and termination effects in a high-power planar magnetic structure”. *Applied Power Electronics Conference (APEC)*, 295-301, Orlando, Florida, USA, 13-17 February 1994.

[21] BARTOLI, M., REATTI, A., KAZIMIERCZUK, M. K., “High-Frequency Models of Ferrite Core Inductors”. *Industrial Electronics, Control and Instrumentation, IECON' 94, 20th International Conference on*, 1670-1675, Bologna, Italy, 5-9 September 1994.

[22] THORNTON, 2008, *Catálogo de Ferrite*. 1ed. São Paulo, Thornton Eletrônica Ltda.

[23] EBERT, C. L., 2008, *Projeto de elementos magnéticos planares utilizados em fontes de alimentação chaveadas visando a redução das perdas de energia*. Tese\* de D.Sc., UFSC, Florianópolis, SC, Brasil.

[24] JACOB, F., BELYTSCHKO T., 2009, *Um primeiro curso em Elementos Finitos*. Rio de Janeiro, LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A.

# Apêndices



Considerando-se que as frequências da intensidade de campo magnético do núcleo de ferrite não são elevadas têm-se:

$$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = 0$$

Obtêm-se a equação (2.3):

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{j}$$

Sabe-se que:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad (\text{aI.1})$$

Substituindo-se a equação (aI.1) na equação (2.3) tem-se:

$$\nabla \times \vec{H} = \sigma \vec{E} \quad (\text{aI.2})$$

Aplicando-se o rotacional aos 2 termos da equação (aI.2) têm-se:

$$\begin{aligned} \nabla \times \nabla \times \vec{H} &= \sigma \nabla \times \vec{E} \\ \nabla^2 \vec{H} &= \sigma \nabla \times \vec{E} \end{aligned} \quad (\text{aI.3})$$

Considerando que o problema é analisado sobre o plano  $xy$ , para a simplificação do problema é realizado a mudança para o sistema de coordenadas cilíndricas. Essa mudança implica que a intensidade de campo magnético  $H$  é determinada somente pela sua componente tangencial  $H_\theta$ . A partir destas considerações obtem-se a equação aI.4.

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 H_\theta}{\partial \theta^2} = \sigma \nabla \times \vec{E} \quad (\text{aI.4})$$

Substituindo a equação (2.1) que descreve a lei de Faraday na equação (aI.4) têm-se:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.1)$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 H_\theta}{\partial \theta^2} = -\sigma \frac{\partial B_\theta}{\partial t} \quad (aI.5)$$

Considerando uma variação senoidal de  $B$  em função do tempo e sabendo-se que  $B = \mu_0 \mu_r H$ , tem-se:

$$B(t) = B_{max} \text{sen}(\omega t)$$

$$\frac{\partial B_\theta}{\partial t} = j\omega B_\theta(t)$$

$$\frac{\partial B_\theta}{\partial t} = j\omega \mu_0 \mu_r H_\theta(t) \quad (aI.6)$$

Substituindo-se a equação (aI.6) na equação (aI.5) tem-se:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 H_\theta}{\partial \theta^2} = -j\sigma \omega \mu_0 \mu_r H_\theta(t) \quad (aI.7)$$

A partir da equação (3.29) que permite o cálculo da profundidade pelicular têm-se:

$$\delta = \sqrt{\frac{2\rho}{\omega \mu_0 \mu_r}} \quad (3.29)$$

$$\delta^2 = \frac{2}{\sigma \omega \mu_0 \mu_r}$$

$$\sigma \omega \mu_0 \mu_r = \frac{2}{\delta^2} \quad (aI.8)$$

Substituindo-se a equação (aI.8) na equação (aI.7) tem-se:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 H_\theta}{\partial \theta^2} = -j \frac{2H_\theta(t)}{\delta^2} \quad (\text{aI.9})$$

Realizando-se a integral de superfície sobre a área da janela de enrolamento do núcleo ( $A_{Je}$ ) sobre os dois termos da equação (aI.8) tem-se:

$$\int \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 H_\theta}{\partial \theta^2} dx dy = - \int j \frac{2H_\theta(t)}{\delta^2} dx dy$$

$$\int \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 H_\theta}{\partial \theta^2} dr d\theta r = -j \frac{2H_\theta(t)}{\delta^2} A_{Je}$$

$$\int \frac{1}{r^1} \frac{\partial^2 H_\theta}{\partial \theta^2} dr d\theta = -j \frac{2H_\theta(t)}{\delta^2} A_{Je}$$

$$\ln(r) \frac{\partial H_\theta}{\partial \theta} = -j \frac{2H_\theta(t)}{\delta^2} A_{Je}$$

$$\ln(r) \int_0^{H_\theta} \partial H_\theta = -j \frac{2H_\theta(t)}{\delta^2} A_{Je} \int_0^{2\pi} \partial \theta$$

$$\ln(r) H_\theta = -j \frac{2H_\theta(t)}{\delta^2} A_{Je} 2\pi$$

$$\ln(r) H_\theta = -j \frac{4\pi H_\theta(t)}{\delta^2} A_{Je}$$

$$A_{Je} = j \frac{\ln(r) H_\theta \delta^2}{4\pi H_\theta(t)} \quad (\text{aI.10})$$

A área da janela de enrolamento do núcleo  $A_{Je}$  é definida por:

$$A_{Je} = \pi r^2$$

O caminho médio efetivo  $l_e$  que as linhas de fluxo percorrem é definida a partir de  $A_{Je}$ , permitindo-se obter a seguinte equação:

$$l_e = 2\pi r$$

Obtendo-se o valor de  $r$ , é possível obter-se  $l_e$ . A partir da equação (aI.9), é possível obter  $H_\theta$  em função de  $\theta$  e  $t$  para parâmetros constantes da geometria ( $r$ ). Como nesta análise em particular deseja-se obter a variação de  $l_e$  em função da frequência, isso implica que a geometria deve variar para um valor constante de excitação do problema e para uma frequência variável. Isso não ocorre em condições normais de operação, onde a frequência tende a diminuir  $H_\theta(\theta, t)$  devido as correntes parasitas, mas como neste caso para fins de projeto este o valor de  $H_\theta(\theta, t)$  pode ser escolhido, isso justifica as considerações adotadas.

A partir desses fatos a equação (aI.9) torna-se:

$$\pi r^2 = j \frac{\ln(r)H_\theta \delta^2}{4\pi H_\theta(t)}$$

$$r^2 = j \frac{\ln(r)H_\theta \delta^2}{4\pi^2 H_\theta(t)} \quad (\text{aI.11})$$

Considerando duas frequências de operação do núcleo  $f_{n1}$  e  $f_{n2}$  e substituindo-as na equação (aI.11) tem-se:

$$r_{n1}^2 = j \frac{\ln(r_{n1})H_\theta \delta_{n1}^2}{4\pi^2 H_\theta(t)} \quad (\text{aI.12})$$

$$r_{n2}^2 = j \frac{\ln(r_{n2})H_\theta \delta_{n2}^2}{4\pi^2 H_\theta(t)} \quad (\text{aI.13})$$

Dividindo-se a equação (aI.13) pela equação (aI.12) tem-se:

$$\frac{r_{n2}^2}{r_{n1}^2} = \frac{j \frac{\ln(r_{n2})H_\theta \delta_{n2}^2}{4\pi^2 H_\theta(t)}}{j \frac{\ln(r_{n1})H_\theta \delta_{n1}^2}{4\pi^2 H_\theta(t)}}$$

$$\frac{r_{n2}^2}{r_{n1}^2} = \frac{j \ln(r_{n2})H_\theta \delta_{n2}^2}{4\pi^2 H_\theta(t)} * \frac{4\pi^2 H_\theta(t)}{j \ln(r_{n1})H_\theta \delta_{n1}^2}$$

$$\frac{r_{n2}^2}{r_{n1}^2} = \frac{\ln(r_{n2})\delta_{n2}^2}{\ln(r_{n1})\delta_{n1}^2} \quad (\text{aI.14})$$

É necessário considerar que os valores de  $r_{n1}$  e  $r_{n2}$  são fornecidos em metros, para que as outras unidades dos outros parâmetros da equação (aI.11) sejam calculados de acordo com aquelas usadas neste trabalho (Sistema Internacional de Unidades – S.I).

Devido ao fato de que os valores de  $r_{n1}$  e  $r_{n2}$  serem pequenos, e para a simplificação dos cálculos que permitirão obter uma constante de ajuste inicial, será realizada a seguinte consideração.

$$\ln(r_{n2}) \approx \ln(r_{n1}) \quad (\text{aI.13})$$

Aplicando a aproximação da equação (aI.13) na equação (aI.12) têm-se:

$$\frac{r_{n2}^2}{r_{n1}^2} = \frac{\delta_{n2}^2}{\delta_{n1}^2}$$

A partir da equação (3.29) tem-se:

$$\left(\frac{r_{n2}}{r_{n1}}\right)^2 = \frac{\frac{2}{\sigma \omega_{n2} \mu_0 \mu_r}}{\frac{2}{\sigma \omega_{n1} \mu_0 \mu_r}}$$

$$\left(\frac{r_{n2}}{r_{n1}}\right)^2 = \frac{2}{\sigma \omega_{n2} \mu_0 \mu_r} * \frac{\sigma \omega_{n1} \mu_0 \mu_r}{2}$$

$$\left(\frac{r_{n2}}{r_{n1}}\right)^2 = \frac{\omega_{n1}}{\omega_{n2}}$$

$$\left(\frac{r_{n2}}{r_{n1}}\right)^2 = \frac{2\pi f_{n1}}{2\pi f_{n2}}$$

$$\left(\frac{r_{n2}}{r_{n1}}\right)^2 = \frac{f_{n1}}{f_{n2}}$$

$$\frac{r_{n2}}{r_{n1}} = \sqrt{\frac{f_{n1}}{f_{n2}}} \quad (\text{aI.14})$$

A equação aI.14 expressa como o raio do caminho médio efetivo das linhas de fluxo que atravessam o núcleo  $r_{n2}$  varia de acordo com a frequência. Isso permite

determinar o fator de redução (constante de ajuste) em relação ao raio do caminho médio efetivo  $r_{n1}$  calculado para uma frequência menor de operação do núcleo  $f_{n1}$ .

O conhecimento desta constante de ajuste permite determinar a redução do caminho médio efetivo  $l_e$  para um aumento de frequência, já que  $l_e$  para esta análise é função somente do raio  $r$ .

### AI.2 – Equação da difusão de um campo magnético

Esta análise fornece a formulação teórica do problema de difusão de um campo magnético em um meio com características físicas conhecidas.

O problema de difusão consiste em calcular a distribuição da intensidade de um campo magnético  $H$  em um espaço para uma excitação de densidade superficial de corrente  $J$ . A figura aI.2 mostra o problema a ser analisado.

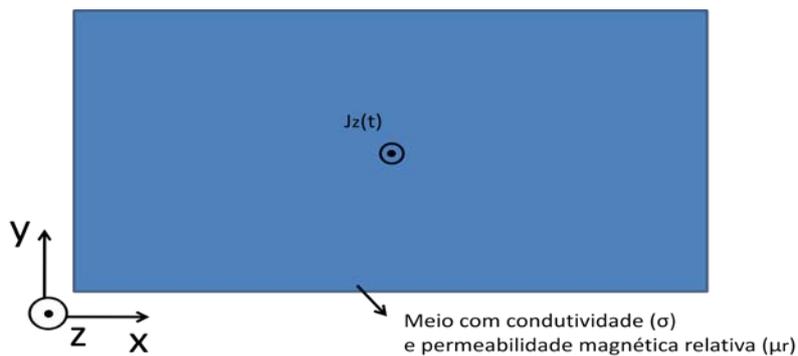


Figura aI.2 – Problema de difusão da intensidade de campo magnético.

Considerando um condutor por onde circula uma densidade superficial de corrente  $J$  no sentido do eixo  $z$  e que esse condutor está imerso em um meio em que são conhecidas algumas propriedades físicas de interesse como condutividade  $\sigma$  e permeabilidade magnética relativa  $\mu_r$ , é possível calcular a distribuição da intensidade de campo magnético no plano  $xy$  a partir da equação (2.3).

$$\nabla_x \vec{H} = \vec{J} \quad (2.3)$$

A partir da equação  $B = \mu_0 \mu_r H$  tem-se:

$$H = \frac{B}{\mu_0 \mu_r} \quad (\text{aI.15})$$

Substituindo a equação (aI.15) na equação (2.3) tem-se:

$$\nabla \times \frac{\vec{B}}{\mu_0 \mu_r} = \vec{J} \quad (\text{aI.16})$$

$\vec{B}$  somente possui componentes no eixo  $x$  ( $B_x$ ) e no eixo  $y$  ( $B_y$ ). A partir da equação (5.18) que expressa a definição do vetor potencial magnético  $\vec{A}$ , tem-se:

$$\nabla \times \vec{A} = \vec{B} \quad (5.18)$$

Aplicando a equação (5.18) a equação (aI.16) tem-se:

$$\frac{1}{\mu_0 \mu_r} \nabla \times \nabla \times \vec{A} = \vec{J}$$

$$\frac{1}{\mu_0 \mu_r} \nabla^2 \vec{A} = \vec{J}$$

Como  $\vec{J}$  somente possui componentes no eixo  $z$  tem-se:

$$\frac{1}{\mu_0 \mu_r} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ J_z \end{pmatrix} \quad (\text{aI.17})$$

A partir da equação (aI.17) pode-se observar que o vetor potencial magnético  $\vec{A}$  somente possui componentes no eixo  $z$  ( $A_z$ ). Como o problema é analisado sobre o plano  $xy$ , pode-se considerar o termo  $\frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2}$  como nulo. Aplicando-se essa simplificação à equação (aI.17) têm-se:

$$\frac{1}{\mu_o \mu_r} \left( \frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} \right) = J_z \quad (\text{aI.18})$$

$A_z$  representa as linhas de fluxo magnético por metro, essas linhas ao se propagarem pelo meio induzem tensões e correntes de acordo com a lei de *Faraday*, descrita pela equação (2.1). A corrente induzida é contrária a densidade superficial de corrente  $J_z$  e é obtida a partir de  $A_z$ , segundo a análise posterior.

$$\nabla x \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.1)$$

Aplicando a definição de  $\vec{A}$  descrita pela equação (5.18) na equação (2.1) tem-se:

$$\begin{aligned} \nabla x \vec{E} &= - \frac{\partial \nabla x \vec{A}}{\partial t} \\ \nabla x \vec{E} &= \nabla x \left( - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) \\ \vec{E} &= - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \end{aligned} \quad (\text{aI.19})$$

Como  $\vec{A}$  somente possui componentes no eixo  $z$  tem-se:

$$E_{zc} = - \frac{\partial A_z}{\partial t}$$

Onde  $E_{zc}$  representa os campos elétricos referentes às tensões e correntes induzidas devido à variação das linhas de fluxo no meio.

Considerando que  $J_z$  possui variação no tempo de forma senoidal, isso implica que, a partir das equações (aI.17) e (5.18) que  $B_x$ ,  $B_y$  e  $A_z$  possuem variação senoidal.

$$\begin{aligned} A_z(t) &= A_{zmax} \text{sen}(\omega t) \\ \frac{\partial A_z(t)}{\partial t} &= j\omega A_z(t) \end{aligned} \quad (\text{aI.20})$$

Substituindo a equação (aI.20) na equação (aI.19) tem-se:

$$E_{zc} = -j\omega A_z(t) \quad (\text{aI.21})$$

De acordo com a equação (aI.1) multiplicando-se  $E_{zc}$  por  $\sigma$  obtem-se  $J_{zc}$ , que são as densidades superficiais de corrente:

$$J_{zc} = \sigma E_{zc} \quad (\text{aI.22})$$

Substituindo-se a equação (aI.21) na equação (aI.22) tem-se:

$$J_{zc} = -j\omega\sigma A_z(t) \quad (\text{aI.23})$$

Aplicando-se a equação (aI.23) na equação (aI.18) como a corrente que se contrapõe a  $J_z$  devido as linhas de fluxo variantes no tempo geradas por essa densidade superficial de corrente tem-se:

$$\frac{1}{\mu_o\mu_r} \left( \frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} \right) = J_z - j\omega\sigma A_z(t) \quad (\text{aI.24})$$

A equação (aI.24) é aquela que permite o cálculo da  $A_z$  em função de  $x$ ,  $y$  e  $t$  ( $A_z(x, y, t)$ ) e a distribuição das linhas de fluxo no plano  $xy$ .

## Apêndice II – Código do *MATLAB* para o cálculo das perdas totais no núcleo

% Cálculo de Perdas magnéticas totais do transformador planar versão 2:

% Autor: Vitor Lemos Maia

% Orientador: Maurício Aredes

% Comparando os dados fornecidos por Thornton, para o núcleo utilizado no

% projeto, foi necessário usar uma constante S para ajustar a precisão da

% curva  $P_m \times B \times C_t$  em relação as curvas fornecidas por Thornton.

S = 0.7053;

for i=1:1:51

for j = 1:1:51

Pmf(i,j) = (((Ve\*0.2)\*1e-  
3)^1.1)\*(Bmax(j,1)^y)\*(ctemp(1,1)+ctemp(2,1)\*temp(i,1)+ctemp(3,1)\*((temp(i,1))^2))  
\*(((8\*f)/(3.14159265358979^2))\*1e3)^x)\*Cm\*S

end

end

surf(Bmax,temp,Pmf)

**Apêndice III – Resultados das simulações paramétricas das variações da geometria do enrolamento secundário.**

Tabela aIII.1 – Variações da geometria do enrolamento secundário.

Variação	Is	aesc	w	wts
1	1A	-0,02mm	1	0,1mm
2	2A	-0,02mm	1	0,1mm
3	1A	-0,2mm	1	0,1mm
4	2A	-0,2mm	1	0,1mm
5	1A	-0,02mm	1	0,5mm
6	2A	-0,02mm	1	0,5mm
7	1A	-0,2mm	1	0,5mm
8	2A	-0,2mm	1	0,5mm
9	1A	-0,02mm	1	0,9mm
10	2A	-0,02mm	1	0,9mm
11	1A	-0,2mm	1	0,9mm
12	2A	-0,2mm	1	0,9mm
13	1A	-0,02mm	1	1,3mm
14	2A	-0,02mm	1	1,3mm
15	1A	-0,2mm	1	1,3mm
16	2A	-0,2mm	1	1,3mm
17	1A	-0,02mm	1	1,7mm
18	2A	-0,02mm	1	1,7mm
19	1A	-0,2mm	1	1,7mm
20	2A	-0,2mm	1	1,7mm
21	1A	-0,02mm	1,04	0,1mm
22	2A	-0,02mm	1,04	0,1mm
23	1A	-0,2mm	1,04	0,1mm
24	2A	-0,2mm	1,04	0,1mm
25	1A	-0,02mm	1,04	0,5mm
26	2A	-0,02mm	1,04	0,5mm
27	1A	-0,2mm	1,04	0,5mm
28	2A	-0,2mm	1,04	0,5mm
29	1A	-0,02mm	1,04	0,9mm
30	2A	-0,02mm	1,04	0,9mm
31	1A	-0,2mm	1,04	0,9mm
32	2A	-0,2mm	1,04	0,9mm
33	1A	-0,02mm	1,04	1,3mm
34	2A	-0,02mm	1,04	1,3mm
35	1A	-0,2mm	1,04	1,3mm
36	2A	-0,2mm	1,04	1,3mm
37	1A	-0,02mm	1,04	1,7mm
38	2A	-0,02mm	1,04	1,7mm
39	1A	-0,2mm	1,04	1,7mm
40	2A	-0,2mm	1,04	1,7mm
41	1A	-0,02mm	1,08	0,1mm

42	2A	-0,02mm	1,08	0,1mm
43	1A	-0,2mm	1,08	0,1mm
44	2A	-0,2mm	1,08	0,1mm
45	1A	-0,02mm	1,08	0,5mm
46	2A	-0,02mm	1,08	0,5mm
47	1A	-0,2mm	1,08	0,5mm
48	2A	-0,2mm	1,08	0,5mm
49	1A	-0,02mm	1,08	0,9mm
50	2A	-0,02mm	1,08	0,9mm
51	1A	-0,2mm	1,08	0,9mm
52	2A	-0,2mm	1,08	0,9mm
53	1A	-0,02mm	1,08	1,3mm
54	2A	-0,02mm	1,08	1,3mm
55	1A	-0,2mm	1,08	1,3mm
56	2A	-0,2mm	1,08	1,3mm
57	1A	-0,02mm	1,08	1,7mm
58	2A	-0,02mm	1,08	1,7mm
59	1A	-0,2mm	1,08	1,7mm
60	2A	-0,2mm	1,08	1,7mm
61	1A	-0,02mm	1,12	0,1mm
62	2A	-0,02mm	1,12	0,1mm
63	1A	-0,2mm	1,12	0,1mm
64	2A	-0,2mm	1,12	0,1mm
65	1A	-0,02mm	1,12	0,5mm
66	2A	-0,02mm	1,12	0,5mm
67	1A	-0,2mm	1,12	0,5mm
68	2A	-0,2mm	1,12	0,5mm
69	1A	-0,02mm	1,12	0,9mm
70	2A	-0,02mm	1,12	0,9mm
71	1A	-0,2mm	1,12	0,9mm
72	2A	-0,2mm	1,12	0,9mm
73	1A	-0,02mm	1,12	1,3mm
74	2A	-0,02mm	1,12	1,3mm
75	1A	-0,2mm	1,12	1,3mm
76	2A	-0,2mm	1,12	1,3mm
77	1A	-0,02mm	1,12	1,7mm
78	2A	-0,02mm	1,12	1,7mm
79	1A	-0,2mm	1,12	1,7mm
80	2A	-0,2mm	1,12	1,7mm
81	1A	-0,02mm	1,16	0,1mm
82	2A	-0,02mm	1,16	0,1mm
83	1A	-0,2mm	1,16	0,1mm
84	2A	-0,2mm	1,16	0,1mm
85	1A	-0,02mm	1,16	0,5mm
86	2A	-0,02mm	1,16	0,5mm
87	1A	-0,2mm	1,16	0,5mm
88	2A	-0,2mm	1,16	0,5mm
89	1A	-0,02mm	1,16	0,9mm

90	2A	-0,02mm	1,16	0,9mm
91	1A	-0,2mm	1,16	0,9mm
92	2A	-0,2mm	1,16	0,9mm
93	1A	-0,02mm	1,16	1,3mm
94	2A	-0,02mm	1,16	1,3mm
95	1A	-0,2mm	1,16	1,3mm
96	2A	-0,2mm	1,16	1,3mm
97	1A	-0,02mm	1,16	1,7mm
98	2A	-0,02mm	1,16	1,7mm
99	1A	-0,2mm	1,16	1,7mm
100	2A	-0,2mm	1,16	1,7mm

Os valores da variável  $aesc$  são menores do que zero porque é uma medida relativa ao sistema de coordenadas do simulador *Ansoft Maxwell* que determina a altura da secção trilha do secundário.

Tabela aIII.2 – Coeficiente de acoplamento  $k$  em função das variações da geometria do enrolamento secundário. Cada célula da tabela indica o valor de  $k$  para uma geometria específica.

$ aesc /Is/wts$	$w = 1$	$w = 1,04$	$w = 1,08$	$w = 1,12$	$w = 1,16$
0,2mm/1A/0,1mm	0,97758248879651	0,978706053444501	0,979315528565378	0,979647165549374	0,979746698261101
0,2mm/1A/0,5mm	0,979034589259611	0,980253916620902	0,980918801297599	0,981291363133933	0,981476371200551
0,2mm/1A/0,9mm	0,979780061483371	0,981012557983228	0,981730456756549	0,982101619593508	0,982315439428048
0,2mm/1A/1,3mm	0,980282475379048	0,981552386613956	0,982258936801576	0,982642425592289	0,982871961731283
0,2mm/1A/1,7mm	x	0,981946783089951	0,982671224520947	0,983059347622024	0,983308614228707
0,02mm/1A/0,1mm	0,975077903462129	0,976011171217852	0,976520397297148	0,976696750262311	0,976758151194262
0,02mm/1A/0,5mm	0,97800431705561	0,979214400726469	0,979887563245058	0,980215669723927	0,980347504760323
0,02mm/1A/0,9mm	0,979056340850825	0,980296109101214	0,981002124801584	0,981380370295759	0,981593804099216
0,02mm/1A/1,3mm	0,979757297793161	0,981029438492677	0,981726817520395	0,982099647183503	0,982320871471104
0,02mm/1A/1,7mm	x	0,981538493124505	0,982251527969984	0,98264810278058	0,982878481852581
0,2mm/2A/0,1mm	0,97790563874143	0,979092218754786	0,97972548471397	0,980058922931503	0,980182194993093
0,2mm/2A/0,5mm	0,979161476363905	0,980391818374282	0,981084232067954	0,981453716282464	0,981634177579278
0,2mm/2A/0,9mm	0,97985296873829	0,981108550523243	0,981817646036126	0,98218874205335	0,982410966231193
0,2mm/2A/1,3mm	0,980324671585683	0,981612010936744	0,982324541548583	0,982715870306661	0,982950062638055
0,2mm/2A/1,7mm	x	0,981988357069678	0,982722356718318	0,983120629593407	0,983368208402025
0,02mm/2A/0,1mm	0,975822771013166	0,976892627941939	0,97747201120831	0,977697976146726	0,977786578229097
0,02mm/2A/0,5mm	0,978232499463275	0,979473277591562	0,980158820870709	0,980500612379059	0,980663519105788
0,02mm/2A/0,9mm	0,979188127090732	0,980447376617108	0,981160712743774	0,981537403298052	0,981753798887334

0,02mm/2A/1,3mm	0,979818040514389	0,981112010680856	0,98181697548829	0,98220175537766	0,982428544004652
0,02mm/2A/1,7mm	x	0,981588411175585	0,982304023384746	0,982704475157127	0,982939757304698

Os valores dos coeficientes de acoplamento  $k$  descritos por “x” indicam resultados onde a simulação não convergiu, mas os resultados restantes são suficientes para a determinação do comportamento de como  $k$  varia em função de  $w$ ,  $wts$  e  $aesc$ .