



EQUIVALENTE DE REDE GENERALIZADO PARA MODELAGEM DA  
RESPOSTA DE SISTEMAS EXTERNOS ÀS MODIFICAÇÕES INTERNAS DE  
UMA REDE DE DISTRIBUIÇÃO

Martha Rosa Martins Carvalho

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Carmen Lucia Tancredo Borges

Rio de Janeiro

Março de 2013

EQUIVALENTE DE REDE GENERALIZADO PARA MODELAGEM DA  
RESPOSTA DE SISTEMAS EXTERNOS ÀS MODIFICAÇÕES INTERNAS DE  
UMA REDE DE DISTRIBUIÇÃO

Martha Rosa Martins Carvalho

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO  
ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE  
ENGENHARIA (COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO  
COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO  
GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

Examinada por:

---

Prof. Carmen Lucia Tancredo Borges, D.Sc.

---

Eng<sup>o</sup>. Mario Veiga Ferraz Pereira, D.Sc.

---

Prof. Glauco Nery Taranto, Ph.D.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

MARÇO DE 2013

Carvalho, Martha Rosa Martins

Equivalente de rede generalizado para modelagem da resposta de sistema externos às modificações internas de uma rede de distribuição./ Martha Rosa Martins Carvalho – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2013.

X, 149 p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Carmem Lucia Tancredo Borges

Dissertação (mestrado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Elétrica, 2013.

Referencias Bibliográficas: p. 140-141.

1. Equivalente de rede. 2. Fluxo de potência linearizado. 3. Montante de Uso do Sistema de Transmissão. I. Borges, Carmen Lucia Tancredo II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Elétrica. III. Título.

## AGRADECIMENTOS

Geralmente a parte dos agradecimentos é a última coisa que escrevemos no documento da dissertação. É a última não por ser menos importante e sim por ser a mais especial. É neste momento que paramos para pensar no fechamento de um documento que representa 3 anos de nossa vida. Um documento acadêmico que para ser concretizado, muitas transformações pessoais devem ser realizadas, afinal não é apenas a defesa da dissertação que nos torna mestre e sim o processo que vivenciamos durante esses anos. Nessa transformação, há pessoas importantíssimas que as vezes com pequenos gestos, algumas sugestões, palavras, abraços, carinho, sorriso ou um olhar tona o processo bem mais leve. E a essas pessoas citadas aqui, que agradeço de coração todo o apoio que recebi nesses anos.

Agradeço a Deus por mais um ciclo finalizado em minha vida.

Agradeço ao Presidente da empresa PSR, o admirável e indescritível senhor Mário Veiga, pelo tema da dissertação, pelas idéias, incentivo, discussões e oportunidade de trabalhar e desenvolver o tema desta dissertação dentro da PSR.

Agradeço à minha querida orientadora Carmen Lucia Borges pela dedicação, paciência, incentivo e comprometimento com o trabalho realizado. Obtive um grande aprendizado em todas as nossas reuniões não apenas de forma acadêmica como também pessoal.

Agradeço ao meu amado Rafael de Sá Ferreira que sempre esteve ao meu lado durante o mestrado me ajudando, incentivando, orientando e me ensinando que sempre há formas de melhorar o trabalho. Para ele dedico toda a minha admiração, amor e carinho.

Agradeço aos amigos que sempre me deram apoio emocional desde o início do mestrado, acreditaram que eu era capaz de realizar mais essa tarefa, pessoas as

quais eu admiro muito e que são grandes exemplos pessoais e profissionais para mim: Luiz Augusto Barroso, Priscila Lino, Fernanda Thomé da Costa e Luiz Carlos da Costa Júnior.

Agradeço a maravilhosa amizade que sempre esteve presente e fez diferença ao longo desses anos com apoio incondicional: Paula Valenzuela, Larissa Faria, Silvana Clapp Salvador e Beatriz Santos.

E por último, mas não menos importante, agradeço à minha família que tem me apoiado em todas as etapas da minha vida de forma acolhedora e amorosa. Agradeço ao meu pai Januario de Freitas Carvalho e minha mãe Bernadeth Martins Carvalho, que sempre trabalharam para que eu pudesse ter todas as oportunidades na vida e são exemplos de força, determinação, estudo, trabalho e de pais dedicados. À minha melhor amiga e irmã Marina Martins Carvalho que com suas sábias palavras e apoio acompanhou de perto e viveu comigo todos os momentos felizes e angustiantes dessa vida. Aos meus lindos sobrinhos gatos Eros Martins Carvalho e Dara Martins Carvalho, que mesmo sem saber falar uma só palavra sempre estiveram por perto para fazer companhia, gracinhas, ronronados e dando lambeijinhos.

Muito obrigada!

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

EQUIVALENTE DE REDE GENERALIZADO PARA MODELAGEM DA RESPOSTA DE SISTEMAS EXTERNOS ÀS MODIFICAÇÕES INTERNAS DE UMA REDE DE DISTRIBUIÇÃO

Martha Rosa Martins Carvalho

Março/2013

Orientador: Carmen Lucia Tancredo Borges

Programa: Engenharia Elétrica

A equivalência de redes para análises de fluxo de potência em regime permanente consiste em criar uma representação equivalente do sistema de potência original, retendo apenas as barras da rede interna e eliminando as barras da rede externa. São criadas injeções equivalentes nas barras de fronteira entre os sistemas interno e externo, e circuitos equivalentes entre estas barras, de forma que a resposta do sistema equivalentado capture o comportamento do sistema completo. No entanto, métodos tradicionais de equivalência de rede para *simulações* de fluxo de potência consideram como dado de entrada um gerador pré-especificado que responde às modificações no sistema interno. Para aplicações em que o estado da rede é determinado pela solução de um problema de *otimização*, pré-especificar o gerador que responde às modificações na rede interna não é um procedimento correto, pois deve-se considerar a *resposta econômica* do sistema de geração (aquela que otimiza a função objetivo). Nesta dissertação, propõe-se uma metodologia para a construção de equivalentes de rede generalizados, para aplicações em que o estado da rede é determinado pela solução de um problema de otimização, com a rede elétrica representada pelo modelo de fluxo de potência linearizado. A metodologia proposta, baseada em análise de sensibilidade de problemas de programação linear, permite capturar a *resposta econômica* dos geradores do sistema externo às modificações no sistema interno, conciliando precisão e desempenho computacional. Suas características são ilustradas com estudos de caso para aplicações de contratação do Montante de Uso do Sistema de Transmissão.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.).

GENERALIZED NETWORK EQUIVALENT FOR MODELING THE EXTERNAL  
SYSTEM RESPONSE TO INTERNAL MODIFICATIONS OF A DISTRIBUTION  
NETWORK

Martha Rosa Martins Carvalho

March/2013

Advisor: Carmen Lucia Tancredo Borges

Department: Electrical Engineering

The creation of network equivalents for steady-state power flow simulations consists of developing an equivalent model for the original power system, retaining buses of the internal network and eliminating buses of the external network. Equivalent injections are added to frontier buses (those connected directly to both internal and external buses), and equivalent circuits are created, in order for the response of the equivalent system to capture the behavior of the original network. However, traditional network equivalents for applications of power flow *simulation* require that the user *predefines*, as input data, a set of buses that will respond to variations of the power injections in the system. For applications in which the state of the network is implicitly determined by the solution of an *optimization* problem, it is not reasonable to *predefine* a set of buses that will respond to modifications in the internal network – the *economic response* of the generation system (the response that optimizes the objective function) should be considered. This dissertation proposes a methodology for constructing *generalized* network equivalents, for applications in which the state of the network is defined by the solution of an optimization problem. The proposed methodology is based on sensitivity analysis of linear programs, and allows capturing the *economic response* of the generators of the external network to modifications in the internal system, conciliating accuracy and computational performance. The characteristics of the proposed methodology are shown with help of case studies, for the application of contracting the Amount of Use of the Transmission System.

## ÍNDICE

1	Introdução .....	1
1.1	Objetivo .....	8
1.2	Revisão Bibliográfica .....	10
1.2.1	Equivalentes de rede .....	10
1.2.2	MUST.....	18
1.3	Organização do texto .....	22
2	Equivalente de rede e sistemas hidrotérmicos.....	24
2.1	Métodos tradicionais de equivalência de rede .....	24
2.1.1	Equivalente REI .....	24
2.1.2	Equivalente Ward.....	26
2.1.3	Equivalente Ward para fluxo de potência linearizado .....	28
2.2	Equivalentes de rede para aplicações de otimização, com enfoque em aplicações em sistemas hidrotérmicos .....	30
2.2.1	Fluxo de potência ótimo linearizado .....	31
2.2.2	Relevância particular para sistemas hidrotérmicos.....	33
3	Considerações sobre o Montante de Uso do Sistema de Transmissão .....	37
3.1	A contratação do MUST como problema de natureza estocástica e suas relações com a metodologia proposta nesta dissertação .....	37
3.2	Penalidades associadas à contratação do MUST.....	43
3.3	Determinação do MUST a ser contratado: formulação como problema de programação linear .....	46
3.3.1	Nomenclatura.....	47

3.3.2	Formulação matemática do problema de programação linear .....	50
4	Metodologias propostas para a obtenção da função resposta do sistema externo. ....	52
4.1	Conceitos básicos para a posterior apresentação das metodologias.....	53
4.2	Metodologia 1 – Função resposta obtida diretamente da Base ótima do FPO.....	57
4.2.1	Reformulação do FPO para cálculo de sensibilidades.....	58
4.2.2	Obtenção da FR pela análise de sensibilidade do PPL .....	60
4.2.3	Procedimento de cálculo .....	65
4.2.4	Vantagens e desvantagens .....	66
4.2.5	Exemplo Metodologia 1 .....	67
4.3	Metodologia 2 – Função resposta em função da geração dos geradores externos .....	78
4.3.1	Procedimento de cálculo .....	82
4.3.2	Vantagens e desvantagens.....	83
4.3.3	Exemplo Metodologia 2.....	84
4.4	Metodologia 3 – Função resposta em função do fluxo dos circuitos dos pontos de conexão .....	89
4.4.1	Procedimento de cálculo .....	93
4.4.2	Vantagens e desvantagens.....	94
4.4.3	Exemplo Metodologia 3.....	95
5	Estudos de caso: Aplicação das metodologias propostas na contratação do MUST .....	99

5.1	Estudo de Caso 1 –Contratação do MUST em um caso-exemplo com 12 barras e múltiplos cenários.....	99
5.1.1	Cálculo MUST utilizando a metodologia <i>simulação exaustiva de FPO</i>	105
5.1.2	Cálculo MUST utilizando a metodologia 2 - Função resposta dos geradores externos .....	109
5.1.3	Cálculo do MUST utilizando a metodologia 3 – Função resposta dos fluxos nos pontos de conexão .....	113
5.2	Estudo de Caso 2 – Contratação do MUST em uma distribuidora real .....	115
5.2.1	Resultados da FR pela metodologia 3.....	119
5.2.2	Montantes contratados e custo de contratação .....	126
5.2.3	Análise de sensibilidade para contratação com expectância de todos os cenários.....	131
5.2.4	Tempo computacional de simulação .....	132
6	Conclusões.....	134
6.1	Trabalhos Futuros .....	138
7	Referências Bibliográficas .....	140
8	Anexo .....	142
8.1	Análise de sensibilidade em Programação Linear (PL).....	142
8.1.1	Equivalência entre vértices e soluções em problemas de programação linear .....	142
8.1.2	Variáveis básicas e não básicas .....	143
8.1.3	Solução matricial.....	146
8.1.4	Sensibilidade da solução ao lado direito das restrições.....	148

# 1 Introdução

Um dos pilares para o correto planejamento da expansão e da operação do sistema de transmissão é o conhecimento dos montantes máximos de potência que serão demandados nos pontos de conexão das distribuidoras com a Rede Básica e também das distribuidoras com outras distribuidoras. De forma a fornecer insumos para as funções de planejamento da expansão e da operação do Sistema Interligado Nacional (SIN) brasileiro, as distribuidoras devem informar anualmente ao Operador Nacional do Sistema (ONS) valores do Montante de Uso do Sistema de Transmissão (MUST) para o horizonte de quatro anos [13]. Caso o ponto de conexão faça fronteira com outra distribuidora, os valores do Montante de Uso do Sistema de Distribuição (MUSD) também devem ser declarados para fim de contrato com a distribuidora vizinha. Os MUST das distribuidoras, informados por ponto de conexão, deverão ser os montantes máximos anuais de demanda de potência em cada horário de contratação. Os valores verificados das demandas máximas em cada ponto de conexão da distribuidora são comparados aos valores contratados, e a regulação prevê penalidades caso a diferença exceda uma determinada banda de tolerância. As disposições da Resolução Normativa nº 399, de 13 de Abril de 2010 (REN 399/2010) [10], tornaram mais rígidas as condições de contratação de MUST, obrigando as distribuidoras a tomar decisões mais acuradas, sob pena da imposição de penalidades por subcontratação ou sobrecontratação. A REN 399/2010 ainda traz outras imposições, tais como regras de atualização anual para os MUST contratados.

A determinação dos valores de MUST a serem contratados é, no entanto, tarefa de natureza complexa. A projeção dos montantes a serem contratados pela maioria das distribuidoras brasileiras é afetada por muitas incertezas que podem ser quanto à demanda de potência de sua área de concessão, ao perfil de produção dos geradores conectados à sua rede de distribuição (geração distribuída) e à topologia e

disponibilidade de instalações da rede elétrica, ou seja, a determinação do MUST não é um problema de natureza determinística e sim estocástica.

Para um grupo específico de concessionárias, há fatores adicionais que devem ser considerados ao se realizar a contratação do MUST. Para distribuidoras de grande porte, com rede de distribuição em alta tensão malhada, com múltiplos pontos de conexão à Rede Básica e/ou à outra distribuidora e cujas características topológicas permitem a importação de potência de áreas elétricas distintas do sistema externo, a contratação do MUST passa a ser influenciada pelas condições operativas do SIN. De modo a gerir corretamente os riscos associados à contratação do MUST, estas empresas devem implementar um processo que permita identificar e avaliar as incertezas associadas a todos os fatores estocásticos e tomar decisões que impliquem na mínima exposição a riscos, considerando a contratação para todos os seus pontos de conexão.

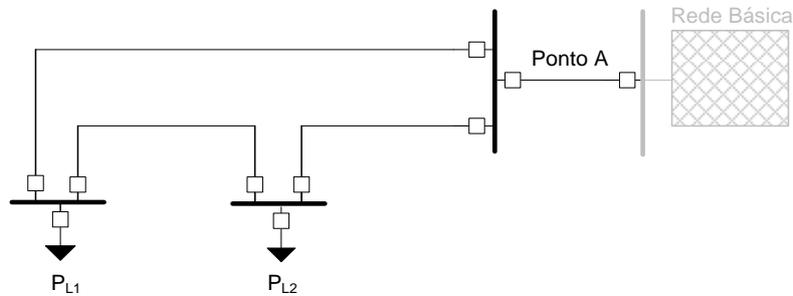
Mesmo que todas as distribuidoras sejam obrigadas a declarar o MUST, o procedimento de análises e modelagem de cada distribuidora deve ser diferenciado, pois cada uma possui características na rede de distribuição que incorporam problemas distintos a previsão do montante.

A seguir serão descritos três exemplos de redes com características distintas que modificam a modelagem de previsão do MUST.

1. Distribuidora com conexão radial à Rede Básica, sem penetração de geração distribuída

Esse primeiro exemplo considera inicialmente uma distribuidora cujo sistema é representado de forma esquemática na Figura 1.1. Na figura, somente se apresenta o sistema de distribuição em alta tensão, sendo o sistema de distribuição em tensões mais baixas representado de maneira equivalente pelas cargas  $P_{L1}$  e  $P_{L2}$ . A distribuidora deste exemplo conecta-se de forma radial à Rede Básica, através do

ponto de conexão A (Ponto A). Não há geração conectada ao sistema da distribuidora, de modo que toda a potência demandada pelo sistema é atendida exclusivamente através da importação de potência pelo Ponto A.



**Figura 1.1- Representação do sistema da distribuidora do exemplo 1.**

Neste caso, admitindo-se que as perdas de potência no sistema de distribuição de alta tensão podem ser ignoradas e considerando-se que a capacidade dos circuitos é suficiente para acomodar quaisquer configurações de carga, a variância da demanda de potência no Ponto A é igual à variância da potência total demandada pelas cargas 1 e 2. Neste caso, a seguinte igualdade é válida:

$$\text{var}(M_{\text{Ponto A}}) = \text{var}(D_{\text{Cargas}}) = \text{var}(D_{P_{L1}}) + \text{var}(D_{P_{L2}}) + 2 \cdot \text{cov}(D_{P_{L1}}, D_{P_{L2}}) \quad (1)$$

Em que  $\text{var}(\cdot)$  indica a variância e  $\text{cov}(\cdot, \cdot)$  indica a covariância entre duas variáveis. Define-se  $M_{\text{Ponto A}}$  como demanda de potência no Ponto A e  $D_{\text{Cargas}}$  como a potência demandada pela soma das cargas  $P_{L1}$  e  $P_{L2}$ . As variáveis  $D_{P_{L1}}$  e  $D_{P_{L2}}$  são definidas como a demanda de potência das cargas 1 e 2 respectivamente. Caso se possa considerar que as demandas das cargas  $P_{L1}$  e  $P_{L2}$  variam de forma independente, a expressão acima se reduz a:

$$\text{var}(M_{\text{Ponto A}}) = \text{var}(D_{\text{Cargas}}) = \text{var}(D_{P_{L1}}) + \text{var}(D_{P_{L2}}) \quad (2)$$

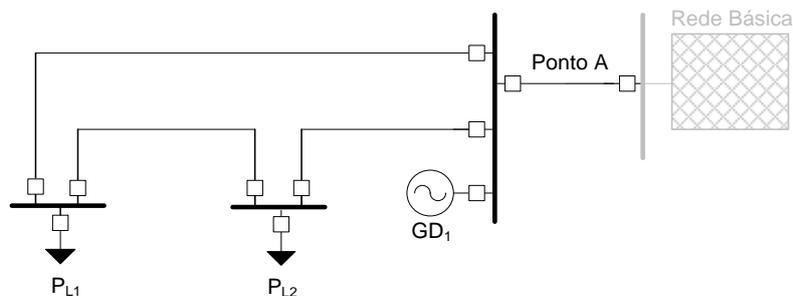
No caso desta distribuidora com conexão radial à Rede Básica e sem geradores distribuídos conectados ao seu sistema de distribuição, o problema de determinação do MUST difere do problema de previsão da energia demandada pela área de

concessão basicamente devido à natureza temporal distinta das variáveis, sendo a influência de fatores associados ao escopo espacial da variável a ser projetada e à sua interação com outros componentes do sistema (como geradores distribuídos e circuitos da rede) de pouca ou nenhuma relevância.

Neste caso apenas a previsão de demanda nas cargas  $P_{L1}$  e  $P_{L2}$  é importante para a contratação do MUST, considerando que qualquer variação na demanda da distribuidora será atendida pela resposta do SIN.

## 2. Conexão radial à Rede Básica, com penetração de geração distribuída

Neste segundo exemplo de rede é considerada uma distribuidora cujo sistema é bastante semelhante àquele do primeiro exemplo, com a diferença de que um gerador de pequeno porte (GD1) se conecta diretamente a instalações da rede elétrica da distribuidora conforme mostrado na Figura 1.2. Novamente, perdas de potência no sistema de distribuição de alta tensão e situações de sobrecargas em instalações da rede elétrica serão desconsideradas.



**Figura 1.2- Representação do sistema da distribuidora do exemplo 2.**

Neste caso, a demanda de potência no Ponto A corresponde à diferença entre a demanda de potência das cargas do sistema e a potência gerada por GD1. A variância da demanda de potência no Ponto A será dada, então, por:

$$\begin{aligned} \text{var}(M_{\text{Ponto A}}) &= \text{var}(D_{\text{Cargas}} - P_{\text{GD}_1}) \\ &= \text{var}(D_{\text{Cargas}}) + \text{var}(P_{\text{GD}_1}) - 2 \cdot \text{cov}(D_{\text{Cargas}}, P_{\text{GD}_1}) \end{aligned} \quad (3)$$

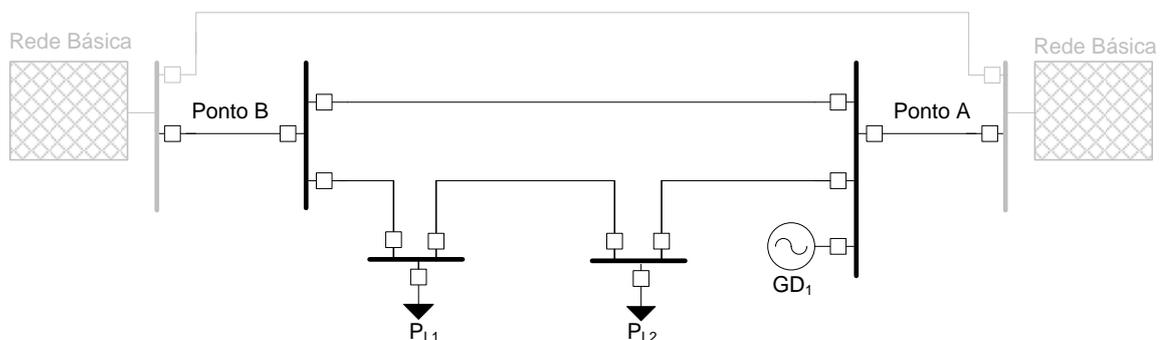
Onde  $P_{\text{GD}_1}$  representa a potência gerada por GD1. Sob a hipótese de independência estatística entre as cargas e entre o comportamento das cargas e da geração distribuída, a expressão acima pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} \text{var}(M_{\text{Ponto A}}) &= \text{var}(D_{\text{Cargas}} - P_{\text{GD}_1}) = \text{var}(D_{\text{Cargas}}) + \text{var}(P_{\text{GD}_1}) \\ &= \text{var}(D_{\text{P}_{L1}}) + \text{var}(D_{\text{P}_{L2}}) + \text{var}(P_{\text{GD}_1}) \end{aligned} \quad (4)$$

Em comparação à distribuidora do Exemplo 1, a distribuidora deste exemplo além da dificuldade de previsão de demanda de potência, tem a dificuldade adicional da interação de sua previsão de demanda no ponto de conexão com a produção da geração distribuída, o que claramente se reflete em uma maior dispersão dos valores de fluxos máximos possíveis no ponto de conexão com a Rede Básica em caso de independência estatística entre geração e carga.

### 3. Múltiplos pontos de conexão com a Rede Básica, com penetração de geração distribuída

Neste terceiro exemplo, será considerada uma distribuidora cujo sistema tem múltiplas conexões com a Rede Básica, além de penetração de geração distribuída, conforme indicado na Figura 1.3.



**Figura 1.3- Representação do sistema da distribuidora do exemplo 3**

Para a tarefa de projeção das máximas demandas por ponto de conexão, a distribuidora deste exemplo encontrará, além das mesmas dificuldades da distribuidora do exemplo anterior, a necessidade de modelar o efeito de eventos na rede de distribuição (indisponibilidade de circuitos, mudanças de topologia, etc.) sobre as demandas por ponto de conexão, e também de considerar as incertezas associadas à tarefa de previsão espacial da carga.

No caso do sistema da Figura 1.3, não se pode fornecer uma expressão simples para obter a variância dos fluxos nos pontos de conexão, devido à introdução de múltiplas conexões da rede de distribuição com a Rede Básica, e também devido ao fato de que os fluxos dependerão de componentes da rede externa que sequer estão representados no diagrama (por exemplo, dependerão da produção do restante dos geradores do SIN). No entanto, é evidente que os fatores mencionados no parágrafo anterior contribuirão para aumentar a dispersão da variável a ser projetada (demanda máxima anual nos pontos de conexão).

É digno de nota o fato de que, para os exemplos construídos, uma maior dispersão de valores possíveis para a demanda máxima de potência nos pontos de conexão está associada justamente àquela distribuidora que tem mais recursos (múltiplos pontos de importação de potência da Rede Básica, possibilidade de manobras no sistema interno, presença de geração distribuída) para garantir a continuidade do atendimento à sua carga. Devido a esta maior dispersão dos valores de máxima demanda de potência por ponto de conexão, a distribuidora com mais recursos para garantir o atendimento à sua carga é também aquela com a maior exposição a penalidades.

Tendo visto os exemplos de rede acima, acredita-se que para o primeiro e segundo exemplo, não há necessidade de se representar a rede básica com todos os seus detalhes. Isto se deve à característica radial da rede da distribuidora e poucos pontos de conexão com a rede básica.

Já para a distribuidora do terceiro exemplo, que tem mais de um ponto de conexão com a Rede Básica, conseguir prever o quanto de potência é importada da rede básica por aquele ponto, considerando a presença de geração distribuída em sua rede, a variação de demanda em sua região, é muito importante. A utilização de um equivalente de rede, considerando a rede da distribuidora como rede interna e a rede básica como rede externa, tornaria o processo de previsão de importação de potência para os pontos de conexão da distribuidora extremamente mais rápido. Porém, é de extrema importância que não se perca a resposta do sistema externo às modificações da rede interna.

A metodologia de equivalentação da rede externa apresenta ganhos de velocidade de processamento consideráveis e mantém a precisão no processo em relação à simulação do sistema elétrico completo (rede interna e rede externa). A obtenção dos ganhos de processamento será, obtido às custas da modelagem da resposta dos geradores da rede externa e posteriormente à resposta do fluxo de potência ativa nos circuitos que compõem os pontos de conexão (PC) da distribuidora. Para os geradores e fluxos de potência ativa nos circuitos que compõem os PC, que respondem às mudanças de demanda de potência na rede interna são calculados fatores de sensibilidade que formam a Função Resposta (FR) dos geradores e dos fluxos nos circuitos dos PC. A FR, que representa a resposta dos geradores da rede externa, tem o objetivo de substituir a necessidade, do ponto de vista da distribuidora, de simular a operação hidrotérmica do sistema externo sempre que haja uma modificação de geração, demanda ou topologia do sistema interno. A operação hidrotérmica é um problema de programação linear (PPL) estocástico e multi-estágio onde se decide qual é o despacho de geração ótimo que garanta uma operação de mínimo custo em cada estágio (mensal), série de vazão hidrológica e patamar de demanda.

A equivalentação da rede externa apresenta ganhos de precisão na contratação do MUST quando comparado a processos que não representam a resposta do sistema

externo à modificações do sistema interno. Porém, assume-se que as modificações da demanda de potência da rede interna são tais que a solução da operação hidrotérmica encontra-se sempre no mesmo vértice do espaço n-dimensional correspondente [18], ou seja, não há modificação da base do PL. Esta premissa é satisfatória para a maioria das distribuidoras, considerando os portes das distribuidoras brasileiras em relação ao restante do sistema e coerente também com a forma em que o ONS opera o sistema. Qualquer modificação em uma rede interna de qualquer distribuidora não é presumida no pré-despacho do sistema nacional. Dessa forma, o ponto de operação do sistema não é modificado *à priori* por modificações no sistema interno da distribuidora.

## 1.1 Objetivo

O objetivo da dissertação é formular uma metodologia de equivalente de rede generalizado que consiga capturar, a partir de uma perturbação da rede interna de uma distribuidora, os efeitos ocorridos na rede externa. Deverá ser modelada a resposta do sistema externo, em termos de fluxos de potências nos diferentes circuitos de intercâmbio, circuitos que conectam a rede externa à rede interna formando pontos de conexão, que capturem a correta resposta dos diferentes geradores do sistema externo, para modificação nos valores de geração, demanda e topologia da rede interna, para cada estágio, série e patamar do horizonte.

O equivalente de rede generalizado deverá capturar a resposta da rede externa quanto às características econômicas do despacho dos geradores: as alterações nos fluxos dos circuitos que conectam a rede externa com a rede interna e fazem parte dos pontos de conexão deverão ser correspondentes às alterações verificadas nos pontos de geração dos geradores da rede externa, considerando quais são os geradores marginais do sistema – isto é, aqueles que respondem às necessidades de aumento

ou diminuição de potência gerada, de acordo com critérios de despacho de mínimo custo global.

O termo generalizado, do equivalente de rede, é devido a resposta da rede externa não ser representada somente pela variação de potência da barra de referência, como nos equivalentes de rede tradicionais. Todos os geradores do sistema externo podem sofrer variações de potência devido às diversas modificações que o sistema interno pode ocorrer.

O foco do trabalho é desenvolver uma metodologia que defina em um equivalente de rede apropriado para a representação do sistema de transmissão através de seu modelo de fluxo de potência linearizado (fluxo de potência CC).

As metodologias aqui desenvolvidas podem ser aplicadas para qualquer sistema que consiga ser desagregado em sistema externo e sistema interno, onde a geração do sistema externo será marginalmente modificada apenas por causa de modificações na rede interna. Como exemplo de aplicações tem-se problemas de intercâmbio entre países, em que pode-se se prever o quanto de potência de intercâmbio será demandada sem a necessidade de se obter todas as características de geração e rede do país vizinho, conservando dessa forma a privacidade dos dados de geração e rede de transmissão do país e a contratação do MUST, em que se prevê, de acordo com as regras regulatórias, o quanto de potência ativa a distribuidora irá importar do sistema externo através dos circuitos que formam os pontos de conexão.

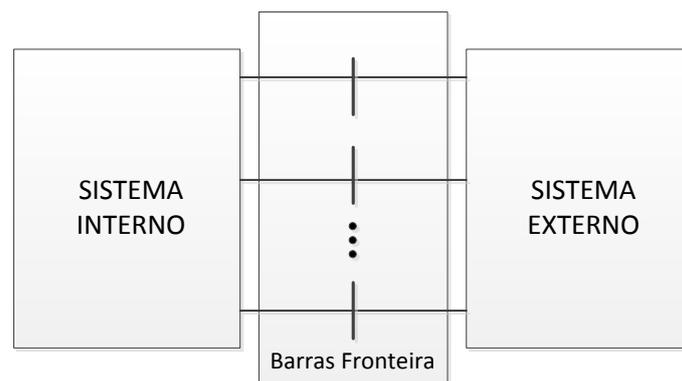
Com o intuito de contribuir para a melhoria da metodologia tradicional de equivalentes rede a atender às aplicações descritas no parágrafo acima, a dissertação traz o desenvolvimento matemático de novos conceitos de equivalentação de rede generalizado que respeita os sinais econômicos de despacho de geração de custo mínimo global.

## 1.2 Revisão Bibliográfica

Esta seção destina-se à revisão de referências bibliográficas e descrição do estado da arte quanto aos principais pontos que irão compor o tema da dissertação. Divide-se esta seção em dois assuntos principais: Equivalentes de rede, que é apresentado abaixo e contratação do MUST de distribuidoras, que é abordado em seguida.

### 1.2.1 Equivalentes de rede

Para um melhor entendimento dos assuntos abordados sobre equivalentes de rede, exemplifica-se a partir da Figura 1.4 o que a maior parte dos autores sobre o assunto chama de área/região/rede/sistema interno, externo e fronteira.



**Figura 1.4- Figura representando rede Interna, fronteira e externa. Fonte: [6]**

Em [1] é apresentada uma revisão sobre equivalentes de rede em sistemas de corrente alternada, abordando a formulação do problema, representação matemática, cálculos e interpretação dos resultados. O uso de equivalentes de rede foi motivado pelo problema de se simular muitos fluxos de potência em grandes redes de alta tensão interconectadas, que nem sempre necessitavam ser representadas por completo, incorrendo dessa forma em grandes esforços computacionais. Para amenizar este problema, lança-se mão da equivalentização de uma parte da rede, parte em que não há necessidade de análise detalhada. Porém a utilização do equivalente de rede é visto como uma ferramenta que tem suas limitações e que depende

principalmente da maneira em que é aplicada. O documento traz aspectos de seleção de importantes linhas equivalentes e na representação de geração e carga através de duas representações, corrente constante e impedância constante. As representações corrente constante e impedância constante não entram no escopo desse documento devido as transformações necessitarem da magnitude da tensão e nesta dissertação utiliza-se fluxo de potência linearizado, pois considerando que para a contratação do MUST apenas a potência ativa é medida, não há a necessidade de utilização do parâmetro tensão à proposta da dissertação.

Como afirmado no parágrafo anterior, em [1] propõe-se ainda medidas para seleção ou não de importantes linhas equivalentes. As medidas de manter ou não a linha equivalente nos dados de equivalente de rede se apoia no argumento de que algumas barras retidas podem ou não ser eletricamente distantes umas das outras. Para cada par de barras retida para o equivalente, há uma linha equivalente ligando-as. Caso a distância elétrica entre elas seja muito grande, não há necessidade de se manter essa linha equivalente. Caso essas linhas equivalentes que ligam barras eletricamente distantes fossem mantidas no equivalente de rede, o volume de dados a ser processado, que já grande, seria ainda maior, aumentando o esforço computacional desnecessariamente, o que dissolveria o uso do equivalente de rede.

As medidas propostas para a análise de seleção/rejeição de linhas equivalentes podem ser em função da admitância da linha, posição da mesma no equivalente de rede ou em relação ao fluxo de potência que passa por ela na rede original. Sete medidas foram listadas em [1], e para a maioria delas necessita-se que o usuário determine um critério de exclusão (no artigo, refere-se a uma relação  $R$ ) que servirá de base de comparação para a determinação da seleção de linhas a serem retiradas do equivalente de rede.

O documento [2] conta com uma revisão aos princípios e métodos para equivalentes em fluxo de potência dando ênfase a aplicação em tempo real. São descritos os métodos de fluxo de potência não reduzido, Ward, REI e linearização. Uma análise crítica é feita em relação às propriedades dos diferentes métodos utilizados a fim de auxiliar a escolha do método mais apropriado para a aplicação prática.

Em [2] lista-se as diferentes situações em o equivalente de rede pode ser aplicado:

- Quando o problema de fluxo de potência tem solução, usa-se o equivalente de rede apenas por uma questão de economia do esforço computacional. Esse é o caso típico de planejamento.
- Quando a solução do modelo de fluxo de potência da rede interna tem solução, porém os dados do sistema externo não são precisos, utiliza-se o equivalente de rede, visando-se ainda assim produzir o melhor modelo para a rede externa com a informação disponibilizada. Esse é um caso típico de aplicações no tempo real.
- Por último, é citada uma situação exemplar que ocorre tanto em estudos de planejamento quanto nos estudos de operação. Quando se tem um modelo de fluxo de potência sem solução para o sistema interno, deve-se executar um caso-base de fluxo de potência e após a execução obter um equivalente externo separadamente, onde este será acoplado ao sistema interno.

Este documento descreve os métodos de forma clara e precisa, porém nem todos os métodos abordados em [2] foram descritos aqui de forma completa, por não ser este o foco deste trabalho.

Em [3], os autores propõem uma nova modelagem do equivalente Ward estendido para a aplicação em análises de sistemas em tempo real já que há a necessidade de

resultados mais precisos em aplicações *on-line*. Para isso os autores realizam testes com o sistema de 18 barras do IEEE utilizando matrizes de sensibilidade para a obtenção do equivalente de rede. A utilização do equivalente é indicada para processos repetitivos como análise de contingências e também para o caso em que se tem falta de informações completas e atualizadas sobre o estado atual de toda a rede de transmissão.

No artigo [4], o interesse em assegurar que a rede reduzida traduza o mesmo estado da rede completa faz com que se realizem iterações na obtenção do equivalente de rede, caracterizando este equivalente como um equivalente dinâmico. O equivalente de rede dinâmico só é obtido se os resultados de saída do sistema equivalentado se igualarem aos resultados de saída do sistema completo considerando uma tolerância. Esses resultados são obtidos a partir de um ajuste iterativo utilizando o método dos mínimos quadrados em que deve-se determinar quais parâmetros, de linha, parcelas de carga e as diversas reatâncias do gerador que melhor representam a rede completa.

O documento [5] aborda outra aplicação dos equivalentes de rede: confiabilidade. Esta aplicação difere da aplicação tradicional de equivalentação de rede. A parte de equivalentação fica na representação da geração e transmissão através de taxas de falha e taxa de disponibilidade que são obtidos através da simulação Monte Carlo não sequencial. A metodologia propõe a construção de uma rede equivalente, que dependa da política de corte de carga utilizada no sistema de distribuição. O método proposto é testado em um sistema constituído pelo sistema de geração e transmissão IEEE-RTS [24], conectado ao sistema de distribuição IEEE-RBTS [25].

O objetivo de [6] é realizar um despacho hidrotérmico ótimo considerando restrições na rede de transmissão para uma rede reduzida. Nesta referência, descreve-se a aplicação de equivalentes de rede externos em despachos hidrotérmicos ótimos de

sistemas elétricos de potência considerando restrições na rede de transmissão e utilizando modelo linearizado para o cálculo de fluxo de potência. Ressalta-se que neste trabalho o despacho hidrotérmico foi realizado de forma determinística e não estocástica, como será realizado nesta dissertação.

A formulação do PPL final resolvido em [6] trabalha com um esquema de relaxação devido a presença da matriz de sensibilidade  $\beta$  no PPL ser densa, ocasionando uma perda de eficiência computacional considerável. Observa-se, pela formulação do PPL, que sempre que há uma modificação na rede interna é necessário resolver o PPL da rede externa novamente – e, em [6], o PPL é resolvido novamente de forma implícita, mas é resolvido novamente, o que faz com que o processo seja muito lento para sistemas com características estocásticas. A principal diferença entre o método proposto em [6] e aquele apresentado nesta dissertação é que, no método apresentado nesta dissertação, não há a necessidade de resolver novamente o PPL (de forma implícita ou explícita) quando há modificações na rede interna.

O documento [7] apresenta uma aplicação real de equivalentes de rede. Como pontos principais a definição e a implantação prática de um banco de dados comum, de modo a permitir a cada empresa de energia elétrica (EEE) a obtenção em tempo real da representação adequada da rede elétrica externa para a execução da análise de segurança.

Neste banco de dados a maior parte da rede elétrica interligada é representada por equivalentes e as regiões em que as informações de topologia online são utilizadas são representadas por seus parâmetros originais. A partir deste banco de dados comum, cada EEE é capaz de gerar seu próprio equivalente externo, reduzindo o volume de informações trocadas entre elas e uniformizando a informação entre as EEE.

O artigo apresenta um estudo de caso realizado para a Alemanha, a qual a operação do sistema elétrico interligado é descentralizada, tendo cada EEE a responsabilidade pelo planejamento e operação do seu próprio sistema. Sabe-se que para uma operação segura da rede é importante que cada EEE leve em consideração a influência do restante da rede elétrica. Através da análise de segurança em tempo real pode-se simular a perda de importantes equipamentos da rede, permitindo verificar se tais ocorrências ameaçam a operação segura da rede. De acordo com os resultados desta análise podem ser necessárias mudanças preventivas na programação de geração ou mesmo na topologia da rede. Para que o volume de dados requerido da rede externa e o tempo de simulação da análise de segurança não sejam excessivos, é conveniente que a rede externa seja representada por um modelo equivalente que atenda aos requisitos de precisão e confiabilidade.

Ainda em [7], os autores realizaram estudos utilizando diferentes técnicas de equivalência que apresentam precisão adequada para a utilização em tempo real. O artigo apresenta as premissas de representação dos sistemas externos, onde apenas são necessárias informações atualizadas da configuração para as barras de fronteira. Para o restante da rede externa pode-se utilizar a configuração normal. Não são necessárias informações sobre carga e geração já que as injeções equivalentes nas barras fronteiras refletem a situação de carga e geração da rede externa. O método Ward estendido foi utilizado para modelar de maneira adequada a resposta da potência reativa. Para a resposta de potência ativa são utilizados fatores de participação equivalentes nas barras fronteiras, resultantes da eliminação de barras de geração externas.

A rede elétrica, para fins de definição do banco de dados, é dividida em diversas regiões, tais quais descritas abaixo.

- Região observável: Região a qual as informações de topologia e das grandezas elétricas são obtidas em tempo real e o estado da rede pode ser determinado pelo processo de estimação de estado.
- Região próxima: regiões das redes vizinhas, próximas eletricamente da rede própria de cada EEE, onde mudanças de topologia influenciam consideravelmente os resultados das análises de segurança. Esta porção da rede deve ser determinada através de estudos off-line.
- Região distante: Porção da rede externa onde mudanças topológicas não afetam perceptivelmente os resultados da análise de segurança. O equivalente desta região é calculado para a configuração normal, não havendo necessidade de informações em tempo real. A atualização deste equivalente só é necessária se houverem grandes modificações nesta região do sistema, sendo feita apenas uma vez por ano.

Região Kernel: Porção da rede elétrica de uma determinada EEE que não faz parte de nenhuma “região próxima” das demais EEE. Desta região nenhuma informação é necessária para as demais EEE.

O banco de dados foi construído com a colaboração de cada EEE, onde estas forneceram informações sobre a sua rede. Para a região Kernel foi enviado um equivalente de rede e para o restante da rede, foram enviados parâmetros da rede original.

Por fim, como pontos notáveis deste artigo, descreve-se o seguinte procedimento, utilizado por cada EEE para obter o seu próprio banco de dados em tempo real, a partir do banco de dados comum:

Extração dos elementos do banco de dados comum que pertencem à região distante e obtenção do equivalente desta região.

Extração dos elementos do banco de dados comum que pertencem à região próxima. Levando-se em conta a topologia atual desta região e incluindo o equivalente da região distante, calcula-se o equivalente completo do sistema. Este equivalente completo só necessita ser novamente calculado caso ocorram mudanças de topologia na região próxima.

Em [8] os autores afirmam que os sistemas de energia enfrentam grandes desafios de regulamentos ambientais, por exemplo, restrições sobre gases de efeito estufa (GEE), mudanças na demanda devido a inserção de novas tecnologias como os veículos eléctricos, bem como a integração de várias tecnologias renováveis na rede. Por causa desses fatores em conjunto desenvolveram um algoritmo para a elaboração de políticas e decisões de investimento que levam em conta a estrutura do mercado e regulação de GEE. Neste algoritmo de equivalência as propriedades do sistema são preservadas de forma que sejam iguais às propriedades do sistema completo. O artigo [9] aborda a equivalência de rede com a aplicação em planejamento de sistema que devam respeitar regulamentações ambientais baseado em [8]. Os artigos [8] e [9] são melhor compreendidos quando tratados juntos, por isso a breve descrição do método proposto em [8] é melhor explorado quando visto a aplicação real no sistema leste dos EUA. Nesta metodologia todos os geradores do sistema completo são mantidos integralmente na redução equivalente, o que é diferente do caso de equivalência tradicional onde os geradores da rede externa são “particionados” e representados nas barras de fronteira. A metodologia também preza na acurácia dos fluxos do sistema. Os fluxos dos circuitos retidos devem ser exatamente iguais aos fluxos dos circuitos antes do sistema ser reduzido. Não somente os circuitos que conectam a área externa com a interna são representados, circuitos do sistema completo que apresentem congestionamento também são circuitos retidos. Todos os geradores do sistema são representados e conectados ao sistema retido. Através da teoria dos grafos, o menor caminho entre o gerador e a barra retida mais próxima é

definido. Considerando que há um deslocamento na geração, em [9] apresenta-se uma forma de equilibrar a geração com a carga, através do deslocamento da carga realizando um fluxo de potência invertido.

O equivalente proposto destina-se a ser usado como um banco de ensaio para a comparação de vários métodos de simulação e análise de funcionamento do sistema elétrico de potência em sistemas com restrições e regulamentos ambientais. Ele também pode ser usado para fluxo de potência, fluxo de potência ótimo, planejamento do sistema, e estudos de confiabilidade.

### 1.2.2 MUST

Focando em uma das aplicações das metodologias a serem apresentadas nesta dissertação, descreve-se aqui trabalhos que discutem a contratação do MUST.

Considerando que era necessário estimular as distribuidoras a declarar corretamente as demandas máximas nos pontos de conexão com a rede básica, o regulador do sistema nacional, ANEEL, através de [10], inseriu mecanismos de multa mais rígidos do que os que vinham sendo praticados. Anteriormente à REN 399/2010 [10], as regras sobre multas e penalizações sobre o MUST eram regidas pela REN 281/1999 [11].

Nos próximos parágrafos serão relatadas as principais premissas que regem atualmente a contratação do MUST e as diferenças entre a regulamentação vigente e a anterior. As informações são baseadas nas referências [10] e [11].

De acordo com a REN 399/2010 as distribuidoras devem declarar anualmente os MUSTs para os 4 anos civis subsequentes, para os horários de ponta e fora de ponta. O ano civil começa em 1º de janeiro do ano subsequente, dessa forma os MUSTs devem ser declarados ao ONS até o dia 31 de outubro de cada ano para cada ponto de conexão, considerando que os horários de ponta são também estabelecidos pela

distribuidora. Caso não haja manifestação da distribuidora quanto a renovação dos valores do MUST a serem adotados, o ONS considera que os valores declarados no ano anterior serão válidos e o valor do MUST do 4º ano será o mesmo do 3º ano.

A REN 399/2010 afirma que para a contratação do MUST não se deve considerar as usinas despachadas centralizadamente. Porém, a distribuidora deve adotar algum cenário de despacho da rede externa, pois caso não adote estará declarando um MUST considerando que há déficit no sistema. O cenário de despacho a ser considerado pela distribuidora deve ser escolhido por processo estocástico que reflita a real operação do sistema. Caso adote um cenário de despacho muito desacoplado da realidade, a distribuidora estará exposta a multas severas.

As multas são apuradas mensalmente e anualmente por subcontratação e sobrecontratação respectivamente.

Caso a medição mensal de demanda máxima ultrapassar 10% do MUST contratado no ponto de conexão, tanto no horário de ponta quanto no horário fora de ponta, serão aplicadas multas às distribuidoras por subcontratação. O valor da multa é proporcional a três vezes o somatório da Tarifa de Uso do Sistema de Transmissão (TUST) na Rede Básica e na Rede Básica de fronteira. Os MUSTs contratados podem sofrer alterações de acordo com algumas premissas. As distribuidoras poderão solicitar um único aumento de MUST, por ponto de conexão e período de contratação, para o ano civil em curso. Podem ainda reduzir os MUSTs contratados de forma não onerosa em valor superior a 10% por ponto de conexão nos quando comprovada a importância para a otimização da operação do SIN. Porém, o MUST total contratado pela distribuidora não pode ser reduzido. Deve-se ter realocação dos contratos entre os pontos de conexão.

Considerando as premissas descritas acima, a grande diferença entre a REN 399/2010 e a REN 281/1999 é que a penalidade na REN 281/1999 era aplicada à

distribuidora caso houvesse ultrapassagem superior a 5% do montante contratado. Ou seja, somente multas por subcontratação eram consideradas. Este mecanismo estimulava as distribuidoras a declararem valores de MUST bem mais elevados do que os verificados pelas medições, sinalizando para o ONS uma expansão não realista.

O artigo em [12] destina-se a propor duas metodologias para a determinação dos valores a serem contratados em cada ponto de conexão da distribuidora com a rede básica: uma formulação inteira mista e uma formulação estocástica. Os autores afirmam que a formulação inteira é mais apropriada para distribuidoras que possuem previsão de demanda para o ano seguinte, ou quando o número de cenários de demanda é pequeno. O artigo é relevante quando considerado que ele introduz ao leitor o problema de contratação do MUST, seus conceitos básicos e suas terminologias. Porém o artigo atualmente encontra-se defasado quanto às novas regras de contratação e atualização do MUST, já que ele baseia-se em [11]. O defasamento encontra-se no período de contratação de apenas um ano, nos critérios de multa e no tipo de multa. Uma grande mostra desse defasamento é o exemplo citado em [12] onde descreve-se que uma distribuidora, com caráter mais conservador, pode contratar um MUST maior do que sua demanda máxima no ano, fazendo com que a distribuidora tenha custos maiores e desnecessários afim de evitar as multas. De acordo com a REN 281/1999 esta situação de fato existia, pois apenas a multa de subcontratação era processada. Ou seja, caso a demanda medida fosse maior que a demanda contratada, a distribuidora receberia uma multa. Este procedimento não condizia com o propósito do MUST que é sinalizar a expansão necessária nas instalações de fronteira. O mecanismo fazia exatamente o contrário, sinalizava para o ONS uma expansão não realista. Ainda em [12], o artigo descreve a estocasticidade do problema de contratação representando os fluxos de potência de demanda nos pontos de conexão como uma variável aleatória. Como resultado das

metodologias apresentadas, obtém-se a função densidade de probabilidade dos fluxos em cada um dos pontos de conexão.

Na mesma linha de aplicação de metodologias para contratação do MUST, tem-se o artigo em [13] que apresenta a incorporação das modificações inseridas pela REN 399/2010. No artigo é apresentada uma metodologia para a contratação do MUST por distribuidoras de grande porte, sistema malhado e múltiplos pontos de conexão com a Rede Básica, com enfoque nos métodos de representação de incertezas (demanda interna da distribuidora, geração distribuída embebida na área de concessão da distribuidora, modificações de topologia e falhas de equipamentos) que afetam a contratação e nos procedimentos e critérios para a gestão do risco durante a determinação dos montantes contratados. O artigo trás discussões importantes quanto aos assuntos listados abaixo:

- Análise da adequação do montante de contratação ótimo como índice para avaliação da convergência da simulação Monte Carlo que serve como base do processo;
- Comparação dos efeitos de contratação que vise a minimizar exclusivamente penalidades ou a minimizar *custos totais* sobre os montantes contratados e conseqüentemente sobre as indicações dadas para o planejamento da expansão da transmissão;
- Comparação dos efeitos da consideração de critérios de risco sobre estes mesmos parâmetros;
- Verificação da relação entre as bandas de tolerância para penalização, a severidade do critério de risco considerado para a contratação e os montantes contratados;

- Análise dos efeitos de se adotar um processo de contratação *integrado* para distribuidoras com múltiplos pontos de conexão à rede externa, em oposição a um processo de contratação que considere cada ponto *individualmente*

Diferentemente de [12], o artigo [13] contempla na aplicação de sua metodologia em um caso real com todas as incertezas intrínsecas ao problema de contratação do MUST, isto é, as variáveis estocásticas são a geração e demanda do sistema interno.

## 1.3 Organização do texto

O texto está organizado da seguinte forma:

- O capítulo 2 apresenta os conceitos dos equivalentes de rede, mostra a formulação do equivalente de rede Ward para sistemas linearizados, o uso do fluxo de potência ótimo em sistemas hidrotérmicos e a relevância do uso dos equivalentes de rede em sistemas hidrotérmicos.
- O capítulo 3 mostra a metodologia de contratação do MUST de acordo com as regras vigentes.
- O capítulo 4 apresenta as metodologias de equivalência de rede propostas nesse trabalho, vantagens e desvantagens de cada uma delas e exemplos numéricos para melhor visualização da obtenção dos equivalentes de rede generalizado.
- O capítulo 5 mostra a aplicação dos equivalentes de rede generalizados em problemas de contratação do MUST e distribuição. Ainda neste capítulo é mostrada a formulação do problema de programação linear de contratação ótima do MUST.
- No capítulo 6 são mostradas as principais conclusões da pesquisa e as sugestões de trabalhos futuros.

- O capítulo 7 apresenta referências bibliográficas
- No capítulo 8 encontra-se os anexos.

## 2 Equivalente de rede e sistemas hidrotérmicos

Neste capítulo será descrito brevemente as formulações dos equivalentes de rede tradicionais de forma introdutória para a abordagem do uso de equivalentes de rede linearizados. Ainda neste capítulo será destacada a utilização de equivalentes de rede em sistemas hidrotérmicos e a utilização do fluxo de potência ótimo para a resolução do despacho ótimo em sistemas hidrotérmicos.

### 2.1 Métodos tradicionais de equivalência de rede

Os métodos tradicionais de equivalência de rede serão descritos de forma introdutória e informativa para o dos equivalentes de rede. Ressalta-se que os métodos REI e Ward (com representação da grandeza tensão) não serão utilizados nesta dissertação.

#### 2.1.1 Equivalente REI

O equivalente REI é construído a partir da solução de um modelo de fluxo de potência de sistemas externos. A ideia central desse método é agregar em apenas um nó, o nó REI, potência e corrente das barras a serem eliminadas.

Em [2] descreve-se o seguinte algoritmo para o desenvolvimento do equivalente REI:

- Remova as injeções de todas as barras.
- Crie um nó REI fictício, nó R, onde a injeção neste nó é o somatório das injeções de todas as barras removidas, onde:

$$S_R = \sum S_K \quad ; \quad I_R = \sum I_K \quad e \quad E_R = S_R / I_R \quad (5)$$

Onde,

$S_R$  Potência aparente no nó R.

$S_K$  Potência aparente na barra  $k$ .

$I_R$  Corrente no nó R.

$I_K$  Corrente na barra  $k$ .

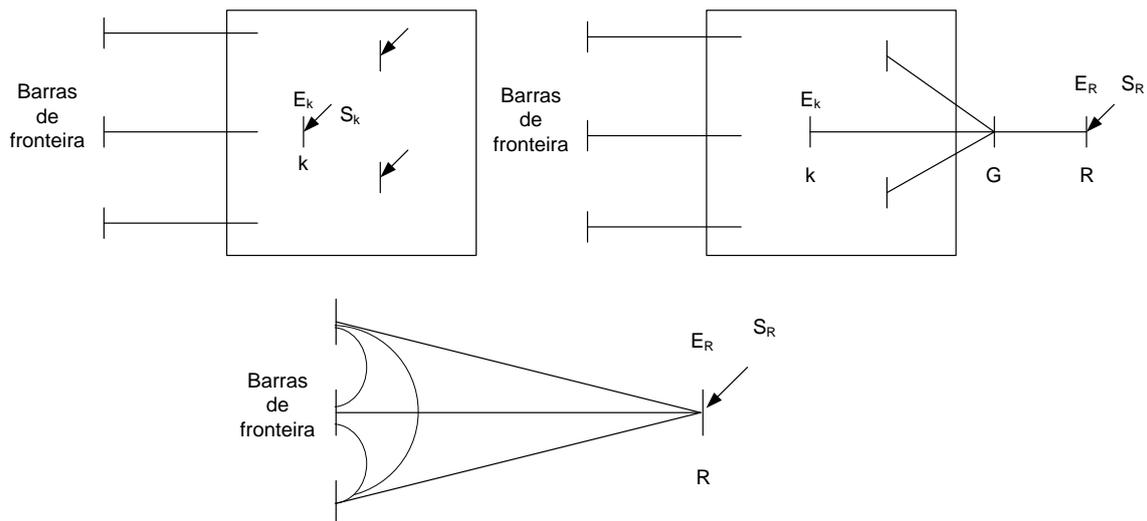
$E_R$  Tensão complexa no nó R.

Tendo a rede externa como uma rede passiva, aumente o grau de passividade da rede inserindo uma barra G que se conecta a todas as outras barras da rede e ao nó fictício REI. As admitâncias da nova rede serão dadas pelas seguintes equações:

$$Y_{RG} = \frac{S_R^*}{V_R^2} \text{ e } Y_{kG} = -\frac{S_k^*}{V_k^2} \text{ para todo } k \quad (6)$$

Elimine todas as barras  $k$  e a barra G utilizando a eliminação de Gauss, deixando a rede reduzida na qual o nó REI representa as barras eliminadas assim como mostrado na Figura 2.1.

A Figura 2.1 ilustra, de maneira esquemática, a criação do equivalente REI.



**Figura 2.1- Construção do equivalente REI. Fonte: [2]**

O método de REI poderia ser um forte concorrente do Método Ward de injeções, pois enquanto o Método Ward de injeções distribui os efeitos das barras eliminadas entre a

fronteira do sistema interno, o Método REI concentra esse efeito em apenas um nó fictício. Porém, a grande desvantagem do método REI é que a rede reduzida pode afetar a esparsidade e o condicionamento do problema, inserindo falta de precisão para alguns casos.

### 2.1.2 Equivalente Ward

Segundo [2], o equivalente Ward é o método mais utilizado nos estudos. Há duas versões para este método, Método de Injeção e o Método de Admitância. Ambos serão descrito abaixo apenas como um assunto introdutório ao uso do da equivalência Ward para o modelo de fluxo de potência linearizado, que será descrita na seção 2.1.3 da dissertação.

Assim, considera-se inicialmente o método clássico de determinação de equivalentes introduzido por Ward (e descrito em [21]). Para este método, a rede elétrica é representada pela equação seguinte, que relaciona as injeções de correntes complexas nas barras às tensões nodais complexas:

$$Y \cdot E = I \tag{7}$$

Onde:

$I$  Vetor coluna com as injeções de correntes nodais;

$Y$  Matriz admitância nodal;

$E$  Vetor coluna com as tensões nodais.

Admite-se agora que os vetores e matrizes acima são ordenados de forma a que a equação matricial acima possa ser reescrita como:

$$\begin{bmatrix} Y_{EXT,EXT} & Y_{EXT,FRT} & \\ Y_{FRT,EXT} & Y_{FRT,FRT} & Y_{FRT,INT} \\ & Y_{INT,FRT} & Y_{INT,INT} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_{EXT} \\ E_{FRT} \\ E_{INT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{EXT} \\ I_{FRT} \\ I_{INT} \end{bmatrix} \quad (8)$$

Onde os índices *EXT*, *INT* e *FRT*, quando utilizados nos subvetores  $E_{EXT}$  e  $I_{EXT}$ ,  $E_{INT}$  e  $I_{INT}$ ,  $E_{FRT}$  e  $I_{FRT}$ , indicam os sub-vetores (componentes dos vetores  $E$  e  $I$ ) que contém as tensões e correntes nodais complexas do subconjunto de barras que serão eliminadas durante o cálculo do equivalente (rede externa, *EXT*), do subconjunto de barras que serão retidas durante o cálculo do equivalente (rede interna, *INT*), e do subconjunto de barras que se conectam diretamente tanto àquelas da rede externa quanto da rede interna (barras de fronteira, *FRT*). As submatrizes da matriz de admitância nodal são indicadas por duplo subíndice, que indicam as admitância *entre* dois subconjuntos de barras. Por exemplo,  $Y_{EXT,FRT}$  é a submatriz de admitâncias *entre* as barras da rede externa e as barras de fronteira, enquanto  $Y_{FRT,FRT}$  é a submatriz de admitâncias *entre* as barras da rede de fronteira. Nota-se que a escolha das barras de fronteira é feita de tal maneira que não haja qualquer conexão direta entre barras das redes interna e externa, de modo que são nulas as matrizes  $Y_{EXT,INT}$  e  $Y_{INT,EXT}$  (e, por convenção de notação, não se representa estas matrizes na equação anterior).

Com a equivalência da rede, deseja-se basicamente eliminar da equação acima as grandezas que se referem à rede externa, obtendo-se um sistema linear equivalente que permita obter com precisão as variáveis de estado (tensões nodais complexas) da rede de interesse (rede interna e barras de fronteira). Para alcançar este objetivo, pode-se primeiramente manipular a primeira linha da equação matricial, isolando o vetor de tensões nodais [21]:

$$E_{EXT} = (Y_{EXT,EXT})^{-1} \cdot (I_{EXT} - Y_{EXT,FRT} \cdot E_{FRT}) \quad (9)$$

A expressão obtida para  $E_{EXT}$  pode ser, então, substituída na segunda linha da equação matricial original [21], obtendo-se o seguinte sistema de equações equivalentes:

$$\begin{bmatrix} Y_{FRT,FRT}^{eq} & Y_{FRT,INT} \\ Y_{INT,FRT} & Y_{INT,INT} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_{FRT} \\ E_{INT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{FRT}^{eq} \\ I_{INT} \end{bmatrix} \quad (10)$$

Nota-se que as modificações referem-se à obtenção de uma matriz admitância equivalente entre as barras de fronteira,  $Y_{FRT,FRT}^{eq}$ , e um vetor de injeção de correntes nodais complexas equivalentes nas barras de fronteira,  $I_{FRT}^{eq}$ . Estes são dados por:

$$Y_{FRT,FRT}^{eq} = Y_{FRT,FRT} - Y_{FRT,EXT} \cdot (Y_{EXT,EXT})^{-1} \cdot Y_{FRT,EXT} \quad (11)$$

$$I_{FRT}^{eq} = I_{FRT} - Y_{FRT,EXT} \cdot (Y_{EXT,EXT})^{-1} \cdot I_{EXT} \quad (12)$$

O método apresentado anteriormente aplica-se quando a rede é representada através da equação (9). Esta equação, no entanto, não corresponde àquela empregada na maioria das aplicações de fluxo de potência não-linear, em que as injeções de geradores e cargas são modeladas como *potência constante* e não como *corrente constante*. Portanto, o método do cálculo do equivalente de rede para estas aplicações é distinto. Basicamente, este método distinto envolve o cálculo da matriz  $Y_{FRT,FRT}^{eq}$  do mesmo modo como indicado anteriormente, mas um cálculo distinto das injeções de potência aparente equivalentes nas barras de fronteira. O método para o cálculo das injeções de potência aparente equivalentes é apresentado em [21]. O método apresentado em [21] não será reproduzido aqui, pois o enfoque desta dissertação recai sobre aplicações em que se utiliza o modelo linearizado do fluxo de potência. De fato, toda a exposição desta seção 2.1.2 tem a função de servir de introdução ao cálculo do equivalente de redes para aplicações em que se utiliza o fluxo de potência linearizado – assunto que será tratado na seção seguinte.

### 2.1.3 Equivalente Ward para fluxo de potência linearizado

Nesta subseção, apresenta-se o método de cálculo de equivalentes de rede para uso com o modelo linearizado do fluxo de potência (comumente chamado de *fluxo de*

potência CC). Este método é utilizado para a representação das injeções equivalentes da rede interna da distribuidora.

Seja a matriz  $B$  a matriz de susceptância do fluxo de potência linearizado, de dimensão  $(n-1) \times (n-1)$ , em que  $n$  é o número de barras do sistema, e cujas entradas são dadas por:

$$B_{k,k} = \sum_{m \in \Omega_k} \frac{1}{x_{k,m}} \quad \text{e} \quad B_{k,m} = -\frac{1}{x_{k,m}} \quad (13)$$

Onde:

$\Omega_k$  = conjunto de barras conectadas diretamente à barra  $k$ ;

$x_{k,m}$  = reatância do circuito conectando a barra  $k$  à barra  $m$ .

Analogamente ao indicado na seção anterior, pode-se fazer uma ordenação da matriz  $B$  de forma a evidenciar as submatrizes correspondentes ao sistema interno da distribuidora (sub-índice  $INT$ ), ao sistema de fronteira (sub-índice  $FRT$ ) e ao restante do sistema externo (sub-índice  $EXT$ ).

$$B = \begin{bmatrix} B_{EXT,EXT} & B_{EXT,FRT} & \\ B_{FRT,EXT} & B_{FRT,FRT} & B_{FRT,INT} \\ & B_{INT,FRT} & B_{INT,INT} \end{bmatrix} \quad (14)$$

O vetor de injeções nodais  $P$  e vetor de ângulos nodais  $\theta$ , ambos de dimensão  $(n-1) \times 1$ , também podem ser ordenados de forma semelhante, como indicado a seguir:

$$P = \begin{bmatrix} P_{EXT} \\ P_{FRT} \\ P_{INT} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \theta = \begin{bmatrix} \theta_{EXT} \\ \theta_{FRT} \\ \theta_{INT} \end{bmatrix} \quad (15)$$

Dada esta ordenação, deseja-se essencialmente eliminar o sistema externo, determinando as injeções e os circuitos equivalentes de forma a que o sistema retido (sistema interno e sistema de fronteira), visto das barras de fronteira, tenha o mesmo comportamento do sistema completo. Matematicamente, isto equivale a dizer que as

variáveis de estado  $\theta_{INT}$  e  $\theta_{FRT}$  não sofrem alterações após a equivalência, tendo os mesmos valores em ambas as equações matriciais abaixo:

$$\begin{bmatrix} B_{EXT,EXT} & B_{EXT,FRT} \\ B_{FRT,EXT} & B_{FRT,FRT} & B_{FRT,INT} \\ & B_{INT,FRT} & B_{INT,INT} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \theta_{EXT} \\ \theta_{FRT} \\ \theta_{INT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{EXT} \\ P_{FRT} \\ P_{INT} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} B_{FRT,FRT}^{eq} & B_{FRT,INT} \\ B_{INT,FRT} & B_{INT,INT} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \theta_{FRT} \\ \theta_{INT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{FRT}^{eq} \\ P_{INT} \end{bmatrix} \quad (17)$$

Para tal, a matriz  $B_{FRT,FRT}^{eq}$  e o vetor  $P_{FRT}^{eq}$  devem ser calculados da seguinte maneira:

$$B_{FRT,FRT}^{eq} = B_{FRT,FRT} - B_{FRT,EXT} \cdot (B_{EXT,EXT})^{-1} \cdot B_{FRT,EXT} \quad (18)$$

$$P_{FRT}^{eq} = P_{FRT} - B_{FRT,EXT} \cdot (B_{EXT,EXT})^{-1} \cdot P_{EXT} \quad (19)$$

O vetor  $P_{FRT}^{eq}$  contém as injeções equivalentes nas barras de fronteira. A impedância dos circuitos equivalentes podem ser determinados comparando-se os elementos fora da diagonal de  $B_{FRT,FRT}^{eq}$  com aqueles de  $B_{FRT,FRT}$ .

## 2.2 Equivalentes de rede para aplicações de otimização, com enfoque em aplicações em sistemas hidrotérmicos

Os procedimentos de equivalência de redes apresentados na seção 2.1 tem enfoque em aplicações de *simulação* do fluxo de potência. Isto é, considera-se que é conhecido o conjunto de geradores que respondem a variações nas injeções de potência nas barras do sistema, apenas simula-se qual o estado da rede quando estas modificações ocorrem, e os geradores pré-determinados respondem aumentando ou diminuindo a sua geração.

Para aplicações de otimização, há um requisito adicional muito importante para a equivalência de redes: o conjunto de geradores que responde às variações nas

injeções de potência não é pré-determinado, não é um dado de entrada para a solução do problema, mas é implicitamente obtido pela solução do problema de otimização. Admita que, dado um ponto de operação inicial (obtido pela solução de um problema de otimização), as variações das injeções de potência só ocorrem nas barras da rede interna (a rede que será retida) do sistema de interesse, e que os geradores que respondem a estas variações estão localizados na rede externa (a rede que será eliminada no processo de equivalentação). Esta premissa é utilizada neste capítulo e nos capítulos seguintes desta dissertação, pois adere à situação verificada para as aplicações de determinação do MUST, em que interessa verificar como o sistema externo *responde* às modificações da rede interna (rede da distribuidora), e em que os geradores desta rede interna não são despacháveis. Neste caso, interessa saber quais são os geradores da rede externa que respondem a modificações na rede interna, e *qual a resposta* de cada um deles – ou seja, qual a *função resposta (FR)* da rede externa às modificações da rede interna.

Nesta seção, apresenta-se conceitos necessários para uma introdução ao problema de equivalentação de redes para aplicações de otimização, e em particular ao problema de determinação da *FR*. Apresenta-se também a motivação para a investigação deste tema, para sistemas hidrotérmicos em particular. Deve-se considerar o que é exposto abaixo como uma exposição de conceitos necessários à compreensão das metodologias propostas nesta dissertação para a determinação de equivalentes de rede generalizados – as metodologias que serão apresentadas no capítulo 3 da dissertação.

### 2.2.1 Fluxo de potência ótimo linearizado

Considera-se abaixo a formulação do problema de fluxo de potência ótimo com o modelo linearizado da rede elétrica. Para a exposição abaixo, considera-se como

função objetivo a minimização dos custos de geração de potência ativa – mas outras funções objetivo poderiam ser consideradas.

$$z = \min \mathbf{c}' \cdot \mathbf{g} \quad (20)$$

sujeito a

$$g_i + \sum_{j \in \Omega_i} f_{ji} = d_i \quad , \forall i \in \Omega \quad (21)$$

$$[\sum_{k \in \Omega'} \beta_{ij,k} \cdot g_k] - f_{ij} = [\sum_{k \in \Omega'} \beta_{ij,k} \cdot d_i] \quad , \forall ij \in \Psi_c \quad (22)$$

$$-\bar{f}_{ij} \leq f_{ij} \leq \bar{f}_{ij} \quad , \forall ij \in \Psi_c \quad (23)$$

$$\underline{g}_i \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad , \forall i \in \Omega \quad (24)$$

$$\mathbf{A}^{outr} \cdot \mathbf{x} \leq \mathbf{b}^{outr} \quad (25)$$

Onde:

$z$  Custo total do despacho de geração, em \$ (valor da função objetivo).

$c$  Vetor com os custos das gerações das barras, em \$/MW (parâmetro).

O símbolo ' indica transposição.

$g_i$  Geração de potência ativa na barra  $i$ , em MW (variável de decisão).

$\mathbf{g}$  Vetor cuja entrada  $i$  é igual a  $g_i$ .

$d_i$  Demanda de potência ativa na barra  $i$ , em MW (parâmetro).

$\Omega$  Conjunto de barras da rede.

$\Omega_i$  Conjunto de barras da rede diretamente conectadas à barra  $i$ .

$\Omega'$  Conjunto de barras da rede, exceto a barra *slack*.

$i, k, j$  Índices utilizados para barras da rede.

$\Psi_c$  Conjunto de circuitos da rede.

$ij$  Índice duplo utilizado para circuitos da rede, indica circuito com origem na barra  $i$  e término na barra  $j$ .

$A^{outr} \cdot x \leq b^{outr}$  Outras restrições aplicáveis para algum problema específico.

Pela exposição do problema acima, fica claro que os geradores que respondem a modificações nas injeções de potência nas barras da rede são determinados pela própria solução do problema de otimização, não sendo especificado como dado de entrada quais são estes geradores (como em problemas de simulação).

## 2.2.2 Relevância particular para sistemas hidrotérmicos

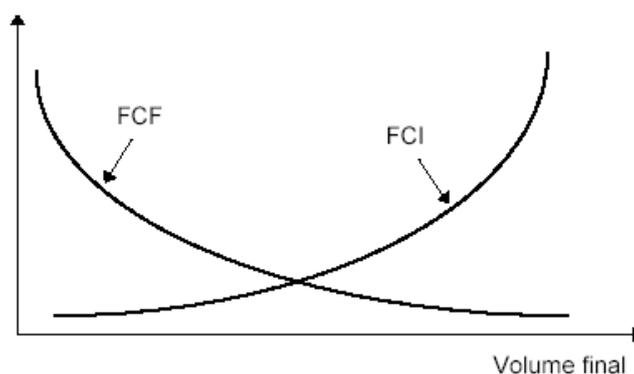
Neste item, discute-se a relevância particular de métodos de equivalência que permitam considerar a correta *resposta* de geradores, capturando implicitamente a *resposta ótima* aderente à solução de um problema de otimização, para sistemas hidrotérmicos.

Inicialmente, considere-se a situação de um sistema puramente térmico. Em um sistema deste tipo, em que os custos unitários de produção de diferentes geradores são determinados a priori (e estão relacionados, basicamente, ao custo dos combustíveis fósseis) e apresentam diferenças claras entre geradores distintos, o despacho econômico do sistema de geração leva a situações em que há apenas um gerador marginal que responderá a variações nas injeções de potência na rede – ou apenas um conjunto pequeno de geradores marginais, no caso em que há congestionamento de circuitos da rede de transmissão.

A situação em sistemas hidrotérmicos é potencialmente distinta. Em sistemas hidrotérmicos e com grande preponderância de geração hidrelétrica, como o brasileiro, os custos unitários de produção de unidades geradoras hidrelétricas não são determinados de maneira tão direta como os custos de usinas térmicas. Ao invés

disto, os custos unitários de produção de hidrelétricas estão essencialmente relacionados ao *custo de oportunidade* da água, levando em consideração a operação hidrotérmica em um horizonte multi-estágio de simulação. As decisões de geração com hidrelétricas estão relacionadas com a determinação deste custo de oportunidade.

A necessidade de se considerar os custos de oportunidade da água ficam claras ao se considerar a figura seguinte, em que se indica de forma esquemática o perfil de variação da função de custo futuro (FCF) e da função de custo imediato (FCI), relativa aos custos operativos do sistema hidrotérmico, em função do volume de água armazenado em um determinado estágio temporal.



**Figura 2.2- Função de custo futuro (FCF) e função de custo imediato (FCI).**

Como podemos observar na Figura 2.3, a FCI vai adotando valores mais altos à medida que o nível de armazenamento dos reservatórios aumenta. Isso é esperado, pois a FCI mede os custos de geração térmica no estágio temporal presente. O aumento do volume de água armazenado é possibilitado por maior geração de energia por termelétricas no estágio presente, resultando em maiores custos imediatos de geração. A FCF tem comportamento contrário a FCI. À medida que o nível de armazenamento vai aumentando, a FCF adota valores mais baixos. Como a FCF está associada ao custo esperado de geração térmica e ao custo de racionamento em um horizonte futuro, com valores mais altos de armazenamento, a disponibilidade de

geração hidroelétrica é maior no futuro, reduzindo a necessidade esperada de geração termelétrica e a probabilidade de déficits de energia neste horizonte.

A exposição acima sobre o comportamento da FCF e da FCI é apresentado de forma superficial, e maiores esclarecimentos sobre este tema podem ser obtidos em [23]. No entanto, a exposição acima deixa claro que existe um *custo de oportunidade* em se turbinar água e esvaziar reservatórios – o *valor da água*. No sistema brasileiro, a metodologia utilizada para a determinação do *valor da água* é a programação dinâmica dual estocástica (PDDE), descrita em [23].

Fica claro, portanto, que deve ser considerado um custo unitário de produção de energia de hidrelétricas, e que este equivale, basicamente, ao *valor da água* em um determinado instante temporal.

Depois desta discussão, é possível perceber as implicações que a valoração dos custos de oportunidade da água tem para o despacho de sistemas hidrotérmicos, e para os requisitos para a determinação dos geradores marginais do sistema. Admita-se que foi calculada uma política operativa para o sistema hidrotérmico, e o valor da água foi definido através desta política. Após a definição deste *valor da água*, deseja-se simular a operação eletroenergética do sistema – isto é, deseja-se simular a operação do sistema resolvendo, para cada estágio temporal e cada configuração de demanda e geração não-despachável (as configurações de demanda e geração não-despachável podem variar para cada patamar de carga típico considerado), deseja-se resolver um problema de despacho ótimo, considerando as restrições impostas pela rede de transmissão. Como o *valor da água* é o mesmo para diversas hidrelétricas do sistema, pode haver, em sistemas hidrotérmicos, um grande número de hidrelétricas marginais que *responderão* às modificações na injeção de potência nas barras – e não apenas um conjunto reduzido de geradores, como em sistemas predominantes térmicos.

Por isso, é crítico que, para a equivalência de redes em sistemas hidrotérmicos, seja corretamente modelado o padrão de resposta dos geradores do sistema externo às modificações nas injeções das barras do sistema interno.

Além disso, para aplicações que levam em conta um horizonte futuro, é particularmente desejável se obter, para sistemas hidrotérmicos, um procedimento de equivalência que, além de modelar corretamente o padrão de resposta dos geradores do sistema externo às modificações nas injeções das barras do sistema interno (capturando implicitamente a resposta ótima do sistema), tenha elevado desempenho computacional. Isto é particularmente relevante para sistemas hidrotérmicos porque deve-se considerar incertezas hidrológicas ao simular a operação destes sistemas, e por isso é usual levar em conta, para análises de horizonte futuros, um elevado número de *séries hidrológicas*.

É esta a motivação básica para propor um método *generalizado* de equivalência de rede para sistemas hidrotérmicos, que permita capturar a *resposta econômica* (a resposta ótima, que adere à solução ótima de um problema de fluxo de potência ótimo considerando restrições de transmissão) dos geradores do sistema externo às modificações do sistema interno, e que tenha desempenho computacional elevado.

### **3 Considerações sobre o Montante de Uso do Sistema de Transmissão**

Neste capítulo serão abordadas as principais características da contratação ótima do MUST, com referência à regulação sobre o tema. Também será discutida a necessidade de se obter múltiplos cenários de fluxos de potência em circuitos, para um horizonte de tempo futuro, para os fins de contratação do MUST – e, no contexto desta discussão, será retomada a motivação para a obtenção de um método de equivalência de rede que capture corretamente a *resposta econômica* do sistema externo (esta motivação já foi apresentada, de maneira preliminar, no capítulo introdutório desta dissertação). Finalmente, será apresentada uma possível formulação do problema de contratação do MUST, para quando se dispõem de múltiplos cenários equiprováveis de fluxos de potência em pontos de conexão, para um horizonte de tempo futuro.

#### **3.1 A contratação do MUST como problema de natureza estocástica e suas relações com a metodologia proposta nesta dissertação**

Conforme mencionado no capítulo 1 desta dissertação, a contratação do MUST deve ser feita pela distribuidora, para um horizonte futuro de 4 anos. Para cada ano, é contratado, para cada ponto de conexão do sistema da distribuidora à Rede Básica, um valor de MUST para o posto de contratação de *ponta* e um valor para o posto de contratação *fora de ponta*. O MUST a ser contratado deve corresponder, idealmente, à máxima demanda de potência ativa em cada ponto de conexão da distribuidora à Rede Básica. Cada ponto de conexão pode se constituir de mais de um circuito, e a potência ativa importada pelo ponto de conexão é dada pela soma da potência ativa

que circula por cada circuito que o compõe (obviamente, observando-se convenção de sentido que corresponde à *importação* de potência).

Os valores contratados de MUST são comparados aos máximos valores de fluxo de potência ativa pelos pontos de conexão efetivamente medidos durante o ano civil e o posto de contratação associados, e há penalidades (abordadas em detalhes mais adiante neste capítulo) caso os valores medidos se distanciem dos valores contratados por mais de uma banda de tolerância.

As medições em relação às quais os valores são comparados correspondem a valores integralizados em períodos de 15 minutos. Por isso, é importante que, ao fazer a projeção de cenários de fluxo de potência nos pontos de conexão para fins da determinação do MUST a ser contratado para horizonte futuro, as distribuidoras considerem intervalos de tempo de 15 minutos.

O fato de que a contratação do MUST deve ser aderente aos valores de fluxo de potência verificados nos pontos de conexão em um horizonte futuro traz à tona a necessidade de se tratar incertezas. Um possível tratamento corresponde a utilizar uma abordagem estocástica para a contratação do MUST: projeta-se um número elevado de cenários possíveis de fluxo de potência nos pontos de conexão, atribuindo-se a cada um deles uma probabilidade de ocorrência (ou seja, caracteriza-se, de forma empírica, a *distribuição de probabilidades* dos fluxos nos pontos de conexão), e realiza-se a contratação sob algum critério de incerteza.

Se admite-se que é completamente conhecido o plano de expansão da rede elétrica (e portanto a topologia e os parâmetros de rede de transmissão e da rede de distribuição em alta tensão) em cada instante de tempo do horizonte de contratação, a incerteza nos fluxos de potência pelos pontos de conexão é explicada pela incerteza nas injeções (geração e carga) da rede elétrica. Ou seja, é a incerteza em parâmetros relacionados tanto à geração e carga do sistema da distribuidora quanto aos os

cenários de geração e carga do sistema externo confere que um caráter estocástico aos máximos fluxos de potência no horizonte de contratação. Como há incerteza sobre os cenários de fluxo de potência nos pontos de conexão, há, conseqüentemente, incertezas em relação aos custos totais do processo de contratação do MUST. Assim, os custos totais de contratação podem também ser tratados como variáveis estocásticas. Mais exatamente, os custos totais de contratação são compostos de duas parcelas:

- Encargos nominais de contratação, parcela determinística e referente ao montante de potência contratado em cada ponto de conexão; e;
- Penalidades por sub- e sobrecontratação, parcela estocástica e dependente das diferenças entre os fluxos contratados e verificados.

Reconhecer a natureza estocástica dos custos, e portanto o caráter probabilístico do problema de contratação do MUST, permite o emprego de estratégias de contratação que visem a buscar pelo equilíbrio das parcelas determinística e estocástica acima listadas, considerando um determinado perfil de aversão a risco da distribuidora.

Neste ponto, volta-se agora a discussão à natureza estocástica dos fluxos nos pontos de conexão. Uma alternativa para determinar empiricamente a distribuição de probabilidades dos fluxos de potência ativa nos pontos de conexão é descrita a seguir. Para tal, pode-se criar cenários de carga e geração da rede interna (naturalmente, cenários de geração somente se aplicam para distribuidoras com geradores conectados à sua rede) a partir de dados históricos, criar também cenários de carga e geração da rede externa (mantendo a coerência espacial e temporal com os cenários da rede interna), e posteriormente realizar simulação de fluxo de potência em regime permanente, para a determinação dos correspondentes fluxos de potência ativa nos circuitos de interesse.

A abordagem mencionada ao fim do parágrafo anterior pode ser caracterizada como *fundamentalista*, uma vez que se cria cenários para as variáveis fundamentais (carga e geração das redes interna e externa) que afetam a variável de interesse (fluxos de potência ativa nos circuitos que compõem pontos de conexão). A abordagem fundamentalista apresenta vantagens sobre abordagens alternativas que poderiam envolver a projeção diretamente de cenários de fluxo, por capturar individualmente as incertezas associadas a cada uma das variáveis independentes (cargas e geração) que afetam a variável dependente (fluxo).

No entanto, na abordagem fundamentalista, cuidados devem ser tomados para a criação de cenários espacial e temporalmente *coerentes* das variáveis acima citadas. Um dos aspectos mais relevantes para garantir esta coerência é capturar as inter-relações entre os cenários de carga e geração da rede da distribuidora, e aqueles do restante da rede externa. No contexto da dissertação, não são abordados em profundidade os procedimentos de criação de cenários da carga e geração da rede interna da distribuidora (ainda que estes sejam mencionados, de forma breve, no capítulo 5) – de fato, admite-se tais cenários de carga e geração interna são conhecidos.

O enfoque desta dissertação recai sobre métodos para a modelagem *acurada* da *resposta da rede externa* aos eventos ocorridos na rede interna da distribuidora, particularmente para problemas em que o estado da rede é determinado implicitamente pela solução de um problema de otimização (despacho ótimo sob restrições de transporte de potência pela rede elétrica). Considerar que é a rede externa que responde a modificações nas injeções nodais da rede externa é razoável, levando-se em conta que a geração da rede interna da distribuidora não é despachável (o que é razoável, dado que a geração distribuída é composta predominantemente por fontes renováveis e de despachabilidade reduzida). A modelagem das corretas inter-relações entre as injeções nodais das redes externa e

interna – isto é, a correta *resposta* da rede externa às variações da rede interna – é obviamente um requisito para a projeção de cenários *coerentes* de carga e geração, e portanto também dos fluxos de potência nos pontos de conexão. Desta forma, fica clara a importância de se dispor de métodos de análise que permitam capturar corretamente a *resposta* da rede externa às variações da rede interna, tais como aqueles que serão propostos no capítulo 4 desta dissertação, para o problema de contratação do MUST. Naturalmente, este ponto é importante particularmente para distribuidoras que possuem sistemas supridos por mais de um ponto de conexão (com os pontos de conexão eletricamente interconectados através da rede de distribuição) – principalmente nestes casos deve-se considerar a correta *resposta* do sistema externo às modificações do sistema interno, pois, dependendo do despacho da rede externa, pode haver maior importação de potência por *um* ou *outro* ponto de conexão, e pode ocorrer mesmo o fenômeno de fluxos passantes. Fluxo passante é o fenômeno em que o fluxo é importado por um ponto de conexão em determinado período, é o mesmo montante de fluxo é exportado pelo outro ponto de conexão neste mesmo período. Isto é, a potência não é consumida pela distribuidora e sim pelo outro sistema externo (a montante ou jusante, dependendo de qual ponto de conexão há a importação e a exportação de potência) conectado ao ponto de conexão oposto. Teoricamente os fluxos passantes não necessariamente necessitam ser considerados na contratação ótima do MUST da distribuidora, pois o ONS expurga as penalidades quando a distribuidora prova que elas foram ocorridas devido a presença de fluxo passante na rede. Mas em alguns casos a presença do fluxo passante não influencia somente nas penalidades como também no contrato nominal da distribuidora. Um exemplo de fluxo passante será mostrado no capítulo de exemplos, Capítulo 5.

Obviamente, como o problema de que se trata é estocástico, e envolve a análise de cenários de carga e geração correspondentes a horizonte de 4 anos, com discretização temporal de 15 minutos, também há o requisito de que os métodos de

análise tenham bom desempenho computacional (tempo de processamento curto). Como se verá no capítulo 4, este também é um requisito atendido pelos métodos propostos nesta dissertação.

Uma vez apresentado a motivação para a utilização do método descrito no capítulo 4 desta dissertação no processo de determinação da contratação do MUST, continua-se com a descrição do problema. Considere agora que foi gerado um número elevado de *sequência sintéticas* (séries temporais sintéticas de cenários, com discretização de 15 minutos e horizonte de 4 anos) de fluxos de potência ativa nos pontos de conexão, e que, para cada *sequência sintética*, foi escolhido o máximo fluxo de potência ativa em cada ponto de conexão, em cada mês do horizonte multi-anual. Dipõe-se, portanto, de um número elevado de cenários de *máximos fluxos de potência ativa* nos pontos de conexão, para cada mês do horizonte. Para as discussões seguintes, admite-se que tais cenários são equiprováveis.

De posse deste número elevado de cenários de fluxos, deve-se determinar qual o MUST a ser contratado, para cada ponto de conexão, cada posto de contratação e cada ano do horizonte de análise. Os valores dos montantes de potência ativa a serem contratados podem ser considerados como variáveis de decisão de um problema de otimização estocástica, em que é incorporada toda a simulação financeira dos encargos associados à contratação, e em que o objetivo é minimizar alguma métrica de risco associada aos custos totais de contratação do MUST, que, como já discutido, são também variáveis estocásticas. Este problema de otimização será apresentado na seção 3.3 desta dissertação. No entanto, antes de se apresentar o problema de otimização, é importante indicar as penalidades associadas à contratação do MUST. Isto é feito na seção 3.2.

## 3.2 Penalidades associadas à contratação do MUST

De acordo com a regulação vigente [10] os MUST contratados nos pontos de conexão não podem se distanciar dos máximos fluxos de potência efetivamente medidos, caso contrário penalidades são aplicadas à distribuidora. As penalidades podem ser por subcontratação ou sobrecontratação. Penalidades por subcontratação são apuradas mensalmente, e penalidades por sobrecontratação são apuradas em base anual. Os fluxos nos circuitos que compõem os pontos de conexão não podem distar dos MUST contratados por mais que uma banda de tolerância de 10%, ou são aplicadas as penalidades. Na sequência, detalha-se a forma de cálculo destas penalidades, segundo a regulação vigente [10].

Nos casos em que o máximo fluxo de potência em um dado ponto de conexão, medido ao longo de um mês, ultrapassa a tolerância de +10%, penalidades por subcontratação são aplicadas à distribuidora de acordo com a equação (26):

$$PI_U = 3 \cdot \sum_i [(D_{m\acute{a}x-P_i} - 1,1 \cdot MUST_{P_i}) \cdot (TUST_{P-RB_i} + TUST_{P-FR_i})] + 3 \cdot \sum_i [(D_{m\acute{a}x-FP_i} - 1,1 \cdot MUST_{FP_i}) \cdot (TUST_{FP-RB_i} + TUST_{FP-FR_i})] \quad (26)$$

Onde:

- $PI_U$  : é a parcela de ineficiência por ultrapassagem;
- $D_{m\acute{a}x-P_i}$  : é a demanda máxima mensal medida no ponto de conexão  $i$ , quando superior a 110% do MUST contratado no mesmo ponto de conexão, no horário de ponta;
- $MUST_{P_i}$  : é o MUST contratado no ponto de conexão  $i$  no horário de ponta;
- $TUST_{P-RB_i}$  : é a TUST Rede Básica sistêmica vigente para o ponto de conexão  $i$  contratado pela distribuidora, no horário de ponta no mês da ultrapassagem;

- $TUST_{P-FR_i}$ : é a TUST Rede Básica de fronteira vigente para o ponto de conexão  $i$  contratado pela distribuidora, no horário de ponta no mês da ultrapassagem;
- $D_{máx-FP_i}$ : é a demanda máxima mensal medida no ponto de conexão  $i$ , quando superior a 110% do MUST contratado no mesmo ponto de conexão no horário fora de ponta;
- $MUST_{FP_i}$ : é o MUST contratado no ponto de conexão  $i$ , no horário fora de ponta;
- $TUST_{FP-RB_i}$ : é a TUST Rede Básica sistêmica vigente para o ponto de conexão  $i$  contratado pela distribuidora, no horário fora de ponta no mês da ultrapassagem;
- $TUST_{FP-FR_i}$ : é a TUST Rede Básica de fronteira vigente para o ponto de conexão  $i$  contratado pela distribuidora, no horário fora de ponta no mês da ultrapassagem.

Ao terminar o ano civil, o ONS apura o máximo fluxo de potência em cada ponto de conexão, medido ao longo do ano anterior, aplicando a penalidade por sobrecontratação caso o montante máximo apurado fique aquém de 90% do MUST contratado. O valor da penalidade é calculado de acordo com a equação (27):

$$PI_S = 12 \cdot \sum_i [(0,9 \cdot MUST_{P_i} - D_{máx\ anual_i}) \cdot (TUST_{P-RB_i} + TUST_{P-FR_i})] + 12 \quad (27)$$

$$\cdot \sum_i [(0,9 \cdot MUST_{FP_i} - D_{máx\ anual_i}) \cdot (TUST_{FP-RB_i} + TUST_{FP-FR_i})]$$

Onde:

- $PI_S$  : é a parcela de ineficiência por sobrecontratação;

- $D_{m\acute{a}x\ anual-P_i}$  : é a demanda máxima anual medida no ponto de conexão  $i$ , quando inferior a 90% do MUST contratado no mesmo ponto de conexão no horário de ponta;
- $MUST_{P_i}$ : é o MUST contratado no ponto de conexão  $i$  no horário de ponta;
- $TUST_{P-RB_i}$ : é a TUST Rede Básica sistêmica vigente para o ponto de conexão  $i$  contratado pela distribuidora, no horário de ponta no mês da ultrapassagem;
- $TUST_{P-FR_i}$ : é a TUST Rede Básica de fronteira vigente para o ponto de conexão  $i$  contratado pela distribuidora, no horário de ponta no mês da ultrapassagem;
- $D_{m\acute{a}x\ anual-FP_i}$ : é a demanda máxima anual medida no ponto de conexão  $i$ , quando superior a 90% do MUST contratado no mesmo ponto de conexão no horário fora de ponta;
- $MUST_{FP_i}$ : é o MUST contratado no ponto de conexão  $i$  no horário fora de ponta;
- $TUST_{FP-RB_i}$ : é a TUST Rede Básica sistêmica vigente para o ponto de conexão  $i$  contratado pela distribuidora, no horário fora de ponta no mês da ultrapassagem;
- $TUST_{FP-FR_i}$ : é a TUST Rede Básica de fronteira vigente para o ponto de conexão  $i$  contratado pela distribuidora, no horário fora de ponta no mês da ultrapassagem.

Pelas equações acima, fica claro que as penalidades por subcontratação ou sobrecontratação correspondem a variáveis estocásticas, uma vez que são funções diretas dos fluxos de potência nos pontos de conexão. Na próxima seção, descreve-se a formulação do problema de otimização para a contratação do MUST como um problema de programação linear. Ressalta-se que a formulação descrita na próxima

seção é aplicada quando já se dispões de um número elevado de cenários de *máximos fluxos de potência ativa* nos pontos de conexão, para cada mês do horizonte, tendo sido estes cenários obtidos pelo procedimento descrito na seção 3.2.

### 3.3 Determinação do MUST a ser contratado: formulação como problema de programação linear

Uma vez de posse de um número elevado de cenários de *máximos fluxos de potência ativa* nos pontos de conexão de uma distribuidora, para cada mês do horizonte de contratação, coloca-se a pergunta: qual o valor do MUST a contratar em cada ano do horizonte, para cada ponto de conexão e em cada posto de contratação.

A apresentação das expressões para o cálculo das penalidades por subcontratação e sobrecontratação, na seção 3.2, deixa claro que as penalidades impostas às distribuidoras correspondem a uma variável estocástica, dado a sua dependência em relação aos cenários de fluxo de potência nos pontos de conexão. Assim, os custos totais de contratação do MUST, dados pela soma dos custos nominais de contratação (parcela determinística) e das penalidades (parcela estocástica), também correspondem a uma variável estocástica. Deve-se, assim, determinar quais os MUST a serem contratados, de forma a que seja minimizada uma métrica que é função destes custos totais de contratação incorridos durante o horizonte de análise. Fica claro, portanto, que o problema de contratação do MUST consiste de um problema de otimização estocástica.

Para a formulação deste problema de otimização estocástica, é necessário primeiramente determinar qual a métrica que comporá a função objetivo – ou seja, qual a função dos custos totais de contratação a ser minimizada. Uma possível

abordagem seria optar por minimizar o valor esperado dos custos totais de contratação.

No entanto, distribuidoras com diferentes perfis de aversão a risco (ou mesmo uma única distribuidora que em instantes diferentes de tempo seja compelida a tratar o risco de maneira distinta) podem considerar diferentes formas de lidar com a parcela estocástica dos custos. Assim, a escolha por uma estratégia adequada de contratação depende essencialmente do perfil de aversão a risco da distribuidora.

Dados estes requisitos, uma opção interessante é utilizar como métrica a ser minimizada (juntamente com os gastos com a contratação nominal) o Conditional Value at Risk (CVaR) das penalidades a que a distribuidora é submetida. Métricas do tipo CVaR se baseiam no valor esperado da penalização condicionado à ocorrência de cenários extremos. Ao se considerar o  $CVaR@α\%$ , deseja-se tomar a decisão de qual o montante de potência contratar de maneira que o valor esperado da penalização nos  $(1-α)\%$  dos piores cenários seja o menos severo possível.

Tendo-se mostrado as principais características do processo de contratação do MUST, introduz-se a formulação do problema de determinação do MUST a ser contratado como um problema de programação linear. Na subseção 3.3.1, apresenta-se a nomenclatura utilizada, e na subseção 3.3.2, o conjunto de equações que representa a formulação do problema de contratação do MUST através de um problema de programação linear.

### 3.3.1 Nomenclatura

- Índices, dimensões e conjuntos

$y$  = super-índice que indica o ano para o qual a contratação é realizada. Os problemas de contratação para cada ano são tratados de maneira independente (problemas independentes);

$m =$  sub-índice que indica um mês dentro do horizonte de análise,  $m \in \Omega^y$ ;

$\Omega^y =$  conjunto dos meses que correspondem ao ano  $y$ , por exemplo  $\Omega^{y=1} = \{1; 2; 3; \dots; 12\}$  ou  $\Omega^{y=3} = \{25; 26; 27; \dots; 36\}$ ;

$j =$  super-índice que indica contrato (importação ou exportação),  $j \in \{1; \dots; J\}$ ;

$c =$  super-índice que indica um posto de contratação (ponta e fora de ponta),  $c \in \{1; \dots; C\}$ ;

$s =$  super-índice que indica realização do horizonte de contratação,  $s \in \{1; \dots; S\}$ .

- Parâmetros

$T_{NOM}^{j,c,y}$  = Tarifa nominal para contratação em  $\{j,c,y\}$  (para fins de contratação, como o valor contratado é pago durante os 12 meses do ano, esta tarifa deve ser dada por  $T_{NOM}^{j,c,y} = \sum_{m \in \Omega^y} T_m^{j,c}$ ) [R\$/MW];

$T^{j,c,y}$  = Tarifa considerada para  $\{j,c,y\}$  fins de penalização por sobrecontratação (penalização anual, tarifa média do ano) [R\$/ (MW·mês)];

$T_m^{j,c}$  = Tarifa considerada para  $\{j,c,y\}$  fins de penalização por subcontratação (penalização mensal, tarifa do mês  $m$ ) [R\$/ (MW·mês)];

$\beta_d^j$  = fator de penalização por sobrecontratação para contrato  $j$  (definido por regulação vigente) [-];

$\beta_u^j$  = fator de penalização por subcontratação para contrato  $j$  (definido por regulação vigente) [-];

$\tau_u^j = (1 + tol_u)$ , onde  $tol_u$  é a tolerância para subcontratação para o contrato  $j$  (exemplo:  $\tau_u = 1.1 = 1+10\%$ );

$\tau_d^j = (1 - tol_d)$ , onde  $tol_d$  é a tolerância para sobrecontratação para o contrato  $j$   
(exemplo:  $\tau_d = 0.9 = 1-10\%$ );

$\alpha =$  quantil considerado para cálculo do CVaR;

$k_{nom} =$  fator multiplicativo para controle do peso relativo dos custos nominais de  
contratação na função objetivo;

$f_m^{s,j,c} =$  máximo fluxo de potência ativa considerado para  $\{s,j,c\}$ , mês  $m$  [MW];

$f_y^{s,j,c} =$  máximo fluxo de potência ativa considerado para  $\{s,j,c\}$ , ano  $y$  [MW].

Determinado anteriormente à solução do problema, é dado  
por  $f_y^{s,j,c} = \max_{i \in \Omega^y} \{f_i^{s,j,c}\}$ .

- Variáveis de decisão

$M^{j,c,y} =$  montante de potência contratado para  $\{j,c,y\}$  [MW];

$p_d^{s,j,c,y} =$  volume financeiro anual de penalidade por sobrecontratação em  $\{s,j,c,y\}$  [R\$];

$p_{u,m}^{s,j,c} =$  volume financeiro mensal de penalidade por subcontratação em  $\{s,j,c,m\}$  [R\$];

$p_{anual}^{s,y} =$  volume financeiro anual de penalidades totais da distribuidora  
(subcontratação e sobrecontratação), considerando todos os contratos e todos  
os postos de contratação, para o ano  $y$  e na sequência  $s$  [R\$];

$\eta^y =$  variável auxiliar que corresponde ao valor esperado das penalidades nos  
( $1-\alpha$ )% dos cenários mais severos para o ano  $y$  [R\$];

$a^y =$  variável auxiliar para o ano  $y$ ;

$w_s^y =$  variável auxiliar para o ano  $y$ , definida por cenário  $s$ .

### 3.3.2 Formulação matemática do problema de programação linear

- Função objetivo

O valor da função objetivo,  $z^y$ , indica a soma dos custos nominais de contratação (termo  $[k_{nom} \cdot \sum_{j=1}^J \sum_{c=1}^C T^{j,c,y} \cdot M^{j,c,y}]$ ) e dos custos de penalidades avaliados sob o critério CVaR especificado pelo usuário (termo  $\eta^y$ ). A equação seguinte apresenta a função objetivo considerada na formulação da contratação ótima do MUST.

$$z^y = \min_{p_{u,m}^{s,j,c}; p_d^{s,j,c,y}; M^{j,c,y}; p_{annual}^{s,y}; a^y; \eta^y; w_s^y} \left\{ \left[ k_{nom} \cdot \sum_{j=1}^J \sum_{c=1}^C T^{j,c,y} \cdot M^{j,c,y} \right] + \eta^y \right\} \quad (28)$$

- Restrições: modelagem de penalidade por subcontratação

$$p_{u,m}^{s,j,c} \geq \beta_u^j \cdot T_m^{j,c} \cdot (f_m^{s,j,c} - \tau_u^j \cdot M^{j,c,y}) \quad \forall j \in \{1 \dots J\} ; \forall c \in \{1 \dots C\} \quad (29)$$

$$\forall m \in \Omega^y; \quad \forall s \in \{1 \dots S\}$$

- Restrições: modelagem de penalidade por sobrecontratação

$$p_d^{s,j,c,y} \geq \beta_d^j \cdot T^{j,c,y} \cdot (\tau_d^j \cdot M^{j,c,y} - f_y^{s,j,c}) \quad \forall j \in \{1 \dots J\} ; \forall c \in \{1 \dots C\} \quad (30)$$

$$\forall s \in \{1 \dots S\}$$

- Restrições: modelagem do critério de contratação CVaR@ $(1-\alpha)\%$  [22]

$$w_s^y \geq p_{annual}^{s,y} - a^y \quad \forall s \in \{1 \dots S\} \quad (31)$$

$$p_{annual}^{s,y} = \sum_{j=1}^J \sum_{c=1}^C \left[ p_d^{s,j,c,y} + \sum_{m \in \Omega^y} p_{u,m}^{s,j,c} \right] \quad \forall s \in \{1 \dots S\}$$

$$\eta^y \geq a^y + \frac{1}{(1-\alpha) \cdot S} \cdot \sum_{s=1}^S w_s^y$$

As restrições acima apresentadas garantem que o valor da variável  $\eta^y$  seja equivalente ao valor esperado das penalidades anuais  $p_{anual}^{s,y}$  para os  $(1-\alpha)\%$  das realizações do horizonte de análise com as penalidades mais severas.

- Restrições: não-negatividade das variáveis de decisão

$$p_{u,m}^{s,j,c} ; p_d^{s,j,c,y} ; M^{j,c,y} ; p_{anual}^{s,y} ; a^y ; \eta^y ; w_s^y \geq 0 \quad (32)$$

O conjunto de restrições acima apresentados, juntamente com a função objetivo indicada, formam o PPL de contratação ótima do MUST. Vale ressaltar que os cenários de *máximos fluxos de potência ativa* nos pontos de conexão, para cada ponto de conexão, para cada mês do horizonte e cada posto de contratação, são variáveis de entrada para o PPL. Como saídas do PPL, obtém-se o conjunto dos MUST ótimos a serem contratados, considerando a minimização das penalidades nos  $\alpha\%$  dos piores cenários.

O problema de contratação do MUST serve de contexto para a apresentação da metodologia de equivalente de rede que consiga capturar, a partir de uma perturbação da rede interna de uma distribuidora, os efeitos ocorridos na rede externa. De fato, a aplicação da metodologia de equivalente de rede com estas características, e com bom desempenho computacional, é importante para gerar os cenários de fluxos de potência nos pontos de conexão que são variáveis de entrada para o PPL apresentado acima. Como discutido anteriormente neste capítulo, para o problema de contratação do MUST, é essencial que se capture corretamente as inter-relações entre o sistema interno da distribuidora e o sistema externo.

Após esta contextualização, procede-se à apresentação da metodologia de equivalência de redes elétricas proposta nesta dissertação, no capítulo 4. No capítulo 5, se apresentará a aplicação desta metodologia a estudos de caso relativos à contratação do MUST.

## 4 Metodologias propostas para a obtenção da função resposta do sistema externo.

Neste capítulo serão apresentadas três metodologias desenvolvidas para capturar a resposta do sistema externo quando há modificação no sistema interno. A resposta do sistema externo é representada por fatores que compõem a FR.

No âmbito de contratação do MUST, considerando que se está lidando com a análise de um horizonte futuro e com um sistema hidrotérmico, em que variações na hidrologia levam a variações do fluxo de potência na rede, é necessário considerar diversos cenários de hidrologia (correspondendo a diversos cenários de disponibilidade de geração hídrica na rede externa, e mesmo diversos cenários de geração não despachável na rede interna da distribuidora). Assuma que se está considerando 200 cenários hidrológicos. Isto significa que devem ser simulados cerca de 28.000.000 problemas de FPO (o problema inteiro, caso não sejam empregados os métodos de equivalência apresentados neste capítulo) - a saber, 4 anos x 12 meses x 730 horas no mês x 4 quartos de hora x 200 cenários. Este número elevado de problemas a serem considerados aponta para a necessidade de uma metodologia de equivalência da rede externa que evite a simulação exaustiva do elevado número de FPO necessários para a contratação do MUST e apresente ganhos de velocidade de processamento consideráveis, mantendo de maneira satisfatória a precisão do despacho ótimo.

Neste capítulo serão descritas as metodologias propostas de obtenção da resposta dos geradores externos e fluxos nos circuitos que compõem os pontos de conexão, que cumpra com os requisitos apresentado ao fim da seção 2.2.2 – ou seja, que capture a *resposta econômica* (a resposta ótima, que adere à solução ótima de um problema de fluxo de potência ótimo considerando restrições de transmissão) dos geradores do sistema externo às modificações do sistema interno. Refere-se a esta

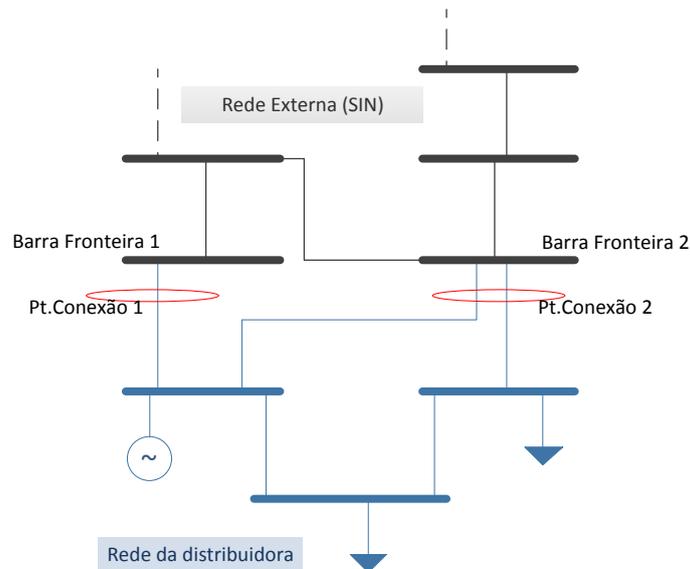
resposta, de maneira genérica, como FR. Também são apresentados exemplos didáticos.

Cabe ressaltar que capturar a FR do sistema e calcular os fluxos de potência nos pontos de conexão é o primeiro passo para a contratação do MUST – após este cálculo, há um pós-processamento, que corresponde a determinar o MUST a ser contratado, dados os cenários de fluxo de potências nos pontos de conexão. Assim, a FR é uma ferramenta para o processo de contratação do MUST se tornar mais eficiente computacionalmente e menos sujeito à erros de estimação.

## 4.1 Conceitos básicos para a posterior apresentação das metodologias

Para um melhor entendimento das metodologias a serem apresentadas, dedica-se esta seção à descrição da terminologia utilizada nas seções posteriores, e a conceitos básicos que serão explorados, com extensa formulação matemática, nas próximas seções.

Considera-se a rede interna como a rede de uma distribuidora e a rede externa como sendo o restante do sistema, como é mostrado no diagrama esquemático da Figura 4.1. Nesta figura, é representada a *rede interna* e a *rede externa*, havendo dois pontos de conexão entre elas. Na Figura 4.2, são identificadas claramente as barras de fronteira (*barras emissoras dos circuitos que compõem os pontos de conexão*, no contexto das análises do MUST) do sistema em questão. Os pontos de conexão têm como definição os circuitos que conectam a barra de fronteira com a barra do sistema interno da distribuidora.



**Figura 4.1 – Diagrama esquemático com representação da rede interna da distribuidora e da rede externa (restante do SIN).**

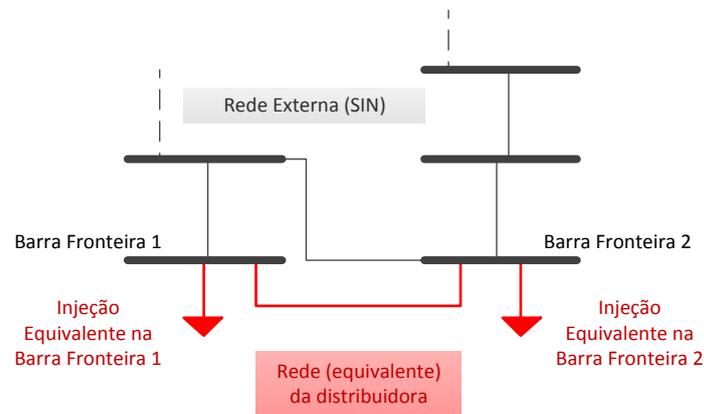
Como se verá nas seções seguintes deste capítulo, as metodologias de obtenção da FR apresentadas terão como base a obtenção de coeficientes lineares que descrevem como os geradores do sistema externo (ou os fluxos nos circuitos que compõem pontos de conexão) respondem à variações nas barras do sistema externo. Assim, se, para uma aplicação específica, há muitas barras no sistema interno, seria necessário o cálculo de muitos coeficientes lineares – o que diminuiria o desempenho computacional do método proposto.

Para evitar a necessidade de calcular os coeficientes lineares para muitas barras, o que se pode fazer é construir uma representação equivalente da rede interna, com um número reduzido de barras:

- Em particular, pode-se representar a rede interna por injeções equivalentes nas barras de fronteira. Esta representação é obtida através da equivalentização da rede interna. Opta-se por esta equivalentização afim de que os fatores de sensibilidade (os coeficientes lineares mencionados anteriormente) que formarão a FR sejam relacionados apenas às injeções equivalentes das barras de fronteira.

- Do ponto de vista da otimização do sistema externo, desde que os geradores da rede interna não sejam encarados como variáveis de decisão, é válida a representação equivalentada da rede interna da distribuidora a que se refere agora. Os geradores da rede interna não podem ser encarados como variáveis de decisão, pois as variáveis da rede interna não são incluídas na política operativa do sistema externo.
- De forma a fazer esta equivalentação da rede interna, o procedimento descrito na seção 2.1.3 pode ser utilizado (tomando o cuidado de considerar que a rede retida no sistema equivalente é agora a rede externa, e a rede que será eliminada é a rede interna). É muito importante ressaltar, entretanto, que este primeiro procedimento de equivalentação corresponde apenas a um pré-processamento de dados, a ser realizado em casos específicos (casos em que a rede interna da distribuidora é extensa). Ou seja, este procedimento de equivalentação que apresentamos agora *não* é o procedimento proposto nesta dissertação, e não constitui a contribuição técnica apresentada neste documento, e deve ser visto apenas como um pré-processamento de dados.
- Realizando este pré-processamento de dados, o sistema indicado na Figura 4.1 seria modificado para aquele indicado na Figura 4.2. Na Figura 4.2, fica claro que a *rede interna equivalente da distribuidora*, obtida após o pré-processamento, é vista pelo restante do sistema externo através de injeções equivalentes em cada barra de fronteira e por circuitos equivalentes que conectam estas barras.
- Com a representação equivalentada da rede interna, variações nos cenários de carga e geração da *rede interna da distribuidora* se traduzem essencialmente em variações nas injeções equivalentes das barras de fronteira. Assim, desde que se utilize a representação equivalente da Figura 4.2, a pergunta de *como o*

*sistema externo responde a variações nos cenários de carga e geração interna se traduz na pergunta de como o sistema externo responde a variações nos valores das injeções equivalentes nas barras de fronteira.*



**Figura 4.2 – Diagrama esquemático com representação da rede equivalente da distribuidora e da rede externa (restante do SIN).**

Tendo apresentado as considerações sobre este pré-processamento, pode-se seguir com a discussão da terminologia e dos conceitos básicos a serem utilizados posteriormente.

Na seção 2.2.1, apresentou-se o problema de fluxo de potência ótimo (FPO), considerando o modelo linearizado da rede elétrica e assumindo a função objetivo de minimização do custo de geração, como um problema de programação linear (PPL). Como discutido no Anexo desta dissertação (capítulo 8), a solução de um PPL está num vértice de sua região viável, e este vértice corresponde uma *base ótima*.

Uma das premissas da aplicação das metodologias a serem apresentadas é que as variações da rede interna não são suficientemente significativas para modificar a base do FPO correspondente a solução ótima obtida para um caso de referência. Isto porque a FR é formada por fatores que descrevem a sensibilidade da solução, em particular da potência ativa produzida por geradores e dos fluxos de potência ativa em circuitos que compõem pontos de conexão, em relação às injeções das barras da rede interna (ou, se o sistema interno for representado da forma reduzida indicada na

Figura 4.2, a sensibilidade em relação às injeções na barra de fronteira de um sistema equivalentado). No Anexo, apresenta-se os princípios básicos de análise de sensibilidade em problemas de programação linear. Naturalmente, a sensibilidade da solução é calculada em relação a uma pequena variação no *right-hand side* (RHS) das restrições. Considerando que a solução ótima do FPO está atrelada a uma base ótima do PPL, deseja-se saber a sensibilidade em relação a esta mesma base ótima – e aqui é importante lembrar que, caso a variação do *right-hand side* das restrições seja muito significativa, as variações nos valores das variáveis de decisão obtidas pela análise de sensibilidade poderão não ser válidas, pois na verdade a variação significativa pode causar uma modificação da base do PPL (uma mudança do vértice da região viável em que a solução se encontra).

A seguir, apresenta-se diferentes variantes metodológicas para a determinação da FR, e o emprego desta informação para determinar os fluxos de potência em circuitos de interesse, considerando as respostas dos geradores da rede externa a modificações da rede interna.

## 4.2 Metodologia 1 – Função resposta obtida diretamente da Base ótima do FPO

Para a explicação da metodologia 1 serão utilizados conceitos de programação linear mostrados no Anexo desta dissertação. A metodologia se baseia na obtenção dos coeficientes que descrevem a resposta dos geradores externos e dos fluxos nos circuitos que compõem os pontos de conexão às modificações nas injeções das barras de interesse através da análise de sensibilidade da solução de um problema de programação linear. Antes de partir à análise de sensibilidade, apresenta-se uma reformulação do FPO indicado na seção 2.2.1 deste documento, que facilitará as análises.

### 4.2.1 Reformulação do FPO para cálculo de sensibilidades

Para a obtenção dos fatores de sensibilidade que formarão a FR dos geradores, será realizada uma análise de sensibilidade da solução do PPL que representa o problema de FPO, em relação às injeções de potência das barras em relação às quais a sensibilidade será calculada.

Em relação ao PPL apresentado na seção 2.2.1 deste documento, considera-se que a injeção de potência nas barras de interesse é modelada apenas como uma demanda  $d_i$ , não havendo geradores despacháveis nas barras de interesse (como se afirmou anteriormente, considera-se que não há geradores despacháveis nas barras da rede interna da distribuidora). Percebe-se, no entanto, que no PPL apresentado na seção 2.2.1 deste documento as demandas  $d_i$  aparecem no *right-hand side* de mais de uma restrição. Elas aparecem tanto na restrição de balanço de potência (Primeira Lei de Kirchhoff, equação 21) e nas restrições de determinação dos fluxos de potência nos circuitos (Segunda Lei de Kirchhoff, equação 22).

De forma a facilitar o cálculo dos fatores de sensibilidade que representarão os coeficientes lineares da função resposta, pode-se reformular o FPO apresentado na seção 2.2.1, acrescentando variáveis de decisão *dummy* que representam as demandas nas barras em relação às quais a sensibilidade deve ser calculada. A reformulação indicada é descrita abaixo:

$$z = \min \mathbf{c}' \cdot \mathbf{g} \quad (33)$$

sujeito a

$$g_i + \sum_{j \in \Omega_i} f_{ji} = d_i \quad , \forall i \in \{\Omega \setminus \Omega_s\} \quad (34)$$

$$g_i + \sum_{j \in \Omega_i} f_{ji} - \delta_i = 0 \quad , \forall i \in \Omega_s \quad (35)$$

$$[\sum_{k \in \Omega'} \beta_{ij,k} \cdot g_k] - [\sum_{k \in \{\Omega' \setminus \Omega_s\}} \beta_{ij,k} \cdot \delta_k] - f_{ij} = [\sum_{k \in \{\Omega' \setminus \Omega_s\}} \beta_{ij,k} \cdot d_i], \forall ij \in \Psi_c \quad (36)$$

$$-\bar{f}_{ij} \leq f_{ij} \leq \bar{f}_{ij}, \forall ij \in \Psi_c \quad (37)$$

$$\underline{g}_i \leq g_i \leq \bar{g}_i, \forall i \in \Omega \quad (38)$$

$$\delta_i = d_i, \forall i \in \Omega_s \quad (39)$$

$$A^{outr} \cdot x \leq b^{outr} \quad (40)$$

Onde:

- $z$  Custo total do despacho de geração, em \$ (valor da função objetivo).
- $c$  Vetor com os custos das gerações das barras, em \$/MW (parâmetro).  
O símbolo ' indica transposição.
- $g_i$  Geração de potência ativa na barra  $i$ , em MW (variável de decisão).
- $g$  Vetor cuja entrada  $i$  é igual a  $g_i$ .
- $d_i$  Demanda de potência ativa na barra  $i$ , em MW (parâmetro).
- $\delta_i$  Variável de decisão *dummy* correspondente à demanda na barra  $i$ , para todas as barras em relação a cuja injeção de potência ativa é calculada a sensibilidade dos geradores da rede externa e dos fluxos nos circuitos (variável de decisão).
- $\Omega$  Conjunto de barras da rede.
- $\Omega_i$  Conjunto de barras da rede diretamente conectadas à barra  $i$ .
- $\Omega'$  Conjunto de barras da rede, exceto a barra *slack*.
- $\Omega_s$  Conjunto de barras onde é medida a sensibilidade.

$i, k, j$  Índices utilizados para barras da rede.

$\Psi_c$  Conjunto de circuitos da rede.

$ij$  Índice duplo utilizado para circuitos da rede, indica circuito com origem na barra  $i$  e término na barra  $j$ .

$A^{outr} \cdot x \leq b^{outr}$  Outras restrições aplicáveis para alguma aplicação específica.

Diferentemente da formulação de FPO tradicional, a formulação acima insere a variável de demanda ( $\delta_i$ ) nas barras em relação a cujas injeções será calculada a sensibilidade das variáveis de decisão relativas a geração de potência ativa e fluxo nos circuitos. A inserção destas variáveis *dummy* e da equação (34) permite que seja feita a análise de sensibilidade apenas em relação ao *right-hand side* da equação (34), tornando mais simples o processo. Nota-se que, na reformulação apresentada acima, o parâmetro que corresponde à demanda de potência nas barras em relação às quais serão calculadas as sensibilidades aparecem no *right-hand side* apenas das restrições descritas pela equação (34).

#### 4.2.2 Obtenção da FR pela análise de sensibilidade do PPL

Para a explicação seguinte, serão utilizados conceitos introduzidos no Anexo desta dissertação.

Sendo  $B$  a base ótima do problema de programação linear resolvido pela reformulação do FPO apresentada na seção 4.2.1 e  $b$  o *right-hand side* das restrições do problema de programação linear, a solução ótima do problema de programação linear é dada por um conjunto de variáveis com valores nulos  $x_R$  (variáveis não-básicas) e por um conjunto de variáveis com valores potencialmente não-nulos  $x_B$  (variáveis básicas). O valor de  $x_B$  dado por:

$$[x_b] = [B^{-1}] \cdot [b] \quad (41)$$

Para simplificar a notação utilizada abaixo, representa-se  $B^{-1} = Q$ . Pode-se reescrever a equação matricial da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} x_B^s \\ x_B^v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q^{sr} & Q^{sf} \\ Q^{vr} & Q^{vf} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b^r \\ b^f \end{bmatrix} \quad (42)$$

Onde:

$x_B^s$  Variáveis básicas para que serão calculados os fatores de sensibilidade delas em relação à demanda na barra de interesse (nesta dissertação, potência ativa dos geradores da rede externa ou fluxos em circuitos selecionados);

$x_B^v$  Demais variáveis básicas;

$b^f$  *Right hand side* das restrições de igualdade que correspondem à equação (34), para as barras em relação a cuja injeção (demanda, na equação 34) as sensibilidades serão calculadas.

$b^r$  *Right hand side* das demais restrições.

Considerando que o PPL resolvido é a solução da reformulação do FPO apresentado em 2.2.1, as variáveis básicas que se tem o objetivo de calcular os fatores de sensibilidade em relação às demandas nas barras de fronteira,  $x_B^s$ , representam fisicamente os geradores do sistema externo, representados por  $x_B^g$  e o fluxo nos circuitos que compõem os pontos de conexão da distribuidora, representados por  $x_B^f$ . As demais variáveis que também são básicas, mas não se deseja obter a FR delas representam fisicamente o fluxo nos circuitos externos e a demanda nas barras de fronteira em que nesta formulação são variáveis de decisão. Os elementos de  $b^f$  são as demandas nas barras de fronteira, às quais serão calculadas as sensibilidades e os elementos de  $b^r$  representam fisicamente demanda nas barras externas e os limites

de capacidade dos circuitos. Os elementos  $Q^{sr}$ ,  $Q^{sf}$ ,  $Q^{vr}$  e  $Q^{vf}$  são os valores da inversa da matriz base ( $B^{-1}$ ) que relacionam as variáveis básicas  $x_B^s$  com as restrições do problema. Dentre esses valores estão os elementos que formarão a FR das variáveis básicas,  $Q^{sf}$ .

Resolvendo a equação (42) e retendo apenas as variáveis básicas em que se tem o objetivo de calcular os fatores de sensibilidade em relação às demandas nas barras de fronteira,  $x_B^s$ , tem-se a seguinte equação:

$$[x_B^s] = [Q^{sr}] \cdot [b^r] + [Q^{sf}] \cdot [b^f] \quad (43)$$

Na equação (43) o termo  $[Q^{sr}] \cdot [b^r]$  é constante, pois os valores de  $b^r$  que são correspondentes ao RHS das demais variáveis que são básicas e que não se deseja obter a FR (demanda das barras externas e limite de capacidade dos circuitos) não se modificam, ou seja, o RHS dessas variáveis não mudam de valor. Dessa forma o termo constante pode ser escrito como  $[Q^{sr}] \cdot [b^r] = [cte^s]$ , onde  $[cte^s]$  é um vetor de constantes com a mesma dimensão de  $[x_B^s]$ . Considerando que a matriz  $[Q^{sf}]$  tem seus elementos representados por  $q_{i,k}^s$ , pelo desenvolvimento anterior, pode-se verificar que as entradas  $q_{i,k}^s$  da matriz  $[Q^{sf}]$  relacionam o valor da variável de geração e o fluxo dos circuitos que compõem os pontos de conexão ao *right hand side* da restrição de balanço de carga na barra  $k$  (na qual há a injeção equivalente que acrescentamos para modelar a rede interna).

Dessa forma,  $q_{i,k}^s$  é o fator linear (fator de sensibilidade) que relaciona as variáveis básicas  $i$  (geração, fluxo nos circuitos) à mudanças na injeção equivalente da barra  $k$ . Portanto, a variável  $i$  que está na base pode ser escrita como:

$$x_{B,i}^s = cte_i^s + \sum_{k \in \Omega_S} q_{k,i}^s \cdot b_k^f \quad (44)$$

De acordo com o desenvolvimento mostrado acima, pode-se dizer então que os fatores que compõem a FR são exatamente os elementos da inversa da matriz B do FPO reformulado, representadas aqui por  $q_{k,i}^s$ . Esses elementos de sensibilidade descrevem como a variável  $x_{B,i}^s$  se comporta quando o RHS da restrição do tipo de (34), para a barra  $k$ ,  $b_k^f$ , é modificado.

Considere agora uma pequena variação no RHS da restrição do tipo de (34) para a barra  $k$ , de  $\Delta b_k^f$ . Considere que a variação não é suficiente para alterar a *base ótima* do programa linear (isto é, que a solução do programa corresponde ao mesmo vértice do poliedro que define a região viável). Esta premissa é a premissa principal das metodologias aqui propostas, pois, de acordo com a teoria de programação linear, as sensibilidades quanto a mudança do RHS das restrições do problema são válidas quando não há modificação de base do PL. Caso haja modificação, uma nova base deve ser calculada, e neste caso as metodologias propostas nesta dissertação não podem ser aplicadas. A pequena variação no RHS é descrita como:

$$\Delta b_k^f = b_{final,k}^f - b_{inicial,k}^f \quad (45)$$

Para um mesmo cenário, se  $b_k^f$  assume outro valor, a variável  $x_{B,i}^s$  que varia de acordo com  $q_{k,i}^s$ , se modifica. Porém o fator de sensibilidade  $q_{k,i}^s$  é o mesmo, pois não há modificação da base ótima do FPO. Pode-se então escrever as seguintes equações:

$$x_{inicial,B,i}^s = cte_i^s + \sum_{k \in \Omega_S} q_{k,i}^s \cdot b_{inicial,k}^f \quad (46)$$

$$x_{final,B,i}^s = cte_i^s + \sum_{k \in \Omega_S} q_{k,i}^s \cdot b_{final,k}^f \quad (47)$$

$$\Delta x_{B,i}^s = x_{final,B,i}^s - x_{inicial,B,i}^s \quad (48)$$

Substitui-se a equação (46) e a equação (47) na equação (48), resultando a equação (49).

$$\Delta x_{B,i}^s = cte_i^s + \sum_{k \in \Omega_S} q_{k,i}^s \cdot b_{final,k}^f - cte_i^s + \sum_{k \in \Omega_S} q_{k,i}^s \cdot b_{inicial,k}^f \quad (49)$$

Manipulando a equação (49), tem-se:

$$\Delta x_{B,i}^s = \sum_{k \in \Omega_S} q_{k,i}^s \cdot (b_{final,k}^f - b_{inicial,k}^f) \quad (50)$$

$$x_{final,B,i}^s - x_{inicial,B,i}^s = \sum_{k \in \Omega_S} q_{k,i}^s \cdot (b_{final,k}^f - b_{inicial,k}^f) \quad (51)$$

$$x_{final,B,i}^s = x_{inicial,B,i}^s + \sum_{k \in \Omega_S} q_{k,i}^s \cdot (b_{final,k}^f - b_{inicial,k}^f) \quad (52)$$

Conclui-se que a FR das variáveis  $x_{B,i}^s$  é descrita pela equação (52).

Caso se esteja calculando as sensibilidades dos fluxos nos circuitos dos pontos de conexão em relação às injeções das barras de interesse, a equação (52) pode ser utilizada diretamente para obter os fluxos finais.

Caso se esteja calculando as sensibilidades dos geradores da rede externa em relação às injeções das barras de interesse, a equação (52) dará a geração destes geradores. Neste caso, a seguinte expressão pode ser utilizada para obter os fluxos nos circuitos de interesse.

$$f_{final,ij} = f_{inicial,ij} + \sum_{h \in \Omega_E} \beta_{ij,h} \cdot \Delta g_h \quad (53)$$

Onde:

$\Omega_E$  Conjunto de geradores da rede externa;

$\Delta g_h$  Resposta do gerador da rede externa, calculada de forma análoga à equação (47), e portanto dada por:

$$\Delta g_h = \sum_{k \in \Omega_S} q_{k,h}^S \cdot (b_{final,h}^f - b_{inicial,h}^f) \quad (54)$$

Desta forma, a expressão final para a obtenção do fluxo nos circuitos de interesse, no caso em que as sensibilidades calculadas são aquelas dos geradores em relação às injeções nas barras de interesse, é dada por:

$$f_{final,ij} = f_{inicial,ij} + \sum_{h \in \Omega_E} \beta_{ij,h} \cdot \sum_{k \in \Omega_S} q_{k,h}^S \cdot (b_{final,h}^f - b_{inicial,h}^f) \quad (55)$$

### 4.2.3 Procedimento de cálculo

Para a obtenção dos fatores  $q_{k,i}^S$  para a metodologia 1, procede-se da seguinte forma:

- a) Resolve-se uma vez o FPO correspondente a um *ponto de operação* de referencia (eventualmente com a representação reduzida do sistema interno como indicado na Figura 3.2, caso seja de interesse reduzir o número de barras do sistema interno em relação a cuja injeção se calcula as sensibilidades).
- b) Obtém-se a matriz Base da simulação acima.
- c) Ordena-se as variáveis de forma que as variáveis básicas estejam em posição superior à posição das variáveis não-básicas (passo opcional).
- d) Particiona-se a matriz Base selecionando-se apenas as variáveis básicas e os coeficientes da matriz Base que correlacionam as variáveis básicas às mudanças na injeção equivalente da barra de fronteira (passo opcional).
- e) Inverte-se a matriz Base.

- f) Identifica-se os elementos (linha, coluna) da variável de decisão de interesse (geração ou fluxo) e da restrição do tipo da equação (34) para a qual se deseja realizar a análise de sensibilidade, e obtém-se os coeficientes  $q_{k,i}^S$  correspondentes.
- g) Escreve-se a FR para essas variáveis de acordo com a equação (52).

#### 4.2.4 Vantagens e desvantagens

Esta metodologia torna-se atraente desde que a matriz Base do PL seja de fácil obtenção, pois a vantagem intrínseca da obtenção dos fatores da FR pela metodologia 1 em relação as outras duas metodologias, é a necessidade de realizar apenas uma vez a solução de um FPO (por exemplo, só uma simulação da operação energética do sistema externo), correspondente ao caso de referência, para o cálculo da FR em cada cenário de referência. Isso porque adota-se a premissa de que o montante da variação da potência injetável nas barras de fronteira não é suficiente para fazer o PL mudar de base.

Caso a base do PL seja modificada, como os fatores de sensibilidade são obtidos através da matriz base, não faz sentido utilizar os mesmos valores de fatores de sensibilidade para o cálculo da geração externa ou fluxo nos circuitos que compõem os pontos de conexão. Deve-se recalcular os fatores de sensibilidade para a nova base. Destaca-se que a proposta da dissertação não abrange o recálculo desses fatores. Ou seja, as metodologias aqui propostas são aplicadas apenas para variações de potência injetável nas barras de fronteira que não desloquem o PL do vértice inicial que ele se encontra. Dessa forma conclui-se que desde que a base do PL não mude os fatores de sensibilidade também não se modificarão.

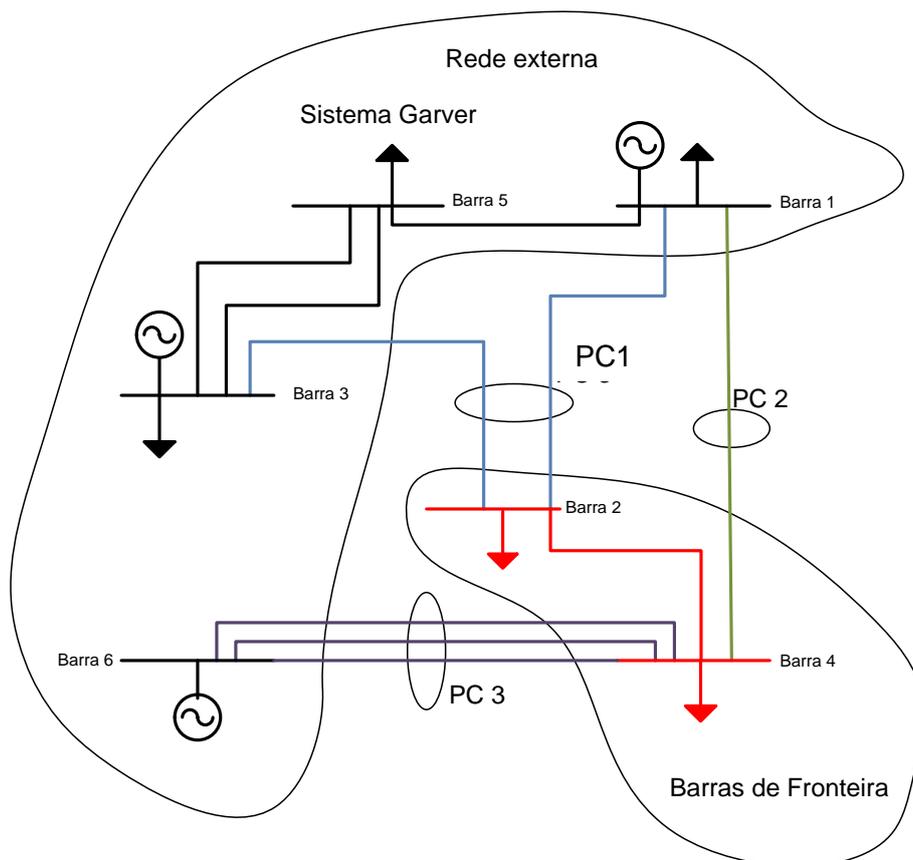
A grande desvantagem da metodologia é que, dependendo da ferramenta utilizada para a solução do PL em aplicações reais, é difícil a obtenção da matriz Base do PL e

a identificação da linha e coluna que representa a variável de geração ou fluxo que se quer escrever a FR.

#### 4.2.5 Exemplo Metodologia 1

É apresentado aqui, o exemplo ilustrativo de aplicação da metodologia 1, utilizando o procedimento descrito na subseção 4.2.3.

O sistema teste utilizado foi um sistema bem conhecido na literatura de planejamento da expansão do sistema de transmissão: Sistema Garver [20]. Os dados de entrada foram modificados para tornar mais didático o exemplo apresentado nesta dissertação. Para a aplicação da metodologia foi realizada algumas modificações no sistema tais como a demanda nas barras.



**Figura 4.3 – Diagrama Sistema Garver Modificado.**

Assume-se que o sistema apresentado na Figura 4.3 já possui a rede interna equivalentada e tem a mesma configuração do sistema apresentado na Figura 4.2, ou seja, a rede é dividida conforme a Tabela 1 e Tabela 2

**Tabela 1: Classificação das barras**

Rede Externa	Barra
	1
	3
	5
Rede de Fronteira	6
	2
	4

**Tabela 2: Classificação dos circuitos**

Nome Circuito	Circuito	Classificação
1-5	1	Rede externa
3-5	1	Rede externa
3-5	2	Rede externa
1-2	1	Ponto de conexão 1
2-3	1	Ponto de conexão 1
1-4	1	Ponto de conexão 2
4-6	1	Ponto de conexão 3
4-6	2	Ponto de conexão 3
4-6	3	Ponto de conexão 3
2-4	1	Circuito equivalente

Os parâmetros da rede e os dados de carga e geração do sistema são visualizados na Tabela 3 e Tabela 4.

**Tabela 3: Parâmetros de rede.**

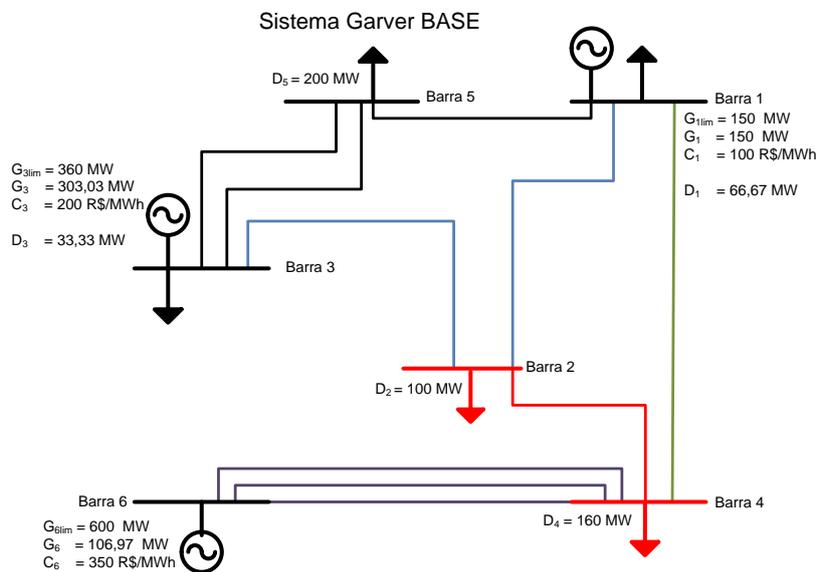
Dados de circuitos				
#DE	#PARA	X [%]	Y [pu]	fMAX [MW]
1	2	40%	2.5	100
1	4	60%	1.67	80
1	5	20%	5	100
2	3	20%	5	100
2	4	40%	2.5	100
3	5	10%	10	200
4	6	30%	3.333	100
4	6	30%	3.333	100
4	6	30%	3.333	100

**Tabela 4: Dados de carga, geração e custo de geração por barra.**

# Barra	PL [MW]	PGmax [MW]	Custo Geração [R\$/MWh]
1	66.67	150	100
2	100	0	0
3	33.33	360	200
4	160	0	0
5	200	0	0
6	0	600	350

Apesar de nas figuras e tabelas acima se especificar os dados de três circuitos distintos entre as barras 4 e 6, para os cálculos realizados nesta seção foi considerado um único circuito equivalente entre estas barras.

De acordo com o procedimento descrito em 4.2.3, o primeiro passo para a obtenção da FR é a o cálculo da política operativa do sistema Garver modificado pelo FPO reformulado, obtendo-se dessa forma o despacho ótimo dos geradores e os fluxos nos circuitos. O ponto de operação dado pelo FPO reformulado de acordo com os dados de rede, carga e geração mostrados acima é mostrado pela Figura 4.4



**Figura 4.4 – Diagrama Sistema Garver modificado– Caso Base.**

$G_{i_{lim}}$  é o limite de geração do gerador  $i$  em [MW]

$G_i$  é o quanto o gerador  $i$  está gerando para esta condição de carga em [MW]

$C_i$  é o custo de geração do gerador  $i$  em [R\$/MWh]

$D_i$  é a demanda na barra  $i$

$f_{i,j_{lim}}$  é o limite térmico do circuito da barra  $i$  para a barra  $j$  em [MW]

$f_{i,j}$  é o fluxo no circuito da barra  $i$  para a barra  $j$  em [MW]

Tendo sido resolvido o FPO reformulado a base ótima do problema (do problema expresso na forma canônica e, portanto somente com restrições de igualdade, e somente variáveis de decisão não-negativas), como indicado no Anexo é obtida a base ótima do PPL e invertida. A inversa da base é ilustrada na Tabela 5.

Neste exemplo tem-se apenas 6 barras e 10 circuitos, porém as variáveis básicas são muitas como mostrada na Tabela 5. No caso de redes maiores, a operação da matriz Base pode ser bem maior, de difícil tratamento e obtenção.

Tendo a matriz  $B^{-1}$  todos os fatores de sensibilidade que relacionam as variáveis básicas, de geração e fluxo com a variação das demandas nas barras 2 e 4 pode-se então retirar os fatores de sensibilidade das variáveis de interesse para se montar a FR de cada variável de geração ou fluxo. Os valores são mostrados na Tabela 6.

Tabela 5 Base invertida ( $B^{-1}$ ) do FPO do sistema Garver modificado.

	PLK_1	PLK_2	PLK_3	PLK_4	PLK_6	PLK_1_3	PLK_1_4	uBG_1	lBG_1	uBG_3	lBG_3	uBG_6	lBG_6	uBC_1_2	lBC_1_2	uBC_1_4	lBC_1_4	uBC_1_5	lBC_1_5	uBC_2_3	lBC_2_3	uBC_2_4	lBC_2_4	uBC_3_5	lBC_3_5	uBC_4_6	lBC_4_6	eq_d_2	eq_d_4	
d_2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.000	0	0	0	0	0	0	0	1.000	0.000
d_4	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.000	0	0	0	0	0	0	0	0.000	1.000
g_1	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.000	0	0	0	0	0	0	0	0.000	0.000
g_3	0.364	-1.667	0.000	-1.667	-1.667	2.030	2.030	0.364	-0.364	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1.667	0	0	0	0	0	0	0	-0.242	0.000
g_6	0.636	1.667	0.000	1.667	1.667	-1.030	-1.030	0.636	-0.636	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.667	0	0	0	0	0	0	0	1.242	1.000
f_1_2_p	-0.273	0.000	0.000	0.000	0.000	0.727	-0.273	-0.273	0.273	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.000	0	0	0	0	0	0	0	0.182	0.000
f_1_4_p	-0.364	-0.667	0.000	-0.667	-0.667	0.303	1.303	-0.364	0.364	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0.667	0	0	0	0	0	0	0	-0.424	0.000
f_1_5_p	-0.364	0.667	0.000	0.667	0.667	-1.030	-1.030	0.636	0.364	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.667	0	0	0	0	0	0	0	0.242	0.000
f_2_3_n	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1.000	0	0	0	0	0	0	0	0.000	0.000
f_2_4_p	-0.273	-1.000	0.000	0.000	0.000	0.727	-0.273	-0.273	0.273	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1.000	0	0	0	0	0	0	0	-0.818	0.000
f_3_5_n	0.364	-1.667	-1.000	-1.667	-1.667	2.030	2.030	0.364	-0.364	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0.667	0	0	0	0	0	0	0	-0.242	0.000
f_4_6_n	0.636	1.667	0.000	1.667	0.667	-1.030	-1.030	0.636	-0.636	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.667	0	0	0	0	0	0	0	1.242	1.000
sl_lBG_1	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.000	0	0	0	0	0	0	0	0.000	0.000
sl_uBG_3	-0.364	1.667	0.000	1.667	1.667	-2.030	-2.030	-0.364	0.364	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.667	0	0	0	0	0	0	0	0.242	0.000
sl_lBG_3	0.364	-1.667	0.000	-1.667	-1.667	2.030	2.030	0.364	-0.364	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	-1.667	0	0	0	0	0	0	0	-0.242	0.000
sl_uBG_6	-0.636	-1.667	0.000	-1.667	-1.667	1.030	1.030	-0.636	0.636	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	-1.667	0	0	0	0	0	0	0	-1.242	-1.000
sl_lBG_6	0.636	1.667	0.000	1.667	1.667	-1.030	-1.030	0.636	-0.636	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	1.667	0	0	0	0	0	0	0	1.242	1.000
sl_uBC_1_2	0.273	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.727	0.273	0.273	-0.273	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.000	0	0	0	0	0	0	0	-0.182	0.000
sl_lBC_1_2	-0.273	0.000	0.000	0.000	0.000	0.727	-0.273	-0.273	0.273	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0.000	0	0	0	0	0	0	0	0.182	0.000
sl_uBC_1_4	0.364	0.667	0.000	0.667	0.667	-0.303	-1.303	0.364	-0.364	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.667	0	0	0	0	0	0	0	0.424	0.000
sl_lBC_1_4	-0.364	-0.667	0.000	-0.667	-0.667	0.303	1.303	-0.364	0.364	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0.667	0	0	0	0	0	0	0	-0.424	0.000
sl_uBC_1_5	0.364	-0.667	0.000	-0.667	-0.667	1.030	1.030	-0.636	-0.364	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0.667	0	0	0	0	0	0	0	-0.242	0.000
sl_lBC_1_5	-0.364	0.667	0.000	0.667	0.667	-1.030	-1.030	0.636	0.364	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.667	0	0	0	0	0	0	0	0.242	0.000
sl_uBC_2_3	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1.000	0	0	0	0	0	0	0.000	0.000
sl_uBC_2_4	0.273	1.000	0.000	0.000	0.000	-0.727	0.273	0.273	-0.273	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.000	1	0	0	0	0	0	0	0.818	0.000
sl_lBC_2_4	-0.273	-1.000	0.000	0.000	0.000	0.727	-0.273	-0.273	0.273	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1.000	0	-1	0	0	0	0	0	-0.818	0.000
sl_uBC_3_5	-0.364	1.667	1.000	1.667	1.667	-2.030	-2.030	-0.364	0.364	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.667	0	0	1	0	0	0	0	0.242	0.000
sl_lBC_3_5	0.364	-1.667	-1.000	-1.667	-1.667	2.030	2.030	0.364	-0.364	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0.667	0	0	0	-1	0	0	0	-0.242	0.000
sl_uBC_4_6	0.636	1.667	0.000	1.667	0.667	-1.030	-1.030	0.636	-0.636	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.667	0	0	0	0	0	1	0	1.242	1.000
sl_lBC_4_6	-0.636	-1.667	0.000	-1.667	-0.667	1.030	1.030	-0.636	0.636	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1.667	0	0	0	0	0	0	-1	-1.242	-1.000

**Tabela 6 Elementos da FR das variáveis de geração e fluxo para modificações nas cargas das barras 2 e 4.**

Variável	Barra 2	Barra 4
Gerador 1	0.000	0.000
Gerador 3	-0.242	0.000
Gerador 6	1.242	1.000
Fluxo no circuito 12	0.182	0.000
Fluxo no circuito 14	-0.424	0.000
Fluxo no circuito 32	0.000	0.000
Fluxo no circuito 64	1.242	1.000

Os elementos da Tabela 6 expressam as seguintes relações:

- Para o gerador 1: Caso haja a modificação de 1MW na injeção equivalente da barra 2, o gerador 1 altera a sua geração de acordo com o fator 0,000. Caso haja a modificação de 1MW na injeção equivalente da barra 4, o gerador 1 altera a sua geração de acordo com o fator 0,000. Ou seja, o gerador 1 não é sensível às modificações de injeção equivalente nas barras de fronteira. Cabe ressaltar que o gerador 1 não modifica sua geração quando os valores das injeções equivalentes se alteram porque já se encontra no seu limite de geração máxima. Isso sugere que a metodologia captura de forma correta os limites máximos dos geradores.
- Para o gerador 3: Caso haja a modificação de 1MW na injeção equivalente da barra 2, o gerador 3 altera a sua geração de acordo com o fator -0,242. Caso haja a modificação de 1MW na injeção equivalente da barra 4, o gerador 3 altera a sua geração de acordo com o fator 0,000. Ou seja, o gerador 3 não é sensível às modificações de injeção equivalente na barra de fronteira 4 mas é sensível às modificações de injeção equivalente na barra de fronteira 2 diminuindo sua geração em 0,242MW sempre que houver adição de 1 MW na barra 2.

- Para o gerador 6: Caso haja a modificação de 1MW na injeção equivalente da barra 2, o gerador 6 altera a sua geração de acordo com o fator 1,242. Caso haja a modificação de 1MW na injeção equivalente da barra 4, o gerador 6 altera a sua geração de acordo com o fator 1,000. Ou seja, o gerador 6 é sensível às modificações de injeções equivalentes nas barras de fronteira 2 e 4 e quando há uma adição de 1 MW na injeção equivalente dessas barras, o gerador 6 aumenta sua geração em 1,242MW respondendo à alteração na barra 2 e respondendo à alteração na barra 4 ele aumenta 1,0MW.
- Fluxo no circuito 12: Caso haja a modificação de 1MW na injeção equivalente da barra 2, o fluxo de potência ativa no circuito 12 é alterado de acordo com o fator 0,182. Caso haja a modificação de 1MW na injeção equivalente da barra 4, o fluxo de potência ativa no circuito 12 é alterado de acordo com o fator 0,000. Ou seja, o fluxo no circuito 12 é sensível à modificação de injeção equivalente na barra de fronteira 2 porém não é sensível à modificação de injeção equivalente na barra de fronteira 4 significando que quando há um aumento na injeção equivalente da barra 2, passará mais 0,182MW pelo circuito 12.
- Fluxo no circuito 14: Caso haja a modificação de 1MW na injeção equivalente da barra 2, o fluxo de potência ativa no circuito 14 é alterado de acordo com o fator -0,424. Caso haja a modificação de 1MW na injeção equivalente da barra 4, o fluxo de potência ativa no circuito 12 é alterado de acordo com o fator 0,000. Ou seja, o fluxo no circuito 14 é sensível à modificação de injeção equivalente na barra de fronteira 2 porém não é sensível à modificação de injeção equivalente na barra de fronteira 4 significando que quando há um aumento na injeção equivalente da barra 2, passará mais 0,424MW pelo circuito 14.

- Fluxo no circuito 32: Caso haja a modificação de 1MW na injeção equivalente da barra 2, o fluxo de potência ativa no circuito 32 é alterado de acordo com o fator 0,000. Caso haja a modificação de 1MW na injeção equivalente da barra 4, o fluxo de potência ativa no circuito 32 é alterado de acordo com o fator 0,000. Ou seja, o fluxo no circuito 32 não é sensível à qualquer modificação de injeção equivalente na barra de fronteira 2 ou 4. Cabe ressaltar que assim como o gerador 1 não modifica sua geração quando os valores das injeções equivalentes porque já se encontra no seu limite de geração máxima, o fluxo no circuito 32 também não se altera por se encontrar na sua capacidade máxima de transmissão. Isso mostra que a metodologia captura de forma correta os limites máximos dos fluxos.
- Fluxo nos três circuitos 64: Caso haja a modificação de 1MW na injeção equivalente da barra 2, o fluxo de potência ativa em cada circuito do trecho da barra 6 a barra 4 é alterado de acordo com o fator 1,242. Caso haja a modificação de 1MW na injeção equivalente da barra 4, o fluxo de potência ativa em cada circuito do trecho da barra 6 a barra 4 é alterado de acordo com o fator 1,000. Ou seja, o fluxo em cada circuito do trecho da barra 6 a barra 4 é sensível à modificação de injeção equivalente na barra de fronteira 2 e 4 e quando há uma adição de 1 MW na injeção equivalente dessas barras, o , o fluxo em cada circuito do trecho da barra 6 a barra 4 aumenta em 1,242MW respondendo à alteração na barra 2 e respondendo à alteração na barra 4 ele aumenta 1,0MW.

A fim de validar a metodologia, fez-se então o seguinte teste considerando apenas um cenário (1 estágio e 1 patamar de 1 hora). Como dito anteriormente, as variáveis de geração externa que estão na base serão representadas por  $x_{final,B,i}^g$  e as variáveis de fluxo que compõem os pontos de conexão são representadas por  $x_{final,B,i}^f$ . Assuma

que a injeção equivalente na barra 2 é de 100,5 MW e a injeção equivalente na barra 4 agora é 159MW. Utilizando a FR descrita na equação (52), tem-se os valores descritos abaixo para o ponto de operação do sistema.

- Cálculo da geração de potência ativa dos geradores

Gerador 1:

$$x_{final,B,1}^g = \sum_{k \in \Omega_S} q_{k,1}^{gf} \cdot (b_{final,k}^f - b_{inicial,k}^f) + x_{inicial,B,1}^g$$

$$x_{final,B,1}^g = q_{2,1}^{gf} \cdot (b_{final,2}^f - b_{inicial,2}^f) + q_{4,1}^{gf} \cdot (b_{final,4}^f - b_{inicial,4}^f) + x_{inicial,B,1}^g$$

$$x_{final,B,1}^g = 0 * (100,5 - 100) + 0 * (159 - 160) + 150 = 150MW$$

Gerador 3:

$$x_{final,B,2}^g = \sum_{k \in \Omega_I} q_{k,2}^{gf} \cdot (b_{final,k}^f - b_{inicial,k}^f) + x_{inicial,B,2}^g$$

$$x_{final,B,2}^g = q_{2,2}^{gf} \cdot (b_{final,2}^f - b_{inicial,2}^f) + q_{4,2}^{gf} \cdot (b_{final,4}^f - b_{inicial,4}^f) + x_{inicial,B,2}^g$$

$$x_{final,B,2}^g = -0,242 * (100,5 - 100) + 0 * (159 - 160) + 303,03 = 302,91MW$$

Gerador 6:

$$x_{final,B,3}^g = \sum_{k \in \Omega_I} q_{k,3}^{gf} \cdot (b_{final,k}^f - b_{inicial,k}^f) + x_{inicial,B,3}^g$$

$$x_{final,B,3}^g = q_{2,3}^{gf} \cdot (b_{final,2}^f - b_{inicial,2}^f) + q_{4,3}^{gf} \cdot (b_{final,4}^f - b_{inicial,4}^f) + x_{inicial,B,3}^g$$

$$x_{final,B,3}^g = 1,242 * (100,5 - 100) + 1,000 * (159 - 160) + 106,97 = 106,59MW$$

- Cálculo dos fluxos em circuitos de interesse

Fluxo circuito 1->2

$$x_{final,B,1}^f = \sum_{k \in \Omega_I} q_{k,1}^{ff} \cdot (b_{final,k}^f - b_{inicial,k}^f) + x_{inicial,B,1}^f$$

$$x_{final,B,1}^f = q_{2,1}^{ff} \cdot (b_{final,2}^f - b_{inicial,2}^f) + q_{4,1}^{ff} \cdot (b_{final,4}^f - b_{inicial,4}^f) + x_{inicial,B,1}^f$$

$$x_{final,B,1}^f = 0,182 \cdot (100,5 - 100) + 0 \cdot (159 - 160) + 22,727 = 22,818 \text{ MW}$$

Fluxo circuito 1->4

$$x_{final,B,2}^f = \sum_{k \in \Omega_I} q_{k,2}^{ff} \cdot (b_{final,k}^f - b_{inicial,k}^f) + x_{inicial,B,2}^f$$

$$x_{final,B,2}^f = q_{2,2}^{ff} \cdot (b_{final,2}^f - b_{inicial,2}^f) + q_{4,2}^{ff} \cdot (b_{final,4}^f - b_{inicial,4}^f) + x_{inicial,B,2}^f$$

$$x_{final,B,2}^f = -0,424 \cdot (100,5 - 100) + 0 \cdot (159 - 160) + 30,303 = 30,091 \text{ MW}$$

Fluxo circuito 3->2

$$x_{final,B,3}^f = \sum_{k \in \Omega_I} q_{3,k}^{ff} \cdot (b_{final,k}^f - b_{inicial,k}^f) + x_{inicial,B,3}^f$$

$$x_{final,B,3}^f = q_{2,3}^{ff} \cdot (b_{final,2}^f - b_{inicial,2}^f) + q_{4,3}^{ff} \cdot (b_{final,4}^f - b_{inicial,4}^f) + x_{inicial,B,3}^f$$

$$x_{final,B,3}^f = 0 \cdot (100,5 - 100) + 0 \cdot (159 - 160) + 100 = 100 \text{ MW}$$

Fluxo nos circuito 6->4

$$x_{final,B,4}^f = \sum_{k \in \Omega_I} q_{k,4}^{ff} \cdot (b_{final,k}^f - b_{inicial,k}^f) + x_{inicial,B,4}^f$$

$$x_{final,B,4}^f = q_{2,4}^{ff} \cdot (b_{final,2}^f - b_{inicial,2}^f) + q_{4,4}^{ff} \cdot (b_{final,4}^f - b_{inicial,4}^f) + x_{inicial,B,4}^f$$

$$x_{final,B,4}^f = 1,242 \cdot (100,5 - 100) + 1 \cdot (159 - 160) + 106,971 = 106,971 \text{ MW}$$

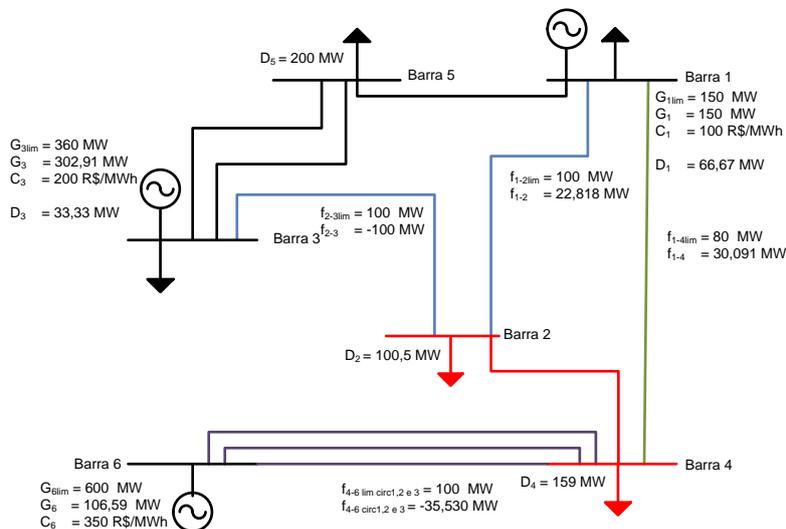
Por ponto de conexão temos os seguintes montantes de fluxo requeridos:

$$f_{PC_1} = x_{final,B,1}^f + x_{final,B,3}^f = 122,818 \text{ MW}$$

$$f_{PC_2} = x_{final,B,2}^f = 30,091 \text{ MW}$$

$$f_{PC_3} = x_{final,B,4}^f = 106,971 \text{ MW}$$

O mesmo caso foi resolvido com resolução do FPO para a injeção equivalente na barra 2 de 100,5 MW e a injeção equivalente na barra 4 de 159MW. O resultado do ponto de operação da rede é dado pela Figura 4.5.



**Figura 4.5 – Diagrama Sistema Garver modificado– Resolução do FPO.**

Observa-se que os montantes tanto de geração e de fluxo encontrados com a utilização da FR são os mesmos quando simulado novamente o PL de despacho ótimo.

Para fins de aplicação para a contratação as MUST, suponha que o sistema interno seja de uma distribuidora, o MUST a ser contratado neste caso em que há apenas 1 cenário, é exatamente o montante de fluxo requerido pela carga por ponto de conexão a menos a tolerância aceita pela regulação. Neste caso, a contratação ótima do MUST da distribuidora fictícia acima para os pontos de conexão 1,2 e 3 será  $\frac{\text{fluxo}}{1+10\%}$ ,

considerando a banda de tolerância adotada na REN/399, que resulta em 111,65MW; 27,36MW e 97,25MW, respectivamente. Como era esperado, o MUST contratado para apenas este cenário nos três pontos de conexão é menor do que o montante de potência transmitida pelos circuitos que conectam a rede externa com a rede interna, pois dessa forma a distribuidora gasta um montante menor de valor nominal do contrato, obtido através da multiplicação da TUST pelo montante contratado no ponto de conexão. Para que não haja penalidades de subcontratação ou sobrecontratação, os fluxos nos pontos de conexão podem variar conforme mostrado abaixo, da considerando que há uma banda de tolerância de  $\pm 10\%$ .

$$100,48MW \leq PC1_{MUST\ Contratado} = 111,65MW \leq 122,815MW$$

$$24,62MW \leq PC2_{MUST\ Contratado} = 27,36MW \leq 30,096MW$$

$$87,525MW \leq PC3_{MUST\ Contratado} = 97,25MW \leq 106,975MW$$

### 4.3 Metodologia 2 – Função resposta em função da geração dos geradores externos

A motivação para o desenvolvimento de uma segunda metodologia se dá pela dificuldade, em alguns casos, de se obter a matriz Base do PL. Nesta metodologia considera-se o cálculo dos coeficientes lineares da FR (sensibilidades em relação à variação da injeção nas barras de interesse) dos geradores da rede externa – ou seja, considerando uma modificação no cenário interno da distribuidora, há uma modificação nas injeções equivalentes das barras de fronteira que fará a geração dos geradores externos ser modificada. Dessa forma as variáveis de interesse são apenas as inseridas no subvetor  $[x_B^{g,p}]$  do vetor  $[x_B^{s,p}]$ .

Na seção 4.2, foi apresentado um desenvolvimento da FR, chegando na equação (43).

Renomeando as variáveis que compõem,  $[x_B^{g,p}]$  como  $[g^{ext,p}]$ , chega-se a equação definida para cada patamar.

$$[g^{ext}] = [cte^s] + [Q^{gf}] \cdot [b^f] \quad (56)$$

Para o desenvolvimento a seguir, admite-se que uma variação  $[\Delta b^f]$  nas injeções equivalentes nas barras de fronteira não é suficiente para alterar a *base ótima* do programa linear (isto é, que a solução do programa corresponde ao mesmo vértice do poliedro que define a região viável). Assim, quando há uma variação  $[\Delta b^f]$  nas injeções equivalentes nas barras de fronteira, trazendo, por exemplo, o valor inicial  $[b_{inicial}^f]$  para  $[b_{final}^f] = [b_{inicial}^f] + [\Delta b^f]$ , tem-se:

$$[g_{final}^{ext}] = [cte^s] + [Q^{gf}] \cdot ([b_{inicial}^f] + [\Delta b^f]) \quad (57)$$

Escrevendo a equação (57) em que a geração externa será modificada por um delta, tem-se:

$$[g_{final}^{ext}] = [cte^s] + [Q^{gf}] \cdot [b_{inicial}^f] + [Q^{gf}] \cdot [\Delta b^f] \quad (58)$$

Considerando a equação (56) pode-se escrever que  $[g_{inicial}^{ext}] = [cte^s] + [Q^{gf}] \cdot [b_{inicial}^f]$  e que  $[\Delta g^{ext}] = [Q^{gf}] \cdot [\Delta b^f]$ , logo

$$[g_{final}^{ext}] = [g_{inicial}^{ext}] + [\Delta g^{ext}] \quad (59)$$

Destacando-se que:

$$[\Delta g^{ext}] = [Q^{gf}] \cdot [\Delta b^f] \quad (60)$$

O desenvolvimento acima indica que a variação na geração da rede externa pode ser escrita como uma *combinação linear* da variação das injeções equivalentes nas barras de fronteira.

A resposta da rede externa a variações nos valores das injeções equivalentes nas barras de fronteira para cada patamar é descrita, para cada gerador  $i$ , por:

$$\Delta g_i^{ext} = \sum_{k \in \Omega_S} q_{k,i}^s \cdot \Delta b_k^f \quad (61)$$

Neste momento, renomeia-se os coeficientes lineares que relacionam  $\Delta b_k^f$  com  $\Delta g_i^{ext}$  de  $q_{k,i}^s$  para  $\alpha_{k,i}$ , obtendo:

$$\Delta g_i^{ext} = \sum_{k \in \Omega_S} \alpha_{k,i} \cdot \Delta b_k^f \quad (62)$$

Onde,

$i$  é o índice que representa a variável de decisão de geração

$k$  é o índice do conjunto de barras que estão na fronteira

A equação acima, sugere um procedimento alternativo para a obtenção dos coeficientes  $\alpha_{k,i}$  que não requer a obtenção e tratamento da base do programa linear, indicada na seção 4.2. Utiliza-se basicamente o princípio da superposição, que se torna válido porque trabalha-se com fluxo de potência linear, em que se quer saber qual a resposta dos geradores às modificações da injeção equivalente de cada barra de fronteira. Este procedimento alternativo baseia-se no fato de que, se partimos de uma simulação inicial da operação energética e realizarmos uma simulação auxiliar em que se varia levemente apenas a injeção equivalente de *uma* barra de fronteira, teremos apenas *um* termo  $\Delta b_k^f$  não nulo no lado direito da última equação e, portanto a equação que relaciona as variações nos valores de geração à variação da injeção equivalente  $k$  será dada, para todo gerador  $i$  quando aplicado princípio da superposição, por:

$$\Delta g_i^{ext} = \alpha_{k,i} \cdot \Delta b_k^f \quad (63)$$

$$\alpha_{k,i} = \frac{\Delta g_i^{ext}}{\Delta b_k^f} \quad (64)$$

Ao se fazer tantas simulações auxiliares quantas forem as barras de fronteira, variando em cada uma delas apenas *um* valor de  $b_k^f$  por vez, pode-se determinar  $\alpha_{k,i}$  para todos os geradores  $i$  e para todas as barras de fronteira  $k$ .

A geração final de cada gerador do sistema externo será escrito de acordo com a equação (65).

$$g_{i,final}^{ext} = g_{i,inicial}^{ext} + \sum_{k=1}^K \alpha_{k,i} \cdot \Delta b_k^f \quad (65)$$

E a equação acima é totalmente análoga à equação (52): somente o procedimento para a obtenção dos coeficientes lineares que relacionam a variação nas demandas nas barras de interesse (a variação  $\Delta b_k^f$  nas equações do tipo de 34) é outra.

Para a contratação ótima do MUST, as variáveis de interesse são os fluxos dos circuitos que compõem os pontos de conexão. Com isso é necessário o cálculo do fluxo nos circuitos de interesse após a obtenção da resposta final dos geradores externos, o que pode ser feito com equação análoga à equação (55).

Cabe expor brevemente o procedimento de cálculo da matriz  $\beta$ , que estabelece relações de sensibilidade entre os fluxos de potência ativa nos circuitos e as injeções de potência ativa nas barras. Sabe-se que o fluxo de potência ativa pode ser calculado de acordo com a equação abaixo:

$$f = \beta \cdot P \quad (66)$$

Onde,

- $f$  Vetor formado pelos fluxos de potência ativa nos circuitos ( $m \times 1$ );
- $\beta$  Matriz de sensibilidade entre fluxos de potência ativa nos circuitos e as injeções de potência ativa nas barras;
- $P$  Vetor de injeções de potência ativa nas barras.

E que a matriz de sensibilidade *beta* ( $\beta$ ) é definida pela equação abaixo,

$$\beta = \Gamma \cdot [A]^T \cdot [B]^{-1} \quad (67)$$

Onde:

- $\Gamma$  Matriz diagonal formada pelas susceptâncias dos circuitos com dimensão  $m \times n$ ;
- $[A]^T$  Matriz incidência reduzida transposta circuito x barra, com dimensão  $(n-1) \times m$ , onde  $m$  é o número de circuitos da rede;
- $[B]^{-1}$  É a inversa da matriz de susceptância dos circuitos  $(n-1) \times (n-1)$ . Note que  $B$  aqui refere-se à matriz susceptância nodal, e não à mátria base do PL.

#### 4.3.1 Procedimento de cálculo

- Resolve-se uma vez o FPO correspondente a um *ponto de operação* de referencia. Caso se esteja tratando de a operação eletroenergética do sistema brasileiro, por exemplo, simula-se a operação a operação para um caso base.
- Faz-se tantas simulações auxiliares quanto forem as barras de fronteira, variando em cada uma delas apenas um valor de  $b_k^f$  por vez.
- Calcula-se os fatores  $\alpha_{k,i}$  da FR para cada gerador do sistema externo de acordo com a equação (64). Caso se esteja tratando de a operação

eletroenergética do sistema brasileiro, deve-se calcular um fator  $\alpha_{k,i}$  para cada etapa, série e patamar de carga.

d) Escreve-se a FR para cada gerador de acordo com a equação (65)

### 4.3.2 Vantagens e desvantagens

A grande vantagem desta metodologia é a simplicidade dos cálculos para a obtenção dos fatores da FR, quando não se deseja trabalhar com a matriz base do PL. Esta vantagem está relacionada a não ser necessária a obtenção da matriz base do PL, já que a obtenção pode ser dificultada, por exemplo, quando se utiliza solvers de programação linear que não fornecem como saída direta a matriz base.

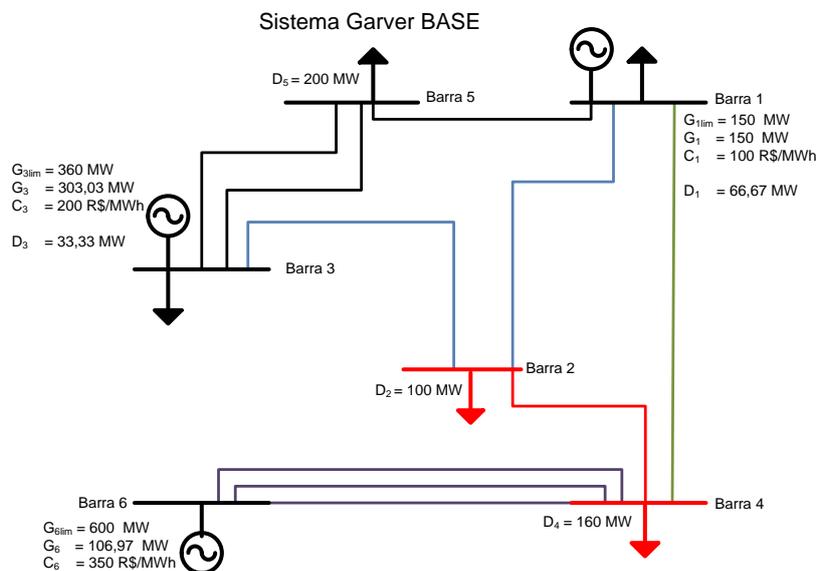
Uma desvantagem é a necessidade de simular  $n$  mais uma operações energéticas distintas, em que  $n$  é o números de barras em relação a cuja injeção se deseja o cálculo da sensibilidade (barras de fronteira, caso se utilize a representação reduzida da rede indicada na Figura 3.2). Dependendo da quantidade de barras de fronteira existentes no sistema, muitas simulações auxiliares (sensibilidades) deverão ser realizadas.

Uma desvantagem é relativa a se calcular a FR para os geradores da rede externa, ao invés de diretamente a FR para os circuitos que compõem o fluxo nos pontos de conexão. Se está calculando a FR para uma variável que compõe o fluxo nos pontos de conexão, sendo que no propósito de se calcular o MUST da distribuidora, a variável de interesse é o fluxo de potência ativa nos circuitos que compõem os pontos de conexão. Assim, é necessário que, após o cálculo do montante de potência gerada pelos geradores utilizando a FR, seja calculado o fluxo de potência ativa nos circuitos que compõem os pontos de conexão. Esta desvantagem será eliminada pela metodologia 3 que será apresentada na subseção 4.4.

### 4.3.3 Exemplo Metodologia 2

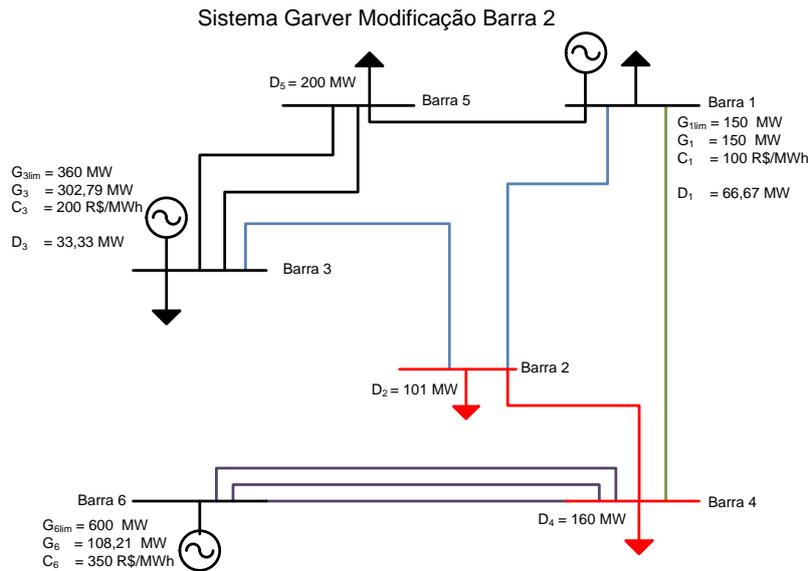
É apresentado aqui, o exemplo ilustrativo de aplicação da metodologia 2, utilizando o procedimento descrito na subseção 4.3.1. O sistema teste utilizado é o mesmo sistema apresentado no exemplo da metodologia 1.

A Figura 4.6 mostra o ponto de operação inicial do sistema. Para o caso Base foi simulada a operação do sistema e encontrou-se o seguinte despacho ótimo.



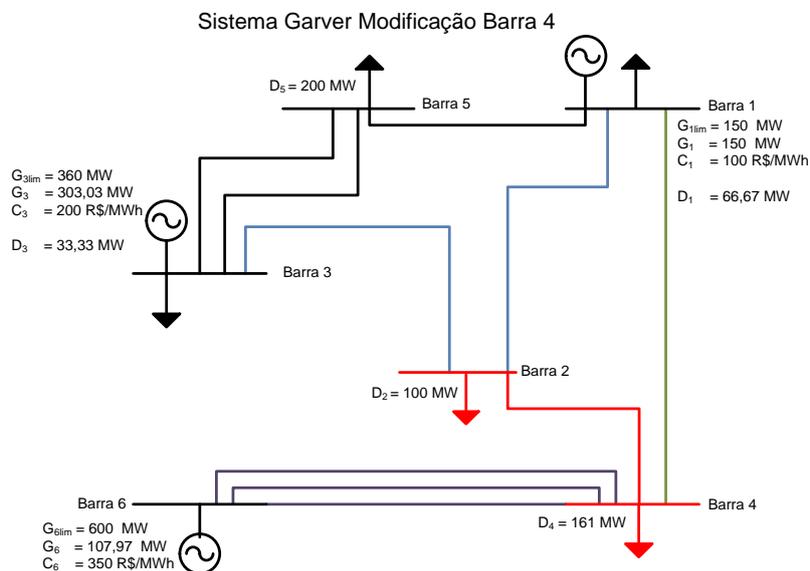
**Figura 4.6 – Diagrama Sistema Garver – Caso Base.**

Considerando agora o passo b) da subseção 4.3.1, fez-se a primeira simulação variando a carga da barra 2 em 1MW e deixando a carga da barra 4 com o mesmo valor do caso base. Dessa simulação obteve-se o ponto de operação descrito na Figura 4.7.



**Figura 4.7 – Diagrama Sistema Garver – Caso Modificação Barra 2.**

Ainda considerando o passo b) da subseção 4.3.1, fez-se a segunda simulação variando a carga da barra 4 em 1MW e deixando a carga da barra 2 com o mesmo valor do caso base. Dessa simulação obteve-se o ponto de operação descrito na Figura 4.8.



**Figura 4.8 – Diagrama Sistema Garver – Caso Modificação Barra 4.**

Prosseguindo com o procedimento de cálculo, de acordo com o passo c), calcula-se os fatores  $\alpha_{k,i}$  (onde  $k$  é a barra cuja injeção é modificada, e  $i$  o gerador de interesse).

As sensibilidades dos geradores 1, 3 e 6 quando há modificação na demanda da barra 2 são:

$$\alpha_{2,1} = \frac{150 - 150}{101 - 100} = 0$$

$$\alpha_{2,3} = \frac{302,79 - 303,03}{101 - 100} = -0,24$$

$$\alpha_{2,6} = \frac{108,21 - 106,97}{101 - 100} = 1,24$$

Observa-se que quando há modificação na demanda da barra 2, o gerador 1 não responde (sua geração não difere do valor da geração do caso base), pois já está em seu limite operativo. Já os geradores 3 e 6 respondem à modificação da demanda da barra, onde o gerador 3 diminuirá sua geração de acordo com o fator 0,24 e o gerador 3 gerará a potência necessária, de acordo com o fator 1,24, para o suprimento da carga na barra 2.

Considerando agora a segunda simulação auxiliar, onde somente a carga da barra 4 foi modificada. As sensibilidades dos geradores 1, 3 e 6 quando há modificação na demanda da barra 4 são:

$$\alpha_{4,1} = \frac{150 - 150}{161 - 160} = 0$$

$$\alpha_{4,3} = \frac{303,03 - 303,03}{161 - 160} = 0$$

$$\alpha_{4,6} = \frac{107,97 - 106,97}{161 - 160} = 1$$

Observa-se que quando há modificação na demanda da barra 4, apenas o gerador 3 responde (altera o valor de sua geração em relação ao caso base) à modificação suprimindo toda a variação da carga. Os geradores 1 e 2 não modificam sua geração em relação ao caso base indicando que não são variáveis básicas do PL.

Encontrado todos os fatores da FR, pode-se enfim escrever para cada gerador a sua FR completa:

$$g_{1,final}^{ext} = 0 * \Delta b_2^f + 0 * \Delta b_4^f + g_{1,inicial}^{ext}$$

$$g_{3,final}^{ext} = -0,24 * \Delta b_2^f + 0 * \Delta b_4^f + g_{3,inicial}^{ext}$$

$$g_{6,final}^{ext} = 1,24 * \Delta b_2^f + 1 * \Delta b_4^f + g_{6,inicial}^{ext}$$

A fim de validar a metodologia, fez-se então o seguinte teste. Assuma que a Injeção equivalente na barra 2 é de 100,5 MW e a injeção equivalente na barra 4 agora é 159MW. Utilizando a FR descrita acima, tem-se que o novo ponto de operação deste sistema é:

$$g_{1,final}^{ext} = 0 * (100,5 - 100) + 0 * (159 - 160) + 150 = 150MW$$

$$g_{3,final}^{ext} = -0,24 * (100,5 - 100) + 0 * (159 - 160) + 303,03 = 302,91MW$$

$$g_{6,final}^{ext} = 1,24 * (100,5 - 100) + 1 * (159 - 160) + 106,97 = 106,59MW$$

Os montantes encontrados com a utilização da FR são os mesmos quando simulado novamente o PL de despacho ótimo.

Como a variável para o cálculo do MUST é o fluxo de potência ativa nos circuitos que compõem os pontos de conexão, serão obtidos os fluxos utilizando a matriz de sensibilidade *Beta* ( $\beta$ ) considerando a barra 1 como a barra de referência.

$$r = \begin{bmatrix} 2,50 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1,66 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2,50 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3,33 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3,33 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3,33 \end{bmatrix};$$

$$B = \begin{bmatrix} 10 & -5 & -2,5 & 0 & 0 \\ -5 & 15 & 0 & -10 & 0 \\ -2,5 & 0 & 14,67 & 0 & -10 \\ 0 & -10 & 0 & 15 & 0 \\ 0 & 0 & -10 & 0 & 10 \end{bmatrix} e$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

Então

$$\beta = \begin{bmatrix} -0,45 & -0,27 & -0,27 & -0,18 & -0,27 \\ -0,18 & -0,11 & -0,51 & -0,07 & -0,51 \\ -0,36 & -0,62 & -0,22 & -0,75 & -0,22 \\ 0,36 & -0,38 & 0,22 & -0,25 & -0,25 \\ 0,18 & 0,11 & -0,49 & 0,07 & -0,49 \\ 0,18 & 0,31 & 0,11 & -0,13 & 0,11 \\ 0,18 & 0,31 & 0,11 & -0,13 & 0,11 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0,33 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0,33 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0,33 \end{bmatrix}$$

Prosseguindo com o cálculo do fluxo de potência ativa nos circuitos que compõem os pontos de conexão, tem-se:

$$\begin{bmatrix} f_{12} \\ f_{14} \\ f_{15} \\ f_{23} \\ f_{24} \\ f_{35} \\ f_{35} \\ f_{46} \\ f_{46} \\ f_{46} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,45 & -0,27 & -0,27 & -0,18 & -0,27 \\ -0,18 & -0,11 & -0,51 & -0,07 & -0,51 \\ -0,36 & -0,62 & -0,22 & -0,75 & -0,22 \\ 0,36 & -0,38 & 0,22 & -0,25 & -0,25 \\ 0,18 & 0,11 & -0,49 & 0,07 & -0,49 \\ 0,18 & 0,31 & 0,11 & -0,13 & 0,11 \\ 0,18 & 0,31 & 0,11 & -0,13 & 0,11 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0,33 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0,33 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0,33 \end{bmatrix} \cdot \left( \begin{bmatrix} 0 \\ 302,91 \\ 0 \\ 0 \\ 106,59 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 100,50 \\ 33,33 \\ 159 \\ 200 \\ 0 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 22,817 \\ 30,091 \\ 30,422 \\ -100 \\ 22,319 \\ 84,789 \\ 84,789 \\ -35,53 \\ -35,53 \\ -35,53 \end{bmatrix}$$

Considerando que os pontos de conexão (PC) são formados pelo somatório dos fluxos nos circuitos, conclui-se que os fluxos terão os seguintes valores:

$$PC_1 = f_{12} - f_{23} = 122,818 \text{ MW}$$

$$PC_2 = -f_{46} - f_{46} - f_{46} = 106,59 \text{ MW}$$

$$PC_3 = f_{14} = 30,091 \text{ MW}$$

Observa-se que quando comparado os resultados obtidos acima com os resultados apresentados na Figura 4.5, que representa o resultado do FPO para o sistema de validação, os mesmos valores de geração e fluxo foram encontrados, validando dessa forma a segunda metodologia.

Supondo que o sistema interno do exemplo seja uma distribuidora, o MUST a ser contratado neste caso em que há apenas 1 cenário é exatamente o montante de fluxo requerido pela carga por ponto de conexão que por sua vez, é o mesmo montante apresentado na metodologia 1.

## 4.4 Metodologia 3 – Função resposta em função do fluxo dos circuitos dos pontos de conexão

A motivação para o desenvolvimento de uma terceira metodologia se dá pela simplicidade de se obter resultados ligados diretamente ao fluxo e melhorar a aplicação da metodologia obtida por sistemas lineares tornando-a mais rápida de forma a melhorar o desempenho computacional.

O fluxo nos circuitos que compõem os pontos de conexão pode ser descrito em função das gerações e cargas do sistema externo e das gerações e cargas do sistema interno, como é mostrado na Equação (68).

$$f_{ij} = \left[ \sum_{k \in \Omega_E} \beta_{ij,k} \cdot (g_k^{ext} - d_k^{ext}) \right] + \left[ \sum_{k \in \Omega_I} \beta_{ij,k} \cdot (g_k^{int} - d_k^{int}) \right] \quad (68)$$

Onde:

$\beta$  Matriz de sensibilidade que relaciona os fluxos de potência ativa nos circuitos com a injeção equivalente das barras.

$g_k^{ext}$  Geração na barra do sistema externo.

$d_k^{ext}$  Demanda na barra do sistema externo.

$g_k^{int}$  Geração na barra do sistema interno.

$d_k^{int}$  Demanda na barra do sistema interno.

$\Omega_E$  Conjunto das barras do sistema externo.

$\Omega_I$  Conjunto das barras do sistema interno.

Ressalta-se que, se considerado o pré-processamento de redução da rede interna indicado na Figura 4.2, as gerações e cargas internas da rede interna passam a ser representadas por injeções equivalentes.

Dessa forma pode-se reescrever a equação (68) como:

$$f_{ij} = \left[ \sum_{k \in \Omega_E} \beta_{ij,k} \cdot g_k^{ext} \right] + \left[ \sum_{k \in \Omega_E} \beta_{ij,k} \cdot (-d_k^{ext}) \right] + \left[ \sum_{k \in \Omega_I} \beta_{ij,k} \cdot (g_k^{int} - d_k^{int}) \right] \quad (69)$$

Neste ponto, vale a pena lembrar que tanto os geradores e as cargas da rede interna são consideradas como parâmetros do problema de otimização, e não como variáveis de decisão. De forma a deixar este ponto mais claro, substitui-se  $g_k^{int} - d_k^{int} = b_k^f$  na equação (69):

$$f_{ij} = \left[ \sum_{k \in \Omega_E} \beta_{ij,k} \cdot g_k^{ext} \right] + \left[ \sum_{k \in \Omega_E} \beta_{ij,k} \cdot (-d_k^{ext}) \right] + \left[ \sum_{k \in \Omega_I} \beta_{ij,k} \cdot b_k^f \right] \quad (70)$$

Admita-se que  $d_k^{ext} = constante$ , pois não há modificação na demanda externa quando há a variação da potência equivalente das barras de fronteira, logo  $\Delta d_k^{ext} = 0$ , e Admitindo-se também que agora há uma modificação em  $b_k^f$ , que varia de  $\Delta b_k^f$ , neste caso, sabe-se que haverá uma *resposta* dos geradores da rede externa, nos termos descritos na seção 4.3. Obviamente, os fluxos nos pontos de conexão se modificarão, devido a esta resposta dos geradores da rede externa, e à própria modificação  $\Delta b_k^f$  (as cargas da rede externa são consideradas como parâmetros do problema, e seu valor não varia em resposta a modificações da rede interna). Utilizando o princípio da superposição e a equação (63), pode-se escrever a variação do fluxo  $f_{ij}$ , que será denotada por  $\Delta f_{ij}$ , como:

$$\Delta f_{ij} = \left[ \sum_{k \in \Omega_E} \beta_{ij,k} \cdot \Delta g_k^{ext} \right] + \left[ \sum_{k \in \Omega_I} \beta_{ij,k} \cdot \Delta b_k^f \right] \quad (71)$$

$$\Delta f_{ij} = \left[ \sum_{k \in \Omega_E} \beta_{ij,k} \cdot \sum_{m \in \Omega_I} \alpha_{m,k} \cdot \Delta b_m^f \right] + \left[ \sum_{k \in \Omega_I} \beta_{ij,k} \cdot \Delta b_k^f \right] \quad (72)$$

Nota-se que, para a substituição da equação (63) na equação (71), o conjunto  $\Omega_S$  (conjunto das barras em relação a cuja injeção as sensibilidades são calculadas) foi substituído pelo conjunto  $\Omega_I$ . De fato, o caso mais geral da aplicação dos métodos expostos nesta dissertação é aquele em que  $\Omega_S = \Omega_I$  – ou seja, as injeções de todas as barras do sistema interno são modificadas, e por isso deve-se determinar a resposta do sistema externo considerando todas as modificações.

Deseja-se manipular a equação (72). Para isto, troca-se os índices  $m$  e  $k$  do primeiro somatório desta equação, obtendo:

$$\Delta f_{ij} = \left[ \sum_{m \in \Omega_E} \beta_{ij,m} \cdot \sum_{k \in \Omega_I} \alpha_{k,m} \cdot \Delta b_k^f \right] + \left[ \sum_{k \in \Omega_I} \beta_{ij,k} \cdot \Delta b_k^f \right] \quad (73)$$

Finalmente, reordena-se os termos, para obter:

$$\Delta f_{ij} = \left\{ \sum_{k \in \Omega_I} \left[ \beta_{ij,k} + \sum_{m \in \Omega_E} (\beta_{ij,m} \cdot \alpha_{k,m}) \right] \cdot \Delta b_k^f \right\} \quad (74)$$

Pela expressão acima, fica claro que a variação dos fluxos nos circuitos pode ser escrita exclusivamente como função da variação  $\Delta b_k^f$ , que é o que se desejava demonstrar. De fato, percebe-se que o termo que relaciona  $\Delta f_{ij}$  a  $\Delta b_k^f$  depende apenas de parâmetros da rede elétrica (que são as informações necessárias para calcular as entradas da matriz  $\beta$ ) e das sensibilidades  $\alpha_{k,m}$ , cujo cálculo já se discutiu anteriormente. Neste momento, renomeamos  $\gamma_{ij,k} = \beta_{ij,k} + \sum_{m \in \Omega_E} (\beta_{ij,m} \cdot \alpha_{k,m})$ , e podemos reescrever a equação (74) como:

$$\Delta f_{ij} = \sum_{k \in \Omega_I} \gamma_{ij,k} \cdot \Delta b_k^f \quad (75)$$

Onde:

$\gamma_{ij,k}$  Coeficientes lineares que descrevem a resposta do fluxo em circuito  $ij$  em relação a variações na injeção de potência da barra  $k$ , que podem ser calculados por  $\gamma_{ij,k} = \beta_{ij,k} + \sum_{m \in \Omega_E} (\beta_{ij,m} \cdot \alpha_{k,m})$ .

É possível obter os coeficientes lineares resolvendo-se a expressão  $\gamma_{ij,k} = \beta_{ij,k} + \sum_{m \in \Omega_E} (\beta_{ij,m} \cdot \alpha_{k,m})$ . No entanto, há um procedimento alternativo para o cálculo destes coeficientes lineares. Este procedimento alternativo baseia-se no fato de que, se partimos de uma simulação inicial da operação energética e realizarmos uma simulação auxiliar em que se varia levemente apenas a injeção equivalente de

uma barra de fronteira, teremos apenas *um* termo  $\Delta b_k^f$  não nulo no lado direito da equação (71). Portanto, a equação que relaciona as variações nos valores de fluxo à variação da injeção equivalente  $k$  será dada, para todo circuito  $ij$ , por,  $\Delta f_{ij} = \gamma_{ij,k} \cdot \Delta b_k^f$ . Assim, os fatores  $\gamma_{ij,k}$  podem ser obtidos por:

$$\gamma_{ij,k} = \frac{\Delta f_{ij}}{\Delta b_k^f} \quad (76)$$

Ao se fazer tantas simulações auxiliares quantas forem as barras para cujas injeções se deseja calcular a sensibilidade dos fluxos, variando em cada uma delas apenas *um* valor de  $b_k^f$  por vez, pode-se determinar  $\gamma_{ij,k}$  para todos os circuitos  $ij$  e para todas as barras de interesse  $k$ .

Tendo-se calculado  $\gamma_{ij,k}$  pelo método descrito acima, fluxo *final* (após a consideração das variações das injeções das barras de fronteira) no circuito  $ij$  será escrito conforme a Equação (77)

$$f_{ij,final} = f_{ij,inicial} + \Delta f_{ij} = f_{ij,inicial} + \sum_{k \in \Omega_I} \gamma_{ij,k} \cdot \Delta b_k^f \quad (77)$$

#### 4.4.1 Procedimento de cálculo

- a) Resolve-se uma vez o FPO correspondente a um *ponto de* operação de referencia. Caso se esteja tratando de a operação eletroenergética do sistema brasileiro, por exemplo, simula-se a operação para um caso base com a representação equivalentada da rede interna;
- b) Faz-se tantas simulações auxiliares quanto forem as barras de fronteira, variando em cada uma delas apenas um valor de  $b_k^f$  por vez.

- c) Calcula-se os fatores  $\gamma_{ij,k}$  da FR para cada ponto de conexão do sistema externo de acordo com a equação (73). Caso se esteja tratando de a operação eletroenergética do sistema brasileiro, deve-se calcular um fator  $\alpha_{k,i}$  para cada etapa, série e patamar de carga.
- d) Escreve-se a FR em forma de variação para cada circuito de acordo com a equação (77).

#### 4.4.2 Vantagens e desvantagens

Assim como na metodologia 2, a vantagem da metodologia 3 também é a simplicidade dos cálculos para a obtenção dos fatores da FR.

Desde que o número de circuitos de interesse (os circuitos cujo fluxo final  $f_{ij,final}$  deve ser calculado após a modificação das injeções da rede interna) seja menor do que o número de geradores *potencialmente respondentes* (geradores da rede externa que podem responder à modificação das injeções da rede interna), a metodologia apresentada nesta seção requer o cálculo de menor número de coeficientes lineares da função resposta. Além disso, como se está lidando diretamente com a resposta dos *fluxos em circuitos*, e não com a resposta de geradores, não é necessário realizar o cálculo com a matriz de sensibilidade  $\beta$  para se obter o valor final dos fluxos nos circuitos.

O número de variáveis as quais devem ser escritas a FR, tendem a ser significativamente menores quando comparada a metodologia 2 e o resultado é escrito exatamente na forma de fluxo, eliminando-se o pós cálculo com a matriz de sensibilidade  $\beta$  para se obter o do fluxo.

A desvantagem desta metodologia, em relação à metodologia 1, é a necessidade de simular  $n$  mais uma tantas vezes forem os números de barras de fronteiras. Dependendo da quantidade de barras de fronteira existente no sistema, muitas

simulações auxiliares (sensibilidades) deverão ser realizadas. Nota-se que esta desvantagem também afeta a metodologia 2.

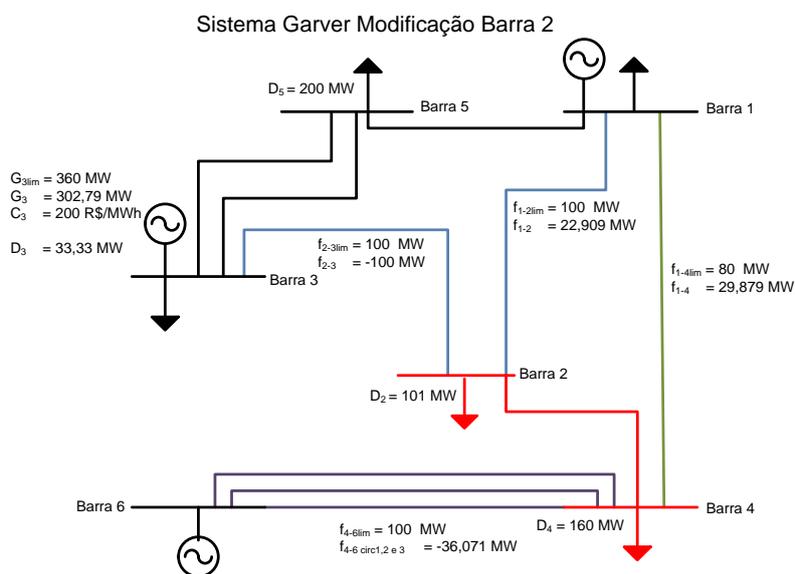
### 4.4.3 Exemplo Metodologia 3

É apresentado aqui, o exemplo ilustrativo de aplicação da metodologia 3, utilizando o procedimento descrito na subseção 0.

O sistema teste utilizado foi o mesmo sistema apresentado na metodologia 1, bem conhecido na literatura de planejamento da expansão do sistema de transmissão: Sistema Garver.

A Figura 4.4 mostra o ponto de operação inicial do sistema para o caso Base.

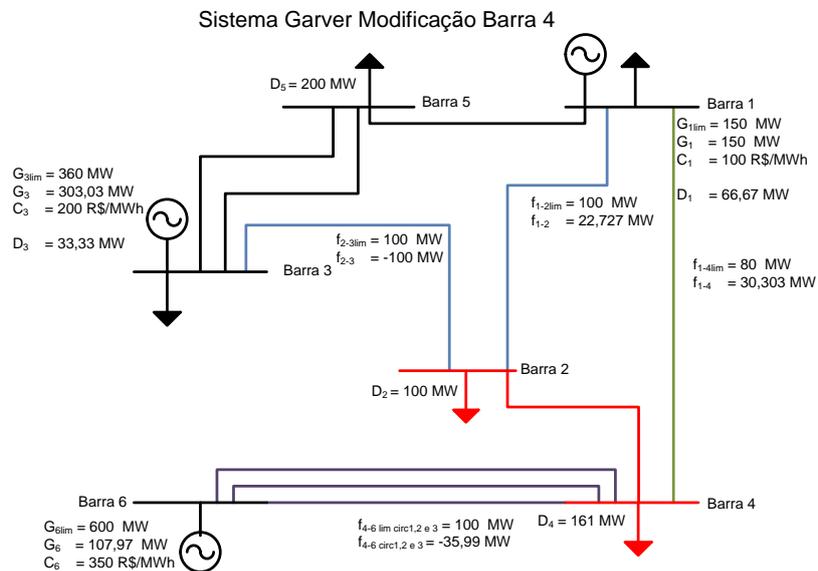
Considerando agora o passo b) da subseção 4.4.1, fez-se a primeira simulação variando a carga da barra 2 em 1MW e deixando a carga da barra 4 com o mesmo valor do caso base. Dessa simulação obteve-se o ponto de operação descrito na Figura 4.9.



**Figura 4.9 – Diagrama Sistema Garver – Caso Modificação Barra 2.**

Ainda considerando o passo b) da subseção 4.4.1, fez-se a segunda simulação variando a carga da barra 4 em 1MW e deixando a carga da barra 2 com o mesmo

valor do caso base. Dessa simulação obteve-se o ponto de operação descrito na Figura 4.10.



**Figura 4.10 – Diagrama Sistema Garver – Caso Modificação Barra 4.**

Prosseguindo com o procedimento de cálculo, de acordo com o passo c), calcula-se os fatores  $\gamma_{conjunto\ de\ circuitos\ do\ ponto\ de\ conexão,\ barra\ modificada}$ .

As sensibilidades calculadas no conjunto dos circuitos que compõem os pontos de conexão, quando há modificação na demanda da barra 2 são:

$$\gamma_{1-2,2} - \gamma_{2-3,2} = \frac{122,909 - 122,727}{101 - 100} = 0,182$$

$$\gamma_{1-4,2} = \frac{29,879 - 30,303}{101 - 100} = -0,424$$

$$-\gamma_{4-6,2} = \frac{108,213 - 106,971}{101 - 100} = 1,242$$

Observa-se que quando há modificação na demanda da barra 2, o conjunto de circuitos que formam o ponto de conexão 1,  $f_{12} - f_{23}$ , variam o seu fluxo de acordo com o fator 0,182. Para o ponto de conexão 2, o fluxo no circuito  $f_{14}$  diminui de acordo

com o fator 0,424 quando há alguma variação na demanda da barra 2. Por fim, o ponto de conexão 3,  $-f_{46} - f_{46} - f_{46}$ , aumenta de acordo com o fator 1,242.

As sensibilidades calculadas no conjunto dos circuitos que compõem os pontos de conexão quando há modificação na demanda da barra 4 são:

$$\gamma_{1-2,4} - \gamma_{2-3,4} = \frac{122,727 - 122,727}{161 - 160} = 0$$

$$\gamma_{1-4,4} = \frac{30,303 - 30,303}{161 - 160} = 0$$

$$-\gamma_{4-6,4} = \frac{107,971 - 106,971}{161 - 160} = 1$$

Observa-se que quando há variação na demanda da barra 4, o fluxo varia apenas no conjunto de circuitos que formam o ponto de conexão 3.

Encontrado todos os fatores da FR, pode-se enfim escrever para cada conjunto de circuitos a sua FR:

$$f_{PC_1} = 0,182 * \Delta b_2^f + 0 * \Delta b_4^f + f_{PC_1}^1$$

$$f_{PC_2} = -0,424 * \Delta b_2^f + 0 * \Delta b_4^f + f_{PC_2}^1$$

$$f_{PC_3} = 1,242 * \Delta b_2^f + 1 * \Delta b_4^f + f_{PC_3}^1$$

A fim de validar a metodologia, fez-se então o seguinte teste, assuma que a Injeção na barra 2 é de 100,5 MW e a injeção equivalente na barra 4 agora é 159MW. Utilizando a FR descrita acima, tem-se que o novo ponto de operação deste sistema é:

$$f_{PC_1} = 0,182 * (100,5 - 100) + 0 * (159 - 160) + 122,727 = 122,818 \text{ MW}$$

$$f_{PC_2} = -0,424 * (100,5 - 100) + 0 * (159 - 160) + 30,303 = 30,091 \text{ MW}$$

$$f_{PC_3} = 1,242 * (100,5 - 100) + 1 * (159 - 160) + 106,971 = 106,971 \text{ MW}$$

Os montantes de fluxo de potência encontrados com a utilização da FR são os mesmos quando simulado novamente o PL de despacho ótimo, como mostrado na Figura 4.5. Supondo que o sistema interno do exemplo seja uma distribuidora, o MUST a ser contratado neste caso em que há apenas 1 cenário é exatamente o montante de fluxo requerido pela carga por ponto de conexão que por sua vez, é o mesmo montante apresentado na metodologia 1 e na metodologia 2.

Como se pode observar, a FR descrita para os pontos de conexão já retorna o valor desejado que é o fluxo nos circuitos sem a necessidade de um processamento posterior como na metodologia 2, em que primeiro se obtém a resposta dos geradores para depois ser calculado o fluxo nos circuitos.

## **5 Estudos de caso: Aplicação das metodologias propostas na contratação do MUST**

Como visto anteriormente, a FR é uma ferramenta para o cálculo dos fluxos nos circuitos que compõem os pontos de conexão de forma precisa e rápida. Com o uso da FR não é necessário resolver um novo FPO quando há variação do cenário interno da distribuição, cenário este definido pela geração interna e demanda interna da distribuidora. Para quantos forem os cenários internos a FR é capaz de dar como resposta o montante de potência transferido do sistema externo para o sistema interno. Isto é, como resultado do uso da FR tem-se um conjunto de fluxos nos circuitos que compõem os pontos de conexão para cada cenário de geração e carga da distribuidora. Considerando que a contratação ótima do MUST busca saber qual o montante ótimo de potência a ser contratado de forma que se pague o mínimo de penalidade de sobrecontratação ou subcontratação, a FR entrega de forma rápida e precisa os dados de entrada para esse PPL de contratação que são o conjunto de fluxos decorrentes dos prováveis cenários.

### **5.1 Estudo de Caso 1 –Contratação do MUST em um caso-exemplo com 12 barras e múltiplos cenários**

O primeiro estudo de caso é fundamentado em um caso exemplo onde este é baseado no sistema de 14 barras do IEEE, e para a aplicação das metodologias, alguns parâmetros de rede foram modificados, como a retirada dos elementos que serviam para controle de potência reativa. Por exemplo, foi retirada a barra 8 do sistema original, pois esta servia apenas à conexão de um elemento de suporte de potência reativa. Esta medida foi aplicada por trabalhar-se aqui com fluxo de potência linearizado. Outra modificação foi o seccionamento do circuito 13-14 para aumentar o

número de linhas e caracterizar melhor a rede interna de uma distribuidora, caracterizando melhor um ponto de conexão. Com todas as modificações citadas acima houve a necessidade de renomear as barras e a partir deste momento o caso será chamado de sistema exemplo.

O sistema exemplo é composto por 12 barras e 18 circuitos, onde a classificação das barras, classificação dos circuitos, parâmetros de rede e dados de carga e geração são mostrados na Tabela 7, Tabela 8, Tabela 9 e Tabela 10 respectivamente, e a topologia da rede é mostrada na Figura 5.1. O sistema interno é representado pela cor laranja e o sistema externo é representado pela cor preta.

**Tabela 7- Classificação das barras do sistema exemplo de acordo com a característica da rede interna, externa e fronteira.**

	Barra
Rede Externa	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8
Rede de Fronteira	9
	10
Rede Interna	11
	12

**Tabela 8- Classificação dos circuitos do sistema exemplo de acordo com a característica da rede interna, externa e fronteira.**

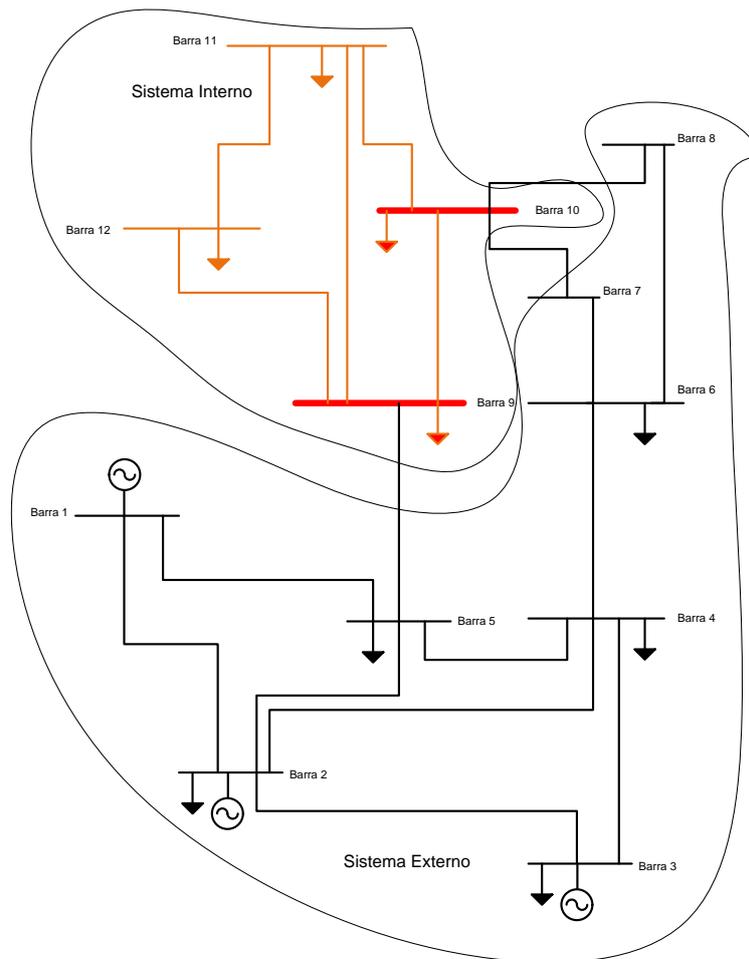
Nome Circuito	Circuito	Classificação
1-2	1	Rede externa
1-5	1	Rede externa
2-3	1	Rede externa
2-4	1	Rede externa
2-5	1	Rede externa
3-4	1	Rede externa
4-5	1	Rede externa
4-6	1	Rede externa
5-9	1	Rede externa
6-7	1	Rede externa
6-8	1	Rede externa
7-10	1	Rede externa
8-10	1	Rede externa
9-10	1	Rede interna
9-11	1	Rede interna
9-12	1	Rede interna
11-10	1	Rede interna
12-11	1	Rede interna

**Tabela 9: Parâmetros de rede do sistema exemplo.**

#De	#Para	X[%]	fMax [MW]
1	2	5.917	210
1	5	22.304	100
2	3	19.797	100
2	4	17.632	100
2	5	17.388	100
3	4	17.103	100
4	5	4.211	250
4	6	20.278	100
5	9	25.202	100
6	7	8.45	100
6	8	27.038	100
7	10	19.207	150
8	10	24.36	50
9	10	19.89	333
9	11	13.027	55
9	12	25.581	333
11	10	10.44	333
12	11	19.988	333

**Tabela 10: Dados de carga, geração e custo de geração por barra do sistema exemplo.**

Num. Barra	PL [MW]	PgMAX [MW]	Custo [R\$/MWh]
1	0	300	200
2	21.7	80	100
3	94.2	80	125
4	47.8	0	0
5	7.6	0	0
6	29.5	0	0
7	9	0	0
8	14.9	0	0
9	11.2	0	0
10	3.5	0	0
11	13.5	0	0
12	6.1	0	0



**Figura 5.1 – Diagrama Sistema Exemplo**

Para o sistema exemplo apresentado acima, será calculado o MUST nos dois pontos de conexão existentes, a saber:

- Ponto de conexão 1 formado pelo circuito da barra 5 para a barra 9.
- Ponto de conexão 2 formado pelos fluxos dos circuitos da barra 7 para a barra 10 e da barra 8 para a barra 10.

Para a determinação do MUST, serão utilizadas a metodologia *de simulação exaustiva do FPO* (re-simulação exaustiva de todos os PPL para todas as modificações de injeções nas barras internas) e as metodologias propostas 1, 2 e 3 apresentadas nas subseções 4.2, 4.3 e 4.4.

A chamada metodologia de simulação exaustiva do FPO é atualmente a metodologia adotada para o cálculo do MUST juntamente com a experiência do operador da rede de distribuição e com a sensibilidade do planejador da distribuidora. Muitos ajustes operacionais são realizados em tempo real para que não haja penalidades de sub-sobrecontratação. Nesta metodologia encontram-se limitações quanto ao uso de elevado número de cenários, isto será visto no decorrer dos exemplos.

Nota-se que a metodologia 1 basicamente difere das metodologias 2 e 3 apenas pelo método utilizado para a obtenção dos coeficientes lineares que descrevem a FR, e por isso, para a concisão da apresentação, se referirá nos itens seguintes somente às metodologias 2 e 3. Cabe ressaltar que foram feitas conferências numéricas, e que os coeficientes lineares obtidos pela metodologia 1 coincidem perfeitamente com aqueles obtidos para as metodologias 2 e 3, para o sistema deste estudo de caso. Assim, a simulação da metodologia 1, descrita em 4.2, não será apresentada pois esta só difere das metodologias 2 e 3 na forma da obtenção dos coeficientes da FR. Uma vez obtido os coeficientes da FR pela metodologia 1, pode-se escolher se a simulação será realizada com a FR dos geradores, metodologia 2, ou a FR dos fluxos nos pontos de conexão, metodologia 3.

A contratação do MUST para este caso será calculada para o horizonte de 1 ano (12 meses) no posto de contratação de ponta. Aborda-se apenas um ano e apenas um posto de contratação com o objetivo de gerar menor volume de resultados, facilitando a discussão sem perda de informação, já que o procedimento se torna apenas repetitivo para outros anos e postos de contratação.

A contratação do MUST consiste na solução do seguinte problema: dado um conjunto de máximos fluxos de potência nos pontos de conexão oriundo das simulações de FPO, deve-se determinar os valores de contratação de MUST que resultem na otimização de um critério de contratação determinado pela distribuidora. A decisão dos

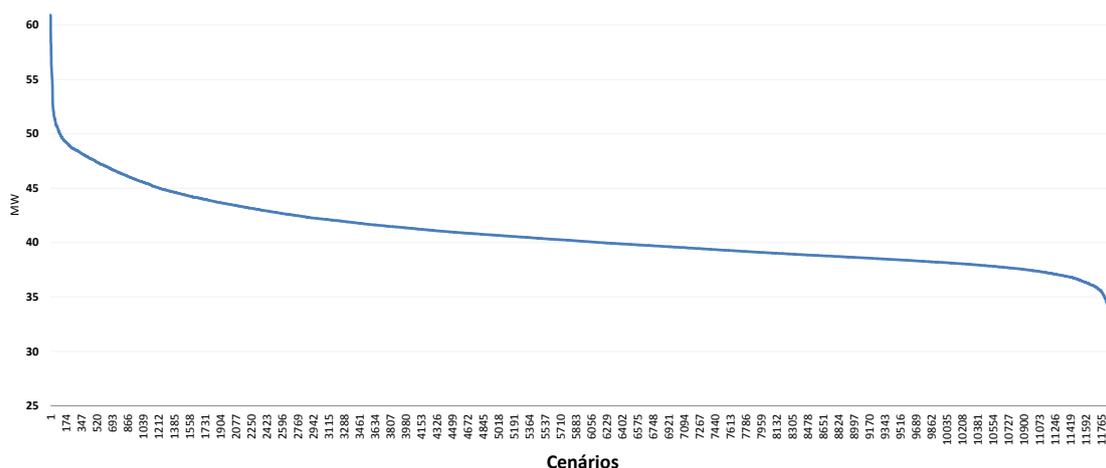


O cálculo do MUST será realizado para 1 ano onde em cada mês há 993 cenários de carga no posto de contratação de ponta para a rede interna, ou seja, tem-se diferentes cenários de injeções equivalentes nas barras de fronteira em um problema com 12 etapas mensais.

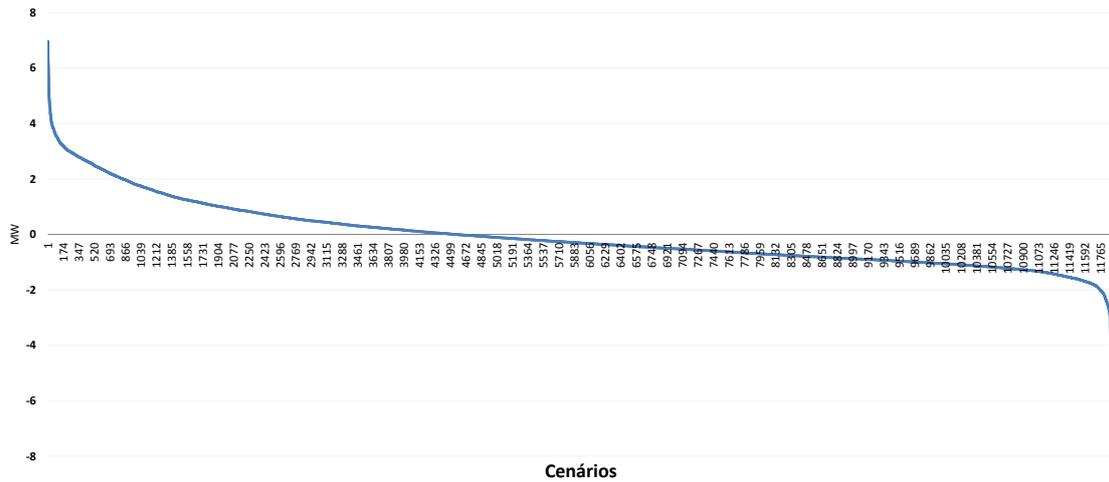
### 5.1.1 Cálculo MUST utilizando a metodologia *simulação exaustiva de FPO*

A metodologia simulação exaustiva de FPO da obtenção dos cenários de fluxo de potência para o cálculo do MUST se dá quando o FPO do sistema deve ser resolvido para todos os cenários da rede interna. Ou seja, para este exemplo, todos os 993 cenários de cada um dos 12 meses, que totalizam 11.916 (onze mil novecentos e dezesseis) cenários no ano, será resolvido o FPO apresentado na subseção 4.2.1.

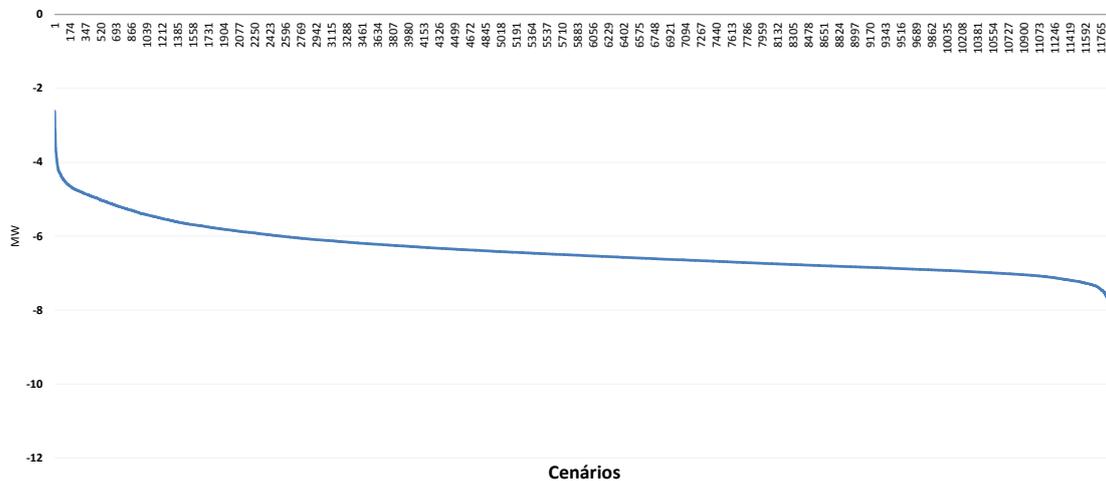
Após a solução de todos esses problemas de FPO, obtem-se 35.748 (11.916 cenários x 3 circuitos de intercâmbio) fluxos nos circuitos que compõem os pontos de conexão. Assim, as Figura 5.3, Figura 5.4 e Figura 5.5 mostram as curvas de permanência dos fluxos utilizados para calcular o MUST nos pontos de conexão.



**Figura 5.3- Curva de permanência do fluxo do circuito da barra 5 para barra 9 obtido pela resolução do FPO para cada cenário.**



**Figura 5.4- Curva de permanência do fluxo do circuito da barra 7 para barra 10 obtido pela resolução do FPO para cada cenário.**



**Figura 5.5- Curva de permanência do fluxo do circuito da barra 8 para barra 10 obtido pela resolução do FPO para cada cenário.**

O tempo computacional para a obtenção do conjunto de fluxos pelo método *simulação exaustiva de FPO* foi de 73.4843 segundos (1 minuto e 23 segundos). Para este exemplo, o tempo de simulação não se torna tão crítico, devido aos poucos cenários considerados. Porém, em problemas reais, a contratação do MUST requer a simulação de milhões de cenários como será mostrado mais adiante.

Uma vez que o conjunto de fluxos nos pontos de conexão já foi obtido através da resolução do FPO, pode-se prosseguir com a contratação ótima do MUST.

Para a metodologia de contratação ótima do MUST apresentada no capítulo 3, foram adotados os seguintes parâmetros :

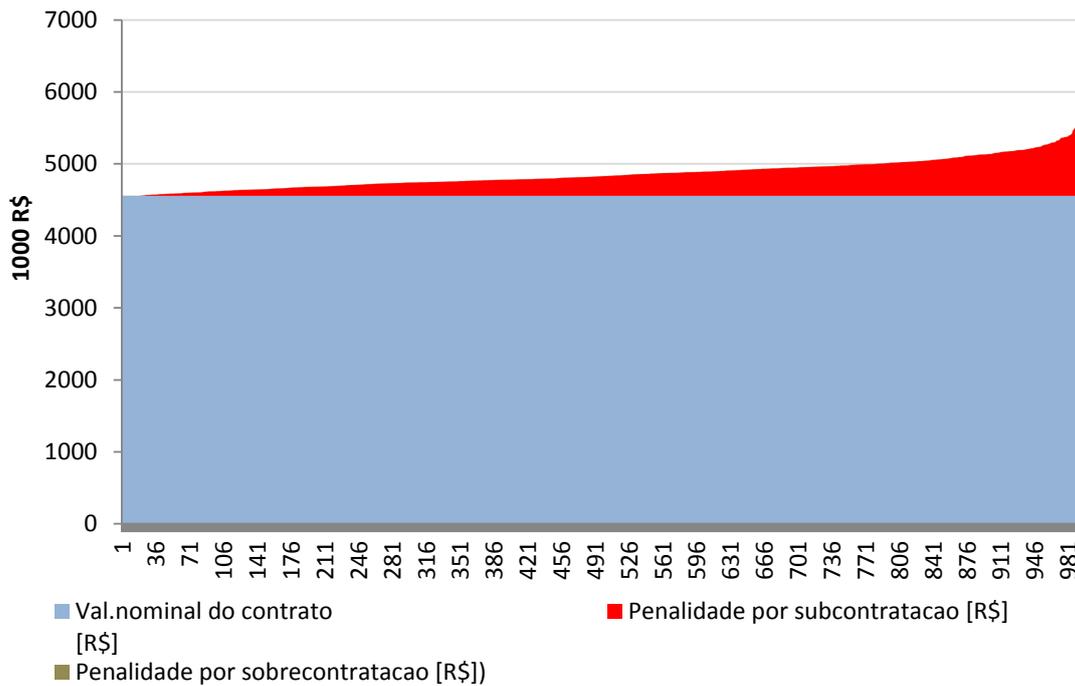
- ✓ CVaR@ 95%;
- ✓  $T = 10$  [R\$/ (MW·mês)];
- ✓  $T_m = 10$  [R\$/ (MW·mês)];
- ✓  $\beta_d^j = 12$
- ✓  $\beta_u^j = 3$
- ✓  $\tau_u = 1.1$
- ✓  $\tau_d = 0.9$
- ✓  $k_{nom} = 1$

Assim, o MUST ótimo que deve ser contratado para o sistema base apresentado na Tabela 11.

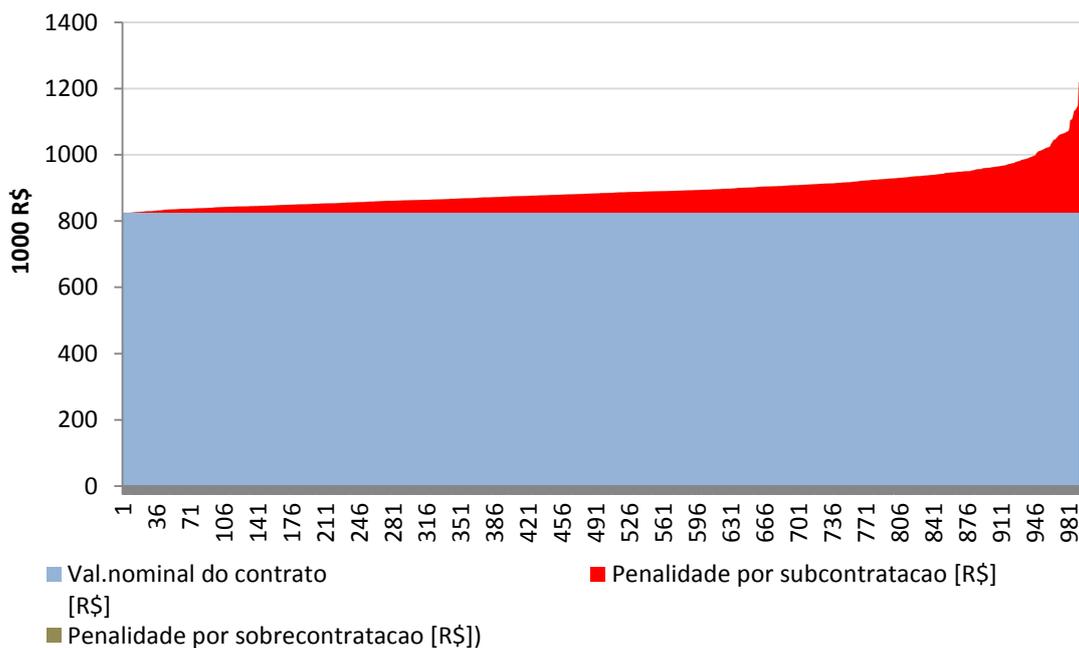
**Tabela 11: MUST contratado e valor nominal do contrato para cada ponto de conexão.**

Ponto de conexão	Montante contratado [MW]	Val.nominal do contrato [R\$]
1	37.97	4556270.00
2	6.88	825080.00

De posse da informação do montante ótimo a ser contratado para minimizar as penalidades nos 5% piores cenários, a distribuidora pode fazer seus planejamentos financeiros contando com o montante de penalidade que poderá ser gasto.



**Figura 5.6- Curva de permanência das penalidades para o ponto de conexão 1.**



**Figura 5.7- Curva de permanência das penalidades para o ponto de conexão 2.**

A Figura 5.6 e Figura 5.7 mostram em azul o montante monetário que a distribuidora deverá inserir no planejamento de seus custos anuais e em vermelho os prováveis desembolsos que poderão ser realizados devido à penalidades para aquela determinada contratação e cVar. A distribuidora de posse desses números, além de

planejar os custos financeiros relativos a contratação do MUST poderá também verificar se o cVar utilizado atende às expectativas da empresa. Por exemplo, caso a empresa tenha um perfil mais conservador, pode achar que o montante de dinheiro gasto com as penalidades é alto. Dessa forma a distribuidora deve realizar simulações em que as penalidades sejam minimizadas em uma porcentagem maior dos cenários críticos.

### 5.1.2 Cálculo MUST utilizando a metodologia 2 - Função resposta dos geradores externos

Nesta subseção será utilizado a FR dos geradores para o cálculo do MUST do sistema exemplo. Como se usará os fatores de sensibilidade que descrevem como os geradores externos respondem à modificações nas barras de fronteira não há a necessidade de realizar inúmeros FPO. Utilizando o procedimento descrito em 4.3.1 para a obtenção da FR dos geradores  $\alpha$ , os fatores de sensibilidade encontrados foram os mostrados na Tabela 12.

**Tabela 12: Fatores de sensibilidade que compõem a FR dos geradores externos.**

Injeção Equivalente	Gerador 1	Gerador 2	Gerador 3
Barra 9	1.25560	0.0	-0.25560
Barra 10	1.26978	0.0	-0.26978

Considerando que o problema de contratação ótima do MUST é multi-estágio, de acordo com a metodologia descrita em 4.3 a quantidade de fatores de sensibilidade deveria ser número de estágios x número de geradores x número de barras de fronteira o que daria 72 fatores de sensibilidade. Porém, considera-se que neste exemplo, o cenário de geração e demanda da rede externa, para o posto de contratação do horário de ponta, é o mesmo para os 12 estágios, por isso há somente 6 fatores de sensibilidade  $\alpha$ .

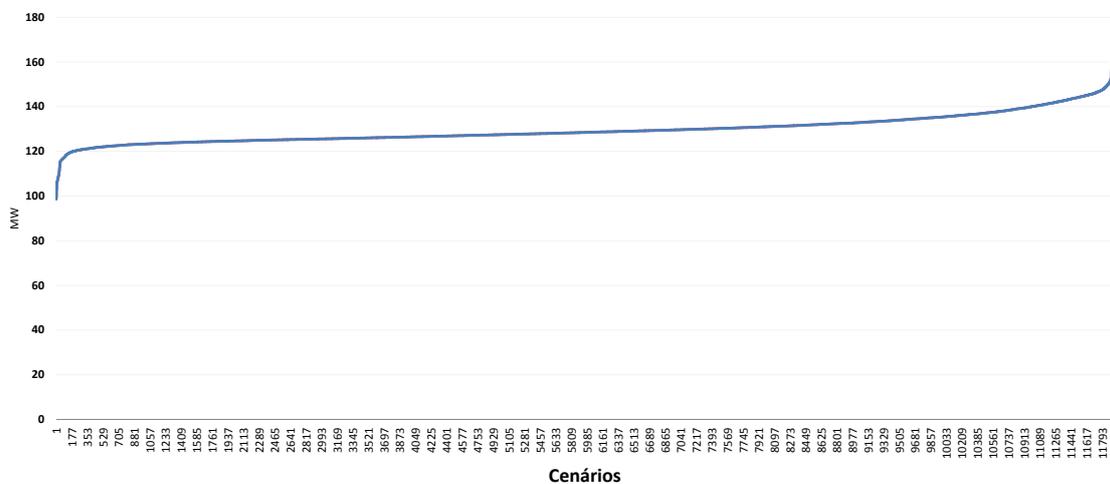
Considerando os fatores de sensibilidade da Tabela 12, a geração da rede externa para cada cenário interno simulado é descrita pelas equações 78, 79 e 80.

$$g_{1_{final_{cenário\ n}}} = (1,25560 * \Delta b_{9_{cenário\ n}}^f + 1,26978 * \Delta b_{10_{cenário\ n}}^f) + g_{1_{inicial}} \quad (78)$$

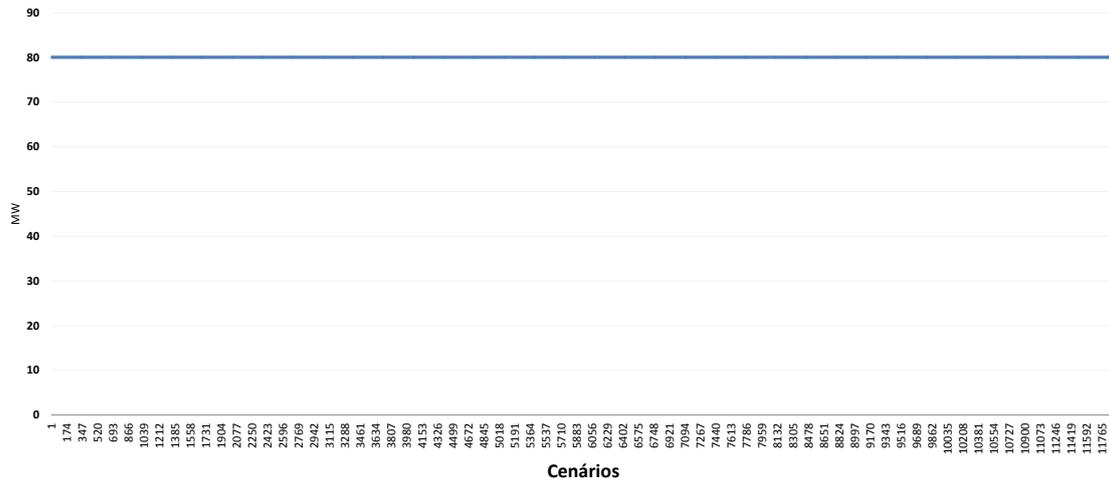
$$g_{2_{cenário\ n}} = (0 * \Delta b_{9_{cenário\ n}}^f + 0 * \Delta b_{10_{cenário\ n}}^f) + g_{2_{inicial}} \quad (79)$$

$$g_{3_{cenário\ n}} = (-0,25560 * \Delta b_{9_{cenário\ n}}^f - 0,26978 * \Delta b_{10_{cenário\ n}}^f) + g_{3_{inicial}} \quad (80)$$

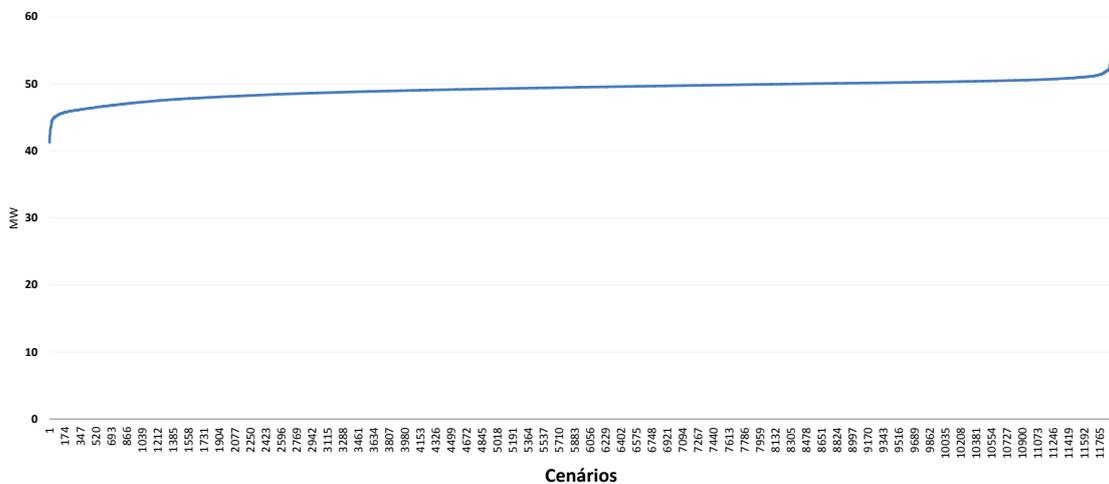
Apenas para ilustração, coloca-se a curva de permanência indicando a resposta dos geradores externos na Figura 5.8, Figura 5.9 e Figura 5.10, resultante das modificações de injeção equivalente nas barras de fronteira. É a título ilustrativo, pois, para os fins da otimização da contratação do MUST, a variável relevante são os fluxos nos circuitos que compõem os pontos de conexão.



**Figura 5.8- Curva de permanência dos montantes de geração do Gerador 1.**



**Figura 5.9- Curva de permanência dos montantes de geração do Gerador 2.**



**Figura 5.10- Curva de permanência dos montantes de geração do Gerador 3.**

A partir dessas gerações, calculou-se o conjunto de fluxos que serão utilizados nos cálculos da contratação ótima do sistema base. Os fluxos são calculados conforme a equação (66), através da matriz  $\beta$ , que é mostrada abaixo, assumindo que a barra de referência é a barra 1.

$\beta =$

Circuito/Barra	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$f_{1-2}$	-0.838	-0.747	-0.668	-0.611	-0.652	-0.648	-0.644	-0.630	-0.638
$f_{1-5}$	-0.162	-0.253	-0.332	-0.389	-0.348	-0.352	-0.356	-0.119	-0.362
$f_{2-3}$	0.027	-0.5322	-0.151	-0.103	-0.138	-0.134	-0.132	-0.119	-0.126
$f_{2-4}$	0.057	-0.143	-0.317	-0.216	-0.289	-0.281	-0.276	-0.250	-0.264
$f_{2-5}$	0.077	-0.071	-0.199	-0.292	-0.225	-0.232	-0.237	-0.260	-0.247
$f_{3-4}$	0.027	0.468	-0.151	-0.103	-0.138	-0.134	-0.132	-0.119	-0.126
$f_{4-5}$	0.080	0.308	0.503	-0.302	0.281	0.221	0.178	-0.0260	0.085
$f_{4-6}$	0.005	0.018	0.029	-0.017	-0.708	-0.637	-0.586	-0.344	-0.475
$f_{5-9}$	-0.005	-0.019	-0.029	0.017	-0.292	-0.363	-0.414	-0.660	-0.525
$f_{6-7}$	0.0037	0.011	0.019	-0.011	0.190	-0.657	-0.073	-0.224	-0.309
$f_{6-8}$	0.002	0.006	0.010	-0.006	0.102	0.020	-0.513	-0.120	-0.166
$f_{7-10}$	0.0037	0.011	0.019	-0.011	0.190	0.343	-0.073	-0.224	-0.309
$f_{8-10}$	0.002	0.006	0.010	-0.006	0.102	0.020	0.487	-0.120	-0.166
$f_{9-10}$	-0.005	-0.018	-0.029	0.017	-0.292	-0.363	-0.414	0.344	-0.525

O conjunto de fluxos de interesse são apenas os fluxos dos circuitos que compõem os pontos de conexão. Para o cálculo do fluxo nos circuitos não é necessária a utilização da matriz  $\beta$  completa, é necessário apenas os elementos que fazem interseção entre as linhas correspondentes aos circuitos 5-9, 7-10 e 8-10 e as colunas correspondentes as barras 9 e 10, já que a modificação na injeção equivalente é apenas nas barras 9 e 10. Esses elementos são destacados na matriz  $\beta$  na cor rosa.

Os fluxos nos circuitos que compõem os pontos de conexão são calculados de acordo com as equações 81, 82 e 83.

$$f_{5-9}^{final_{cenário\ n}} = -0,660 * \Delta b_{9}^f{}_{cenário\ n} - 0,525 * \Delta b_{10}^f{}_{cenário\ n} + f_{5-9}^{inicial} \quad (81)$$

$$f_{7-10}^{final_{cenário\ n}} = 0,224 * \Delta b_{9}^f{}_{cenário\ n} - 0,309 * \Delta b_{10}^f{}_{cenário\ n} + f_{7-10}^{inicial} \quad (82)$$

$$f_{8-10}^{final_{cenário\ n}} = -0,120 * \Delta b_{9}^f{}_{cenário\ n} - 0,166 * \Delta b_{10}^f{}_{cenário\ n} + f_{8-10}^{inicial} \quad (83)$$

O conjunto de fluxos obtidos com a FR dos geradores externos é igual ao conjunto obtido na subseção 5.1.1. Desta forma a contratação ótima do MUST para o sistema exemplo é a mesma mostrada na Tabela 11.

O desempenho computacional deste método se mostrou mais eficiente do que o método exaustiva de resolução de FPO. Para a simulação dos 11.916 cenários, o

tempo de execução da etapa de obtenção dos fluxos nos pontos de conexão foi de 0.9479 segundos.

É importante colocar que os coeficientes lineares da FR registrados nesta seção foram exatamente os mesmos obtidos quando se aplica a metodologia 1 proposta na seção 4.2.

### 5.1.3 Cálculo do MUST utilizando a metodologia 3 – Função resposta dos fluxos nos pontos de conexão

Nesta subseção será utilizado a FR dos fluxos dos circuitos que compõem os pontos de conexão para o cálculo do MUST do sistema exemplo. Como se usará os fatores de sensibilidade que descrevem como os fluxos respondem às modificações nas barras de fronteira, não há a necessidade de realizar inúmeros FPO. Utilizou-se o procedimento descrito em 4.4.1 para a obtenção dos fatores de sensibilidade  $\gamma$  que formam a FR dos fluxos mostrados na Tabela 13.

**Tabela 13: Fatores de sensibilidade que compõem a FR dos fluxos dos circuitos dos pontos de conexão.**

Injeção Equivalente	Fluxo 5-9	Fluxo 7-10	Fluxo 8-10
Barra 9	0.66047	-0.22075	-0.11878
Barra 10	0.52960	-0.30583	-0.16457

A FR dos circuitos que compõem os dois pontos de conexão desse exemplo é descrita de acordo com as equações 84, 85 e 86.

$$f_{5-9}^{final_{cenário\ n}} = (0,66047 * \Delta b_{9}^f_{cenário\ n} + 0,52960 * \Delta b_{10}^f_{cenário\ n}) + f_{5-9}^{inicial} \quad (84)$$

$$f_{7-10}^{final_{cenário\ n}} = (0,22075 * \Delta b_{9}^f_{cenário\ n} + 0,30583 * \Delta b_{10}^f_{cenário\ n}) + f_{7-10}^{inicial} \quad (85)$$

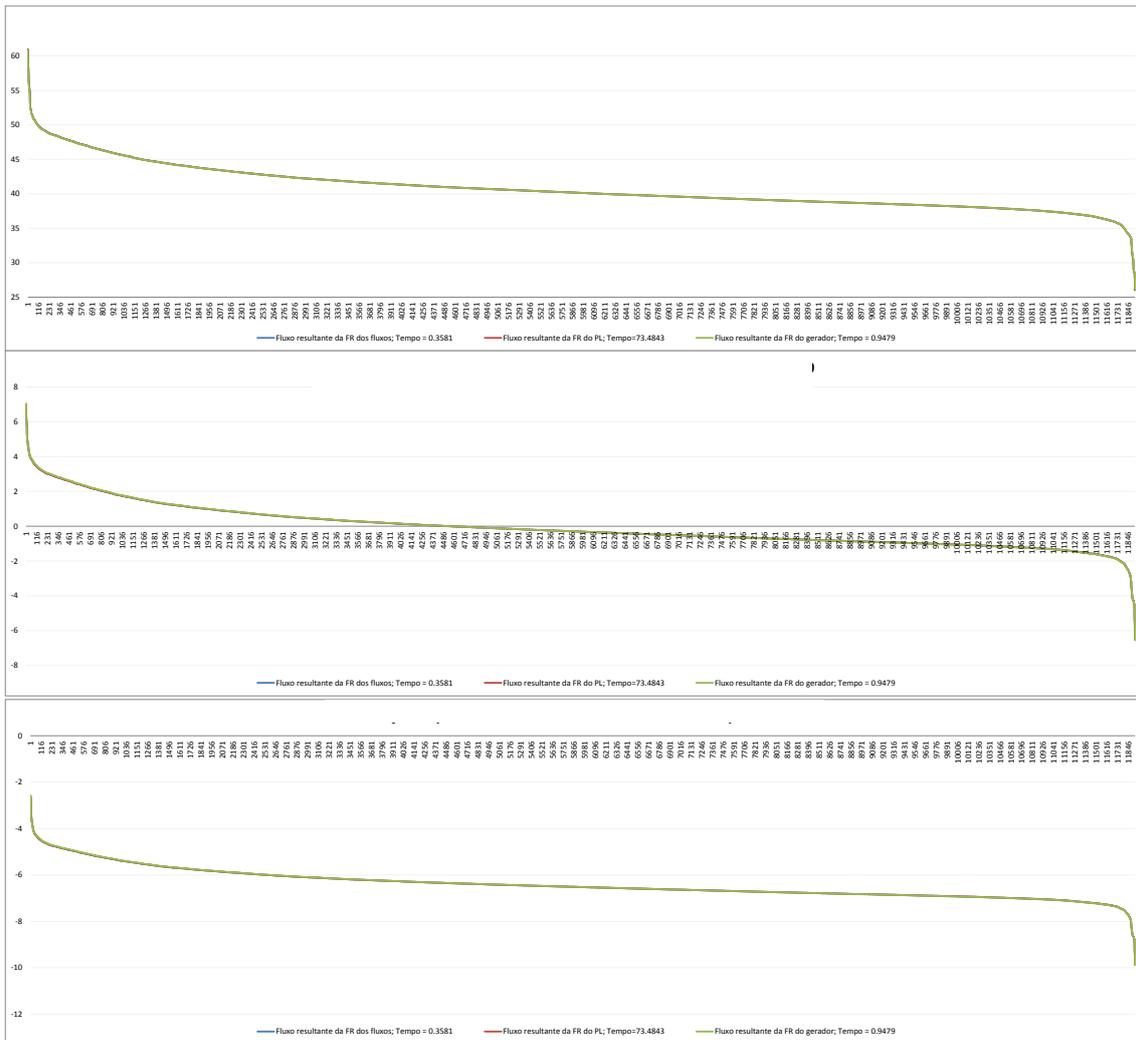
$$f_{8-10}^{final_{cenário\ n}} = (0,11878 * \Delta b_{9}^f_{cenário\ n} + 0,16457 * \Delta b_{10}^f_{cenário\ n}) + f_{8-10}^{inicial} \quad (86)$$

A FR dos fluxos já encontra o montante do conjunto de fluxos que serão utilizados nos cálculos da contratação ótima do sistema base sem a necessidade de cálculos posteriores. O conjunto de fluxos obtidos com a FR dos fluxos nos circuitos que compõem os pontos de conexão é igual ao conjunto obtido na subseção 5.1.1. Dessa forma a contratação ótima do MUST para o sistema base é o mesmo mostrado na Tabela 11.

O desempenho computacional deste método se mostrou mais eficiente do que o método de exaustiva de resolução de FPO e o método que utiliza a FR dos geradores. Para a simulação dos 11.916 cenários foram utilizados 0.3581 segundos de tempo computacional.

É importante colocar que os coeficientes lineares da FR registrados nesta seção foram exatamente os mesmos obtidos quando se aplica a metodologia 1 proposta na seção 4.2.

A Figura 5.11 ilustra os resultados obtidos (fluxos de potência ativa nos pontos de conexão) com as três metodologias. Percebe-se que as três curvas estão sobrepostas, indicando que, para este exemplo, os mesmos valores de fluxos de potência ativa nos pontos de conexão foram obtidos com as três metodologias. A Tabela 14 resume o tempo de simulação de cada metodologia.



**Figura 5.11 – Curva de permanência nos circuitos que compõem os pontos de conexão para os métodos de exaustiva de resolução de FPO, metodologia 2 e metodologia 3.**

**Tabela 14: Comparação tempo computacional entre metodologias**

Tempo computacional (s)	Metodologia tradicional	Metodologia 2	Metodologia 3
		73.4843	0.9479

## 5.2 Estudo de Caso 2 – Contratação do MUST em uma distribuidora real

Esta aplicação é baseada no caso de contratação do MUST de uma distribuidora real para os pontos de conexão, no período sequencial de 4 anos.

Além dos resultados que serão expostos aqui será descrita também a *metodologia geral* aplicada à contratação do MUST dessa distribuidora. A aplicação da metodologia proposta no contexto de contratação do MUST, com o objetivo de evitar a simulação de ~28.000.000 (vinte e oito milhões) problemas de programação linear (PPL), a saber 4 anos x 12 meses x 730 horas no mês x 4 quartos de hora x 200 cenários de geração e demanda.

É importante ressaltar que todos os dados originais da distribuidora real, e em particular os dados de carga e geração do sistema interno, foram modificados para a construção do estudo de caso exposto aqui, de forma a manter o sigilo sobre as informações da concessionária.

Neste trabalho, o estudo de caso da determinação do MUST foi realizado apenas com a metodologia três, pois esta se mostrou mais eficiente em termos de tempo computacional e é de mais fácil manuseio por ter menor número de variáveis que deve ser escrita a FR.

O caso se refere à contratação do MUST em três pontos de conexão:

- Ponto de conexão 1, existente em todo o horizonte de contratação;
- Ponto de conexão 2, cuja entrada em operação ocorre no estágio mensal 7.
- Ponto de conexão 3, existente em todo o horizonte de contratação;

A rede de distribuição em alta tensão da distribuidora é composta por 46 barras. A partir da entrada em operação do ponto de conexão 2, os pontos de conexão de 1 e 2 são interconectados através da rede de distribuição interna da distribuidora.

Na Figura 5.12 é mostrado o diagrama unifilar da rede interna da distribuidora juntamente com suas barras de fronteira, representadas na cor vermelha e a indicação da rede externa. Pode-se observar que o PC3 é um ponto de conexão isolado do

sistema fazendo que ele seja independente dos outros pontos de conexão. Observa-se uma grande penetração de geração distribuída no sistema interno da distribuidora. A geração distribuída neste caso é composta de pequenas centrais hidrelétricas (PCH) onde a variabilidade de produção é grande tornando a contratação do MUST nos pontos de conexão 1 e 2 bem mais complexa.

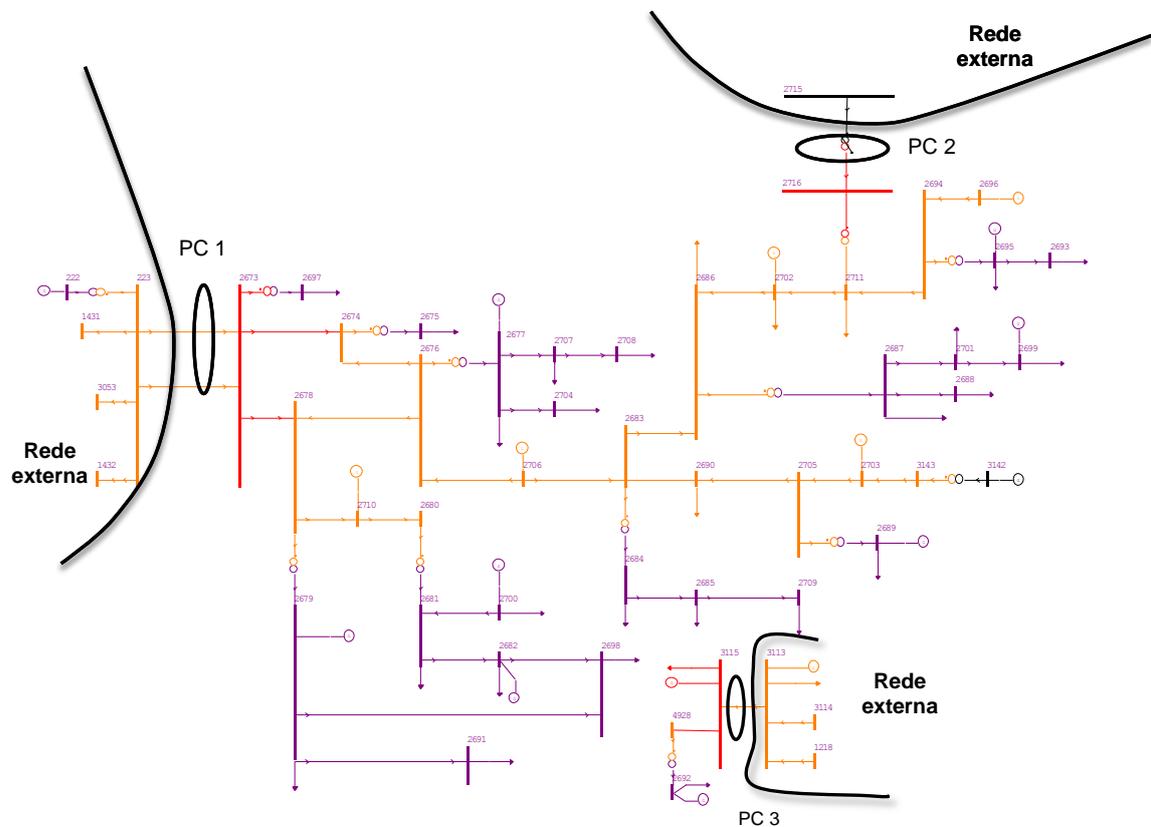


Figura 5.12 – Diagrama unifilar da rede de distribuição.

Para as simulações de fluxo de potência em regime permanente que fazem parte da metodologia, a rede de distribuição em alta tensão da distribuidora é simulada juntamente com o restante do SIN. A rede de transmissão simulada corresponde à Rede Básica do SIN, com mais de 5000 barras e 7000 circuitos. Os cenários de geração e demanda do restante do SIN (excetuada a rede da distribuidora) são

provenientes de simulações do planejamento da operação eletroenergética do sistema, construídas sobre o caso correspondente ao Programa Mensal da Operação (PMO) mais atual na época, conforme dados disponibilizados publicamente pelo ONS. As simulações da operação eletroenergética foram executadas com o programa SDDP, desenvolvido pela PSR [26]

Para o caso de contratação do MUST, são simuladas 200 realizações do horizonte de interesse, onde essas realizações são chamadas de sequências sintéticas. Essas sequências sintéticas são diferentes cenários de configuração de geração e carga da distribuidora. A geração do sistema interno da distribuidora não é despachável.

Nesta seção, é apresentada uma visão geral de toda a metodologia que compõe a contratação do MUST.

A Figura 5.13 apresenta um diagrama esquemático da metodologia geral de contratação do MUST e deixa claras as relações entre as diferentes atividades executadas.

A metodologia de criação de equivalente de rede generalizado para modelagem da resposta de sistemas externos às modificações do sistema interno de uma rede de distribuição está inserida na caixa de simulação de fluxo de potência onde é realizada a compatibilização da rede da distribuidora com o restante do SIN. Dentro do universo de contratação do MUST, a metodologia de criação de equivalente de rede generalizado para modelagem da resposta de sistemas externos às modificações do sistema interno pode parecer apenas um detalhe. Porém, como visto anteriormente esta metodologia é a grande novidade na contratação do MUST e ela que permite o cálculo com acurácia da resposta do sistema externo (SIN) sem a necessidade de recálculo do PL, aumentando dessa forma o número de cenários analisados sem prejuízo de tempo.

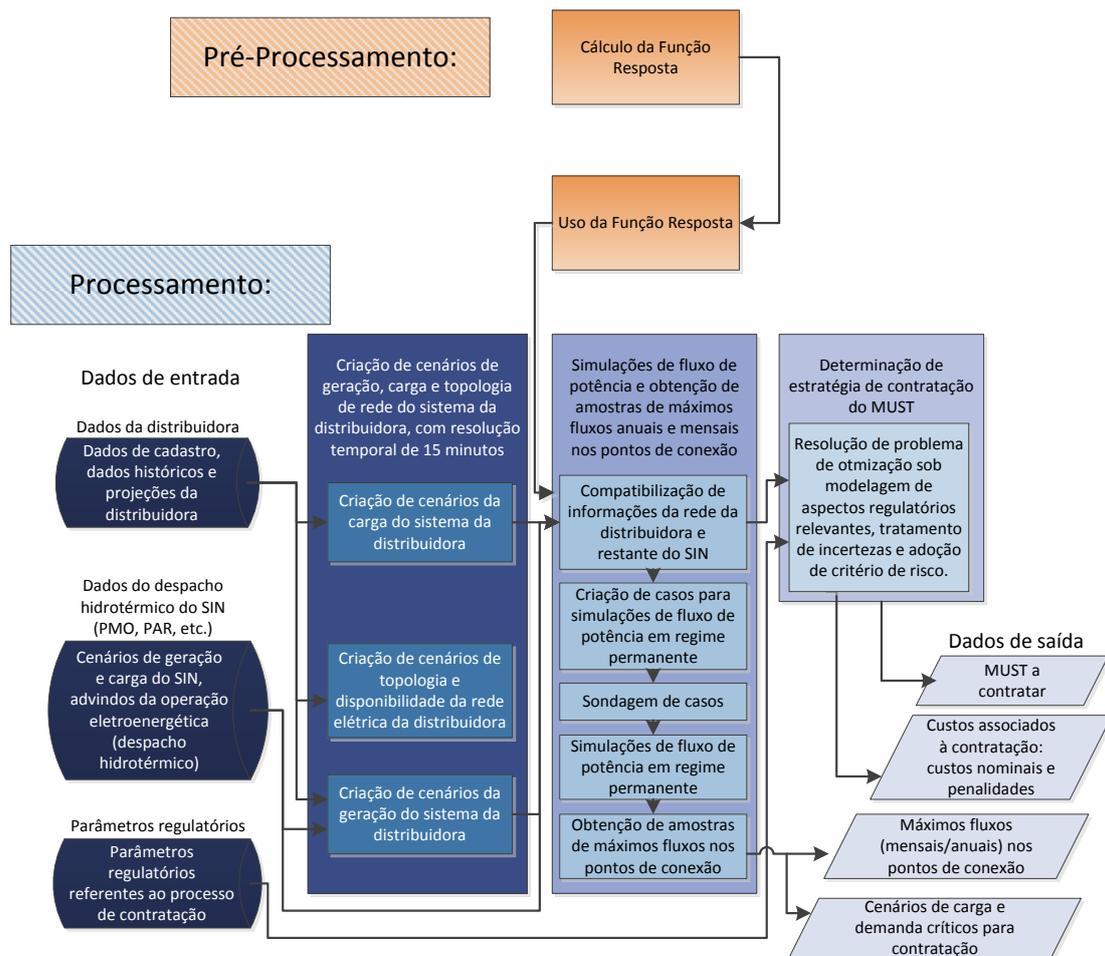


Figura 5.13 – Diagrama esquemático da metodologia geral de contratação do MUST.

Com o auxílio da Figura 5.13, pode-se conhecer o processo de contratação do MUST e principalmente visualizar onde a FR, se encaixa no processamento da determinação do MUST.

### 5.2.1 Resultados da FR pela metodologia 3

Tendo-se apresentado na seção anterior uma visão geral da metodologia desenvolvida para a contratação do MUST, procede-se aos resultados considerando a metodologia descrita. Como o volume de dados da sensibilidade que forma a FR,  $\gamma$ , é aproximadamente 259.200, pois calcula-se três fatores de sensibilidade para 3 pontos de conexão, nos 48 estágios, nas 200 séries e nos 3 patamares de carga ( $3 * 3 * 48 * 200 * 3 = 259.200$ ) e a quantidade fluxo nos pontos de conexão calculado são

extremamente altos, aproximadamente 28 milhões, os gráficos abaixo mostrarão apenas uma parte da amostra, de forma a manter a concisão do documento.

Exemplifica-se então, os fatores  $\gamma$  obtidos para cada circuito dos três pontos de conexão. Os resultados são mostrados de forma resumida, sem perda de generalidade, apenas para a o primeiro patamar e para a primeira série de cada estágio.

Mantendo em mente que se deseja escrever para cada ponto de conexão as funções respostas descritas abaixo, analisou-se o comportamento dos fatores  $\gamma$ .

$$\Delta f_{PC_1} = \gamma_{PC_1,2673} * \Delta b_{2613}^f + \gamma_{PC_1,2716} * \Delta b_{2716}^f + \gamma_{PC_1,3115} * \Delta b_{3115}^f$$

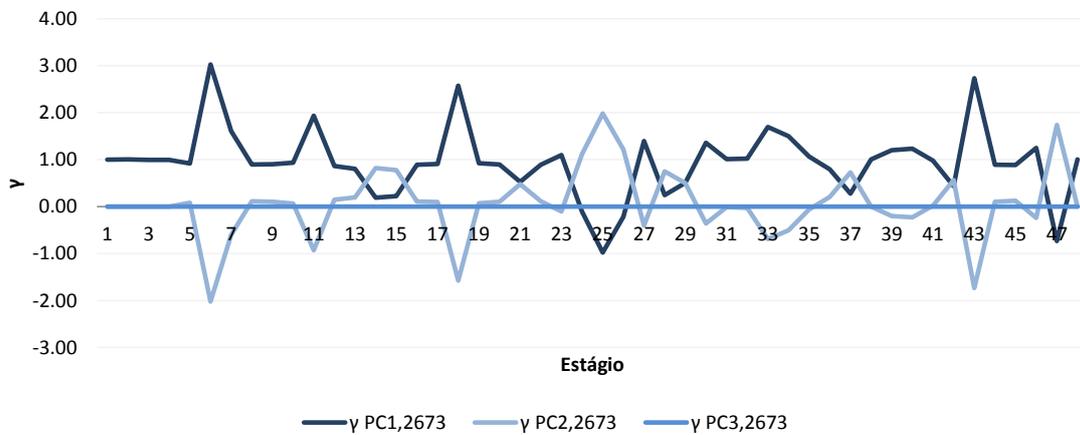
$$\Delta f_{PC_2} = \gamma_{PC_2,2673} * \Delta b_{2613}^f + \gamma_{PC_2,2716} * \Delta b_{2716}^f + \gamma_{PC_2,3115} * \Delta b_{3115}^f$$

$$\Delta f_{PC_3} = \gamma_{PC_3,2673} * \Delta b_{2613}^f + \gamma_{PC_3,2716} * \Delta b_{2716}^f + \gamma_{PC_3,3115} * \Delta b_{3115}^f$$

Na Figura 5.14, são mostrados os fatores  $\gamma$  que compõem uma parte da FR de cada ponto de conexão. Nesta figura  $\gamma$  representa os seguintes fatores:

- $\gamma_{PC_1,2673}$  representa os fatores que montam a primeira parcela da resposta dos fluxos nos circuitos que compõem o ponto de conexão 1. Ou seja, quando há uma modificação na injeção equivalente do ponto de conexão 1, o fluxo nos circuitos que compõem o ponto de conexão 1, variará de acordo com  $\gamma_{PC_1,2673}$
- $\gamma_{PC_2,2673}$  representa os fatores que montam a primeira parcela da resposta dos fluxos nos circuitos que compõem o ponto de conexão 2. Ou seja, quando há uma modificação na injeção equivalente do ponto de conexão 1, o fluxo nos circuitos que compõem o ponto de conexão 2, variará de acordo com  $\gamma_{PC_2,2673}$
- $\gamma_{PC_3,2673}$  representa os fatores que montam a primeira parcela da resposta dos fluxos nos circuitos que compõem o ponto de conexão 3. Ou seja, quando

há uma modificação na injeção equivalente do ponto de conexão 1, o fluxo nos circuitos que compõem o ponto de conexão 3, variará de acordo com  $\gamma_{PC_3,2673}$



**Figura 5.14 – Sensibilidade no ponto de conexão 1**

Observa-se na Figura 5.14, que nenhuma modificação no ponto de conexão 1 afeta o fluxo nos circuitos que compõem o ponto de conexão 3, pois  $\gamma_{PC_3,2673}$  se mostra constante em zero em todo o horizonte. Analisando agora  $\gamma_{PC_1,2673}$  e  $\gamma_{PC_2,2673}$  ao longo do tempo, observa-se que há grande interação, até mesmo uma complementariedade entre os fatores que descrevem o comportamento dos pontos de conexão 1 e 2 quando há uma modificação na injeção equivalente do ponto de conexão 1. Pode-se dizer visualizar pelos fatores de sensibilidade que o ponto de conexão 3 da distribuidora é um ponto independente em que a contratação do MUST neste ponto não é influenciado pelos outros pontos de contratação da distribuidora. Já os fluxos importados pelos pontos de conexão 1 e 2 são influenciados pela alteração da rede interna quando há alteração na injeção equivalente do ponto de conexão 1.

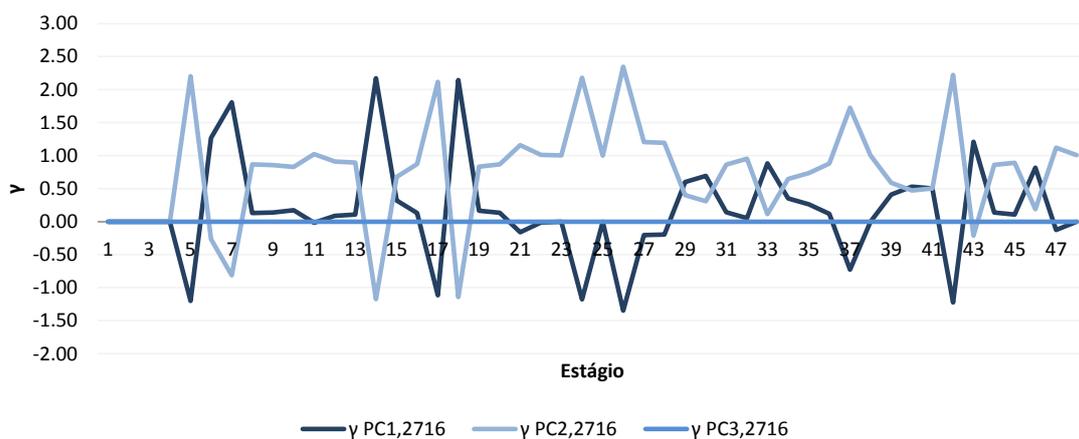
Na Figura 5.15, são mostrados os fatores  $\gamma$  que compõem a segunda parte da FR de cada ponto de conexão. Nesta figura,  $\gamma$  representa os seguintes fatores:

- $\gamma_{PC_1,2716}$  representa os fatores que montam a segunda parcela da FR dos fluxos nos circuitos que compõem o ponto de conexão 1. Ou seja, quando há

uma modificação na injeção equivalente do ponto de conexão 2, o fluxo nos circuitos que compõem o ponto de conexão 1, variará de acordo com  $\gamma_{PC_1,2716}$

→  $\gamma_{PC_2,2716}$  representa os fatores que montam a segunda parcela da resposta dos fluxos nos circuitos que compõem o ponto de conexão 2. Ou seja, quando há uma modificação na injeção equivalente do ponto de conexão 2, o fluxo nos circuitos que compõem o ponto de conexão 2, variará de acordo com  $\gamma_{PC_2,2716}$

→  $\gamma_{PC_3,2716}$  representa os fatores que montam a segunda parcela da resposta dos fluxos nos circuitos que compõem o ponto de conexão 3. Ou seja, quando há uma modificação na injeção equivalente do ponto de conexão 2, o fluxo nos circuitos que compõem o ponto de conexão 3, variará de acordo com  $\gamma_{PC_3,2716}$

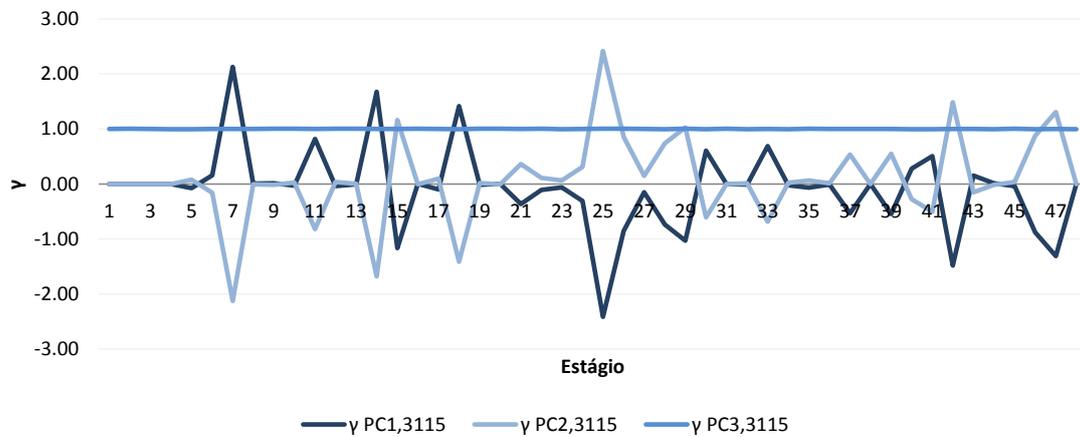


**Figura 5.15 – Sensibilidade no ponto de conexão 2**

As conclusões para o ponto de conexão 2 são bem semelhantes às conclusões do ponto de conexão 1.

Observa-se na Figura 5.15, que nenhuma modificação no ponto de conexão 2 afeta o fluxo nos circuitos que compõem o ponto de conexão 3 pois  $\gamma_{PC_3,2716}$  se mostra constante em zero em todo o horizonte, que é o mesmo comportamento verificado quando há modificação no ponto de conexão 1. Analisando agora  $\gamma_{PC_1,2716}$  e  $\gamma_{PC_2,2716}$  ao longo do tempo, observa-se que quando há uma modificação na injeção

equivalente do ponto de conexão 2 os fluxos nos circuitos que compõem os pontos de conexão 1 e 2 variarão.



**Figura 5.16 – Sensibilidade no ponto de conexão 3**

Na Figura 5.16, são mostrados os fatores  $\gamma$  que compõem a terceira parte da FR de cada ponto de conexão. Nesta figura,  $\gamma$  representa os seguintes fatores:

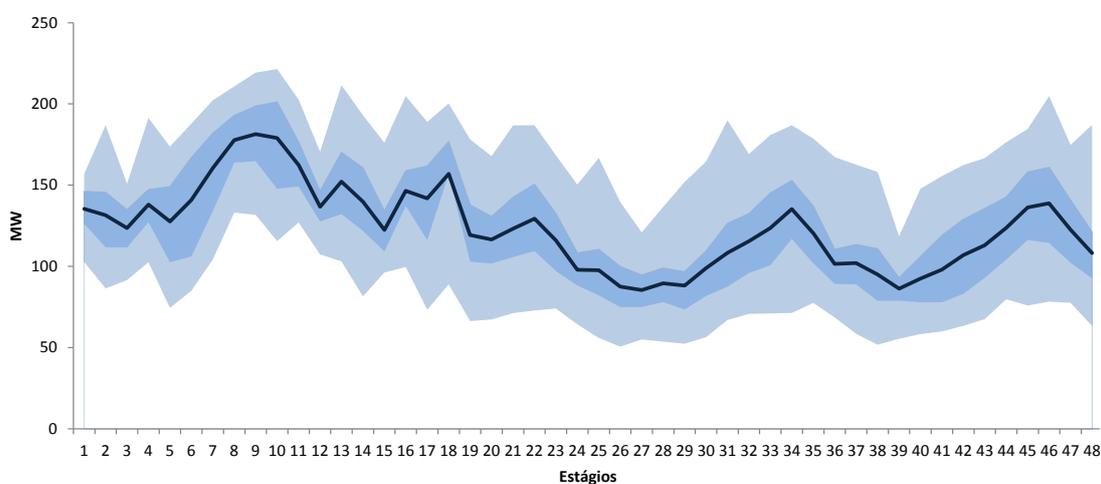
- $\gamma_{PC1,3115}$  representa os fatores que montam a terceira parcela da FR dos fluxos nos circuitos que compõem o ponto de conexão 1. Ou seja, quando há uma modificação na injeção equivalente do ponto de conexão 3, o fluxo nos circuitos que compõem o ponto de conexão 1, variará de acordo com  $\gamma_{PC1,3115}$
- $\gamma_{PC2,3115}$  representa os fatores que montam a terceira parcela da resposta dos fluxos nos circuitos que compõem o ponto de conexão 2. Ou seja, quando há uma modificação na injeção equivalente do ponto de conexão 3, o fluxo nos circuitos que compõem o ponto de conexão 2, variará de acordo com  $\gamma_{PC2,3115}$
- $\gamma_{PC3,3115}$  representa os fatores que montam a terceira parcela da resposta dos fluxos nos circuitos que compõem o ponto de conexão 3. Ou seja, quando há uma modificação na injeção equivalente do ponto de conexão 3, o fluxo nos circuitos que compõem o ponto de conexão 3, variará de acordo com  $\gamma_{PC3,3115}$

Como visto anteriormente, o ponto de conexão 3 tem seus fatores  $\gamma$  sempre constantes e para qualquer variação na injeção equivalente do ponto de conexão 3, os fatores  $\gamma$  sempre serão iguais a 1. Isso mostra que para qualquer variação no ponto de conexão 3, o delta de fluxo será suprido apenas por ele mesmo.

Observa-se então o comportamento dos fatores  $\gamma$  para os pontos de conexão 1 e 2. Diferentemente de  $\gamma_{PC_3,3115}$ ,  $\gamma_{PC_1,3115}$  e  $\gamma_{PC_2,3115}$  não são constantes. Eles assumem valores iguais a zero até o estágio 6 do horizonte, quando o ponto de conexão 2 não está em operação e para os outros estágios, o fluxo nos pontos de conexão 1 e 2 são complementares. Ou seja, as modificações na injeção equivalente do ponto de conexão 3 influencia somente na própria contratação e o fato de que os fatores  $\gamma_{PC_1,3115}$  e  $\gamma_{PC_2,3115}$  não serem individualmente zero e sim a soma de  $\gamma_{PC_1,3115} + \gamma_{PC_2,3115}$  ter valor nulo, mostra o fenômeno de fluxo passante na rede da distribuidora. Fluxo passante é o fenômeno em que o fluxo é importado por um ponto de conexão em determinado período, é o mesmo montante de fluxo é exportado pelo outro ponto de conexão neste mesmo período. Isto é, a potência não é consumida pela distribuidora e sim pelo outro sistema externo (a montante ou jusante, dependendo de qual ponto de conexão há a importação e a exportação de potência) conectado ao ponto de conexão oposto. Teoricamente os fluxos passantes não necessariamente necessitam ser considerados na contratação da distribuidora, pois o ONS expurga as penalidades quando a distribuidora prova que elas foram ocorridas devida a presença de fluxo passante na rede. Mas em alguns casos a presença do fluxo passante não influencia somente nas penalidades, algumas distribuidoras como esta do exemplo que possui fluxo passante por causa da característica topológica do sistema, possui o valor do MUST contratado em seus pontos de conexão maior do que seria o montante contratado caso não existisse o problema de fluxo passante. Dessa forma a distribuidora com essa característica desembolsa montantes nominais maiores do que realmente deveria. De posse dos fatores de sensibilidade a distribuidora pode provar

que a potência importada pelo seu ponto de conexão não é consumida na sua área de concessão.

Considerando a FR dos fluxos nos circuitos que compõem os pontos de conexão, apresentadas nas Figura 5.14, Figura 5.16 e Figura 5.15, realizou-se simulações dos cenários internos da distribuidora e utilizando a FR dos fluxos que compõem os pontos de conexão obteve-se o conjunto de fluxos necessários para a simulação da contratação ótima do MUST desta distribuidora.



**Figura 5.17 – Fluxos máximos, mínimos, médio, percentil 25% e percentil 75% em [MW] para cada estágio do horizonte de simulação do PC 1.**

A Figura 5.17 ilustra uma parte do conjunto de fluxo do PC1, dentre os 9600 valores de fluxo obtidos através da FR para se obter a contratação ótima do MUST desta distribuidora. A figura mostra para cada estágio do horizonte de simulação, o fluxo máximo e o fluxo mínimo, representados pela faixa azul clara, os montantes de fluxos nos percentis 25% e 75% representados pela faixa azul mais escuro e o fluxo médio em cada estágio representado pela linha preta.

É importante ressaltar que todos os dados originais da distribuidora real, e em particular os dados de carga e geração do sistema interno, foram modificados para a construção do estudo de caso exposto aqui, de forma a manter o sigilo sobre as informações da concessionária.

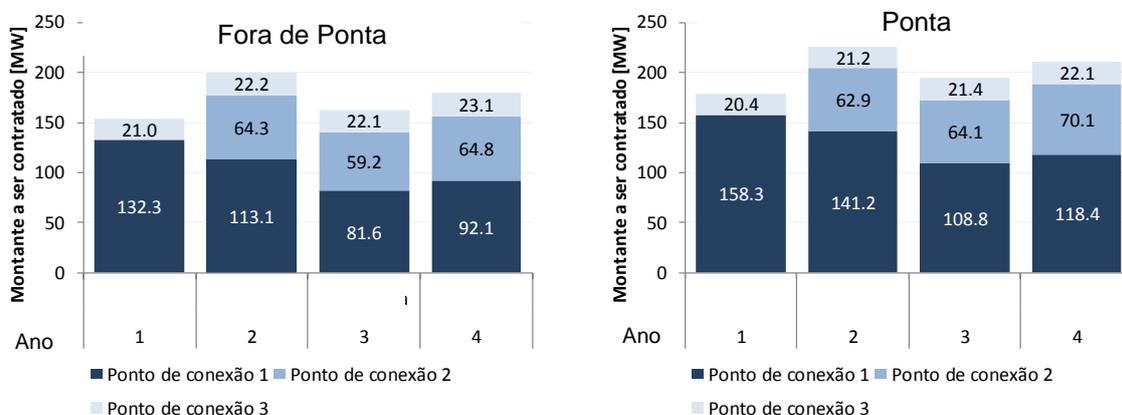
## 5.2.2 Montantes contratados e custo de contratação

Nesta subseção são mostrados os montantes contratados para cada ponto de conexão em cada posto de contratação para os 4 anos de simulação resultantes do PPL de contratação ótima do MUST.

Nas simulações seguintes, foi executado o PPL apresentado na seção 3.3.2, considerando  $\alpha = 5\%$ , ou seja, deseja-se minimizar os custos de penalidade para os 5% piores cenários. Mais adiante nesta seção (subseção 5.2.3), é feita uma análise de sensibilidade para o caso em que se considera  $\alpha = 0\%$ , ou seja, deseja-se contratar o MUST visando o fluxo médio para todos os cenários.

A Figura 5.18 mostra o MUST a ser contratado pelos 3 pontos de conexão, nos postos de contratação, ponta e fora de ponta, para os 4 anos do horizonte. Ressalta-se que de acordo com a formulação mostrada em 3.3.2, os valores mostrados na Figura 5.18 são os montantes ótimos calculados para o risco determinado pela distribuidora de 5%, ou seja, nesses valores já estão embutidos a tolerância definida pela regulação. Observa-se que os valores contratados no posto de contratação ponta são maiores do que no posto de contratação fora de ponta. Essa característica da contratação é intuitiva devido a necessidade do sistema em geral ter um grande aumento de carga no horário de ponta. Observando o comportamento do montante contratado no ponto de contratação 1, pode-se visualizar a grande interação entre os pontos de contratação 1 e 2 pois quando o ponto de contratação 2 entra em operação no ano 2, os valores de contratação, tanto no posto de contratação ponta e fora ponta, diminuem. Ou seja, o sistema interno começa a ser suprido por mais um ponto de contratação aliviando dessa forma a importação do ponto de contratação 1. Com essa análise além da distribuidora planejar o orçamento que será gasto para esses contratos, pode também verificar se a rede de distribuição interna está fisicamente preparada absorver essa potência, e caso seja necessário, realizar ampliações e

reforços na rede interna. Além do planejamento de expansão da rede interna, há a sinalização para a rede externa que faz fronteira com o ponto de conexão 2 verificar se há necessidade de expansão localizada naquela área.



**Figura 5.18 – MUST contratado para cada ponto de conexão nos 4 anos do horizonte.**

São mostrados na Figura 5.19, Figura 5.20, Figura 5.21 e Figura 5.22 os custos de contratação nominal e as penalidades para cada ponto de conexão em cada posto de contratação para cada ano do horizonte afim de que a distribuidora avalie o montante monetário a ser gasto de acordo com o risco que ela aceitou correr. Em verde é mostrado o valor nominal monetário do contrato, isto é, o quanto será desembolsado pela distribuidora caso ela contrate o MUST indicado na Figura 5.18. e nas cores em vermelho e laranja estão os montantes monetários que poderão ser desembolsados caso o MUST contratado seja o indicado. Esses montantes em vermelho são indicativos, pois há a dependência de que o cenário de fluxo realizado seja o mesmo que o cenário de fluxo analisado.

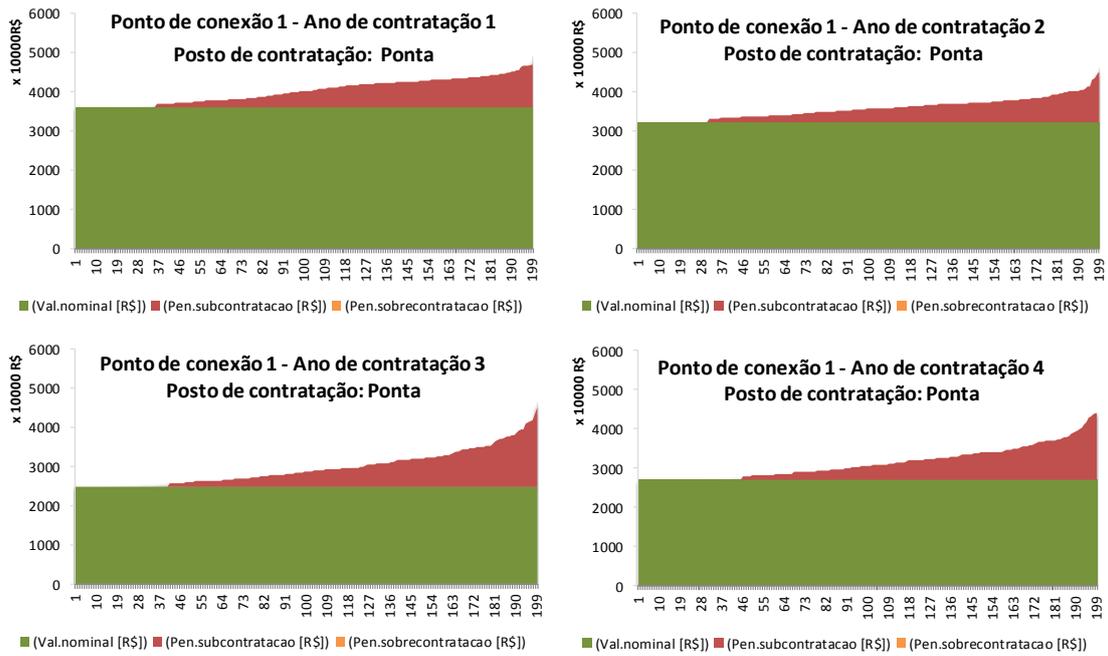


Figura 5.19 – Custo de contratação no ponto de conexão 1 – posto de contratação ponta.

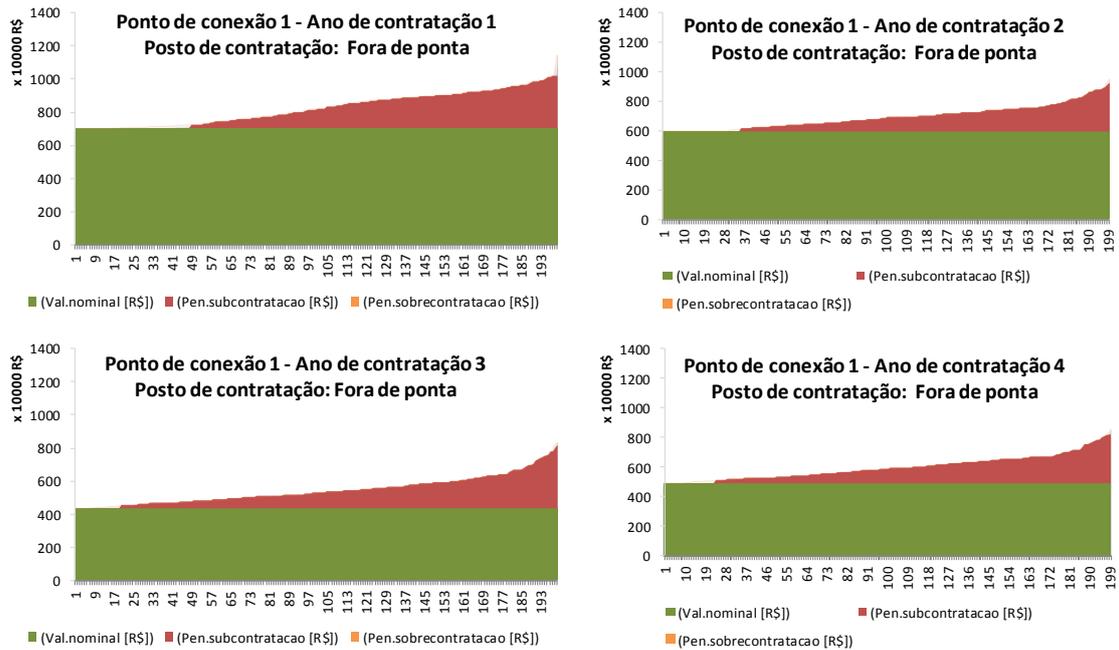


Figura 5.20 – Custo de contratação no ponto de conexão 1 – posto de contratação fora de ponta.

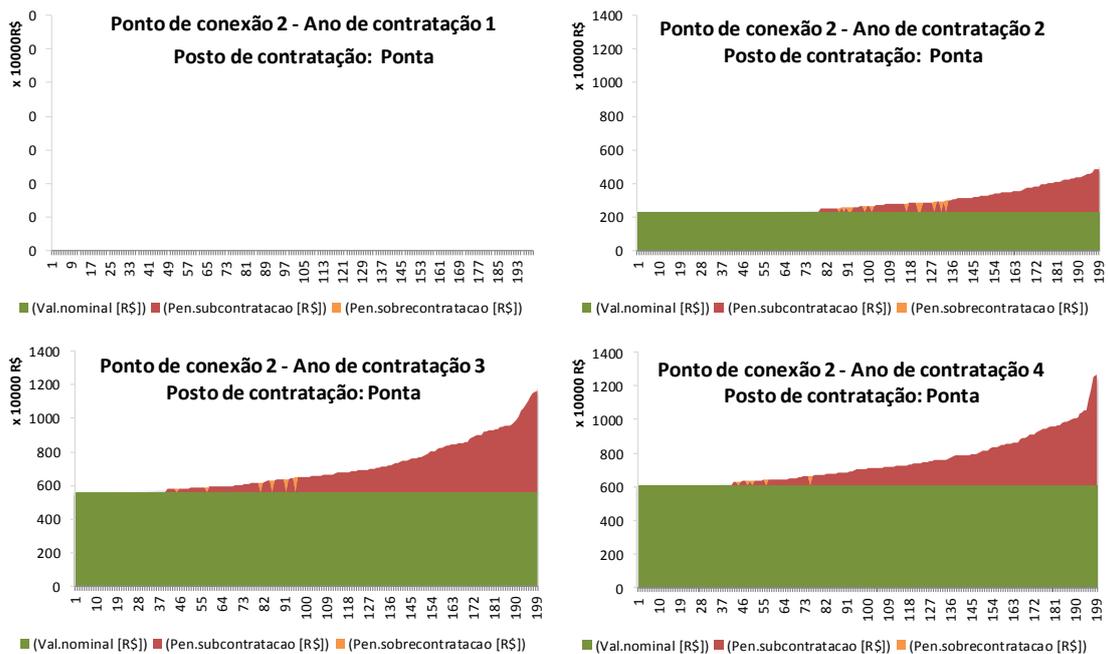


Figura 5.21 – Custo de contratação no ponto de conexão 2 – posto de contratação ponta.

Na Figura 5.22, observa-se que o primeiro gráfico a esquerda encontra-se sem valor. Isto porque o ponto de conexão 2 só começa a operar praticamente no segundo ano de contratação.

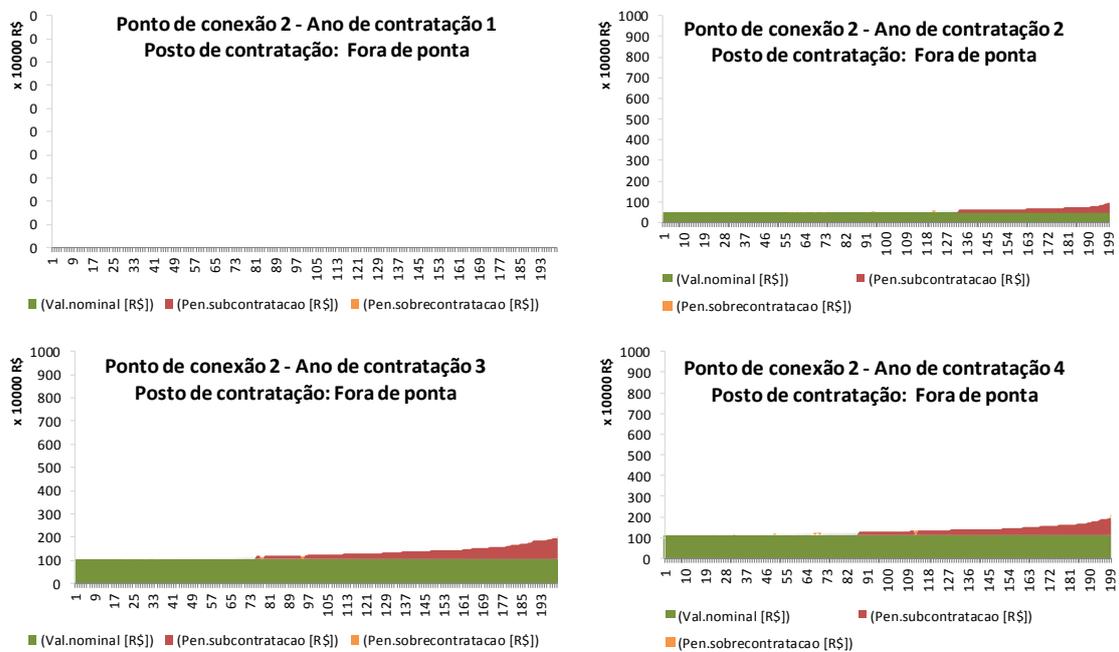


Figura 5.22 – Custo de contratação no ponto de conexão 2 – posto de contratação fora de ponta.

A Figura 5.23 e Figura 5.24 mostram os custos nominais e os custos de penalidades para o ponto de conexão 3. Observa-se que pelo ponto de conexão 3 ser um ponto isolado do sistema, os prováveis desembolsos monetários devido à penalidade aparecem em um número menor de cenários.

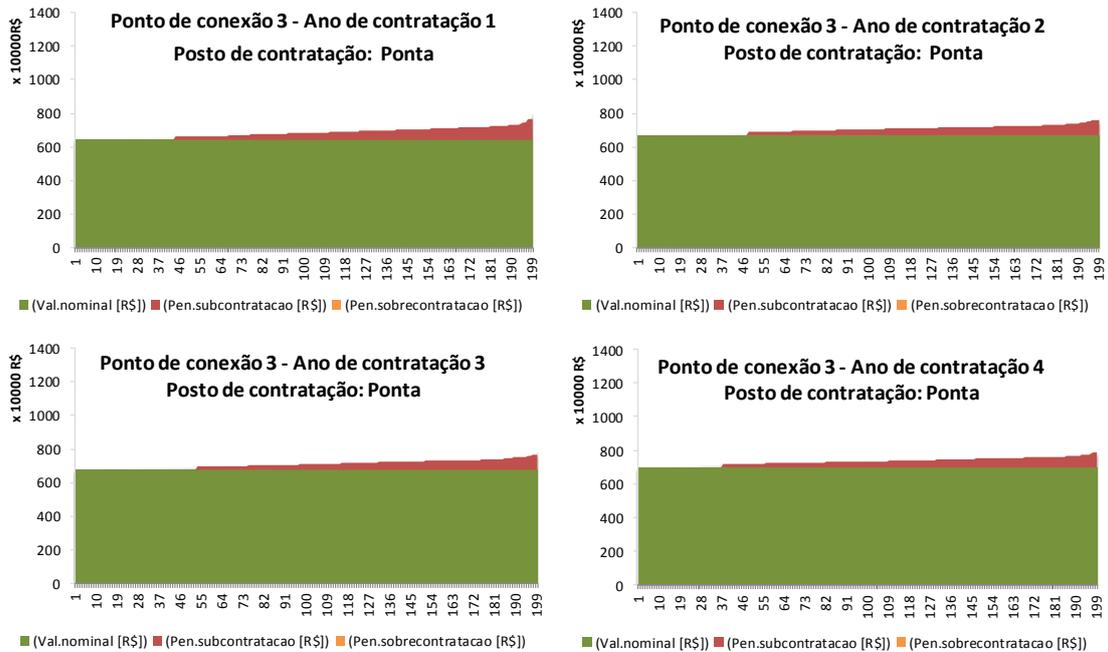


Figura 5.23 – Custo de contratação no ponto de conexão 3 – posto de contratação ponta.

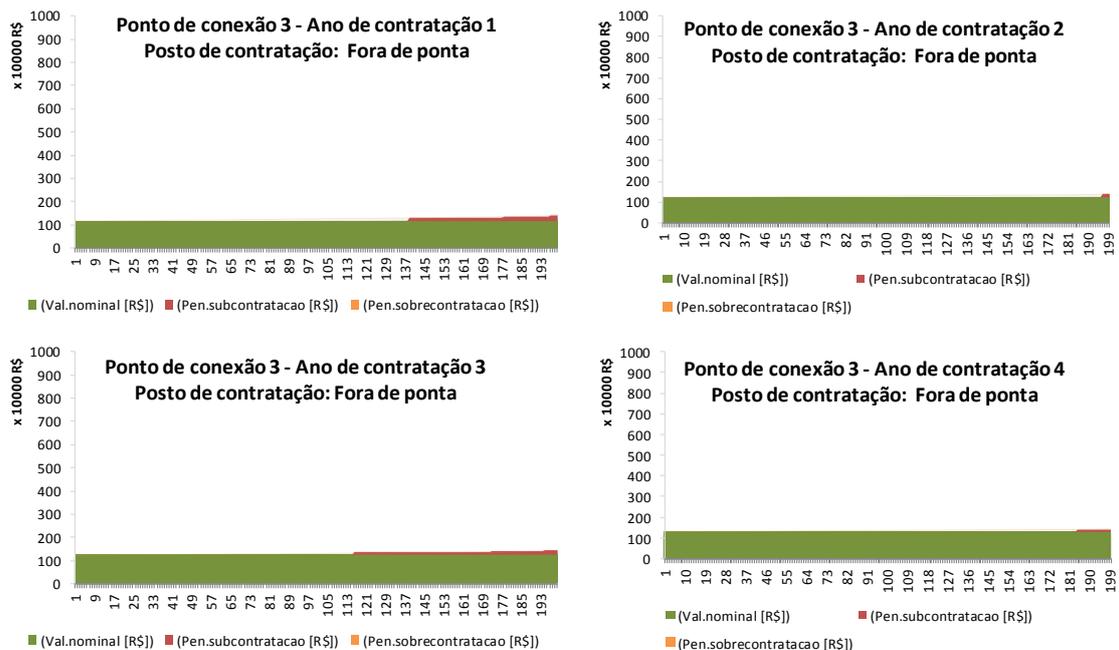


Figura 5.24 – Custo de contratação no ponto de conexão 3 – posto de contratação fora de ponta.

Observa-se que, para a contratação ótima, há mais penalidades por subcontratação do que por sobrecontratação. Isso se dá porque a multa aplicada por sobrecontratação, em base anual, é igual a 12 vezes o *montante subcontratado* (a diferença entre 90% do MUST contratado e o máximo fluxo verificado no ano) multiplicado pela TUST; enquanto que a multa por subcontratação é igual a 3 vezes o *montante ultrapassado* em cada mês multiplicado pela TUST (e ultrapassagens não ocorrem necessariamente em todos os meses, em diversos cenários estas ocorrem somente em um ou dois meses por ano).

### 5.2.3 Análise de sensibilidade para contratação com expectância de todos os cenários

Nas simulações seguintes, foi executado o PPL apresentado na seção 3.3.2, considerando  $\alpha = 0\%$ . Nota-se que, como os cenários mais severos tendem a ser aqueles com as maiores penalidades por subcontratação, quando se considera a contratação com  $\alpha = 0\%$  (expectância ao longo de todos os cenários), montantes menores de potência são contratados para todos os pontos de conexão e todos os postos de contratação.

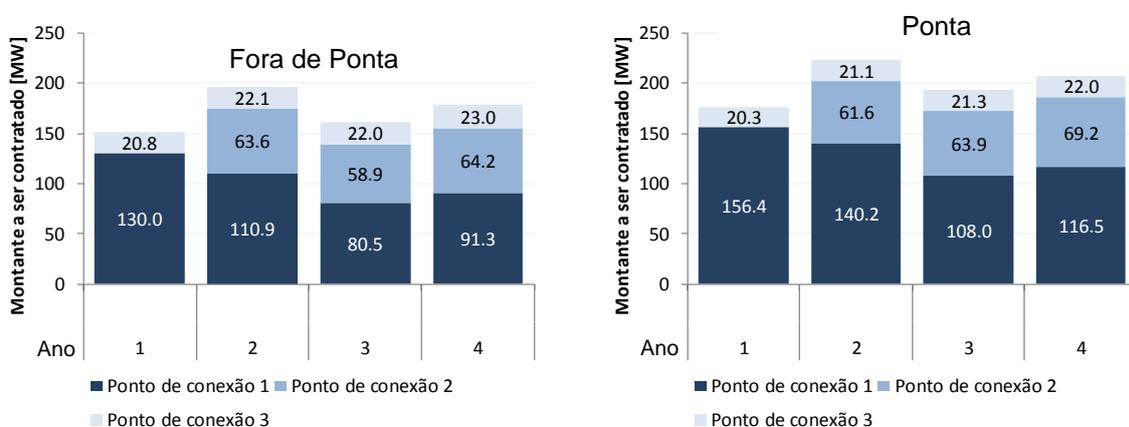


Figura 5.25 – MUST contratado para cada ponto de conexão nos 4 anos do horizonte.

Os montantes monetários para este caso devido às penalidades tem o mesmo comportamento dos montantes mostrados nas figuras Figura 5.19, Figura 5.20, Figura 5.21, Figura 5.22, Figura 5.23 e Figura 5.24.

#### 5.2.4 Tempo computacional de simulação

Considerando que para este caso de estudo real foi utilizada apenas a metodologia três da obtenção da FR e mesmo sabendo que o tempo computacional não é linear fez-se uma estimativa de qual seria o tempo de processamento da obtenção dos fluxos dos circuitos que compõem os pontos de conexão e a contratação do MUST para os 28 milhões de cenários caso fossem utilizadas as metodologias simulação exaustiva do FPO e metodologia 2. Obteve-se os resultados mostrados na Tabela 15 que resumem o tempo computacional para a obtenção dos fluxos e contratação do MUST.

**Tabela 15: Comparação das aproximações dos tempos computacionais de simulação com a utilização das metodologias proposta e da metodologia de exaustiva de resolução de FPO.**

<b>Metodologia de cálculo dos Fluxos dos cenários da distribuidora</b>	<b>Tempo computacional de simulação</b>
<b>Metodologia de exaustiva de resolução de FPO (Resolução de FPOs para todos os cenários)</b>	131.310 horas ≈ 15 anos
<b>Metodologia 2 (Função resposta dos geradores externos)</b>	62 minutos
<b>Metodologia 3 (Função resposta dos fluxos dos circuitos que compõem os pontos de conexão)</b>	23 minutos

Conclui-se que de fato a melhor metodologia a ser utilizada para casos de contratação com número elevado de cenários, para a obtenção do fluxo é melhor utilizar a metodologia 3.

## 6 Conclusões

Neste trabalho, foram apresentadas metodologias para a criação de equivalente de rede generalizado para modelagem da resposta de sistemas externos às modificações do sistema interno de uma rede de distribuição.

Propôs-se uma metodologia de equivalente de rede que é capaz de capturar a *resposta econômica* do sistema externo a modificações nas injeções nodais do sistema interno. A metodologia proposta tem aplicação para análises variadas de sistemas de potência em que o estado da rede elétrica é obtido implicitamente pela solução de um problema de otimização, em que a rede elétrica é representada pelo modelo de fluxo de potência linearizado. Ao contrário de métodos de equivalentação de rede tradicionais, em que a especificação de quais os geradores da rede externa respondem à modificações da rede interna é um *dado de entrada* definido pelo usuário, a metodologia proposta se baseia na identificação implícita dos geradores respondentes (e dos coeficientes lineares que descrevem a sua resposta), com base na otimalidade da função objetivo da aplicação de otimização. A metodologia proposta a capturar, a partir de uma perturbação da rede interna (a rede de uma distribuidora, por exemplo), os efeitos ocorridos na rede externa, obtendo-se a resposta do sistema externo em termos de fluxos de potência nos circuitos de interesse (os circuitos que compõem os pontos de conexão, no problema de contratação do MUST).

A metodologia tem aplicação na área de planejamento de redes de transmissão e distribuição. Nesta dissertação, optou-se por mostrar a aplicação da metodologia de equivalentação proposta para o problema de contratação ótima do MUST. Mas cabe ressaltar que a metodologia não se restringe apenas a este exemplo de aplicação, pode ser utilizada em outras aplicações – por exemplo, em estudos de intercâmbio entre países, sem a necessidade de exposição explícita da representação da configuração da matriz de geração e transmissão do país vizinho.

Na metodologia proposta, a resposta à modificações do sistema interno é representada através de funções lineares. Portanto é necessário obter os coeficientes lineares que descrevem como as variáveis selecionadas (geradores da rede externa ou fluxos de potência nos circuitos de interesse) variam de acordo com modificações das injeções do sistema interno – ou seja, obter os coeficientes lineares que descrevem a *função resposta* (FR). Apresentou-se três metodologias distintas para a obtenção destes coeficientes:

- Na primeira metodologia, chamada de metodologia 1, os coeficientes lineares são obtidos pela análise de sensibilidade do problema de programação linear (PPL) através do qual o estado da rede é obtido. Mais especificamente, os coeficientes lineares são obtidos através da manipulação da base ótima do problema de programação linear. A vantagem em se utilizar a metodologia 1 é a necessidade de se resolver apenas uma vez o problema de otimização com representação da rede (o fluxo de potência ótimo), e conseguir calcular com base nesta única simulação, todos os fatores de sensibilidade das variáveis de interesse, geração e fluxo, nesta mesma rodada. Já a desvantagem é a necessidade de se trabalhar com a matriz base do PPL, que, por muitas vezes, não é de fácil obtenção.
- As metodologias 2 e 3 baseiam-se na obtenção dos coeficientes lineares que descrevem a FR não pela manipulação direta da base do PPL, mas por um método de análise incremental: são resolvidos diferentes PPL, sendo em cada um deles feita a variação (um pequeno incremento) na injeção das barras em relação às quais se deseja obter a sensibilidade da rede externa, e os coeficientes da função resposta são obtidos pela aproximação da derivada que se deseja obter (sensibilidades da geração externa ou dos fluxos em relação à injeção das barras de interesse) pela divisão dos incrementos da geração externa ou dos fluxos pelos incrementos na injeção das barras de interesse.

- Na metodologia 2 somente a resposta dos geradores é considerada, ou seja, dado um incremento nas injeções das barras do sistema interno da distribuidora, a modificação dos valores de potência ativa produzida pelos geradores externos é avaliada. A vantagem desta metodologia frente à metodologia 1 é a facilidade dos cálculos para a obtenção da FR. Uma desvantagem é a necessidade de se fazer  $n+1$  soluções de um FPO, sendo  $n$  o número de barras em relação a cujas injeções as sensibilidades são avaliadas, para a formação da FR. Outra desvantagem é que a variável de interesse para contratação do MUST é o fluxo nos circuitos de intercâmbio, e não a geração dos geradores externos. Dessa forma, os fluxos nos circuitos que compõe os pontos de conexão devem ser calculados em um pós-processamento, que relaciona a variação da potência ativa produzida pelos geradores com a variação dos fluxos.
- Na metodologia 3, os coeficientes lineares calculados relacionam diretamente o incremento de injeção das barras da rede interna com o incremento de fluxo de potência nos circuitos de interesse (por exemplo, nos circuitos que compõem os pontos de conexão, para o problema do MUST). Além da facilidade em se calcular os fatores de sensibilidade, esta metodologia tem menor número de variáveis de interesse e não precisa de um pós-processamento já que a sensibilidade já é medida para o fluxo nos circuitos de intercâmbio. Uma desvantagem é a necessidade de se fazer  $n+1$  soluções de um FPO, sendo  $n$  o número de barras em relação a cujas injeções as sensibilidades são avaliadas, para a formação da FR.

O uso das metodologias traz a vantagem da eficiência computacional (menor tempo de processamento), em relação ao procedimento alternativa de se resolver novamente, para cada modificação nas injeções da rede interna, o PPL completo. Como os exemplos desta dissertação indicaram, a metodologia empregada permite

preservar a precisão dos resultados obtidos – de fato, sempre que as modificações nas injeções do sistema interno não implicarem na mudança da base ótima do PPL, a metodologia proposta trará exatamente os mesmos resultados que seriam obtidos pela re-execução do PPL.

De fato, a situação descrita ao fim do parágrafo seguinte (em que as modificações nas injeções do sistema interno não implicarem na mudança da base ótima do PPL) é verificada, por exemplo, no estudo de caso da seção 5.1. É possível verificar esta informação na Figura 5.11 que mostra que os valores dos fluxos nos circuitos dos pontos de conexão são iguais para as três metodologias. Na subseção 5.1.1 é realizado o cálculo do MUST para o exemplo de 12 barras. O tempo computacional calculado para cada metodologia para a obtenção dos fluxos nos circuitos que compõem os pontos de conexão é mostrado na Tabela 14.

Como se pode observar, o exemplo era formado por poucos cenários e poucas barras o tempo de simulação não era crítico. Porém para um sistema de distribuição maior e com mais cenários, o tempo de simulação pode se tornar um empecilho para a simulação de tantos cenários fazendo com que a distribuidora opte por simular menos cenários para a obtenção de resultados mais rápidos. Isto pode ser comprovado visualizando a Tabela 15 onde se fez uma extrapolação do tempo computacional para o estudo de caso mostrado em 5.2 no exemplo do cálculo do MUST para uma distribuidora real, e mostra que o cálculo dos fluxos pelo método de resolução do FPO é inviável quando se tem um número elevado de cenários. A simulação de poucos cenários pode levar uma contratação de MUST que não exprima tão bem os fluxos de importação da rede externa, expondo ainda mais a distribuidora a penalidades não antevistas. Para a escolha de se utilizar as metodologias resolução FPO, metodologia 2 ou a metodologia 3, a comparação do tempo de simulação é decisiva na escolha. Observa-se que o melhor tempo computacional obtido é da metodologia 3,

demonstrando que essa metodologia é a melhor a ser aplicada em sistemas de grande porte com número elevado de cenários.

O bom compromisso entre tempo de simulação e a precisão dos resultados, mostra que a metodologia tem aplicabilidade e traz vantagens para aplicações em que o estado da rede é obtido implicitamente por um problema de otimização e em que interessa realizar a equivalência da rede, analisando a resposta de um sistema externo a numerosas modificações do sistema interno (numerosos cenários de injeções nodais do sistema interno). Um bom exemplo de uma aplicação deste tipo é o problema de contratação do MUST, abordado nesta dissertação. Isto porque com a velocidade de processamento é possível simular diversos cenários, aumentando a variabilidade dos fluxos nos circuitos que compõem os pontos de conexão, e conseqüentemente, contratando o MUST ótimo para a distribuidora.

## 6.1 Trabalhos Futuros

Para trabalhos futuros indica-se a inclusão de alguns fatores na FR, tais como, a representação das perdas nos fluxos dos circuitos em que se objetiva calcular o montante de potência ativa e a representação das variações de topologia na rede externa e rede interna e verificar como essas variações afetam a FR das variáveis. Além disso, outra possível área de pesquisa para trabalhos futuros teria como objetivo abordar a limitação atualmente existente de que a função resposta da rede externa a modificações da rede interna só é válida quando as variações da rede interna não levam a uma mudança da base ótima do problema de programação linear. Uma alternativa de extensão das pesquisas seria a investigação da representação resposta da rede externa como um problema de segundo estágio quando separado através do método de decomposição de Benders. Com esta separação, a rede externa seria representada por função linear por partes multi-variada capaz de aproximar a resposta da rede externa para diferentes valores do vetor de injeções da rede interna (ou das

injeções equivalentes nas barras de fronteira, se o sistema interno é reduzido), inclusive para alterações que levem a diferentes bases ótimas do problema. Este procedimento corresponde a uma decomposição do problema de programação linear no espaço, semelhante à decomposição no tempo que é empregada na programação do despacho hidrotérmico do sistema Brasileiro, que é uma funcionalidade do algoritmo de programação dinâmica dual estocástica empregado.

## 7 Referências Bibliográficas

- [1] W.L.Snyder,Jr; *Load flow equivalent circuits – an overview*, IEEE PES Winter Meeting, New York, Jan 1972.
- [2] Deckmann, S.; Pizzolante, A.; Monticelli, A.; Stott, B.; Alsag, O.; *Studies on power system load flow equivalencing*, IEEE PES Winter Meeting, New York, Feb 1980.
- [3] I.J.S.Júnior; C.A.F.Murari, “*Uma modelagem mais precisa do equivalente ward estendido aplicada à análise de sistemas elétricos em tempo-real*”, UNICAMP, Campinas-SP, SisPot 2003
- [4] G.L.R.Brito; F.D.Freitas; L.F.J.Fernandes, “*Determinação de equivalente dinâmico para sistemas de potência a partir de grandezas de fluxo de potência e de tensão*”, SBSE, Belém – Pará, Maio 2010.
- [5] A.M.Cassula; L.A.F.Manso; A.M.Leite da Silva; R. Billinton, “*Avaliação da confiabilidade em sistemas de distribuição considerando falhas de geração e transmissão*”, Sba Controle & Automação, Campinas, v. 14, n. 3, Sept. 2003
- [6] Thomé, F.S.; “*Modelo de equivalente de rede generalizado aplicado ao despacho de geração com restrição na transmissão*”, UFRJ- Escola politécnica, Rio de Janeiro, Junho 2005.
- [7] Hein, F.; Graf, F. R.; Denzel, D.; Schwarz, J.; *On-line security analysis using equivalents for neighbouring networks*, CIGRÉ International conference on large high voltage electric systems, Paris, Agosto 1984.
- [8] D. Shi and D. J. Tylavsky, “*Improved Bus Aggregation Technique for Generating Network Equivalents*,” Accepted for publication in IEEE PES General Meeting, San Diego, July 2012
- [9] D.Dhi; D.L.Shawhan,D.J.Tylavsky, J.T.Taber, R.D.Zimmerman, W.D.Schulze; “*Optimal Generation Investment Planning: Pt.1: Network Equivalents*”, IEEE,2012.
- [10] AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA. Resolução Normativa nº 399, de 13 de abril de 2010. Brasil.
- [11] AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA. Resolução Normativa nº 281, de 4 de outubro de 1999. Brasil.
- [12] Queiroz, A.; Lima, L.;Marangon Lima, J.;Morton, David. “*Determinação do montante de uso ótimo do sistema de transmissão para uma empresa de distribuição de energia elétrica.*” XVIII Congresso Brasileiro de Automática, Setembro 2010, Bonito-MS, Brasil.

- [13] Ferreira, R.; Costa, L.C.; Carvalho, M.; Perez, R.; Thomé, L.M, Zanfelice, F.R. “Experiência Prática na Aplicação de uma Metodologia para a Determinação de Montante de Uso do Sistema de Transmissão a Ser Contratado por Distribuidora de Grande Porte Considerando Incertezas”, XXI SNPTEE, 2011, Florianópolis – SC, Brasil.
- [14] Ray D. Zimmerman, SuperOPF Research Roadmap. [Online]. Available: <http://certs.lbl.gov/pdf/superopf-roadmap.pdf>.
- [15] F.F. Wu and A. Monticelli, “Critical Review of External Network Modeling for Online Security Analysis,” *Electrical power & energy systems*, vol.5, no. 4, 1983
- [16] PSR. Market Report de Novembro de 2010, edição 47. Brasil.
- [17] Pereira, M. V.; “Generalized network equivalente for transmission-constrained hydrothermal dispatch”, PSR Consultoria Ltda., Technical Report, 2004.
- [18] Maculan, N.; Fampa, M. H. C.; Otimização linear, UFRJ, Dez 2004.
- [19] Estellita Lins, M.P.; Calôba, G.M. Programação Linear. Editora Interciência, 2006.
- [20] Garver, L., “Transmission Network Estimation Using Linear Programming”, IEEE, Feb 1970.
- [21] A. Monticelli, “Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica”, Edgar Blucher, 1983.
- [22] R. T. Rockafellar, and S. Uryasev, Optimization of Conditional Value-at-Risk. *Journal of Risk*, 2, 21–41, 2000.
- [23] PSR. SDDP Vr. 10.2 – Manual de Metodologia. Rio de Janeiro, 2012.
- [24] IEEE Committee Report, “A reliability test system,” *IEEE Trans. Power App. Syst.*, vol. 4, pp. 1238–1244, 1989.
- [25] R. N. Allan, R. Billinton, i. Sjarief, L.Goel, K. S. So. “A Reliability Test System for Educational Pupses - Basic Distribution System Data and Results”, FEE Trenmctionr on Power Systems. Vo1.6, No.2, pp.813-820, 1991.
- [26] PEREIRA, M. V. F., PINTO, L. M. V. G., “Multi-stage stochastic optimization applied to energy planning”, *Mathematical Programming*, v. 52, pp. 359-375,199.
- [27] Queiroz, A.R., Lima, L.M.M., Morton, D.P. & Marangon Lima, J.W., “Determining the Optimal Transmission System Usage Contracts for a Distribution Company.” *Proceedings of the IEEE PES General Meeting*, 2010. Minneapolis.
- [28] Silva, A. M. L; Costa, J. G. C.; Mattar, C. M. “A Probabilistic Approach for Determining the Optimal Amount of Transmission System Usage” *IEEE TRANSACTIONS ON POWER SYSTEMS, VOL. 21, NO. 4, NOVEMBER 2006*.

## 8 Anexo

### 8.1 Análise de sensibilidade em Programação Linear (PL)

#### 8.1.1 Equivalência entre vértices e soluções em problemas de programação linear

As soluções gráficas de um PPL é uma ferramenta importante e ilustrativa para a compreensão dos resultados.

O lugar geométrico de um PPL pode ser um hiperplano ou uma região do espaço que são descritas as restrições. De acordo com [19] o conjunto de soluções viáveis de um PPL é definido pela interseção de hiperplanos.

Dado um PPL pode-se então visualizá-lo de forma gráfica, como mostra o exemplo abaixo.

$$\text{Máx } 20x_1 + 24x_2 \quad (87)$$

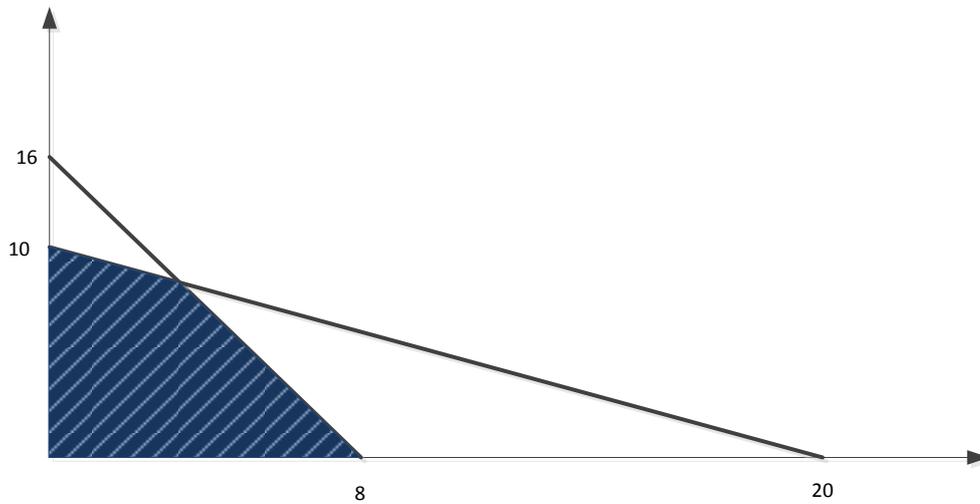
s.a.

$$3x_1 + 6x_2 \leq 60 \quad (88)$$

$$4x_1 + 2x_2 \leq 32$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

As soluções viáveis do problema estão inseridas na área hachurada da Figura 8.1 – Solução gráfica do PPL.[19]Figura 8.1. A área hachurada é definida pelas interseções de todas as restrições do problema.



**Figura 8.1 – Solução gráfica do PPL.[19]**

### 8.1.2 Variáveis básicas e não básicas

Um PPL pode ser representado de três formas, a forma padrão, forma matricial e forma canônica.

Na forma padrão, o PPL pode escrito da seguinte maneira:

$$\text{Mín } c^T x + d \tag{89}$$

s. a

$$Ax = b$$

$$x \geq 0$$

De acordo com [19], qualquer PPL pode ser colocado na forma padrão, desde que siga algumas regras tais como:

- As restrições de desigualdade devem ser transformadas em restrições de igualdade utilizando variáveis de folga.
  - $\sum_j a_{kj}x_j \leq b_k$  é equivalente a:  $\sum_j a_{kj}x_j + x_{n+1} = b_k$        $x_{n+1} \geq 0$
  - $\sum_j a_{kj}x_j \geq b_k$  é equivalente a:  $\sum_j a_{kj}x_j - x_{n+1} = b_k$        $x_{n+1} \leq 0$
- Variáveis livres e sem restrição de sinal
  - $x_k$  qualquer é equivalente a  $x'_k - x''_k$ , onde  $x'_k \geq 0, x''_k \geq 0$
- Variáveis negativas
  - $x_k \leq 0$  é equivalente a  $x'_k \geq 0$
- Função Objetivo
  - $\text{Máx}\{Q(x)\}$  é equivalente a  $-\text{Mín}\{-Q(X)\}$

A forma matricial se dá quando se coloca o PPL no formato de matriz onde as colunas são as variáveis do problema e as linhas são as restrições. Como exemplo tem-se o PPL abaixo retirado de [19]

$$\text{Mín } 2x_1 + x_3 - x_5 + x_6 \tag{90}$$

s. a

$$3x_1 - 2x_3 + x_5 + x_7 = 1$$

$$2x_1 + x_2 - x_5 = 8$$

$$3x_1 + 17x_3 + x_4 + x_6 = 2$$

$$x_j \geq 0 \forall j$$

Na Figura 8.2 o problema está representado na forma matricial.

	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7
C	2	0	1	0	-1	1	0
R1	3	0	-2	0	1	0	1
R2	2	1	0	0	-3	0	0
R3	3	0	17	1	0	1	0

**Figura 8.2 Problema de programação linear na forma matricial [19].**

A forma canônica do PPL é definida quando para determinada sequência  $A_s = I$  e  $C_s = 0$ , como exemplo tem-se o PPL acima, onde verifica-se que para a

sequência  $S = \{7,2,4\}$  que o PPL está na forma canônica. Ou seja,  $A_s = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  e

$C_s = 0$ . Quando se tem a forma canônica automaticamente tem-se uma solução viável básica.

As variáveis que estão na sequência  $S$  são chamadas de variáveis básicas ( $x_B$ ), pois assumem valores iguais ao lado direito das restrições. As demais variáveis são chamadas de variáveis não básicas ( $x_R$ ) e são iguais a zero. No exemplo acima, tem-se como variáveis básicas as variáveis  $x_2, x_4$  e  $x_7$  e as não básicas são  $x_1, x_3, x_5$  e  $x_6$ .

Considerando que o sistema de equações do PPL é dado por  $Ax = b$ , pode-se particionar o sistema em variáveis básicas e não básicas da seguinte forma:

$$A = [B : R] \text{ e } x = [x_B : x_R]$$

Reescrevendo o sistema de equações, tem-se:

$$[Bx_B + Rx_R] = b$$

Se  $x_R = 0, x_B = B^{-1}b$  onde  $B = A_s$  e  $\det B \neq 0$  (posto  $B = m$ ) e  $x_B \geq 0$  diz-se que a solução básica é Solução Básica Viável (SBV).

A SBV de um PPL está inserida na área no poliedro formado pelas restrições do problema, como mostrado na Figura 8.1 – Solução gráfica do PPL.[19]Figura 8.1. Caso

exista uma solução ótima do PPL, ela deve ser encontrada em pelo menos em um dos vértices do poliedro.

### 8.1.3 Solução matricial

Como dito na seção anterior, a SBV de um PPL é encontrada quando ele está na forma canônica. A solução matricial do PPL nada mais é que fazer operações matriciais com o objetivo de colocar o PPL na forma canônica encontrando assim os resultados das variáveis básicas e da função objetivo.

Nesta seção define-se quais são as operações matriciais necessárias para encontrar a SBV de um PPL mostrado abaixo na forma padrão.

$$\text{Mín } Q(x) = c^T \cdot x \tag{91}$$

s. a

$$A \cdot x = b$$

$$x \geq 0$$

Onde

$x$  é o vetor coluna composto pelas variáveis  $x_1, x_2, \dots, x_n$

$A$  é uma matriz  $m \times n$ , composta pelos elementos  $a_{11}, a_{12}, \dots, a_{mn}$

$b$  é um vetor coluna  $m \times 1$  composto por  $b_1, b_2, \dots, b_m$

$c^T$  é um vetor linha  $1 \times n$  composto por  $c_1, c_2, \dots, c_n$

Particionando a matriz  $A$  e o vetor  $c^T$  em variáveis básicas ( $x_B$ ) e variáveis não básicas ( $x_R$ ) denominadas respectivamente em  $B$  e  $R$  tem-se a Tabela 16.

**Tabela 16: Partição da matriz A segundo variáveis básicas e não básicas[19]**

$x_1, x_2, \dots, x_n$	<b>V.B.</b>	<b>V.N.B.</b>
------------------------	-------------	---------------

$A$	$B$	$R$
$c^T$	$c_B^T$	$c_R^T$

Com a partição das variáveis, pode-se então reescrever o PPL da seguinte forma:

$$\text{Mín } Q(x) = c_B^T \cdot x_B + c_R^T \cdot x_R \quad (92)$$

s. a

$$B \cdot x_B + R \cdot x_R = b$$

$$x_B, x_R \geq 0$$

Considerando que a sequência ótima do PPL é  $s$  as colunas que fazem parte da sequência estão na base,  $B$ , e são iguais a  $A_s$ . Para colocar o PPL na forma canônica em relação à sequência  $s$ , é necessário pré-multiplicar os dois lados da equação pela matriz inversa da base ótima,  $B^{-1}$ , resultando na equação abaixo:

$$B^{-1}(B \cdot x_B + R \cdot x_R) = B^{-1}b$$

Representando a equação de forma matricial tem-se,

$$[B^{-1}B \quad B^{-1}R] \cdot \begin{bmatrix} x_B \\ x_R \end{bmatrix} = B^{-1}b$$

Considerando que  $B^{-1}B = I$ , observa-se na equação abaixo a presença da matriz identidade nas colunas correspondentes à sequência  $s$ .

$$[I \quad B^{-1}R] \cdot \begin{bmatrix} x_B \\ x_R \end{bmatrix} = B^{-1}b$$

Para o PPL ficar na forma canônica, os coeficientes da função objetivo devem ser nulos nas colunas que correspondem às variáveis básicas. Para isso multiplica-se a equação por  $c_B^T$  e subtrai-se esta linha pelo valor original da função objetivo, resultando na seguinte operação:

- Multiplicação por  $c_B^T$ :

$$[c_B^T \quad c_B^T \cdot B^{-1}R] \cdot \begin{bmatrix} x_B \\ x_R \end{bmatrix} = c_B^T \cdot B^{-1}b$$

- Subtração pela função objetivo  $[c_B^T \quad c_R^T] \cdot \begin{bmatrix} x_B \\ \dots \\ x_R \end{bmatrix} = Q(x)$

$$[c_B^T \quad c_R^T] - c_B^T \cdot [B^{-1}B \quad B^{-1}R] \cdot \begin{bmatrix} x_B \\ \dots \\ x_R \end{bmatrix} = Q(x) - c_B^T \cdot B^{-1}b$$

$$[c_B^T - c_B^T \cdot I \quad c_R^T - c_B^T \cdot B^{-1}R] \cdot \begin{bmatrix} x_B \\ \dots \\ x_R \end{bmatrix} = Q(x) - c_B^T \cdot B^{-1}b$$

$$[0 \quad c_R^T - c_B^T \cdot B^{-1}R] \cdot \begin{bmatrix} x_B \\ \dots \\ x_R \end{bmatrix} = Q(x) - c_B^T \cdot B^{-1}b$$

Pode-se concluir que a solução ótima do PPL será dada por:

$$x_B^* = B^{-1}b$$

E a função objetivo tem o valor final de acordo com a equação abaixo.

$$Q(x^*) = c_B^T \cdot B^{-1}b$$

#### 8.1.4 Sensibilidade da solução ao lado direito das restrições

A análise de sensibilidade ou pós-otimização são análises que medem o efeito que há na solução ótima do PPL quando alguns parâmetros variam. Será descrita nessa

seção a análise de sensibilidade em relação à modificação do lado direito das restrições (b).

Sabendo que a solução ótima do PPL é  $x_B^* = B^{-1}b$  caso haja alguma modificação no vetor  $b$ , a solução ótima mudará assim como o valor da função objetivo que também depende de  $b$ . Dessa forma é necessário recalcular os valores das variáveis básicas e da função objetivo.

Caso algum valor de  $x_B^*$  se torne negativo, isso significa que houve mudança de base, ou seja, é necessário recalcular a base do PPL.