



ESTUDO DE ALGORITMOS ADAPTATIVOS DE BEAMFORMING COM
DETECÇÃO DE ÂNGULO DE CHEGADA

Roberto Mouzinho de Castro

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientadora: Mariane Rembold Petraglia

Rio de Janeiro

Abril de 2011

ESTUDO DE ALGORITMOS ADAPTATIVOS DE BEAMFORMING COM
DETECÇÃO DE ÂNGULO DE CHEGADA

Roberto Mouzinho de Castro

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO
ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE
ENGENHARIA (COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE
JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A
OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA
ELÉTRICA.

Examinada por:

Prof. Mariane Rembold Petraglia, Ph.D.

Prof. José Gabriel Rodriguez Carneiro Gomes, Ph.D.

Prof. Carlos Augusto Duque, D.Sc.

Prof. Paulo Bulkool Batalheiro, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL
ABRIL DE 2011

Castro, Roberto Mouzinho de

Estudo de Algoritmos Adaptativos de *Beamforming* com detecção de Ângulo de Chegada/Roberto Mouzinho de Castro. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2011.

XII, 68 p.: il.; 29,7cm.

Orientadora: Mariane Rembold Petraglia

Dissertação (mestrado) – UFRJ/COPPE/Programa de Engenharia Elétrica, 2011.

Referências Bibliográficas: p. 66 – 68.

1. Ângulo de chegada. 2. *Beamforming* adaptativo. 3. Wavelet. I. Petraglia, Mariane Rembold. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Elétrica. III. Título.

*À minha esposa Priscila, à
minha filha Luiza, ao meu pai
Antônio Augusto (in
memoriam), à minha querida
mãe Custódia e à minha irmã
Renata, aos meus sogros Carlos
Alberto e Maria Luiza. Sem o
amor e incentivo de vocês, eu
não conseguiria.*

“Ninguém pode voltar atrás e fazer um novo começo, mas qualquer um
pode começar agora e fazer um novo fim.”

(Chico Xavier)

Agradecimentos

À minha família e meus familiares, que sempre estiveram comigo nos momentos alegres e nas horas mais difíceis.

À minha orientadora Prof. Mariane Rembold Petraglia, que com sua experiência e amplo conhecimento na área, teve muita paciência e compreensão durante toda dissertação.

Aos meus amigos e colegas de pesquisa, pelo apoio e pelo convívio amigável.

A todos os professores e funcionários do Programa de Engenharia Elétrica da COPPE que, de alguma forma, contribuíram para a realização deste trabalho.

À secretaria do PEE, em especial, à Daniele Cristina, meus sinceros agradecimentos, pela sua colaboração em todos os momentos do curso de mestrado.

Aos amigos e cunhados Franklin Pastor e André Tchmola, pelo apoio que me deram durante o trabalho.

Aos Professores, José Antonio Apolinário Jr. e Major Maurício Henrique Costa Dias, pela contribuição e colaboração.

Aos amigos Angela Maria Lemos do Amaral Alpande Moraes e ao Prof. e Doutor Anselmo Alpande Moraes (*in memoriam*) pelo apoio e incentivo dado durante a dissertação.

À minha filha, Luiza, por representar o meu maior motivo em prosseguir. As horas que seu pai gastou longe de você, definitivamente, não foram em vão.

Em especial à minha esposa, pelos momentos de ausência durante a realização deste trabalho, e pela sua compreensão que foi decisiva para que eu o concluísse com êxito.

À minha madrinha Helena Maria e ao meu tio José Augusto, pelo carinho e incentivo que me deram.

À empresa Omnisys Engenharia pela oportunidade, em especial aos Engenheiros Walter Blois e Walter Roschtz pela colaboração e compreensão.

Ao amigo e Doutor Sérgio Rodrigues Neves pela carta de recomendação à Coppe, e pelo incentivo dado durante todo o curso de mestrado.

Por fim, mas em primeiro lugar, ao meu Senhor, por me possibilitar a realizar um dos meus sonhos.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

ESTUDO DE ALGORITMOS ADAPTATIVOS DE BEAMFORMING COM DETECÇÃO DE ÂNGULO DE CHEGADA

Roberto Mouzinho de Castro

Abril/2011

Orientadora: Mariane Rembold Petraglia

Programa: Engenharia Elétrica

Neste trabalho, são investigados os desempenhos dos algoritmos adaptativos com restrições em um sistema de *beamforming*, que também é responsável pela estimação de ângulo de chegada (AOA). Os méritos dos algoritmos adaptativos com restrições são verificados em condições de campo distante, fazendo uso de duas estruturas *beamforming* para sinais de faixa estreita e de faixa larga. Para se ter um cenário mais adequado para as simulações, um método de estimativa de AOA é usado e um modelo de alvo em movimento é proposto e testado em nossos experimentos. O foco principal desta dissertação são estes algoritmos adaptativos com restrições e suas aplicações LCMV (*Linearly Constrained Minimum Variance*). São utilizadas duas versões da estrutura de *beamforming* para sinais de faixa larga, uma no domínio da transformada cosseno discreta e outra no domínio da transformada wavelet discreta. Estas versões mostraram-se estáveis e apresentaram melhoria na velocidade de convergência.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

STUDY OF ADAPTIVE ALGORITHMS WITH DETECTION OF ANGLE OF ARRIVAL

Roberto Mouzinho de Castro

April/2011

Advisor: Mariane Rembold Petraglia

Department: Electrical Engineering

In this work, we investigate the performance of constrained adaptive algorithms in a beamforming system that is also responsible for the estimation of the angle of arrival (AOA). The merits of constrained adaptive algorithms are verified in an assumed far field condition, making use of two structures: beamforming for broadband signals and for narrowband signals. In order to have a more suitable scenario for the simulations, an AOA estimation method is used and a moving target model is proposed and tested in our experiments. This dissertation is concerned with the class of constrained adaptive algorithms and their applications to Linear Constrained Minimum Variance (LCMV) methods. Two versions of the beamforming structure to broadband signals are used, one in the discrete cosine transform domain (DCT) and the other in the discrete wavelet transform domain (DWT). These two versions exhibit good properties concerning stability and present improvement in the speed of convergence.

Sumário

Lista de Figuras	x
Lista de Tabelas	xii
1 Introdução	1
1.1 Introdução	1
1.2 Contribuições da Dissertação	2
1.3 Organização da Dissertação	3
2 Algoritmos de Estimação de Ângulo de Chegada (AOA)	4
2.1 Simplificações com Relação à Fonte de Sinal	5
2.1.1 Métodos Clássicos de Estimação de AOA	7
2.2 Métodos Não Paramétricos	8
2.2.1 Método <i>Beamforming</i>	8
2.2.2 Método Capon	8
2.3 Métodos Paramétricos	9
2.3.1 Método MUSIC	9
2.3.2 Métodos ‘TDOA-based’	10
2.4 Métodos Clássicos de Estimação de AOA Adaptados para Campo Próximo	11
2.4.1 Análise e Desempenho dos Métodos de Estimação de AOA para Campo Próximo	12
2.5 Conclusão	17
3 Conformação de Feixe Adaptativo (<i>Beamforming</i>)	18
3.1 Solução de Wiener	20
3.2 Solução de Wiener com Restrições Lineares	21
3.3 O Algoritmo LMS com Restrições Lineares	24
3.4 O Algoritmo RLS com Restrições Lineares	25
3.5 O Algoritmo CAP com Restrições Lineares	26
3.6 O Algoritmo Gradiente Conjugado e com Restrições Lineares	28
3.7 Conclusão	30

4	Integração dos Filtros Adaptativos com Restrições Lineares e da Detecção de AOA em uma Estrutura <i>Beamforming</i>	31
4.1	Técnicas de <i>Beamforming</i> Adaptativo	31
4.2	Configuração de Desenvolvimento	32
4.3	Desempenho e Análise dos Algoritmos de <i>Beamforming</i>	34
4.4	Conclusão	38
5	Algoritmo LMS com Restrições Lineares para uma Estrutura <i>Beamforming</i> Banda Larga	43
5.1	O Algoritmo <i>Constrained Least Mean Squares</i> no Domínio do Tempo	43
5.2	O Algoritmo LMS com Restrições Lineares no Domínio da Transformada	46
5.2.1	O Algoritmo LMS com Restrições Lineares no Domínio da Transformada Cosseno Discreta (DCT-CLMS)	47
5.2.2	O Algoritmo LMS com Restrições Lineares no Domínio da Transformada Wavelet Discreta (DWT-CLMS)	50
5.2.3	Simulações	51
5.3	Considerações Finais	61
6	Conclusão	64
6.1	Trabalhos Futuros	65
	Referências Bibliográficas	66

Lista de Figuras

2.1	Arranjo Linear Uniforme em campo distante.	6
2.2	Arranjo Linear Uniforme em campo próximo.	6
2.3	Resultados para distância $r = 1,5$ m e SNR = 20 dB.	13
2.4	Resultados para distância $r = 1,5$ m e SNR = 20 dB.	13
2.5	Resultados para distância $r = 0,3$ m e SNR = 20 dB.	14
2.6	Resultados para distância $r = 0,3$ m e SNR = 20 dB.	14
2.7	Resultados para distância $r = 1,5$ m e SNR = 5 dB.	15
2.8	Resultados para distância $r = 1,5$ m e SNR = 5 dB.	15
3.1	Estrutura <i>beamforming</i> de sinais faixa estreita.	19
3.2	Configuração de um filtro adaptativo.	21
3.3	Visualização da solução gráfica do algoritmo CLMS.	24
4.1	Cenário de acompanhamento do alvo em movimento	33
4.2	Estrutura de <i>beamforming</i> com detecção de AOA	34
4.3	Vista do espectro estimado em 3D e 2D do algoritmo Capon para uma simulação de 2 s com velocidade de 10 m/s.	36
4.4	Vista do feixe estimado em 3D e 2D do algoritmo CLMS para uma simulação de 2 s com velocidade de 10 m/s.	37
4.5	Vista em 3D e 2D do feixe do algoritmo CRLS estimado para uma simulação de 2 s com velocidade de 10 m/s.	38
4.6	Vista do espectro estimado em 3D e 2D do algoritmo CCG para uma simulação de 2 s com velocidade de 10 m/s.	39
4.7	Vista do espectro estimado em 3D e 2D do algoritmo CAP para uma simulação de 2 s com velocidade de 10 m/s.	40
4.8	Feixe adaptativo e o espectro de AOA estimado ao final de 2 s de simulação para $v=1$ m/s.	41
4.9	Feixe adaptativo e o espectro de AOA estimado ao final de 2 s de simulação para $v=10$ m/s.	42
5.1	Estrutura <i>Beamforming</i> de banda larga.	44
5.2	Estrutura <i>Beamforming</i> de banda larga no Domínio da Transformada.	48

5.3	Vista 3D do espectro espacial estimado.	52
5.4	Vista 3D da conformação de feixe do algoritmo CLMS.	53
5.5	Vista 3D da conformação de feixe do algoritmo DCT-CLMS.	54
5.6	Vista 3D da conformação de feixe do algoritmo DWT-CLMS.	55
5.7	Vista 2D do espectro espacial com o feixe adaptativo.	55
5.8	Vista 2D do espectro espacial com o feixe adaptativo.	56
5.9	Vista 2D do espectro espacial com o feixe adaptativo.	56
5.10	Vista 3D do espectro de AOA estimado.	57
5.11	Vista 3D da conformação de feixe do algoritmo de <i>beamforming</i> CLMS.	58
5.12	Vista 3D da conformação de feixe do algoritmo de <i>beamforming</i> DCT- CLMS.	59
5.13	Vista 3D da conformação de feixe do algoritmo de <i>beamforming</i> DWT- CLMS.	60
5.14	Vista de 2D do espectro espacial com o feixe adaptativo.	61
5.15	Vista de 2D do espectro espacial com o feixe adaptativo.	62
5.16	Vista de 2D do espectro espacial com o feixe adaptativo.	63

Lista de Tabelas

2.1	Erro absoluto ($\theta - \theta_{estimado}$, em graus), SNR = 20 dB, $R = 0,3$ m . . .	16
2.2	Erro absoluto ($\theta - \theta_{estimado}$, em graus), SNR = 5 dB, $R = 1,5$ m . . .	16
3.1	Algoritmo CLMS	25
3.2	Algoritmo CRLS	26
3.3	Algoritmo CAP	28
3.4	Algoritmo CCG	30

Capítulo 1

Introdução

1.1 Introdução

A chamada filtragem espacial, ou *beamforming*, tem sido uma técnica usada há vários anos, na sua versão analógica, para solucionar vários tipos de problemas como [1]: radar (controle de tráfego aéreo), sonar (classificação de fontes), comunicações (transmissão direcional, rádio difusão setorizado em comunicações via satélite), imagem (tomografia, ultra-som), exploração geofísica (exploração de petróleo, mapeamento), exploração astrofísica (imagem de alta resolução do universo) e biomedicina (monitoração do coração dos fetos, ajuda auditiva).

A técnica de *beamforming* é implementada com o auxílio de um arranjo de sensores convenientemente espaçados cuja finalidade é receber um sinal proveniente de uma determinada direção de interesse e rejeitar sinais interferentes provenientes de direções indesejáveis. Para fazer isto, uma simples e intuitiva abordagem pode se basear nos métodos de estimação de ângulo de chegada (AOA, do inglês *angle of arrival*) com um arranjo de sensores, seguido de um procedimento de *beamforming* adaptativo. A viabilidade da aplicação prática desta técnica em sistemas de comunicações digitais depara com alguns obstáculos, tais como a necessidade de um processador digital adequado e, conseqüentemente, um algoritmo adaptativo apropriado que seja suficientemente robusto, rápido e com uma complexidade computacional reduzida.

A estimação do ângulo de chegada por um arranjo de sensores é amplamente conhecida, e existem vários métodos de estimação disponíveis na literatura. Ao longo destes anos, esta técnica recebeu ainda mais atenção, devido ao uso de antenas inteligentes para melhoria do desempenho em comunicações móveis (por exemplo, em sistemas 3G). Os principais métodos de estimação de AOA compreendem diferentes técnicas, como por exemplo, técnicas *beamforming* [2]-[3], métodos baseados em subespaços [4], [5] e máxima verossimilhança (em inglês *maximum likelihood*) [6].

O problema que pode surgir, quando o processo de acompanhamento de AOA é adotado para fontes móveis, é o tempo necessário para obter estimativas precisas de AOA. A maioria dos métodos de estimação de AOA são baseados no modelo de arranjo [3], que necessita de uma pequena quantidade do sinal transmitido pelo alvo (corrompido por ruídos e interferências) para conseguir uma estimativa aceitável. Se o alvo está se movendo rapidamente em relação à estimativa da velocidade do AOA, o procedimento de acompanhamento pode apresentar um desempenho ruim. Na verdade, com base nessa premissa, as abordagens de acompanhamento mais refinado podem ser encontradas na literatura. Em [7], por exemplo, uma abordagem mais elaborada foi apresentada como uma alternativa de superar a suposta deterioração do desempenho das técnicas tradicionais quando se lida com um alvo móvel.

Apesar de um acompanhamento adequado de alvos em movimento rápido poder não ser alcançado com a abordagem baseada nos métodos clássicos de AOA, presume-se que pelo menos para alvos com movimento lento ela possa comportar-se bem o suficiente.

1.2 Contribuições da Dissertação

Nesta dissertação é feita uma avaliação dos algoritmos adaptativos com restrições lineares em aplicações LCMV. Com base em simulações, são apresentados os desempenhos dos *beamformers* no acompanhamento de um alvo em movimento com velocidade mediana, baseado na estimativa do AOA correspondente. São utilizadas duas estruturas de *beamforming* para os testes: uma estrutura de *beamforming* para sinais de faixa estreita e outra para sinais de faixa larga, conhecida como *tapped delay line* (TDL).

Para a primeira estrutura são avaliados quatro diferentes algoritmos de filtragem adaptativa com restrições lineares: CLMS (*Constrained Least Mean Square*) [8], CAPA (*Constrained Affine Projection Algorithm*) [9], CCG (*Constrained Conjugate Gradient*) [10] e CRLS (*Constrained Recursive Least Squares*) [11]. Dado que o foco escolhido foram os algoritmos de *beamforming* adaptativos, um único método para estimar AOA foi utilizado: o Capon [2]. Já nos testes realizados para a estrutura *beamforming* envolvendo sinais de faixa larga, foi utilizado o algoritmo CLMS no domínio do tempo [8], no domínio da transformada cosseno discreta (DCT-CLMS) [12] e no domínio da transformada wavelet discreta (DWT-CLMS) [13]-[14], sendo o método utilizado para a estimativa de AOA, neste caso, também o Capon.

1.3 Organização da Dissertação

No Capítulo 2, são apresentados alguns conceitos básicos de estimação de ângulo de chegada. No Capítulo 3, são abordados os métodos de filtragem adaptativa com e sem restrições lineares, onde também é apresentada a utilização dos filtros adaptativos com restrições lineares adotados para a estrutura de *beamforming*. No Capítulo 4, os desempenhos dos algoritmos são apresentados na integração dos filtros adaptativos com restrições à detecção de ângulo de chegada, na estrutura de *beamforming* para sinais de faixa estreita. No Capítulo 5, o algoritmo CLMS é avaliado em três formas diferentes: no domínio do tempo, no domínio da transformada cosseno discreta e no domínio da transformada wavelet discreta em uma estrutura de *beamforming* de banda larga. Conclusões e sugestões para trabalhos futuros são apresentadas no Capítulo 6.

Capítulo 2

Algoritmos de Estimação de Ângulo de Chegada (AOA)

A detecção ou estimação do ângulo de chegada é um campo proeminente de aplicação de técnicas de processamento de sinais. Sua teoria básica aplica-se aos sinais harmônicos em geral, compreendendo fenômenos físicos de ondas da natureza tão distintos quanto campos eletromagnéticos, ondas acústicas e ondas oceânicas, entre outros. A respeito das aplicações nos sistemas de telecomunicações, por exemplo, a estimação de AOA é amplamente usada em serviços baseados na localização, conhecido como LBS (do inglês *location based service*) e nos sistemas de antenas inteligentes [15]-[16]. No campo das ondas acústicas, a síntese de microfones diretivos e o acompanhamento de locutor em ambiente *indoor* podem ser escolhidos como exemplos de aplicações [17]-[18]. Há diversos métodos de estimação do AOA disponíveis na literatura. Dentre eles podemos citar os métodos *Beamforming* [3], Capon [2], MUSIC (*Multiple Signal Classification*) [4], e os ‘TDOA-based’ [18], [19]. Enquanto os primeiros se baseiam na diferença de fase entre as frentes de onda que interceptam os múltiplos sensores do arranjo, os métodos ‘TDOA-based’ tentam explorar a correlação entre os pares de sensores, para obter uma melhor estimativa da diferença de tempo de chegada (TDOA, do inglês *Time Difference of Arrival*) entre as frentes de onda e, conseqüentemente, o AOA correspondente.

Há duas abordagens para o problema de análise espectral. Uma delas é aplicar um filtro passa-banda de faixa estreita ao sinal que está sendo estudado, varrendo todo o espectro de frequências de interesse. A potência de saída do filtro dividida pela largura de faixa do filtro é usada como medida do conteúdo espectral do sinal original. Tal procedimento corresponde essencialmente ao que chamados ‘métodos clássicos’ (ou não paramétricos) de análise espectral. Uma outra abordagem é conhecida como ‘paramétrica’, a qual assume *a priori* o conhecimento de algumas propriedades estatísticas do sinal. Via de regra, a abordagem paramétrica produz estimativas melhores [3]. Por outro lado, quando aquelas propriedades não estão

disponíveis ou quando o sinal medido não apresenta boa correlação com o modelo assumido, os métodos não paramétricos podem apresentar desempenho melhor que os paramétricos [20].

Neste capítulo vamos abordar alguns métodos de estimação de AOA que empregam algumas simplificações com relação à fonte de sinal, que em muitas situações práticas, como a condição de campo distante, não são encontradas. Ainda, três métodos clássicos (*Beamforming*, Capon e MUSIC) serão avaliados em condições de campo próximo. A fim de melhorar tais análises, uma simples adaptação dos métodos clássicos é feita e testada para esta condição. A análise também compreende uma abordagem baseada na estimação de TDOA.

2.1 Simplificações com Relação à Fonte de Sinal

Em geral, todos os algoritmos de estimação de AOA assumem um número de simplificações com relação à fonte de sinal (ou sinais) e aos arredores do arranjo. A condição de campo distante é uma delas. Para o problema de estimação de AOA em condição de campo distante, as frentes de onda são planas e o arranjo é ‘distante o suficiente’ da fonte. Mais especificamente, tal condição pode ser analiticamente descrita como [21]:

$$\begin{aligned} r &> \frac{2D^2}{\lambda} \\ r &\gg \lambda \end{aligned} \tag{2.1}$$

onde r é a separação entre o arranjo e a fonte, D é a máxima dimensão do arranjo (largura ou altura), e λ é o comprimento de onda. A Fig. 2.1 ilustra um único sinal chegando em um arranjo uniforme linear (ULA) sob condição de campo distante, considerando m sensores. Para aplicações *outdoor*, a condição de campo distante é usualmente respeitada. Por outro lado, em ambiente *indoor* a condição de campo distante não é respeitada dentro de uma distância considerável. Por exemplo, para um tom de 1 kHz ($\lambda = 0,34$ m) e uma rede de sensores com uma separação de $\frac{\lambda}{2}$ entre os consecutivos sensores, a condição de campo distante corresponde a $r \gg 1,53$ m. Portanto, no caso *indoor*, a condição de campo próximo com as frentes de ondas esféricas é mais adequada, como podemos observar na Fig. 2.2.

Uma outra condição quando se trata de métodos de estimação de AOA é que ambas as informações de fase e amplitude estão disponíveis. Em outras palavras, um sinal complexo é assumido chegando à rede de sensores. Se o problema diz respeito a sistemas de comunicações móveis, isto é geralmente verdade. Mas, quando ondas acústicas são consideradas, o sinal é geralmente real. Não obstante, a maioria dos métodos clássicos de estimação conta com a hipótese de sinais complexos. Quando sinais reais são considerados, estes métodos não fornecem boas estimativas do

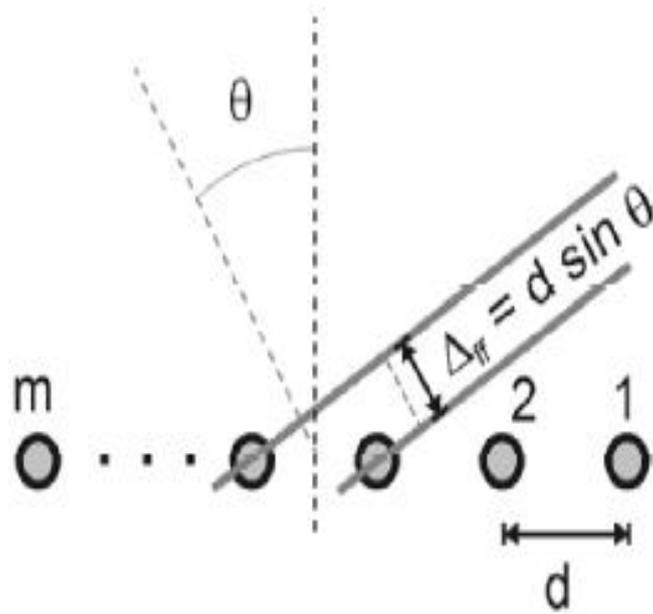


Figura 2.1: Arranjo Linear Uniforme em campo distante.

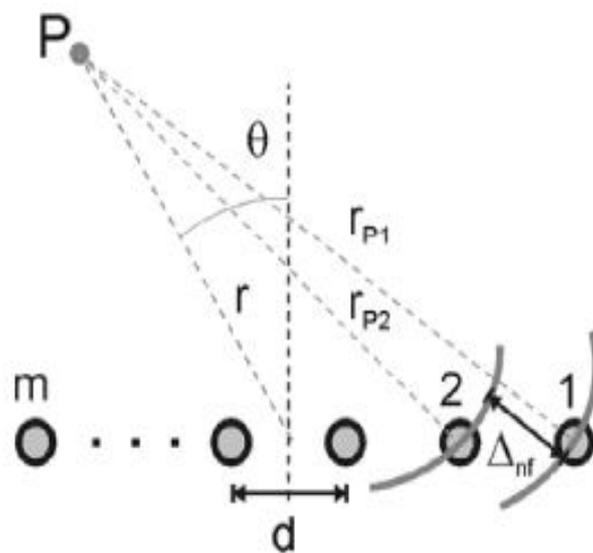


Figura 2.2: Arranjo Linear Uniforme em campo próximo.

espectro espacial. Sinais de faixa estreita são geralmente assumidos para a maioria dos métodos clássicos de estimação. Embora tal hipótese seja bastante razoável para vários problemas envolvendo sistemas de comunicações, na estimação da AOA de sinais acústicos o modelo de faixa larga ocorre mais frequentemente.

2.1.1 Métodos Clássicos de Estimação de AOA

Em geral os chamados ‘métodos clássicos’ de estimação de AOA são baseados no ‘modelo de arranjo’, expresso como segue [3]. Tomando a Fig. 2.1 como referência, se um sinal $s(k)$ chega em m sensores de uma ULA com um AOA θ , um vetor $\mathbf{x}(k)$ é formado nas saídas dos sensores, tal que:

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{a}(\theta)s(k) + \mathbf{v}(k) \quad (2.2)$$

$$\mathbf{x}(k) = \begin{bmatrix} x_1(k) & \cdots & x_m(k) \end{bmatrix}^T \quad (2.3)$$

$$\mathbf{v}(k) = \begin{bmatrix} v_1(k) & \cdots & v_m(k) \end{bmatrix}^T \quad (2.4)$$

onde o símbolo $(.)^T$ representa a transposição de um vetor ou de uma matriz, x_i é o sinal recebido no i -ésimo sensor do arranjo, e v_i é o i -ésimo componente de ruído no sensor, usualmente considerado como ruído branco gaussiano. O vetor $\mathbf{a}(\theta)$ é conhecido como vetor direção (*steering vector*), e para um sinal de banda estreita é dado por:

$$\mathbf{a}(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & \exp(-j\omega_c\tau_2) & \cdots & \exp(-j\omega_c\tau_m) \end{bmatrix}^T \quad (2.5)$$

$$\tau_k = (k-1)\frac{d\sin\theta}{v} = (k-1)\frac{\Delta f}{v} \quad (2.6)$$

onde ω_c é a frequência do sinal, τ_k é o TDOA entre o k -ésimo sensor e o primeiro sensor, e v é a velocidade de fase do sinal. O caso representado pelas equações acima considera que as antenas (sensores) são idênticas e isotrópicas, e que o sinal $s(k)$ é faixa-estreita (com relação à resposta frequencial das antenas).

Podemos observar nas Eqs. (2.5) e (2.6) que o vetor direção contém a informação do AOA desejado. Dependerá de cada método a forma como essa informação será extraída. Vale a pena mencionar também que o modelo de arranjo pode ser estendido para o caso de multipercursos. Se chegarem sinais descorrelatados de n direções no arranjo, haverá então um vetor para cada direção. Se N vetores direção de tamanho $m \times 1$ forem justapostos, uma matriz $\mathbf{A}(\theta)$, de dimensão $m \times N$ é formada, usualmente chamada de *array manifold*. Então, a equação básica para o modelo de arranjo para o caso de multipercursos pode ser ainda representada pela Eq. (2.2),

trocando apenas o vetor direção pelo *array manifold* e o sinal $s(k)$ pelo vetor $\mathbf{s}(k)$ de tamanho $N \times 1$.

2.2 Métodos Não Paramétricos

Os métodos aqui descritos não utilizam nenhuma hipótese inicial sobre as propriedades estatísticas do sinal. Como tais, eles são ditos ‘não paramétricos’. Entretanto, nesses métodos o arranjo precisa estar calibrado, pois é necessário o conhecimento prévio do vetor direção.

2.2.1 Método *Beamforming*

O método *Beamforming* [22] é baseado no modelo de arranjo previamente descrito, e pode ser visto como um banco de filtros, no qual ao sinal de cada sensor é atribuído um ‘peso’¹. Um critério de otimização é escolhido para calcular os ‘pesos’ dos filtros, tal que a saída do filtro maximize somente o sinal de direção do AOA especificado, minimizando igualmente todas as outras direções do espectro angular [3]. Este princípio é muito simples e de rápida implementação, fornecendo uma estimação espectral dada por:

$$P(\theta) = \mathbf{a}^H(\theta)\hat{\mathbf{R}}\mathbf{a}(\theta) \quad (2.7)$$

onde o símbolo $(.)^H$ representa o hermitiano de um vetor ou de uma matriz, e $\hat{\mathbf{R}}$ é uma estimativa da matriz de autocorrelação do sinal \mathbf{R} , usualmente dada por:

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mathbf{x}^H(k)\mathbf{x}(k) \quad (2.8)$$

onde K é o número de amostras disponíveis do sinal.

2.2.2 Método Capon

O método de estimação conhecido por Capon [2] é baseado na mesma idéia do *Beamforming*. O objetivo do filtro de Capon é maximizar o sinal de uma certa direção θ , enquanto atenua os outros sinais que efetivamente chegam no arranjo em AOAs diferentes de θ . O filtro *beamforming*, por outro lado, avalia todos os ângulos do espectro espacial. É de se esperar que o método de Capon apresente um desempenho superior ao do *beamforming*, o que é usualmente confirmado empiricamente [20]. O espectro espacial estimado de Capon é dado por:

¹Importante lembrar que o *Beamforming* também é utilizado para modificar o diagrama de radiação do conjunto de sensores do arranjo, como indicado no Capítulo 3.

$$P(\theta) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta)\hat{\mathbf{R}}^{-1}\mathbf{a}(\theta)} \quad (2.9)$$

2.3 Métodos Paramétricos

Os métodos paramétricos podem oferecer estimativas espectrais mais precisas que os não-paramétricos nos casos onde os dados de fato satisfazem o modelo assumido. Entretanto, nos casos em que os dados não satisfazem os modelos assumidos, os métodos clássicos podem atuar melhor que os paramétricos devido à sensibilidade destes últimos a desvios do sinal real com relação ao modelo. Dentre alguns métodos paramétricos podemos citar o MUSIC [4] e o ESPRIT [3].

2.3.1 Método MUSIC

O método MUSIC é, talvez, o mais popular dos métodos paramétricos, e normalmente apresenta alta precisão e alta resolução quando as propriedades do sinal recebido são próximas das que foram assumidas *a priori*. Por outro lado, o maior inconveniente deste método paramétrico, é que ele assume o número de fontes n como parâmetro conhecido, quando de fato, conhecer esse número de fontes é problema adicional de estimação. Este é um método relativamente simples e eficiente de estimação de AOA, baseado na decomposição em subespaços lineares por autovalores. Em essência o espaço linear é decomposto em 2 espaços ortogonais: um associado ao ruído e outro ao sinal original. A decomposição da matriz autocorrelação pode ser feita por autovalores ou por valor singular. Uma vez estimado o subespaço de ruído, buscam-se vetores direção que sejam os mais ‘ortogonais’ ao subespaço de ruído possível. Mais especificamente, se \mathbf{R} é a matriz de autocorrelação do sinal, sua decomposição por autovalores é tal que:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{S} & \mathbf{G} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \lambda_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{S}^H \\ \mathbf{G}^H \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_1 & \cdots & \mathbf{s}_n \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_1 & \cdots & \mathbf{g}_{m-N} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

onde λ_i é um autovalor da matriz \mathbf{R} de posto m , \mathbf{s}_i é um vetor $m \times 1$ representando o subespaço real do sinal e \mathbf{g}_i é um vetor $m \times 1$ representando o subespaço de ruído, sendo estes subespaços ortogonais.

Baseado em tal ortogonalidade, os AOAs podem ser interpretados como os n

picos da seguinte função:

$$P(\theta) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta)\hat{\mathbf{G}}\hat{\mathbf{G}}^H\mathbf{a}(\theta)} \quad (2.13)$$

onde $\hat{\mathbf{G}}$ é uma estimativa da matriz do subespaço de ruído \mathbf{G} .

2.3.2 Métodos ‘TDOA-based’

Os métodos ‘TDOA-based’ [18] consistem na obtenção de estimativas das diferenças de atraso entre os pares de sensores e no processamento destas, de forma a obter a informação do AOA, que é também função do local e da geometria do arranjo. Este método é aplicado tanto para sinais faixa larga como para sinais faixa estreita, o que é uma grande vantagem quando comparado aos métodos clássicos. Entretanto, os métodos ‘TDOA-based’ assumem um único percurso chegando ao arranjo. Logo, sua aplicação torna-se limitada quando se considera o problema dos multipercursos. O cálculo dos atrasos entre qualquer par de sensores pode ser executado primeiro computando-se a correlação cruzada dos sinais entre todos os pares de sensores possíveis. O vetor de correlação cruzada para o i -ésimo e o j -ésimo sensores é um vetor $N \times 1$ representado por Φ_{ij} , onde cada elemento pode ser estimado por:

$$\hat{\Phi}_{ij}(k) = \sum_l x_i(l)x_j^*(k+l) \quad \text{para } k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (2.14)$$

onde N é o número total de intervalos de retardo de tempo e o somatório é efetuado usando uma janela dos dados disponíveis no instante do cálculo da estimativa. Dado que o número de pares possíveis np é dado por uma condição binomial ou seja:

$$np = \binom{m}{2} = \frac{m!}{2!(m-2)} \quad (2.15)$$

uma matriz Φ de correlação cruzada de dimensão $N \times np$ pode ser computada para o arranjo inteiro. A correlação cruzada pode ser facilmente calculada se sua densidade espectral de potência cruzada correspondente for estimada inicialmente, dado que no domínio espectral uma simples multiplicação é necessária, ao invés da convolução.

O número de intervalos de retardo de tempo que maximiza Φ para cada par de sensores corresponde ao TDOA $\hat{\tau}_{ij}$ entre os sensores considerados. Em outras palavras:

$$\hat{\tau}_{ij} = \arg \max\{\Phi_{ij}\}/fs \quad (2.16)$$

onde fs é a frequência de amostragem do sinal.

Assumindo um único percurso em condições de campo distante, a estimação de AOA é direta. Recordando a Eq. (2.6), vetores \mathbf{d} e $\hat{\tau}$ podem ser compostos, tais que:

$$d_{ij}\text{sen}(\theta) = v\hat{\tau}_{ij} \quad (2.17)$$

e

$$\mathbf{d}\text{sen}(\theta) = v\hat{\tau} \quad (2.18)$$

Finalmente, o AOA θ pode ser calculado por:

$$\theta = \text{sen}^{-1}[(\mathbf{d}^T \mathbf{d})^{-1} \mathbf{d}^T (v\hat{\tau})] \quad (2.19)$$

2.4 Métodos Clássicos de Estimação de AOA Adaptados para Campo Próximo

Os métodos de estimação de AOA serão avaliados em condições de campo próximo, típico de aplicações *indoor*. A fim de fazer isto, os algoritmos clássicos foram adaptados para incluir as separações de frentes de ondas esféricas, em vez das ondas planas. Relativamente aos dois primeiros sensores da ULA representado nas Figs. 2.1 e 2.2, o deslocamento das frentes de onda para os casos de campo próximo e campo distante são, respectivamente:

$$\Delta_{nf} = r_{p1} - r_{p2} = \sqrt{\left[\left(\frac{m-1}{2}\right)d\right]^2 + r^2 + 2\left(\frac{m-1}{2}\right)dr\text{sen}(\theta)} - \sqrt{\left[\left(\frac{m-1}{2} - 1\right)d\right]^2 + r^2 + 2\left(\frac{m-1}{2} - 1\right)dr\text{sen}(\theta)} \quad (2.20)$$

$$\Delta_{ff} \equiv d\text{sen}(\theta) \quad (2.21)$$

Então, um vetor direção para campo próximo dado pela Eq. (2.5) pode ser utilizado, fazendo uma simples substituição de Δ_{ff} por Δ_{nf} na Eq. (2.6). Na verdade, o modelo de campo próximo compreende também uma correção de amplitude, dado que a frente de onda esférica é proporcional a $1/r$. Entretanto, dado que a variação de fase é muito mais crítica do que a variação de amplitude, para uma abertura de arranjo pequena, esta variação de amplitude esférica não é considerada para o modelo adaptado. Por último, outra adaptação se faz necessária devido à natureza do domínio real de sinais, tais como áudio gravado de cada sensor

(como em uma rede de microfones). Neste trabalho, um procedimento simples foi adotado a fim de transformar o sinal original real no seu equivalente no domínio complexo. Basicamente, a banda superior (de π a 2π) foi anulada, e o resultado foi então obtido da transformada inversa (IFFT). Em geral, o resultado da estimativa de AOA com o sinal complexo correspondente foi satisfatório. Em outras palavras, neste processo, um simples cosseno tornou-se uma exponencial complexa.

2.4.1 Análise e Desempenho dos Métodos de Estimação de AOA para Campo Próximo

As análises de desempenho para campo próximo compreendem os métodos *Beamforming*, Capon e MUSIC, bem como o método baseado em TDOA descrito anteriormente. As versões originais de algoritmos para campo distante e as adaptadas para campo próximo foram avaliadas. As simulações foram realizadas para um sinal de faixa estreita corrompido por ruído branco (tom de 1 kHz, chegando a um arranjo linear uniforme, contendo $m=4$ sensores, de várias direções).

As simulações tentaram reproduzir as principais condições de campo próximo de uma pequena câmara acústica: separação da fonte de sinal à rede de sensores foi em torno de 0,5 a 2,0 m, a relação sinal ruído (SNR) variou de 0 a 40 dB, e a distância entre os consecutivos sensores foi $d = 10$ cm (inferior ao limite de Nyquist [3]). A taxa de amostragem $f = 180$ kHz foi assumida, ao invés de uma frequência de 44 kHz que seria mais realista (taxa de aquisição dos arquivos ‘wav’ de CDs gravados). A duração total do sinal para cada simulação foi de 0,1 s. Os resultados das simulações indicaram uma robustez inesperada dos algoritmos clássicos de campo distante à condição de campo próximo, como podemos observar nas Figs. 2.3 e 2.4. Na realidade, somente para distâncias menores do que 0,5m os métodos em campo distante apresentaram erros perceptíveis, como exemplificado nas Figs. 2.5 e 2.6. Quanto à influência de SNR, os métodos *Beamforming* e Capon foram mais suscetíveis do que o MUSIC, como podemos ver nas Figs. 2.7 e 2.8. Em geral, o algoritmo MUSIC apresentou os melhores resultados entre os métodos clássicos, enquanto o *Beamforming* teve o pior desempenho (embora também com erros relativamente pequenos).

Além dos métodos clássicos mencionados anteriormente, a versão simplificada da abordagem baseada em TDOA também foi avaliada em condições de campo próximo para o mesmo cenário. Ao contrário dos métodos de espectros espaciais, a abordagem TDOA fornece diretamente uma estimativa AOA. Assim, a fim de comparar o desempenho de todos os algoritmos de simulação, uma busca do máximo pico foi aplicada aos métodos clássicos para extrair as suas respectivas estimativas de AOA. As Tabs. 1 e 2 apresentam a comparação dos erros absolutos para as

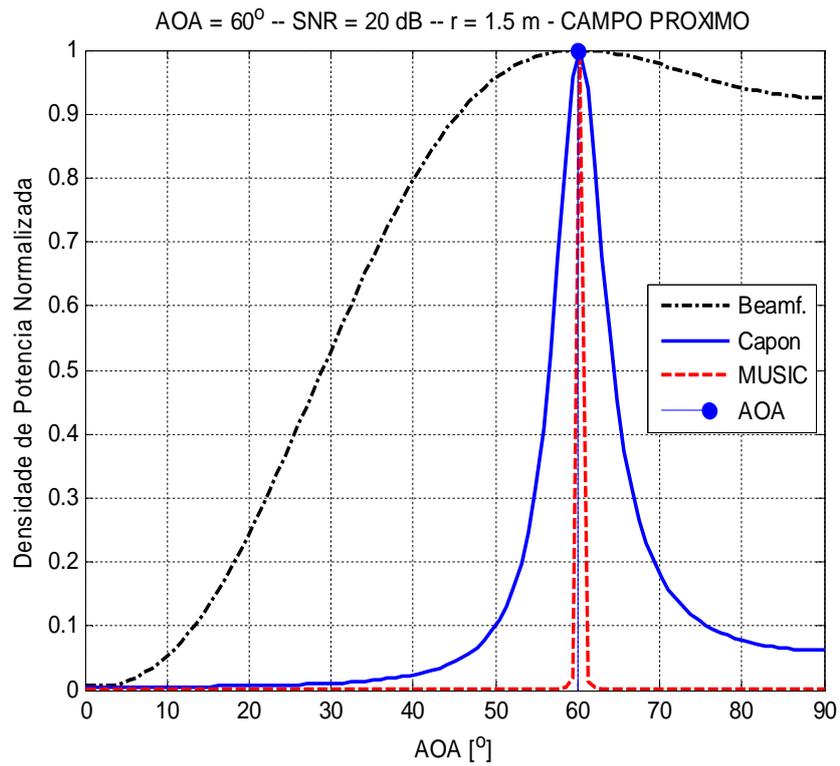


Figura 2.3: Resultados para distância $r = 1,5$ m e $\text{SNR} = 20$ dB.

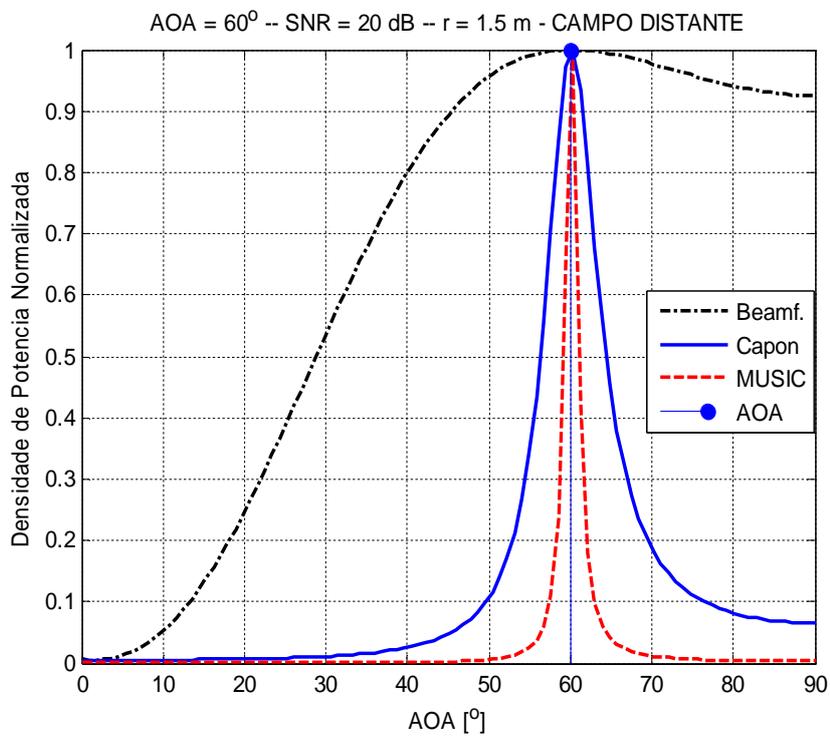


Figura 2.4: Resultados para distância $r = 1,5$ m e $\text{SNR} = 20$ dB.

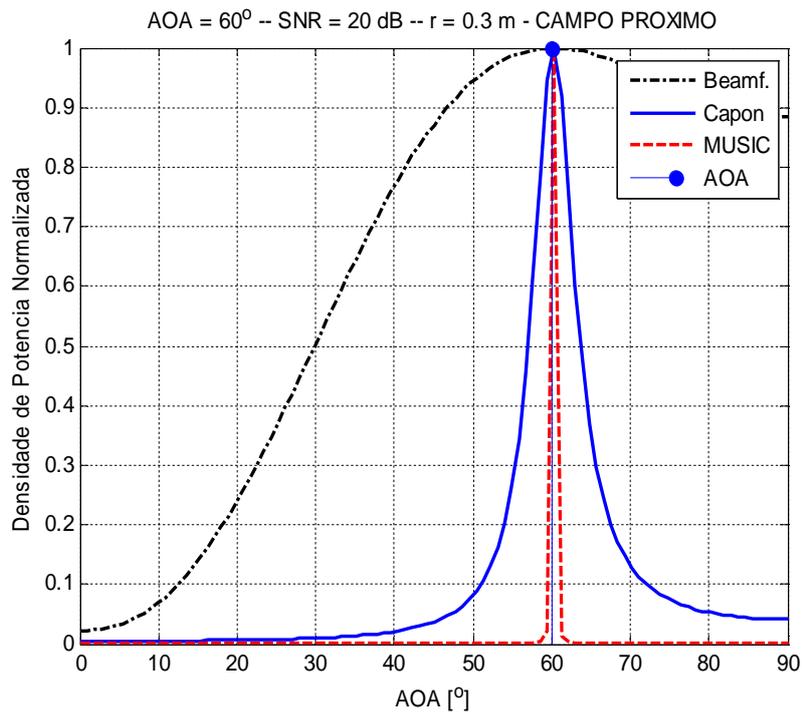


Figura 2.5: Resultados para distância $r = 0,3$ m e $\text{SNR} = 20$ dB.

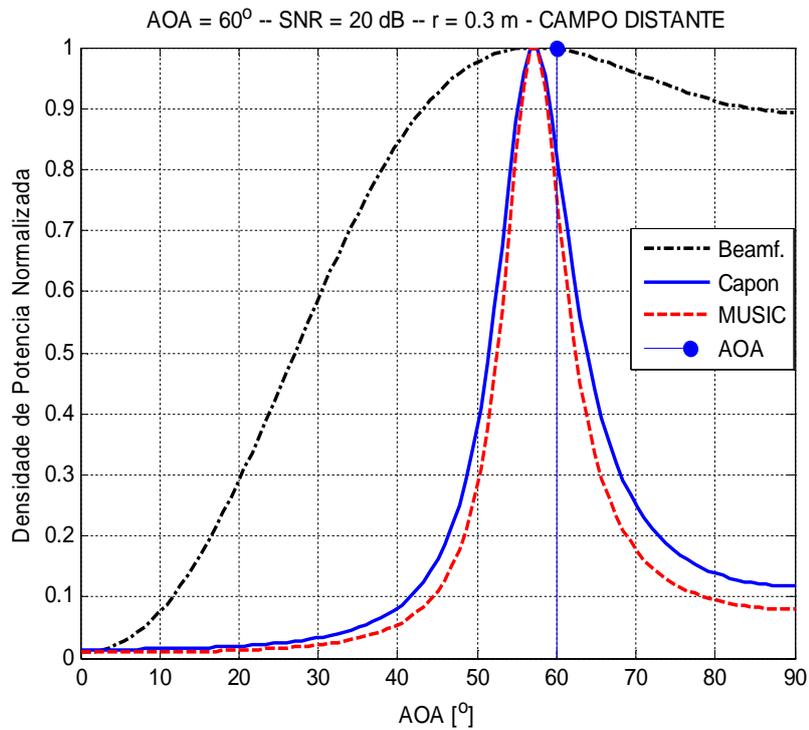


Figura 2.6: Resultados para distância $r = 0,3$ m e $\text{SNR} = 20$ dB.

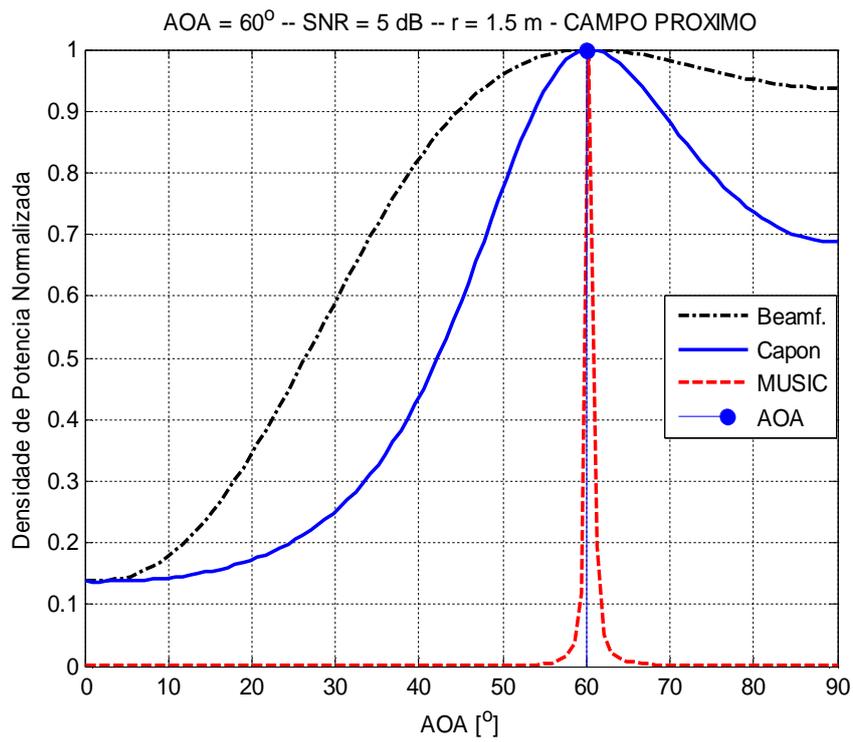


Figura 2.7: Resultados para distância $r = 1,5$ m e $\text{SNR} = 5$ dB.

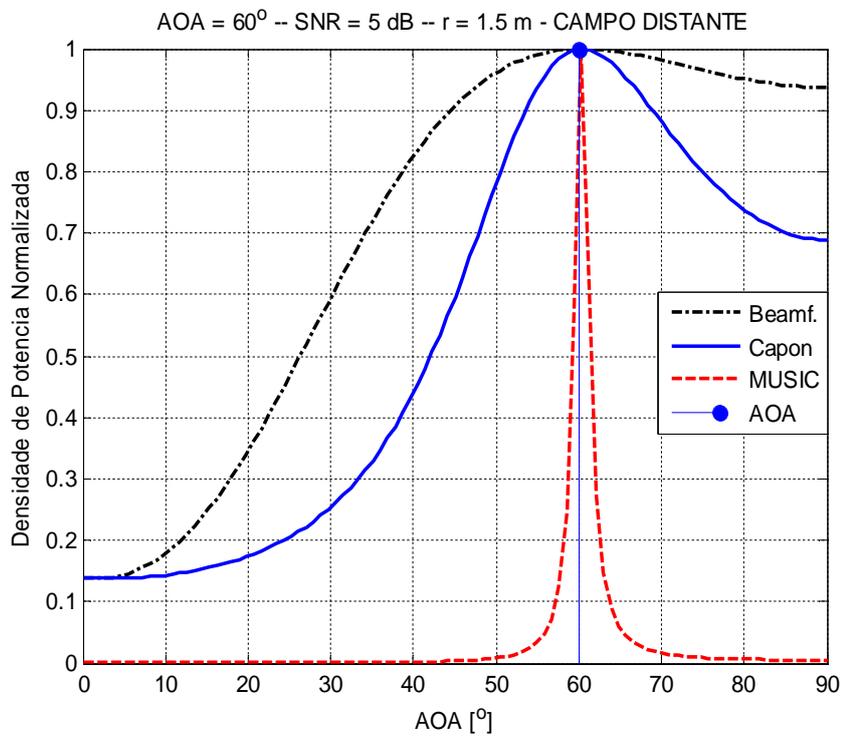


Figura 2.8: Resultados para distância $r = 1,5$ m e $\text{SNR} = 5$ dB.

situações representadas nas Figs. 2.5 e 2.6 (para SNR = 20 dB, $r = 0,3$ m) e nas Figs. 2.7 e 2.8 (para SNR = 5 dB, $r = 1,5$ m), considerando 10 diferentes ângulos de chegada (AOAs) entre 0° e 90° .

Em ambas as Tabs. 2.1 e 2.2, o comportamento anteriormente descrito dos métodos clássicos é mais explícito. É também notório que a abordagem do método de estimação baseado em TDOA [18] apresentou o pior desempenho de todos os algoritmos de simulação.

Tabela 2.1: Erro absoluto ($\theta - \theta_{estimado}$, em graus), SNR = 20 dB, $R = 0,3$ m

$\theta [^\circ]$	Campo Distante			Campo Próximo			TDOA
	Beamforming	Capon	MUSIC	Beamforming	Capon	MUSIC	
0	-1.00	-1.00	-1.00	-1.00	-1.00	-1.00	-30.66
10	1.00	1.00	1.00	0.00	0.00	0.00	-9.19
20	1.00	1.00	1.00	0.00	0.00	0.00	1.84
30	2.00	2.00	2.00	0.00	0.00	0.00	2.43
40	3.00	3.00	3.00	0.00	0.00	0.00	3.15
50	3.00	3.00	3.00	0.00	0.00	0.00	3.19
60	3.00	3.00	3.00	0.00	0.00	0.00	3.00
70	2.00	2.00	2.00	0.00	0.00	0.00	2.67
80	1.00	1.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.82
90	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00

Tabela 2.2: Erro absoluto ($\theta - \theta_{estimado}$, em graus), SNR = 5 dB, $R = 1,5$ m

$\theta [^\circ]$	Campo Distante			Campo Próximo			TDOA
	Beamforming	Capon	MUSIC	Beamforming	Capon	MUSIC	
0	-1.00	-1.00	-1.00	-1.00	-1.00	-1.00	-30.66
10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.12
20	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01
30	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.21
40	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.04
50	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.09
60	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.53
70	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.46
80	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.08
90	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	6.01

2.5 Conclusão

Foram analisados alguns métodos de estimação de AOA, e também uma abordagem de estimação baseada em TDOA, em condições de campo próximo, especialmente para a propagação de sinais acústicos. Além das implicações geométricas dessa condição, o impacto sobre a natureza real dos sinais acústicos para abordagens de estimativa do referido AOA foi também discutido. Uma adaptação simples de campo próximo foi proposta para ser usada em técnicas de estimativa com base em métodos clássicos de AOA como *Beamforming*, Capon, e Music. A nova proposta foi avaliada com a ajuda de simulações de um sinal de banda estreita de único percurso chegando ao arranjo de sensores de abertura pequena, em condições de campo próximo. Embora o método proposto seja utilizado em cenário de campo próximo, típico de ambientes *indoor*, os métodos de campo distante apresentaram uma robustez inesperada. O pequeno aumento do erro observado apenas para situações em que a fonte está muito próxima do arranjo de sensores foi uma indicação de que mesmo em condições de campo próximo, as abordagens de campo distante fornecem estimativas de AOA precisas. Uma versão simplificada da abordagem baseada em TDOA também foi simulada, a fim de se comparar seu desempenho com os dos métodos clássicos. Embora já esperássemos que tais métodos fossem apresentar desempenho superior [19], especialmente para os sinais de banda larga, simulações para sinais de faixa estreita levaram a uma conclusão um pouco diferente. De qualquer forma, exceto para o comportamento de estimativa pobre nas bordas do espectro espacial (0° a 90°), o desempenho do método baseado em TDOA foi tão ruim quanto os dos métodos clássicos de estimação de AOA em condições de campo distante.

Capítulo 3

Conformação de Feixe Adaptativo (*Beamforming*)

Beamforming adaptativo [23] é uma técnica em que um arranjo de sensores é usado para fornecer a máxima recepção em uma direção especificada, baseado na estimativa do sinal de chegada (em presença de ruído), enquanto sinais da mesma frequência que chegam de outras direções são rejeitados. Isto é feito variando os pesos dados aos sinais dos diferentes sensores do arranjo. Basicamente esta técnica utiliza a idéia de que, embora sinais provenientes de diferentes fontes ocupem o mesmo canal de frequência, eles chegam de diferentes direções. Neste caso, a filtragem espacial é feita para separar o sinal desejado de sinais interferentes. Vamos considerar a configuração do *beamforming* adaptativo mostrado na Fig 3.1.

A saída do arranjo $y(k)$ é uma soma ponderada dos sinais recebidos $s_i(k)$ no arranjo e de ruídos $v_i(k)$. Os pesos $w_1 w_2 \dots w_m$ são computados de forma que a saída do arranjo $y(k)$ se aproxima do sinal desejado ou sinal de referência $d(k)$. O sinal de referência é uma sequência de treinamento ou um ‘*spreading code*’, que é conhecido no receptor. O formato do sinal de referência varia e depende do sistema onde o *beamforming* adaptativo está implementado. O sinal de referência usualmente tem uma boa correlação com o sinal desejado e o grau de correlação influencia a precisão e a convergência do algoritmo. A saída do arranjo é dada por:

$$y(k) = \mathbf{w}^H \mathbf{x}(k) \quad (3.1)$$

onde \mathbf{w}^H denota o transposto conjugado ou hermitiano do vetor de peso $\mathbf{w} = [w_1 w_2 \dots w_m]^T$.

Para computar os pesos ótimos, a resposta desejada na saída do arranjo deve ser conhecida. O sinal no m -ésimo sensor (antena) é a soma dos sinais que chegam no arranjo de diferentes direções $s_i(k)$ e de ruído, ou seja:

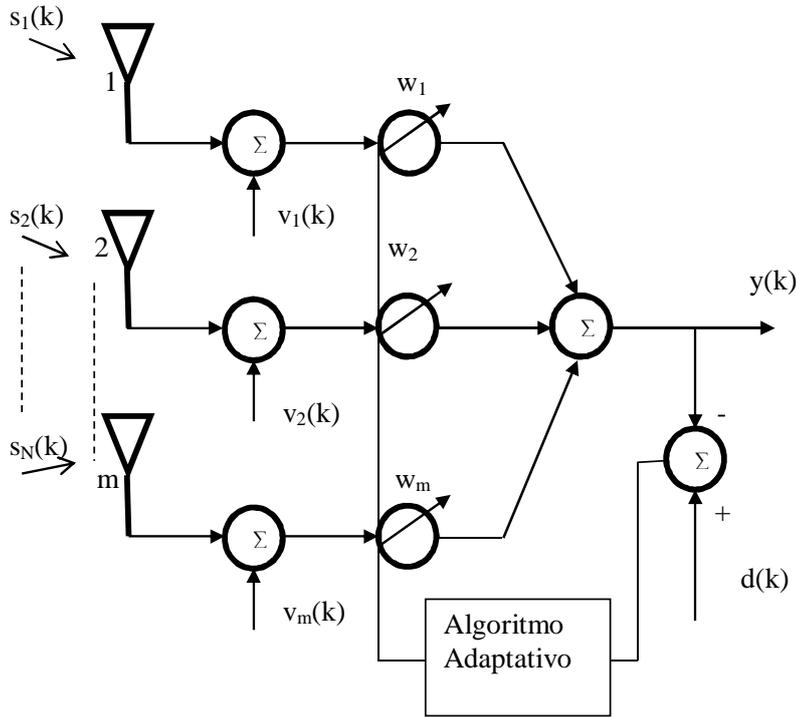


Figura 3.1: Estrutura *beamforming* de sinais faixa estreita.

$$x_m(k) = \sum_{i=1}^N G_i s_i(k) e^{-j2\phi f_c \tau_m(\theta_i)} + v_m(k) \quad (3.2)$$

O $s_i(k)$ compõe tanto o sinal desejado, quanto os sinais interferentes. τ_m é o atraso no sensor m do sinal vindo da direção θ_i , f_c é a frequência da portadora e G_i corresponde ao ganho da amplitude de cada fonte i . Assumindo os ganhos G_i unitários, tem-se:

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{A}(\theta)\mathbf{s}(k) + \mathbf{v}(k) \quad (3.3)$$

$$\mathbf{A}(\theta) = \begin{bmatrix} \mathbf{a}(\theta_1) & \mathbf{a}(\theta_2) & \cdots & \mathbf{a}(\theta_i) \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

$$\mathbf{s}(k) = \begin{bmatrix} s_1(k) & s_2(k) & \cdots & s_N(k) \end{bmatrix}^T \quad (3.5)$$

sendo $\mathbf{a}(\theta_i)$ conhecido como vetor direção para um particular sinal proveniente da direção θ_i , ou seja:

$$\mathbf{a}(\theta_i) = \left[1 \quad \exp(-j\omega_c\tau_2(\theta_i)) \quad \cdots \quad \exp(-j\omega_c\tau_m(\theta_i)) \right]^T \quad (3.6)$$

A saída do arranjo $\mathbf{x}(k)$ pode ser reescrita como:

$$\mathbf{x}(k) = \sum_{i=1}^N s_i(k)\mathbf{a}(\theta_i) + \mathbf{v}(k) \quad (3.7)$$

onde assumimos daqui por diante que o sinal desejado é $s_1(k)$, sendo os demais considerados interferências.

Entretanto, tendo a informação acima, os algoritmos adaptativos são requeridos para estimar $s_1(k)$ de $\mathbf{x}(k)$ minimizando o erro entre o sinal estimado $\hat{s}_1(k)$ e o sinal original $s_1(k)$.

Esta abordagem adaptativa é eficiente no acompanhamento da direção dos sinais interferentes, mas requer alguma informação *a priori* do sinal desejado. Na prática o uso de um sinal de "referência", que apresente uma boa correlação com o sinal desejado, é comum em alguns sistemas.

Dado que o sinal de referência não está sempre disponível, uma alternativa que apresenta bons resultados é a aplicação de restrições lineares para o vetor de pesos. Este é o caso dos filtros chamados LCMV (*Linearly Constrained Minimum Variance*), onde se escolhem seus pesos para minimizar a variância da saída do filtro, sujeito a restrições lineares.

3.1 Solução de Wiener

Uma configuração básica de um filtro adaptativo discreto no tempo está ilustrada na Fig 3.2. Nela observamos que $x(k)$ é o sinal de entrada (representado por $\mathbf{x}(k)$ na forma vetorial), $d(k)$ é um sinal de referência, $y(k)$ é a saída do filtro adaptativo e $\varepsilon(k)$ é o erro a priori entre o sinal de referência e o da saída do filtro. O erro é utilizado para ajustar o vetor de coeficientes do filtro, $\hat{\mathbf{w}}(k)$, através de um algoritmo adaptativo.

O processo de atualização dos coeficientes de um filtro adaptativo é realizado minimizando uma determinada função custo. Uma função custo bastante utilizada é o erro médio quadrático (MSE), que é definida como

$$\xi(k) = E[|\varepsilon(k)|^2] = E[\varepsilon(k)\varepsilon^*(k)], \quad (3.8)$$

na qual $E[\cdot]$ denota o operador valor esperado e

$$\varepsilon(k) = d(k) - \mathbf{w}^H(k)\mathbf{x}(k) \quad (3.9)$$

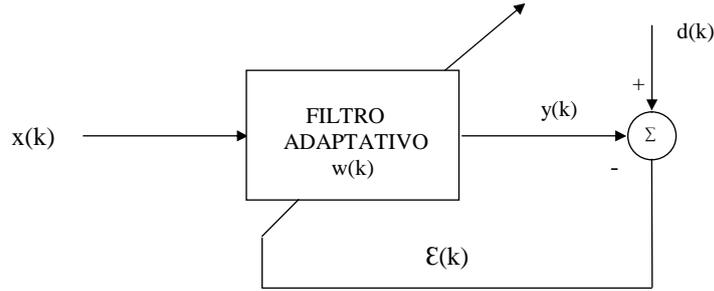


Figura 3.2: Configuração de um filtro adaptativo.

é o erro *a priori* (antes da atualização dos coeficientes) no instante k .

Então, usando o operador valor esperado de ambos os lados, tem-se:

$$E[|\varepsilon(k)|^2] = E[|d(k)|^2] - 2\mathbf{w}^H(k)\mathbf{p} + \mathbf{w}^H(k)\mathbf{R}\mathbf{w}(k) \quad (3.10)$$

onde $\mathbf{p} = E[d^*(k)\mathbf{x}(k)]$ é o vetor de correlação cruzada entre o sinal desejado e o sinal recebido e $\mathbf{R} = E[\mathbf{x}(k)\mathbf{x}^H(k)]$ é a matriz de autocorrelação do sinal recebido. O mínimo MSE pode ser obtido igualando-se a zero o vetor gradiente em relação a \mathbf{w} da equação acima, isto é:

$$\nabla_{\mathbf{w}}E[|\varepsilon(k)|^2] = -2\mathbf{p} + 2\mathbf{R}\mathbf{w} = \mathbf{0} \quad (3.11)$$

Portanto, a solução ótima \mathbf{w}_{opt} é dada por:

$$\mathbf{w}_{opt} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{p} \quad (3.12)$$

Esta equação é conhecida como a solução de Wiener.

3.2 Solução de Wiener com Restrições Lineares

A técnica vista acima requer conhecimento do sinal desejado. Porém, tal limitação pode vir a ser superada através da aplicação de restrições lineares ao vetor de pesos. O método LCMV consiste em *beamformers* que escolhem seus pesos com o intuito de minimizar a variância da saída do filtro sujeito a restrições lineares. Esse critério assegura a preservação do sinal na direção de interesse enquanto as variâncias dos sinais das outras direções são minimizadas. O método LCMV pode ser implementado de várias maneiras, dependendo do tipo de aplicação. Por exemplo, o algoritmo *Constrained Least Mean Square* (CLMS), originalmente introduzido em [8], não requer inicializações e incorpora as restrições na solução. Por outro lado, no que diz respeito à velocidade de convergência, este algoritmo em geral é muito

lento. Tentando solucionar este problema, principalmente quando o sinal de entrada é fortemente correlatado, um algoritmo do tipo RLS com restrições (*Constrained Recursive Least Squares* - CRLS), foi proposto em [11]. Deve-se notar, entretanto, que este algoritmo apresenta problemas de estabilidade numérica, como pode ser visto em [24]. Além dos algoritmos CLMS e CRLS, outros dois com desempenho intermediário, foram utilizados neste trabalho: o *Constrained Affine Projection* (CAPA) [9] e o *Constrained Conjugate Gradient* (CCG) [10].

Nos algoritmos do tipo LCMV, o valor esperado da potência de saída é minimizado, ou seja:

$$E[|y|^2] = \mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w} \quad \text{é minimizado sujeito a} \quad \mathbf{C}^H \mathbf{w} = \mathbf{f}, \quad (3.13)$$

onde \mathbf{C} é a matriz de restrições lineares que contém K vetores coluna de M elementos e \mathbf{f} é o vetor que contém K valores escalares de restrições. Em geral, o número de restrições é igual ao número de direções de chegada estimadas e $\mathbf{f} = [1, 0, \dots, 0]^T$, correspondendo a ganho unitário para a fonte desejada e ganhos nulos para as fontes chegando de direções indesejadas. Neste caso, a matriz \mathbf{C} é igual à matriz $\mathbf{A}(\theta)$ definida na Eq. (3.4) com os ângulos de chegada estimados.

A solução ótima do problema apresentado na Eq. (3.13) para os coeficientes do filtro adaptativo com restrições, \mathbf{w}_{opt} , também conhecida como solução de Wiener com restrições, é obtida usando multiplicadores de Lagrange [8],[25]. Considerando o caso geral, isto é, $d(k) \neq 0$, uma nova função objetivo pode ser definida como

$$\xi(k) = E[e(k)e^*(k)] + \mathcal{L}_R^T \Re[\mathbf{C}^H \mathbf{w} - \mathbf{f}] + \mathcal{L}_I^T \Im[\mathbf{C}^H \mathbf{w} - \mathbf{f}], \quad (3.14)$$

onde os operadores $\Re[\cdot]$ e $\Im[\cdot]$ correspondem, respectivamente, às partes real e imaginária de um número complexo, e \mathcal{L}_R e \mathcal{L}_I vetores com os parâmetros de Lagrange.

Na obtenção da expressão acima foi levada em consideração a intenção de se minimizar um valor real. Agora, seja $\mathcal{L} = \mathcal{L}_R + j\mathcal{L}_I$, e sabendo que $\Re[z] = \frac{z}{2} + \frac{z^*}{2}$, pode-se reescrever a função custo da Eq. (3.14) como:

$$\begin{aligned} \xi(k) &= E[e(k)e^*(k)] + \Re[\mathcal{L}^H(\mathbf{C}^H \mathbf{w} - \mathbf{f})] \\ &= E[e(k)e^*(k)] + \frac{1}{2}\mathcal{L}^H(\mathbf{C}^H \mathbf{w} - \mathbf{f}) + \frac{1}{2}\mathcal{L}^T(\mathbf{C}^T \mathbf{w}^* - \mathbf{f}^*) \end{aligned} \quad (3.15)$$

Para encontrar a solução ótima, basta calcular o gradiente de $\xi(k)$, $\nabla_{\mathbf{w}}\xi(k)$, e

igualá-lo a zero, sendo:

$$\begin{aligned}
\nabla_{\mathbf{w}}\xi(k) &= \nabla_{\mathbf{w}} \left[E[e(k)e^*(k)] + \frac{1}{2}\mathcal{L}^H(\mathbf{C}^H\mathbf{w} - \mathbf{f}) + \frac{1}{2}\mathcal{L}^T(\mathbf{C}^T\mathbf{w}^* - \mathbf{f}^*) \right] \\
&= E[-2\mathbf{x}(k)e^*(k)] + \mathbf{0} + \mathbf{C}\mathcal{L} \\
&= E[-2\mathbf{x}(k)d^*(k)] + 2E[\mathbf{x}(k)\mathbf{x}^H(k)]\mathbf{w} + \mathbf{C}\mathcal{L}
\end{aligned} \tag{3.16}$$

onde foi levado em consideração que $e(k) = d(k) - \mathbf{w}^H\mathbf{x}(k)$.

Usando as definições da matriz de autocorrelação $\mathbf{R} = E[\mathbf{x}(k)\mathbf{x}^H(k)]$ e do vetor de correlação cruzada $\mathbf{p} = E[d^*(k)\mathbf{x}(k)]$, obtemos:

$$-2\mathbf{p} + 2\mathbf{R}\mathbf{w} + \mathbf{C}\mathcal{L} = \mathbf{0} \tag{3.17}$$

Resolvendo a última equação em relação a \mathbf{w} , obtém-se:

$$\mathbf{w} = \frac{1}{2}\mathbf{R}^{-1}(2\mathbf{p} - \mathbf{C}\mathcal{L}). \tag{3.18}$$

Levando em consideração que $\mathbf{C}^H\mathbf{w} = \mathbf{f}$, pode-se pré-multiplicar a Eq. (3.18) por \mathbf{C}^H e chegar à seguinte expressão para \mathcal{L} :

$$\mathcal{L} = 2(\mathbf{C}^H\mathbf{R}^{-1}\mathbf{C})^{-1}(\mathbf{C}^H\mathbf{R}^{-1}\mathbf{p} - \mathbf{f}) \tag{3.19}$$

Finalmente, substituindo a Eq. (3.19) na Eq. (3.18), obtém-se a solução ótima para o vetor de coeficientes que minimiza $E[e(k)e^*(k)]$ sujeito a $\mathbf{C}^H\mathbf{w} = \mathbf{f}$:

$$\mathbf{w}_{opt} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{p} + \mathbf{R}^{-1}\mathbf{C}(\mathbf{C}^H\mathbf{R}^{-1}\mathbf{C})^{-1}(\mathbf{f} - \mathbf{C}^H\mathbf{R}^{-1}\mathbf{p}) \tag{3.20}$$

A equação Eq. (3.20) é conhecida como a solução de Wiener para problemas com restrições lineares. É fácil observar que esta mesma equação pode ser vista como a soma de duas parcelas: a primeira, $\mathbf{w}_{sr} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{p}$, corresponde à solução de Wiener sem restrição e a segunda, $\mathbf{w}_{cr} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{C}(\mathbf{C}^H\mathbf{R}^{-1}\mathbf{C})^{-1}(\mathbf{f} - \mathbf{C}^H\mathbf{R}^{-1}\mathbf{p})$, é a parcela responsável por fazer com que a solução satisfaça às restrições inicialmente impostas. Esta última parcela pode ser ainda escrita como $\mathbf{w}_{cr} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{C}(\mathbf{C}^H\mathbf{R}^{-1}\mathbf{C})^{-1}(\mathbf{f} - \mathbf{C}^H\mathbf{w}_{sr})$. Assim, a solução de Wiener pode ser reescrita de forma compacta como

$$\mathbf{w}_{opt} = \mathbf{w}_{sr} + \mathbf{w}_{cr}. \tag{3.21}$$

Como descrito acima, quando não existe um sinal de referência, isto é, $d(k) = 0$, como é o caso das aplicações LCMV, implica em que $\mathbf{p} = E[d^*(k)\mathbf{x}(k)] = \mathbf{0}$ e a Eq. (3.20) simplifica para

$$\mathbf{w}_{opt} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{C}(\mathbf{C}^H\mathbf{R}^{-1}\mathbf{C})^{-1}\mathbf{f}. \tag{3.22}$$

3.3 O Algoritmo LMS com Restrições Lineares

O algoritmo LMS com restrições lineares [8] é amplamente usado devido à sua simplicidade, estabilidade e baixa complexidade computacional. A equação de atualização dos coeficientes para o algoritmo LMS com restrições lineares pode ser obtida da solução do seguinte problema:

$$E[|y|^2] = \mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w} \quad \text{é minimizado sujeito a} \quad \mathbf{C}^H \mathbf{w} = \mathbf{f} \quad (3.23)$$

Utilizando o gradiente e o método de multiplicadores de Lagrange, temos:

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{P}[\mathbf{w}(k) + \mu e^*(k) \mathbf{x}(k)] + \mathbf{F} \quad (3.24)$$

onde μ é o passo utilizado para o controle da estabilidade e da velocidade de convergência,

$$\mathbf{P} = \mathbf{I} - \mathbf{C}(\mathbf{C}^H \mathbf{C})^{-1} \mathbf{C}^H \quad (3.25)$$

executa uma projeção no hiperplano definido por $\mathbf{C}^H \mathbf{w} = \mathbf{0}$, e

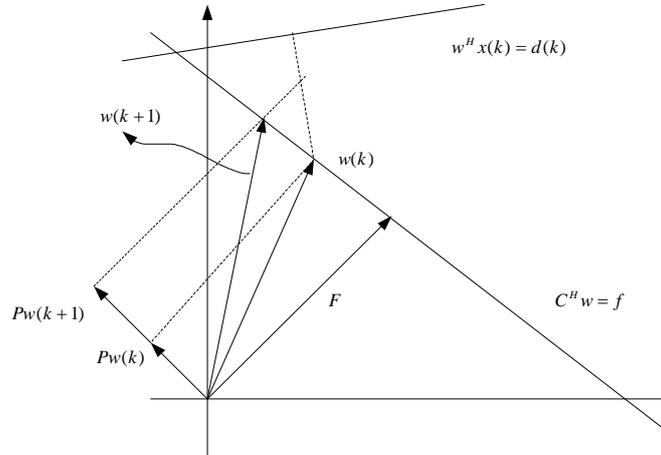


Figura 3.3: Visualização da solução gráfica do algoritmo CLMS.

$$\mathbf{F} = \mathbf{C}(\mathbf{C}^H \mathbf{C})^{-1} \mathbf{f} \quad (3.26)$$

é o vetor usado para mover a solução projetada de volta para o hiperplano de restrições. Na Fig. 3.3 pode-se observar que a solução para o algoritmo LMS com restrições lineares corresponde à solução do LMS projetada no hiperplano definido por $\mathbf{C}^H \mathbf{w} = \mathbf{f}$.

Para garantir a estabilidade do algoritmo, o passo deve ser mantido dentro de uma faixa de valores dada por:

$$0 < \mu < \frac{2}{3\text{tr}(\mathbf{R})} \quad (3.27)$$

As equações do algoritmo LMS com restrições lineares podem ser vistas na Tab. 3.1.

Tabela 3.1: Algoritmo CLMS

CLMS
Inicializações: $\mathbf{w}(0) = \mathbf{F}$ for $k = 1, 2, \dots$ $\{$ $e(k) = d(k) - \mathbf{x}^T \mathbf{w}(k)$ $\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{P}[\mathbf{w}(k) + \mu e(k) \mathbf{P} \mathbf{x}(k)] + \mathbf{F}$ $\}$

3.4 O Algoritmo RLS com Restrições Lineares

A partir da solução de Wiener para o problema de filtragem adaptativa sujeito a restrições lineares dada pela Eq. (3.20), e resumida na Eq. (3.21), pode-se, usando as equações do algoritmo RLS convencional (sem restrições), chegar facilmente ao algoritmo RLS com restrições lineares. Para tanto, basta recordar que a Eq. (3.21) nos diz claramente que este problema se resolve somando a solução sem restrições, \mathbf{w}_{sr} , à parcela \mathbf{w}_{cr} . Assim, a parcela sem restrição continua sendo atualizada como

$$\mathbf{w}_{sr}(k) = \mathbf{w}_{sr}(k-1) + e_{sr}^*(k) \mathbf{k}(k) \quad (3.28)$$

onde $\mathbf{k}(k)$ é conhecido como ganho de Kalman. Agora fazendo $\mathbf{\Gamma}(k) = \mathbf{R}^{-1}(k) \mathbf{C}$ e $\mathbf{\Psi}(k) = \mathbf{C}^H \mathbf{R}^{-1}(k) \mathbf{C} = \mathbf{C}^H \mathbf{\Gamma}(k)$, a parcela com restrições pode ser reescrita como

$$\mathbf{w}_{cr}(k) = \mathbf{\Gamma}(k) \mathbf{\Psi}^{-1}(k) [\mathbf{f} - \mathbf{C}^H \mathbf{w}_{sr}(k)] \quad (3.29)$$

Finalmente, a solução completa, obtida somando-se as Eqs. (3.28) e (3.29), é

$$\begin{aligned} \mathbf{w}(k) &= \mathbf{w}_{sr}(k) + \mathbf{w}_{cr}(k) \\ &= \mathbf{w}_{sr}(k) + \mathbf{\Gamma} \mathbf{\Psi}^{-1}(k) [\mathbf{f} - \mathbf{C}^H \mathbf{w}_{sr}(k)] \end{aligned} \quad (3.30)$$

Obviamente, para uma aplicação LCMV, a equação anterior se reduz a

$$\mathbf{w}(k) = \mathbf{\Gamma}\Psi^{-1}(k)\mathbf{f} \quad (3.31)$$

Vale a pena ressaltar que o cálculo de $\Psi^{-1}(k)$ é simples para o caso de se ter apenas uma restrição, quando $\Psi(k)$ é escalar. Para o caso de mais de uma restrição, é possível determinar uma expressão recursiva para $\Psi^{-1}(k)$, evitando-se assim o cálculo da inversa da matriz. O algoritmo RLS com restrições lineares (CRLS) está descrito na Tab. 3.2 [11].

Tabela 3.2: Algoritmo CRLS

CRLS
<p>Inicializações: $\mathbf{w}_{sr}(0)$ e $\mathbf{R}^{-1}(0) = \delta\mathbf{I}$ onde $\delta =$ número pequeno e $\lambda =$ fator de esquecimento for $k = 1, 2, \dots$</p> <div style="margin-left: 20px;"> $\{$ $\mathbf{k}(k) = \mathbf{R}^{-1}(k-1)\mathbf{x}(k)$ $\kappa(k) = \frac{\mathbf{k}(k)}{\lambda + \mathbf{x}^H(k)\mathbf{k}(k)}$ $\mathbf{R}^{-1}(k) = \frac{1}{\lambda} \left[\mathbf{R}^{-1}(k-1) - \frac{\mathbf{k}(k)\mathbf{k}^H(k)}{\lambda + \mathbf{x}^H(k)\mathbf{k}(k)} \right]$ $e_{sr}(k) = d(k) - \mathbf{w}^H(k)\mathbf{x}(k)$ $\mathbf{w}(k) = \mathbf{w}(k-1) + e^*(k)\kappa(k)$ $\mathbf{\Gamma}(k) = \mathbf{R}^{-1}(k)\mathbf{C}$ $\Psi(k) = \mathbf{C}^H\mathbf{\Gamma}(k)$ $\mathbf{w}(k) = \mathbf{w}_{sr}(k) + \mathbf{\Gamma}(k)\Psi^{-1}(k) [\mathbf{f} - \mathbf{C}^H\mathbf{w}_{sr}(k)]$ $\}$ </div>

3.5 O Algoritmo CAP com Restrições Lineares

O algoritmo CAP pode variar o número de dados reutilizados para encontrar um limiar aceitável entre complexidade computacional e velocidade de convergência. Em filtragem adaptativa, as restrições, como já vimos anteriormente, são dadas por um conjunto de J equações:

$$\mathbf{C}^H\mathbf{w} = \mathbf{f} \quad (3.32)$$

O algoritmo CAP pode ser derivado para resolver o seguinte problema de otimização:

$$\begin{aligned} \mathbf{w}(k+1) &= \operatorname{argmin}_{\mathbf{w}} \|\mathbf{w} - \mathbf{w}(k)\|^2 \text{ sujeito a} \\ \mathbf{C}^H\mathbf{w} &= \mathbf{f} \\ \mathbf{d}(k) - \mathbf{X}^H(k)\mathbf{w} &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (3.33)$$

onde $\mathbf{d}(k)$ e $\mathbf{X}(k)$ são os vetores do sinal desejado e a matriz do sinal de entrada, respectivamente, definidos por

$$\begin{aligned}\mathbf{d}(k) &= [d(k)d(k-1)\cdots d(k-L+1)]^T \\ \mathbf{X}(k) &= [\mathbf{x}(k)\mathbf{x}(k-1)\cdots\mathbf{x}(k-L+1)] \\ \mathbf{x}(k) &= [x(k)x(k-1)\cdots x(k-N+1)]^T\end{aligned}\quad (3.34)$$

e $\mathbf{w}(k)$ é o vetor de coeficientes no instante k .

Usando o método de multiplicadores de Lagrange para resolver a Eq. (3.33), o algoritmo CAP pode ser escrito como:

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{P}[\mathbf{w}(k) + \mu\mathbf{X}(k)\mathbf{t}(k)] + \mathbf{F} \quad (3.35)$$

com

$$\mathbf{t}(k) = [\mathbf{X}^H(k)\mathbf{P}\mathbf{X}(k)]^{-1}\mathbf{e}(k) \quad (3.36)$$

e

$$\mathbf{e}(k) = \mathbf{d}(k) - \mathbf{X}^H(k)\mathbf{w}(k). \quad (3.37)$$

A matriz \mathbf{P} , que desempenha a função de projeção no hiperplano definido por $\mathbf{C}^H\mathbf{w} = \mathbf{0}$, e o vetor \mathbf{F} , que move a solução projetada de volta para o hiperplano de restrições, são dados por:

$$\mathbf{P} = \mathbf{I} - \mathbf{C}(\mathbf{C}^H\mathbf{C})^{-1}\mathbf{C}^H \quad (3.38)$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{C}(\mathbf{C}^H\mathbf{C})^{-1}\mathbf{f}. \quad (3.39)$$

As equações do algoritmo CAP com restrições lineares podem ser vistas de forma geral na Tab. 3.3, onde o passo $0 < \mu < 2$ (usualmente escolhido entre 0 e 1) é usado. Observe que, para melhorar o desempenho do algoritmo CAP, é utilizada uma constante que multiplica a matriz identidade, ou seja, $\delta\mathbf{I}$ (δ é uma constante pequena) que tem como objetivo evitar uma divisão por zero para que a matriz seja inversível.

Tabela 3.3: Algoritmo CAP

CAP
Inicializações: $\mathbf{w}(0) = \mathbf{F}$ for $k = 1, 2, \dots$ $\{$ $\mathbf{X}(k) = [\mathbf{x}(k)\mathbf{x}(k-1)\dots\mathbf{x}(k-L+1)]$ $\mathbf{e}(k) = \mathbf{d}(k) - \mathbf{X}^H\mathbf{w}(k)$ $\mathbf{t}(k) = [\mathbf{X}^H(k)\mathbf{P}\mathbf{X}(k) + \delta\mathbf{I}]^{-1}\mathbf{e}^*(k)$ $\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{P}[\mathbf{w}(k) + \mu\mathbf{X}(k)\mathbf{t}(k)] + \mathbf{F}$ $\}$

3.6 O Algoritmo Gradiente Conjugado e com Restrições Lineares

Baseado no algoritmo CG (*Conjugate Gradient*) modificado detalhado em [26] e seguindo a mesma abordagem descrita na Seção 3.3, a proposta do algoritmo Gradiente Conjugado com restrições lineares é baseada na estrutura GSC (*Generalized Sidelobe Canceler*). Vale a pena mencionar que o algoritmo citado em [26] utiliza um regime degenerado do algoritmo CG, a fim de ter apenas uma iteração por vetor do coeficiente de atualização. Se usarmos a estratégia de dados exponencialmente ponderados para estimar a matriz de autocorrelação do sinal de entrada para o algoritmo Gradiente Conjugado sem restrições da estrutura GSC, então

$$\begin{aligned}
 \mathbf{R}_{GSC}(k) &= \lambda\mathbf{R}_{GSC}(k-1) + \mathbf{x}_{GSC}(k)\mathbf{x}_{GSC}^T(k) \\
 &= \mathbf{B}^T\mathbf{R}(k)\mathbf{B}
 \end{aligned} \tag{3.40}$$

onde $\mathbf{R}(k) = \sum_{i=1}^k \lambda^{k-i}\mathbf{x}(i)\mathbf{x}^T(i) + \mathbf{R}(0)$ com $\mathbf{R}(0)$ inicializado como \mathbf{P} para que os resultados sejam idênticos aos da implementação da estrutura GSC inicializada com a matriz identidade. Já a matriz \mathbf{B} , conhecida como matriz de bloqueio (*blocking matrix*), é uma matriz que pode ser construída a partir de funções de Walsh [27]. Em outros casos, pode ser obtida usando as decomposições QR ou SVD, gerando, no entanto, matrizes que implicam em um custo computacional mais alto.

A derivação começa com a atualização da equação do algoritmo GSC [26]:

$$\begin{aligned}
\mathbf{w}(k) &= \mathbf{F} - \mathbf{B}\mathbf{w}_{GSC}(k) \\
&= \mathbf{F} - \mathbf{B}[\mathbf{w}_{GSC}(k-1) + \alpha(k)\mathbf{c}_{GSC}(k)] \\
&= \mathbf{P}\mathbf{w}(k-1) + \mathbf{F} - \alpha(k)\mathbf{B}\mathbf{c}_{GSC}(k)
\end{aligned} \tag{3.41}$$

onde $\alpha(k) = \eta((\mathbf{c}_{GSC}^T(k)\mathbf{g}_{GSC}(k-1))/(\mathbf{c}^T(k)\mathbf{R}_{GSC}(k)\mathbf{c}_{GSC}(k)))$ com $\lambda-0,5 \leq \eta \leq \lambda$ [26]. Além disso, completando as equações de GSC-CG, temos

$$\mathbf{c}_{GSC}(k+1) = \mathbf{g}_{GSC}(k) + \beta(k)\mathbf{c}_{GSC}(k) \tag{3.42}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{g}_{GSC} &= \lambda\mathbf{g}_{GSC}(k-1) - \alpha(k)\mathbf{R}_{GSC}(k)\mathbf{c}_{GSC}(k) \\
&+ e_{GSC}(k)\mathbf{x}_{GSC}(k)
\end{aligned} \tag{3.43}$$

$$\beta(k) = \frac{[\mathbf{g}_{GSC}(k)\mathbf{g}_{GSC}(k-1)]^H\mathbf{g}_{GSC}(k)}{\mathbf{g}_{GSC}^H(k-1)\mathbf{g}_{GSC}(k-1)} \tag{3.44}$$

A nova procura da direção é facilmente obtida, e o resultado é

$$\mathbf{c}(k+1) = \mathbf{B}\mathbf{c}_{GSC}(k+1) = \mathbf{g}(k) + \beta(k)\mathbf{c}(k). \tag{3.45}$$

Observe que a substituição de $\mathbf{c}(k)$ na Eq. (3.41) resulta na equação de atualização do novo algoritmo dado por

$$\mathbf{w}(k) = \mathbf{P}\mathbf{w}(k-1) + \mathbf{F} - \alpha(k)\mathbf{c}(k) \tag{3.46}$$

Além disso, pode ser facilmente verificado que a procura da direção e o resíduo são tais que $\mathbf{c}(k) = \mathbf{P}\mathbf{c}(k)$ e $\mathbf{g}(k) = \mathbf{P}\mathbf{g}(k)$ para todo k . Da Eq. (3.44) e as observações acima, segue que a atualização do resíduo [10] é realizada como

$$\begin{aligned}
\mathbf{g}(k) &= \mathbf{B}\mathbf{g}_{GSC}(k) \\
&= \mathbf{B}[\lambda\mathbf{g}_{GSC}(k-1) - \alpha(k)\mathbf{R}_{GSC}(k)\mathbf{c}_{GSC} \\
&+ y(k)\mathbf{B}^H\mathbf{x}(k)] \\
&= \lambda\mathbf{g}(k-1) - \alpha(k)\bar{\mathbf{R}}(k)\mathbf{c}(k) + y(k)\bar{\mathbf{x}}(k)
\end{aligned} \tag{3.47}$$

onde $\mathbf{P} = \mathbf{B}\mathbf{B}^H$, $\bar{\mathbf{x}}(k) = \mathbf{P}\mathbf{x}(k)$ e $\bar{\mathbf{R}} = \mathbf{B}\mathbf{R}_{GSC}(k)\mathbf{B}^H = \mathbf{P}\mathbf{R}(k)\mathbf{P}$, tal que $\bar{\mathbf{R}}(k) = \lambda\bar{\mathbf{R}}(k-1) + \bar{\mathbf{x}}(k)\bar{\mathbf{x}}(k)^H$.

A Tab. 3.4 mostra o resultado do algoritmo Conjugado Gradiente com restrições lineares. Observe que nesta tabela, o caso mais geral com o sinal de referência não foi abordado. O mesmo resultado pode ser alternativamente obtido usando o fato de que o algoritmo com restrições pode ser visto como um caso especial da estrutura GSC, aplicando-se a matriz projeção \mathbf{P} ao invés da matriz *blocking*, como visto para

o algoritmo LMS com restrições lineares.

Tabela 3.4: Algoritmo CCG

CCG
Inicializações: λ, η com $(\lambda - 0.5) \leq \eta \leq \lambda$ δ número pequeno $\mathbf{w}(0) = \mathbf{F} = \mathbf{C}(\mathbf{C}^H \mathbf{C})^{-1} \mathbf{f}$ $\bar{\mathbf{R}} = \mathbf{P} = \mathbf{I} - \mathbf{C}(\mathbf{C}^T \mathbf{C})^{-1} \mathbf{C}^H$ $\mathbf{g}(0) = \mathbf{c}(0) = \mathbf{0}$ for $k = 1, 2, \dots$ { $\bar{\mathbf{x}}(k) = \mathbf{P} \mathbf{x}(k)$ $\bar{\mathbf{R}}(k) = \lambda \bar{\mathbf{R}}(k-1) - \bar{\mathbf{x}}(k) \bar{\mathbf{x}}^H(k)$ $y(k) = \mathbf{w}^H(k-1) \mathbf{x}(k)$ $e(k) = d(k) - y(k)$ $\alpha(k) = \eta \frac{\mathbf{c}^H(k) \mathbf{g}(k-1)}{[\mathbf{c}^H(k) \bar{\mathbf{R}}(k) \mathbf{c}(k) + \delta]}$ $\mathbf{g}(k) = \lambda \mathbf{g}(k-1) - \alpha(k) \bar{\mathbf{R}}(k) \mathbf{c}(k) - \bar{\mathbf{x}}(k) e(k)$ $\mathbf{w}(k) = \mathbf{P} \mathbf{w}(k-1) + \mathbf{F} - \alpha(k) \mathbf{c}(k)$ $\beta(k) = \frac{[\mathbf{g}(k) - \mathbf{g}(k-1)]^H \mathbf{g}(k)}{\mathbf{g}^H(k-1) \mathbf{g}(k-1) + \delta}$ $\mathbf{c}(k+1) = \mathbf{g}(k) + \beta(k) \mathbf{c}(k)$ }

3.7 Conclusão

Neste capítulo foi apresentada a técnica *beamforming* com e sem restrições. Para a solução sem restrições foi mostrado todo o desenvolvimento até a solução ótima, conhecida como a solução de Wiener. Já para a solução de Wiener com restrições, foi apresentado o método LCMV, que não requer o conhecimento do sinal desejado. Por fim, foram apresentados quatro algoritmos com restrições lineares: os algoritmos CLMS, CRLS, CAP e CCG. Para cada um deles, foi feita uma breve introdução, mostrando suas equações e suas diferenças.

Capítulo 4

Integração dos Filtros Adaptativos com Restrições Lineares e da Detecção de AOA em uma Estrutura *Beamforming*

Neste capítulo, será investigado o desempenho dos algoritmos adaptativos com restrições em um sistema *beamforming*, que é responsável também pela estimação do ângulo de chegada de um alvo em movimento. Os méritos dos algoritmos adaptativos com restrições são verificados em uma condição de campo distante. Os algoritmos utilizados para a realização destes testes foram: os algoritmos CLMS, CAP, CCG e CRLS descritos no Capítulo 3. Para os testes foi proposto um cenário específico para as simulações, sendo testado um método de estimação de AOA para um alvo em movimento. Conforme já mencionado, existem vários métodos de estimação de AOA disponíveis na literatura, assim como técnicas de *beamforming* adaptativo, as quais serão apresentadas na próxima seção.

4.1 Técnicas de *Beamforming* Adaptativo

Em um sistema de *beamforming* adaptativo [23], um arranjo de sensores (ou antenas) é usado para prover a máxima recepção em uma dada direção, baseada na estimação do ângulo daquela direção de chegada. Este sinal ‘desejado’ é corrompido por ruído e usualmente por sinais que ocupam a mesma banda de frequência, mas chegam de diferentes direções. A técnica *beamforming* é também capaz de rejeitar sinais interferentes indesejáveis, realizando nulos nestas direções. Os pesos de cada sensor (ou antena) usados no arranjo são adaptados para esta proposta a cada iteração. Esta abordagem adaptativa é eficiente no acompanhamento das direções

interferentes, mas usualmente requer algumas informações *a priori* ou conhecimento de propriedades do sinal desejado. O uso de um sinal de ‘referência’, que apresente boa correlação com o sinal desejado, é comum na prática em alguns sistemas de comunicações, por exemplo. A correlação entre o sinal desejado e o sinal interferente influencia o desempenho do algoritmo *beamforming*, especialmente quando se trata de sua acurácia e convergência. Dado que o sinal de referência não está disponível, uma alternativa que apresenta bons resultados é a aplicação de restrições lineares ao vetor de pesos. Tal técnica é chamada de LCMV, que escolhe seus pesos para minimizar a variância da saída do filtro, sujeito a restrições lineares. O LCMV *beamformer* pode ser implementado de várias maneiras diferentes, dependendo somente do tipo de aplicação escolhida. Por exemplo, o CLMS em [8] não requer re-inicialização e incorpora as restrições na solução. Por outro lado, o CRLS é a solução que tenta minimizar o problema da convergência lenta apresentada pelo algoritmo CLMS, quando o sinal de entrada é fortemente correlatado [11]. Outros dois algoritmos de desempenhos intermediários usados neste teste são o CAPA [9] e o CCG [10].

4.2 Configuração de Desenvolvimento

O cenário proposto para aplicação dos testes para a análise é ilustrado na Fig. 4.1. O alvo principal se move em movimento uniforme com velocidade (v) constante ao longo da trajetória, como indicado. Dois interferentes fixos ocupando a mesma banda de frequência são considerados neste cenário [28]. O tipo de arranjo utilizado é o ULA. A hipótese de condição de campo distante foi assumida em todas as simulações. Embora tal hipótese seja restrita a algumas aplicações típicas, verificou-se (ver Cap. 2) que a estimação de ângulo de chegada não apresentou erros significativos, ao contrário do que era esperado [20]. Foram testados quatro diferentes algoritmos adaptativos com restrições lineares: CLMS ($\mu = 0,005$), CAPA (3 hiperplanos), CCG ($\eta = 0,98$ e $\xi = 10^{-4}$) e CRLS ($\lambda = 0,99$). A matriz de restrição nos algoritmos foi gerada baseando-se nas estimativas do espectro espacial derivado do método Capon de estimação de AOA.

A estrutura proposta para realizar o acompanhamento do sinal emitido pelo alvo em movimento é descrito na Fig. 4.1. Como pode ser visto, um arranjo de m sensores é responsável pela amostragem espacial do sinal de chegada, transmitido de um alvo (corrompido por ruído e interferentes). O vetor então gerado alimenta o bloco de estimação de ângulo de chegada, o qual fornece os principais AOAs presentes (do alvo e dos interferentes), após alguns *snapshots* do sinal de chegada. Estes AOAs estimados ajudam a construir a matriz de restrição do algoritmo adaptativo, que será responsável por fornecer a máxima recepção na direção do AOA do alvo. Dado

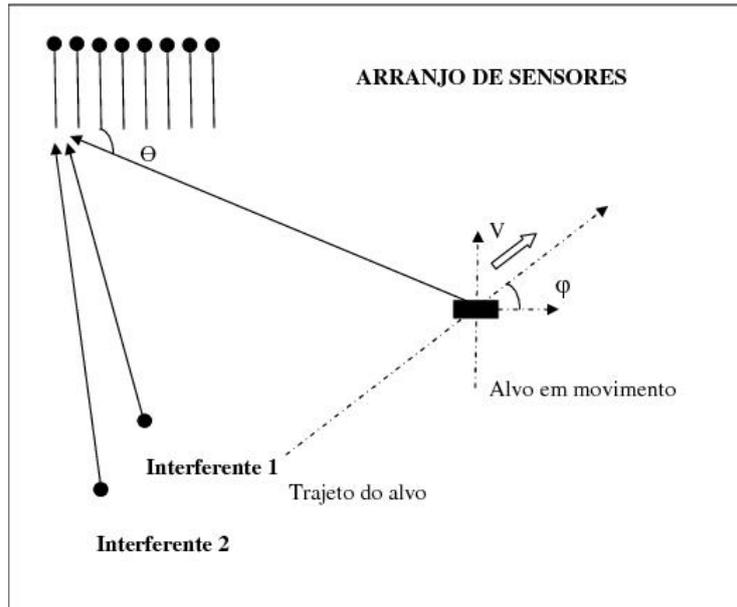


Figura 4.1: Cenário de acompanhamento do alvo em movimento

que a matriz de restrição também inclui os AOAs dos interferentes, o *beamformer* é capaz de minimizar sinais indesejados, colocando nulos nas direções dos interferentes. Além do sinal corrompido por sinais interferentes, foi assumida a presença de ruído. Foi assumido também que o sinal é de faixa estreita, isto é, a potência da resposta ao impulso do canal ao longo do tempo manteve-se constante por todo o espectro do sinal recebido em cada sensor (*flat fading*) [15]. Uma outra hipótese assumida é que o sinal recebido estava em banda base.

Utilizando a estrutura da Fig. 4.2, foram realizadas simulações por um período de tempo limitado. Nos testes, um esquema de janelamento no tempo do sinal foi adotado, conforme será mostrado a seguir. Ao iniciar o algoritmo de estimação do AOA em conjunto com o algoritmo *beamformer*, uma primeira janela é definida para a realização da estimação de AOA do espectro espacial (tempo de duração n_1 em número de amostras). No próximo instante, o algoritmo *beamformer* é executado, tendo como referência a estimação de AOA do sinal desejado, extraído do espectro espacial previamente processado. O *beamforming* mantém o feixe principal atualizado na direção do sinal desejado, ou seja, variando os pesos do filtro para fornecer a máxima recepção na direção do AOA referido anteriormente, durante a segunda janela de tempo (tempo de duração n_2), o suficiente para a convergência do algoritmo adaptativo. A segunda janela de tempo é maior que a primeira, devido ao tempo necessário para o algoritmo adaptativo convergir. Imediatamente após o final da segunda janela de tempo, uma estimação de AOA é realizada novamente, para atualizar o ângulo de chegada do sinal desejado, e o ciclo se repete, até o final do período de tempo especificado para a simulação.

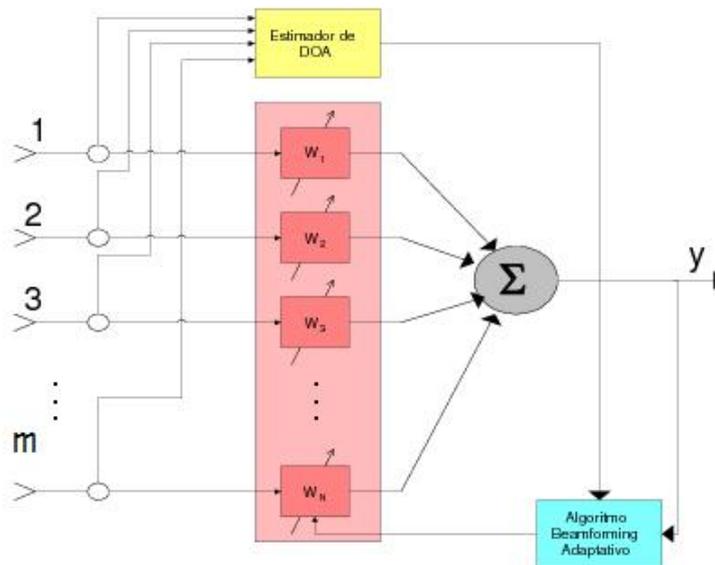


Figura 4.2: Estrutura de *beamforming* com detecção de AOA

4.3 Desempenho e Análise dos Algoritmos de *Beamforming*

Para exemplificar o comportamento da estrutura, uma ULA de $m = 8$ sensores com espaçamento entre os elementos igual à metade do comprimento de onda foi considerado. O sinal transmitido por um alvo em movimento foi de 1 kHz, amostrado com uma taxa de 8 kHz (mais do que o suficiente para evitar o efeito de *aliasing*). Também foram considerados para ambos interferentes, sinais de 1 kHz, mas com diferentes diferenças de fase entre eles e também do sinal de alvo (as diferenças de fases foram escolhidas como variáveis aleatórias uniformemente distribuídas). O sinal total que chega no arranjo de sensores é formado pela soma dos três sinais e de ruído branco. Os valores escolhidos de potências para os sinais que chegam no arranjo de sensores foram relativamente baixos, sendo a relação sinal-ruído (SNR) de 10 dB para o sinal principal e de 5 dB para os sinais dos interferentes. A relação sinal-interferente foi então de 5 dB. Dado que o alvo está em movimento e uma propagação de onda plana foi assumida (condição de campo distante), o efeito de movimento foi apresentado como uma diferença de fase adicional no tempo do sinal principal. Esta diferença de fase foi calculada como uma função do tempo, da

velocidade do alvo e dos parâmetros geométricos adotados no cenário. Considerando o processo de janelamento, uma relação de compromisso foi feita para definir os tamanhos das janelas, n_1 e n_2 , ou seja, foram realizadas várias simulações alterando os valores de n_1 e n_2 para que os algoritmos tanto de estimação de AOA como de *beamforming* pudessem desempenhar de forma satisfatória o acompanhamento do AOA do sinal do alvo em movimento, bem como dos AOAs dos sinais interferentes. Para a estimação de AOA, melhores estimativas são esperadas se um grande número de *snapshots* ou amostras estiverem disponíveis. Por outro lado, dado que o espectro de AOA varia lentamente ao longo do tempo, a janela pode não ser grande o suficiente, de maneira que afete o acompanhamento e o custo computacional do algoritmo. Para a análise deste teste, foi adotada uma janela de $n_1 = 20$ amostras. A janela do *beamforming* também foi dimensionada com um tamanho limite para um bom desempenho. Mais especificamente, a principal preocupação aqui foi fazer o *beamforming* convergir, especialmente o algoritmo CLMS. Por outro lado, o tamanho da janela também poderia ser considerado maior, para fazer com que a estrutura fosse capaz de acompanhar variações de AOAs, mesmo que houvesse mudanças abruptas na orientação do alvo (φ). Para a janela de *beamforming* foi adotado $n_2 = 500$ amostras.

Para ilustrar o comportamento do *beamformer*, foi assumido um outro cenário contendo dois alvos com velocidades de 1 m/s e 10 m/s e dois interferentes fixos, com direções de 100° e 120° . O alvo inicia seu movimento a 5 m do centro do arranjo com uma direção inicial de 90° , e apresenta uma inclinação com relação ao eixo paralelo ao arranjo (φ) de 15° . Tomando o caso mais rápido (10 m/s) como primeiro exemplo, a Fig. 4.3 apresenta o espectro estimado espacial 3D e 2D correspondente com uma duração de simulação de 2 s. Como pode ser visto, ambas as estimativas dos AOAs dos interferentes apresentaram ótima precisão se comparadas aos valores obtidos anteriormente. O mesmo podemos dizer da estimação de AOA do sinal principal, com erros de estimação não superiores a 2° .

O procedimento adotado previa que um feixe fosse calculado após a estimação do ângulo de chegada ter sido concluída. Entretanto, basta mostrar um *beampattern* por janela para ilustrar a capacidade de acompanhamento simulado pela estrutura *beamforming*. As Figs. 4.4, 4.5, 4.6 e 4.7 apresentam vistas em 3D e 2D dos *beampatterns* calculados durante a simulação de 2s, pegando somente o último *beampattern* de cada janela. A partir das vistas em 2D ilustradas nas figuras citadas anteriormente, pode-se melhor verificar que o *beamforming* foi capaz de acompanhar o sinal principal, enquanto colocava nulos nos interferentes ao longo do tempo da simulação. Em geral, todos os algoritmos de *beamforming* com restrições testados obtiveram uma boa precisão no acompanhamento. Algumas pequenas diferenças foram observadas entre os *beampatterns*, em especial para o algoritmo CLMS, como

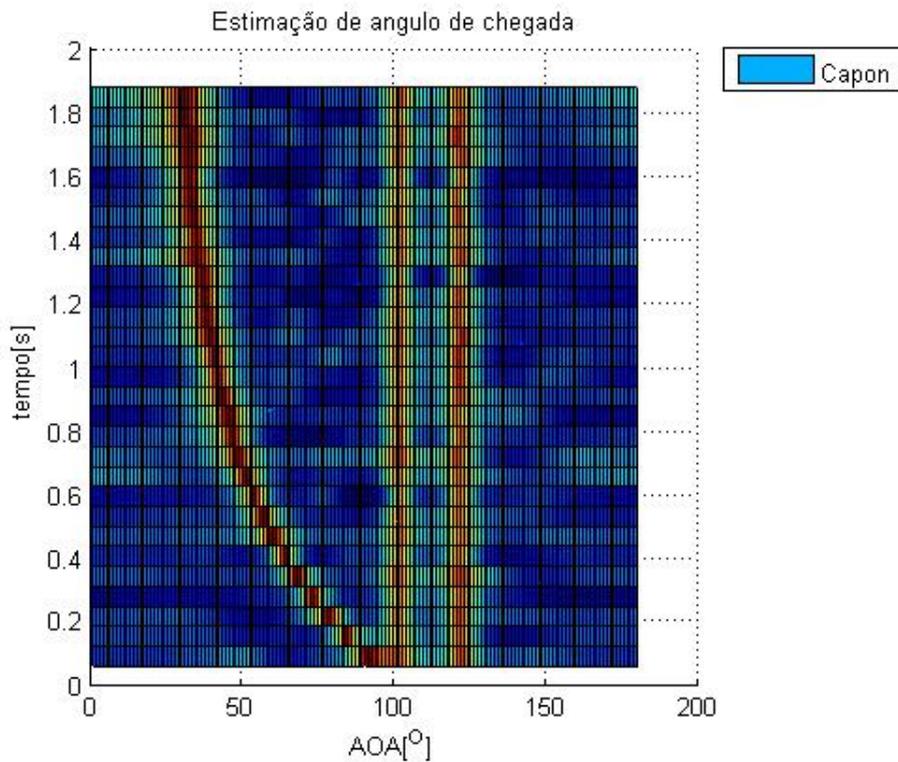
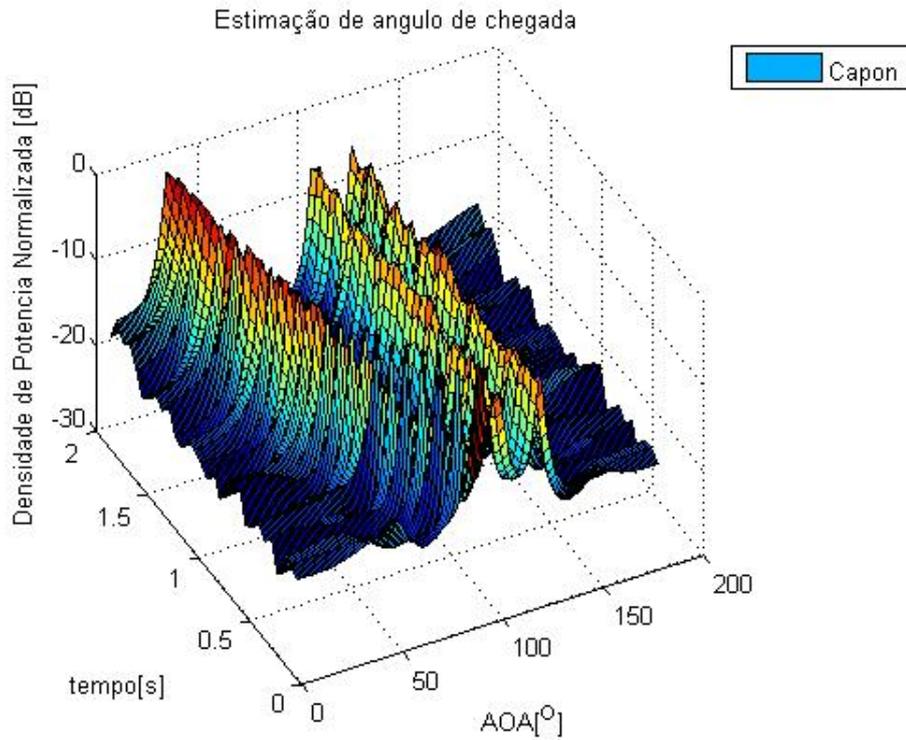


Figura 4.3: Vista do espectro estimado em 3D e 2D do algoritmo Capon para uma simulação de 2 s com velocidade de 10 m/s.

podemos observar nas Figs. 4.8 e 4.9. O CLMS teve o pior desempenho como era de se esperar, devido à sua taxa de convergência ser lenta. Os espectros espaciais

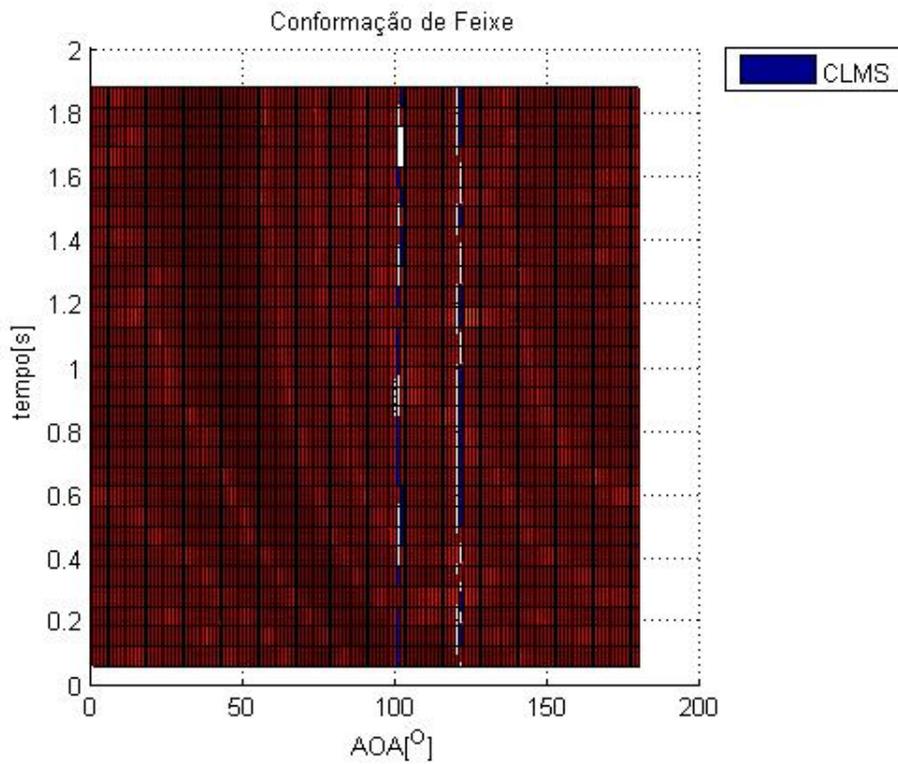
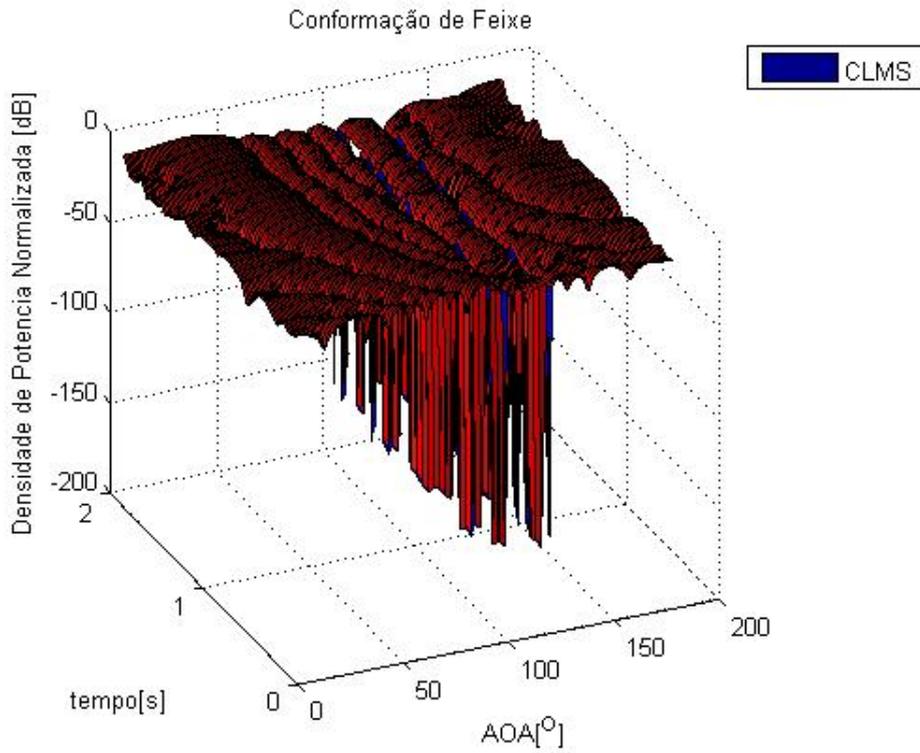


Figura 4.4: Vista do feixe estimado em 3D e 2D do algoritmo CLMS para uma simulação de 2 s com velocidade de 10 m/s.

correspondentes dos algoritmos de *beamforming* adaptativos foram colocados nas figuras anteriormente mencionadas para ilustrar a boa precisão dos *beam patterns*.

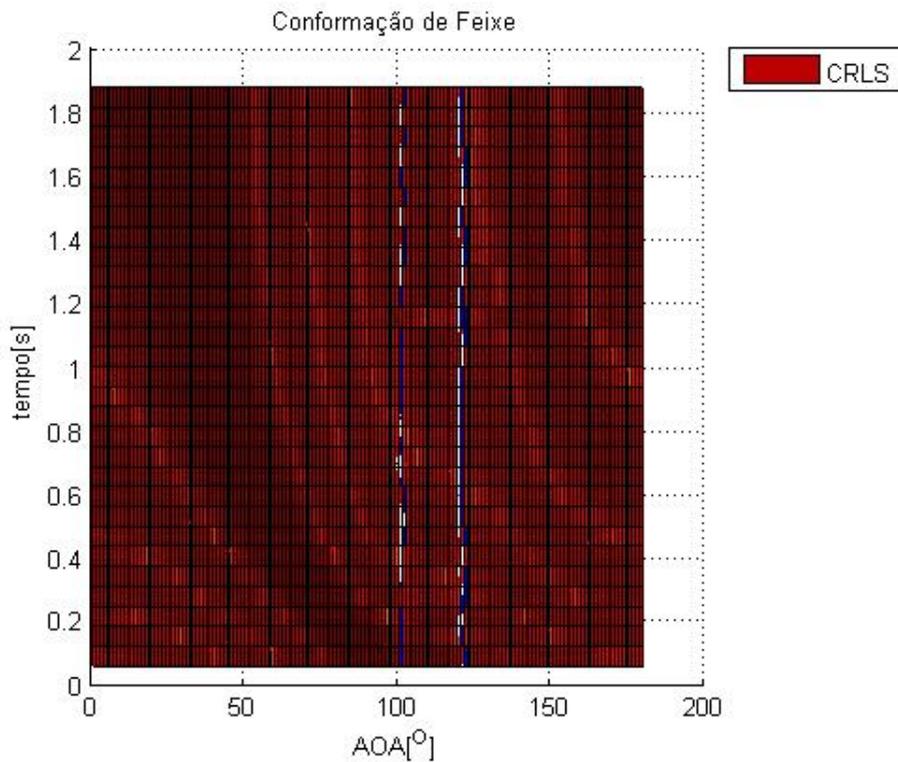
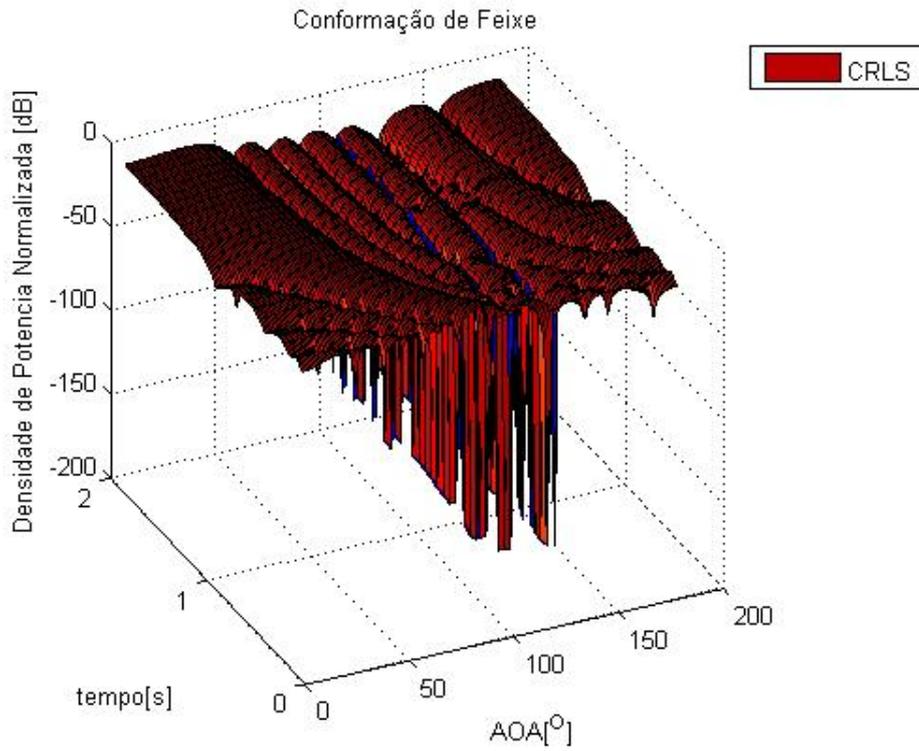


Figura 4.5: Vista em 3D e 2D do feixe do algoritmo CRLS estimado para uma simulação de 2 s com velocidade de 10 m/s.

4.4 Conclusão

Neste capítulo, uma estrutura *beamforming* foi proposta e simulada para verificar o acompanhamento do ângulo de chegada de um alvo com uma velocidade que fosse

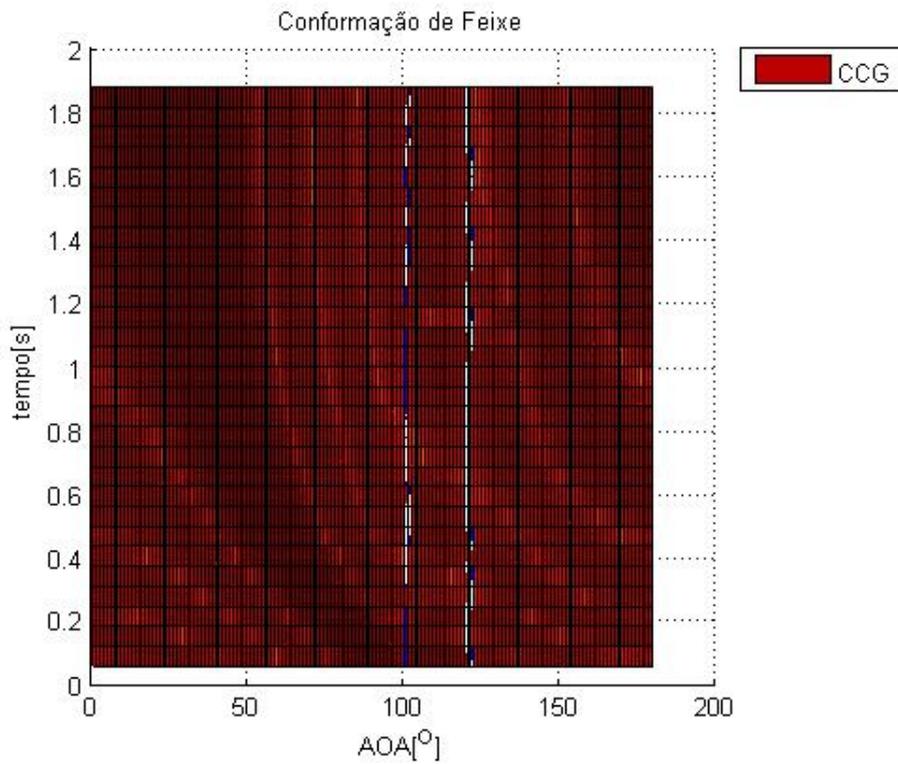
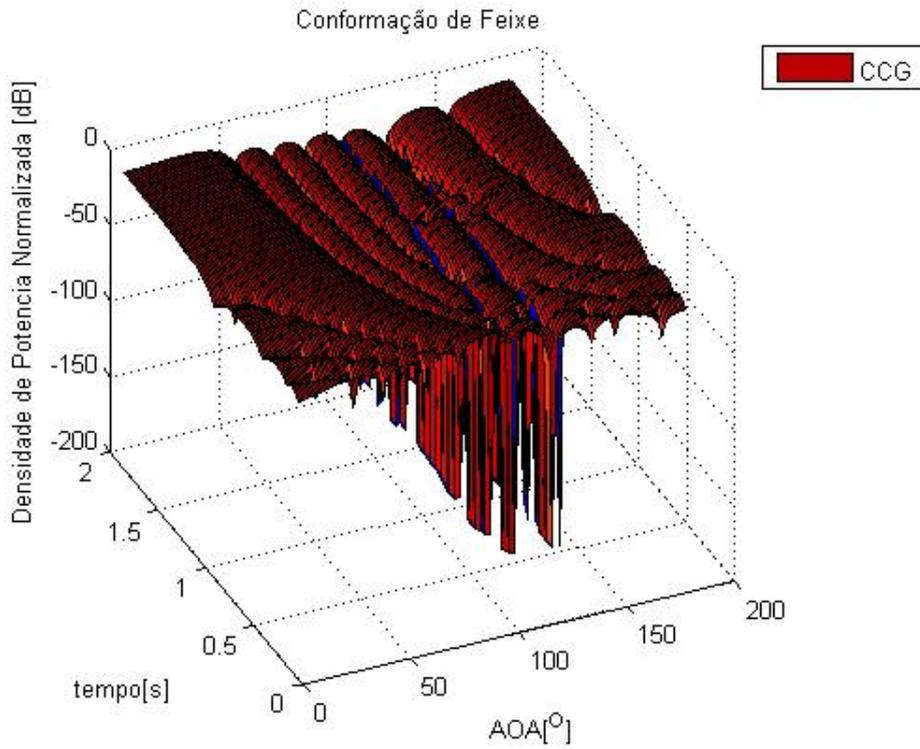


Figura 4.6: Vista do espectro estimado em 3D e 2D do algoritmo CCG para uma simulação de 2 s com velocidade de 10 m/s.

compatível com a velocidade de processamento dos algoritmos de *beamforming*. No geral, todos os algoritmos apresentaram um bom desempenho com relação à

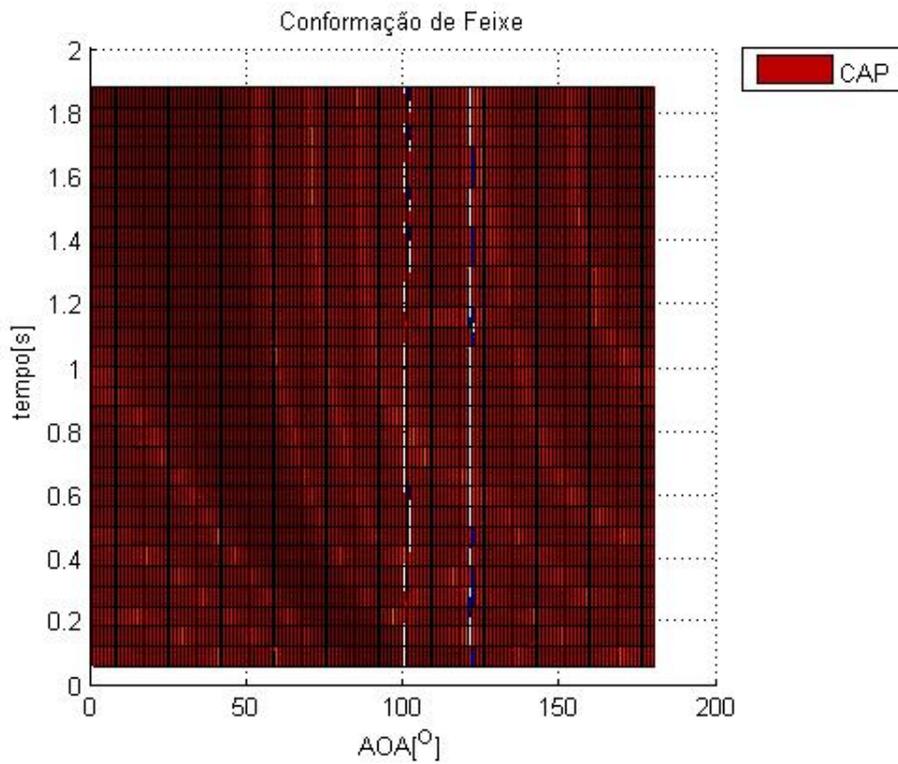
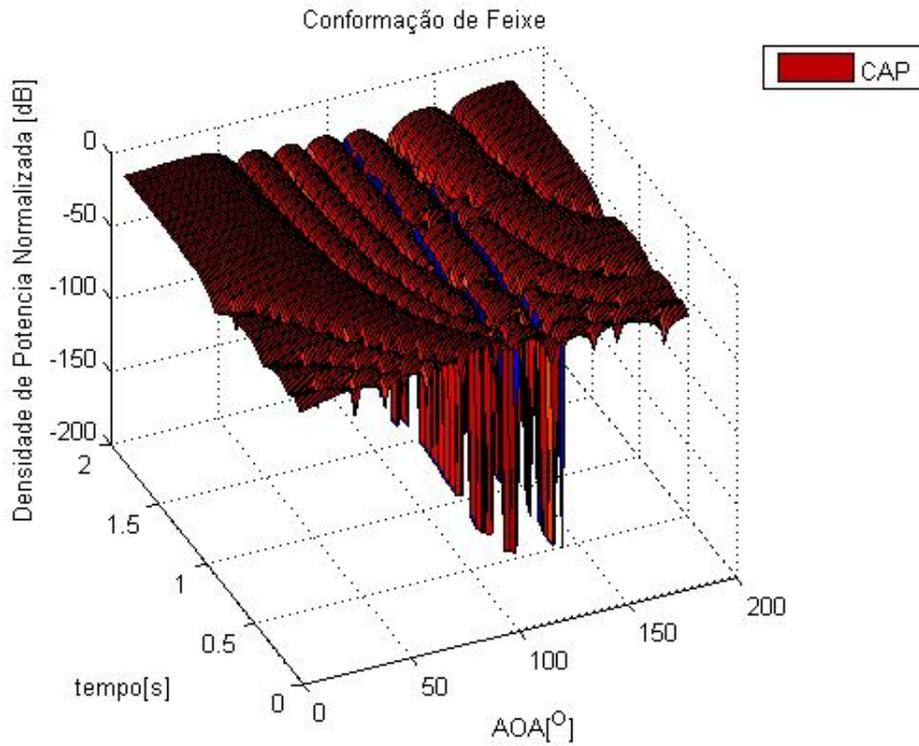


Figura 4.7: Vista do espectro estimado em 3D e 2D do algoritmo CAP para uma simulação de 2 s com velocidade de 10 m/s.

estabilidade, convergência e precisão. O CLMS foi o que obteve o pior desempenho quanto à precisão, no entanto os resultados foram aceitáveis. Os outros três

algoritmos apresentaram desempenhos semelhantes. Uma vez que a precisão não é um problema crítico, a estabilidade, a velocidade de convergência, e a carga computacional devem ser levadas em conta para se avaliar o desempenho dos algoritmos.

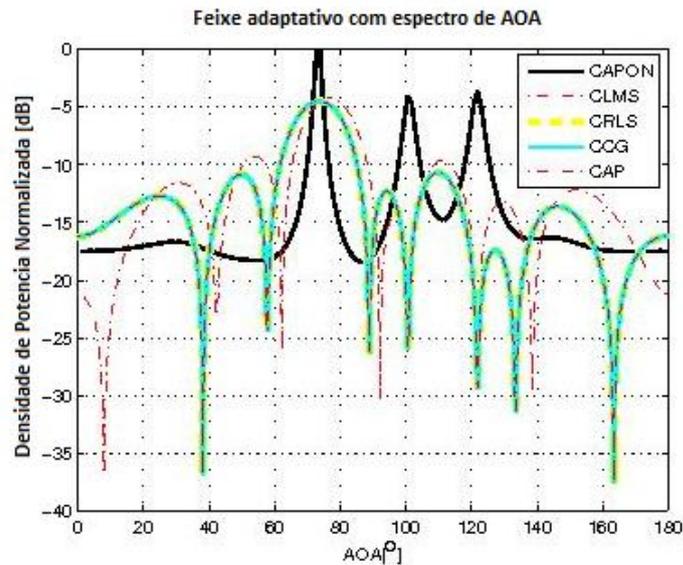


Figura 4.8: Feixe adaptativo e o espectro de AOA estimado ao final de 2 s de simulação para $v=1$ m/s.

Neste sentido, o algoritmo CCG seria uma escolha atraente por sua estabilidade e por ter sua velocidade de convergência próxima da do algoritmo CRLS. Quanto à sua complexidade computacional, podemos dizer que é menor que a do CRLS e maior que a do CAPA. Deve-se observar que o algoritmo CRLS pode apresentar problemas de estabilidade, como verificado em [24]. Também vale a pena mencionar que o algoritmo CAPA apresenta um comportamento intermediário em termos de complexidade computacional e velocidade de convergência por variar o número de hiperplanos de projeção utilizados [9]. Apesar dos bons resultados alcançados com a técnica proposta, um processo de monitoramento alternativo, através de um procedimento de janela deslizante, está atualmente sob investigação. Além disso, o caso de movimento não-linear do alvo é um tema para futura investigação.

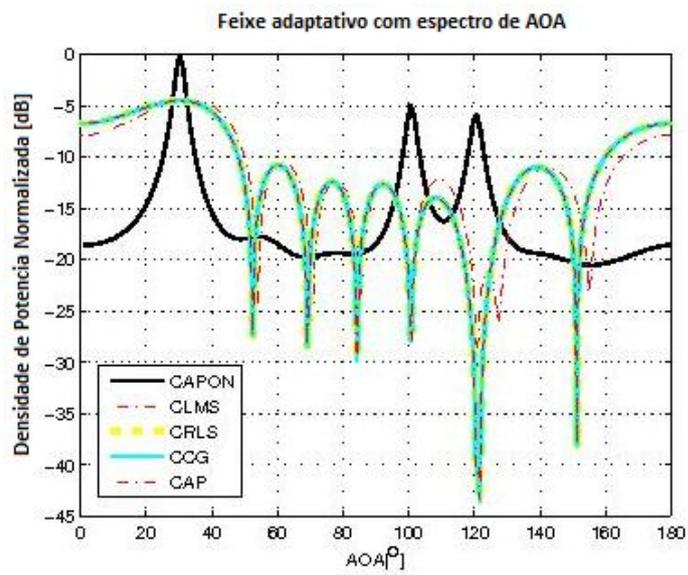


Figura 4.9: Feixe adaptativo e o espectro de AOA estimado ao final de 2 s de simulação para $v=10$ m/s.

Capítulo 5

Algoritmo LMS com Restrições Lineares para uma Estrutura *Beamforming* Banda Larga

Este capítulo contém a descrição dos experimentos realizados com o algoritmo LMS com restrições lineares para sinais de banda larga. Devido ao fato de que o LMS é o algoritmo mais usado na prática, será feita uma comparação do LMS com restrições lineares no domínio do tempo, no domínio da transformada cosseno discreta (DCT, do inglês *Discrete Cosine Transform*) e da transformada wavelet discreta (DWT, do inglês *Discrete Wavelet Transform*).

5.1 O Algoritmo *Constrained Least Mean Squares* no Domínio do Tempo

O CLMS é um algoritmo de gradiente estocástico simples que exige apenas conhecimento da direção de chegada e da resposta em frequência escolhida em uma certa direção [29]. No processo de adaptação, o algoritmo aprende progressivamente as estatísticas dos ruídos que chegam de outras direções. O algoritmo é capaz de manter uma resposta em frequência escolhida na direção de chegada, minimizando o ruído. Considerando o arranjo de sensores mostrado na Fig. 5.1, com K sensores e J coeficientes por sensor, há KJ pesos no total. O arranjo de sensores da Fig. 5.1 é usado para selecionar a direção de chegada desejada através do procedimento ‘*Delay and Sum*’ com número de atrasos adequados, empregado após os sensores como no caso do *beamforming*. Há um total de $KJ - K$ pesos adicionais em relação ao ‘*Delay and Sum*’, os quais podem ser usados para minimizar a potência total na saída do arranjo. O fato de minimizar a potência total mantendo a restrição de ganho na direção de chegada desejada é equivalente a minimizar a potência dos ruídos de

direções não desejadas considerando que o sinal e os ruídos são decorrelatados, que é uma suposição razoável.

Para uma dada direção de chegada, a combinação dos pesos da estrutura da Fig. 5.1 fornece a resposta em frequência do sistema para aquela direção.

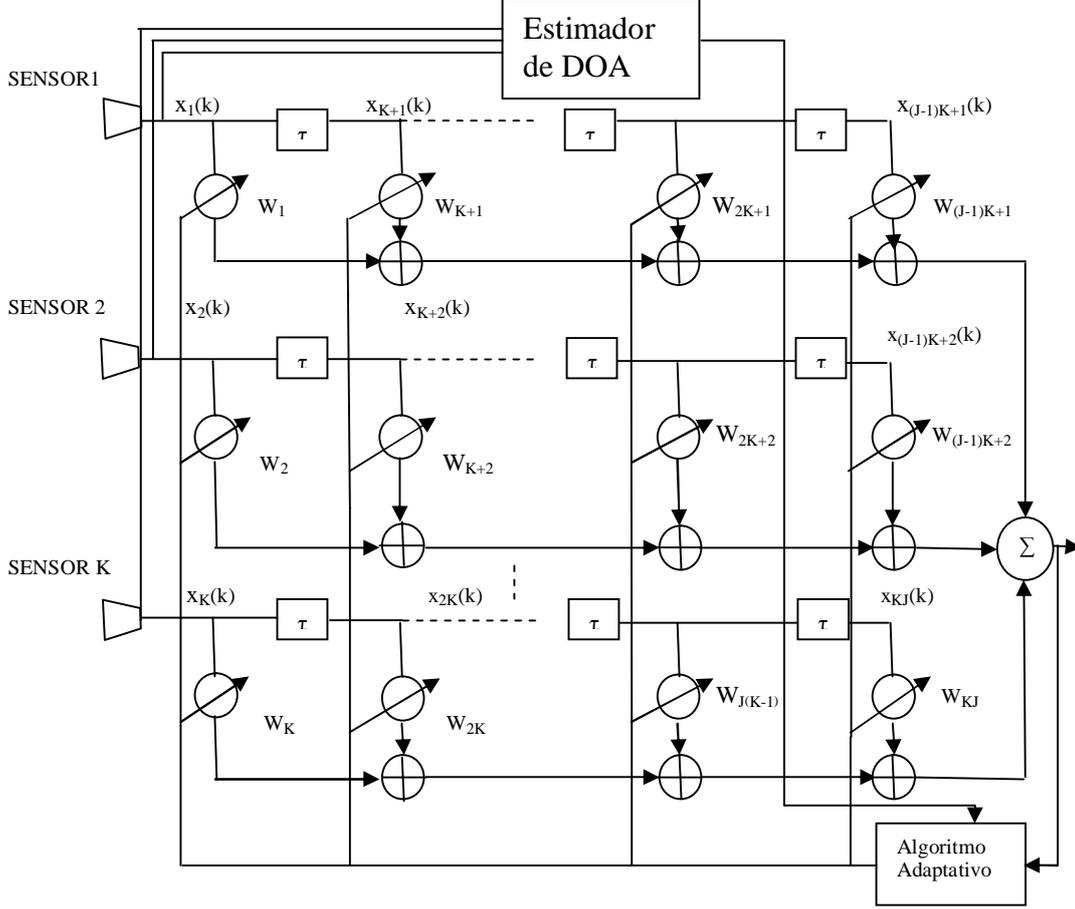


Figura 5.1: Estrutura *Beamforming* de banda larga.

O vetor de amostras da linha de retardo na k -ésima amostra é dado por

$$\mathbf{x}(k) = [x_1(k), x_2(k), \dots, x_{KJ}(k)]^T \quad (5.1)$$

O vetor com amostras do sinal que chega ao arranjo de sensores é a soma dos vetores correspondentes do sinal de interesse e do ruído, ou seja:

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{l}(k) + \mathbf{v}(k) \quad (5.2)$$

onde o vetor das fontes $\mathbf{l}(k)$ de dimensão KJ na k -ésima amostra é

$$\mathbf{l}(k) = [l_1(k) \cdots l_K(k) l_1(k-1) \cdots l_K(k-1) \cdots l_1(k-(J-1)) \cdots l_K(k-(J-1))]^T \quad (5.3)$$

e $\mathbf{v}(k)$ é o vetor de ruído dado por

$$\mathbf{v}(k) = [v_1(k)v_2(k) \cdots v_{KJ}(k)]^T \quad (5.4)$$

O vetor de pesos de todas as linhas de retardo é \mathbf{w} , onde

$$\mathbf{w} = [w_1w_2 \cdots w_{KJ}]^T \quad (5.5)$$

Sejam as matrizes de autocorrelação dos sinais:

$$\mathbf{R}_{xx} = E[\mathbf{x}(k)\mathbf{x}^T(k)] \quad (5.6)$$

$$\mathbf{R}_{nn} = E[\mathbf{n}(k)\mathbf{n}^T(k)] \quad (5.7)$$

$$\mathbf{R}_{ll} = E[\mathbf{l}(k)\mathbf{l}^T(k)] \quad (5.8)$$

É assumido que o sinal de propagação é descorrelatado com o vetor de ruído, logo

$$E[\mathbf{n}(k)\mathbf{l}^T(k)] = \mathbf{0} \quad (5.9)$$

e

$$\mathbf{R}_{xx} = \mathbf{R}_{nn} + \mathbf{R}_{ll} \quad (5.10)$$

A saída do arranjo no instante da k -ésima amostra é

$$y(k) = \mathbf{w}^T \mathbf{x}(k) = \mathbf{x}^T(k) \mathbf{w} \quad (5.11)$$

Sendo assim, podemos calcular a potência de saída do arranjo, tomando o valor esperado do quadrado da Eq. (5.11), ou seja:

$$\begin{aligned} E[y^2(k)] &= E[\mathbf{w}^T \mathbf{x}(k) \mathbf{x}^T(k) \mathbf{w}] \\ E[y^2(k)] &= \mathbf{w}^T \mathbf{R}_{xx} \mathbf{w} \end{aligned} \quad (5.12)$$

Na Fig. 5.1 o vetor de coeficientes \mathbf{w} é representado pela Eq. (5.5). As restrições sobre os coeficientes do *beamforming* são impostas através de um sistema de equações lineares, descrito na forma vetorial por:

$$\mathbf{C}^T \mathbf{w} = \mathbf{f} \quad (5.13)$$

Na Eq. (5.13), as restrições lineares são agrupadas na matriz \mathbf{C} , a qual combina os coeficientes presentes no vetor \mathbf{w} para que estes criem uma resposta especificada no

vetor de respostas \mathbf{f} . O vetor \mathbf{f} contém L valores escalares de restrições. Da mesma forma como descrito no Capítulo 3, utilizamos L igual ao número de direções de chegada estimadas e $\mathbf{f} = [1, 0, \dots, 0]^T$. A matriz \mathbf{C} , de dimensão $KJ \times L$ é dada por $\mathbf{C} = [\mathbf{A}(\theta); \dots; \mathbf{A}(\theta)]$. Neste caso, desde que $KJ > L$, \mathbf{C} tem posto completo (igual a L), ou seja, suas colunas são linearmente independentes.

Portanto, o problema pode ser resumido por:

$$E[|y|^2] = \mathbf{w}^T \mathbf{R}_{xx} \mathbf{w} \quad \text{é minimizado sujeito a} \quad \mathbf{C}^T \mathbf{w} = \mathbf{f} \quad (5.14)$$

onde \mathbf{R}_{xx} é a matriz de autocorrelação do sinal de entrada.

Como já visto anteriormente no Cap. 3, a solução ótima da Eq. (5.14) é dada por:

$$\mathbf{w}_{opt} = \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{C} [\mathbf{C}^T \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{C}]^{-1} \mathbf{f} \quad (5.15)$$

Para encontrar os pesos ideais, a matriz de correlação \mathbf{R}_{xx} (não conhecida *a priori*) deve ser estimada a partir de uma técnica adaptativa. A substituição de uma estimativa da matriz de correlação na equação dos pesos ideais requer um número de multiplicações proporcionais ao cubo do número de pesos. A complexidade é devida à inversão da matriz de correlação de entrada. O algoritmo adaptativo descrito a seguir requer somente um número de multiplicações e quantidade de posição de memória diretamente proporcional ao número de pesos. Em otimização com restrição, o vetor de pesos é inicializado com um vetor que satisfaz a restrição, ou seja, $\mathbf{w}(0) = \mathbf{C}(\mathbf{C}^T \mathbf{C})^{-1} \mathbf{f}$, e em cada iteração o vetor peso é movido na direção negativa do gradiente com restrição. O tamanho do passo é proporcional à magnitude da restrição do gradiente e é controlado por uma constante μ . Após a k -ésima iteração do vetor de peso, tem-se

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{P}[\mathbf{w}(k) - \mu y(k) \mathbf{x}(k)] + \mathbf{f} \quad (5.16)$$

Podemos observar que a equação do algoritmo LMS com restrições para a estrutura de *beamforming* banda larga é dada de forma semelhante a que vimos na Tab. 3.1 do Capítulo 3.

5.2 O Algoritmo LMS com Restrições Lineares no Domínio da Transformada

O algoritmo LMS no domínio da transformada é uma técnica usada para melhorar a velocidade de convergência do algoritmo LMS quando o sinal de entrada é altamente correlatado. A idéia básica por trás desta metodologia é modificar o

sinal de entrada a ser aplicado ao filtro adaptativo, de modo que o condicionamento da matriz de correlação correspondente apresente melhoria. Para fazer isto, dois algoritmos LMS no domínio da transformada serão testados e avaliados utilizando o mesmo cenário proposto no Cap. 4.

5.2.1 O Algoritmo LMS com Restrições Lineares no Domínio da Transformada Cosseno Discreta (DCT-CLMS)

Sabe-se que o LMS é um algoritmo muito usado na prática, por sua simplicidade de implementação. Um dos inconvenientes desse algoritmo é que sua velocidade de convergência diminui à medida que a relação entre os autovalores máximo e mínimo da matriz de autocorrelação de entrada aumenta. Uma abordagem para aumentar a velocidade de convergência do algoritmo LMS é usar uma matriz no lugar do passo de adaptação μ , sendo esta matriz obtida multiplicando a inversa da matriz de autocorrelação de entrada por um escalar constante. Este tipo de ajuste dos pesos é conhecido como auto-ortogonalização. Pode ser demonstrado através de análise de convergência do algoritmo resultante que a matriz que controla a velocidade de convergência desse algoritmo é uma matriz identidade e, portanto, seus autovalores são todos iguais. Contudo, a concretização deste algoritmo requer um grande número de operações aritméticas, devido aos cálculos para obtenção da matriz fator de convergência. Sabe-se que a DCT pertence a uma classe de transformações ortogonais discretas, as quais conseguem aproximadamente diagonalizar a matriz autocorrelação da entrada de dados [30]. Assim, o filtro adaptativo LMS realizado por auto-ortogonalização no domínio da transformada é muito mais simples computacionalmente do que o no domínio do tempo [12].

Da Fig. 5.2, em cada sensor do arranjo, o vetor dos sinais recebidos é primeiramente transformado pela DCT e então empregado no algoritmo LMS com restrições lineares para adaptação. O vetor de amostras do sinal para o i -ésimo canal é denotado por $\mathbf{x}_i(k) = [x_i(k), x_{K+i}(k), \dots, x_{(J-1)K+i}(k)]^T$, e o vetor correspondente do sinal transformado \mathbf{z}_i será $\mathbf{z}_i(k) = \mathbf{T}^T \mathbf{x}_i(k)$, onde \mathbf{T}^T é a matriz DCT de J pontos e o elemento (l,m) da matriz DCT é dado por

$$\mathbf{t}_{l,m} = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} & l = 1 \\ \cos \frac{(l-1)(2m-1)\pi}{2J}, & 2 \leq l \leq J \end{cases}$$

Dado que \mathbf{T}^T é uma matriz ortogonal, $\mathbf{T}^T \mathbf{T} = \mathbf{I}_{J \times J}$. Para K canais, o vetor de entrada $\mathbf{z}(k) = [\mathbf{z}_1(k) \cdots \mathbf{z}_K(k)]^T$ de dimensão $KJ \times 1$ correspondente no domínio da transformada é representado por $\mathbf{z}(k) = \Psi^T \mathbf{x}(k)$, com $\Psi^T = \mathbf{T}^T \otimes \mathbf{I}_{K \times K}$, sendo \otimes

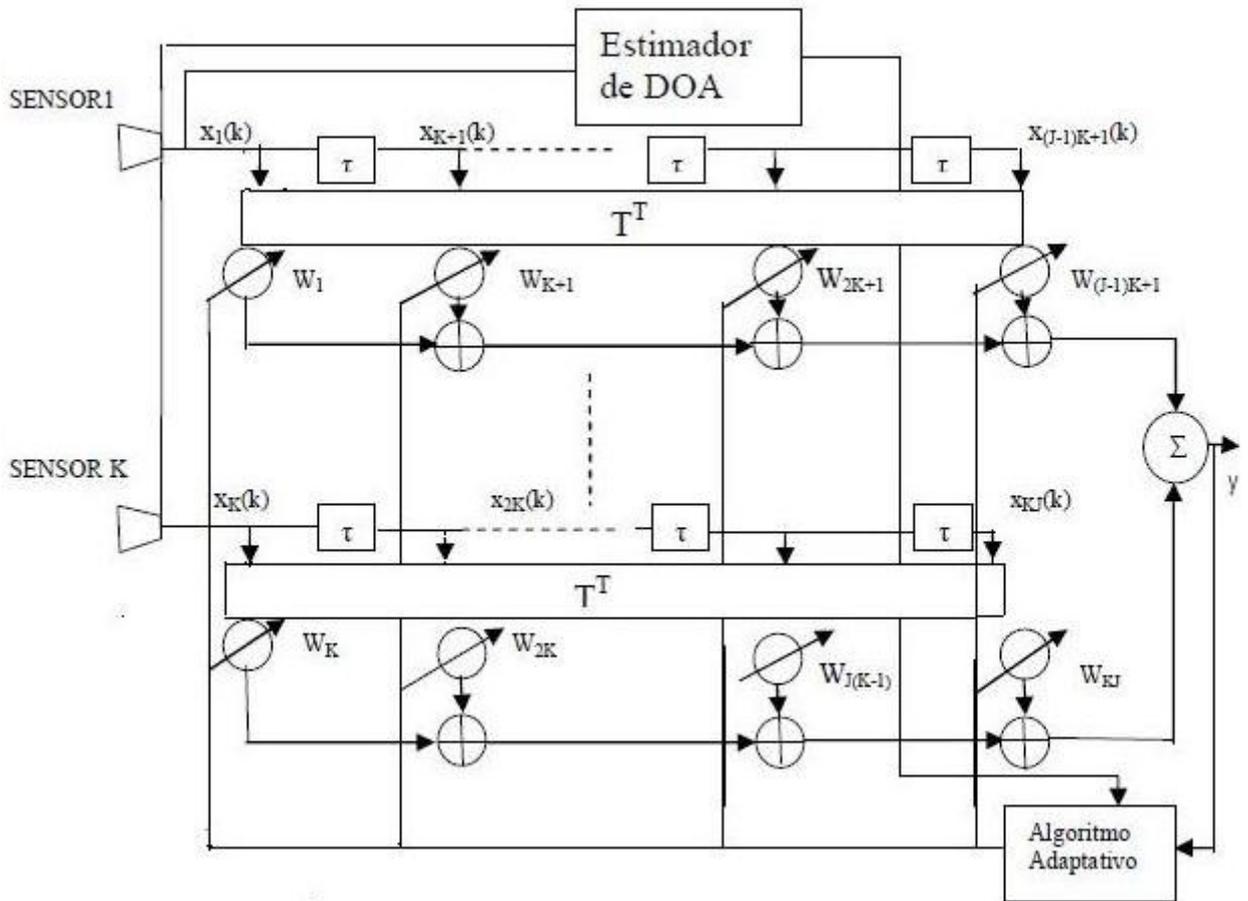


Figura 5.2: Estrutura *Beamforming* de banda larga no Domínio da Transformada.

o operador de Kronecker [30] e $\mathbf{x}(k) = [\mathbf{x}_1^T(k), \dots, \mathbf{x}_K^T(k)]^T$. Baseado na definição da referência [27], pode ser facilmente mostrado que $\Psi^T \Psi = \mathbf{I}$. Para derivar o algoritmo LMS com restrições lineares, pré-multiplicamos por Ψ^T ambos os lados da Eq. (5.16), obtendo

$$\Psi^T \mathbf{w}(k+1) = \Psi^T \mathbf{P}[\mathbf{w}(k) - \mu y(k) \mathbf{x}(k)] + \Psi^T \mathbf{f} \quad (5.17)$$

Em consequência, os vetores de \mathbf{f} e $\mathbf{w}(k)$ correspondentes no domínio da transformada serão $\mathbf{a} = \Psi^T \mathbf{f}$ e $\mathbf{b}(k) = \Psi^T \mathbf{w}(k)$. Usando as definições de Ψ e \mathbf{P} , podemos mostrar que $\mathbf{P} = \Psi^T \mathbf{P} \Psi$ [30] e, portanto, a Eq. (5.17) se torna

$$\mathbf{b}(k+1) = \mathbf{P}[\mathbf{b}(k) - \mu_2 y(k) \mathbf{z}(k)] + \mathbf{a} \quad (5.18)$$

O vetor de pesos ótimo no domínio da transformada da linha de retardo será

$$\mathbf{b}_{opt} = \mathbf{R}_{zz}^{-1}(\Psi^T \mathbf{C})[(\Psi^T \mathbf{C})^T \mathbf{R}_{zz}^{-1}(\Psi^T \mathbf{C})]^{-1} \mathbf{f} \quad (5.19)$$

onde \mathbf{R}_{zz}^{-1} é a inversa da matriz $\mathbf{R}_{zz} = E[\mathbf{z}(k)\mathbf{z}^T(k)] = \Psi^T \mathbf{R}_{xx} \Psi$. De maneira similar, a saída do *beamformer* adaptativo no domínio da transformada, pela definição, é dado por

$$y(k) = \mathbf{b}^T(k)\mathbf{z}(k) = \mathbf{w}^T(k)\Psi\Psi^T\mathbf{x}(k) = \mathbf{w}(k)\mathbf{x}(k) \quad (5.20)$$

Portanto, os sinais de saída do *beamformer* no domínio da transformada e no domínio do tempo são idênticos. Assim, no processamento de arranjo, se somente o sinal de saída é desejado no *beamformer* no domínio da transformada não seria necessária nenhuma transformação inversa dos coeficientes. Além disso, a versão de potência normalizada da Eq. (5.18) pode ser igualmente expressa por

$$\mathbf{b}(k+1) = \mathbf{P}[\mathbf{b}(k) - \mathbf{U}y(k)\mathbf{z}(k)] + \mathbf{a} \quad (5.21)$$

com $\mathbf{U} = \mu_2 \Lambda$, sendo a matriz diagonal Λ definida por

$$\Lambda = \text{diag}\left\{\frac{1}{p_1(k)}, \frac{1}{p_2(k)}, \dots, \frac{1}{p_{KJ}(k)}\right\} \quad (5.22)$$

onde $p_i(k)$ é a potência média de $z_i(k)$, a qual pode ser estimada. Na prática, por exemplo, podemos utilizar a seguinte fórmula:

$$p_i(k) = \frac{(k-1)p_i(k-1) + z_i^2}{k} \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, KJ \quad (5.23)$$

Assim, a equação de atualização do vetor de pesos do algoritmo LMS com restrições no domínio da DCT pode ser expressa por

$$\mathbf{b}(k+1) = \mathbf{P}[\mathbf{b}(k) - \Lambda_s y(k)\mathbf{z}(k)] + \mathbf{a} \quad (5.24)$$

onde

$$\Lambda_s = \begin{cases} \mu_1 \mathbf{I}, & \text{para o processo inicial de adaptação} \\ \mu_2 \Lambda, & \text{quando os sinais de entrada são suficientes para estimar suas potências} \end{cases}$$

Isso significa que, no processo inicial de adaptação, a taxa de convergência do algoritmo LMS com restrições no domínio da transformada será afetada pela relação de potência entre os interferentes de entrada. Por outro lado, quando $\Lambda_s = \mu_2 \Lambda$, a taxa de convergência do algoritmo é menos afetada por esta relação de potência.

5.2.2 O Algoritmo LMS com Restrições Lineares no Domínio da Transformada Wavelet Discreta (DWT-CLMS)

O algoritmo LMS com restrições lineares no domínio da Transformada Wavelet Discreta (DWT-CLMS), como qualquer outro algoritmo LMS no domínio da transformada, usa a técnica da auto-ortogonalização [25] para melhorar o desempenho da convergência. Como no algoritmo DCT-CLMS, o vetor de entrada $\mathbf{x}_i(n)$ é transformado, usando uma matriz ortogonal, em um novo vetor $\mathbf{z}_i(n)$, e, em seguida, uma versão normalizada do LMS é usada para atualizar os coeficientes do filtro adaptativo. Apesar dos algoritmos rápidos no domínio da transformada (baseados, por exemplo, na transformada discreta de Fourier) terem sido desenvolvidos durante a última década, todos eles apresentam na melhor das hipóteses uma complexidade computacional da ordem $O(N)$ [31], onde N é o tamanho do filtro adaptativo. Da mesma forma, a transformada wavelet apresenta uma complexidade computacional da ordem $O(N)$ [32].

Em forma matricial, a transformação wavelet ortogonal pode ser expressa como $\mathbf{z}_i(n) = \mathbf{T}^T \mathbf{x}_i(n)$. Para uma transformada wavelet com um estágio e filtros equivalentes $h_0(n)$ e $h_1(n)$ de comprimento $N = 4$, tem-se, para um sistema com $J = 8$ atrasos e assumindo-se $x_i(n)$ periódico [33], $\mathbf{T}^T = \mathbf{T}_0$, sendo:

$$\mathbf{T}_0 = \begin{bmatrix} h_0(0) & h_0(1) & h_0(2) & h_0(3) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_0(0) & h_0(1) & h_0(2) & h_0(3) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & h_0(0) & h_0(1) & h_0(2) & h_0(3) \\ h_0(2) & h_0(3) & 0 & 0 & 0 & 0 & h_0(0) & h_0(1) \\ h_1(0) & h_1(1) & h_1(2) & h_1(3) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_1(0) & h_1(1) & h_1(2) & h_1(3) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & h_1(0) & h_1(1) & h_1(2) & h_1(3) \\ h_1(2) & h_1(3) & 0 & 0 & 0 & 0 & h_1(0) & h_1(1) \end{bmatrix}$$

Uma decomposição em mais subbandas (estágios) pode ser obtida simplesmente repetindo a decomposição dos sinais resultantes de cada uma das duas subbandas (gerados por h_0 e h_1), ou seja, aplicando-se a matriz:

$$\mathbf{T}_1 = \mathbf{I}_{2 \times 2} \otimes \begin{bmatrix} h_0(0) & h_0(1) & h_0(2) & h_0(3) \\ h_0(2) & h_0(3) & h_0(0) & h_0(1) \\ h_1(0) & h_1(1) & h_1(2) & h_1(3) \\ h_1(2) & h_1(3) & h_1(0) & h_1(1) \end{bmatrix}$$

ao vetor resultante do estágio anterior. O número máximo de estágios de

decomposição é, portanto, $k_{max} = 1 + \log_2(J/N)$. A transformação com l estágios é equivalente à multiplicação de $\mathbf{x}_i(n)$ por uma sequência de matrizes ortogonais, ou seja, $\mathbf{z}_i(n) = \mathbf{T}_{l-1} \cdots \mathbf{T}_2 \mathbf{T}_1 \mathbf{T}_0 \mathbf{x}_i(n)$.

A atualização dos coeficientes do *beamformer* é feita da mesma forma que no algoritmo DCT-CLMS.

5.2.3 Simulações

Nesta seção, simulações foram realizadas para verificar os desempenhos dos algoritmos apresentados. Foram testados três algoritmos adaptativos com restrições lineares: CLMS, DCT-CLMS, DWT-CLMS, sendo utilizado $\mu = 0,005$ em todos os casos e a transformada wavelet de Daubechies. A matriz de restrição no algoritmo foi gerada baseando-se nas estimativas do espectro espacial derivado do método Capon de estimação de AOA. Os algoritmos foram testados de duas maneiras: para o primeiro teste foi utilizado um sinal de banda estreita variando-se a frequência do alvo em movimento e dos interferentes; já para o segundo um sinal banda larga foi proposto.

Para o primeiro teste, o sinal recebido em cada sensor consiste de um sinal faixa estreita gerado por um alvo móvel e dois interferentes fixos, com um ruído branco gaussiano aditivo. Sua frequência varia ao longo tempo, amostrado com uma taxa de 16 kHz (mais do que suficiente para prevenir *aliasing*). Os valores de relação sinal ruído escolhidos foram: 20 dB para o sinal principal, 10 dB para o primeiro interferente e 5 dB para o segundo. Dado que o alvo estava em movimento e um mecanismo de propagação da onda foi assumido (condição de campo distante), o efeito de movimento foi representado pelo deslocamento de fase no tempo, variante adicional no sinal principal. Este deslocamento de fase foi calculado em função do tempo, da velocidade do alvo e dos parâmetros geométricos do cenário adotado (Fig. 4.1, do Cap. 4). A simulação compreende uma estrutura de *beamforming* de banda larga, como mostra a Fig. 5.1. Usando a mesma estrutura de janelamento no tempo que foi adotada no Cap. 4, um limiar (obtido por tentativa e erro) também foi considerado para definir o tamanho das duas janelas (n_1 e n_2). Para estimação de ângulo de chegada, o tamanho da janela adotado foi $n_1 = 20$ amostras. A janela dos algoritmos LMS com restrições lineares no domínio do tempo e no domínio da transformada também apresenta uma largura mínima para obter um bom desempenho. Mais especificamente, a principal restrição aqui é a convergência dos algoritmos, principalmente para o algoritmo CLMS no domínio do tempo. Por outro lado, uma janela grande foi considerada para que a estrutura fosse capaz de acompanhar o alvo em movimento, mesmo que houvesse mudanças abruptas na orientação do alvo (φ). A janela adotada para os *beamformers* foi de $n_2 = 200$

amostras. Para a estrutura de *beamforming* de banda larga, o número de pesos por linha e o vetor inicial de peso $\mathbf{w}(0) = \mathbf{0}$ foram fixos. Além disso, assumimos que a ULA tem 8 sensores ($K = 8$) em uma linha e cada sensor tem 8 linhas de retardo ($L = 8$). Em todos os casos, a matriz $\Lambda_s = \mu_1 \mathbf{I}$ (para o processo de adaptação inicial) foi mudada para $\Lambda_s = \mu_2 \Lambda$ (quando o número de amostras dos sinais de entrada era grande o suficiente). Para fazer a comparação entre os algoritmos, os valores de μ para todos os algoritmos foram os mesmos. Para ilustrar o comportamento dos *beamformers*, foi assumido um cenário onde um alvo se deslocando com velocidade de 5 m/s foi simulado e os interferidores estavam fixos em 100° e 120° . O alvo inicia o trajeto a 5 m do centro do arranjo, isto é, com um AOA inicial de 90° , e apresentando uma inclinação de 15° com relação ao eixo paralelo ao arranjo. A Fig. 5.3 apresenta a estimação do espectro espacial 3D utilizando o método Capon. Como podemos perceber, ambas as estimativas dos interferentes apresentam uma boa precisão, quando comparadas aos valores assumidos. O mesmo acontece para a estimação do sinal principal, com erros de estimações inferiores a 1° . No

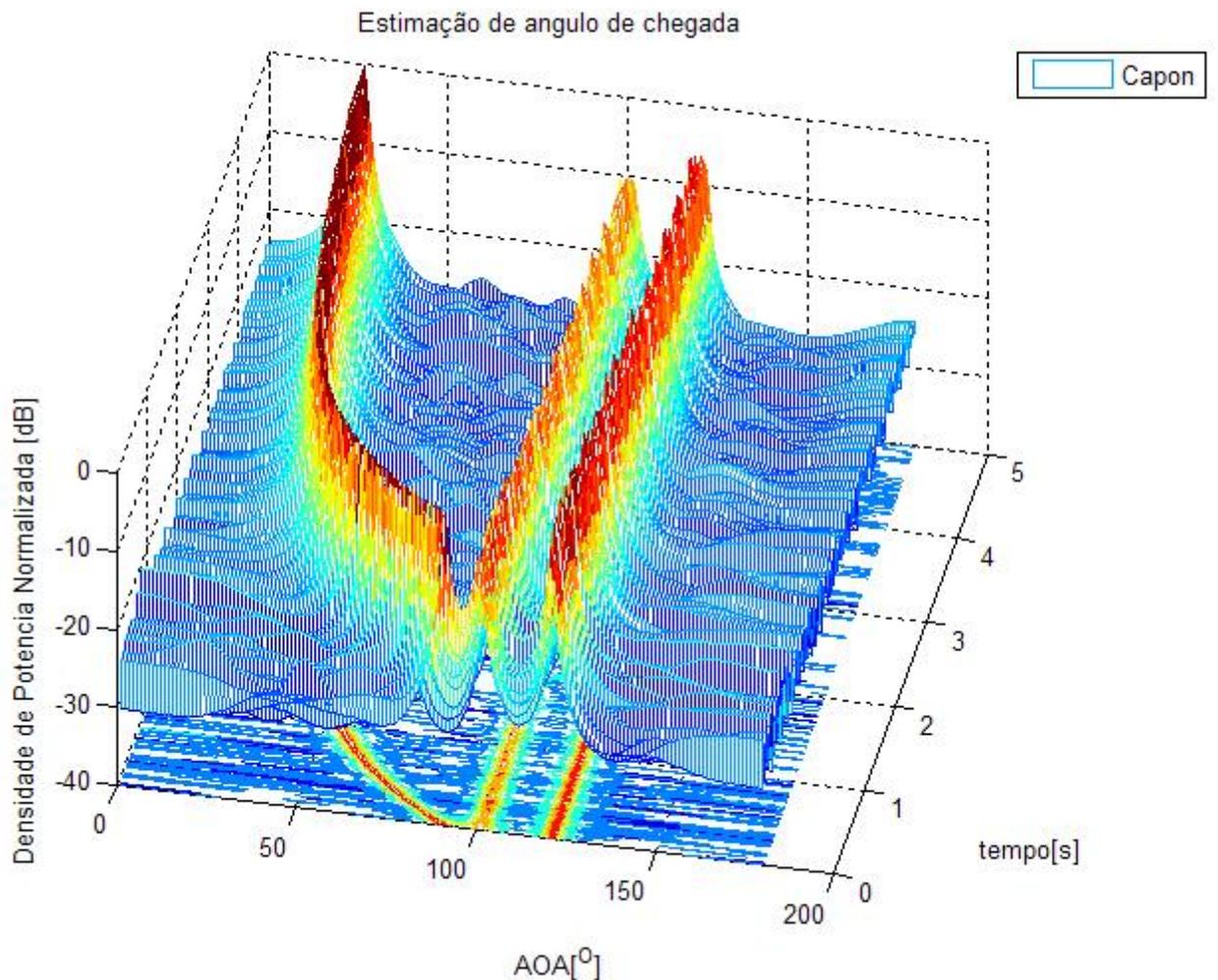


Figura 5.3: Vista 3D do espectro espacial estimado.

procedimento adotado, um feixe é calculado a cada instante, após a estimativa AOA estar disponível. No entanto, é suficiente mostrar um feixe por janela, a fim de ilustrar a capacidade de acompanhamento da estrutura simulada.

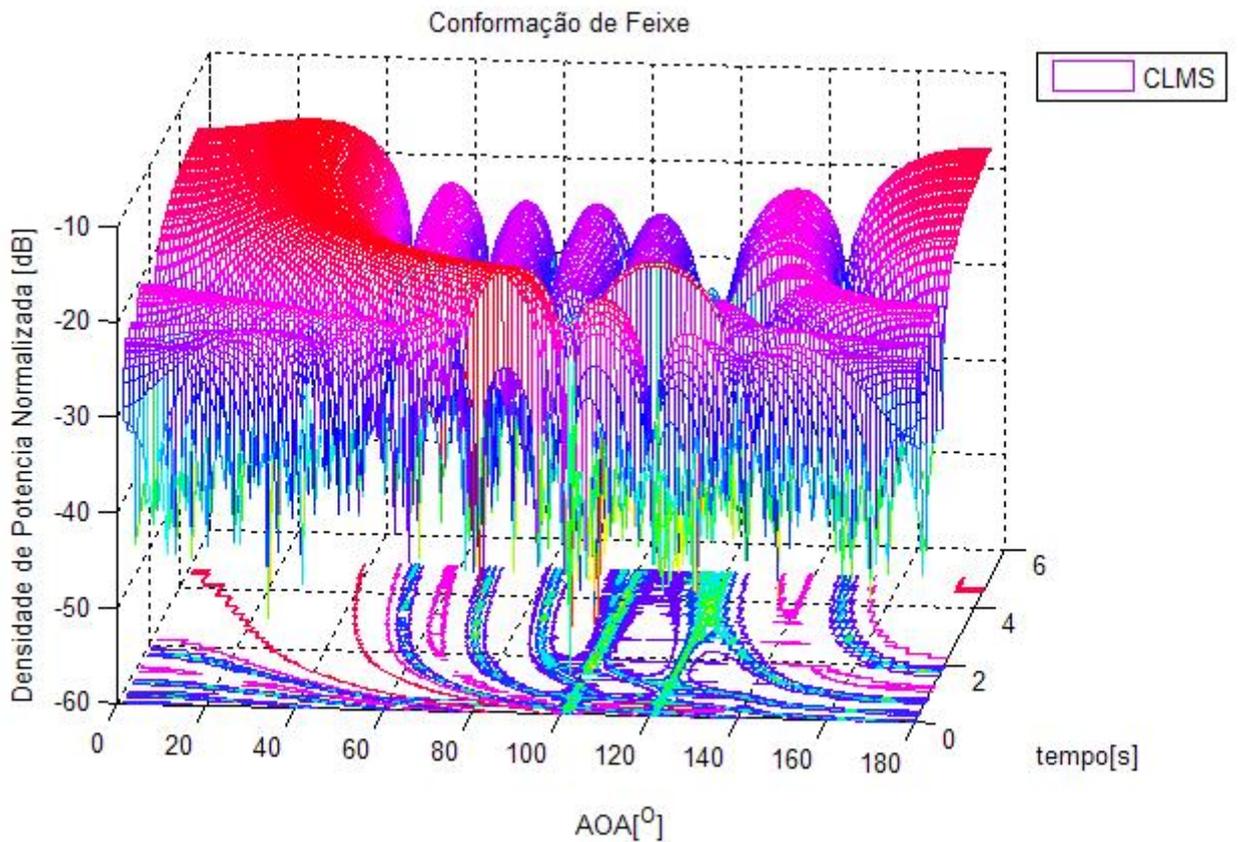


Figura 5.4: Vista 3D da conformação de feixe do algoritmo CLMS.

As Figs. 5.4, 5.5 e 5.6 apresentam as vistas 3D dos feixes calculados ao longo da simulação para os algoritmos CLMS, DCT-CLMS e DWT-CLMS. Podemos verificar que os algoritmos foram capazes de acompanhar o sinal principal, enquanto colocavam nulos em ambos interferentes. Em geral os algoritmos testados tiveram um bom desempenho quanto à precisão do acompanhamento. No entanto, os algoritmos DWT-CLMS e DCT-CLMS obtiveram resultados melhores quando comparados ao algoritmo LMS com restrições lineares no domínio do tempo, como podemos ver nas Figs. 5.7, 5.8 e 5.9, que contêm os espectros espaciais dos sinais resultantes e o feixe adaptativo ao final da simulação.

Para o segundo teste, foi utilizado um sinal banda larga como alvo para a estrutura da Fig. 5.1. Adotando o mesmo procedimento de janelamento no tempo do teste anterior, foi assumido um cenário contendo um alvo com direção de 90° e dois interferentes com direções de 30° e 150° . O sinal transmitido tem uma largura de banda de 7 kHz, a SNR foi de 20 dB para o sinal de interesse e para os interferentes as

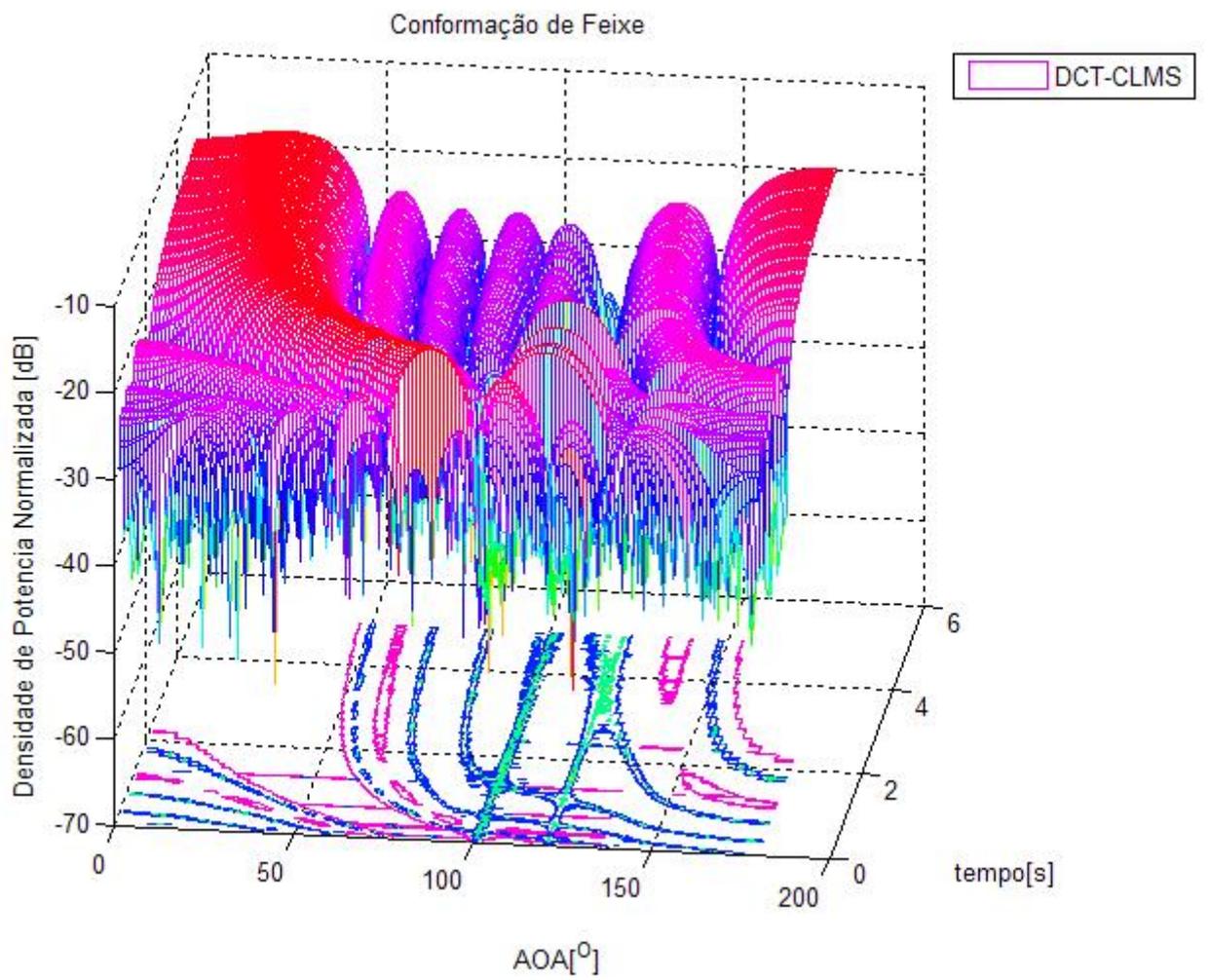


Figura 5.5: Vista 3D da conformação de feixe do algoritmo DCT-CLMS.

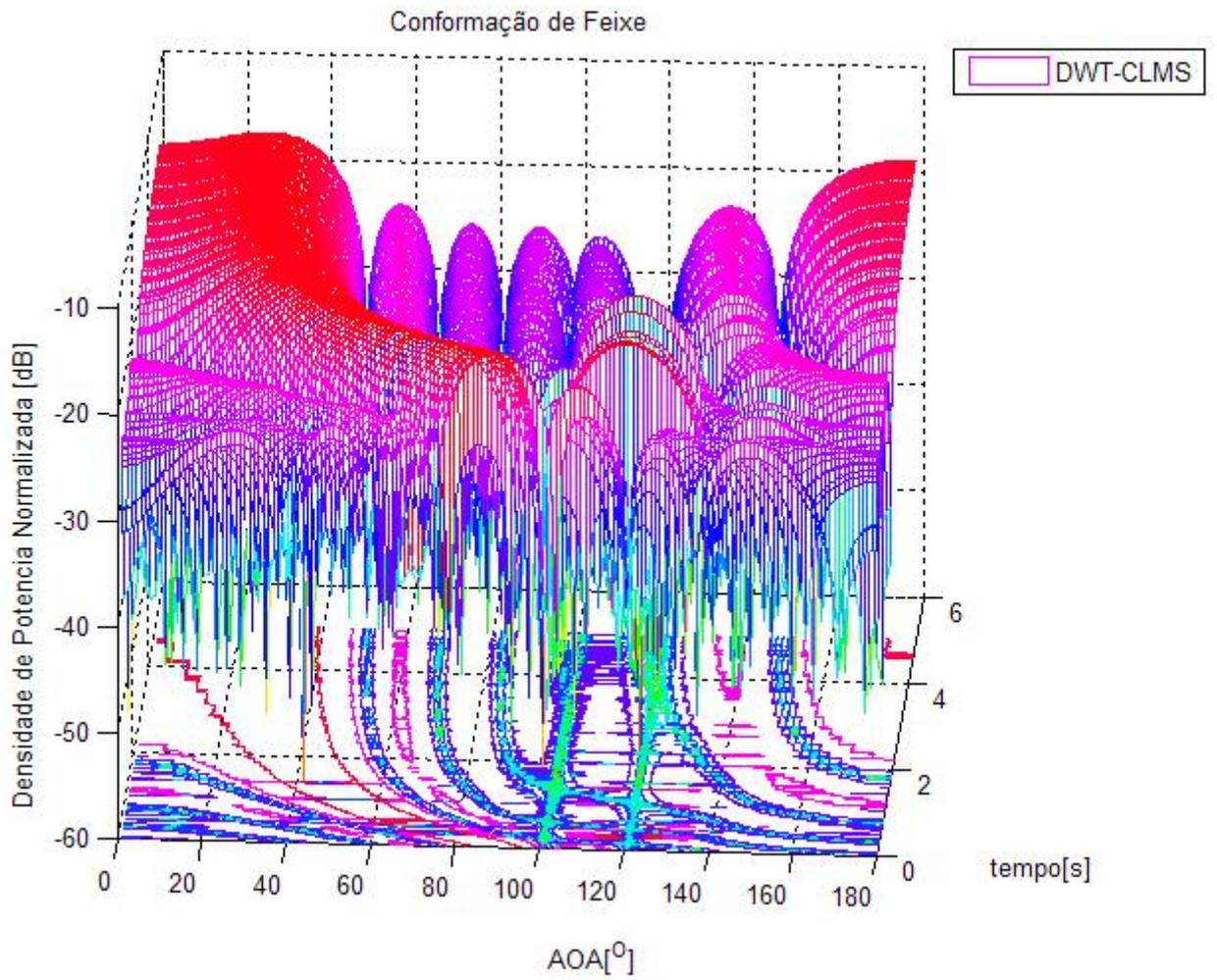


Figura 5.6: Vista 3D da conformação de feixe do algoritmo DWT-CLMS.

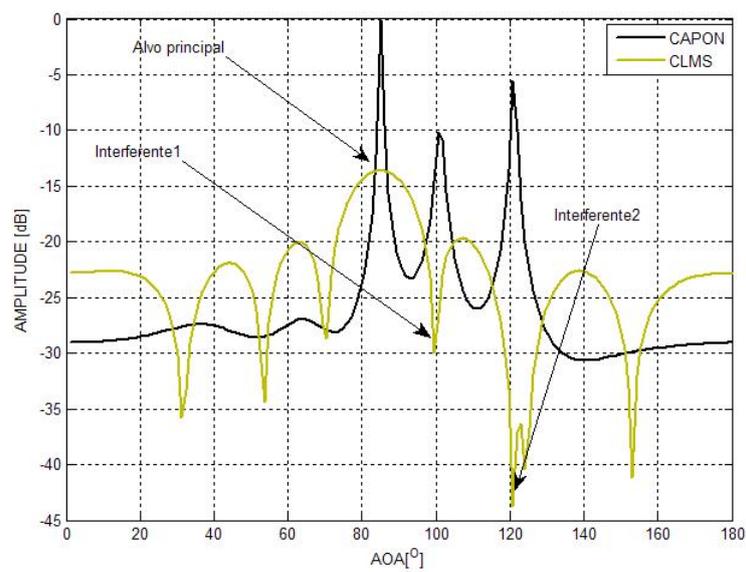


Figura 5.7: Vista 2D do espectro espacial com o feixe adaptativo.

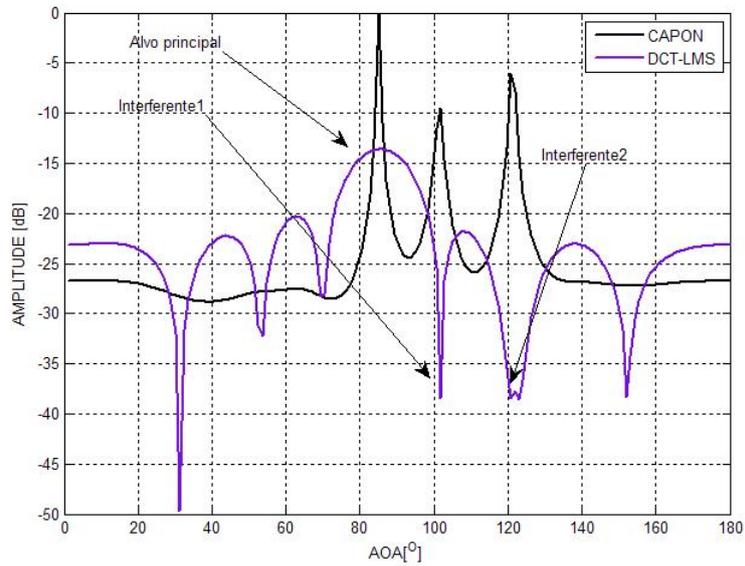


Figura 5.8: Vista 2D do espectro espacial com o feixe adaptativo.

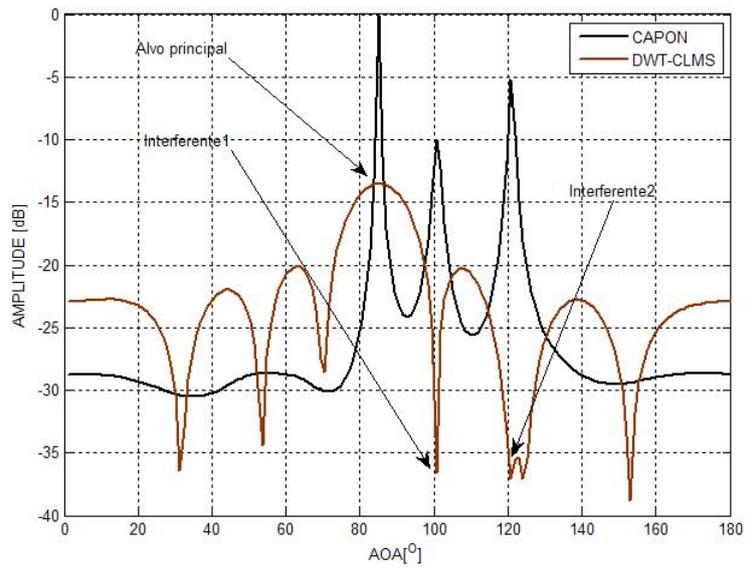


Figura 5.9: Vista 2D do espectro espacial com o feixe adaptativo.

SNRs foram 10 dB e 5 dB, respectivamente. Foram utilizados os algoritmos CLMS, DCT-LMS e o DWT-CLMS para as conformações de feixe e o método Capon para estimar o espectro de AOA. A Fig. 5.10 representa o espectro espacial de AOA das estimativas do sinal principal e de ambos os AOAs dos interferentes. Como pode ser visto, tanto a estimativa dos AOAs dos interferentes quanto do sinal principal apresentaram boa precisão quando comparados aos valores previstos anteriormente. O procedimento adotado previa que um feixe fosse calculado após a estimação

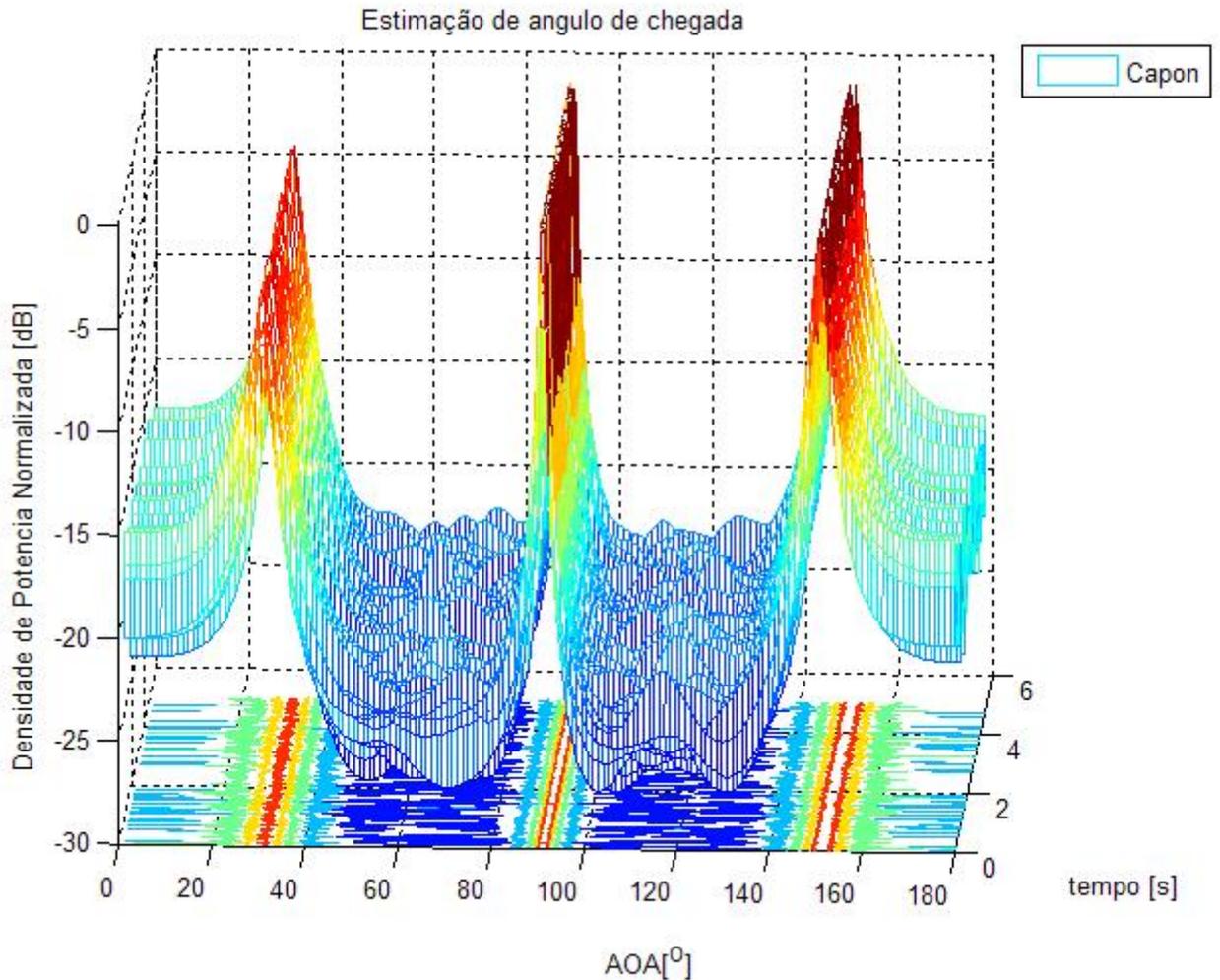


Figura 5.10: Vista 3D do espectro de AOA estimado.

da AOA ter sido concluída. Para ilustrar a capacidade de acompanhamento da estrutura *beamforming*, as Figs. 5.11, 5.12 e 5.13 apresentam vistas em 3D dos feixes calculados a partir da estimação do espectro de AOA para os algoritmos CLMS, DCT-CLMS e DWT-CLMS. Podemos verificar que os algoritmos adaptativos de *beamforming* com restrições testados obtiveram um bom acompanhamento das direções dos sinais de chegada, onde os nulos puderam ser vistos claramente nos AOAs dos interferentes.

Em geral, os algoritmos de *beamforming* com restrições testados obtiveram uma

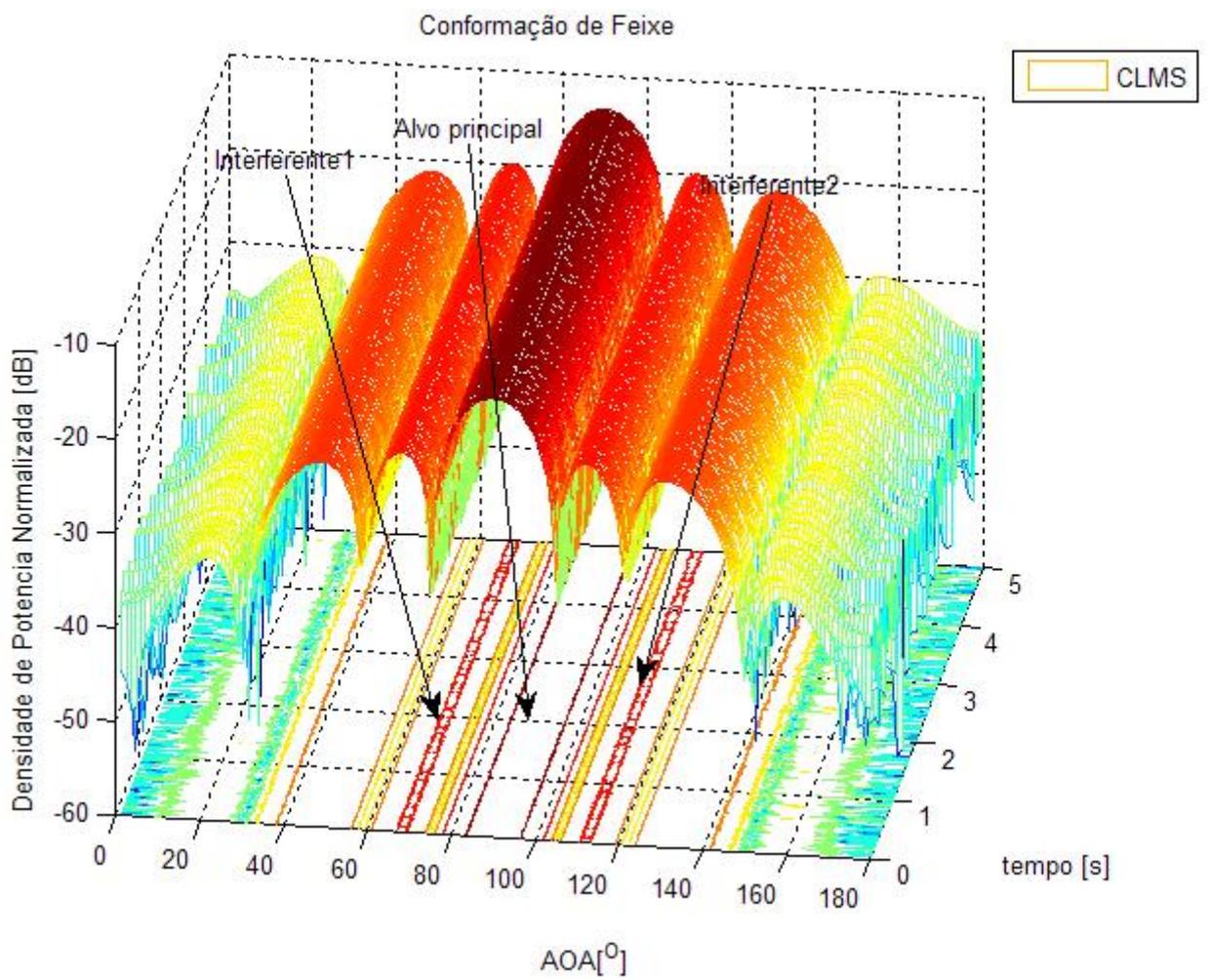


Figura 5.11: Vista 3D da conformação de feixe do algoritmo de *beamforming* CLMS.

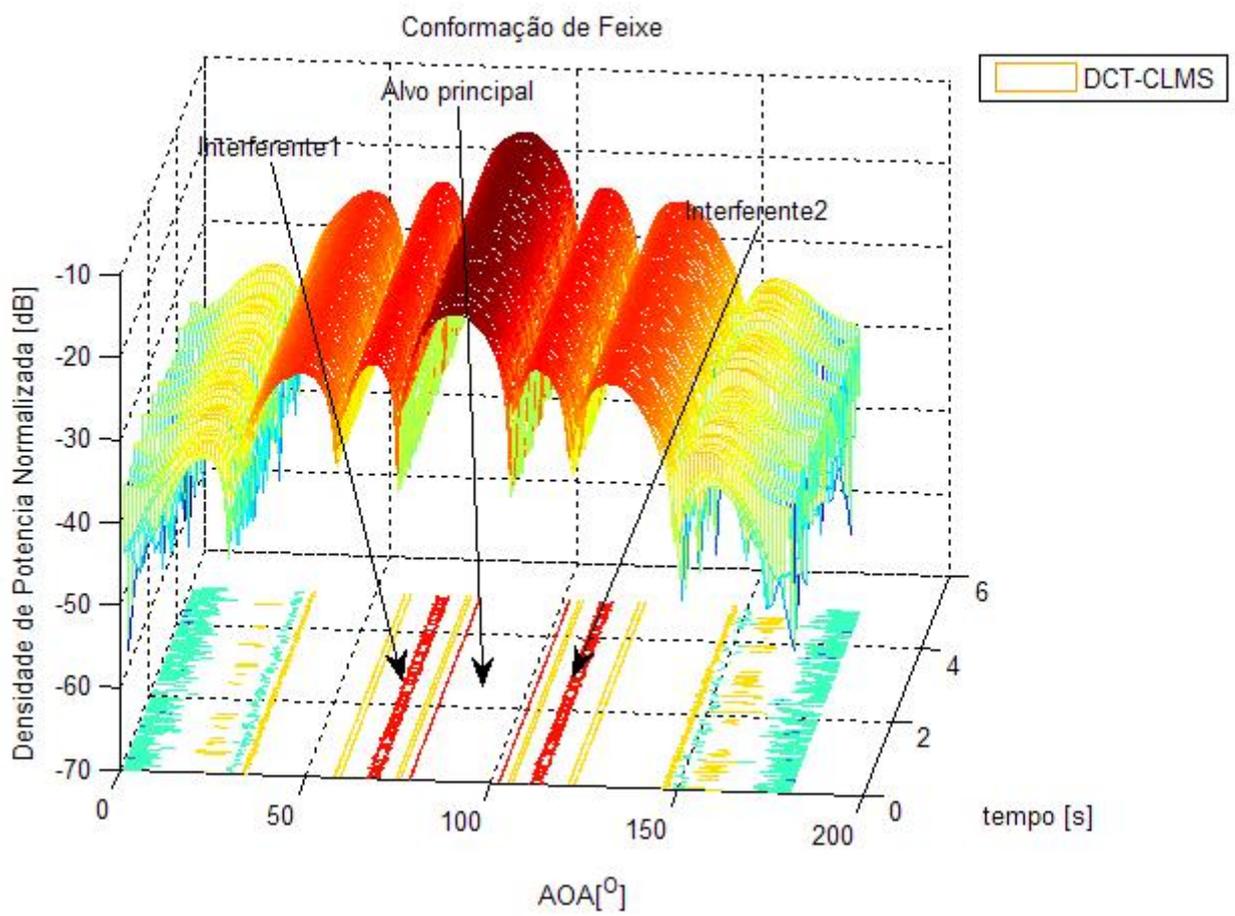


Figura 5.12: Vista 3D da conformação de feixe do algoritmo de *beamforming* DCT-CLMS.

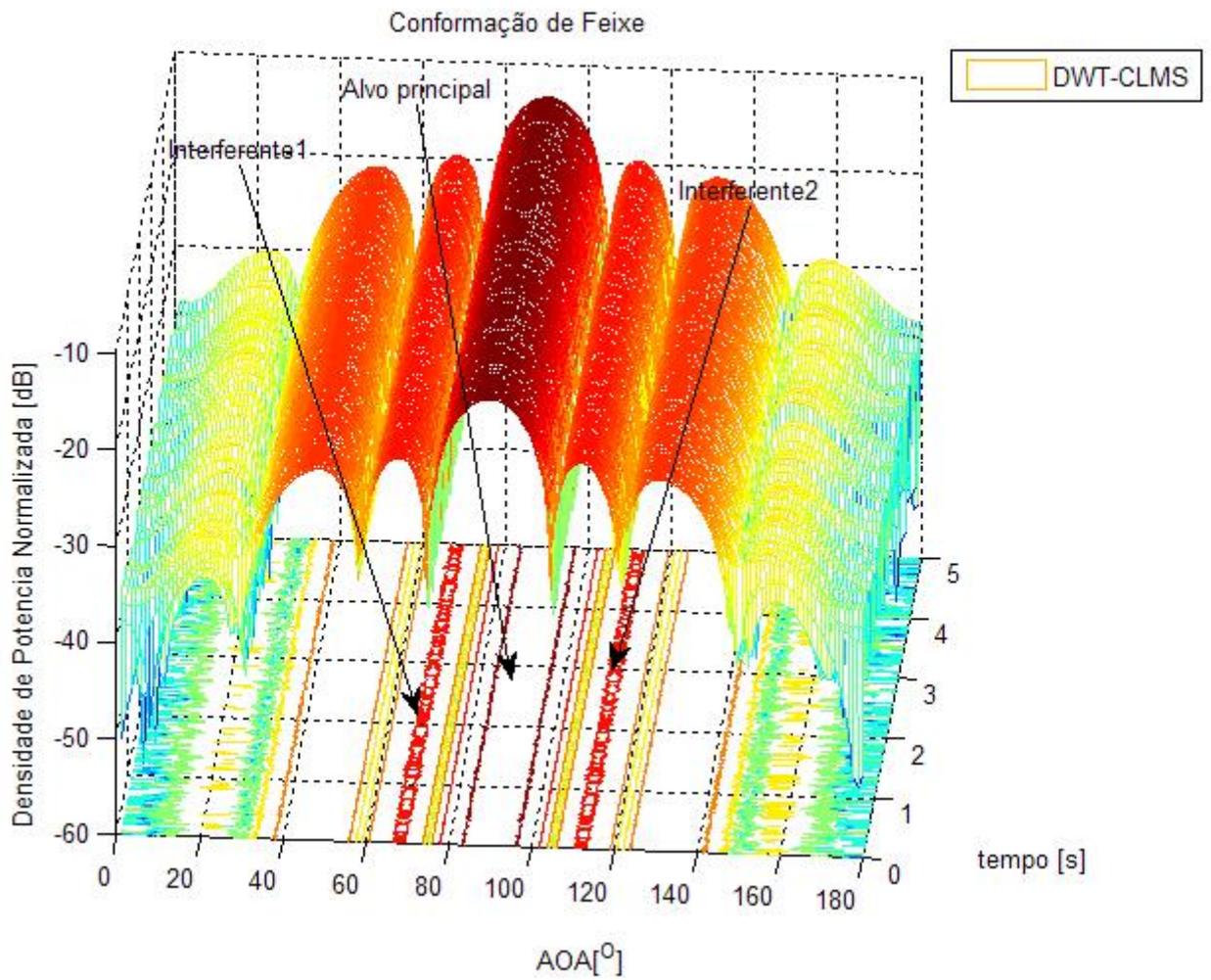


Figura 5.13: Vista 3D da conformação de feixe do algoritmo de *beamforming* DWT-CLMS.

boa precisão no acompanhamento do alvo, porém algumas pequenas diferenças de desempenho foram observadas entre os mesmos, destacando o CLMS, como podemos observar na Fig. 5.14, quando comparada com as Figs. 5.15 e 5.16. Como era de se esperar o CLMS teve o pior desempenho entre os algoritmos de *beamforming*, devido à sua baixa taxa de convergência. O resultado pode ser verificado nas figuras 2D dos espectros espaciais dos sinais obtidos e os feixes adaptativos dos algoritmos avaliados.

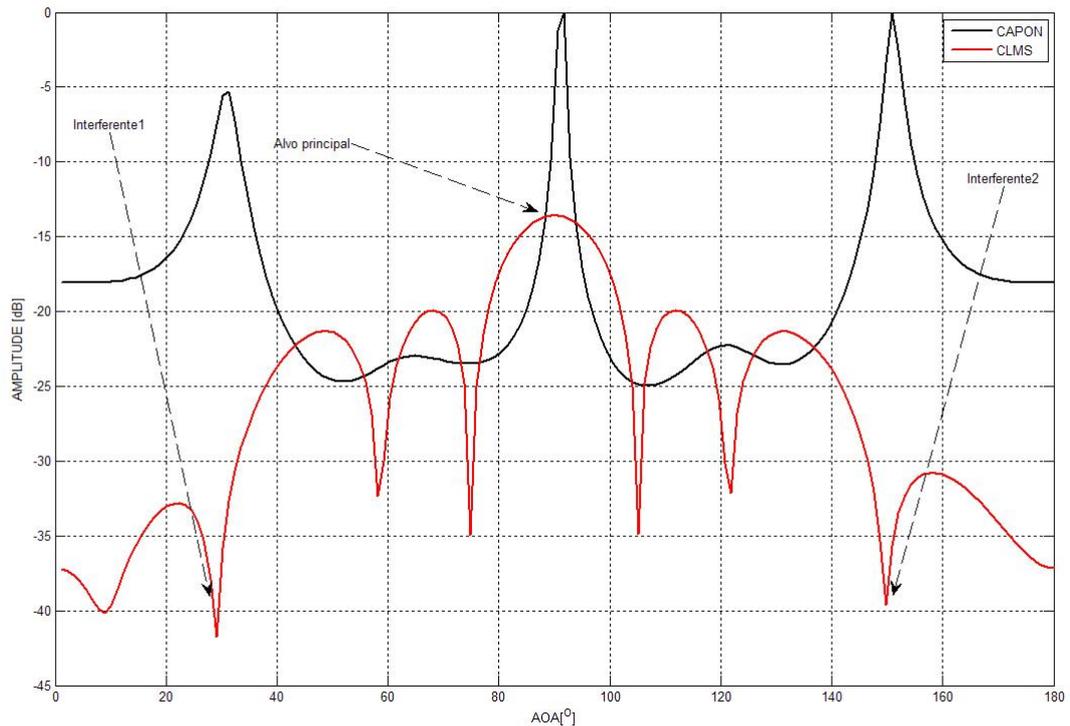


Figura 5.14: Vista de 2D do espectro espacial com o feixe adaptativo.

5.3 Considerações Finais

Neste capítulo, uma estrutura *beamforming* de banda larga foi proposta e simulada para dois cenários: no primeiro teste foi utilizado um sinal banda estreita variando a frequência do alvo em movimento e dos interferentes, no segundo teste foi utilizado um sinal banda larga.

Para o primeiro teste, foi proposto o acompanhamento do AOA de um alvo com velocidade constante. Os desempenhos dos algoritmos CLMS, DCT-CLMS e DWT-CLMS foram avaliados. No geral, todos os algoritmos apresentaram bom comportamento no que diz respeito à convergência, estabilidade e precisão, com destaque para o algoritmo DWT-CLMS, que apresentou uma pequena melhoria

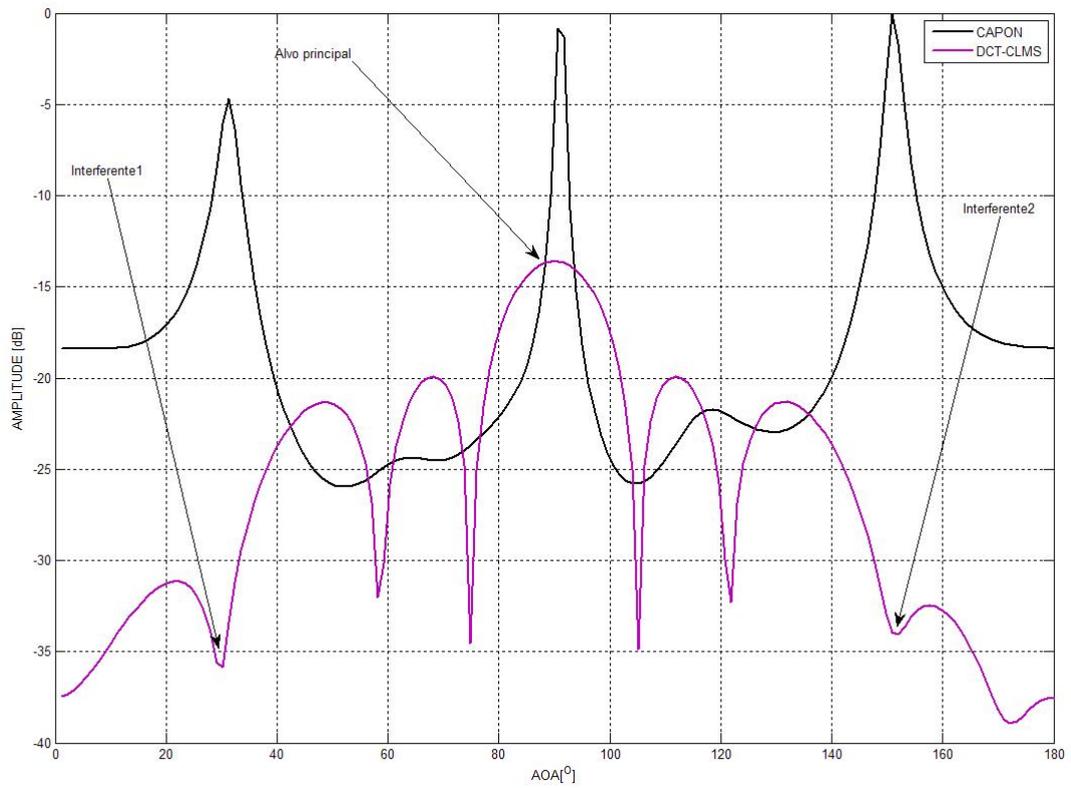


Figura 5.15: Vista de 2D do espectro espacial com o feixe adaptativo.

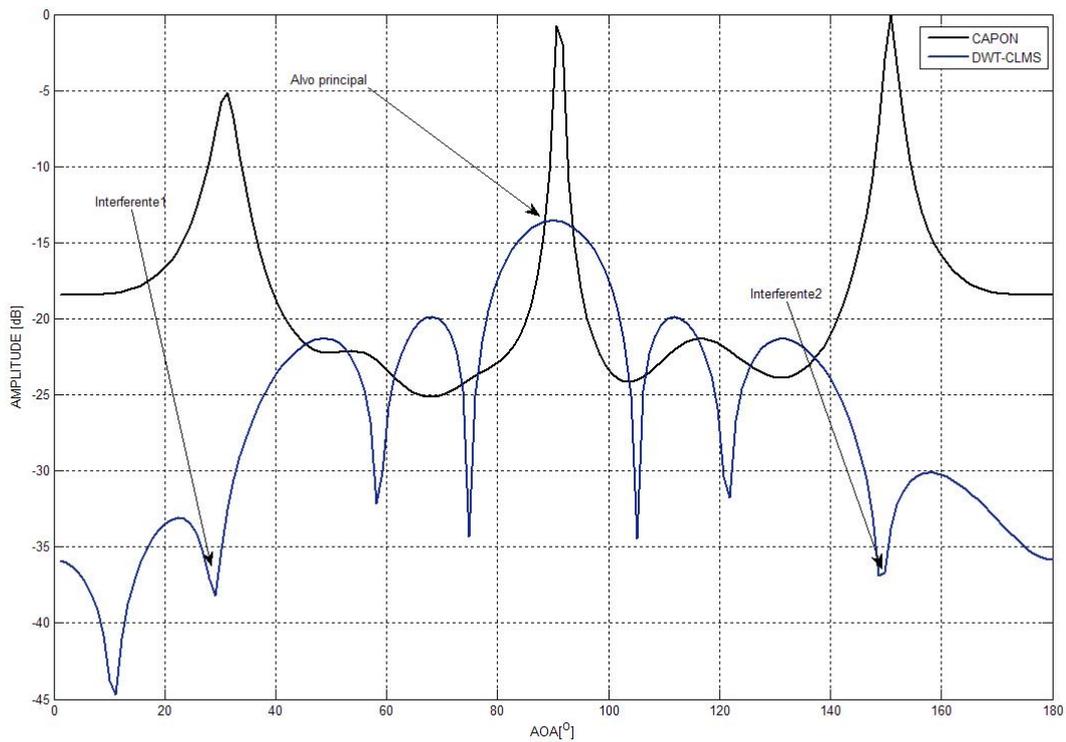


Figura 5.16: Vista de 2D do espectro espacial com o feixe adaptativo.

quando comparado aos outros dois algoritmos. O CLMS no domínio do tempo foi o que apresentou o desempenho mais pobre em termos de precisão, ainda assim os resultados foram aceitáveis. Neste sentido, o algoritmo LMS com restrições lineares no domínio da transformada wavelet discreta seria uma opção atraente por sua robustez numérica observada nas simulações. Quanto à sua complexidade computacional, podemos dizer que é igual à do DCT-CLMS.

Para o segundo teste foi utilizada a mesma estrutura de *beamforming* de banda larga. Foram avaliados os algoritmos CLMS, DCT-CLMS e o DWT-CLMS para um sinal banda larga. Observou-se que os algoritmos obtiveram êxito em maximizar o sinal na direção do alvo principal e colocar nulos nos interferentes indesejados. Dentre os três algoritmos o CLMS no domínio do tempo foi o que obteve o pior desempenho. Os outros dois algoritmos tiveram uma melhoria em desempenho. Neste sentido, destacamos o DWT-CLMS que obteve uma melhora significativa em relação ao DCT-CLMS em termos de velocidade de convergência.

Capítulo 6

Conclusão

Nesta dissertação, após uma breve introdução e revisão de conceitos e algoritmos de estimação de ângulo de chegada e de filtros adaptativos com e sem restrições, foi feita uma avaliação do desempenho de quatro diferentes algoritmos adaptativos com restrições lineares. Dado que o foco da dissertação escolhido foi os algoritmos de *beamforming*, um único algoritmo de estimação de AOA foi utilizado: o método de estimação Capon. Uma estrutura de *beamforming* adaptativo para sinais de faixa estreita foi adotada numa aplicação LCMV. Pôde ser constatado que os algoritmos adaptativos com restrições lineares avaliados apresentaram um bom desempenho no acompanhamento do AOA. Dos algoritmos avaliados, o único que apresentou problema com velocidade de convergência neste tipo de aplicação foi o CLMS.

A seguir, foi proposto um estudo do algoritmo CLMS no domínio tempo, no domínio da transformada cosseno discreta (DCT-CLMS) e no domínio da transformada wavelet discreta (DWT-CLMS). Um sistema de *beamforming* adaptativo foi utilizado e optou-se por dois tipos de cenários distintos: um para sinais de banda estreita e outro para sinais de banda larga. No geral, os algoritmos CLMS, DCT-CLMS e DWT-CLMS apresentaram um bom desempenho no acompanhamento do AOA. No entanto, o algoritmo CLMS no domínio do tempo apresentou velocidade de convergência baixa, enquanto que o algoritmo DWT-CLMS apresentou o melhor comportamento.

Com base nos experimentos realizados, constatou-se que dos algoritmos utilizados para a configuração desenvolvida no Capítulo 4, o algoritmo CCG seria uma opção atraente por sua estabilidade numérica e por sua velocidade de convergência estar perto da do algoritmo CRLS.

Para os testes realizados no Capítulo 5 com a estrutura de *beamforming* para sinais de banda larga, foi utilizada a técnica de TDLs (*tapped delay lines*), que se mostrou uma opção atraente para este tipo de aplicação. Além disso, pode-se constatar que o algoritmo CLMS no domínio da transformada apresentou melhorias em seu comportamento quanto à estabilidade e velocidade de convergência, quando

comparado com o CLMS convencional.

6.1 Trabalhos Futuros

Dando seguimento a este trabalho, podemos sugerir para pesquisas futuras os seguintes tópicos:

- Investigar e, se possível, solucionar os problemas numéricos para os algoritmos que demonstraram instabilidade em aplicação de *beamforming*;
- Avaliar os desempenhos dos algoritmos adaptativos com restrições lineares em um cenário com o alvo principal em movimento não linear, bem como os interferentes também em movimento;
- Implementar algoritmos em subbandas para filtragem adaptativa com restrições, para a aplicação de acompanhamento de alvos móveis;
- Investigar se o uso de algoritmos de separação de fontes para este tipo de aplicação pode contribuir de forma a melhorar o acompanhamento de ângulo de chegada.

Referências Bibliográficas

- [1] VENN, B. D. V., BUCKLEY, K. M. “Beamforming: A versatile approach to spatial filtering.” *IEEE ASSP Magazine*, pp. 4–24, Apr. 1988.
- [2] CAPON, J. “High resolution frequency-wave number spectrum analysis”, *Proceedings of IEEE*, v. 57, pp. 1408–1418, 1969.
- [3] STOICA, P., MOSES, R. *Introduction to Spectral Analysis*. Prentice Hall, 1997.
- [4] SCHMIDT, R. O. “Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation”, *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, pp. 276–280, Mar. 1986.
- [5] VIBERG, M., OTTERSTEN, B. “Sensor array processing based on subspace fitting”, *IEEE Trans. Signal Processing*, v. 39, pp. 1110–1121, May 1991.
- [6] JAFFER, A. G. “Maximum Likelihood direction finding of stochastic sources: A separable solution”, *Proc. ICASSP*, v. 5, pp. 2893–23, May 1998.
- [7] ZHOU, Y., YIP, P. C., LEUNG, H. “Tracking the Direction-of-Arrival of Multiple Moving Targets by Passive Arrays: Algorithm”, *IEEE Trans. Signal Processing*, v. 47, pp. 2655–2666, Oct. 1999.
- [8] FROST, O. L. “An algorithm for linearly constrained adaptive array processing”, *Proceeding of the IEEE*, v. 60, pp. 926–935, Aug. 1972.
- [9] WERNER, S., JR., J. A. A., DE CAMPOS, M. L. R., et al. “Low-Complexity Constrained Affine- Projection Algorithms”, *IEEE Trans. Signal Processing*, v. 53, pp. 4545–4555, Dec. 2005.
- [10] APOLINÁRIO, J. A., DE CAMPOS, M. L. R., BERNAL, C. P. “The constrained conjugate-gradient algorithm”, *Signal Processing Letters*, v. 7, pp. 351–354, Aug. 2000.
- [11] RESENDE, L. S., ROMANO, J. M. T., BELLANGER, M. G. “A fast least-squares algorithm for linearly constrained adaptive filtering”, *IEEE Trans. Signal Processing*, v. 44, pp. 1168–1174, May 1996.

- [12] LEE, J. C., UN, C. K. “Performance of Transform-Domain LMS Adaptive Digital Filters”, *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, v. ASSP-34, pp. 499–510, Jun. 1986.
- [13] PETRAGLIA, M. R., TORRES, J. C. B. “Performance Analysis of Adaptive filter structure employing wavelet and sparse subfilters”, *IEEE Proceedings-Vision, Image and Signal Processing.*, v. 149, n. 2, pp. 115–119, Aug. 2002.
- [14] ATTALAH, S. “The Wavelet Transform-Domain LMS Algorithm: A More Practical Approach”, *IEEE Trans. On Circuits and Systems II, Analog and Digital Signal Processing*, v. 47, No. 3, march 2000.
- [15] LIBERTI, J. C., RAPPAPORT, T. S. *Smart antennas for wireless communications*. Prentice Hall, 1999.
- [16] GODARA, L. C. “Applications of Antenna Arrays to Mobile Communications, Part I: Performance Improvement, Feasibility, and system Considerations”, *Proceedings of the IEEE*, v. 85, pp. 1029–1060, Jul. 1997.
- [17] GRAY, S. L., BENESTY, J. *Acoustic Signal Processing for Telecommunication*. Kluwer, 2001.
- [18] VARMA, K., IKUMA, T., BEEEX, A. A. “Robust TDE-based DOA estimation for compact audio arrays”, *Proc. of the second IEEE Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop (SAM 2002)*, pp. 214–218, 2002.
- [19] RUI, Y., FLORENCIO, D. “New direct approaches to robust sound source localization”, *Proc. International Conference on Multimedia and Expo (ICME 2003)*, pp. 737–740, 2003.
- [20] DIAS, M., CASTRO, R. M., APOLINÁRIO, J. A. “On the performance of new and classical approaches to AOA estimation for near-field acoustic waves”, *in Proc. Int. Workshop on Telecommunications*, pp. 146–151, Aug. 2004.
- [21] BALANIS, C. A. *Advanced Engineering Electromagnetics*. Wiley, 1989.
- [22] GODARA, L. C. “Application of Antenna Arrays to Mobile Communications, Part II: Beamforming and Direction-of-Arrival Considerations”, *Proceedings of the IEEE*, v. 85, pp. 1195–1245, Aug. 1997.
- [23] CHANDRAN, S. *Adaptive Antenna Arrays: Trends and Applications, Signals and Communications Technology*. Springer, 2004.

- [24] RAMOS, A. A. L., APOLINÁRIO, J. A., CAMPOS, M. L. R. “On Numerical Robustness of Constrained RLS-LIKE algorithms”, *Anais XXI Simpósio Brasileiro de Telecomunicações*, Sep. 2004.
- [25] HAYKIN, S. *Adaptive Filter Theory*. New Jersey, 3rd Edition, Prentice Hall, 1996.
- [26] CHANG, P. S., WILLSON, A. N. “Analysis of conjugate gradient algorithms for adaptive filtering”, *IEEE Trans. Signal Processing*, v. 48, pp. 409–418, Feb. 2000.
- [27] GRIFFITHS, L. J., JIM, J. W. “An alternative approach to linearly constrained adaptive beamforming”, *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, v. AP-30, NO. 1, pp. pp.27–34, Jan 1982.
- [28] CASTRO, R. M., DIAS, M., APOLINÁRIO, J. A. “On the performance of Constrained Adaptive Algorithms for Combined Beamforming and AOA Tracking of a Moving Target”, *IMOC - International Microwave Optoelectronics Conference 2005*, 2005.
- [29] DINIZ, P. S. R. *Adaptive Filtering: Algorithms and Practical Implementations*. Boston, 2nd Edition, Kluwer Academic Publishers, 2002.
- [30] CHERN, S.-J., SUNG, C.-Y. “The Performance of Hybrid Adaptive Beamforming Algorithm for Jammers Suppression”, *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, v. 42, N.9, pp. 1223–1232, Sep. 1994.
- [31] FARHANG-BOROUJENY., B. “Order of N complexity transform domain adaptive filters”, *IEEE Trans. Circuits Syst. II.*, v. 42, pp. 478–480, Jul. 1995.
- [32] HOSUR, S., TEWFIK., A. H. “Wavelet transform domain LMS algorithm,” *Proc. IEEE Int. Conf. Acoustics, Speech, Signal Processing (ICASSP’93)*, pp. 508–510, Apr. 1993.
- [33] DAUBECHIES, I. “Orthonormal bases of compactly supported wavelets”, *Commun. Pure and Applied Math.*, v. 41, pp. 909–996, 1988.