



**COPPE/UFRJ**

ESTUDOS DE LINHAS DE TRANSMISSÃO NÃO-UNIFORMES NO DOMÍNIO  
DA FREQUÊNCIA

Leonardo Augusto Abreu de Souza

Dissertação de Mestrado apresentada ao  
Programa de Pós-graduação em Engenharia  
Elétrica, COPPE, da Universidade Federal  
do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos  
necessários à obtenção do título de Mestre  
em Engenharia Elétrica.

Orientador: Antonio Carlos Siqueira de  
Lima

Rio de Janeiro

Março de 2009

ESTUDOS DE LINHAS DE TRANSMISSÃO NÃO-UNIFORMES NO DOMÍNIO  
DA FREQUÊNCIA

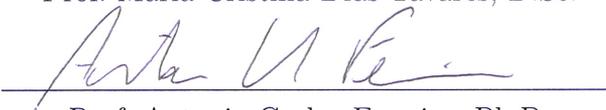
Leonardo Augusto Abreu de Souza

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO  
ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE  
ENGENHARIA (COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE  
JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A  
OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA  
ELÉTRICA.

Aprovada por:

  
Prof. Antonio Carlos Siqueira Lima, D.Sc.

  
Prof. Maria Cristina Dias Tavares, D.Sc.

  
Prof. Antonio Carlos Ferreira, Ph.D.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

MARÇO DE 2009

Augusto Abreu de Souza, Leonardo

Estudos de Linhas de Transmissão Não-uniformes no Domínio da Frequência/Leonardo Augusto Abreu de Souza. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2009.

XVIII, 138 p.: il.; 29, 7cm.

Orientador: Antonio Carlos Siqueira de Lima

Dissertação (mestrado) – UFRJ/COPPE/Programa de Engenharia Elétrica, 2009.

Referências Bibliográficas: p. 108 – 111.

1. Linhas Não-uniformes. 2. Quadripolos. 3. Transitórios Eletromagnéticos. 4. Transformada Numérica de Laplace. 5. Domínio da Frequência. I. Carlos Siqueira de Lima, Antonio. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Elétrica. III. Título.

*À minha esposa Giselle e à  
minha pequena Letícia pelo  
carinho, apoio e paciência que  
tiveram durante todo esse tempo.*

# Agradecimentos

Primeiramente a Deus por ter me dado saúde, força e perseverança pra seguir em frente e superar as dificuldades impostas nessa importante caminhada.

Aos meus pais e à minha família, não só pelo apoio dado durante toda a minha vida, mas pela confiança depositada a todo momento.

Ao Prof. Antonio Carlos Siqueira de Lima pela incansável disposição em auxiliar, ensinar e orientar, com grande sabedoria e paciência. Serei eternamente grato pela oportunidade de compartilhar dos seus conhecimentos e da sua amizade e, principalmente, pelo apoio incondicional nos momentos mais difíceis e cruciais do curso.

Aos Professores Roberto Legey Leoni e Erli Ferreira Figueiredo, da UERJ, assim como ao engenheiro do CEPEL Darcy Ramalho de Mello, pela indicação ao curso de mestrado da COPPE, durante o processo seletivo.

A todos os colegas da Procuradoria Regional da República - 2ª Região, pelo apoio e incentivo.

Ao amigo e Prof. Robson Dias, pela eterna disposição de compartilhar seus conhecimentos.

Aos colegas Otto Gambini e Paulo Rocha, por terem me "acolhido" no Laboratório de Corona.

A todos os colegas do LASPOT.

Aos demais colegas da COPPE, entre eles Tiago Elias, Rafael Monteiro, Luciana Scholl, Rodolfo e Carlos Eduardo e da UERJ, entre eles Felipe Taves, César Vianna, Igor Marins e Thayse Cristina pelo prazer da convivência e pela grande ajuda prestada durante esse desafio.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

## ESTUDOS DE LINHAS DE TRANSMISSÃO NÃO-UNIFORMES NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

Leonardo Augusto Abreu de Souza

Março/2009

Orientador: Antonio Carlos Siqueira de Lima

Programa: Engenharia Elétrica

Este trabalho apresenta um estudo de linhas de transmissão não uniformes visando a análise do comportamento transitório de tensões e correntes. O objetivo é avaliar o comportamento de vãos não uniformes como os que ocorrem durante a travessia de rios, ou trechos com acentuado declive ou aclave.

Para a representação da não uniformidade são consideradas conexões sucessivas de quadripolos para linhas uniformes. A utilização do domínio da frequência permite obter a partir da cascata de quadripolos um quadripolo equivalente. Este equivalente entrada e saída pode facilmente ser convertido em uma matriz de admitância nodal equivalente. A Transformada Numérica de Laplace é utilizada para se obter a relação entre os sinais no domínio da frequência e no domínio do tempo.

Diferentes configurações de linhas de transmissão são analisadas, incluindo-se uma configuração com feixe não convencional. Os resultados indicam que, em função do tipo de vão, as respostas aos sinais injetados são bastante diferentes daquelas obtidas com equivalentes uniformes.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

NON-UNIFORM TRANSMISSION LINES STUDIES IN THE FREQUENCY  
DOMAIN

Leonardo Augusto Abreu de Souza

March/2009

Advisor: Antonio Carlos Siqueira de Lima

Department: Electrical Engineering

This work presents a study of the transient waveforms of voltages and currents in non-uniform transmission lines. The goal is to analyse the behavior of asymmetrical spans such as the ones found in river crossing or with significant sags.

A non-uniform line can be represented by a cascade connection of uniform lines with distinct heights. This leads to a computationally inefficient line model in time-domain. If frequency domain analysis is carried out, the chain matrix can be used to obtain an equivalent multi-input multi-output port for the whole span. To obtain the time-domain responses, the Numerical Laplace Transform is used.

Several configurations are considered. The results indicate that depending on the “type” of span considered very distinct transients waveforms can appear. These waveforms have very little in common with the uniform line counterparts.

# Sumário

<b>Lista de Figuras</b>	<b>xi</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>xviii</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Considerações Iniciais . . . . .	1
1.2 Motivação . . . . .	2
1.3 Objetivo . . . . .	3
1.4 Estrutura do trabalho . . . . .	4
<b>2 Modelagem de Linhas de Transmissão Não-Uniformes</b>	<b>5</b>
2.1 Introdução . . . . .	5
2.2 Equacionamento Básico de uma LNU . . . . .	6
2.3 Cascata de Quadripolos . . . . .	7
2.4 Determinação do comprimento mínimo para o quadripolo . . . . .	11
2.5 Limitação da Modelagem . . . . .	12
<b>3 Comportamento da Linha Não-Uniforme Monofásica no Domínio da Frequência</b>	<b>14</b>
3.1 Definição do caso base . . . . .	14
3.2 Implementação do caso base . . . . .	16
3.2.1 Modelagem uniforme do caso base . . . . .	17
3.2.2 Modelagem não-uniforme do caso base . . . . .	17
3.3 Análises realizadas . . . . .	19
3.4 Apresentação dos resultados . . . . .	23
3.4.1 Resposta em frequência dos elementos da $Y_{nodal}$ . . . . .	23

3.4.2	Resposta em frequência dos autovalores da $Y_{nodal}$ . . . . .	29
3.4.3	Resposta a sinais injetados . . . . .	33
3.5	Discussão dos resultados . . . . .	38
<b>4</b>	<b>Casos Testes</b>	<b>41</b>
4.1	Implementação . . . . .	41
4.2	Análise Realizadas . . . . .	43
4.3	Travessia Simples de uma LT Trifásica de 230 kV . . . . .	45
4.3.1	Avaliação do Caso Teste para Travessia Margem-a-margem ( $\rho_a = 10 \Omega \cdot m$ ) . . . . .	48
4.3.2	Avaliação do caso teste para travessia sobre solo ( $\rho_s = 100 \Omega \cdot m$ e $1000 \Omega \cdot m$ ) . . . . .	58
4.3.3	Discussões e conclusões parciais . . . . .	68
4.4	Grande Travessia de uma LT Trifásica de 230 kV . . . . .	69
4.4.1	Avaliação Individual do Segundo Vão (Cruzamento de Rio) . .	72
4.4.2	Avaliação individual do terceiro vão (descida) . . . . .	77
4.4.3	Avaliação da grande travessia (conjunta) . . . . .	84
4.4.4	Discussões e conclusões parciais . . . . .	91
4.5	Trecho de uma LT Trifásica de 230 kV Associada a Grandes Travessias	92
4.5.1	Grande travessia associada a um trecho de linha uniforme . .	94
4.5.2	Duas grandes travessias associadas a um trecho de linha uni- forme . . . . .	96
4.5.3	Discussões e conclusões parciais . . . . .	97
4.6	Grande Travessia de uma LT com Feixe Expandido . . . . .	98
4.6.1	Simulações para as Duas Configurações de LT Não-convencionais	101
4.6.2	Discussões e conclusões parciais . . . . .	102
4.7	Conclusões Gerais . . . . .	104
<b>5</b>	<b>Conclusões e Trabalhos Futuros</b>	<b>106</b>
5.1	Comentários Gerais . . . . .	106
5.2	Trabalhos Futuros . . . . .	107
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>108</b>

A Teoria de associação de quadripolos	112
B Cálculo de parâmetros de linhas de transmissão no domínio da frequência	115
C Decomposição Modal	118
D Transformada Numérica de Laplace	122
E Resultados Complementares	124

# Lista de Figuras

2.1	Diagrama esquemático da associação em cascata para “n” quadripolos.	9
2.2	Modelagens Por Eletrodos . . . . .	13
3.1	Diagrama esquemático de uma travessia simples sobre solo com LT Monofásica . . . . .	15
3.2	Gráfico da equação da catenária para o caso base . . . . .	16
3.3	Comparação realizadas em termos da $Y_{nodal}$ - LU x LNU . . . . .	19
3.4	Resposta em frequência típica de uma linha monofásica uniforme . . . . .	20
3.5	Sinal injetado - Degrau unitário . . . . .	21
3.6	Sinal injetado - Impulso atmosférico . . . . .	21
3.7	Esquema de injeção de degrau unitário em linha monofásica . . . . .	22
3.8	Esquema de injeção de impulso em linha monofásica . . . . .	22
3.9	Esquema de injeção de degrau unitário em linha monofásica em curto . . . . .	22
3.10	Respostas em frequência da LU e da LNU para os termos próprios - 20 Quad - Módulo . . . . .	24
3.11	Respostas em frequência da LU e da LNU para os termos próprios - 20 Quad - Módulo (Detalhe) . . . . .	24
3.12	Respostas frequência da LU e da LNU para os termos mútuos - 20 Quad - Módulo . . . . .	25
3.13	Respostas frequência da LU e da LNU para os termos mútuos - 20 Quad - Módulo (Detalhe) . . . . .	26
3.14	Respostas frequência da LU e da LNU para os termos próprios - 20 Quad - Fase . . . . .	27
3.15	Respostas frequência da LU e da LNU para os termos próprios - 20 Quad - Fase (Detalhe) . . . . .	27

3.16	Respostas em frequência da LU e da LNU para os termos mútuos - 20 Quad - Fase . . . . .	28
3.17	Respostas em frequência da LU e da LNU para os termos mútuos - 20 Quad - Fase (Detalhe) . . . . .	29
3.18	Respostas em frequência do primeiro autovalor da LU e da LNU - 20 Quad - Módulo . . . . .	30
3.19	Respostas frequência do primeiro autovalor da LU e da LNU - 20 Quad - Módulo (Detalhe) . . . . .	30
3.20	Respostas em frequência do segundo autovalor da LU e da LNU - 20 Quad - Módulo . . . . .	31
3.21	Respostas frequência do segundo autovalor da LU e da LNU - 20 Quad - Módulo (Detalhe) . . . . .	32
3.22	Respostas em frequência do primeiro autovalor da LU e da LNU - 20 Quad - Fase . . . . .	32
3.23	Respostas em frequência do primeiro autovalor da LU e da LNU - 20 Quad - Fase (Detalhe) . . . . .	33
3.24	Respostas em frequência do segundo autovalor da LU e da LNU - 20 Quad - Fase . . . . .	34
3.25	Respostas em frequência do segundo autovalor da LU e da LNU - 20 Quad - Fase (Detalhe) . . . . .	34
3.26	Resposta ao degrau do caso base LU x LNU com o receptor em aberto.	35
3.27	Resposta ao impulso do caso base LU x LNU com o receptor em aberto.	36
3.28	Resposta ao degrau do caso base LU x LNU com o receptor em curto.	37
3.29	Resposta ao degrau do caso base LU x LNU com o receptor em curto - detalhe. . . . .	37
4.1	Configuração típica de LT utilizada nos três primeiros casos . . . . .	42
4.2	Esquema de injeção de degrau em LT trifásica. . . . .	44
4.3	Esquema de injeção de impulso em LT trifásica. . . . .	44
4.4	Resposta ao degrau típica de uma LU. . . . .	45
4.5	Resposta ao impulso típica de uma LU. . . . .	46
4.6	Travessia simples margem-a-margem de um rio . . . . .	47
4.7	Travessia simples sobre solo . . . . .	47



4.30	Detalhe das três primeiras oscilações das respostas ao degrau da LU sem P.R. e da LNU sem P.R. . . . . .	64
4.31	Respostas ao impulso da LU com P.R. para as duas configurações . .	64
4.32	Respostas ao impulso em detalhe da LU com P.R. e da LNU com P.R.	65
4.33	Detalhe das três primeiras oscilações das respostas ao impulso da LU com P.R. e da LNU com P.R. . . . . .	65
4.34	Respostas ao impulso em detalhe da LU sem P.R. para as duas configurações . . . . .	66
4.35	Respostas ao impulso em detalhe da LU sem P.R. e da LNU sem P.R.	67
4.36	Detalhe das três primeiras oscilações das respostas ao impulso da LU sem P.R. e da LNU sem P.R. . . . . .	67
4.37	Detalhe das três primeiras oscilações das respostas ao impulso da LU sem P.R. e da LNU sem P.R. induzidas para as Fases B e C. . . . .	68
4.38	Diagrama esquemático da grande travessia de uma LT trifásica de 230 kV . . . . .	70
4.39	Diagrama esquemático do segundo vão (travessia margem-a-margem)	71
4.40	Diagrama esquemático do terceiro vão (descida) . . . . .	72
4.41	Resposta ao degrau da LU com P.R. e da LNU com P.R. (2º vão) . .	73
4.42	Resposta ao degrau com detalhe da LU com P.R. e da LNU com P.R. (2º vão) . . . . .	73
4.43	Resposta ao degrau da LU sem P.R. e da LNU sem P.R. (2º vão) . .	74
4.44	Resposta ao degrau em detalhe da LU sem P.R. e da LNU sem P.R. (2º vão) . . . . .	75
4.45	Resposta ao impulso da LU com P.R. e da LNU com P.R. (2º vão) . .	76
4.46	Resposta ao impulso em detalhe da LU com P.R. e da LNU com P.R. (2º vão) . . . . .	76
4.47	Resposta ao impulso da LU sem P.R. e da LNU sem P.R. (2º vão) . .	77
4.48	Resposta ao impulso em detalhe da LU sem P.R. e da LNU sem P.R. (2º vão) . . . . .	78
4.49	Resposta ao degrau da LU com P.R. e da LNU com P.R. (3º vão) . .	78
4.50	Resposta ao degrau em detalhe da LU com P.R. e da LNU com P.R. (3º vão) . . . . .	79

4.51	Resposta ao degrau da LNU com P.R. para os 1º e 3º vãos . . . . .	80
4.52	Resposta ao degrau da LU sem P.R. e da LNU sem P.R. (3º vão) . . .	80
4.53	Respostas ao impulso em detalhe da LU com P.R. e da LNU com P.R. (3º vão) . . . . .	81
4.54	Resposta ao impulso da LU com P.R. e da LNU com P.R. (3º vão) . . .	82
4.55	Resposta ao impulso em detalhe da LU com P.R. e da LNU com P.R. (3º vão) . . . . .	83
4.56	Resposta ao impulso em detalhe da LU sem P.R. e da LNU sem P.R. (3º vão) . . . . .	83
4.57	Resposta ao impulso em detalhe da LU sem P.R. e da LNU sem P.R. (3º vão) . . . . .	84
4.58	Resposta ao degrau das três modelagens com P.R. . . . .	85
4.59	Resposta ao degrau em detalhe das três modelagens com P.R. . . . .	85
4.60	Detalhe das três primeiras oscilações da resposta ao degrau das três modelagens com P.R.) . . . . .	86
4.61	Resposta ao degrau das três modelagens sem P.R. . . . .	87
4.62	Resposta ao degrau em detalhe das três modelagens sem P.R. . . . .	87
4.63	Detalhe das três primeiras oscilações da resposta ao degrau das três modelagens sem P.R. . . . .	88
4.64	Resposta ao impulso das três modelagens com P.R. . . . .	89
4.65	Resposta ao impulso em detalhe das três modelagens com P.R. . . . .	89
4.66	Resposta ao impulso das três modelagens sem P.R. . . . .	90
4.67	Resposta ao impulso em detalhe das três modelagens sem P.R. . . . .	91
4.68	Diagrama esquemático de uma grande travessia associada a um trecho de 5,2 km de uma LT trifásica de 230 kV . . . . .	93
4.69	Diagrama esquemático da associação duas grandes travessias a um trecho de 5,2 km de uma LT trifásica de 230 kV . . . . .	93
4.70	Resposta ao degrau das três modelagens (grande travessia associada a um trecho de LU). . . . .	95
4.71	Resposta ao degrau das três modelagens em detalhe (grande travessia associada a um trecho de LU). . . . .	95

4.72	Resposta ao degrau das três modelagens (duas grandes travessias associadas a um trecho de LU).	96
4.73	Resposta ao degrau das três modelagens em detalhe (duas grandes travessias associadas a um trecho de LU).	97
4.74	Seção transversal LT não convencional	99
4.75	Diagrama esquemático de uma travessia simples para LT não convencional	100
4.76	Diagrama esquemático de uma grande travessia para LT não convencional	100
4.77	Respostas ao degrau da LU e da LNU nas duas configurações de solo	101
4.78	Respostas ao degrau da LU e da LNU das duas configurações de solo para travessia simples	102
4.79	Respostas ao degrau da LU e da LNU nas duas configurações de solo para grande travessia	103
A.1	Quadripolo	113
A.2	Associação em cascata de dois quadripolos	114
E.1	Módulo dos termos próprios 02 quad (LU x LNU)	125
E.2	Módulo dos termos mútuos 02 quad (LU x LNU)	125
E.3	Fase dos termos próprios 02 quad (LU x LNU)	125
E.4	Fase dos termos mútuos 02 quad (LU x LNU)	126
E.5	Módulo dos termos próprios 03 quad (LU x LNU)	126
E.6	Módulo dos termos mútuos 03 quad (LU x LNU)	126
E.7	Fase dos termos próprios 03 quad (LU x LNU)	127
E.8	Fase dos termos mútuos 03 quad (LU x LNU)	127
E.9	Módulo dos termos próprios 05 quad (LU x LNU)	127
E.10	Módulo dos termos mútuos 05 quad (LU x LNU)	128
E.11	Fase dos termos próprios 05 quad (LU x LNU)	128
E.12	Fase dos termos mútuos 05 quad (LU x LNU)	128
E.13	Módulo dos termos próprios 10 quad (LU x LNU)	129
E.14	Módulo dos termos mútuos 10 quad (LU x LNU)	129
E.15	Fase dos termos próprios 10 quad (LU x LNU)	129

E.16 Fase dos termos mútuos 10 quad (LU x LNU) . . . . .	130
E.17 Módulo dos termos próprios 40 quad (LU x LNU) . . . . .	130
E.18 Módulo dos termos mútuos 40 quad (LU x LNU) . . . . .	130
E.19 Fase dos termos próprios 40 quad (LU x LNU) . . . . .	131
E.20 Fase dos termos mútuos 40 quad (LU x LNU) . . . . .	131
E.21 Módulo do primeiro autovalor 02 quad (LU x LNU) . . . . .	132
E.22 Módulo do segundo autovalor 02 quad (LU x LNU) . . . . .	132
E.23 Fase do primeiro autovalor 02 quad (LU x LNU) . . . . .	133
E.24 Fase do segundo autovalor 02 quad (LU x LNU) . . . . .	133
E.25 Módulo do primeiro autovalor 03 quad (LU x LNU) . . . . .	133
E.26 Módulo do segundo autovalor 03 quad (LU x LNU) . . . . .	134
E.27 Fase do primeiro autovalor 03 quad (LU x LNU) . . . . .	134
E.28 Fase do segundo autovalor 03 quad (LU x LNU) . . . . .	134
E.29 Módulo do primeiro autovalor 05 quad (LU x LNU) . . . . .	135
E.30 Módulo do segundo autovalor 05 quad (LU x LNU) . . . . .	135
E.31 Fase do primeiro autovalor 05 quad (LU x LNU) . . . . .	135
E.32 Fase do segundo autovalor 05 quad (LU x LNU) . . . . .	136
E.33 Módulo do primeiro autovalor 10 quad (LU x LNU) . . . . .	136
E.34 Módulo do segundo autovalor 10 quad (LU x LNU) . . . . .	136
E.35 Fase do primeiro autovalor 10 quad (LU x LNU) . . . . .	137
E.36 Fase do segundo autovalor 10 quad (LU x LNU) . . . . .	137
E.37 Módulo do primeiro autovalor 40 quad (LU x LNU) . . . . .	137
E.38 Módulo do segundo autovalor 40 quad (LU x LNU) . . . . .	138
E.39 Fase do primeiro autovalor 40 quad (LU x LNU) . . . . .	138
E.40 Fase do segundo autovalor 40 quad (LU x LNU) . . . . .	138

# Lista de Tabelas

3.1	Comparação entre modelagem uniforme e não-uniforme . . . . .	39
-----	--	----

# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 Considerações Iniciais

O crescimento do país tornou evidente a necessidade de reestruturação do setor elétrico, que já vem ocorrendo há alguns anos, dado o aumento da demanda de energia elétrica por conta do desenvolvimento. O grande problema é que tal demanda não é uniforme com relação à sua localização geográfica, assim como o crescimento do consumo. Ambos são mais concentrados nas regiões mais desenvolvidas do país (Sul e Sudeste). Torna-se necessária a expansão da matriz energética nacional, que é, em sua maior parte, hidroenergética. Dadas as condições propiciadas por sua bacia hidrográfica, a região Norte possui o maior potencial hidroenergético do país.

Evidenciou-se então a necessidade de um estudo mais profundo da transmissão de grandes blocos de energia por grande distâncias [1]. São inúmeros os desafios de engenharia evidenciados por transmissões de longas distâncias, especialmente tratando-se de uma região como a Amazônia. O início dos trabalhos para realização das obras dos três primeiros lotes da interligação Tucuruí-Macapá-Manaus (também conhecido como “linhão”), que pretende interligar a região amazônica ao SIN (Sistema Integrado Nacional), já evidencia inúmeros destes desafios. Entre eles, do ponto de vista técnico, um assunto requer atenção especial, que são as grandes travessias de linhas aéreas de transmissão, principalmente no que diz respeito aos acidentes geográficos locais e às travessias margem-a-margem dos grandes rios. Devido a essa grande relevância, o tema tem sido tratado em diversas discussões, sendo inclusive tema de um workshop internacional realizado pelo CIGRÉ em 2008 [2].

Na travessia do rio Amazonas, por exemplo, há a previsão de duas grandes travessias, de 2045 m e 1600 m. As grandes travessias são um desafio a parte para realização de obras de grande porte, pois as torres podem chegar a alturas próximas de 280 m dependendo do vão (aproximadamente a altura da Torre Eiffel). Uma outra possibilidade seria a instalação de cabos submersos, mas seus altos custos inviabilizam a utilização dessa alternativa [3].

Sendo inevitável a presença de grandes vãos nos sistemas de transmissão de longas distâncias, torna-se oportuno um estudo mais aprofundado com relação ao seu comportamento elétrico. Um aspecto importante que deve-se ressaltar diz respeito à variação de altura que sofrem os condutores ao longo do vão. Um modelo elétrico de linha uniforme consideraria uma altura média constante para avaliação do comportamento elétrico do vão. Mas no caso de uma variação de altura considerável, tal modelo pode estar realizando uma simplificação inadequada, principalmente no que diz respeito aos fenômenos rápidos.

## 1.2 Motivação

Quanto mais fiel à física real for o modelo, quanto mais considerações corretas este fizer, melhor será a avaliação do sistema a partir dele. Por exemplo, a maior parte das modelagens de linhas de transmissão é realizada sem considerar a variação da altura dos cabos de transmissão de energia, ou seja, admitindo-a constante. Quando tracionados os cabos apresentam uma certa envergadura em relação ao solo (conhecida também como flecha), o que altera sua altura ao longo do vão e, com isso, os valores dos parâmetros elétricos que influem diretamente na previsão de desempenho e operação das linhas de transmissão. Tal situação tem grande relevância, pois quanto maior o vão entre duas torres de sustentação dos cabos, maior será tal envergadura.

A maioria dos estudos na área de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão são realizados assumindo-se que os condutores são paralelos ao solo e, por consequência, que seus parâmetros elétricos são uniformes. Uma modelagem uniforme para um vão de uma linha de transmissão que atravessa um rio de grande extensão ou um grande acidente geográfico, ou ainda um vão de entrada de uma

subestação, pode não ser uma escolha adequada para efeitos de análise do comportamento elétrico deste trecho. Tais configurações podem ser modeladas como linhas de transmissão não-uniformes, visto que estas são capazes de considerar a grande variação longitudinal que sofrem os condutores ao longo de um grande trecho e, assim, incluí-la no cálculo dos parâmetros elétricos do trecho em questão, tornando-os funções tanto da frequência como do espaço.

Face às várias simplificações envolvidas na maioria dos estudos atuais, torna-se oportuna uma avaliação mais abrangente da modelagem não-uniforme, analisando-se diferentes configurações de modelagem por meio das suas respostas e incluindo a simulação de alguns casos com uma modelagem mais próxima da física real do sistema, como uma linha trifásica de 230 kV atravessando um grande rio.

### 1.3 Objetivo

A modelagem não-uniforme de um trecho de linha de transmissão pode ser realizada dividindo-a em segmentos suficientemente pequenos para considerar sua variação longitudinal. Tal assunto, ainda que não inédito na literatura específica, não possui vastos estudos até o presente momento. Outro aspecto importante é que a grande parte dos trabalhos realizados tratam de uma linha de transmissão monofásica sem perdas em condições particulares de variação dos parâmetros elétricos [4].

O objetivo do presente trabalho é realizar uma avaliação da modelagem não-uniforme de linhas de transmissão o mais abrangente e exaustiva possível, por meio da associação em cascata de quadripolos. Tal avaliação consiste na obtenção de diversas respostas (em frequência e a sinais injetados) para diferentes configurações de trechos de linha com geometria não-uniforme significativa, muitos deles encontrados no sistema elétrico real, verificando ainda se a modelagem não-uniforme altera significativamente os valores de definição dos parâmetros envolvidos, assim como de suas respostas em diversas situações de operação, frente ao caso uniforme.

Destaca-se que tal avaliação diz respeito ao comportamento elétrico dos circuitos que representam o trecho de linha não-uniforme, não cabendo aqui a verificação de sua utilidade em termos práticos, como seria o caso dos estudos para coordenação de isolamento, por exemplo.

## 1.4 Estrutura do trabalho

A dissertação foi dividida em cinco capítulos, incluindo este inicial, para o melhor desenvolvimento do estudo abordado. A seguir é apresentada uma breve descrição de cada um deles.

O Capítulo 2 apresenta a metodologia para a modelagem de linhas de transmissão não-uniformes, expondo a teoria necessária para associação dos quadripolos em cascata e também definição dos seus parâmetros elétricos.

O Capítulo 3 apresenta o comportamento da linha não-uniforme no domínio da frequência, realizando uma avaliação da modelagem de um vão com 600 m por meio de cascatas com diferentes quantidades de quadripolos. A partir desses resultados define-se a modelagem a ser adotada no capítulo seguinte.

O Capítulo 4 apresenta efetivamente o estudo de alguns casos testes. Foram considerados diferentes configurações de linhas de transmissão e parâmetros do solo para avaliar o comportamento efetivo da modelagem de linha não-uniforme.

Por fim, o Capítulo 5 apresenta as conclusões obtidas com o desenvolvimento da dissertação assim como novas propostas de trabalhos futuros.

# Capítulo 2

## Modelagem de Linhas de Transmissão Não-Uniformes

### 2.1 Introdução

A análise de linhas de transmissão normalmente é realizada considerando-se a altura constante para todo o trecho avaliado. Isto permite obter um modelo baseado em ondas trafegantes, sendo possível a representação das relações terminais da linha de transmissão no domínio da frequência ou no domínio do tempo [5, 6]. Contudo, há diversos cenários onde a representação por uma altura constante não é adequada, e.g., travessias de rios, vales ou estreitos, ou até mesmo na conexão da linha de transmissão com a subestação [7, 4]. Nesse caso, a modelagem da linha de transmissão deve levar em conta a variação longitudinal de seus parâmetros unitários (impedância por unidade de comprimento e admitância por unidade de comprimento). Esse tipo de linha de transmissão é denominada de Linha Não-Uniforme (LNU). Muito embora não sejam abordadas no presente documento, existem outras não-uniformidades como: não paralelismo entre os condutores, representação em larga faixa de frequência de transformadores, torres e sistemas de aterramento [8, 9, 10].

## 2.2 Equacionamento Básico de uma LNU

Uma LNU pode ser representada no domínio da frequência através do conjunto de equações diferenciais apresentados em (2.1). Vale lembrar que nessas expressões  $Z = Z(\omega, h, \ell)$ ,  $Y = Y(\omega, h, \ell)$ , onde  $\omega$  é a frequência angular,  $h$  a altura do conjunto de condutores que varia ao longo do comprimento  $\ell$  do circuito.

$$\begin{aligned}\frac{dV}{dx} &= -ZI \\ \frac{dI}{dx} &= -YV\end{aligned}\tag{2.1}$$

Diferenciando-se (2.1) em relação à coordenada  $x$  leva a:

$$\begin{aligned}\frac{d^2V}{dx^2} &= -\frac{dZ}{dx}I - Z\frac{dI}{dx} \\ \frac{d^2I}{dx^2} &= -\frac{dY}{dx}V - Y\frac{dV}{dx}\end{aligned}\tag{2.2}$$

Ao contrário do caso da linha de transmissão uniforme, não há solução analítica para (2.2). Métodos numéricos como diferenças finitas e integração trapezoidal podem ser empregados para a resolução [11]. Em alguns casos onde o comportamento ao longo do circuito é suposto do tipo exponencial, i.e.,  $\exp(q_0\ell)$ , onde  $q$  é uma constante a ser ajustada, é possível obter uma solução analítica [12]. Contudo, tal tipo de solução é limitada à configuração monofásica e visa a representação de torres.

Uma aproximação possível para a representação de LNUs é através da conexão em cascata de linhas uniformes, cada qual representando um pequeno segmento. Tal tipo de abordagem apresenta restrições para a implementação no domínio do tempo. Caso as LNUs sejam consideradas sem perdas, a limitação é apenas a utilização de tempo de cálculo menor que o tempo de propagação do menor segmento considerado. No caso de inclusão da variação dos parâmetros com a frequência, o cenário é um pouco distinto podendo levar inclusive a problemas numéricos [13, 14]. Uma abordagem alternativa é a utilização de um equivalente entrada-saída baseado no modelo de ondas trafegantes conforme apresentado em [4]. O modelo é desenvolvido inteiramente no domínio da frequência, sendo mais geral que os anteriormente citados, visto que sua metodologia não é desenvolvida para uma determinada geometria, ou para o caso sem perdas ou independente da frequência. Este equivalente entrada-saída pode ser considerado como uma representação “direta” do comportamento

não uniforme. Em [15] foi mostrado que a metodologia pode ser empregada para a implementação em programas de transitórios eletromagnéticos.

Os trabalhos acima citados visam a análise do comportamento transitório em programas no domínio do tempo. Contudo, se o domínio da frequência for utilizado, é possível empregar a técnica conhecida como matrizes em cadeia (“Chain Matrices” ou cascata de quadripolos) [16]. A cascata de quadripolos foi bastante utilizada na literatura técnica para a representação de sistemas no domínio da frequência [17, 18, 19]. Uma vez que no presente trabalho é empregado o domínio da frequência e o interesse maior é análise das oscilações de tensão e corrente nos terminais da LNU, empregou-se o método de matrizes em cadeia.

Uma LNU de  $n$  condutores pode ser representada pela relação matricial mostrada em (2.3).

$$\begin{pmatrix} V_E \\ I_E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{eq} & B_{eq} \\ C_{eq} & D_{eq} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_R \\ I_R \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

As variáveis de entrada do emissor são dadas por  $V_E$  e  $I_E$  e as variáveis de saída, estas do receptor, por  $V_R$  e  $I_R$ . Os elementos  $A_{eq}$ ,  $B_{eq}$ ,  $C_{eq}$  e  $D_{eq}$  são os elementos da matriz de transferência equivalente, obtidas pela associação em cascata dos quadripolos, conforme exemplo apresentado no Apêndice A.

Outra representação matricial é mostrada em (2.4), sendo esta a formulação nodal:

$$\begin{pmatrix} I_E \\ -I_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_{EE} & Y_{ER} \\ Y_{ER}^T & Y_{RR} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_E \\ V_R \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

onde  $Y_{EE}$  e  $Y_{RR}$  são os termos próprios e  $Y_{ER}$  e  $Y_{ER}^T$  os mútuos da matriz de admitância nodal.

## 2.3 Cascata de Quadripolos

Conforme citado na seção anterior, a modelagem da linha não-uniforme utilizada neste estudo baseia-se na subdivisão de uma configuração de linha com geometria não-uniforme em pequenos segmentos, de modo que os mesmos possam ser considerados linhas uniformes. É considerada a altura média  $h_{m(i)}$  de cada segmento,

calculada por meio da integração trapezoidal da equação da catenária [20]. O procedimento para obtenção da altura média de cada segmento será apresentado com detalhe no próximo capítulo, quando da definição do caso base.

De posse das alturas médias de cada segmento, pode-se dar início ao cálculo dos parâmetros de cada quadripolo que compõe a linha não-uniforme. Todas as expressões necessárias para os cálculos estão definidas no Apêndice B. A impedância longitudinal de cada quadripolo será dada por  $Z_{(i)}$  e a admitância transversal por  $Y_{(i)}$ . Ambas são funções da frequência  $\omega$ , do comprimento definido para o quadripolo  $\ell$  e da altura média  $h_{m(i)}$  de cada segmento.

Logo, infere-se que, para o caso escalar, a matriz representativa de cada quadripolo, chamada matriz de transferência e neste trabalho definida como  $P_{(i)}$ , será implementada também em função de  $\omega$ ,  $\ell$  e  $h_{m(i)}$ . A expressão de  $P_{(i)}$  é apresentada pela Eq.(2.5).

$$P_{(i)} = \begin{pmatrix} A_{(i)} & B_{(i)} \\ C_{(i)} & D_{(i)} \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

Os elementos da matriz  $P_{(i)}$  são definidos por  $A_{(i)}$ ,  $B_{(i)}$ ,  $C_{(i)}$  e  $D_{(i)}$  e têm suas expressões definidas por:

$$\begin{aligned} A_{(i)} &= \cosh(\gamma_{(i)} \cdot \ell) \\ B_{(i)} &= Z_{c(i)} \sinh(\gamma_{(i)} \cdot \ell) \\ C_{(i)} &= Z_{c(i)}^{-1} \sinh(\gamma_{(i)} \cdot \ell) \\ D_{(i)} &= \cosh(\gamma_{(i)} \cdot \ell) \end{aligned} \quad (2.6)$$

É importante ressaltar que a dependência da frequência, do espaço e da altura média é inclusa por meio da impedância longitudinal  $Z_{(i)}$  e da admitância transversal  $Y_{(i)}$ , ambas inclusas nas expressões da impedância característica  $Z_{c(i)}$  e da constante de propagação de cada trecho  $\gamma_{(i)}$ , dadas por:

$$Z_{c(i)} = \sqrt{\frac{Z_{(i)}}{Y_{(i)}}} \quad (2.7)$$

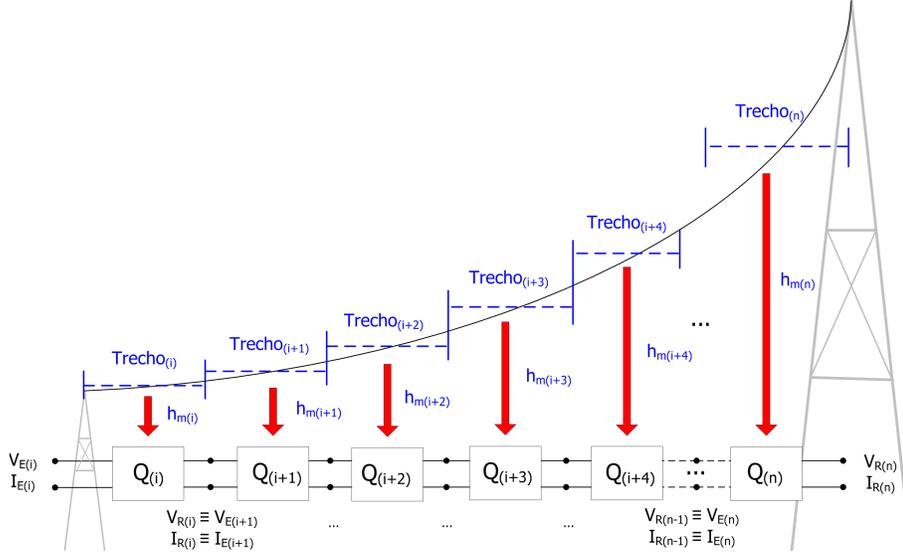


Figura 2.1: Diagrama esquemático da associação em cascata para “n” quadripolos.

$$\gamma(i) = \sqrt{Z(i)Y(i)} \quad (2.8)$$

Definidos e calculados todos os elementos de cada um dos quadripolos necessários à determinada configuração não-uniforme, pode-se realizar a associação em cascata para obtenção do quadripolo equivalente  $Q_{eq}$ . É importante destacar que, da teoria de circuitos elétricos, sabe-se que na associação de quadripolos em cascata as variáveis de saída  $V_{R(i)}$  e  $I_{R(i)}$  do quadripolo  $Q(i)$ , ou seja, as variáveis que caracterizam o terminal receptor, são coincidentes com as variáveis de entrada  $V_{E(i)}$  e  $I_{E(i)}$  do quadripolo seguinte  $Q(i+1)$ , que caracterizam seu terminal emissor. A Fig. 2.1 apresenta o diagrama esquemático da associação em cascata para  $n$  quadripolos.

O índice  $i$  utilizado na figura indica um contador de uma associação que se inicia em  $i$  e vai até um determinado número  $n$  de quadripolos. Cada quadripolo  $Q(i)$  possuirá uma matriz de transferência  $P(i)$ . Matricialmente, a associação em cascata para  $n$  quadripolos pode ser escrita da seguinte forma:

$$P_{eq} = P(i) \cdot P(i+1) \cdot P(i+2) \cdots P(i+n) \quad (2.9)$$

Escrevendo as  $n$  matrizes de transferências em função de suas constantes genéricas, a expressão será dada por:

$$\begin{pmatrix} A_{eq} & B_{eq} \\ C_{eq} & D_{eq} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_i & B_i \\ C_i & D_i \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A_{(i+1)} & B_{(i+1)} \\ C_{(i+1)} & D_{(i+1)} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A_{(i+2)} & B_{(i+2)} \\ C_{(i+2)} & D_{(i+2)} \end{pmatrix} \cdots \begin{pmatrix} A_n & B_n \\ C_n & D_n \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

É importante ressaltar que a relação (A.5), apresentada no Apêndice A, é satisfeita para cada um dos  $n$  quadripolos individualmente, mas não é satisfeita para  $P_{eq}$ , sendo esta uma importante característica da linha não-uniforme. Ou seja, a relação para linha não-uniforme é dada pela seguinte expressão:

$$A_{eq} \neq D_{eq} \quad (2.11)$$

Assim como para linha uniforme, a obtenção da matriz de admitância nodal equivalente  $Y_{neq}$  é de extrema utilidade para posteriores análises e comparações por meio de seus termos próprios, dados por  $Y_{EEeq}$  e  $Y_{RReeq}$ , e mútuos, dados por  $Y_{EReq}$  e  $Y_{REeq}$ . Ressalta-se que as expressões dos elementos da matriz de admitância nodal podem ser obtidas a partir dos elementos equivalentes do quadripolo conforme as expressões a seguir:

$$\begin{aligned} Y_{EEeq} &= D_{eq} B_{eq}^{-1} \\ Y_{EReq} &= C_{eq} - D_{eq} B_{eq}^{-1} A_{eq} \\ Y_{REeq} &= B_{eq}^{-1} \\ Y_{RReeq} &= B_{eq}^{-1} A_{eq} \end{aligned} \quad (2.12)$$

As equações apresentadas relacionam as correntes de entrada e saída no quadripolo equivalente, dadas por  $I_E$  e  $I_R$ , com as tensões de entrada e saída, dadas por  $V_E$  e  $V_R$ .

Para o caso multifásico não se pode utilizar o procedimento anterior. Há um problema com relação à implementação do equacionamento matricial da forma hiperbólica em linguagens de programação, pois geralmente funções nesta forma não estão disponíveis. Alternativamente, a matriz de admitância nodal pode ser expressa em termos de funções exponenciais, sendo dada por:

$$Y_n = \begin{pmatrix} Y_c(I + A^2)(I - A^2)^{-1} & -2Y_cA(I - A^2)^{-1} \\ -2Y_cA(I - A^2)^{-1} & Y_c(I + A^2)(I - A^2)^{-1} \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

Sendo  $A$  a matriz ( $n \times n$ ) de fator de propagação e  $I$  a matriz identidade. Os elementos  $A$  e  $Y_c$  podem ser calculados a partir da decomposição modal em autovalores e autovetores ou utilizando diretamente coordenadas de fase através da exponenciação de matrizes. No presente trabalho, utilizou-se a decomposição modal, apresentada com detalhe no Apêndice C.

De posse da matriz de admitância nodal de cada segmento, pode-se obter cada quadripolo a partir das expressões apresentadas a seguir:

$$\begin{aligned} A &= -Y_{RE}^{-1}Y_{RR} \\ B &= -Y_{RE}^{-1} \\ C &= Y_{ER} - Y_{EE}Y_{RE}^{-1}Y_{RR} \\ D &= -Y_{EE}Y_{RE}^{-1} \end{aligned} \quad (2.14)$$

A partir daí pode-se realizar a associação em cascata conforme procedimento anteriormente apresentado para o caso escalar.

## 2.4 Determinação do comprimento mínimo para o quadripolo

Apresentada a metodologia adotada no trabalho, torna-se necessária a definição de um comprimento mínimo a ser assumido, para cada quadripolo, que seja capaz de realizar adequadamente a modelagem não-uniforme dos casos avaliados. Para definição de um comprimento mínimo “ótimo” a ser utilizado nas modelagens, algumas observações são pertinentes.

Uma delas é o critério de estabilidade numérica estabelecido pelas condições Courant-Friedrichs-Lewy, ou CFL, apresentado em [16], que estabelece o critério de validação apresentado pela (2.15).

$$|c| \frac{\Delta t}{\Delta x} \geq 1 \quad (2.15)$$

Na expressão apresentada  $c$  é a velocidade de propagação de onda, aqui assumida como  $300.000 \text{ km/s}$ . O tempo de análise (ou tempo de observação) é definido por  $\Delta t$ , sendo obtido para o presente estudo por meio do inverso da maior frequência de interesse. Para os casos estudados nesta dissertação, a frequência máxima é  $10 \text{ MHz}$ , o que implica em um  $\Delta t = 1 \cdot 10^{-7} \text{ s}$ . O comprimento mínimo do quadripolo é dado por  $\Delta x$ .

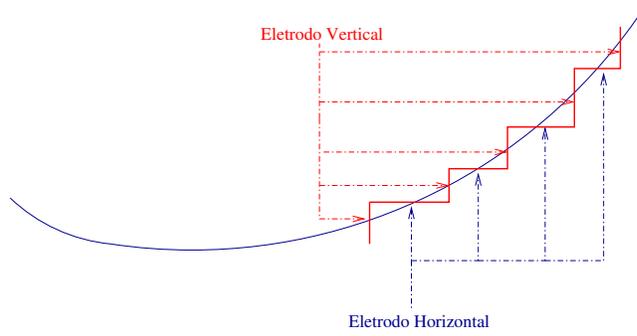
Considerando-se a velocidade de propagação  $c$  e o período de interesse  $\Delta t$ , pode-se obter o comprimento mínimo do segmento  $\Delta x$  para que o sistema tenha viabilidade numérica. O valor a ser adotado para  $\Delta x$  deve ser maior ou igual a  $30 \text{ m}$ , o que implica, por exemplo, para um vão de  $600 \text{ m}$ , em uma modelagem não-uniforme por meio de uma cascata de  $20$  quadripolos.

Uma investigação dessa condição é apresentada no próximo capítulo, em que se define um caso base e estuda-se o seu comportamento por meio de sua modelagem não-uniforme considerando diferentes quantidades de quadripolos, comparando-se as diferentes respostas em frequência.

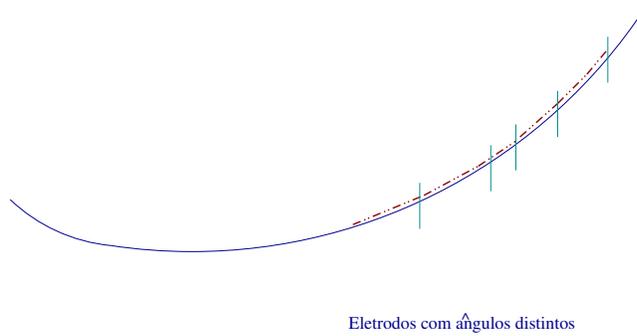
## 2.5 Limitação da Modelagem

Antes de aplicar a formulação em configurações reais de linhas de transmissão, são necessárias algumas observações sobre a validade das mesmas. Isto se dá porque, mesmo na condição em que o critério citado é atendido, podem haver casos onde o comprimento do quadripolo é bem inferior à altura média do mesmo. Nesse caso, haveria a necessidade de se incluir uma modelagem dos segmentos por eletrodos, que contempla tais diferenças em sua formulação [21, 22]. Apresenta-se a seguir duas figuras que ilustram como seria a representação “mista” de um vão, incluindo elementos tipo eletrodos. Como os eletrodos são baseados explicitamente nas equações de campo elétrico e magnético não seria mais possível a conexão em cascata de eletrodos horizontais. Eletrodos verticais devem ser incluídos, conforme mostra a Fig. 2.2.

Uma alternativa a esta proposição seria a utilização de eletrodos em posição genérica no espaço. Contudo nesse caso, conforme exposto nas referências [21, 22], seria necessário a inclusão do cosseno diretor de cada segmento obrigando a inte-



(a) Utilizando Eletrodos Horizontais e Verticais



(b) Utilizando Eletrodos com posições arbitrárias

Figura 2.2: Modelagens Por Eletrodos

gração numérica para a obtenção dos parâmetros longitudinais e transversais dos eletrodos. Tal modelagem foge ao escopo da presente pesquisa e não é abordada nesse trabalho.

É importante ainda ressaltar que os resultados apresentados em [21, 22] indicam que, para fenômenos não muito rápidos, com frequências da ordem de até algumas centenas de kHz, é possível obter um equivalente dos eletrodos a partir da conexão em cascata de quadripolos uniformes. Mais recentemente, em artigo [23], mostrou-se que o comportamento dos campos elétricos e magnéticos utilizando a representação bi-dimensional (modelo convencional de linha de transmissão) provê resultados muito próximos àqueles obtidos utilizando-se eletrodos cilíndricos.

# Capítulo 3

## Comportamento da Linha Não-Uniforme Monofásica no Domínio da Frequência

### 3.1 Definição do caso base

Apresentada a metodologia básica para modelagem de linhas de transmissão não-uniformes, torna-se necessária a definição de um caso base para início das investigações e estudos. Para efeitos de uma avaliação inicial, com base na metodologia apresentada no capítulo anterior, será realizada a modelagem não-uniforme de uma travessia simples realizada com um vão de comprimento  $\ell = 600$  m, extraído de [4], em que se considera a variação longitudinal dos condutores. Porém, diferentemente da referência citada, trata-se de um caso monofásico. Assim como em [4] considera-se a resistividade constante para representatividade dos efeitos do solo. No caso da referência, considera-se a travessia de um rio. Aqui será considerado, para o caso base, a travessia sobre solo, utilizando-se um valor de resistividade  $\rho = 100 \Omega \cdot \text{m}$ .

Para o caso base, foi considerado um condutor com 2,54 cm de diâmetro, não se considerando a presença de cabos para-raios. O vão adotado para o caso base é idêntico ao proposto por [4] e também estudado por [24]. A Fig. 3.1 apresenta o diagrama esquemático do vão que caracteriza o caso base. Cabe aqui salientar que o diagrama não foi elaborado em escala, sendo meramente ilustrativo para um melhor entendimento da configuração adotada para o caso base.

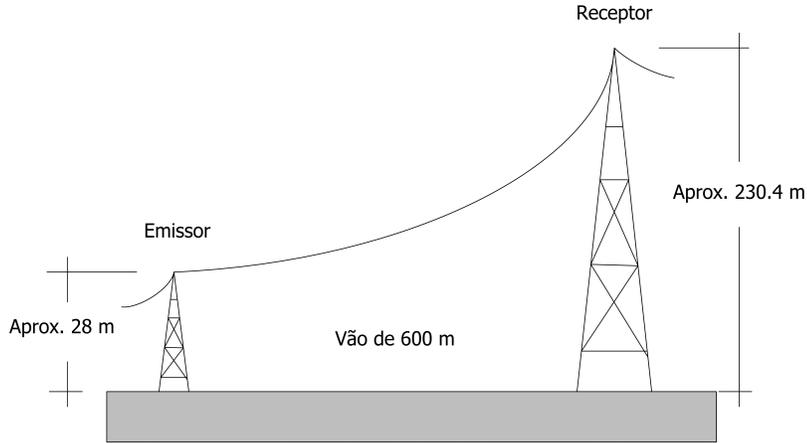


Figura 3.1: Diagrama esquemático de uma travessia simples sobre solo com LT Monofásica

Destaca-se que todo o estudo de não-uniformidade da linha realizado nesta dissertação, aqui caracterizada pelo caso base, será restrito à variação longitudinal do condutor. Importante também é salientar que, conforme citado no capítulo 2, a metodologia não inclui a impedância das torres e nem os valores de impedâncias de “pé-de-torre”. Tais investigações não se enquadram no escopo do estudo aqui apresentado, sendo um interessante tema de desenvolvimento para um trabalho futuro. Algumas considerações mais abrangentes serão realizadas no estudo a ser apresentado no capítulo 4, como a inclusão do efeito dos cabos para-raios e a avaliação da não-uniformidade de uma linha frente a diferentes tipos de solo.

Torna-se necessário definir uma equação que contemple a variação do perfil longitudinal dos condutores, ou seja, a equação da catenária. O sistema de coordenadas será considerado com sua origem no ponto mínimo da catenária, que está localizado 20 m acima do solo. O terminal emissor está localizado à esquerda do segmento e tem suas coordenadas denominadas por  $x_E$  e  $y_E$ . Já o terminal receptor está localizado à direita e é denominado por  $x_R$  e  $y_R$ . Conforme [20], define-se a equação da catenária como:

$$y = q \left[ \cosh \left( \frac{x}{q} \right) - 1 \right] \quad (3.1)$$

onde  $q$  é um “parâmetro de escala”, definido para o caso base com o valor de 626,3 m, de acordo com [4], para definição da catenária desejada. A Fig. 3.2 apresenta o

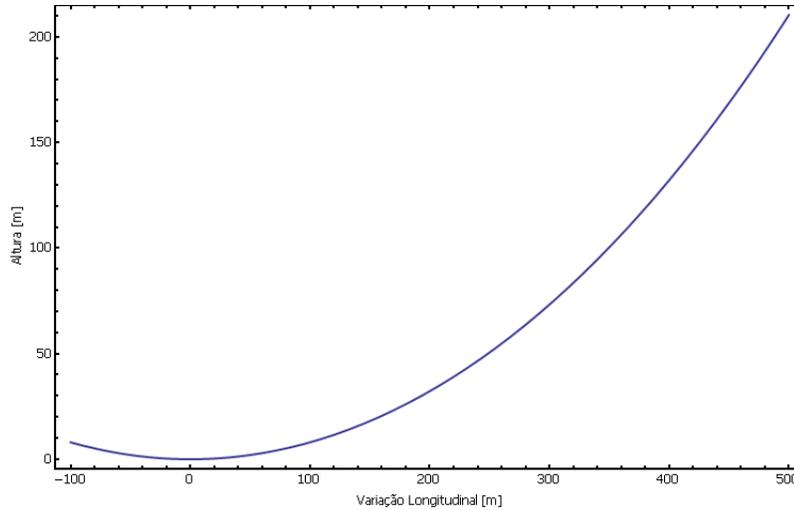


Figura 3.2: Gráfico da equação da catenária para o caso base

gráfico da equação da catenária para o caso base, com o valor de  $q$  especificado.

Com isso, podem ser obtidas as coordenadas dos terminais emissor e receptor do segmento de linha analisado, que serão dadas por  $x_E = -100$  m,  $y_E = 8$  m,  $x_R = 500$  m e finalmente,  $y_R = 210,4$  m. A altura mínima da catenária é de 20 m. Para tais valores obtidos para as ordenadas, as alturas do emissor e do receptor serão dadas, aproximadamente, por 28 m e 230,4 m, o que implica uma diferença próxima a 200 m com relação às suas alturas.

O estudo apresentado neste capítulo baseia-se na avaliação do comportamento elétrico da modelagem não-uniforme do trecho definido como caso base, em termos da segmentação do vão em diferentes quantidades de quadripolos. O comportamento dos diferentes casos é comparado diretamente com a linha uniforme por meio, inicialmente, de suas respostas em frequência, e posteriormente, de suas respostas ao degrau e ao impulso. A seguir, são apresentadas as considerações para implementação da modelagem uniforme do caso base e, posteriormente, suas diferentes configurações de modelagem não-uniformes. Uma demonstração das análises realizadas também é apresentada seguida dos resultados e de sua discussão.

## 3.2 Implementação do caso base

A implementação da metodologia para o caso base é realizada inteiramente no domínio da frequência, o que proporciona a vantagem de uma representação di-

reta dos parâmetros em função da frequência, sem a necessidade da utilização de funções de ajuste, conforme afirmado no Cap. 2. A resposta temporal da rede será obtida por meio da Transformada Numérica de Laplace [25], que é apresentada resumidamente no Apêndice D.

Todos os cálculos pertinentes a esta dissertação foram realizados no programa *Mathematica*, devido ao seu eficiente desempenho frente às manipulações matemáticas necessárias ao seu desenvolvimento. Além disso, o programa apresenta ainda ferramentas e algoritmos de grande utilidade, que além de robustos têm grande eficiência numérica, evitando assim a utilização de formulações aproximadas como as de [26], antes justificadas por exigir um tempo computacional menor. O algoritmo para cálculo das funções de Bessel é um bom exemplo das vantagens da utilização do *Mathematica*. Suas ferramentas de manipulação de listas e matrizes são recursos fundamentais dada a complexidade dos cálculos realizados nessa dissertação.

### 3.2.1 Modelagem uniforme do caso base

Sabe-se que a modelagem uniforme do caso base é definida como o ponto de partida para a sua representação não-uniforme. Além disso, define-se o caso uniforme como referência para comparação com todas as configurações não-uniformes analisadas neste capítulo.

O modelo é baseado na altura média do segmento de linha obtido através da integração numérica da catenária. Os limites de integração são dados pelas coordenadas horizontais dos terminais emissor e receptor. Calculando-se a altura média  $h_m$ , obtém-se, para  $x_E = -100$  m e  $x_R = 500$  m, um valor aproximado de  $h_m = 77,68$  m. Seguindo-se a metodologia citada, pode-se dar início ao cálculo dos parâmetros da linha uniforme e dos elementos da matriz admitância  $Y_n$ .

### 3.2.2 Modelagem não-uniforme do caso base

A modelagem não-uniforme do caso base, conforme metodologia apresentada no capítulo anterior, é realizada a partir da generalização da teoria de linhas uniformes. A implementação do caso base será realizada por meio da divisão do vão em segmentos de linha uniforme. Conforme definido no capítulo 2, para cada segmento será definido um quadripolo de características próprias, com alturas médias referentes ao

segmento analisado. Posteriormente é obtido o quadripolo equivalente do vão por meio da associação em cascata dos quadripolos considerados em cada configuração de modelagem.

Na modelagem não-uniforme do caso base foram consideradas diferentes quantidades de quadripolos associados em cascata. Realizou-se a modelagem não-uniforme por meio da associação de 02, 03, 05, 10, 20 e 40 quadripolos. A avaliação objetiva uma varredura das diferentes respostas para visualização do comportamento de cada configuração.

Em se tratando da análise não-uniforme, será necessário o cálculo da altura média  $h_{m(i)}$  de cada segmento de linha considerado por meio da integração trapezoidal da equação da catenária (3.1). Os limites de integração são dados pelas coordenadas horizontais dos terminais emissor e receptor de cada um dos quadripolos. As coordenadas  $x_{E(i)}$  e  $x_{R(i)}$  de cada segmento de linha são definidos de acordo com cada configuração, sendo  $i$  a quantidade de segmentos em que o vão foi particionado.

Seguindo-se a metodologia apresentada no capítulo anterior, podem ser calculados os elementos de cada quadripolo e associá-los em cascata, obtendo-se um quadripolo equivalente. Finalmente, pode-se calcular os elementos da matriz admitância nodal  $Y_{neq}$ , a partir dos elementos do quadripolo. Definidas as características da rede não-uniforme, pode-se iniciar para sua análise.

Dentro das hipóteses assumidas nesta dissertação, avaliando-se as diferentes respostas em frequência e considerando as condições básicas para definição de um comprimento mínimo “ótimo”, entende-se que a configuração mais adequada para a realização do estudo aqui apresentado é a que considera o comprimento mínimo do quadripolo com valor igual ou próximo a 30 m. Tal entendimento deve-se ao fato de que, quanto menor o segmento definido, melhor será caracterizada a não-uniformidade do vão, além de ser este o menor valor que não viola a condição estabelecida pela Eq. (3.1). Neste capítulo serão apresentadas as análises realizadas apenas para a associação em cascata de 20 quadripolos, devido a questões de organização e objetividade do capítulo. Os resultados das outras associações avaliadas no capítulo constam no Apêndice E.

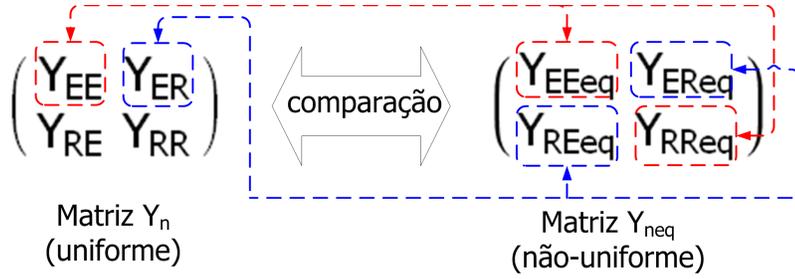


Figura 3.3: Comparação realizadas em termos da  $Y_{nodal}$  - LU x LNU

### 3.3 Análises realizadas

Definida a implementação da modelagem uniforme e não-uniforme do caso base, pode-se dar início à sua análise. Preliminarmente, é realizado um estudo comparativo entre as respostas em frequência das diferentes modelagens. Essas análises são sempre realizadas em comparação com a modelagem uniforme, cujos resultados são apresentados, para a configuração de modelagem não-uniforme com 20 quadripolos, na seção 3.4. Uma análise geral das configurações será apresentada na discussão dos resultados da seção 3.5.

As respostas em frequência são obtidas a partir do comportamento dos elementos da matriz de admitância nodal na frequência, em termos dos seus módulos e fases. O termos próprios das modelagens uniforme e não-uniforme são comparados entre si, assim como os termos mútuos. Dessa forma pode-se realizar uma avaliação coerente das diferenças de comportamento entre os termos. Para um melhor entendimento do procedimento realizado, a comparação entre os elementos próprios e mútuos da matriz admitância nodal uniforme e equivalente não-uniforme é ilustrada na Fig. 3.3. Na citada figura os elementos  $Y_{EE}$  e  $Y_{RR}$  são os elementos próprios enquanto  $Y_{ER}$  e  $Y_{RE}$  são os mútuos.

Além disso outra importante análise é a resposta em frequência da linha em função dos seus autovalores da matriz de admitância nodal. De forma análoga a avaliação realizada com seus elementos as respostas são obtidas a partir do comportamento dos autovalores da matriz admitância nodal na frequência, em termos dos seus módulos e fases. A avaliação objetiva uma varredura das diferentes respostas para visualização do comportamento de cada configuração. A Fig. 3.4 apresenta uma resposta em frequência de uma linha monofásica com modelagem uniforme. Para a

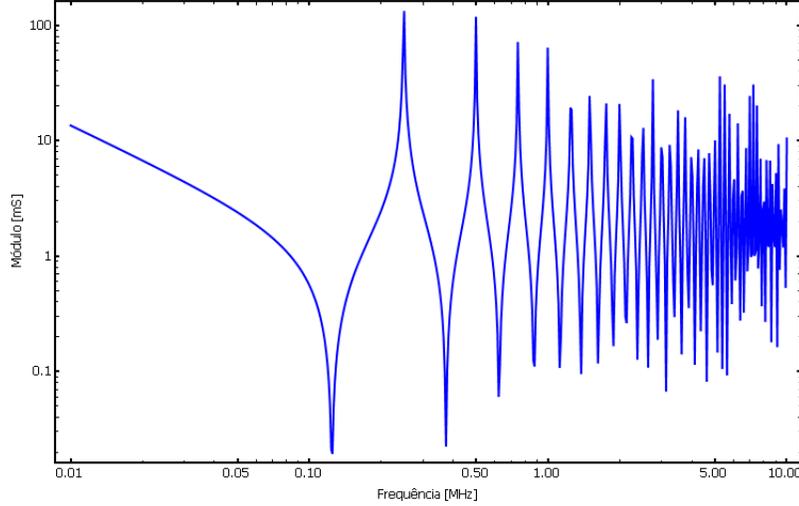


Figura 3.4: Resposta em frequência típica de uma linha monofásica uniforme

obtenção das respostas em frequência foi considerada uma gama de  $f_{min} = 10^4$  até  $f_{max} = 10^7$  Hz. Frequências abaixo de  $f_{min}$  não mostraram diferenças significativas. O valor de  $f_{max}$  ultrapassa a frequência limite para a propagação quasi-TEM. De acordo com [27], o modelo quasi-TEM é válido em torno de 4 MHz. Nesse trabalho excede-se este limite buscando encontrar resultados contraditórios.

Em adição ao estudo realizado em termos da resposta em frequência das modelagens realizadas, torna-se oportuna também uma análise do seu comportamento frente à injeção de sinais como degrau e impulso. As formas de onda relativas aos sinais de entrada (injeção de degrau unitário e impulso) são apresentadas nas Figs. 3.5 e 3.6.

A escolha da forma de onda para a injeção de impulso tem o intuito de se observar o comportamento das tensões terminais da linha não-uniforme quando da excitação de uma forma de onda que sobe rapidamente e apresenta também um decaimento acentuado. Caso o objetivo do estudo fosse a coordenação de isolamento do circuito de transmissão seria necessário ainda a inclusão da modelagem da torre, seu aterramento e a inclusão explícita dos cabos para-raios (este último em tratando-se dos casos testes trifásicos), conforme por exemplo, mostrado em [22]. Face ao exposto, a forma de onda definida para avaliação foi o impulso atmosférico, geralmente assumido na literatura técnica como  $1,2 \times 50\mu s$ .

Os sinais são injetados por meio dos circuitos apresentados nas Figs. 3.7 e 3.8. A

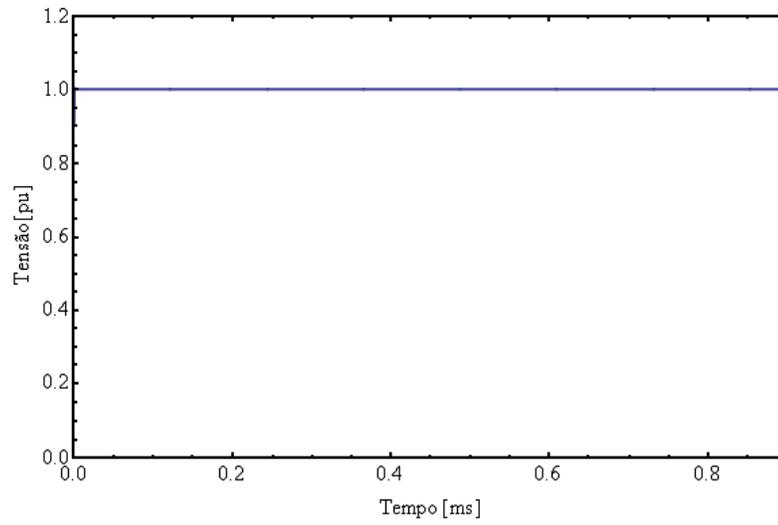


Figura 3.5: Sinal injetado - Degrau unitário

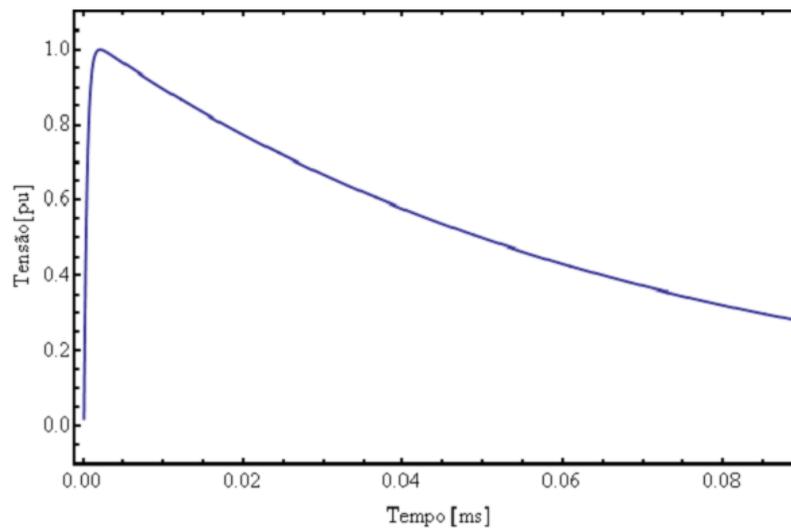


Figura 3.6: Sinal injetado - Impulso atmosférico

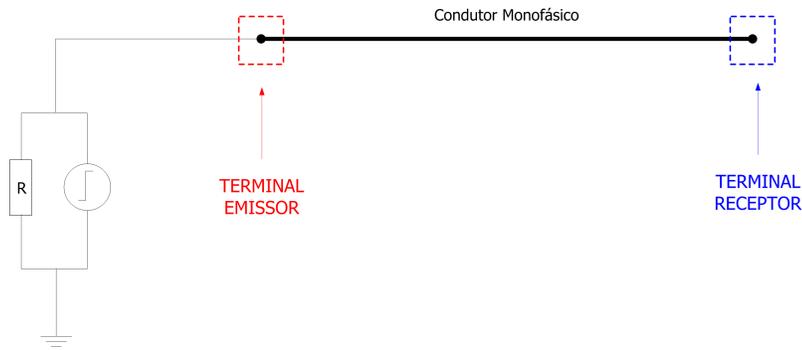


Figura 3.7: Esquema de injeção de degrau unitário em linha monofásica

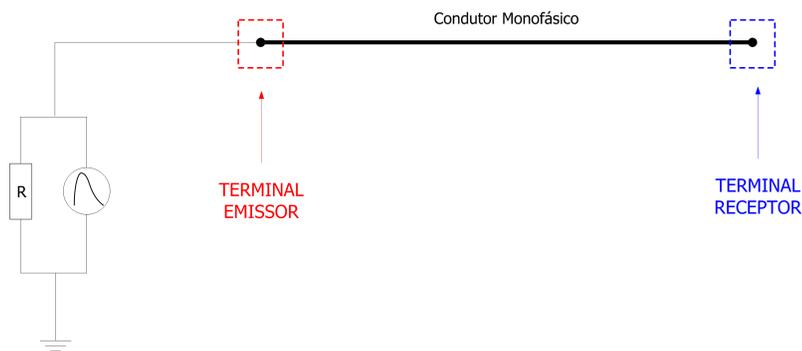


Figura 3.8: Esquema de injeção de impulso em linha monofásica

injeção de sinal para a resposta ao degrau para a linha em curto também é analisada e seu circuito de injeção é apresentado Fig. 3.9.

Injetados os sinais, observam-se as curvas de saída da linha na modelagem estudada. As respostas obtidas retratam o comportamento do terminal receptor frente à injeção de um sinal no terminal emissor. A partir daí, será possível iniciar a análise de casos mais práticos, mas próximos dos casos reais de não-uniformidade existentes

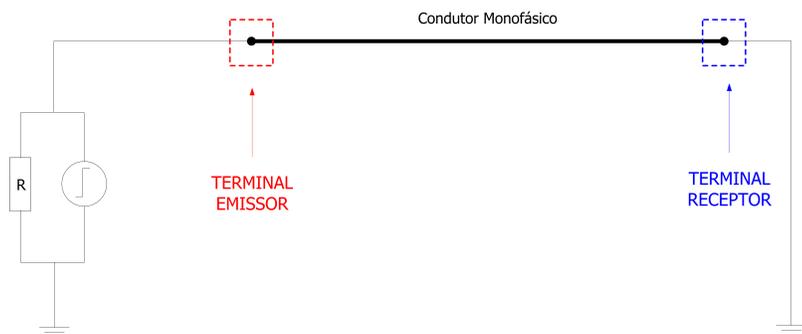


Figura 3.9: Esquema de injeção de degrau unitário em linha monofásica em curto

nos percursos das linhas de transmissão. Essa análise será realizada no Cap. 4, onde serão avaliados quatro casos testes trifásicos em diferentes configurações de modelagem não-uniforme. As respostas à injeção dos sinais supra-citados para o caso base com modelagem uniforme e não-uniforme por meio de 20 quadripolos serão apresentadas na sequência, seguidamente aos resultados relativos à resposta em frequência. Na seção 3.5 é realizada uma avaliação geral das respostas assim como a discussão dos resultados.

## 3.4 Apresentação dos resultados

### 3.4.1 Resposta em frequência dos elementos da $Y_{nodal}$

O objetivo da obtenção da resposta em frequência da linha é conhecer o seu comportamento mediante a injeção de sinais elétricos de diferentes frequências. Os diagramas de amplitude e de fase da resposta dão uma indicação do modo como os sinais são transferidos do terminal emissor para o terminal receptor.

No que diz respeito ao entendimento dos gráficos apresentados nesta dissertação, a partir deste ponto, tanto para a legenda como para a descrição da figura, o termo “linha de transmissão” será referido como “LT”, o termo “linha uniforme” como “LU”, o termo “linha não-uniforme” como “LNU” e, finalmente, o termo “quadripolos” como “Quad”.

Iniciando-se a apresentação dos resultados, a Fig. 3.10 apresenta a resposta em frequência do módulo do elemento próprio  $Y_{EE}$  da modelagem uniforme em conjunto com as respostas dos módulos dos elementos  $Y_{EE}$  e  $Y_{RR}$  da modelagem não-uniforme. Torna-se oportuno dizer que tal resposta foi obtida na escala logarítmica “LogLog”, por permitir representar no mesmo gráfico gamas de frequência cujas ordens de grandezas são muito distintas.

Pode-se perceber, já para a faixa de frequência observada, algum deslocamento das respostas dos termos próprios da linha não-uniforme frente à resposta do termo próprio da linha uniforme. Algum deslocamento em termos das amplitudes dos módulos é percebida, principalmente para a primeira oscilação das respostas. A Fig. 3.11 mostra a primeira oscilação em detalhe por meio da redução da faixa de frequência observada, definida para tal como  $f_{min} = 100$  kHz e  $f_{max} = 500$  kHz.

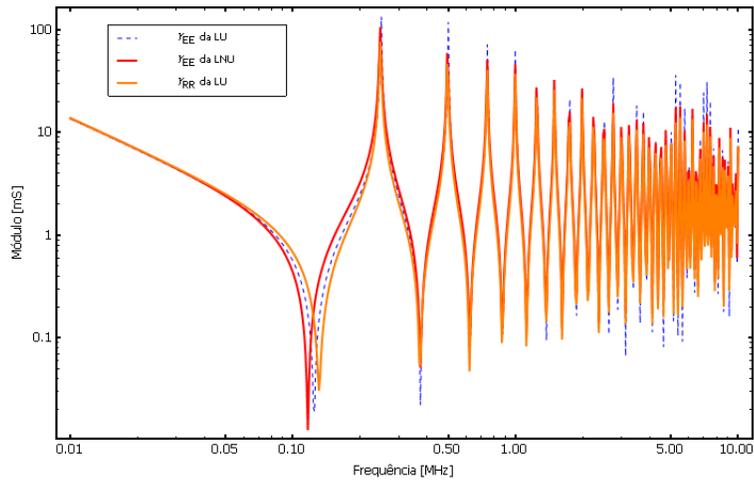


Figura 3.10: Respostas em frequência da LU e da LNU para os termos próprios - 20 Quad - Módulo

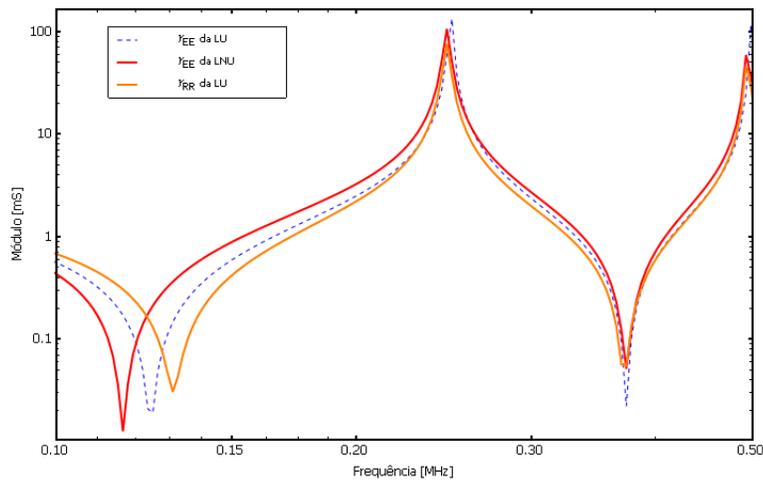


Figura 3.11: Respostas em frequência da LU e da LNU para os termos próprios - 20 Quad - Módulo (Detalhe)

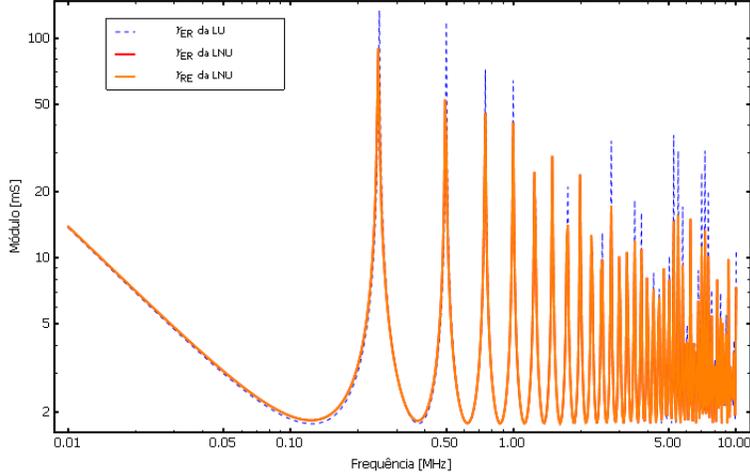


Figura 3.12: Respostas frequência da LU e da LNU para os termos mútuos - 20 Quad - Módulo

Com a redução da faixa de frequência, torna-se claro tanto o deslocamento do pico da primeira oscilação como da amplitude do módulo. É importante notar que o termo  $Y_{EE}$  da modelagem não-uniforme está deslocado à esquerda da faixa de frequência, enquanto o  $Y_{RR}$  é deslocado à direita. Tal fato é de grande relevância, pois evidencia uma importante característica da linha não-uniforme, que é a diferenciação entre os termos próprios  $Y_{EE}$  e  $Y_{RR}$ .

Inicia-se então a avaliação dos módulos dos termos mútuos da matriz de admitância nodal. A Fig. 3.12 apresenta a resposta em frequência do módulo do elemento mútuo  $Y_{ER}$  da modelagem uniforme em conjunto com as respostas dos módulos dos elementos  $Y_{ER}$  e  $Y_{RE}$  da modelagem não-uniforme para 20 quadripolos. Para obtenção de tal resposta também foi utilizada a escala logarítmica “LogLog”.

Para a faixa de frequência observada, nota-se pouca diferença entre as respostas dos termos mútuos não-uniformes e o termo uniforme. Para uma melhor visualização destas pequenas diferenças, a Fig. 3.13 apresenta os dois primeiros picos de oscilação em detalhe, para a faixa de frequência definida entre  $f_{min} = 200$  kHz e  $f_{max} = 600$  kHz. É oportuno destacar que a diferença máxima entre os módulos dos termos mútuos não-uniformes tem ordem de grandeza desprezível, em torno de  $10^{-17}$ . Com isso, pode-se obter a resposta de apenas um dos termos, para facilitar a visualização.

Com a redução da faixa de frequência, torna-se visível algum deslocamento do

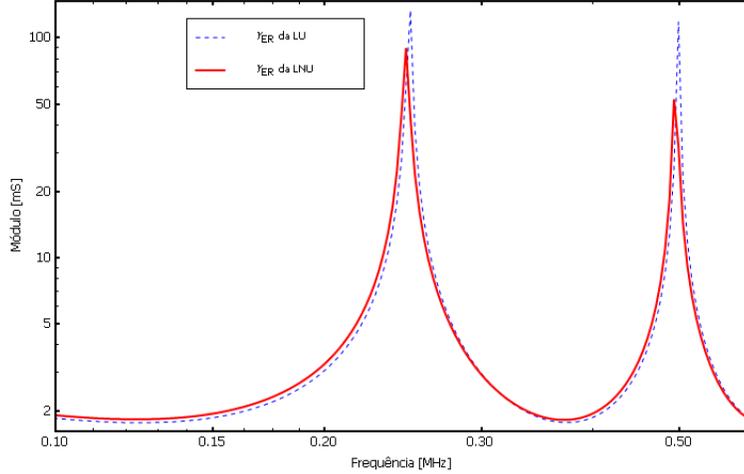


Figura 3.13: Respostas frequência da LU e da LNU para os termos mútuos - 20 Quad - Módulo (Detalhe)

pico da primeira oscilação. Nota-se também uma considerável atenuação dos picos de oscilação da modelagem não-uniforme em relação à uniforme.

Apresentados os resultados comparativos dos módulos, pode-se iniciar a avaliação das fases dos termos mútuos da matriz de admitância nodal. A Fig. 3.14 apresenta a resposta em frequência da fase do elemento próprio  $Y_{EE}$  da modelagem uniforme em conjunto com as respostas das fases dos elementos  $Y_{EE}$  e  $Y_{RR}$  da modelagem não-uniforme para 20 quadripolos. Tal resposta foi obtida na escala logarítmica “LogLinear”, por exibir a melhor visualização para a faixa de frequência apresentada.

Assim como nas respostas dos módulos dos termos próprios, o deslocamento das respostas da linha não-uniforme frente à resposta da linha uniforme. Algum deslocamento em termos das respostas das fases é percebida, já a partir da primeira oscilação das respostas. A Fig. 3.15 mostra a primeira oscilação em detalhe por meio da redução da faixa de frequência observada, definida para tal como  $f_{min} = 100$  kHz é  $f_{max} = 500$  kHz.

Com a redução da faixa de frequência observada, torna-se ainda mais evidente o deslocamento da fase na primeira oscilação. O termo  $Y_{EE}$  da modelagem não-uniforme está deslocado à esquerda da faixa de frequência, enquanto o  $Y_{RR}$  é deslocado à direita. Esse deslocamento também ocorre para as respostas dos módulos e evidencia as características não-uniformes da modelagem.

Inicia-se então a avaliação das fases dos termos mútuos da matriz de admitância

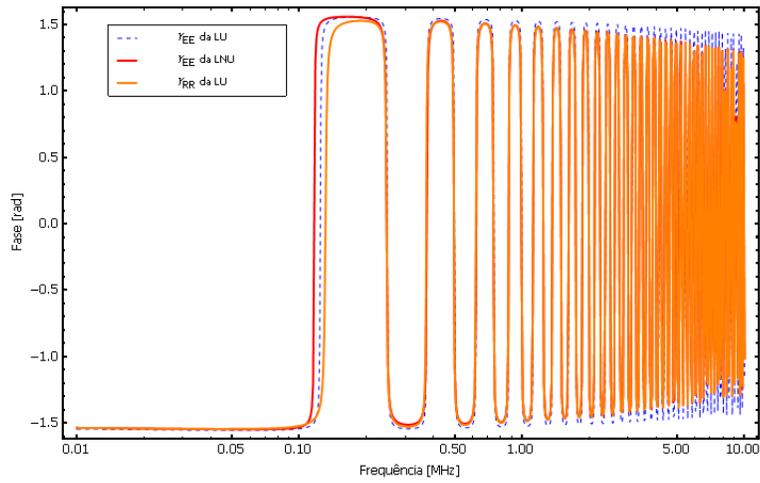


Figura 3.14: Respostas frequência da LU e da LNU para os termos próprios - 20 Quad - Fase

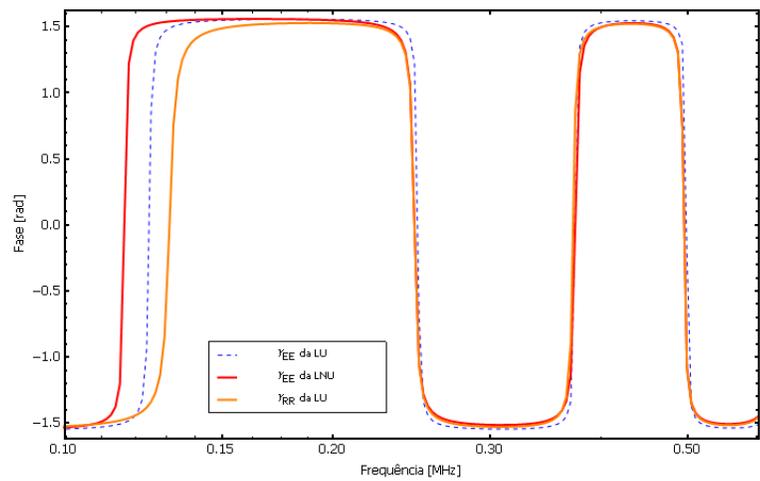


Figura 3.15: Respostas frequência da LU e da LNU para os termos próprios - 20 Quad - Fase (Detalhe)

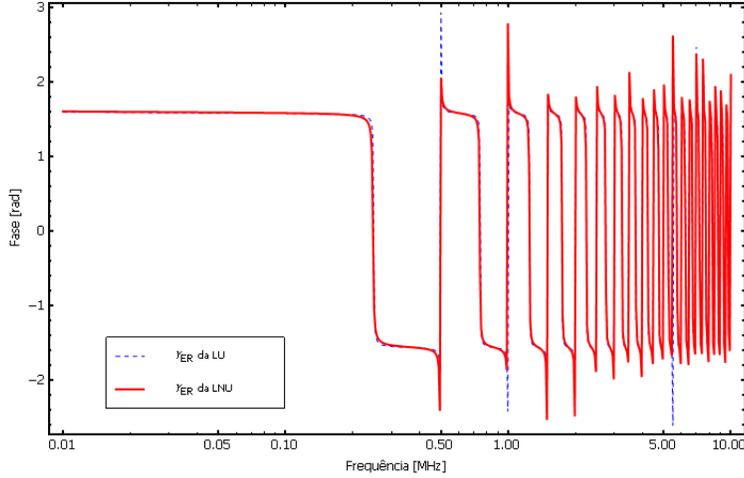


Figura 3.16: Respostas em frequência da LU e da LNU para os termos mútuos - 20 Quad - Fase

nodal. A Fig. 3.16 apresenta a resposta em frequência da fase do elemento mútuo  $Y_{ER}$  da modelagem uniforme em conjunto com as respostas das fases dos elementos  $Y_{ER}$  e  $Y_{RE}$  da modelagem não-uniforme para 20 quadripolos. Para obtenção de tal resposta, também foi utilizada a escala logarítmica “LogLinear”.

Para a faixa de frequência observada, percebe-se pouca diferença entre as respostas das fases dos termos mútuos não-uniformes e o termo uniforme. Para uma melhor visualização destas pequenas diferenças, a Fig. 3.17 apresenta a primeira oscilação em detalhe, para a faixa de frequência definida entre  $f_{min} = 100$  kHz é  $f_{max} = 500$  kHz. Destaca-se que, assim como para os módulos, a diferença máxima entre as fases dos termos mútuos não-uniformes tem ordem de grandeza desprezível. Por esse motivo plota-se também para as fases a resposta de apenas um dos termos, facilitando a visualização.

Com a redução da faixa de frequência, torna-se visível algum deslocamento entre as respostas uniforme e não-uniforme. Nota-se também, assim como para os módulos, uma atenuação das respostas da modelagem não-uniforme em relação à uniforme.

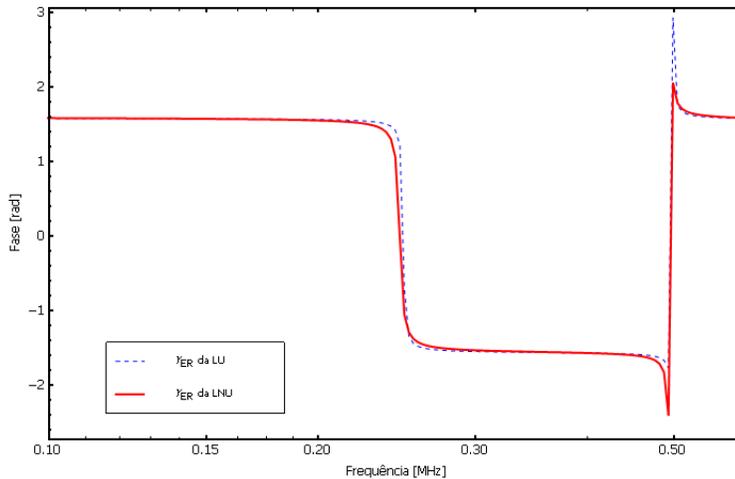


Figura 3.17: Respostas em frequência da LU e da LNU para os termos mútuos - 20 Quad - Fase (Detalhe)

### 3.4.2 Resposta em frequência dos autovalores da $Y_{nodal}$

Além das respostas em frequência dos elementos da matriz de admitância nodal da linha, uma ferramenta eficaz para ilustração do comportamento da linha não-uniforme na frequência é a avaliação das respostas de seus autovalores. A diferença básica entre as respostas dos autovalores e dos elementos é que os autovalores evidenciam as características da linha de uma maneira mais geral, enquanto os elementos são especificamente próprios ou mútuos. A matriz de admitância nodal possui dois autovalores, que serão avaliados em termos de seus módulos e fases, assim como foram os elementos.

Iniciando-se a apresentação dos resultados, a Fig. 3.18 apresenta a resposta em frequência do módulo do primeiro autovalor da matriz de admitância nodal. Tal resposta foi obtida na escala logarítmica “LogLog”.

Algum deslocamento das respostas do módulo do primeiro autovalor da linha não-uniforme, frente à resposta uniforme, é notado. Alguma pequena diferença em termos de atenuação também é percebida. A Fig. 3.19 mostra a primeira oscilação em detalhe por meio da redução da faixa de frequência observada, definida para tal de  $f_{min} = 200$  kHz é  $f_{max} = 600$  kHz.

Com a redução da faixa de frequência, fica mais clara a visualização do deslocamento do pico da primeira oscilação assim como a diferença de atenuação entre eles.

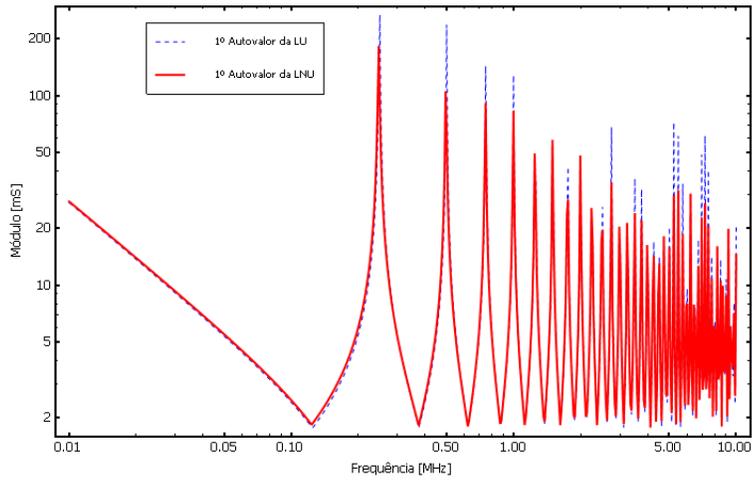


Figura 3.18: Respostas em frequência do primeiro autovalor da LU e da LNU - 20 Quad - Módulo

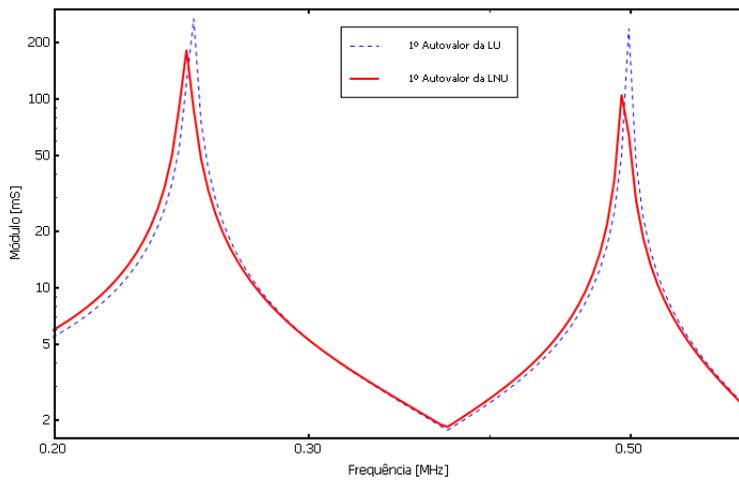


Figura 3.19: Respostas frequência do primeiro autovalor da LU e da LNU - 20 Quad - Módulo (Detalhe)

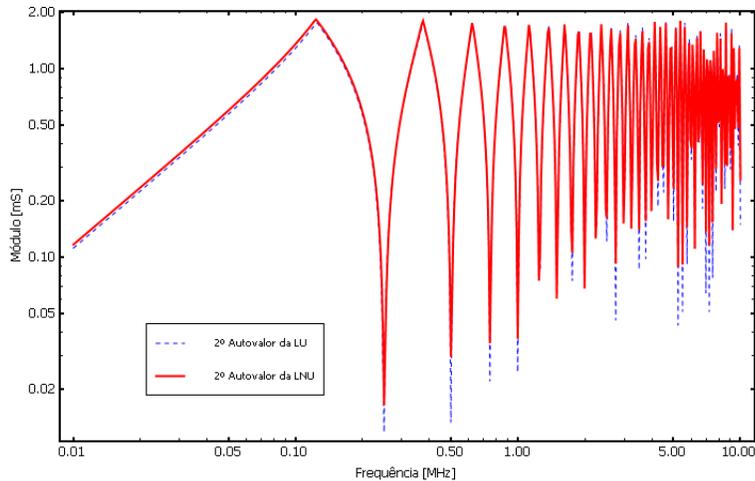


Figura 3.20: Respostas em frequência do segundo autovalor da LU e da LNU - 20 Quad - Módulo

A resposta da modelagem não-uniforme está deslocada para a esquerda da faixa de frequência, evidenciando as características da linha não-uniforme. A Fig. 3.20 apresenta a resposta em frequência do módulo do segundo autovalor da matriz de admitância nodal, também obtida na escala logarítmica “LogLog”.

Para a faixa de frequência observada, percebe-se pouca diferença entre as respostas não-uniforme e uniforme. Para uma melhor visualização destas pequenas diferenças, a Fig. 3.21 apresenta os dois primeiros picos de oscilação em detalhe.

Com a redução da faixa de frequência, torna-se visível uma considerável atenuação dos picos de oscilação da modelagem não-uniforme em relação à uniforme.

Apresentados os resultados comparativos dos módulos, pode-se iniciar a avaliação das fases dos autovalores da matriz de admitância nodal. A Fig. 3.22 apresenta a resposta em frequência da fase do primeiro autovalor das modelagens uniforme e não-uniforme. Tal resposta foi obtida na escala logarítmica “LogLinear”, por exibir uma melhor visualização para a faixa de frequência apresentada.

Assim como nas respostas dos módulos do primeiro autovalor, nota-se algumas pequenas diferenças em termos da atenuação, já a partir da primeira oscilação das respostas. A Fig. 3.23 mostra a primeira oscilação em detalhe por meio da redução da faixa de frequência observada, definida para tal como  $f_{min} = 100$  kHz e  $f_{max} = 500$  kHz.

Com a redução da faixa de frequência, torna-se mais evidente o deslocamento da

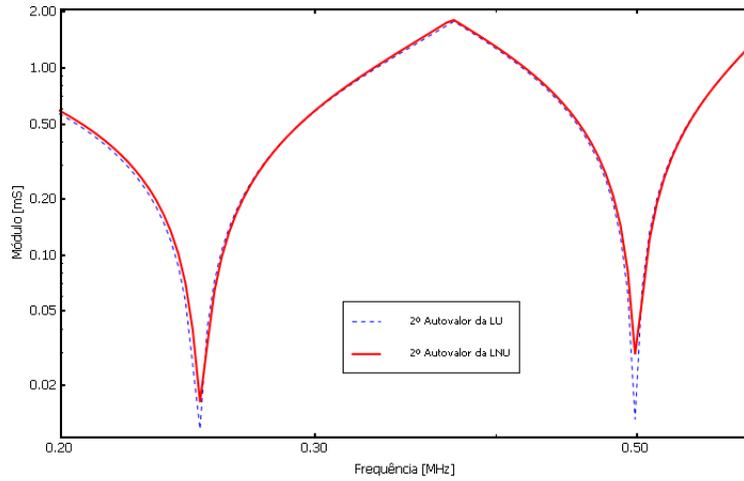


Figura 3.21: Respostas frequência do segundo autovalor da LU e da LNU - 20 Quad - Módulo (Detalhe)

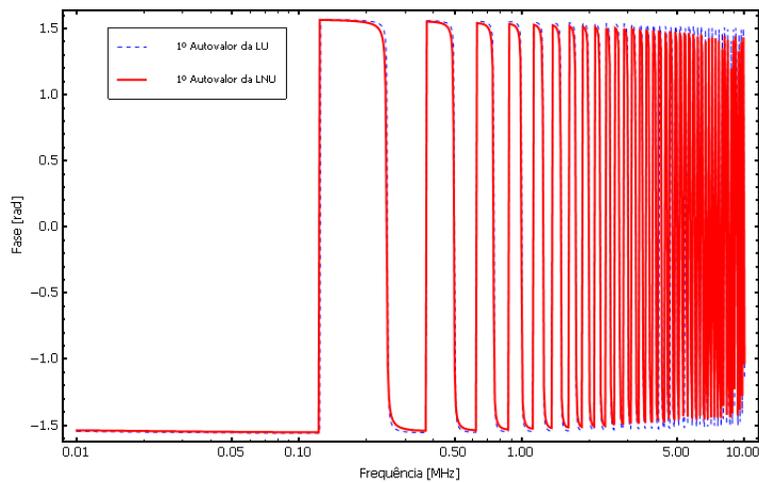


Figura 3.22: Respostas em frequência do primeiro autovalor da LU e da LNU - 20 Quad - Fase

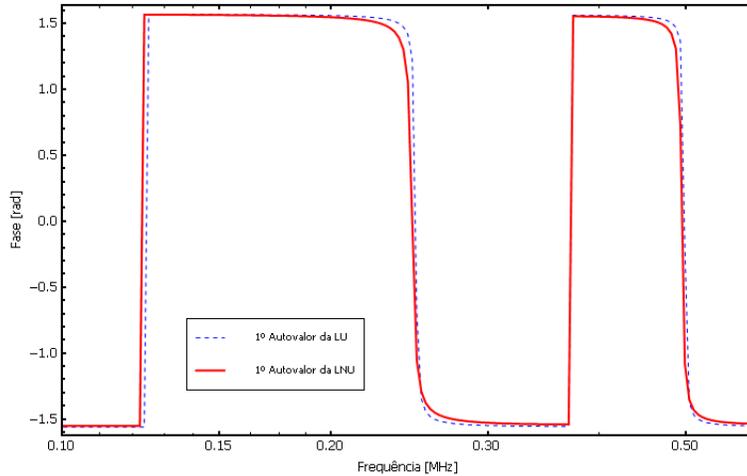


Figura 3.23: Respostas em frequência do primeiro autovalor da LU e da LNU - 20 Quad - Fase (Detalhe)

fase na primeira oscilação. A resposta da modelagem não-uniforme está deslocada para a esquerda da faixa de frequência, assim como percebido para o módulo, o que evidencia as características da linha não-uniforme. A Fig. 3.24 apresenta a resposta em frequência da fase do segundo autovalor da matriz de admitância nodal, também obtida na escala logarítmica “LogLinear”.

Pode-se perceber, assim como nas respostas das fases do primeiro autovalor, algumas pequenas diferenças em termos da atenuação, já a partir da primeira oscilação das respostas. A Fig. 3.25 mostra a primeira oscilação em detalhe por meio da redução da faixa de frequência observada, definida para tal como  $f_{min} = 100$  kHz e  $f_{max} = 500$  kHz.

Com a redução da faixa de frequência, torna-se mais claro o deslocamento da fase na primeira oscilação. Novamente a resposta da modelagem não-uniforme está deslocada para a esquerda da faixa de frequência, assim como foi para o módulo, o que evidencia as características da linha não-uniforme.

### 3.4.3 Resposta a sinais injetados

Em adição aos resultados apresentados em termos da resposta em frequência das modelagens realizadas, torna-se oportuna também a análise do seu comportamento frente à injeção de sinais como degrau e impulso. Conforme definido na seção 3.3,

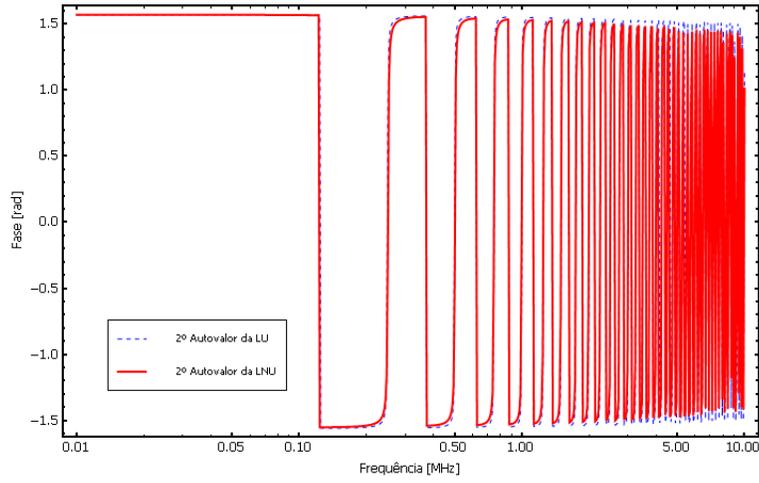


Figura 3.24: Respostas em frequência do segundo autovalor da LU e da LNU - 20 Quad - Fase

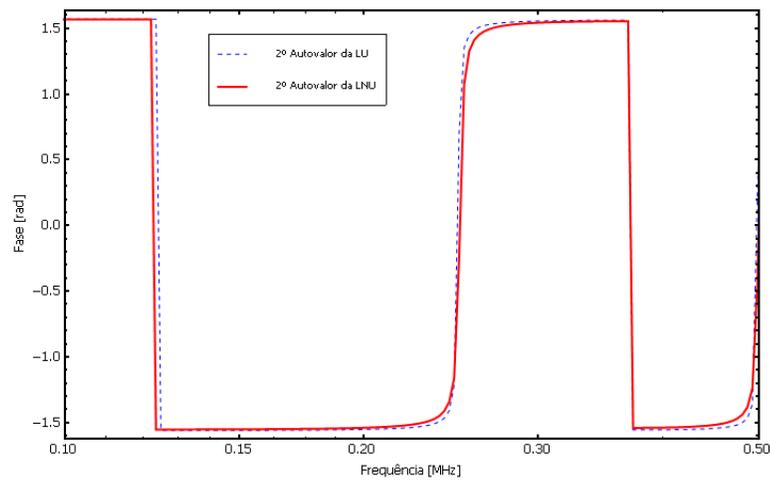


Figura 3.25: Respostas em frequência do segundo autovalor da LU e da LNU - 20 Quad - Fase (Detalhe)

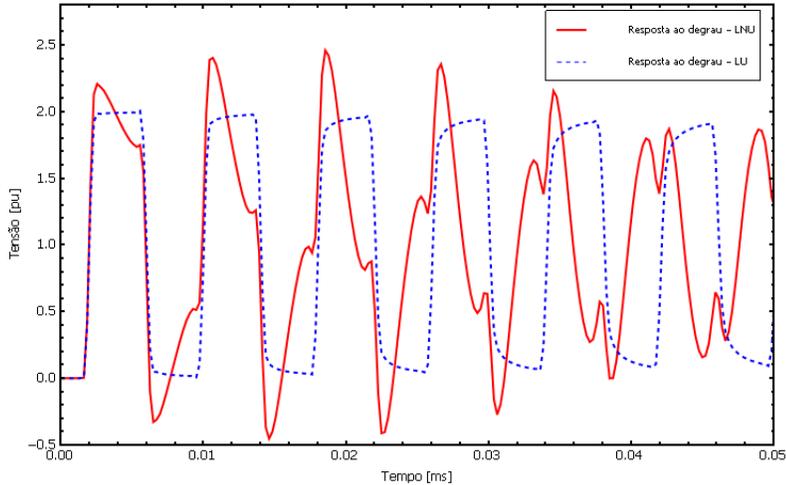


Figura 3.26: Resposta ao degrau do caso base LU x LNU com o receptor em aberto.

injetados os sinais, observam-se as curvas de saída da linha na modelagem estudada. Vale dizer que tal análise é realizada apenas para modelagem uniforme e não-uniforme com 20 quadripolos, visto ser esta apenas uma avaliação adicional ao escopo do capítulo, que é a resposta em frequência da linha. Em uma primeira análise, injeta-se um degrau de tensão de 1 p.u. no terminal emissor da linha monofásica, com o terminal receptor em aberto, conforme ilustrado no esquema apresentado na Fig. 3.7 da referida seção. Verifica-se então a saída apresentada no receptor. A Fig. 3.26 apresenta a resposta ao degrau do caso base para um tempo de observação de 0,05 ms, para as modelagens uniforme e não-uniforme.

Comparando-se as respostas ao degrau, nota-se considerável deformação da resposta não-uniforme, apresentando diferença em termos das amplitudes. Ocorre também alguma defasagem entre as duas respostas. Tais discussões, como não fazem parte do escopo do capítulo, serão melhor realizadas no próximo capítulo, durante a avaliação dos casos testes trifásicos.

Observada a resposta ao degrau, pode-se partir para a obtenção da resposta ao impulso. Injeta-se um impulso de manobra de 1 p.u. no terminal emissor da linha monofásica, com o terminal receptor em aberto, conforme ilustrado no esquema apresentado na Fig. 3.8 da referida seção. Verifica-se então a saída apresentada no receptor. A Fig. 3.27 apresenta as respostas ao impulso do caso base para um tempo de observação de 0,05 ms, para as modelagens uniforme e não-uniforme.

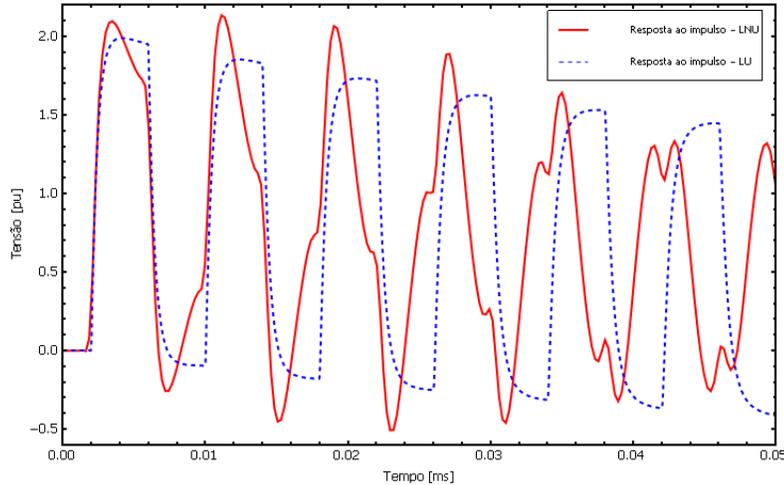


Figura 3.27: Resposta ao impulso do caso base LU x LNU com o receptor em aberto.

Em complemento às respostas acima apresentadas, também importante é a verificação da resposta ao degrau com a linha em curto. Injeta-se um impulso de manobra de 1 p.u. no terminal emissor da linha monofásica, com o terminal receptor em curto, conforme ilustrado no esquema apresentado na Fig. 3.9 da referida seção. A Fig. 3.28 apresenta a resposta do caso base para tal injeção. Cabe salientar que neste caso avalia-se a corrente que atravessa a linha. O tempo de observação é de 0,25 ms e a figura inclui as respostas das modelagens uniforme e não-uniforme.

Percebe-se para tal análise um comportamento bem parecido em termos evolutivos de sinal. A Fig. 3.29 apresenta com detalhe a resposta ao degrau com a linha em curto para um tempo de observação de 0,025 ms.

Para este tempo de observação nota-se o efeito da não-uniformidade, que deforma a amplitude dos degraus de oscilação da corrente. Dada tal similaridade do comportamento entre as respostas, para os casos testes avaliados no próximo capítulo, a verificação da resposta ao degrau com a linha em curto não será realizada, pois entende-se, dentro das hipóteses estabelecidas para o presente estudo, ser o seu comportamento análogo ao do caso base.

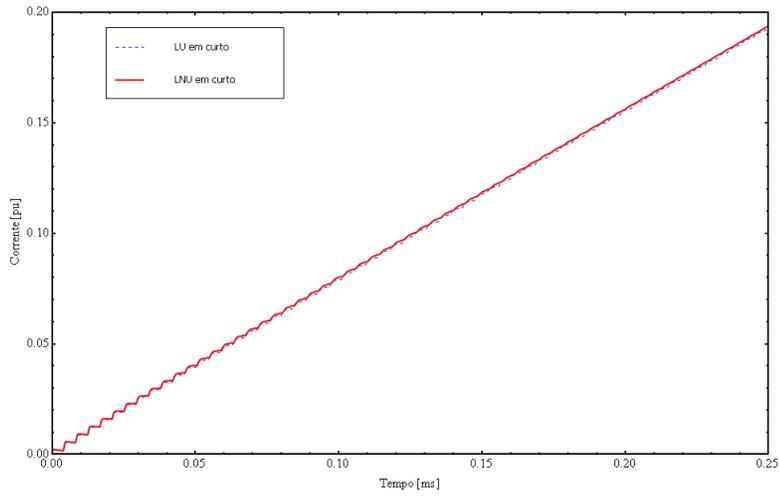


Figura 3.28: Resposta ao degrau do caso base LU x LNU com o receptor em curto.

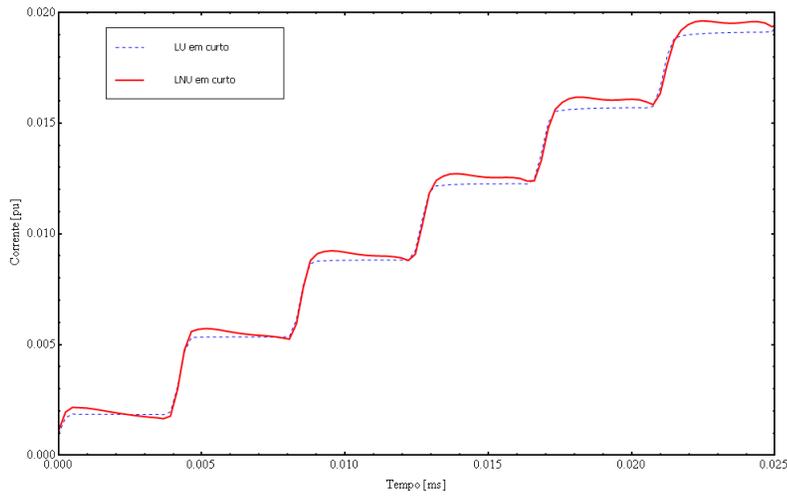


Figura 3.29: Resposta ao degrau do caso base LU x LNU com o receptor em curto - detalhe.

### 3.5 Discussão dos resultados

Neste capítulo realizou-se o estudo do comportamento de uma linha não-uniforme monofásica no domínio da frequência. Com base nos resultados apresentados no capítulo, infere-se que a utilização de 20 quadripolos apresenta coerência com relação ao critério de estabilidade numérica estabelecido pelas condições Courant-Friedrichs-Lewy apresentado por [16], citado no presente trabalho pela expressão (2.14). Tal configuração foi suficiente para a adequada representação do comportamento não-uniformidade. No Apêndice E mostra-se os resultados considerando a cascata de 02, 03, 05, 10 e 40 quadripolos.

Apresenta-se aqui a tabela 3.1 contendo as diferenças máximas entre os valores dos termos próprios da matriz de admitância nodal, frente às diversas quantidades de quadripolos utilizados. Nota-se uma diminuição das diferenças em função do aumento do número de quadripolo. Todavia, é interessante também notar que para as modelagens com 20 e 40 quadripolos há pouquíssima variação nas diferenças máximas. Optou-se por utilizar 20 quadripolos, pelas razões expostas acima e também porque, sendo assim, o comprimento do vão atende à condição apresentada pela expressão (2.15). Contudo, resultados adicionais devem ser realizados, para verificar se nesse caso não há a necessidade de outras modelagens para os extremos do vão.

Em termos da análise dos termos próprios a matriz de admitância nodal, ocorre algum deslocamento para as respostas dos módulos, seguindo cada termo uma direção ao longo da faixa de frequência, de onde entende-se que é um comportamento intrínseco aos termos próprios quando da modelagem não-uniforme. Tal fato é de grande importância, pois evidencia a característica da linha não-uniforme, que é a diferenciação dos termos próprios  $Y_{EE}$  e  $Y_{RR}$ . Diferenças em termos das amplitudes e da atenuação também podem ser notadas, reforçando as evidências para a modelagem não-uniforme.

A resposta em frequência dos autovalores da matriz admitância nodal, que mostra uma avaliação da matriz como um todo, tem comportamento similar ao verificado para os seus elementos. Pode-se perceber algum deslocamento das respostas dos módulos e fases dos autovalores da linha não-uniforme frente à resposta uniforme. Alguma pequena diferença em termos de atenuação também é percebida.

Tabela 3.1: Comparação entre modelagem uniforme e não-uniforme

Modelagem LNU	Diferença máxima para LU [S]
02 quadripolos	0,0533172
03 quadripolos	0,0612399
05 quadripolos	0,0778639
10 quadripolos	0,0817086
20 quadripolos	0,0825221
40 quadripolos	0,0827185

Comparando-se as respostas ao degrau e ao impulso das modelagens não-uniforme e uniforme, percebe-se claramente uma grande deformação da resposta não-uniforme, apresentando grande diferença em termos das amplitudes. Ocorre também clara defasagem entre as duas respostas. Infere-se que o efeito da modelagem não-uniforme é bastante relevante para o caso monofásico, principalmente no que diz respeito as diferenças de amplitude.

Os resultados obtidos para uma linha monofásica apresentam similaridade com resultados apresentados na literatura técnica [16, 4, 15]. Isto indica a adequação da representação em cascata de quadripolos aqui utilizada. Assim como nas referências citadas, o comportamento da linha não-uniforme pode ser evidenciado tanto na resposta em frequência como em relação à injeção de sinais.

O interessante é que, em uma primeira avaliação das respostas em frequência, tem-se a impressão de que a diferença de comportamento das respostas entre as modelagens é pequena, dada a sua forma e as poucas diferenças de amplitude e defasagem. Praticamente não há deformação nas respostas em frequência do modelo não-uniforme avaliado. Conforme exposto anteriormente, em análise da resposta em frequência dos termos próprios, na faixa entre 100 e 150 kHz, apresentada em detalhe na Fig. 3.11, pode-se perceber que a resposta do emissor desloca-se à esquerda, enquanto a do receptor à direita. Tal situação denota o efeito da não-uniformidade, que é caracterizada na diferença entre os termos próprios do emissor e do receptor. A resposta dos termos próprios na modelagem uniforme, que são idênticas entre si, aparecem como sendo a média das respostas de ambos os termos próprios da modelagem não-uniforme.

Quando parte-se para análise das respostas ao degrau e ao impulso, o comportamento da resposta não-uniforme passa a ter grande diferença em relação a uniforme. Sendo o escopo do capítulo o comportamento da linha monofásica no domínio da frequência, as avaliações frente a sinais injetados serão realizadas com mais detalhe no próximo capítulo, durante a avaliação dos casos testes trifásicos.

# Capítulo 4

## Casos Testes

### 4.1 Implementação

Definida a metodologia para modelagem de linhas de transmissão não-uniformes e estudado o seu comportamento básico no domínio da frequência, torna-se necessária a investigação de alguns casos testes para verificação da modelagem não-uniforme, assim como uma análise do seu comportamento para diferentes configurações. São definidos quatro diferentes casos testes com algumas variações próprias dentro de cada configuração. O objetivo é a realização de um estudo amplo que documente o comportamento da não-uniformidade face às diferentes configurações encontradas nos percursos de linhas de transmissão. Algumas simulações destes percursos são apresentadas pelos casos analisados.

Todos os cálculos realizados para as modelagens foram realizados baseados na metodologia apresentada no Capítulo 2 e desenvolvidos analogamente aos procedimentos adotados no Capítulo 3. A configuração de rede utilizada para os três primeiros casos testes é típica de uma linha de transmissão trifásica de 230 kV convencional. A Fig. 4.1 ilustra a configuração utilizada.

A Fig. 4.1 indica valores de alturas mínimas do vão, ou seja, a seção transversal do arranjo de condutores e cabos para-raios é apresentada no ponto mínimo da catenária, definido pela Eq. (3.1). Nos três primeiros casos foi considerado um condutor com 2,54 cm de diâmetro, cabos para-raios de 1,1049 cm de diâmetro. A permeabilidade magnética relativa dos cabos para-raios foi considerada igual a 80.

Em todos os casos testes considerou-se haver um paralelismo perfeito entre os

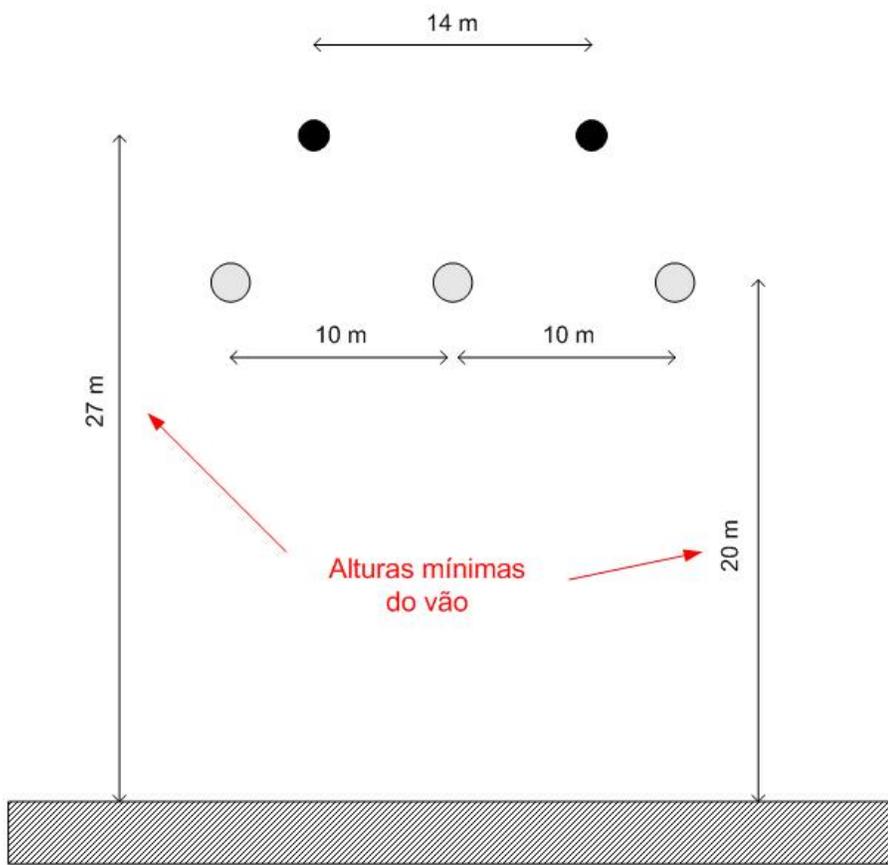


Figura 4.1: Configuração típica de LT utilizada nos três primeiros casos

condutores, entre os cabos para-raios, assim como entre os dois conjuntos. Cabe destacar que o estudo da não-uniformidade dos casos testes é restrito à variação longitudinal dos condutores, mas sabe-se que, a rigor, não existe tal paralelismo entre os cabos durante todo o vão e, muito menos, entre as catenárias dos condutores e dos cabos para-raios. Tais investigações não se enquadram no escopo do estudo aqui apresentado, sendo um interessante tema de desenvolvimento para um trabalho futuro.

## 4.2 Análise Realizadas

Definida a implementação dos casos testes, pode-se dar início às suas análises. O estudo se resume a uma avaliação da modelagem não-uniforme de diferentes vãos com base em suas respostas ao degrau e ao impulso. A cada configuração modelada é realizada uma comparação com a sua modelagem uniforme para uma devida avaliação da influência da não-uniformidade considerada. Uma importante avaliação realizada diz respeito à consideração ou não dos cabos para-raios no estudo da não-uniformidade. Outro aspecto de grande importância é o tipo de solo considerado na modelagem da linha. São realizadas avaliações com diferentes valores de resistividade em todos os casos, considerando inclusive valor específico para o caso de travessia margem-a-margem, no qual se utiliza valor de resistividade típico da água doce. Na seção 4.3.4 (do Feixe Expandido) será utilizado também um modelo de solo com o valor de resistividade variante na frequência [27, 28, 29].

A implementação dos casos testes é realizada inteiramente no domínio da frequência, o que proporciona a vantagem de uma representação direta dos parâmetros em função da frequência. A resposta temporal da rede será obtida por meio da Transformada Numérica de Laplace.

As formas de onda relativas aos sinais de entrada (degrau unitário e impulso) são idênticas às apresentadas na seção 3.3 do capítulo 3, onde injetam-se estes sinais a uma linha monofásica de 230 kV. Ressalta-se apenas que os circuitos de injeção diferem quanto à sua construção, visto que os casos testes apresentados neste capítulo utilizam uma linha de transmissão trifásica para simulação. Os novos esquemas de injeção de sinal são apresentados nas Figuras 4.2 e 4.3.

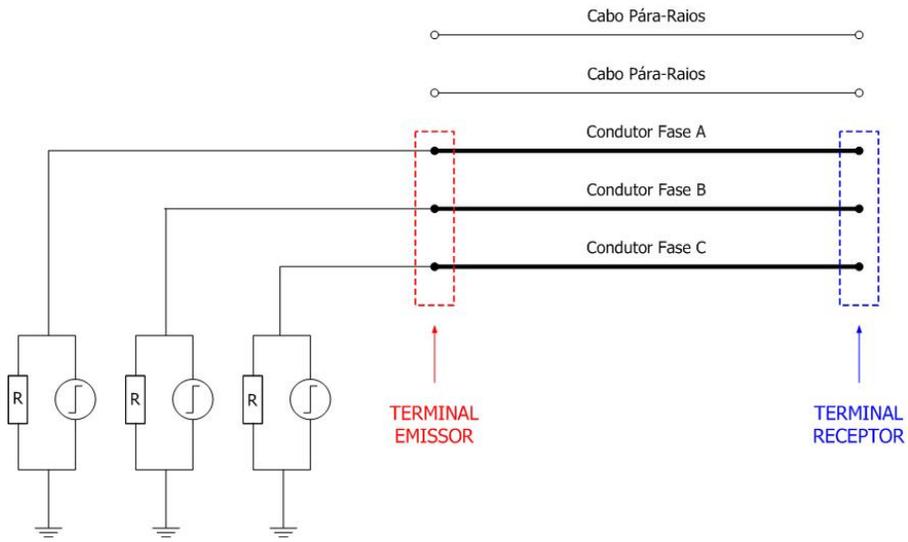


Figura 4.2: Esquema de injeção de degrau em LT trifásica.

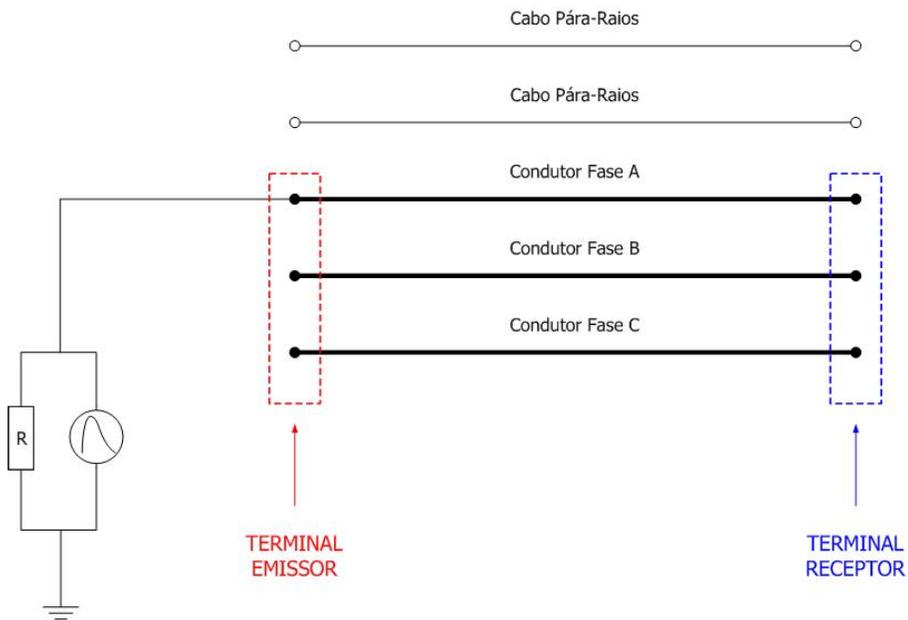


Figura 4.3: Esquema de injeção de impulso em LT trifásica.

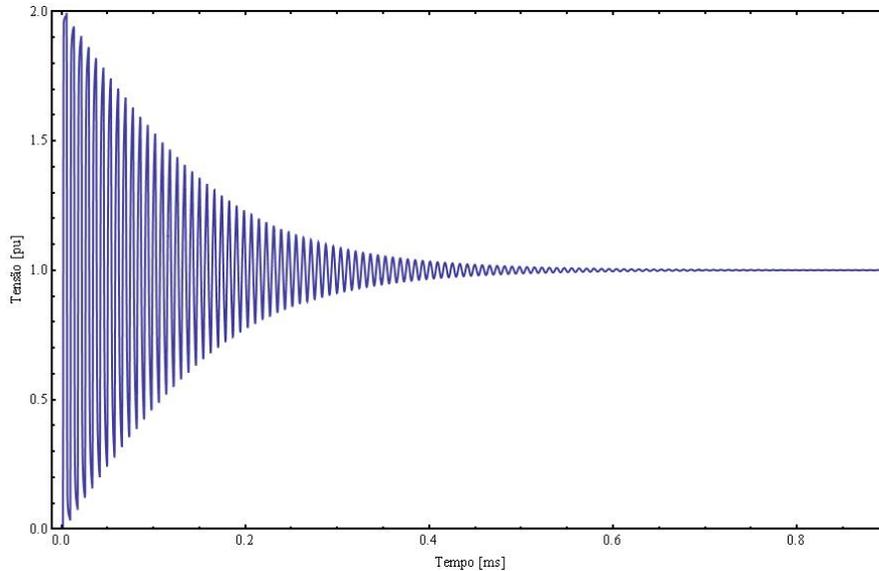


Figura 4.4: Resposta ao degrau típica de uma LU.

Injetados os sinais, observam-se as curvas de saída da linha na modelagem estudada. As respostas são obtidas para avaliação do comportamento do terminal receptor frente à injeção de um sinal no terminal emissor. A Fig 4.4 apresenta a resposta ao degrau unitário típica de uma das fases de uma linha de transmissão trifásica convencional de 230 kV, com modelagem uniforme, considerando-se a presença dos cabos para-raios. A Fig. 4.5 apresenta a resposta ao impulso típica para a mesma linha. O tempo de observação máximo apresentado é de 0,9 ms ou  $900\mu s$ .

### 4.3 Travessia Simples de uma LT Trifásica de 230 kV

No primeiro caso teste modela-se uma travessia simples, ou seja, realizada por meio de um único vão, com os dados específicos de linha apresentados na seção 4.1. Trata-se de uma extensão do caso base, estudado no capítulo anterior, sendo neste caso a linha trifásica. Sua catenária é dada por meio da mesma equação do caso base, a Eq. (3.1), visto que os condutores são considerados perfeitamente paralelos durante toda extensão do vão. O diagrama esquemático da travessia simples de uma LT trifásica de 230 kV é apresentado nas Fig. 4.6 e 4.7, que representam a travessia margem-a-margem de um rio e sobre solo. Cabe dizer que os diagramas

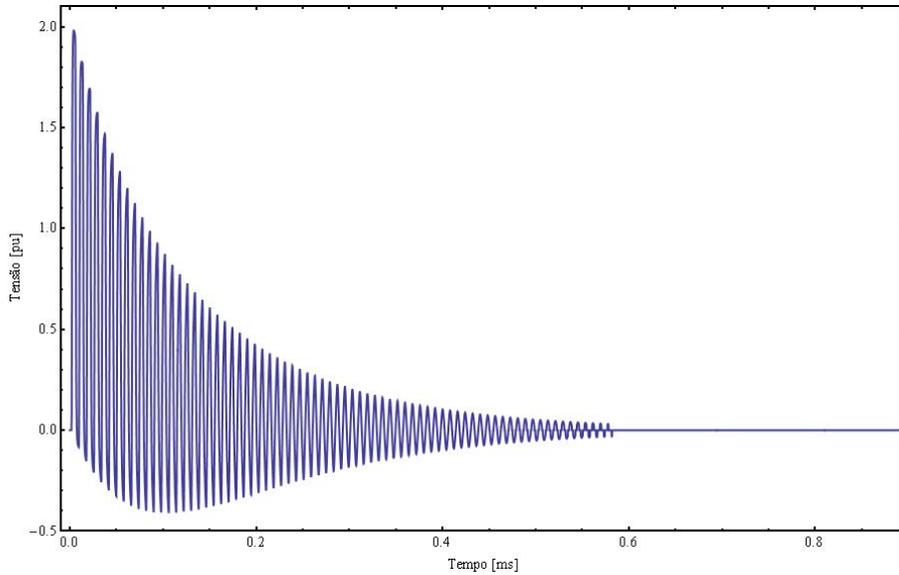


Figura 4.5: Resposta ao impulso típica de uma LU.

citados não foram elaborados em escala, sendo meramente ilustrativos, para o melhor entendimento da configuração. Conforme exposto no capítulo 3, este vão é idêntico ao proposto por [4] e também estudado por [24]. Resolveu-se reproduzi-lo com o intuito da realização de alguma comparação com a implementação realizada nestes artigos, avaliando-o também para outros tipos de solo e configurações de linha, visto que as análises se resumem ao caso de travessia margem-a-margem e não levam em conta a presença dos cabos para-raios.

O caso teste é simulado com três diferentes valores de resistividade, para verificação do comportamento do modelo não-uniforme da travessia frente às diferentes configurações apresentadas. Os valores de resistividade  $\rho$  são definidos para o solo como sendo  $100 \Omega \cdot m$  (valor tipicamente utilizado na literatura técnica específica) e  $1000 \Omega \cdot m$ . Para a travessia margem-a-margem, considera-se a resistividade como sendo  $10 \Omega \cdot m$  (valor tipicamente utilizado para resistividade da água doce). A utilização desses três valores de resistividade visa ilustrar o comportamento da modelagem não-uniforme frente aos valores tipicamente utilizados na prática de cálculos nos estudos da área de transmissão. Um desses valores ( $1000 \Omega \cdot m$ ) se aproxima dos valores tipicamente definidos para região amazônica. Tal valor foi definido com o intuito de ilustrar o comportamento da modelagem não-uniforme frente a valores mais elevados.

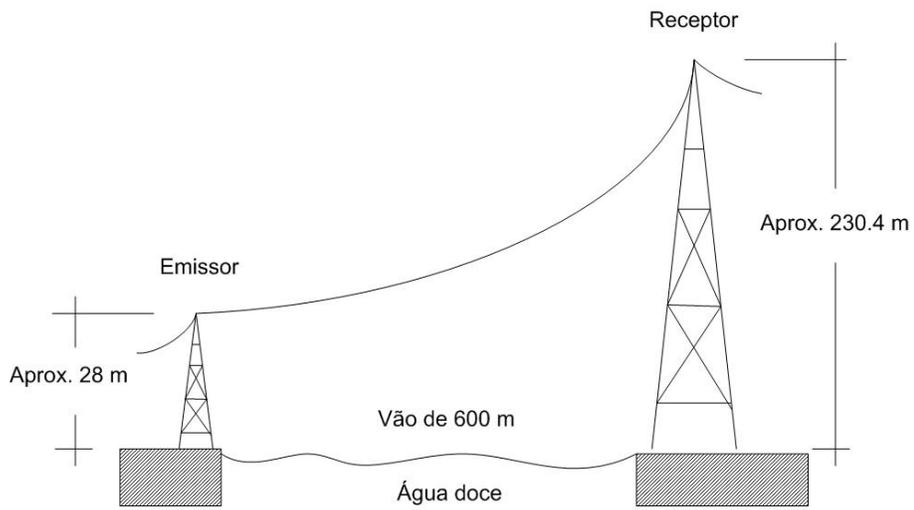


Figura 4.6: Travessia simples margem-a-margem de um rio

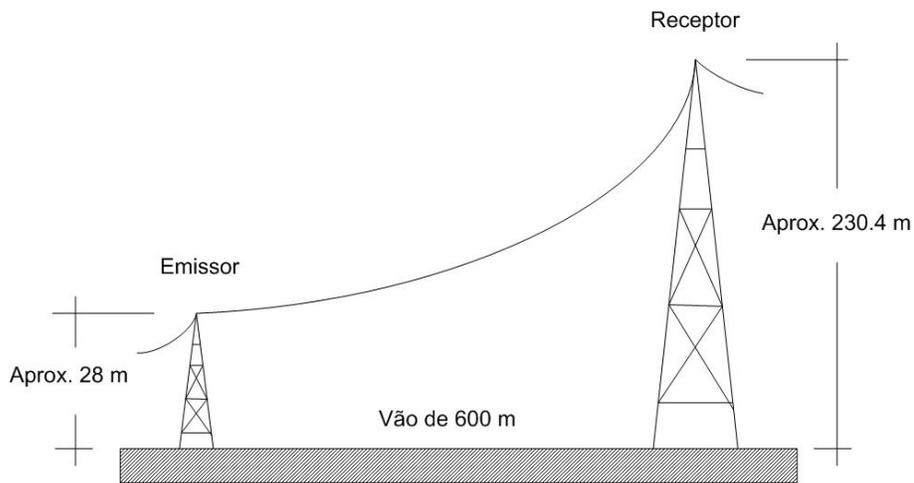


Figura 4.7: Travessia simples sobre solo

Outra variação de simulação para o caso teste apresentado diz respeito à inclusão ou não dos cabos para-raios na avaliação. Para cada configuração duas curvas são apresentadas, uma representando a modelagem com os cabos para-raios inclusos e outra, desprezados. No caso em que os cabos para-raios são considerados, foi realizado o procedimento de redução de matrizes para eliminação das linhas e colunas pertinentes aos cabos para-raios, o que é bastante comum na teoria de cálculo de parâmetros elétricos de linhas de transmissão. Tal redução não prejudica a inclusão do efeito dos cabos para-raios para a modelagem estudada.

Injeta-se um degrau de tensão de 1 p.u. no terminal emissor das três fases da linha, com o terminal receptor em aberto. Verificam-se então as curvas de saída para as tensões em cada fase.

### 4.3.1 Avaliação do Caso Teste para Travessia Margem-a-margem ( $\rho_a = 10 \Omega \cdot \text{m}$ )

A simulação do caso teste será iniciada por meio da resposta ao degrau das modelagens uniforme e não-uniforme para a configuração da travessia margem-a-margem, considerando-se a resistividade da água doce  $\rho_a = 10 \Omega \cdot \text{m}$ . São apresentadas também as avaliações da inclusão ou não dos cabos pára-raios no cálculos dos parâmetros. As curvas de saída com tempo de observação de 0,9 ms são apresentadas na Fig. 4.8, para o caso em que se considera a presença dos cabos pára-raios, tratados nas legendas dos gráficos subsequentes, apenas como “P.R.”.

Fazendo-se uma rápida comparação, verifica-se a diferença de atenuação das amplitudes das oscilações presentes nas respostas das linhas uniforme e não-uniforme apresentadas por consequência da modelagem não-uniforme. Tais diferenças são evidentes em seus valores máximos para a fase A, sendo de 1,99471 p.u. para a linha uniforme e de 2,25844 p.u. para a não-uniforme. A diferença percentual máxima chega a mais de 13 %. A Fig. 4.9 apresenta a comparação das respostas com maior detalhe por meio da redução do tempo de observação para 1 ms. Percebe-se agora, além da diferença de amplitude, uma grande deformação nas oscilações, além da defasagem das mesmas. Tais fatos serão devidamente discutidos e analisados ao final da avaliação do caso teste.

Para a resposta ao degrau, visto que o mesmo é injetado simultaneamente nas

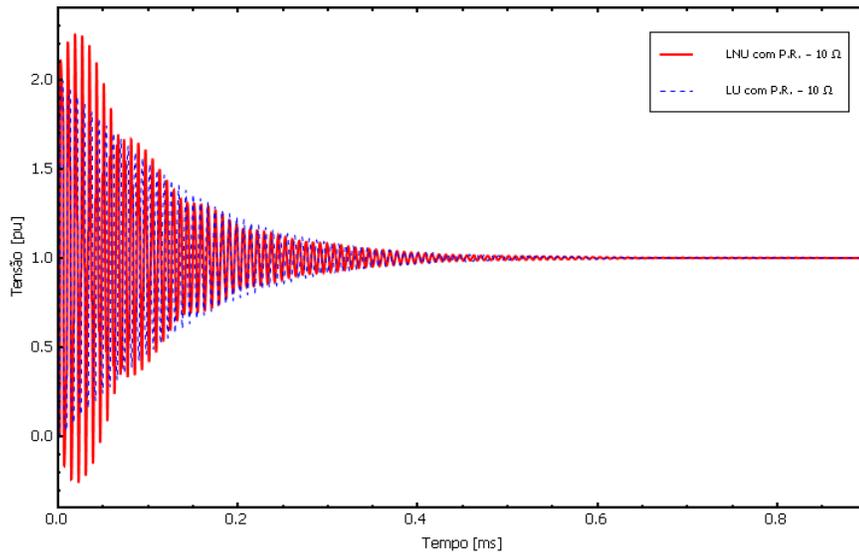


Figura 4.8: Resposta ao degrau da LU com P.R. e da LNU com P.R.

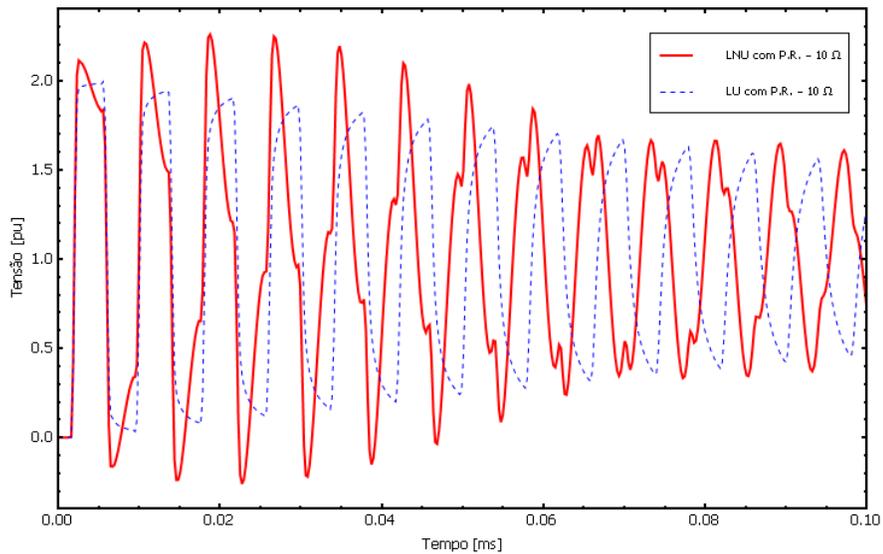


Figura 4.9: Resposta ao degrau em detalhe da LU com P.R. e da LNU com P.R.

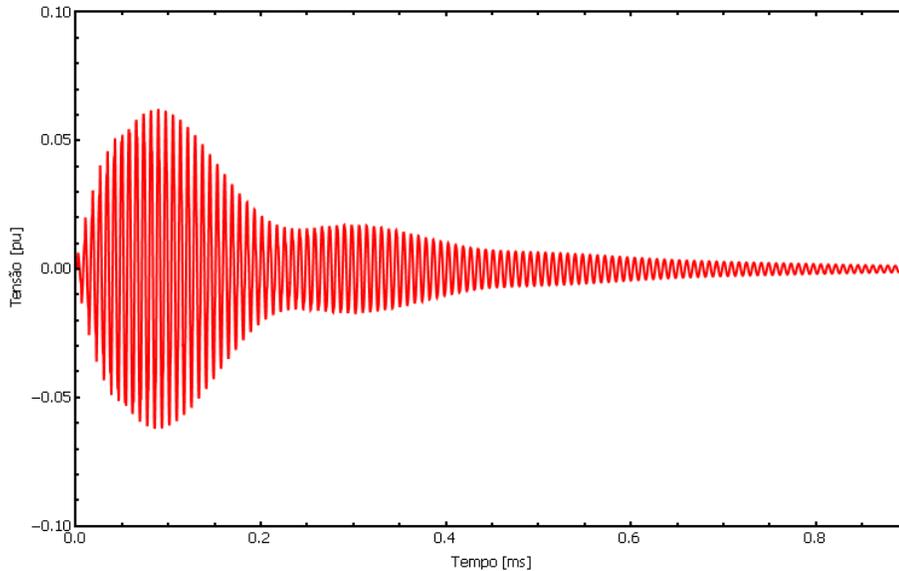


Figura 4.10: Diferenças entre as respostas ao degrau das fases “A” e “B”.

três fases na linha, conforme esquema de injeção apresentado na Fig. 4.3, as curvas de saída de cada fase são muito parecidas, tanto em amplitude quanto na defasagem, conforme apresentado na Fig. 4.10, em que é mostrada a diferença entre as respostas da fase “A” e da fase “B”. A diferença se dá em torno de 2 %, o que permite realizar a apresentação e a avaliação das respostas em apenas uma das fases. Nos casos testes apresentados foi escolhida a fase “A”.

A Fig. 4.11 apresenta com detalhe a comparação entre as três primeiras oscilações das respostas da linha uniforme e não-uniforme com tempo de observação de 0,025 ms. Percebe-se, com clareza, as diferenças de amplitude e já alguma defasagem a partir da segunda oscilação.

Para o caso em que não se considera a presença dos cabos para-raios, as curvas de saída com tempo de observação de 0,9 ms para as linhas uniforme e não-uniforme são apresentadas na Fig. 4.12.

Percebe-se novamente uma grande diferença na atenuação das amplitudes das oscilações presentes nas respostas das linhas uniforme e não-uniforme, ainda mais relevante que na configuração anterior. Os valores máximos de amplitude para a fase “A” são de 2,00514 p.u. para a linha uniforme e de 2,72739 p.u. para a não-uniforme. A diferença percentual máxima neste caso chega a mais de 36 % entre a modelagem não-uniforme e uniforme. A Fig. 4.13 apresenta as discrepâncias entre

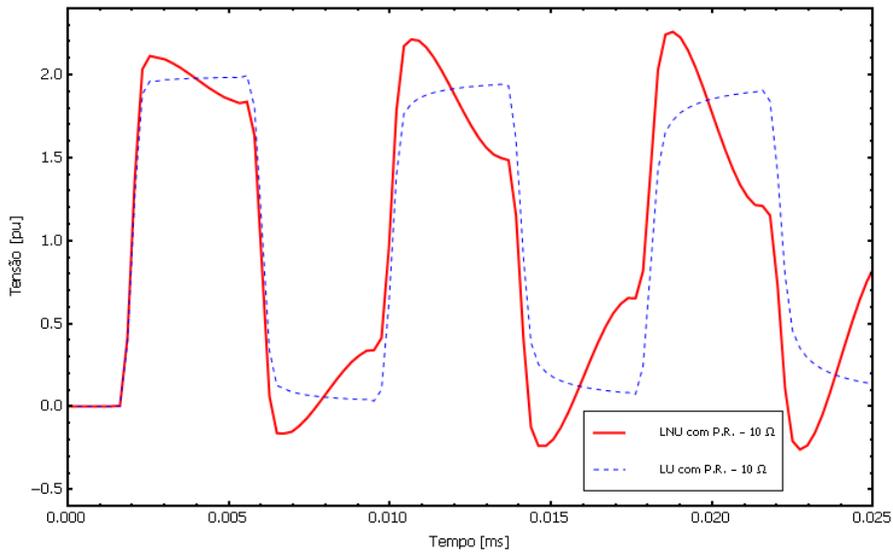


Figura 4.11: Detalhe das três primeiras oscilações das respostas da LU com P.R. e da LNU com P.R.

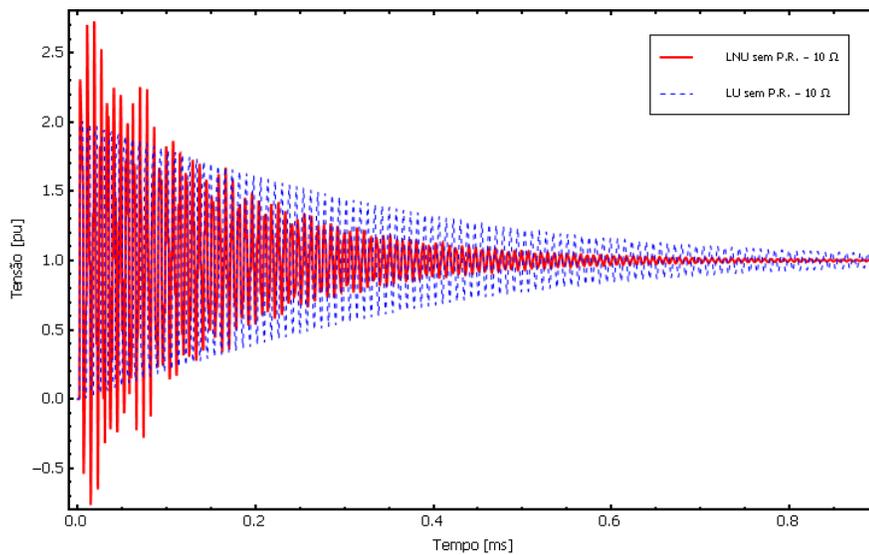


Figura 4.12: Resposta ao degrau da LU sem P.R. e da LNU sem P.R.

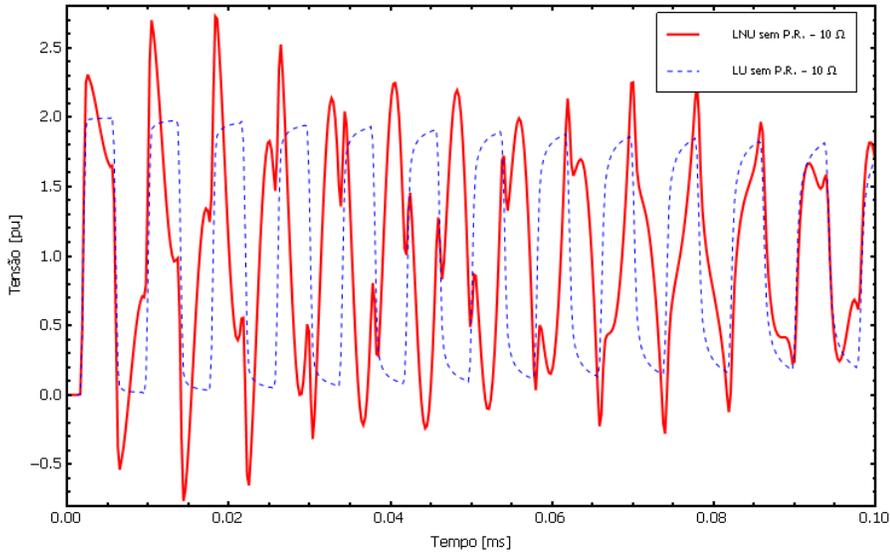


Figura 4.13: Resposta ao degrau em detalhe da LU sem P.R. e da LNU sem P.R.

as respostas com maior detalhe por meio da redução do tempo de observação para 0,1 ms.

Nota-se um aumento na diferença de amplitude, além de uma deformação nas oscilações ainda mais severa que na configuração onde se consideram os cabos para-raios.

A Fig. 4.14 apresenta com detalhe a comparação entre as três primeiras oscilações das respostas da linha uniforme e não-uniforme para o caso sem consideração dos cabos para-raios, com tempo de observação de 0,025 ms. Evidenciam-se as diferenças de amplitude e considerável defasagem presente já a partir da segunda oscilação.

Obtidas as respostas ao degrau das modelagens uniforme e não-uniforme para o caso teste, pode-se então dar início à sua avaliação frente às respostas ao impulso. Verifica-se então as curvas de saída para cada fase, com tempo de observação de 0,9 ms, apresentadas na Fig. 4.15, onde se considera a presença dos cabos para-raios.

Há uma pequena diferença de amplitude entre a resposta da linha uniforme e a da não-uniforme, menor que no caso da resposta ao degrau, mas ainda perceptível. Os valores máximos de amplitude para a fase “A” são de 1,98105 p.u. para a linha uniforme e de 2,00658 p.u. para a não-uniforme. A diferença percentual entre as amplitudes máximas neste caso não ultrapassa os 2 %. A Fig. 4.16 apresenta as

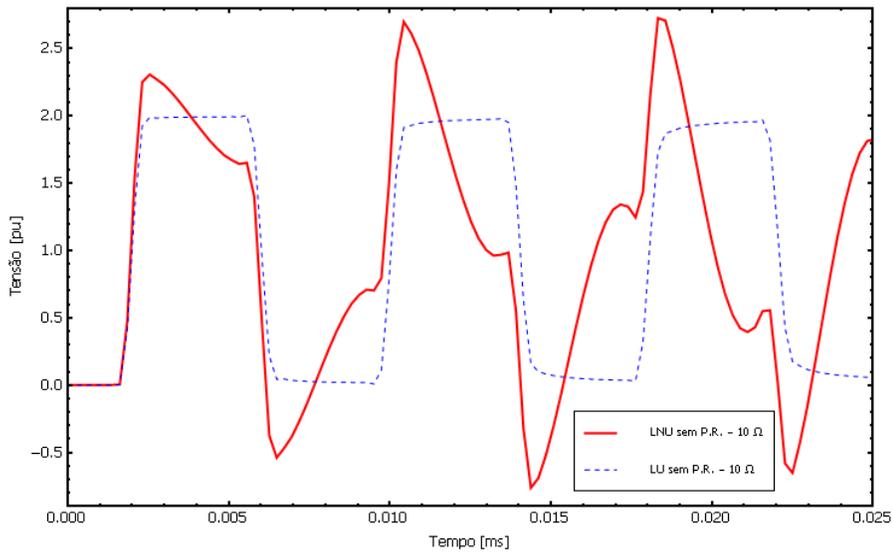


Figura 4.14: Detalhe das três primeiras oscilações das respostas ao degrau da LU sem P.R. e da LNU sem P.R.

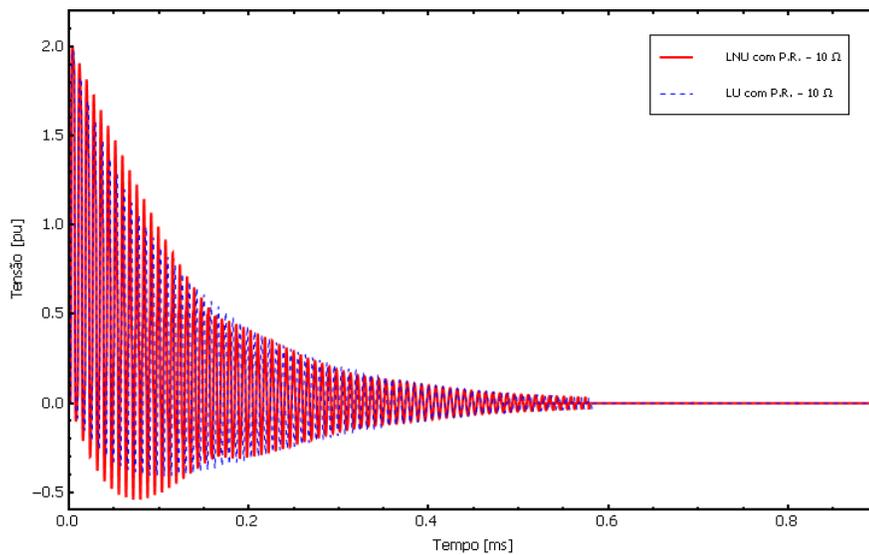


Figura 4.15: Resposta ao impulso da LU com P.R. e da LNU com P.R.

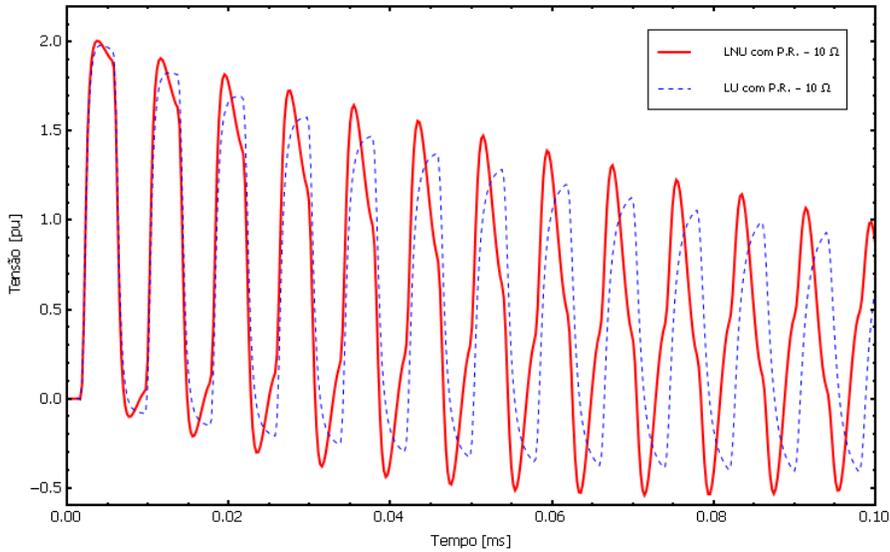


Figura 4.16: Resposta ao impulso em detalhe da LU com P.R. e da LNU com P.R.

respostas com maior detalhe por meio da redução do tempo de observação para 0,1 ms.

Apesar da pequena diferença em termos das amplitudes máximas, dadas na primeira oscilação, percebe-se que essa diferença é mais relevante para as oscilações subsequentes. A defasagem também está presente em menor proporção quando comparada à resposta ao degrau. Para uma melhor visualização das diferenças, a Fig. 4.17 apresenta as curvas de respostas ao degrau de ambas modelagens não-uniformes para o tempo de observação 0,025 ms.

Outro fato de grande relevância é que no caso do esquema para injeção do impulso, o sinal é aplicado apenas ao terminal emissor de uma das fases. No caso teste em análise, o impulso foi injetado na fase “A”. Por isso cabe uma avaliação das tensões induzidas nas outras duas fases (“B” e “C”). A Fig. 4.18 apresenta as curvas de respostas ao impulso da linha não-uniforme para as três fases, com tempo de observação 0,025 ms.

Nota-se que a fase “B” possui uma amplitude de tensão induzida maior que a fase “C”. Isso se deve a maior proximidade existente entre as fases “A” e “B”. Outra avaliação importante é no que diz respeito à comparação com as tensões induzidas na modelagem de linha uniforme. A Fig. 4.19 ilustra essa comparação. Percebe-se ainda que, mesmo nas tensões induzidas nas fases onde o impulso não foi

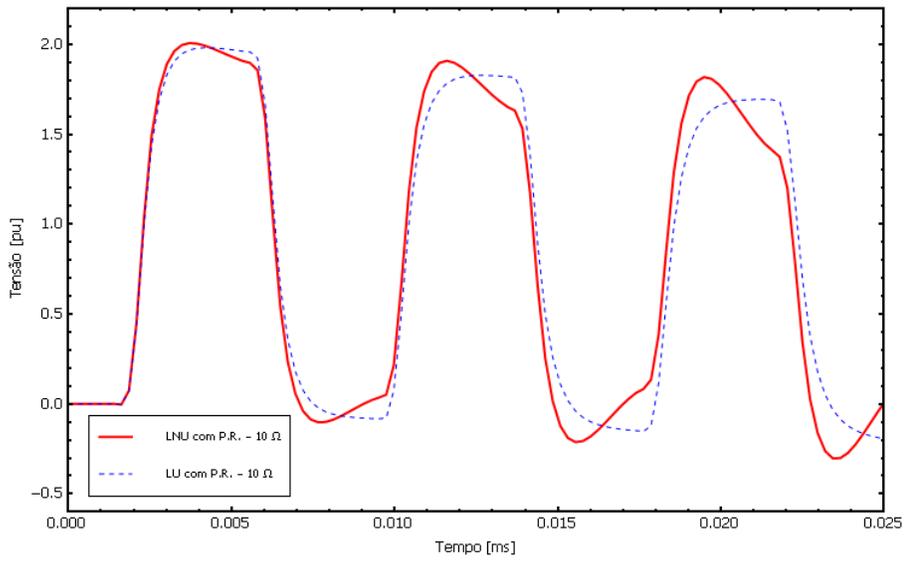


Figura 4.17: Detalhe das três primeiras oscilações das respostas ao impulso da LU com P.R. e da LNU com P.R.

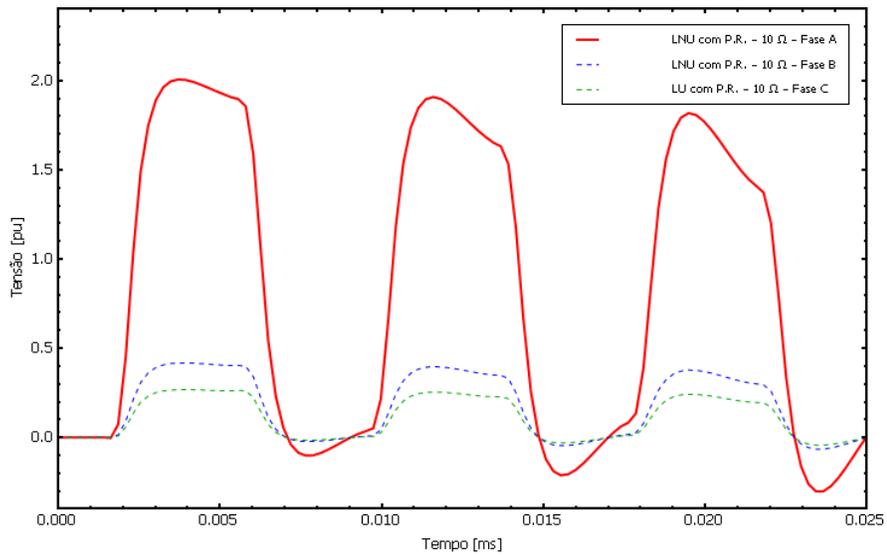


Figura 4.18: Resposta ao impulso das três fases da LNU com P.R.

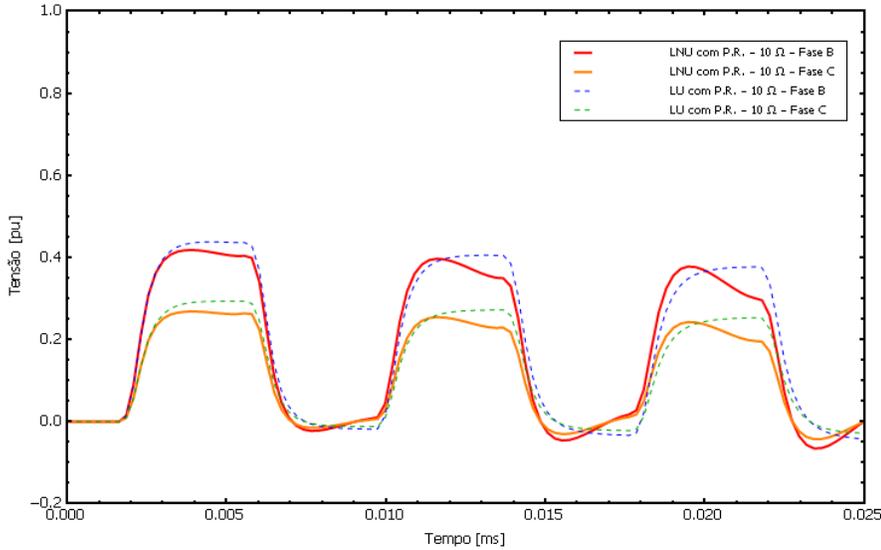


Figura 4.19: Detalhe das três primeiras oscilações das respostas ao impulso da LU com P.R. e da LNU com P.R. induzidas para as Fases B e C

aplicado, pode-se notar os efeitos da modelagem não-uniforme devido à deformação das respostas. Tal análise será realizada apenas para este primeiro caso teste.

Para a configuração em que não se considera a presença dos cabos para-raios, as curvas de saída para injeção do impulso na fase “A” com tempo de observação de 0,1 ms para as linhas uniforme e não-uniforme são apresentadas na Fig. 4.20.

Há novamente a diferença de atenuação das amplitudes das oscilações presentes nas respostas das linhas uniforme e não-uniforme, ainda mais relevante que no caso em que se consideram os cabos para-raios. Os valores máximos de amplitude para a fase “A” são de 1,98819 p.u. para a linha uniforme e de 2,07584 p.u. para a não-uniforme. A diferença percentual entre as amplitudes máximas neste caso ultrapassa os 4 %.

Apesar da pequena diferença em termos das amplitudes máximas, pode-se perceber que ela é mais relevante para as oscilações subsequentes. A defasagem também é percebida e aparece em maior escala que no caso em que se considera a influência dos cabos para-raios. A Fig. 4.21 apresenta as respostas com maior detalhe por meio da redução do tempo de observação para 0,025 ms.

É oportuno também apresentar, para o caso sem cabos para-raios, a comparação entre as tensões induzidas na modelagem de linha uniforme e não-uniforme. A

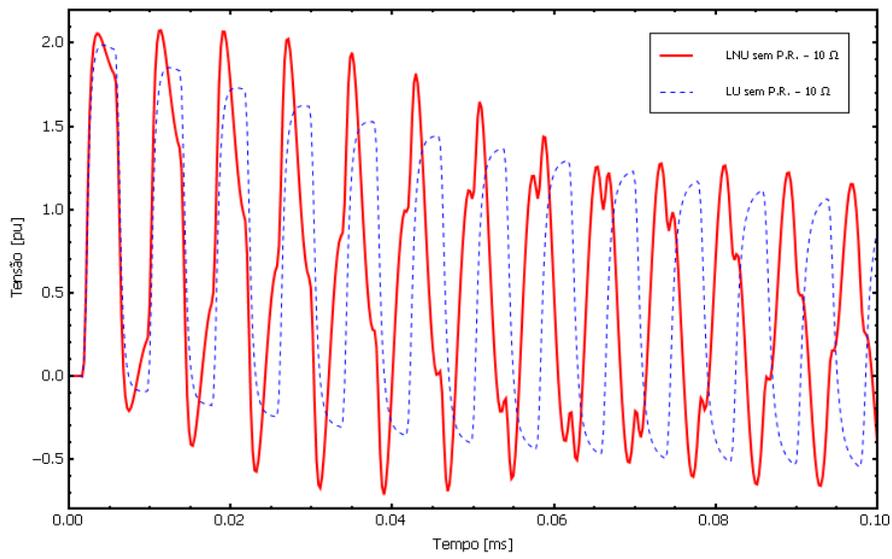


Figura 4.20: Resposta ao impulso em detalhe da LU sem P.R. e da LNU sem P.R.

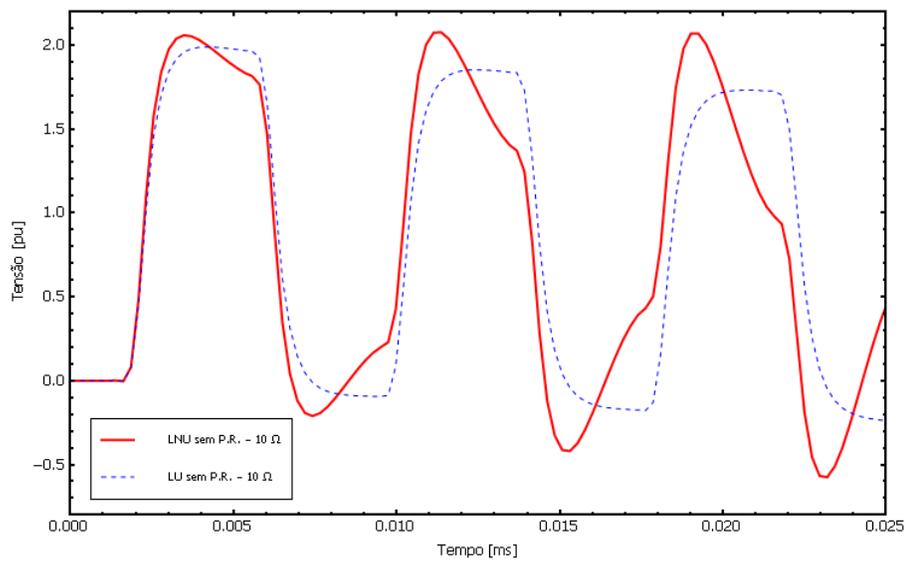


Figura 4.21: Detalhe das três primeiras oscilações das respostas ao impulso da LU sem P.R. e da LNU sem P.R.

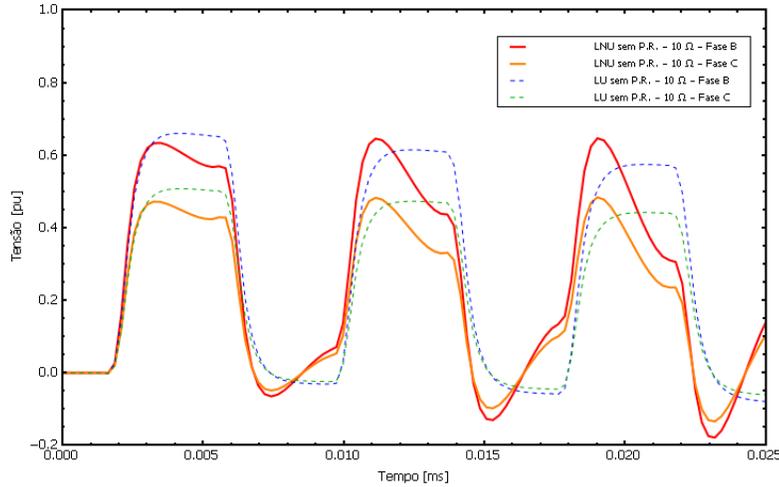


Figura 4.22: Detalhe das três primeiras oscilações das respostas ao impulso da LU sem P.R. e da LNU sem P.R. induzidas para as Fases B e C

Fig. 4.22 apresenta com detalhe tal comparação. Assim como no caso em que se considera a influência dos cabos para-raios, percebe-se que a fase “B” possui uma amplitude de tensão induzida maior que a fase “C”. Como no caso anterior, é percebida a presença da não-uniformidade mesmo nas tensões induzidas nas fases onde o impulso não foi injetado, devido à deformação das respostas.

Importante também é uma avaliação no que diz respeito à presença ou ausência dos cabos para-raios na modelagem não-uniforme. A Fig. 4.23 apresenta as respostas ao degrau em detalhe das modelagens não-uniformes em que os cabos para-raios são considerados presentes e ausentes.

### 4.3.2 Avaliação do caso teste para travessia sobre solo ( $\rho_s = 100 \Omega \cdot \text{m}$ e $1000 \Omega \cdot \text{m}$ )

Inicia-se então a avaliação do caso teste para travessia sobre solo. O procedimento de simulação será análogo ao realizado para a travessia sobre água, ou seja, por meio da resposta ao degrau e ao impulso das modelagens uniforme e não-uniforme para o caso da travessia margem-a-margem, considerando-se agora as resistividades  $\rho_s = 100 \Omega \cdot \text{m}$  e  $1000 \Omega \cdot \text{m}$ . São apresentadas também as avaliações da inclusão ou não dos cabos para-raios no cálculos dos parâmetros. Para uma análise imediata do comportamento da não-uniformidade frente os diferentes tipos de solo, as respostas

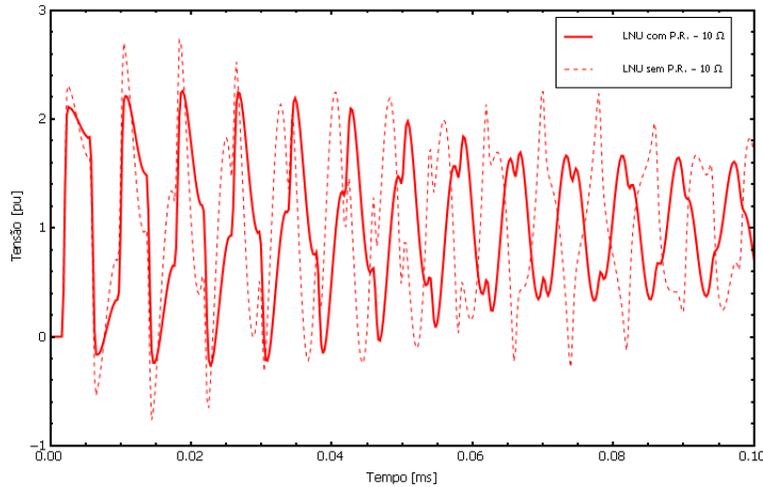


Figura 4.23: Resposta ao degrau em detalhe da LNU com P.R. e da LNU sem P.R.

serão apresentadas de forma conjunta para os dois valores de resistividade, o que permite tão logo uma comparação direta entre eles.

Inicialmente são apresentadas pela Fig. 4.24 as respostas ao degrau das linhas uniformes (com cabos para-raios inclusos no cálculo de parâmetros) modeladas para as três resistividades, ou seja, incluindo o caso anterior de travessia margem-a-margem. Apesar de todas possuírem a primeira oscilação bem definida, suas amplitudes tem uma taxa de decaimento diferentes para as oscilações subsequentes. Tal avaliação é importante pois dela pode-se constatar que, quanto maior o valor da resistividade, maior é a atenuação da resposta. Com o decorrer da análise do caso teste, tal afirmação deve ser constantemente comprovada, para verificação do comportamento face às diferentes modelagens e configurações abordadas.

Prossegue-se então a apresentação das respostas ao degrau das linhas não-uniformes, assim como as suas relativas uniformes para cada configuração. A Fig. 4.25 exhibe as curvas de saída para os dois valores de resistividade. As respostas para as respectivas linhas uniformes também aparecem, desta vez com as linhas de evolução tracejadas.

Há uma diferença de amplitudes entre as respostas das linhas uniformes e a das não-uniformes, destacando-se com a maior amplitude a configuração não-uniforme de  $100 \Omega \cdot m$ . Os valores máximos de amplitude para a fase “A” são de 2,13253 p.u. para a linha não-uniforme de  $100 \Omega \cdot m$  e de 2,039 p.u. para a não-uniforme de  $1000 \Omega \cdot m$ . A diferenças percentuais entre as amplitudes máximas comparadas às

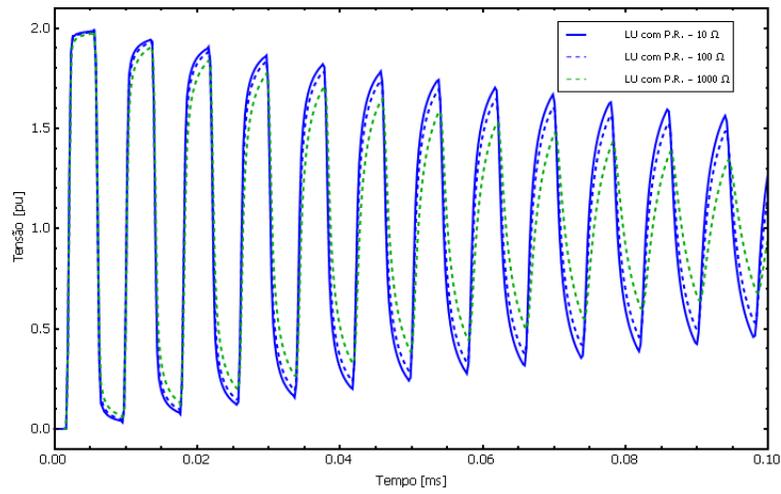


Figura 4.24: Respostas ao degrau em detalhe das três configurações de LU com P.R.

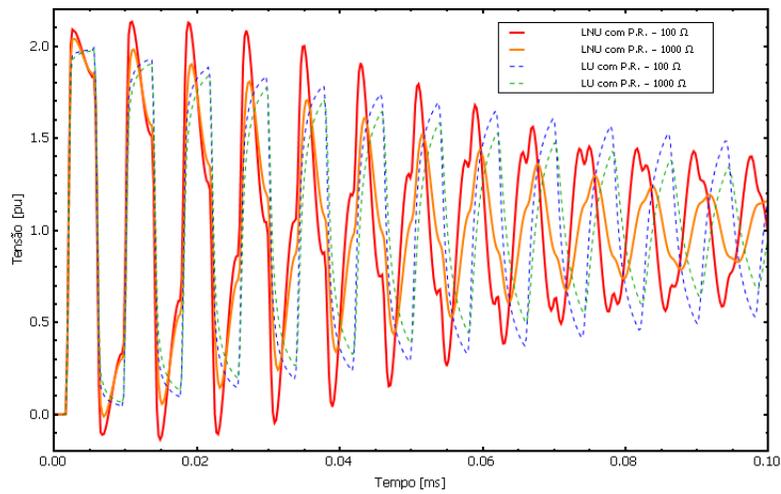


Figura 4.25: Respostas ao degrau em detalhe da LU com P.R. e da LNU com P.R.

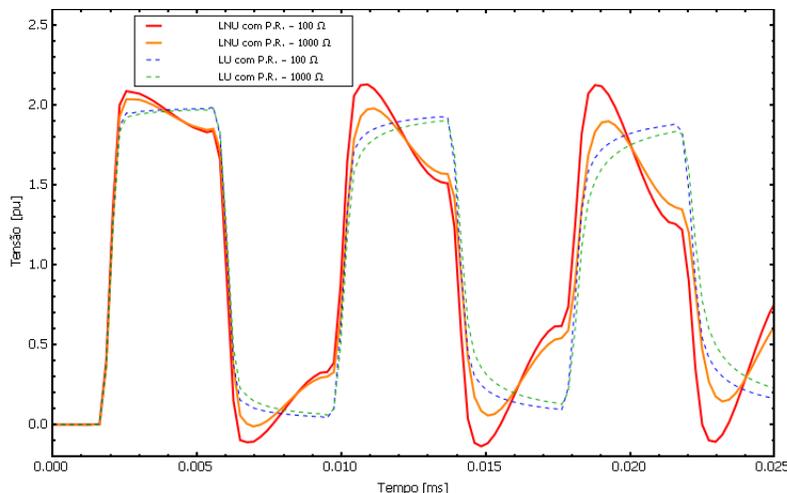


Figura 4.26: Detalhe das três primeiras oscilações das respostas ao impulso da LU com P.R. e da LNU com P.R.

linhas uniformes ficam em torno de 7 % e 2 %, respectivamente.

A Fig. 4.26 apresenta as respostas com maior detalhe por meio da redução do tempo de observação para 0,1 ms. É notada alguma diferença de amplitude e já alguma defasagem a partir da segunda oscilação, fato mais evidente para configuração de menor valor de resistividade.

A efeito de uma avaliação parcial do comportamento da resistividade, a Fig. 4.27 apresenta as respostas ao degrau comparando as três configurações não-uniformes onde são considerados os cabos para-raios. Com o tempo de observação ampliado para 0,05 ms, pode-se perceber uma espécie de “achatamento” em termos das amplitudes das oscilações, o que evidencia o comportamento diretamente proporcional da atenuação frente ao aumento do valor de resistividade. Para a defasagem, é importante dizer que o comportamento se apresenta de forma inversamente proporcional, ou seja, quanto maior o valor da resistividade, menor é a defasagem.

Obtidas as respostas ao degrau da configuração onde se consideram os efeitos dos cabos para-raios, pode-se então apresentar as respostas para o caso onde são desprezados. As curvas de saída com tempo de observação de 0,1 ms para as linhas uniformes das configurações modeladas com resistividade 100 e 1000  $\Omega \cdot m$  são apresentadas na Fig. 4.28.

As observações sobre os comportamentos da atenuação e da defasagem expostas para as configurações anteriores podem ser facilmente percebidas numa rápida

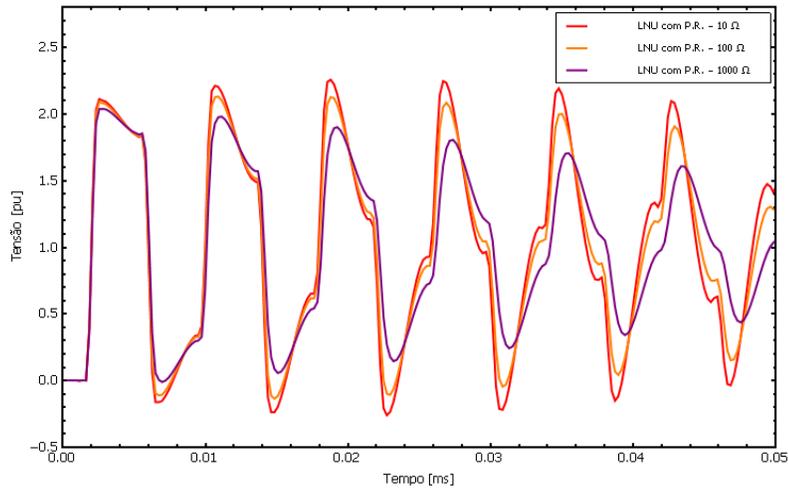


Figura 4.27: Respostas ao degrau em detalhe das três configurações de LNU com P.R.

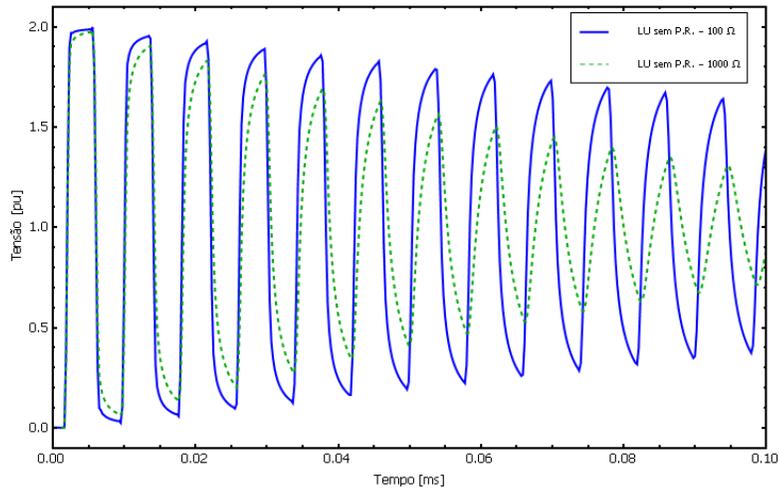


Figura 4.28: Respostas ao degrau em detalhe da LU sem P.R. para as duas configurações.

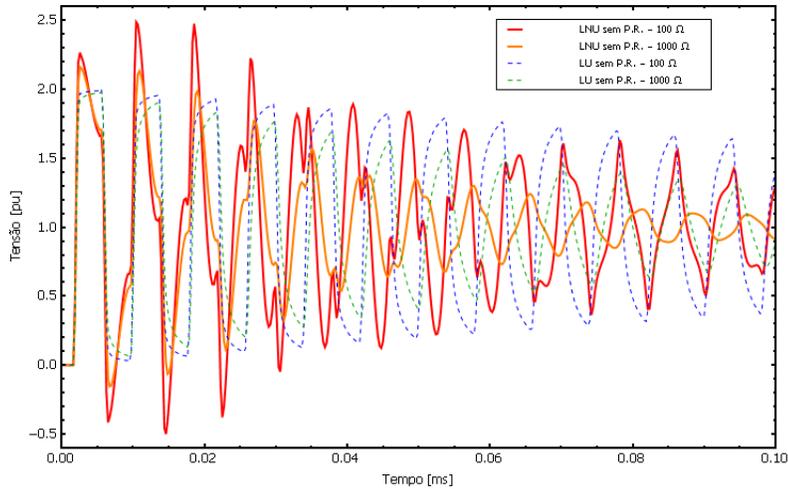


Figura 4.29: Respostas ao degrau em detalhe da LU sem P.R. e da LNU sem P.R.

análise da Fig. 4.28. Verifica-se então o comportamento para a modelagem não-uniforme, apresentada pela Fig. 4.29.

A Fig. 4.30 apresenta as respostas com maior detalhe para as três primeiras oscilações da resposta. Pode-se perceber alguma diferença de amplitude entre as respostas, assim como a defasagem, que já ocorre a partir da segunda oscilação. Novamente esse fato é mais evidente para a configuração de menor valor de resistividade.

Obtidas as respostas ao degrau das modelagens uniforme e não-uniforme para as duas outras configurações de resistividade, pode-se dar início à apresentação das respostas ao impulso. As curvas de saída das respostas ao impulso das modelagens uniformes das duas configurações, com tempo de observação de 0,1 ms, são apresentadas na Fig. 4.31, para o caso em que se considera a presença dos cabos para-raios.

Assim como na resposta ao degrau, verifica-se a atenuação das curvas devido aos diferentes valores de resistividade. A Fig. 4.32 apresenta as respostas ao impulso das linhas uniformes e não-uniformes.

Os valores máximos de amplitude para a fase “A” são de 1,97868 p.u. para a linha não-uniforme de  $100\ \Omega\cdot\text{m}$  e de 1,97328 p.u. para a não-uniforme de  $1000\ \Omega\cdot\text{m}$ . A diferença percentual entre as amplitudes máximas, neste caso, ultrapassa os 10 % e 6 %, respectivamente. A Fig. 4.34 apresenta as respostas para o tempo de observação de 0,025 ms, onde as discrepâncias podem ser melhor observadas.

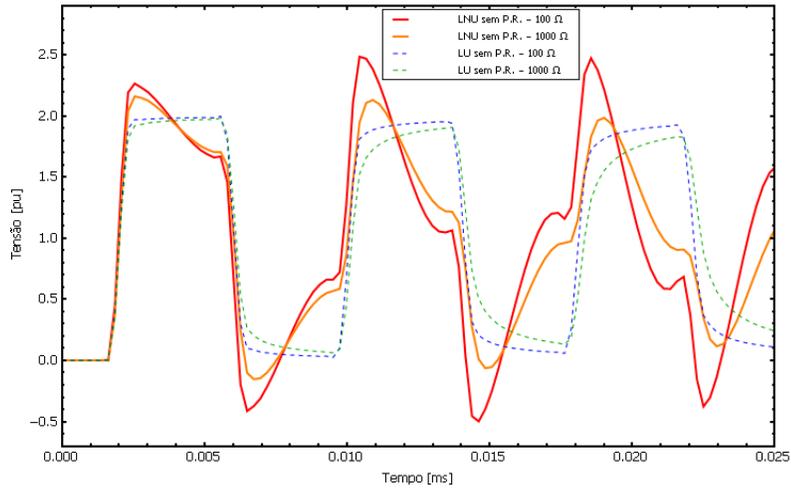


Figura 4.30: Detalhe das três primeiras oscilações das respostas ao degrau da LU sem P.R. e da LNU sem P.R.

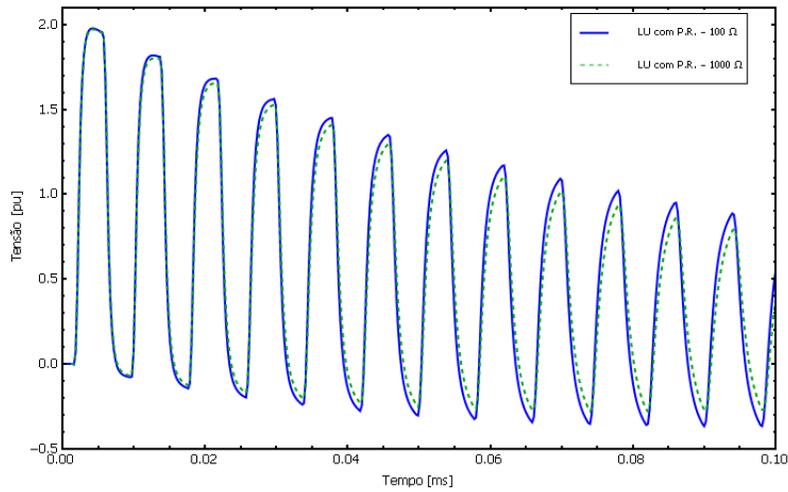


Figura 4.31: Respostas ao impulso da LU com P.R. para as duas configurações

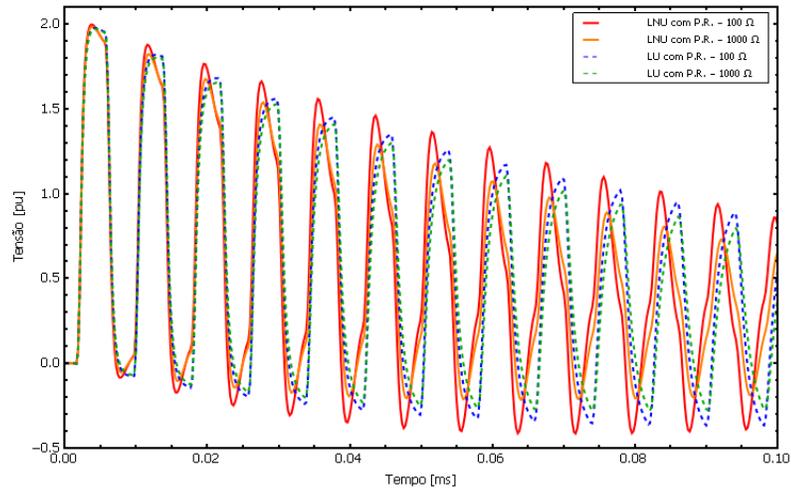


Figura 4.32: Respostas ao impulso em detalhe da LU com P.R. e da LNU com P.R.

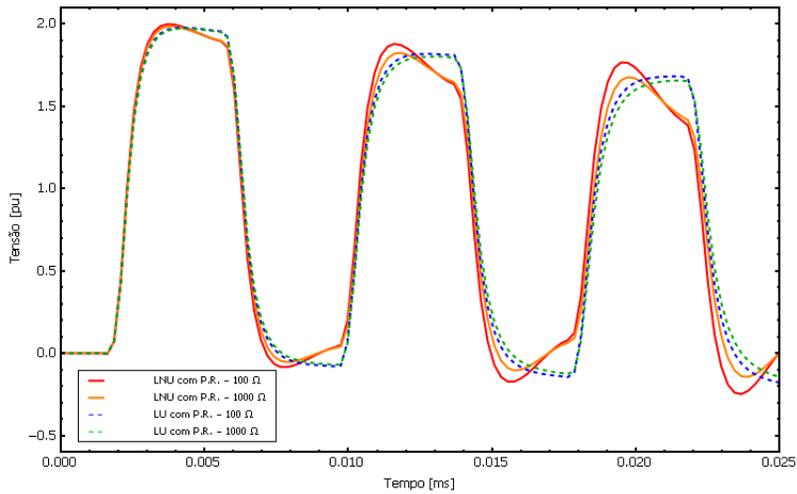


Figura 4.33: Detalhe das três primeiras oscilações das respostas ao impulso da LU com P.R. e da LNU com P.R.

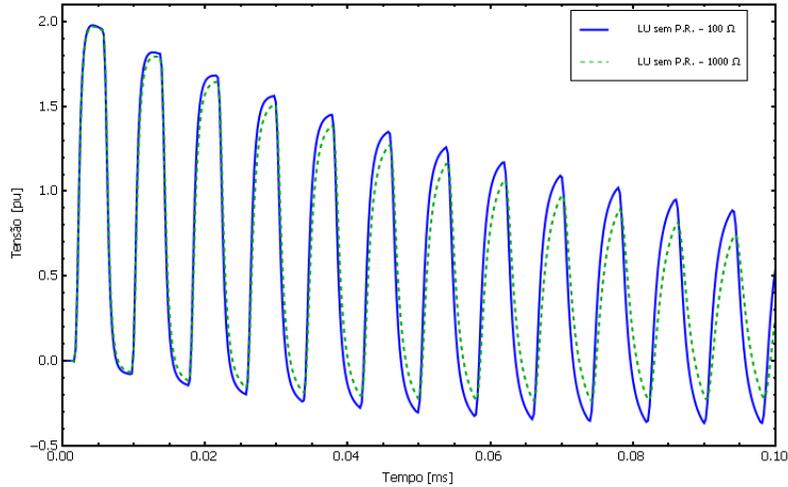


Figura 4.34: Respostas ao impulso em detalhe da LU sem P.R. para as duas configurações

Para o caso em que não se considera a presença dos cabos para-raios, as curvas de saída para injeção do impulso na fase “A” com tempo de observação de 0,1 ms para as linhas uniformes para cada valor de resistividade são apresentadas na Fig. 4.34.

Novamente são pertinentes as observações sobre os comportamentos da atenuação e da defasagem expostas para as configurações anteriores e podem ser facilmente percebidas numa simples análise da Fig. 4.34. Parte-se então para a avaliação do comportamento da modelagem não-uniforme das duas configurações, apresentada pela Fig. 4.35.

Nota-se diferença de amplitude entre as respostas das linhas uniformes e não-uniformes, destacando-se com a maior amplitude a configuração não-uniforme de  $100 \Omega \cdot m$ . Os valores máximos de amplitude para a fase “A” são de 2,04299 p.u. para a linha não-uniforme de  $100 \Omega \cdot m$  e de 2,01285 p.u. para a não-uniforme de  $1000 \Omega \cdot m$ . A diferenças percentuais entre as amplitudes máximas comparadas às linhas uniformes ficam em torno de 3 % e 2 %, respectivamente.

Apesar da pequena diferença em termos das amplitudes máximas, percebe-se ser esta a mais relevante para as oscilações subsequentes. A defasagem também é notada e aparece em maior escala que no caso em que se considera a influência dos cabos para-raios. A Fig. 4.36 apresenta as respostas com maior detalhe.

Para este caso a defasagem já se inicia, com considerável magnitude, a partir

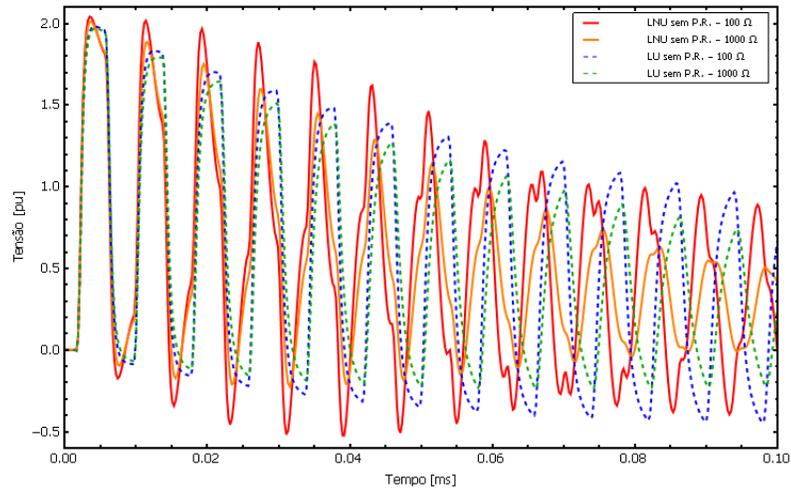


Figura 4.35: Respostas ao impulso em detalhe da LU sem P.R. e da LNU sem P.R.

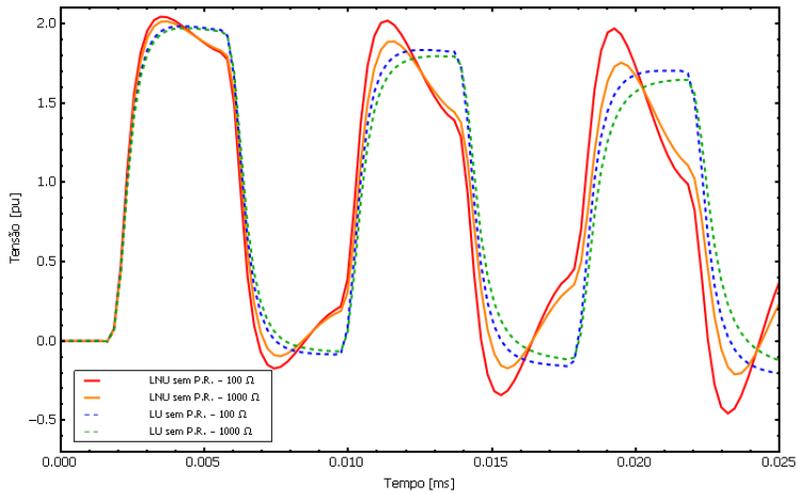


Figura 4.36: Detalhe das três primeiras oscilações das respostas ao impulso da LU sem P.R. e da LNU sem P.R.

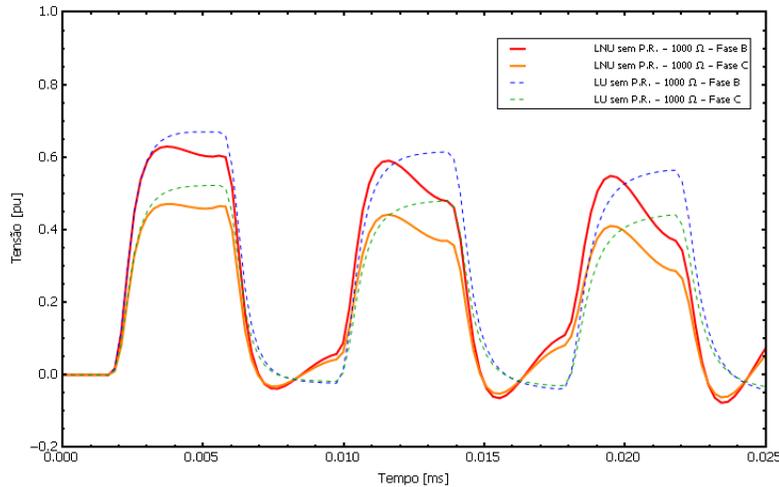


Figura 4.37: Detalhe das três primeiras oscilações das respostas ao impulso da LU sem P.R. e da LNU sem P.R. induzidas para as Fases B e C.

da primeira oscilação. A Fig. 4.37 apresenta as respostas das tensões induzidas nas outras fases (“B” e “C”) para os modelos não-uniformes das duas configurações. Percebe-se a alteração em sua forma face à modelagem uniforme para cada uma delas.

### 4.3.3 Discussões e conclusões parciais

Nesta seção, realizou-se o estudo do caso teste de uma travessia simples para diferentes valores de resistividade. Além disso, analisou-se o efeito da inclusão ou não dos cabos para-raios no cálculo dos parâmetros. Todas as configurações foram submetidas à injeção de degrau e impulso.

Uma observação inicial das respostas é a de que tanto as respostas uniformes quanto as não-uniformes variam de acordo com o tipo de solo utilizado na configuração. Quanto maior o valor da resistividade maior a atenuação da resposta. Isso pode ser notado avaliando-se a Fig. 4.23, que apresenta em detalhe as respostas ao degrau da LU com P.R. para os três valores de resistividade avaliados.

Infere-se que a presença dos cabos para-raios, mesmo eliminada no processo de cálculo, na hipótese em que são considerados solidamente aterrados, atenua em parte as oscilações e defasagens percebidas na modelagem não-uniforme. O efeito ainda é percebido, mas ocorre uma pequena “suavização” do mesmo. Uma investigação

das respostas considerando os para-raios explicitamente representados não foi desenvolvida neste trabalho, sendo um interessante tema para trabalhos futuros.

Observando os picos máximos entre as respostas ao degrau e ao impulso para as modelagens uniforme e não-uniforme pode-se dizer que a segunda apresentou, em todas as configurações avaliadas no caso teste, os maiores valores. Foram apresentadas diferenças máximas percentuais em torno de 13 % para o caso com para-raios e 36 % para o caso em que não são considerados. Infere-se, para o caso teste avaliado, com base nos resultados apresentados, que a modelagem não-uniforme pode ser útil para o estudo de coordenação de isolamento, mas para tal ainda seriam necessárias avaliações mais criteriosas.

Há uma considerável deformação da resposta não-uniforme, apresentando grande diferença em termos das amplitudes. Ocorre também alguma defasagem entre as duas respostas. Ou seja, a modelagem não-uniforme altera não só impedância característica da linha, mas também os fatores de propagação. Infere-se que há grande relevância da modelagem não-uniforme também para o caso trifásico, assim como mostrado para o caso base monofásico do capítulo anterior.

Os resultados obtidos para a linha trifásica apresentam similaridade com resultados apresentados na literatura técnica [16, 4, 15]. Isto indica a adequação da representação em cascata de quadripolos também para a modelagem de linha trifásica convencional.

Face ao concluído para o primeiro caso teste, pode-se investigar o comportamento da modelagem não-uniforme para outras configurações, assim como para grandes travessias.

## **4.4 Grande Travessia de uma LT Trifásica de 230 kV**

Realizadas todas as avaliações para o caso teste anterior, em que uma travessia simples é avaliada, pode-se estender a análise para um caso mais abrangente. Conforme citado no capítulo 1, dado o processo de reestruturação do setor energético nacional, muitas linhas de transmissão estão em processo de construção na região amazônica. Uma peculiaridade dessa região é a sua vasta bacia hidrográfica, o que

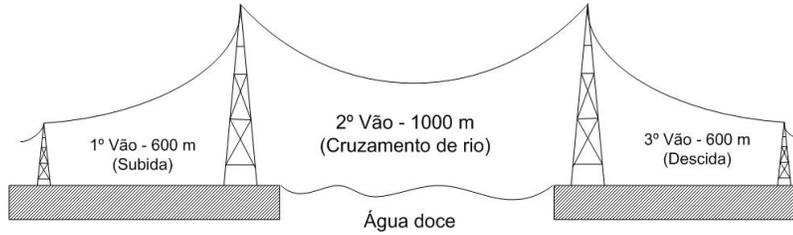


Figura 4.38: Diagrama esquemático da grande travessia de uma LT trifásica de 230 kV

torna inevitável a realização de grandes travessias de rios de longa extensão margem-a-margem. Nesse segundo caso teste uma grande travessia é avaliada, contendo três vãos de grande não-uniformidade em sua geometria. Uma avaliação conjunta de três vãos é interessante pois, a partir dela, pode-se inferir o quanto a modelagem não-uniforme afeta as respostas da linha frente à injeção de sinais como degrau ou impulso.

Os dados específicos deste caso teste são idênticos aos utilizados nos casos testes anteriores. Na verdade, este segundo caso deve ser entendido como uma extensão do anterior. A Fig. 4.39 apresenta o diagrama esquemático básico da grande travessia de uma LT trifásica de 230 kV. O diagrama citado não foi elaborado em escala, sendo apenas ilustrativo, para o melhor entendimento da configuração.

Antes de se iniciar a análise da travessia de maneira conjunta, entende-se como necessária uma avaliação de cada vão em particular. O primeiro vão é exatamente uma das configurações estudadas no caso teste da seção anterior, aqui utilizado como a “subida” da travessia. O valor de resistividade aqui será considerado como sendo  $\rho_s = 1000 \Omega \cdot m$ , dada a motivação do caso, que é simular uma grande travessia com valores de solo próximos aos encontrados na região amazônica.

Torna-se importante avaliar o comportamento dos outros dois vãos envolvidos nessa grande travessia. Sabe-se de antemão que, no caso do primeiro teste, as respostas se alteram quando comparadas à sua modelagem uniforme. Resolveu-se então promover uma avaliação semelhante para cada um dos dois vãos subsequentes antes de uma análise conjunta dos mesmos.

O segundo vão trata-se do cruzamento de um longo rio, com extensão margem-a-margem de 1000 m. Avaliando-o individualmente, vê-se que se trata de um vão simétrico. A variação longitudinal de sua altura é decrescente até o meio do vão e

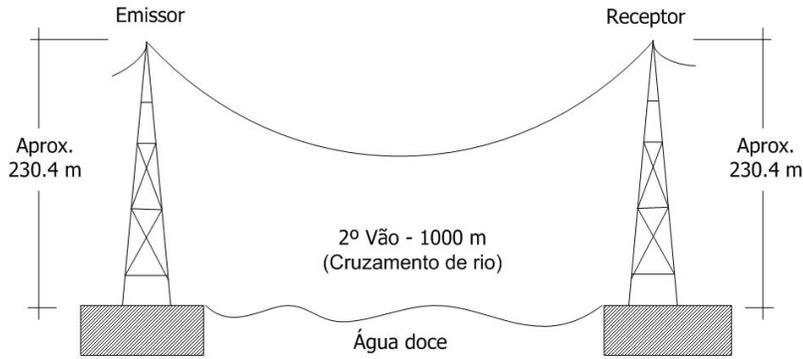


Figura 4.39: Diagrama esquemático do segundo vão (travessia margem-a-margem)

crecente a partir dele. Sua catenária é dada por meio da mesma equação do caso base, eq. (3.1), visto que os condutores são considerados perfeitamente paralelos durante toda extensão do vão. O diagrama esquemático do segundo vão é apresentado na Fig. 4.39.

Como se trata de travessia margem-a-margem, será considerado o valor de resistividade típico para água doce, ou seja,  $\rho_s = 10 \Omega \cdot \text{m}$ . Sua altura média necessária à modelagem uniforme vale aproximadamente 88,89 m, e é calculada a partir da integração trapezoidal da equação da catenária. Para o perfeito atendimento das condições estabelecidas no Capítulo 3, define-se como valor mínimo de comprimento de cada quadripolo 30,3030 m. Esse valor permite realizar a modelagem não-uniforme do vão por meio de um cascata de 33 quadripolos. Sendo assim o seu comprimento (1000 m) é incluído no cálculo dos parâmetros elétricos.

O terceiro vão trata da “descida” da travessia, com extensão total de 600 m. Avaliando-o individualmente, nota-se que é um vão perfeitamente simétrico ao de subida, o que torna oportuna tal avaliação em termos da comparação entre as duas configurações. Sua catenária é dada por meio da mesma equação do caso base, sendo realizadas as mesmas considerações do segundo vão. O diagrama esquemático do segundo vão é apresentado na Fig. 4.40.

Como se trata de travessia sobre solo, será considerado o valor de resistividade  $\rho_s = 1000 \Omega \cdot \text{m}$ , dadas as motivações apresentadas no início do capítulo. Sua altura média necessária à modelagem uniforme é de aproximadamente 77 m, e é calculada a partir da integração trapezoidal da equação da catenária, conforme apresentado no Capítulo 2. Em acordo com as condições estabelecidas no Capítulo 3, define-se

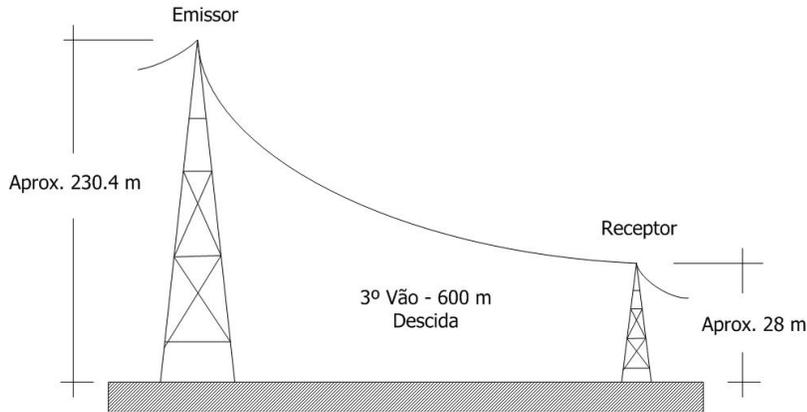


Figura 4.40: Diagrama esquemático do terceiro vão (descida)

como valor mínimo de comprimento de cada quadripolo 30,0 m. Logo a modelagem não-uniforme do vão de 600 m é realizada por meio de uma cascata de 20 quadripolos.

#### 4.4.1 Avaliação Individual do Segundo Vão (Cruzamento de Rio)

A simulação do caso teste será iniciada por meio da resposta ao degrau das modelagens uniforme e não-uniforme para o segundo vão, ou seja, para uma travessia margem-a-margem de 1000 m de extensão, considerando-se a resistividade  $\rho_s = 10 \Omega \cdot \text{m}$ , valor tipicamente utilizado para água doce. São apresentadas também as avaliações da inclusão ou não dos cabos para-raios no cálculos dos parâmetros. A curva de saída com tempo de observação de 0,2 ms para a resposta ao degrau da configuração é apresentada na Fig. 4.41, para o caso em que se considera a presença dos cabos para-raios.

Diferentemente dos casos avaliados até o momento, esta configuração apresenta grande semelhança em seu comportamento de resposta para as modelagens uniforme e não-uniforme. Há uma pequena deformação nas oscilações, que aumenta levemente ao longo da resposta. A defasagem também é muito pouco evidente comparada ao caso anterior. Para uma melhor visualização dessas diferenças, a Fig. 4.42 apresenta as curvas de respostas ao degrau de ambas modelagens para o tempo de observação 0,05 ms, onde a defasagem ainda não se manifesta.

Os valores máximos de amplitude para a fase “A” são de 1,98733 p.u. para a linha uniforme e de 1,9917 p.u. para a não-uniforme. A diferença percentual máxima

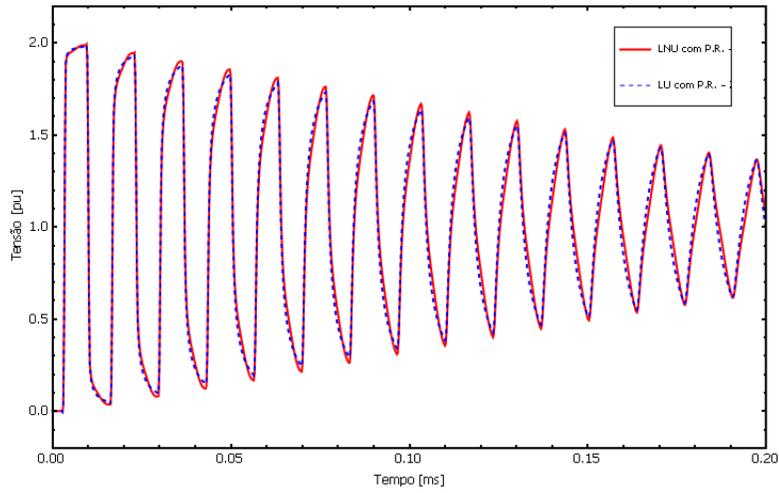


Figura 4.41: Resposta ao degrau da LU com P.R. e da LNU com P.R. (2º vão)

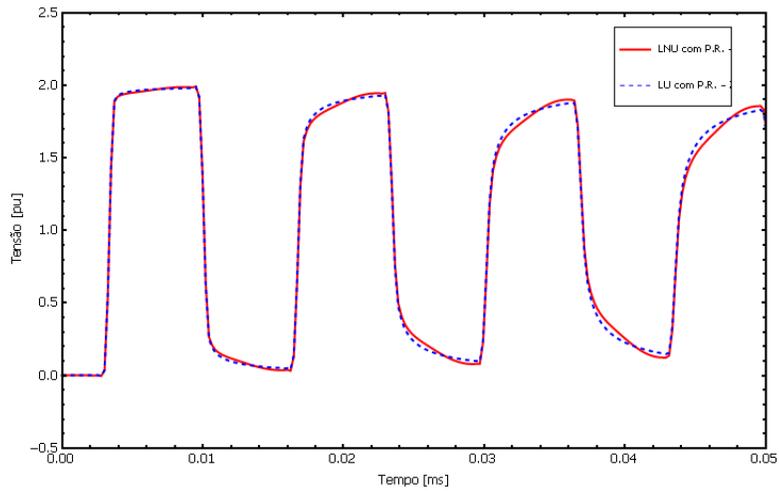


Figura 4.42: Resposta ao degrau com detalhe da LU com P.R. e da LNU com P.R. (2º vão)

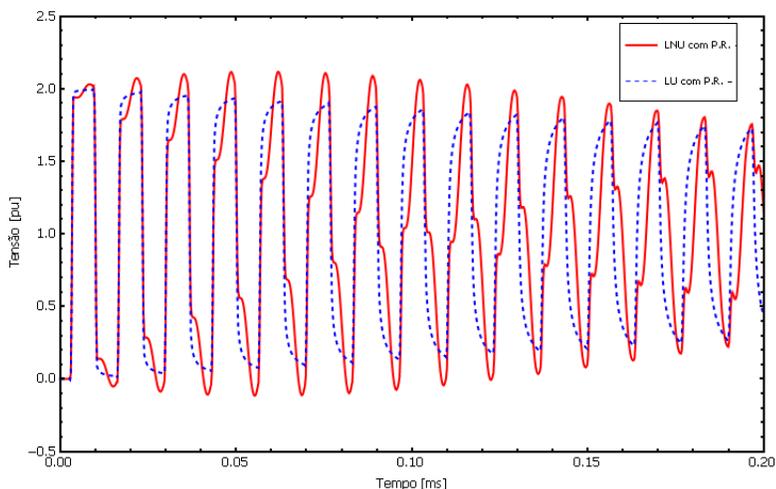


Figura 4.43: Resposta ao degrau da LU sem P.R. e da LNU sem P.R. (2º vão)

entre a modelagem não-uniforme e uniforme neste caso não chega 0,3 %.

Parte-se então para a configuração em que não se considera a presença dos cabos para-raios, para fins de comparação. Suas curvas de saída com tempo de observação de 0,2 ms para as linhas uniforme e não-uniforme são apresentadas na Fig. 4.43.

Ao contrário da configuração com os cabos para-raios considerados, percebe-se uma considerável diferença na atenuação das amplitudes das oscilações presentes nas respostas das linhas uniforme e não-uniforme. Os valores máximos de amplitude para a fase “A” são de 2,00242 p.u. para a linha uniforme e de 2,11676 p.u. para a não-uniforme. A diferença percentual máxima entre a modelagem não-uniforme e uniforme, neste caso, ultrapassa os 5 %. A Fig. 4.44 apresenta as discrepâncias entre as respostas com maior detalhe por meio da redução do tempo de observação para 0,05 ms.

Percebe-se uma diferença de amplitude, além de uma deformação nas oscilações muito mais severa que na configuração em que se considera o efeito dos cabos para-raios. A defasagem porém, não é tão evidente quanto nas respostas do caso teste anterior.

Obtidas as respostas ao degrau, inicia-se a avaliação do vão frente às respostas ao impulso. Cabe destacar que o esquema de injeção de impulso e as considerações pré-definidas para o caso teste anterior são os mesmos. As curvas de saída das respostas ao impulso para as modelagens uniforme e não-uniforme da configuração, para o caso em que se considera a presença dos cabos para-raios, são apresentadas

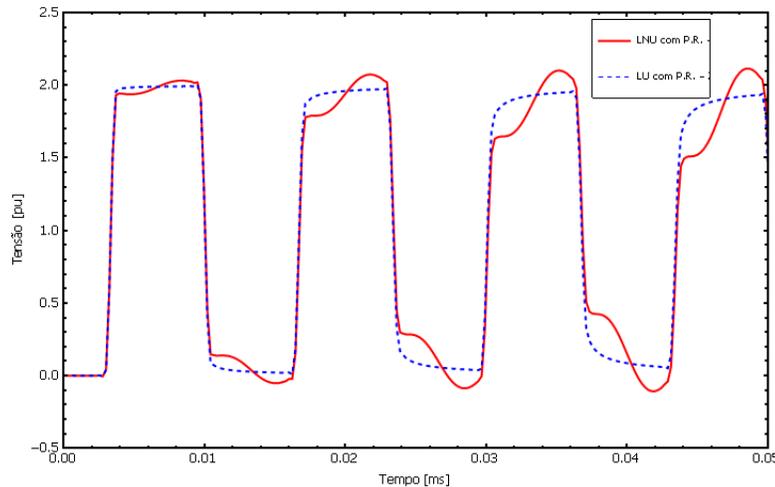


Figura 4.44: Resposta ao degrau em detalhe da LU sem P.R. e da LNU sem P.R. (2º vão)

na Fig. 4.45, com tempo de observação de 0,2 ms.

Assim como a resposta ao degrau, a resposta ao impulso apresenta grande semelhança em seu comportamento para as modelagens uniforme e não-uniforme. Há uma pequena deformação nas oscilações, quase imperceptível para esse tempo de oscilação. A defasagem continua pouco evidente quando comparada ao caso teste anterior. Para uma melhor visualização dessas diferenças, a Fig. 4.46 apresenta as curvas de respostas ao impulso de ambas modelagens para o tempo de observação 0,05 ms, período onde a defasagem ainda não se manifesta.

Os valores máximos de amplitude para a fase “A” são de 1,969632 p.u. para a linha uniforme e de 1,96543 p.u. para a não-uniforme. A diferença percentual máxima entre a modelagem não-uniforme e uniforme neste caso não chega a - 0,3 %, sendo negativa pois o valor máximo uniforme ultrapassa o não-uniforme.

Para a configuração em que não se considera a presença dos cabos para-raios, as curvas de saída com tempo de observação de 0,2 ms para as linhas uniforme e não-uniforme são apresentadas na Fig. 4.47.

Ao contrário da configuração em que os cabos para-raios são considerados, nota-se uma considerável diferença na atenuação das amplitudes das oscilações presentes nas respostas das linhas uniforme e não-uniforme. Os valores máximos de amplitude para a fase “A” são de 1,98191 p.u. para a linha uniforme e de 1,95861 p.u. para a não-uniforme. A diferença percentual máxima entre a modelagem não-uniforme e

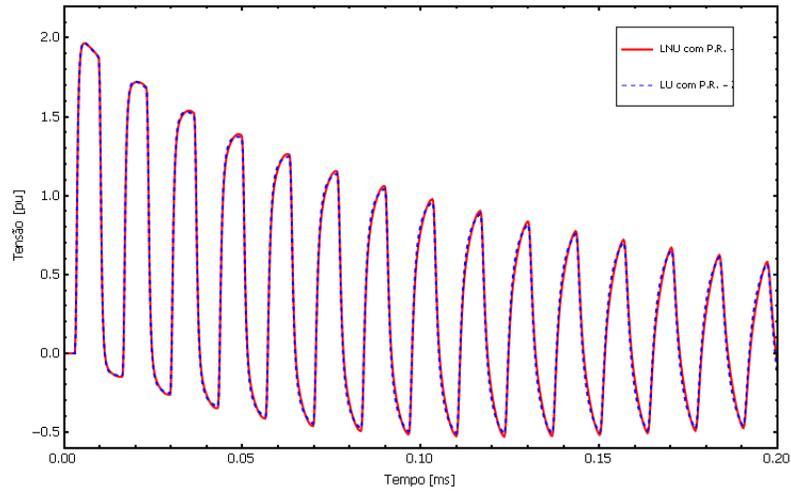


Figura 4.45: Resposta ao impulso da LU com P.R. e da LNU com P.R. (2º vão)

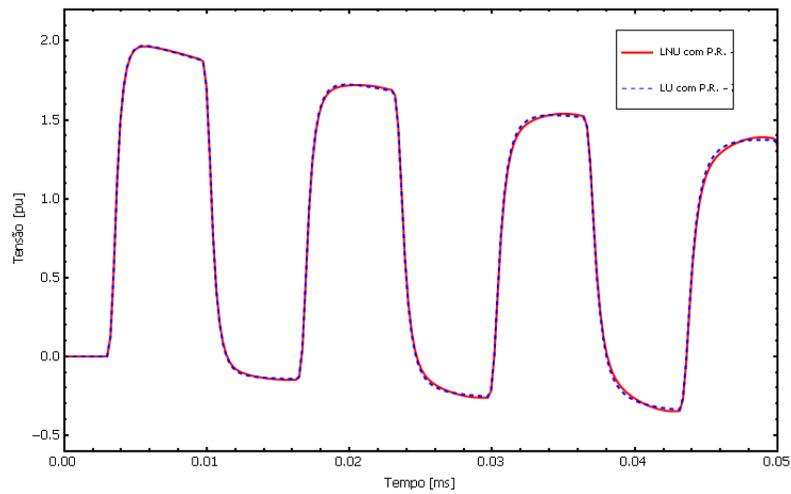


Figura 4.46: Resposta ao impulso em detalhe da LU com P.R. e da LNU com P.R. (2º vão)

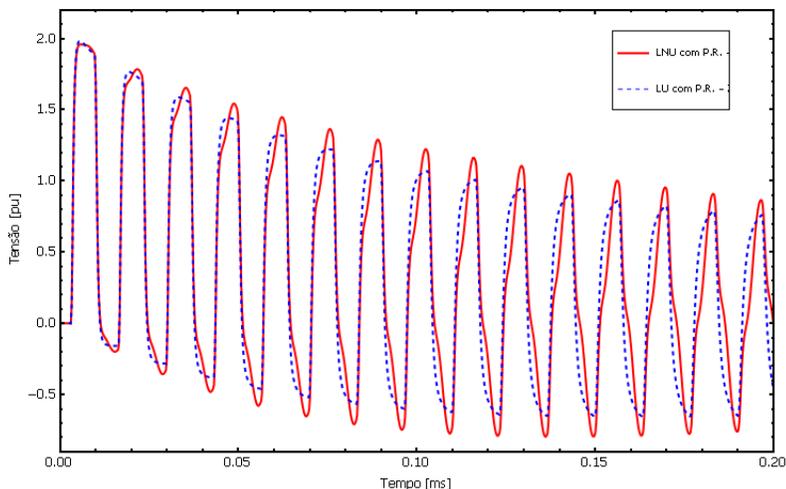


Figura 4.47: Resposta ao impulso da LU sem P.R. e da LNU sem P.R. (2º vão)

uniforme, neste caso, é dada por pouco mais de - 1 %. Apesar da pequena diferença em termos das amplitudes máximas, pode-se perceber sua maior relevância para as oscilações subsequentes. A defasagem, entretanto, ainda é pouco percebida. A Fig. 4.48 apresenta as discrepâncias entre as respostas com maior detalhe por meio da redução do tempo de observação para 0,05 ms.

Há um aumento na diferença de amplitude, além da deformação nas oscilações, mais evidente que na configuração com cabos para-raios. A defasagem não é notada para esse período de observação.

#### 4.4.2 Avaliação individual do terceiro vão (descida)

Continuando a avaliação individual de cada vão, prossegue-se com as respostas ao degrau e ao impulso da descida da grande travessia, ou seja, o terceiro vão, que possui 600 m de extensão. Considera-se a resistividade como sendo  $\rho_s = 1000 \Omega \cdot m$ , dada a motivação apresentada no início do caso teste. São apresentadas também as avaliações da inclusão ou não dos cabos para-raios nos cálculos dos parâmetros. A curva de saída com tempo de observação de 0,2 ms para é apresentada na Fig. 4.49, para o caso em que se considera a presença dos cabos para-raios.

Pode-se verificar a diferença no comportamento das respostas das linhas uniforme e não-uniforme apresentadas. Em termos dos seus valores máximos para a fase “A”, tem-se 1,98331 p.u. para a linha uniforme e 2,039 p.u. para a não-uniforme. A

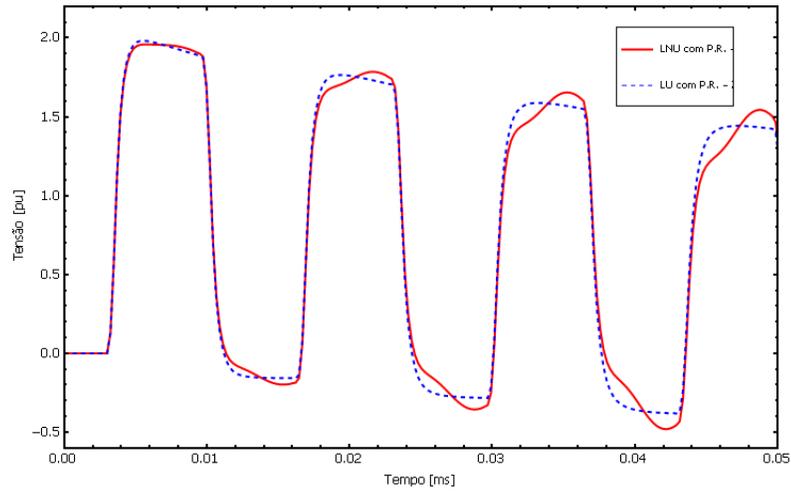


Figura 4.48: Resposta ao impulso em detalhe da LU sem P.R. e da LNU sem P.R. (2º vão)

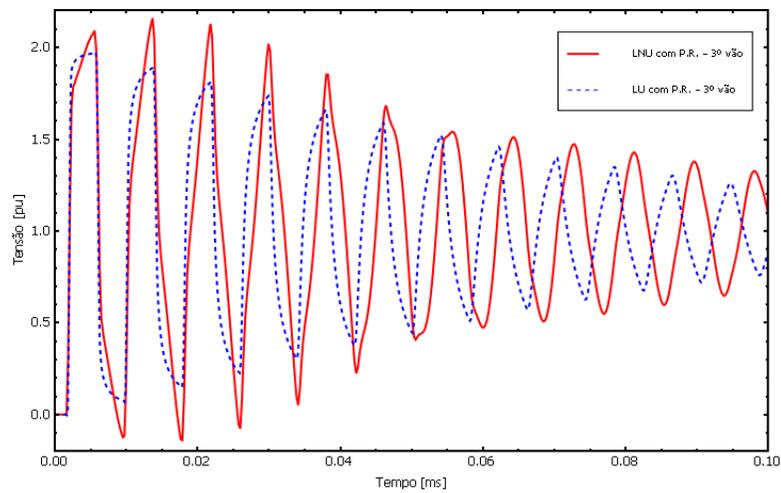


Figura 4.49: Resposta ao degrau da LU com P.R. e da LNU com P.R. (3º vão)

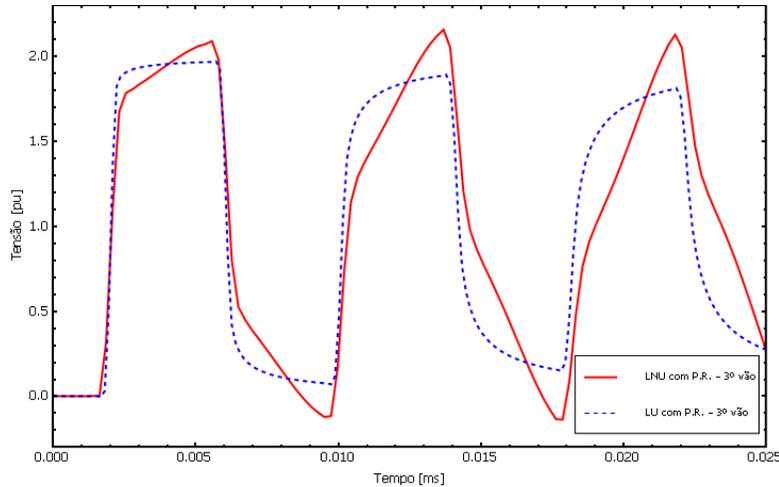


Figura 4.50: Resposta ao degrau em detalhe da LU com P.R. e da LNU com P.R. (3º vão)

diferença percentual máxima entre as amplitudes não ultrapassa os 3 %. Além da diferença de amplitude, há uma grande deformação nas oscilações, além de grande defasagem das mesmas.

Para uma melhor visualização dessas diferenças, a Fig. 4.50 apresenta as curvas de respostas ao degrau de ambas modelagens para o tempo de observação 0,05 ms. A defasagem já se manifesta a partir da segunda oscilação.

É interessante destacar que as deformações das oscilações para o vão de descida têm comportamento diferente das verificadas para o vão de subida. A Fig. 4.51 apresenta as curvas de respostas ao degrau de ambas modelagens para o tempo de observação 0,1 ms. A partir de uma análise parcial da figura, percebe-se que as respostas possuem picos de oscilação dados de forma invertida, o que denota as características da não-uniformidade dos vãos.

Inicia-se a avaliação da configuração em que não se considera a presença dos cabos para-raios. Suas curvas de saída com tempo de observação de 0,1 ms para as linhas uniforme e não-uniforme são apresentadas na Fig. 4.52.

Assim como na configuração com os cabos para-raios considerados, há uma considerável diferença na atenuação das amplitudes das oscilações presentes nas respostas das linhas uniforme e não-uniforme, com picos ainda maiores. Os valores máximos de amplitude para a fase “A” são de 1,98307 p.u. para a linha uniforme e de 2,26137 p.u. para a não-uniforme. A diferença percentual máxima entre a

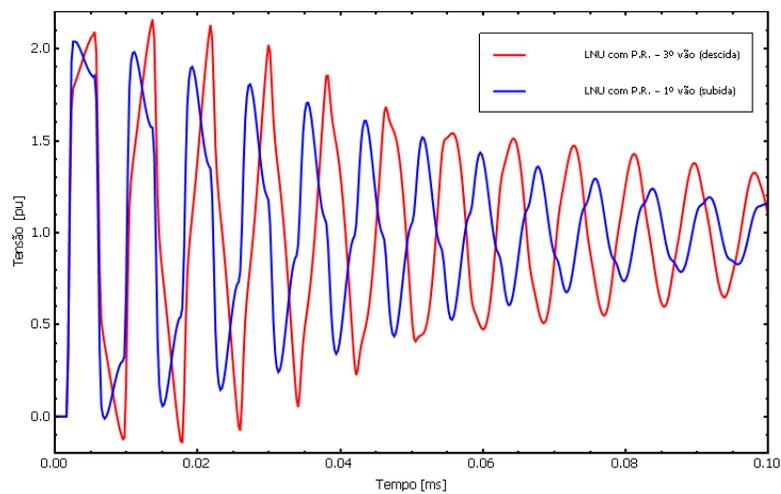


Figura 4.51: Resposta ao degrau da LNU com P.R. para os 1º e 3º vãos

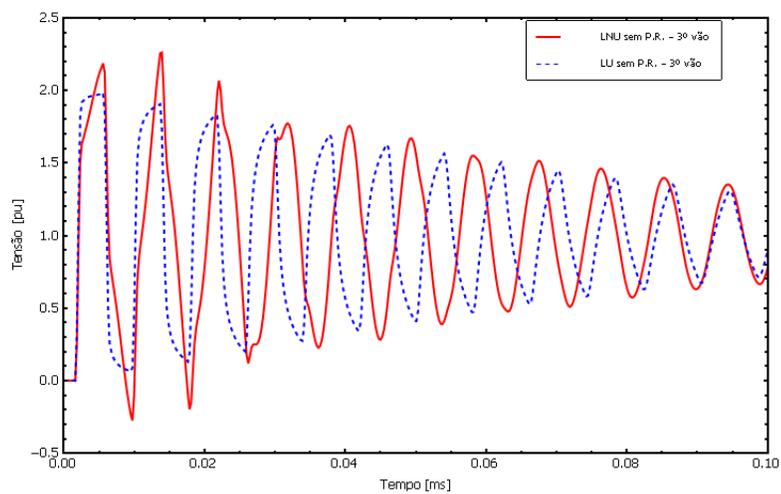


Figura 4.52: Resposta ao degrau da LU sem P.R. e da LNU sem P.R. (3º vão)

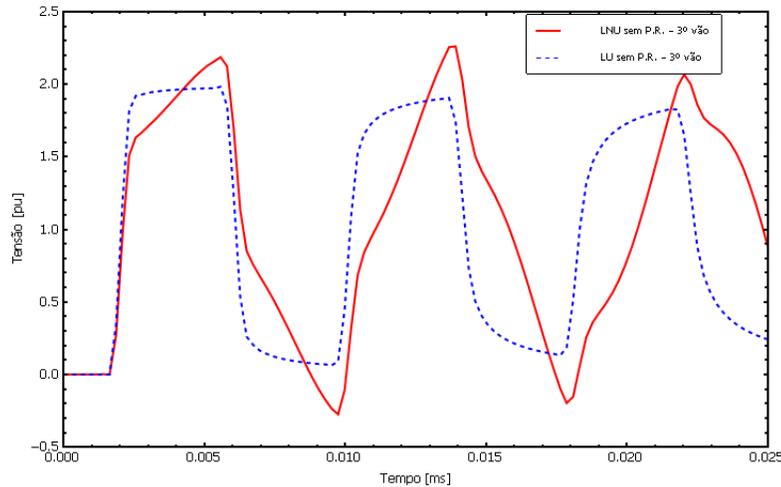


Figura 4.53: Respostas ao impulso em detalhe da LU com P.R. e da LNU com P.R. (3° vão)

modelagem não-uniforme e uniforme, neste caso, ultrapassa os 12 %. A Fig. 4.53 apresenta as discrepâncias entre as respostas com maior detalhe por meio da redução do tempo de observação para 0,05 ms.

Além dos picos serem ainda maiores, há uma grande deformação nas oscilações, ainda mais severa que na configuração em que se considera o efeito dos cabos para-raios. A defasagem também é mais evidente que na configuração anterior.

Obtidas as respostas ao degrau, pode-se então dar início à avaliação do vão frente às respostas ao impulso. Novamente, cabe salientar que o esquema de injeção de impulso e as considerações pré-definidas para o caso teste anterior são os mesmos. As curvas de saída das respostas ao impulso para as modelagens uniforme e não-uniforme da configuração, para o caso em que se considera a presença dos cabos para-raios, são apresentadas na Fig. 4.54, com tempo de observação de 0,1 ms.

Verifica-se a diferença no comportamento das respostas das linhas uniforme e não-uniforme apresentadas por consequência da modelagem não-uniforme. Em termos dos seus valores máximos para a fase “A”, tem-se 1,97328 p.u. para a linha uniforme e 2,0076 p.u. para a não-uniforme. A diferença percentual máxima entre as amplitudes não ultrapassa os 2 %. Novamente, a pouca diferença de amplitudes máximas, dadas pela primeira oscilação de ambas respostas, não reflete as diferenças presentes nas oscilações subsequentes. Além da diferença de amplitude, há também

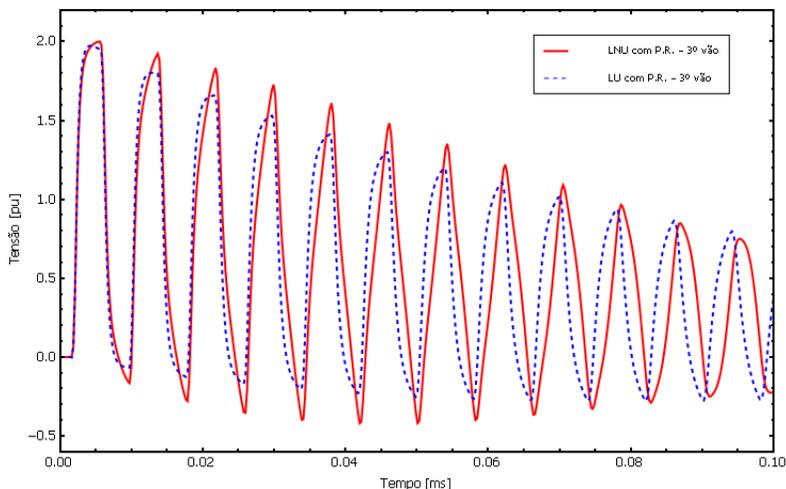


Figura 4.54: Resposta ao impulso da LU com P.R. e da LNU com P.R. (3º vão)

alguma defasagem entre as respostas. A Fig. 4.55 apresenta as curvas de respostas ao impulso de ambas modelagens para o tempo de observação 0,05 ms. Nesse período de visualização, nota-se que a defasagem se inicia já na segunda oscilação.

Para a configuração em que não se considera a presença dos cabos para-raios, as curvas de saída com tempo de observação de 0,1 ms para as linhas uniforme e não-uniforme são apresentadas na Fig. 4.56.

Assim como na configuração anterior, percebe-se uma considerável diferença na atenuação das amplitudes das oscilações presentes nas respostas das linhas uniforme e não-uniforme. Os valores máximos de amplitude para a fase “A” são de 1,970622 p.u. para a linha uniforme e de 2,07542 p.u. para a não-uniforme. A diferença percentual máxima entre a modelagem não-uniforme e uniforme ultrapassa os 5 %, ou seja, superior à apresentada pela configuração anterior. A defasagem, porém, não se mostra significativa para esta configuração. A Fig. 4.57 apresenta as respostas com maior detalhe por meio da redução do tempo de observação para 0,05 ms.

Há um aumento na diferença de amplitude, além da deformação nas oscilações. A defasagem não é significativa neste período de observação.

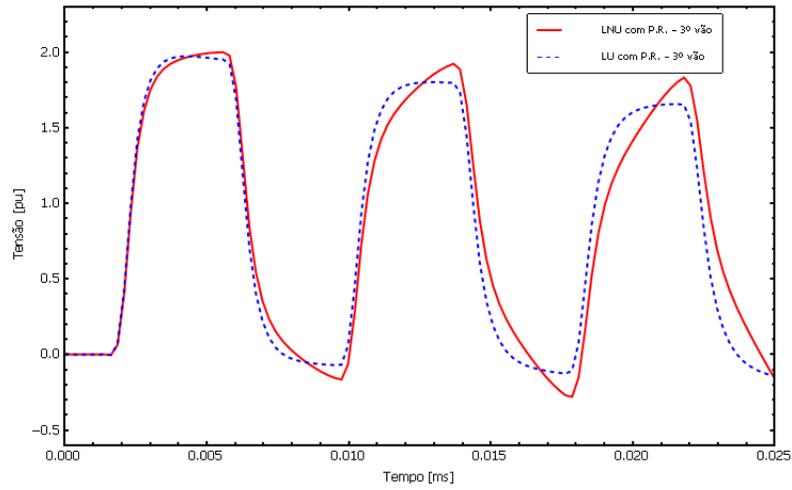


Figura 4.55: Resposta ao impulso em detalhe da LU com P.R. e da LNU com P.R. (3º vão)

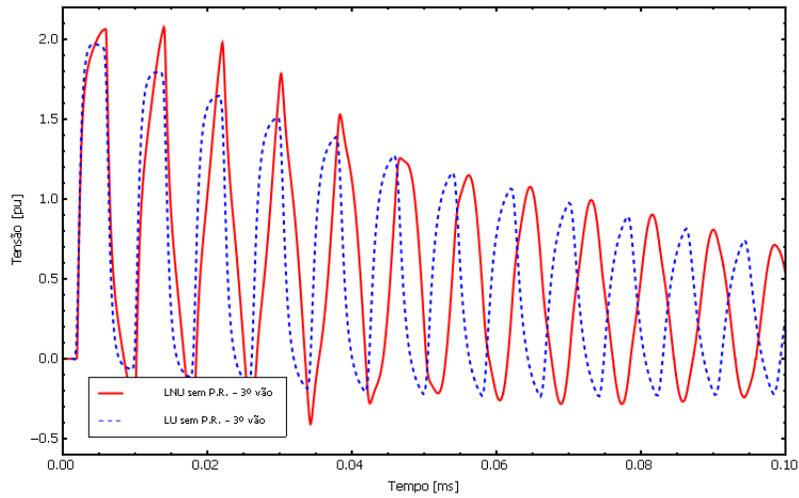


Figura 4.56: Resposta ao impulso em detalhe da LU sem P.R. e da LNU sem P.R. (3º vão)

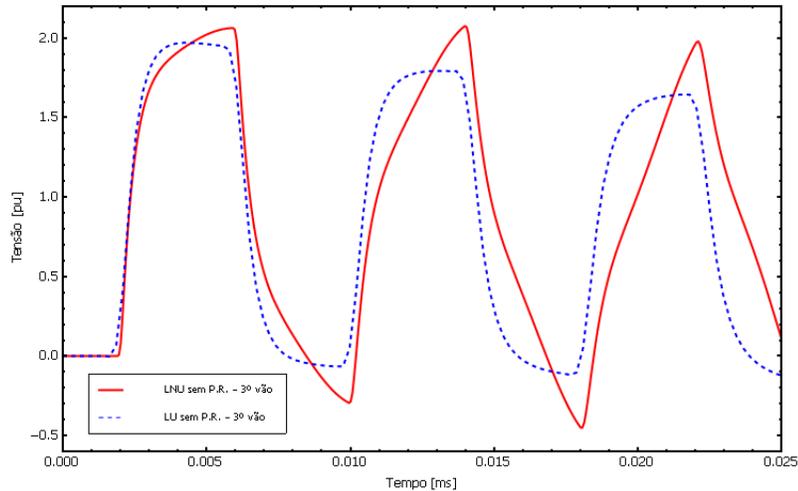


Figura 4.57: Resposta ao impulso em detalhe da LU sem P.R. e da LNU sem P.R. (3º vão)

### 4.4.3 Avaliação da grande travessia (conjunta)

Inicia-se então a avaliação do caso teste propriamente dito, ou seja, dos três vãos associados em cascata. O procedimento de simulação é análogo ao realizado para os vãos individualmente, ou seja, por meio da resposta ao degrau e ao impulso das modelagens uniforme e não-uniforme considerando-se a resistividade de cada trecho. São apresentadas também as avaliações da inclusão ou não dos cabos para-raios no cálculos dos parâmetros.

Uma peculiaridade para esse caso teste é que existem três maneiras de modelá-lo. A primeira delas é a modelagem uniforme, que considera uma altura média única para os três trechos, assim como um único valor de resistividade, e, a partir daí, se obtém um quadripolo equivalente, de onde parte toda a análise. A segunda, uniforme por vão, considera uma altura média para cada um dos vãos, associando os três quadripolos equivalentes de cada vão. O intuito é a obtenção de um equivalente de rede total. A terceira é a modelagem não-uniforme para cada um dos vãos, já realizada anteriormente, bastando-se apenas a associação em cascata dos quadripolos equivalentes de cada um deles.

Em termos de uma avaliação inicial são apresentadas pela Fig. 4.58 as respostas ao degrau das três modelagens citadas (com cabos para-raios inclusos no cálculo de parâmetros).

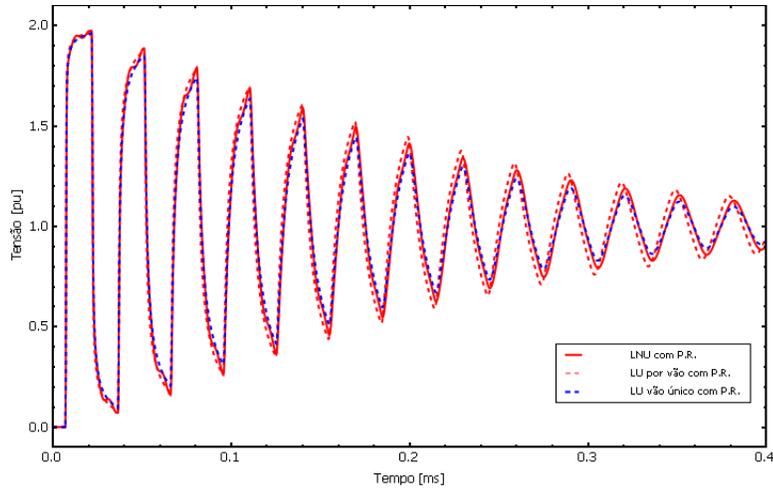


Figura 4.58: Resposta ao degrau das três modelagens com P.R.

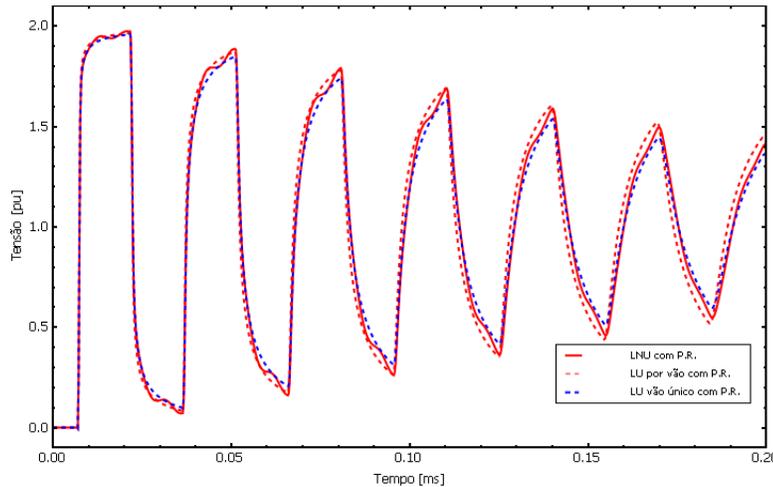


Figura 4.59: Resposta ao degrau em detalhe das três modelagens com P.R.

Em uma primeira análise, para o tempo de observação de 0,5 ms, há apenas pequenas diferenças em termos das amplitudes e defasagens das respostas relativas às três modelagens realizadas. A Fig. 4.59 apresenta com maior detalhe tais respostas, para um tempo de observação de 0,20 ms.

Para esse tempo de observação, nota-se alguma diferença em termos da amplitude e também da defasagem, principalmente para a modelagem uniforme por vão. Vale dizer que, para modelagem não-uniforme, é notada alguma deformação na forma de onda, que apesar de pequena, retrata as características de tal modelagem. Na Fig. 4.60 reduz-se ainda mais o tempo de observação com o intuito de evidenciar

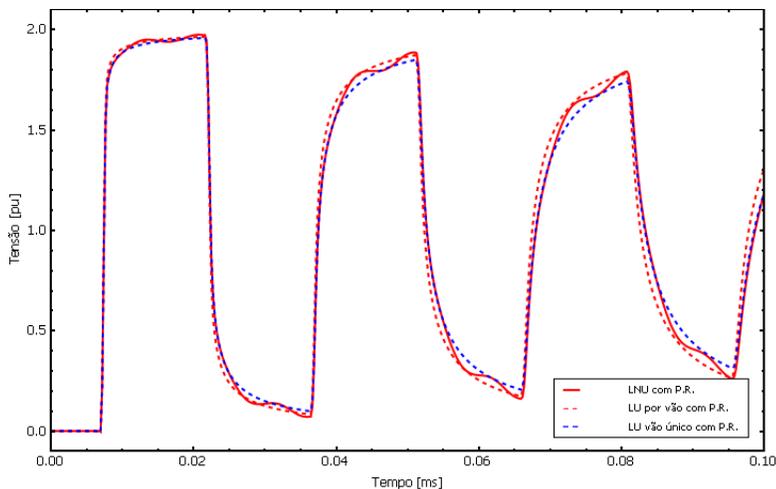


Figura 4.60: Detalhe das três primeiras oscilações da resposta ao degrau das três modelagens com P.R.)

mais alguma informação para a simulação da configuração.

Percebe-se com mais clareza a pequena deformação da forma de onda da modelagem não-uniforme. Alguma diferença na atenuação das amplitudes das oscilações presentes pode ser notada, principalmente entre a modelagem uniforme por vão e a uniforme considerando um vão único. Para as amplitudes máximas de cada modelagem tem-se 1,96906 p.u. para a uniforme por vão, 1,96172 p.u. para a uniforme com vão único e 1,97553 para a não-uniforme. A diferença percentual máxima entre estes valores não ultrapassa 1 %.

Para o caso em que não se considera a presença dos cabos para-raios, as curvas de saída com tempo de observação de 0,5 ms para as três modelagens são apresentadas na Fig. 4.61.

Para essa configuração, há uma diferença mais significativa na atenuação das amplitudes das oscilações que a configuração em que o cabo para-raios é considerado. A defasagem é também mais relevante. Destaca-se que praticamente não há defasagem entre a modelagem uniforme com um vão único e a não-uniforme. As diferenças para as duas modelagens se apresentam apenas em relação à atenuação do sinal e na deformação das oscilações iniciais. Para uma melhor visualização de tais diferenças, a Fig. 4.62 apresenta as curvas de respostas ao degrau de ambas as modelagens para o tempo de observação 0,2 ms.

Os valores máximos de amplitude para a fase “A” são de 1,97982 p.u. para a

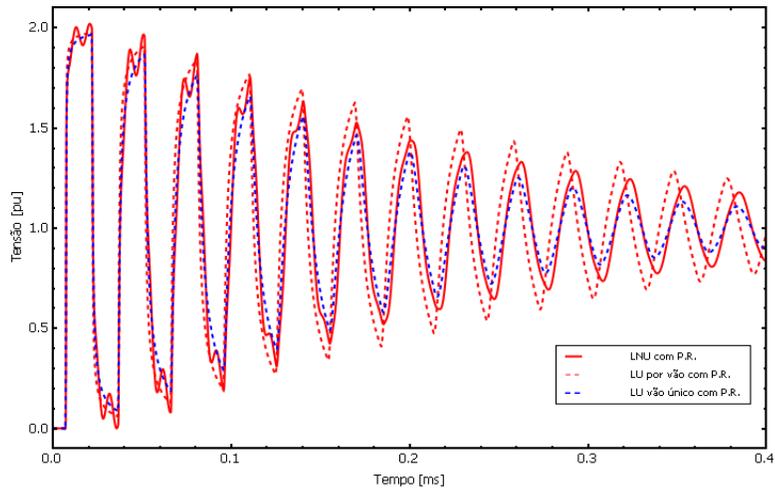


Figura 4.61: Resposta ao degrau das três modelagens sem P.R.

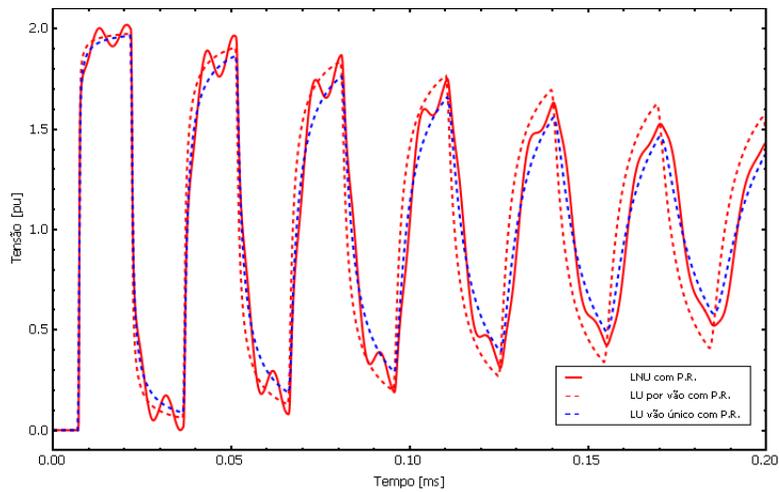


Figura 4.62: Resposta ao degrau em detalhe das três modelagens sem P.R.

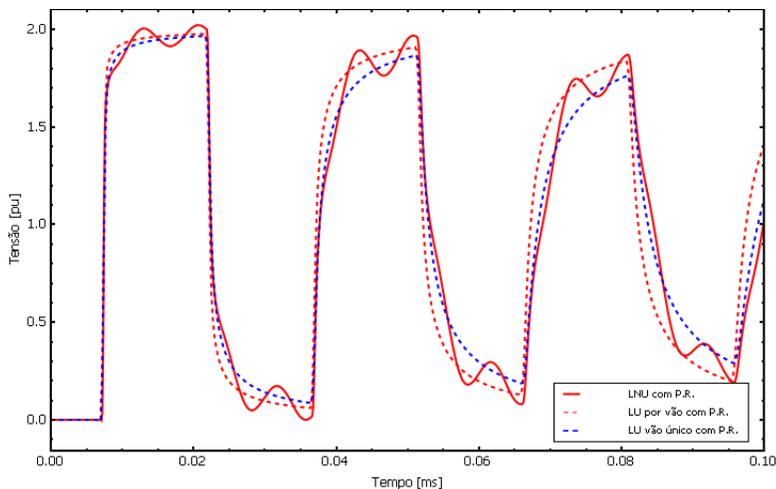


Figura 4.63: Detalhe das três primeiras oscilações da resposta ao degrau das três modelagens sem P.R.

modelagem uniforme por vão, de 2,02079 p.u. para a não-uniforme, e de 1,96732 p.u. para uniforme com um vão único. A diferença percentual máxima neste caso se aproxima dos 3 %. A Fig. 4.63 apresenta as discrepâncias entre as respostas com maior detalhe por meio da redução do tempo de observação para 0,1 ms.

Há um pequeno aumento nas diferenças entre as amplitudes e também da deformação nas oscilações. É interessante destacar que a ausência dos cabos para-raios potencializa as deformações presentes na modelagem não-uniforme. A defasagem também é mais evidente que no caso anterior.

Obtidas as respostas ao degrau das modelagens, pode-se então dar início ao seu comportamento frente às respostas ao impulso. Pode-se então verificar as curvas de saída para cada fase. A curva de saída da resposta ao impulso com tempo de observação de 0,30 ms é apresentada na Fig. 4.64, para o caso em que se considera a presença dos cabos para-raios.

Neste caso, há apenas pequenas diferenças em termos das amplitudes e defasagens das respostas relativas às três modelagens realizadas. A Fig. 4.65 apresenta com maior detalhe tais respostas, para um tempo de observação de 0,20 ms.

Para esse tempo de observação, nota-se alguma diferença em termos da amplitude e também da defasagem. É importante dizer que para modelagem não-uniforme novamente é percebida alguma deformação, em sua forma de onda, que apesar de pequena, retrata as características não-uniformes.

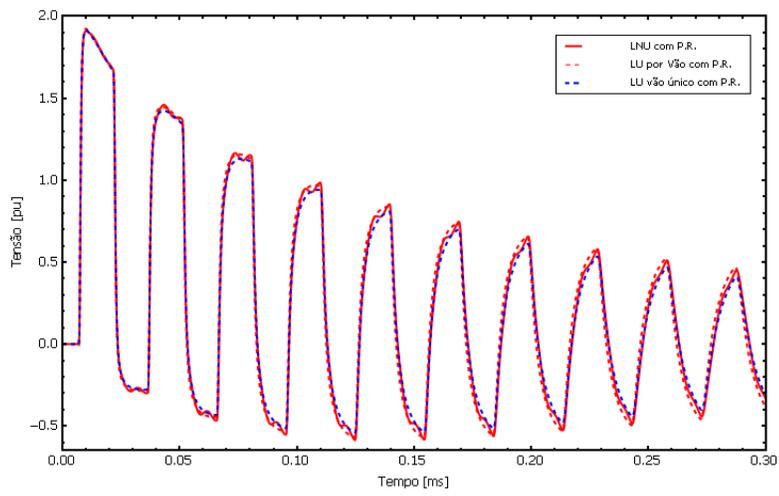


Figura 4.64: Resposta ao impulso das três modelagens com P.R.

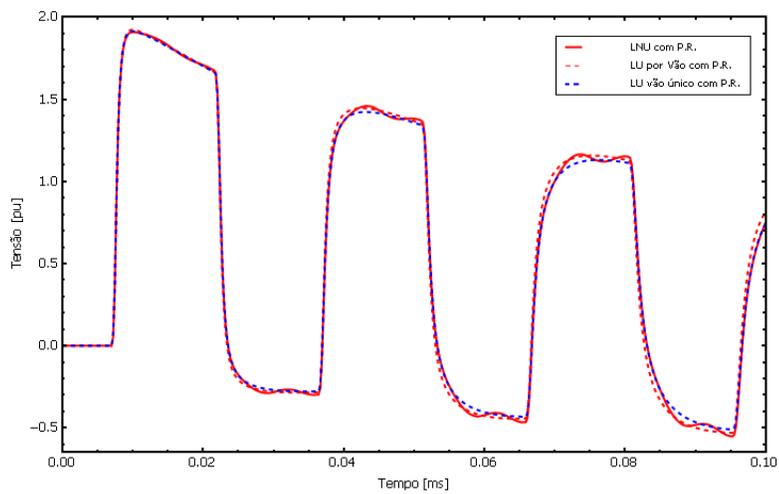


Figura 4.65: Resposta ao impulso em detalhe das três modelagens com P.R.

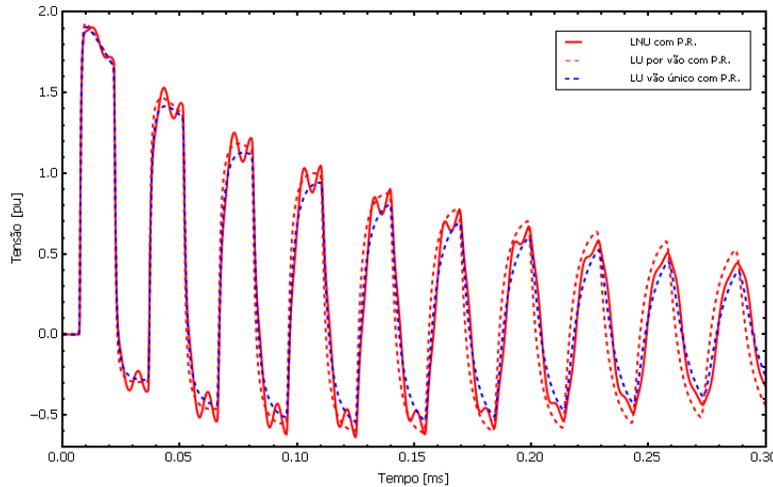


Figura 4.66: Resposta ao impulso das três modelagens sem P.R.

Os valores máximos de amplitude para a fase “A” são de 1,9236 p.u. para a modelagem uniforme por vão, de 1,90951 p.u. para a não-uniforme, e de 1,91365 p.u. para uniforme com um vão único. A diferença percentual máxima neste caso se aproxima de 1 %.

Para o caso em que não se considera a presença dos cabos para-raios, as curvas de saída com tempo de observação de 0,30 ms para as três modelagens são apresentadas na Fig. 4.66.

Novamente, para a configuração sem os cabos para-raios, há uma diferença mais significativa na atenuação das amplitudes das oscilações que na configuração anterior. A defasagem é também mais relevante.

Os valores máximos de amplitude para a fase “A” são de 1,93017 p.u. para a modelagem uniforme por vão, de 1,90557 p.u. para a não-uniforme, e de 1,9077 p.u. para uniforme com um vão único. A diferença percentual máxima neste caso é pouco maior que 1 %. A Fig. 4.67 apresenta as discrepâncias entre as respostas com maior detalhe por meio da redução do tempo de observação para 0,1 ms.

Assim como na resposta ao degrau, há um pequeno aumento nas diferenças entre as amplitudes e também da deformação nas oscilações. Também para a resposta ao impulso, a ausência dos cabos para-raios parece potencializar as deformações presentes na modelagem não-uniforme. A defasagem também é mais evidente que na configuração anterior.

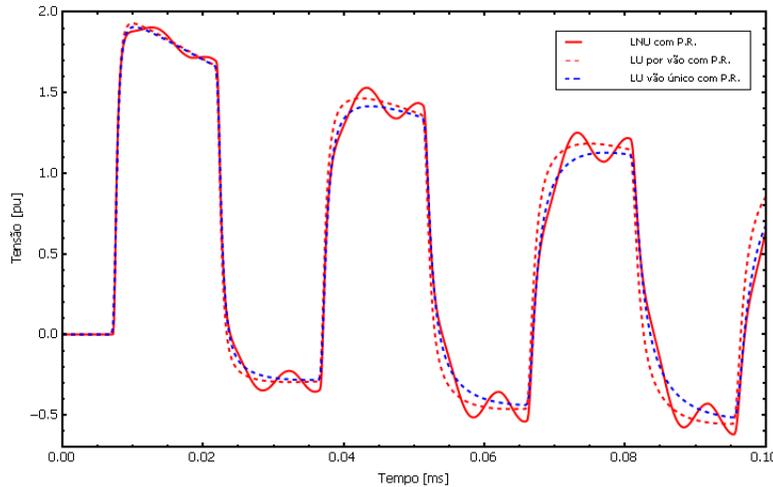


Figura 4.67: Resposta ao impulso em detalhe das três modelagens sem P.R.

#### 4.4.4 Discussões e conclusões parciais

Nesta seção, realizou-se o estudo do segundo caso teste, que considera uma grande travessia para diferentes valores de resistividade. Ou seja, a variação longitudinal de três grandes trechos foi considerada. Além disso, analisou-se o efeito da inclusão ou não dos cabos para-raios no cálculo dos parâmetros.

Outra vez, todas as configurações foram submetidas à injeção de degrau e impulso. Como no primeiro caso, o comportamento entre ambos é similar e, portanto, considera-se como suficiente a avaliação para injeção de impulso e ela não será realizada para os demais casos testes.

Assim como para o primeiro caso, comprova-se a afirmação de que quanto maior o valor da resistividade maior a atenuação da resposta. Novamente, o efeito da consideração da presença dos cabos para-raios, mesmo eliminada no processo de cálculo, atenua em parte as oscilações e defasagens percebidas na modelagem não-uniforme. Considera-se também como suficientes tais avaliações com relação aos cabos para-raios e não mais serão realizadas para os próximos casos testes.

Promoveu-se uma avaliação similar à realizada no primeiro caso teste para as configurações de cruzamento de rio e de descida. Decidiu-se realizar uma avaliação individual antes da verificação da resposta conjunta dos três trechos.

Para o cruzamento de rio, em que há simetria na catenária, observou-se uma atenuação dos efeitos da modelagem não-uniforme quando comparados com os outros

dois vãos. Conclui-se que há uma espécie de compensação da variação longitudinal dada a simetria da geometria dos condutores ao longo do vão.

Para o vão de descida, o resultado apresentado é similar ao resultado do primeiro caso teste avaliado, com a deformação apresentada de forma invertida e ainda mais evidente, incluindo valores máximos de pico superiores. A Fig. 4.51 ilustra tal afirmação.

Na avaliação da grande travessia, ou seja, onde se consideram os três vãos, observou-se uma atenuação dos efeitos da modelagem não-uniforme quando comparados com a avaliação individual dos vãos de subida e descida. Portanto, assim como na avaliação do vão de cruzamento, onde há total simetria em sua geometria, há uma espécie de compensação da variação longitudinal dada a simetria da configuração como um todo. As respostas da modelagem não-uniforme apresentam dois pequenos picos para as oscilações iniciais, como notado por exemplo na Fig. 4.63. Foi verificado que essas oscilações ocorrem devido ao sistema e não são frutos de problemas de discretização como Efeitos Gibbs ou “aliasing”. De fato, as respostas apresentadas pelas primeiras oscilações são muito próximas a combinação linear das respostas de subida e descida.

Face ao concluído para o segundo caso teste, pode-se investigar o comportamento da modelagem não-uniforme de uma grande travessia associada a um grande trecho de linha uniforme.

## **4.5 Trecho de uma LT Trifásica de 230 kV Associada a Grandes Travessias**

Após as avaliações realizadas para os casos testes anteriores, pode-se dizer que é conhecido o comportamento das respostas das configurações especificadas até então. Foram avaliadas algumas diferentes configurações de travessias simples, ou seja, de apenas um vão, assim como uma grande travessia, contendo três vãos. Cabe então avaliar o comportamento das respostas para uma grande travessia associada a um trecho de linha uniforme, para verificação de quanto as respostas do sistema completo são afetadas pela inclusão de uma grande travessia modelada de maneira não-uniforme. Como complemento ao caso, uma segunda configuração considerando-se

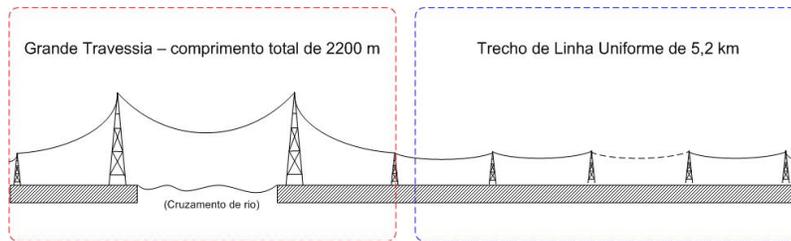


Figura 4.68: Diagrama esquemático de uma grande travessia associada a um trecho de 5,2 km de uma LT trifásica de 230 kV



Figura 4.69: Diagrama esquemático da associação de duas grandes travessias a um trecho de 5,2 km de uma LT trifásica de 230 kV

duas travessias associadas a um trecho de linha uniforme será também aqui implementado. Tal verificação tem sua motivação análoga à do caso teste anterior, ou seja, devido às grandes linhas que tem sido implementadas na região amazônica. Com a sua vasta bacia hidrográfica, a região apresenta trechos de linha semelhantes às configurações aqui propostas.

Na verdade, o presente caso teste é uma extensão do anterior. Logo, os dados específicos deste caso teste são idênticos aos do anterior e são apresentados na Seção 4.1. A Fig. 4.68 apresenta o diagrama esquemático básico de uma grande travessia associada a um trecho de 5,2 km de uma LT trifásica de 230 kV, enquanto que a Fig. 4.69 apresenta o diagrama esquemático da associação do mesmo trecho de linha a duas grandes travessias. O diagrama citado não foi elaborado em escala, sendo meramente ilustrativo, para o melhor entendimento da configuração.

A primeira configuração trata de uma grande travessia associada a um trecho de 5,2 km de linha modelado como linha uniforme. A grande travessia é idêntica à analisada no caso teste anterior, ou seja, considera-se a sua geometria altamente não-uniforme. A associação será realizada com base na associação em cascata dos quadripolos equivalentes dos dois trechos.

Para o trecho de linha uniforme, considera-se uma única altura média de valor 24,56 m para os cálculos dos parâmetros elétricos, calculada a partir da integração trapezoidal da equação da catenária. Será considerado o valor de resistividade do solo  $\rho_s = 1000 \Omega \cdot \text{m}$ , dadas as motivações apresentadas no início do capítulo. Para o presente caso teste, foi realizada apenas a avaliação da configuração considerando a presença dos cabos para-raios, por se tratar de situação mais próxima do caso real. Entende-se também como suficientes as avaliações realizadas nos casos testes anteriores relativas às configurações onde não se considera a influência dos cabos para-raios.

Destaca-se que, dado o comportamento similar em termos de amplitude, deformação e defasagem, para os próximos casos testes serão apresentadas somente as respostas ao degrau, por se entender como suficiente à análise pretendida.

A segunda configuração trata-se de uma extensão da primeira, onde o trecho de linha uniforme é associado a duas grandes travessias em suas extremidades. As duas grandes travessias são idênticas entre si. A associação será realizada com base na associação em cascata dos quadripolos equivalentes dos três trechos.

#### **4.5.1 Grande travessia associada a um trecho de linha uniforme**

Inicia-se então a avaliação da primeira configuração do caso teste, ou seja, de uma grande travessia associada a um trecho de 5,2 km de uma LT trifásica de 230 kV, conforme diagrama esquemático apresentado na Fig. 4.68. O procedimento de simulação é análogo ao realizado para os casos testes anteriores, ou seja, por meio da resposta ao degrau e ao impulso das modelagens uniforme e não-uniforme. Em termos de uma avaliação inicial, são apresentadas pela Fig. 4.70 as respostas ao degrau da linha (com cabos para-raios inclusos no cálculo de parâmetros) para as três modelagens.

Para o tempo de observação de 0,2 ms, há algumas diferenças em termos das amplitudes e defasagens das respostas relativas às três modelagens realizadas. A Fig. 4.71 apresenta com maior detalhe tais respostas, para um tempo de observação de 0,10 ms.

Para esse tempo de observação, percebe-se alguma diferença em termos da am-

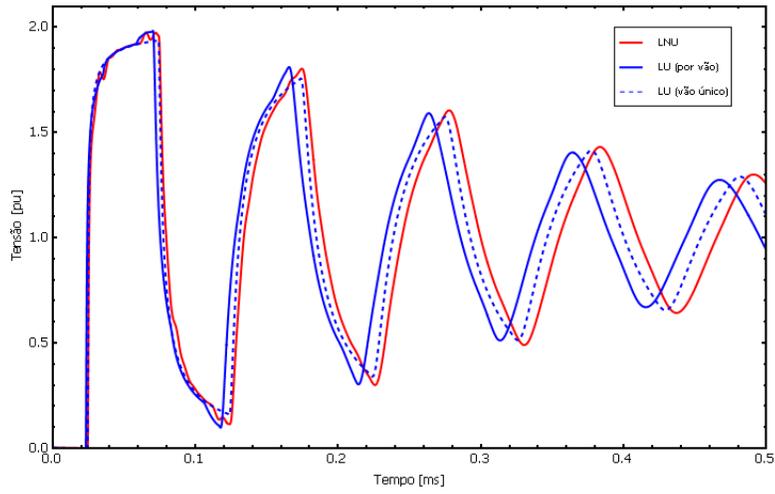


Figura 4.70: Resposta ao degrau das três modelagens (grande travessia associada a um trecho de LU).

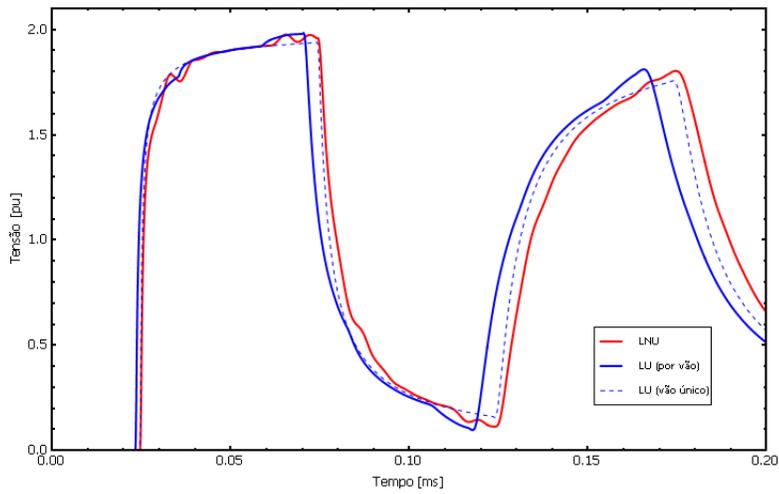


Figura 4.71: Resposta ao degrau das três modelagens em detalhe (grande travessia associada a um trecho de LU).

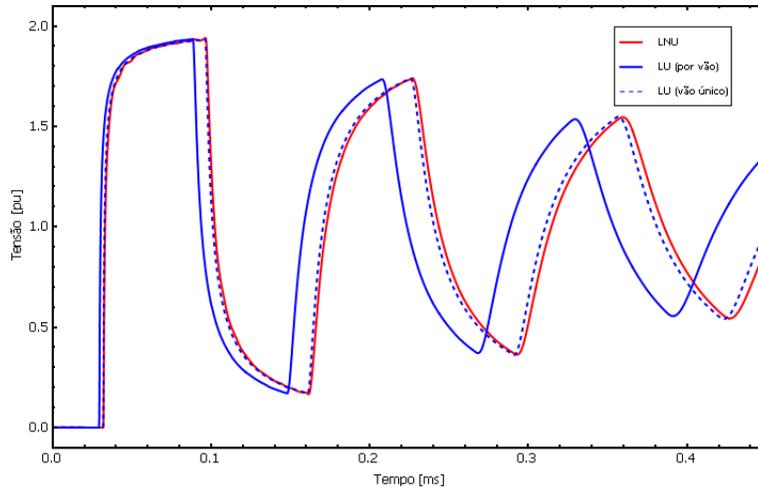


Figura 4.72: Resposta ao degrau das três modelagens (duas grandes travessias associadas a um trecho de LU).

plitude e também da defasagem. Destaca-se que para modelagem não-uniforme é percebida alguma deformação na forma de onda, que apesar de pequena, retrata as características de tal modelagem. Para as amplitudes máximas de cada modelagem tem-se 1,98315 p.u. para a uniforme por vão, 1,93880 p.u. para a uniforme com vão único e 1,97578 p.u. para a não-uniforme. A diferença percentual máxima entre estes valores em pouco ultrapassa os 2 %.

#### 4.5.2 Duas grandes travessias associadas a um trecho de linha uniforme

Para efeitos de uma avaliação do efeito da inclusão da não-uniformidade das grandes travessias no estudo de um trecho de linha uniforme, inicia-se a análise da segunda configuração do caso teste, ou seja, de duas grandes travessias associadas a um trecho de 5,2 km de uma LT trifásica de 230 kV, posicionadas uma em cada extremidade do trecho, conforme diagrama esquemático apresentado na Fig. 4.69. O procedimento de simulação é exatamente o mesmo da configuração anterior. Para fins de uma avaliação inicial, são apresentadas pela Fig. 4.72 as respostas ao degrau da linha para as três modelagens.

Para o tempo de observação de 0,50 ms, há algumas pequenas diferenças em termos das amplitudes. A modelagem não-uniforme apresenta uma considerável

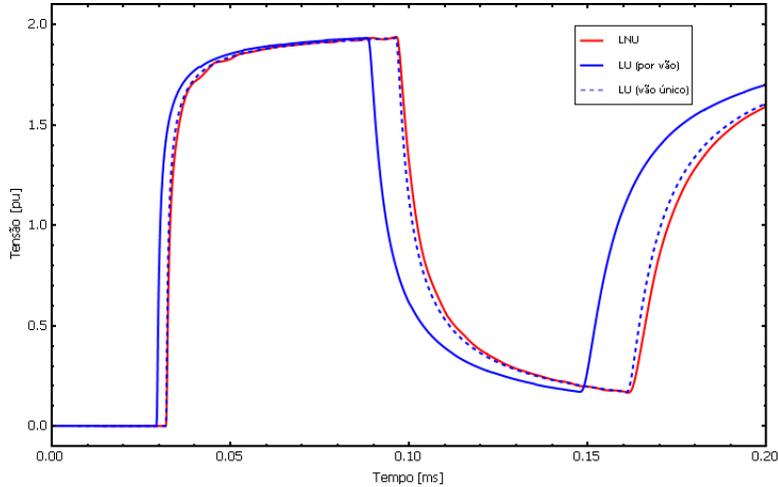


Figura 4.73: Resposta ao degrau das três modelagens em detalhe (duas grandes travessias associadas a um trecho de LU).

defasagem em relação às outras duas. A Fig. 4.73 apresenta com maior detalhe tais respostas, para um tempo de observação de 0,20 ms.

Nota-se alguma diferença em termos da defasagem já a partir da primeira oscilação da modelagem não-uniforme da configuração. Praticamente não é percebida deformação nas formas de onda. Para as amplitudes máximas de cada modelagem tem-se 1,93476 p.u. para a uniforme por vão, 1,93415 p.u. para a uniforme com vão único e 1,94 para a não-uniforme. A diferença percentual máxima entre estes valores não ultrapassa 0,5 %. Para a configuração apresentada, é praticamente imperceptível alguma deformação nas respostas.

### 4.5.3 Discussões e conclusões parciais

Nesta seção, realizou-se o estudo do terceiro caso teste, em que se investiga o comportamento da modelagem não-uniforme de grandes travessias associadas a um grande trecho de linha uniforme. As configurações avaliadas foram submetidas à injeção de degrau.

Assim como para o caso anterior, observou-se uma atenuação ainda maior dos efeitos da modelagem não-uniforme quando comparados à avaliação de vãos individuais. De fato há uma compensação da variação longitudinal dada a simetria da geometria dos condutores ao longo do vão, embasando as afirmações realizadas

anteriormente nesse sentido.

O trecho de linha não-uniforme, provavelmente devido ao seu comprimento, que é superior ao da grande travessia, acaba por atenuar os efeitos da modelagem não-uniforme. Para a configuração em que se considera uma grande travessia associada ao trecho, nota-se que as respostas da modelagem não-uniforme apresentam dois pequenos picos para as oscilações iniciais, assim como no caso teste anterior. Tais picos são atenuados em comparação ao caso teste anterior.

Para a configuração em que se consideram duas grandes travessias associadas ao trecho uniforme, nota-se pequena deformação para as respostas da modelagem não-uniforme não sendo mais visualizados os dois pequenos picos apresentados para as oscilações iniciais como no caso teste anterior. Apenas alguma defasagem é notada para o caso.

Face ao concluído para o segundo caso teste, pode-se afirmar que, dentro das condições estabelecidas para realização da modelagem não-uniforme de um determinado trecho, o seu efeito é melhor percebido para os casos em que se consideram os vãos individualmente. A associação de vários vãos entre si e a trechos de linha uniforme com comprimentos superiores, acaba por atenuar o efeito da modelagem não-uniforme, que é, em termos, o esperado, dadas as diferenças de ordens de grandeza das impedâncias e admitâncias associadas por meio da cascata de quadripolos.

Face ao exposto, resta agora verificar o comportamento de uma linha não convencional modelada não-uniformemente, para uma avaliação geral da metodologia utilizada.

## **4.6 Grande Travessia de uma LT com Feixe Expandido**

O último caso teste apresentado trata de uma configuração de rede diferente dos demais. Na presente análise, investiga-se o comportamento da modelagem não-uniforme de uma linha de transmissão trifásica não convencional com feixes expandidos e ultra alta tensão (1000 kV) [30]. Tal avaliação objetiva uma comparação com os casos simulados anteriormente, todos modelados com a configuração trifásica de linha convencional. É utilizado também um modelo de solo com o valor de resistivi-

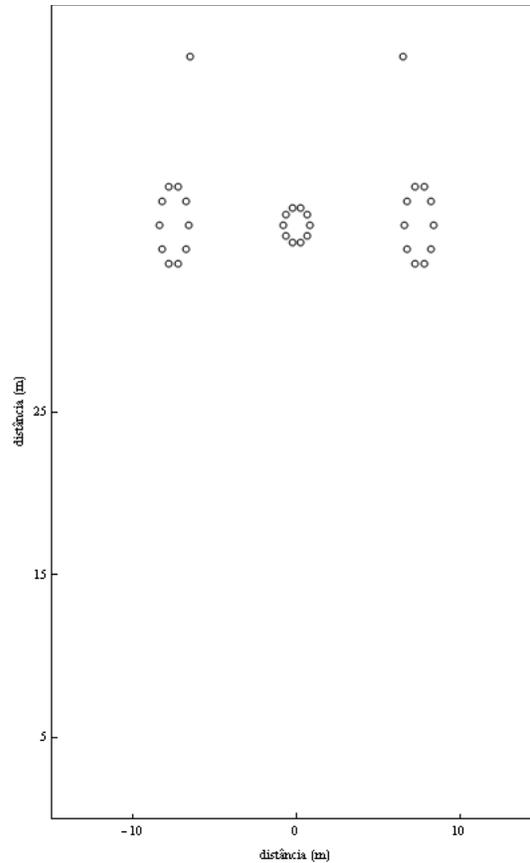


Figura 4.74: Seção transversal LT não convencional

dade variante na frequência [27], para comparação com o caso constante. Em todas as configurações avaliadas nesta seção, considera-se o efeito dos cabos para-raios inclusos no cálculo de parâmetros, dada a configuração real da rede, pois entende-se como suficiente a avaliação de sua presença ou não, realizada nos casos anteriores.

A linha não convencional aqui avaliada utiliza-se de 10 condutores por fase e 2 cabos para-raios. Foi considerado um condutor de codinome “Bluejay”, cabos para-raios 3/8” EHS. A permeabilidade magnética relativa dos cabos para-raios foi considerada igual a 80. A seção transversal da linha utilizada é apresentada na Fig. 4.74 no ponto mínimo de sua catenária.

Inicialmente são avaliadas algumas diferentes configurações de travessias simples, isto é, de apenas um vão, para determinação do comportamento em situação similar ao primeiro caso teste. Em seguida, avalia-se o comportamento das respostas para uma grande travessia. A Fig. 4.75 apresenta o diagrama esquemático básico da travessia simples, que neste caso possui 1200 m de vão. A grande travessia é apre-

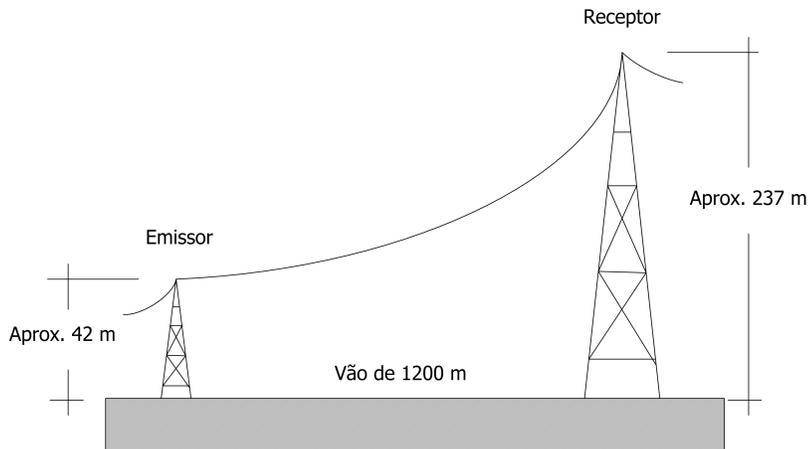


Figura 4.75: Diagrama esquemático de uma travessia simples para LT não convencional

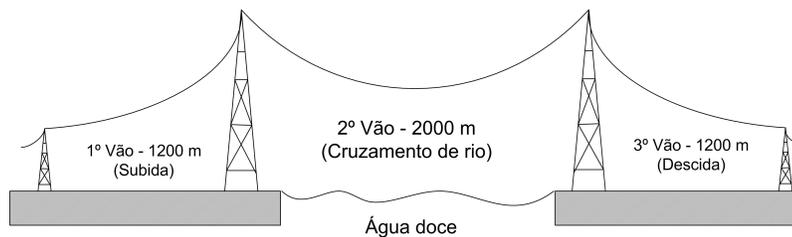


Figura 4.76: Diagrama esquemático de uma grande travessia para LT não convencional

sentada na Fig. 4.76. A travessia margem-a-margem no presente caso é considerada como sendo de 2000 m. A motivação para os grandes comprimentos foi apresentada no primeiro capítulo deste trabalho. O diagrama citado não foi elaborado em escala, sendo meramente ilustrativo, para o melhor entendimento da configuração.

A partir da equação da catenária Eq. (3.1), define-se a altura das torres. Para um valor de  $q = 2500$ , as torres do vão de cruzamento de rio possuem aproximadamente 237 m de altura. As torres da qual partem os condutores de subida e chegam os condutores de descida, conforme indicado na Fig. 4.74, possuem altura aproximada de 42 m.

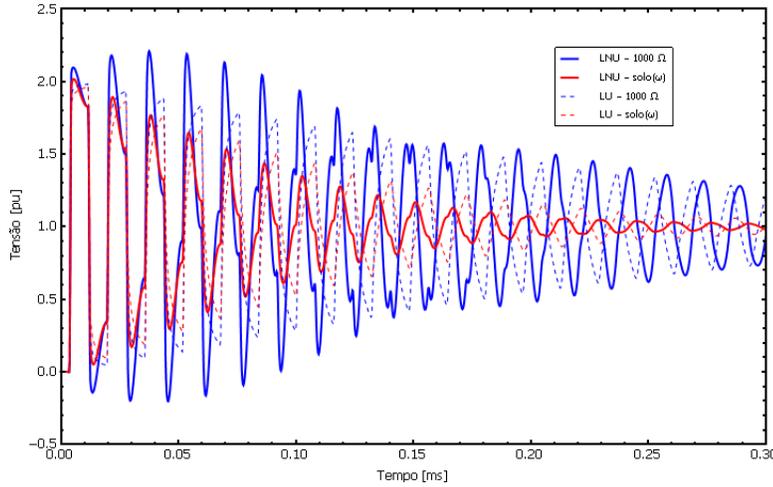


Figura 4.77: Respostas ao degrau da LU e da LNU nas duas configurações de solo

#### 4.6.1 Simulações para as Duas Configurações de LT Não-convencionais

Inicia-se então a avaliação do caso teste por meio de uma travessia simples, com um vão de 1200 m. O procedimento de simulação será análogo ao realizado para os casos anteriores, ou seja, por meio da resposta ao degrau e ao impulso das modelagens uniforme e não-uniforme considerando-se diferentes resistividades para o meio onde há a corrente de retorno.

A modelagem não-uniforme do vão será dada por meio de 40 quadripolos de 30 m cada, ou seja, atendendo a Eq. (3.1). Inicialmente são apresentadas pela Fig. 4.23 as respostas ao degrau das linhas uniformes e não-uniformes, para configurações de solo com resistividade constante e variante na frequência. Em ambos os casos considerou-se  $\rho_s = 1000 \Omega$ .

Já em uma primeira análise, percebe-se que o comportamento é análogo aos casos testes com linhas convencionais. Alguma defasagem também é percebida. Os valores máximos de amplitude para a fase “A” são de 2.01735 p.u. para a configuração não-uniforme de solo variante na frequência e de 2.2098 p.u. para o caso constante. A diferença percentual máxima entre as configurações, neste caso, se aproxima dos 10 %. Além disso, os picos máximos ocorrem em oscilações distintas, o que torna ainda mais evidente a diferença entre as respostas.

A Fig. 4.78 exhibe as curvas de saída para as duas configurações em detalhe. As

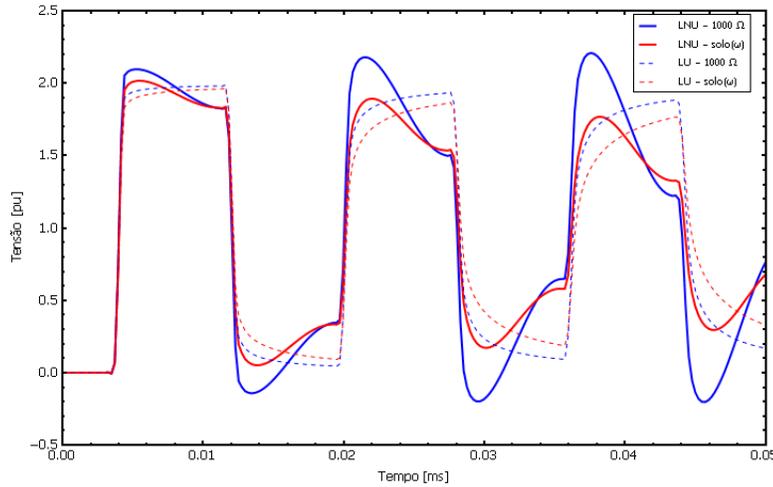


Figura 4.78: Respostas ao degrau da LU e da LNU das duas configurações de solo para travessia simples

respostas para as respectivas linhas uniformes também aparecem, desta vez com as linhas de evolução tracejadas.

Tem-se uma diferença de amplitudes entre as respostas das linhas uniformes e a das não-uniformes, assim como para as duas configurações de solo adotadas, destacando-se com a maior amplitude a configuração não-uniforme de  $1000 \Omega \cdot m$ . A configuração em que se considera o solo variante na frequência atenua consideravelmente as oscilações. Visto que o comportamento da modelagem não-uniforme de uma travessia simples, para uma linha de transmissão não-convencional, é análogo ao da linha convencional, pode-se partir diretamente para a análise do comportamento das respostas para uma grande travessia de linha não-convencional. A Fig. 4.79 exhibe as respostas ao degrau para as modelagens uniforme e não-uniforme da grande travessia, para as duas configurações.

Novamente, evidencia-se um comportamento análogo ao da linha convencional, com destaque para as diferenças nas respostas das duas configurações de solo.

#### 4.6.2 Discussões e conclusões parciais

Nesta seção, verificou-se o comportamento de uma linha não convencional modelada não-uniformemente, para uma comparação com a configuração convencional. As configurações avaliadas foram submetidas à injeção de degrau.

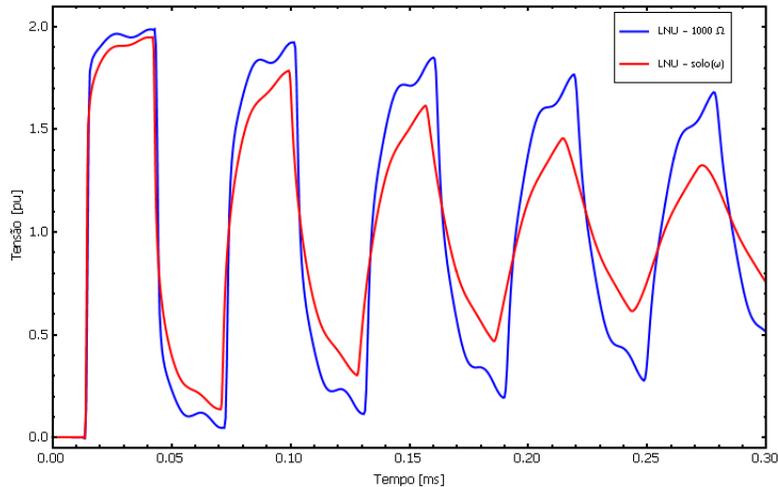


Figura 4.79: Respostas ao degrau da LU e da LNU nas duas configurações de solo para grande travessia

Tanto no caso da travessia simples quanto na grande travessia o comportamento é análogo ao da linha convencional. Neste caso também destaca-se com a maior amplitude a configuração não-uniforme de  $1000 \Omega\cdot\text{m}$ . Em ambas as configurações, a que considera o solo variante na frequência atenua consideravelmente as oscilações, de onde infere-se que esse seja o comportamento típico para tal modelagem.

Assim como para a grande travessia, onde se consideram os três vãos, também para a linha não-convencional, observou-se uma atenuação dos efeitos da modelagem não-uniforme quando comparados com a avaliação individual do vão de subida. Conclui-se que, onde há total simetria da sua geometria, há uma espécie de compensação da variação longitudinal dada a simetria da configuração como um todo. As respostas da modelagem não-uniforme, assim como para a linha convencional, apresentam dois pequenos picos para as oscilações iniciais, como mostra a Fig. 4.79. Novamente, conforme afirmado para o segundo caso teste, percebe-se que as respostas apresentadas pelas primeiras oscilações são muito próximas a combinação linear das respostas de subida e descida.

Face ao concluído para o último caso teste, pode-se realizar uma avaliação geral a partir das simulações realizadas. A próxima seção traz algumas conclusões sobre a efetividade da modelagem não-uniforme frente às diferentes configurações analisadas.

## 4.7 Conclusões Gerais

Simulados os casos testes, pode-se realizar uma avaliação geral da modelagem de linha não-uniforme frente às respostas encontradas. Dentro das condições pré-estabelecidas para os casos testes, pode-se afirmar que o efeito da não-uniformidade é mais evidente para os casos em que se avaliam os vãos individualmente.

A associação de vários vãos associados entre si e a trechos de linha uniforme com comprimentos superiores, acaba por atenuar o efeito da modelagem não-uniforme. Cabe dizer que, dada a teoria envolvida, esse comportamento acaba sendo o esperado, visto que um trecho de maior comprimento terá uma maior influência nos parâmetros da linha.

Uma conclusão importante diz respeito a variação das respostas quando obtidas a partir da avaliação para diferentes tipos de solo. Foi verificado que, quanto maior o valor da resistividade, maior será a atenuação da resposta. A afirmação é válida tanto para o caso uniforme quanto para o não-uniforme. Um exemplo de tal comportamento pode ser notado avaliando-se as Fig. 4.23 e 4.27, que apresentam em detalhe as respostas ao degrau da LU e LNU com P.R., respectivamente, para os três valores de resistividade avaliados no caso teste a que se referem.

Com relação a presença dos cabos para-raios, mesmo eliminada no processo de cálculo, na hipótese em que são considerados solidamente aterrados, pode-se afirmar que ela atenua em parte as oscilações e defasagens percebidas na modelagem não-uniforme. O efeito é ainda percebido com clareza, mas com uma pequena “suavização”. Uma investigação das respostas considerando os para-raios explicitamente representados não foi desenvolvida neste trabalho, sendo um interessante tema para trabalhos futuros.

Assim como para o caso base, os resultados obtidos também para a linha trifásica apresentam similaridade com resultados apresentados na literatura técnica [16, 4, 15]. Novamente a adequação da representação em cascata de quadripolos, também para a modelagem de linha trifásica, é comprovada.

Conclui-se que onde há grande simetria na geometria, ocorre uma espécie de compensação da variação longitudinal na configuração como um todo. Isso é percebido na avaliação do cruzamento de rio, da grande travessia e também para o trecho de linha uniforme associado a duas grandes travessias em suas extremidades. Am-

bos os casos possuem simetria perfeita, o que reduz e muito o efeito da modelagem não-uniforme.

As respostas da modelagem não-uniforme para a grande travessia, por exemplo, apresentam dois pequenos picos para as oscilações iniciais, como notado por exemplo na Fig. 4.63. Foi verificado que essas oscilações ocorrem devido ao sistema e não são frutos de problemas de discretização como Efeitos Gibbs ou “aliasing”. De fato, as respostas apresentadas pelas primeiras oscilações são muito próximas da combinação linear das respostas de subida e descida, conforme afirmado anteriormente.

Por fim, vale dizer que, tanto no caso da travessia simples quanto na grande travessia, o comportamento da linha não-convencional é análogo ao da linha convencional. Neste caso também destacou-se com a maior amplitude a configuração não-uniforme de  $1000 \Omega \cdot m$ . De ambas as configurações, a que considera o solo variante na frequência atenua consideravelmente as oscilações, de onde entende-se ser este um comportamento típico para tal modelagem.

Conclui-se, de toda a avaliação realizada, dentro das hipóteses assumidas para este trabalho e com base nos resultados apresentados, que a modelagem não-uniforme pode vir a ser útil quando utilizada para estudos isolados em um segmento de linha, como por exemplo estudos de coordenação de isolamento, principalmente para casos onde a geometria tenha grande assimetria. Cabe apenas dizer que, para estudos práticos entende-se que a avaliação deve ser mais criteriosa, não sendo o objetivo deste presente trabalho.

# Capítulo 5

## Conclusões e Trabalhos Futuros

### 5.1 Comentários Gerais

A modelagem de linhas transmissão não-uniformes é um assunto muito vasto e ainda não totalmente explorado, dadas as considerações realizadas na modelagem. Principalmente no que tange à área de transitórios eletromagnéticos, existem muitos tópicos relacionados à linha não-uniforme que necessitam de uma investigação mais aprofundada face a importância que o tema vem ganhando nos últimos tempos. No Brasil, o transporte da energia advinda da região Norte, por exemplo, revela diversos desafios como a travessia de longos rios e também vários acidentes geográficos. Um modelo o mais fiel possível da física real do sistema, aliado a um estudo detalhado do seu comportamento elétrico, pode ser decisivo para o sucesso da transmissão em tensões e distâncias cada vez mais elevadas.

Este trabalho trouxe contribuições para o assunto fazendo uma análise sistêmica da linha não-uniforme, avaliando e comparando diversas respostas, além da avaliação de alguns casos testes próximos dos encontrados no sistema elétrico real. É o caso da configuração altamente não-uniforme de uma grande travessia. Apesar disso, o estudo realizado não é exaustivo quanto à não-uniformidade de linhas de transmissão, e alguns tópicos foram identificados como possíveis pontos de melhoria da modelagem. Configurações particulares como as de grandes travessias, principalmente quando possuírem uma geometria assimétrica, devem ser avaliadas de forma criteriosa para aumentar a confiabilidade da operação do sistema em condições de análise para fenômenos rápidos.

## 5.2 Trabalhos Futuros

Um campo de estudos interessante que se apresenta com a modelagem não-uniforme é a possibilidade de inclusão de ramos específicos para estudos de efeito corona. Tais estudos podem ser realizados em diferentes configurações de linha para avaliação do fenômeno com grande detalhamento das não-linearidades presentes no fenômeno, devido à sua inserção em pontos-chave da linha.

Uma investigação das respostas considerando os para-raios explicitamente representados, assim como a conexão dos mesmos com as torres, não foi desenvolvida neste trabalho, sendo um interessante tema para trabalhos futuros. Possivelmente, neste caso seria necessária a utilização da modelagem por eletrodos tridimensionais.

Outra importante análise seria a modelagem da não uniformidade da linha por meio da combinação da associação em cascata de quadripolos com eletrodos cilíndricos. O estudo de tal modelagem seria interessante pois possivelmente proporcionaria uma avaliação mais precisa das extremidades dos vãos das linhas não-uniformes, que possuem ordens de grandeza diferentes para suas distâncias horizontal e vertical, ambas contempladas pelo quadripolo para definição dos parâmetros. A distância vertical possui ordem de grandeza maior para torres com mais de 250 m de altura. Tal situação não é considerada na modelagem realizada pela associação de quadripolos em cascata e poderia ser avaliada possivelmente com mais detalhe utilizando-se a modelagem híbrida quadripolo-eletrodo.

# Referências Bibliográficas

- [1] PORTELA, C., “Recursos Hidroelétricos da Amazônia — Alternativas Não Convencionais para os Troncos de Transmissão”, Seminário, COPPE/UFRJ, Julho 2008.
- [2] CIGRE-BRASIL, “Grandes Travessias em Linhas Aéreas de Transmissão”, Workshop Internacional, Maio 2008.
- [3] EPE, *Programa de Expansão da Transmissão PET – Ciclo 2008-2012*, Tech. rep., Empresa de Pesquisas Energéticas, 2007.
- [4] SEMLYEN, A., “Some Frequency Domain Aspects of Wave Propagation on Nonuniform Lines”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 18, n. 1, pp. 315–322, January 2003.
- [5] WEDEPOHL, L., “Application of matrix methods to the solution of the traveling-wave phenomena in poly-phase systems”, *Proceedings of IEE*, v. 110, n. 12, pp. 2200–2212, 1963.
- [6] DOMMEL, H., “Digital Computer solution of electromagnetic transients in single and multi-phase networks”, *IEEE Trans. on PAS*, v. 88, n. 2, pp. 734–741, April 1969.
- [7] FARIA, J. A. B., “A New Modal Analysis Theory for Multiconductor Nonuniform Transmission-Line Structures: Application to the Analysis of Line Junctions”, *IEEE Transaction on Power Systems*, v. 19, n. 03, pp. 1380–1386, August 2004.

- [8] AMETANI, A., M., A., “Line parameters and transients of a non-parallel conductor system”, *IEEE Trans. on Power Delivery*, v. 4, pp. 1117–1126, 1989.
- [9] SILVA, C. J., *Modelagem de Transformadores para Fenômenos Transitórios Rápidos*, Dissertação de M.Sc., COPPE/UFRJ, 2004.
- [10] FILHO, J. C. S., *Efeito das Descargas Atmosféricas no Desempenho de Linhas de Transmissão - Modelagens nos Domínios do Tempo e da Freqüência*, Ph.D. Thesis, COPPE/UFRJ, 2006.
- [11] SCHELKUNOFF, S. A., *Electromagnetic waves*. D. Van Nostrand Company, New York, 1943.
- [12] NGUYEN, H. V., *Simulation of Lightning surges on Transmission Lines*, Ph.D. Thesis, UBC, 1996.
- [13] MARTINS, T. F. R. D., LIMA, A. C. S., CARNEIRO JR., S., “Modelagem de Linhas de Transmissão por uma cascata de quadripolos”. In: *XVI CBA-Congresso Brasileiro de Automática*, 2006.
- [14] GUSTAVSEN, B., “Admittance-Based Modeling of Transmission Lines by a Folded Line Equivalent”, *IEEE Trans. on Power Delivery*, v. 1, n. 1, pp. 231–239, 2009.
- [15] RAMIREZ, A. I., SEMLYEN, A., , et al., “Modeling Nonuniform Transmission Lines for Time Domain Simulation of Electromagnetic Transients”, *IEEE Trans. on Power Delivery*, v. 18, n. 3, pp. 968–974, 2003.
- [16] GOMEZ, P., MORENO, P., NAREDO, J., “Frequency-domain transient analysis of nonuniform lines with incident field excitation”, *Power Delivery, IEEE Transactions on*, v. 20, n. 3, pp. 2273–2280, July 2005.
- [17] WEDEPOHL, L., *The theory of Natural Modes in Multiconductor Transmission Systems*, Tech. rep., the University of British Columbia, 1997.
- [18] PORTELA, C., *Regimes Transitórios*. COPPE/UFRJ–ELETROBRAS, 1983.

- [19] WEDEPOHL, L. M., INDULKAR, C. S., “Switching overvoltages in long cross-bonded cable systems using the Fourier Transform”, *IEEE Trans. on PAS*, v. PAS-98, pp. 1476–1480, 1979.
- [20] SANTIAGO, N. H. C., *Linhas Aéreas de Transmissão*, Tech. rep., DEE e COPPE/UFRJ, 1983.
- [21] SALARI FILHO, J. C., PORTELA, C., “A Methodology for Electromagnetic Transients Calculation – An Application for the Calculation of Lightning Propagation in Transmission Lines”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 22, pp. 527–536, 2007.
- [22] SALARI FILHO, J. C., *Efeito das Descargas Atmosféricas no Desempenho de Linhas de Transmissão – Modelagens nos Domínios do Tempo e da Frequência*, Tese de doutorado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Dezembro 2006.
- [23] SALARI, J., MPALANTINOS, A., SILVA, J., “Comparative Analysis of 2- and 3-D Methods for Computing Electric and Magnetic Fields Generated by Overhead Transmission Lines”, *Power Delivery, IEEE Transactions on*, v. 24, n. 1, pp. 338–344, Jan. 2009.
- [24] RAMIREZ, A., URIBE, F., “A broad range algorithm for the evaluation of Carson’s integral”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 19, n. 2, pp. 1188–1193, April 2007.
- [25] WILCOX, D. J., “Numerical Laplace Transformation and Inversion”, *International Journal Elect. Eng.*, v. 15, pp. 247–265, 1978.
- [26] WEDEPOHL, L. M., WILCOX, D. J., “Transient analysis of underground power-transmission system – System model and wave propagation characteristics”, *Proceedings of IEE*, v. 120, n. 2, pp. 253–260, 1973.
- [27] PORTELA, C., TAVARES, M., “Modeling, simulation and optimization of transmission lines. Applicability and limitations of some used procedures”. In: *Transmission and Distribution Conference*, 2002, Invited paper.

- [28] PORTELA, C., TAVARES, M., PISSOLATO, J., “Accurate representation of soil behaviour for transient studies”, *IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib.*, v. 150, n. 6, pp. 736–744, November 2003.
- [29] PORTELA, C., “Influence in Lightning Effects of Soil Electromagnetic Behavior in Frequency Domain”. In: *International Conference on Lightning Protection 2002 — ICLP 2002*, v. I, pp. 394–399, Cracow, Poland, Sept. 2002.
- [30] DIAS, R. F. S., *Derivação ou Injeção de Energia em uma Linha de Transmissão de Pouco Mais de Meio Comprimento de Onda por Dispositivos de Eletrônica de Potência*, Tese de doutorado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Março 2008.
- [31] SCHELKUNOFF, S. A., “The Electromagnetic Theory of Coaxial Transmission Line and Cylindrical Shields”, *Bell Syst. Tech J.*, v. 13, pp. 532–579, 1934.
- [32] LIMA, A. C. S., *Transitórios Eletromagnéticos – Notas de aula*. COPPE/UFRJ, 2006, [In Portuguese].
- [33] SEMLYEN, A., DERI, A., “Time domain modelling of Frequency Dependent Three-phase Transmission Line Impedance”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 104, n. 6, pp. 1549–55, June 1985.
- [34] CARSON, J. R., “Ground Return Impedance: Underground Wire with Earth Return”, *Bell System Technical Journal*, v. 8, n. 1, pp. 94–98, 1929.
- [35] LIMA, A. C. S., PORTELA, C., “Inclusion of Frequency-Dependent Soil Parameters in Transmission-Line Modeling”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 22, n. 1, pp. 492–499, Jan. 2007.
- [36] DOMMEL, H., *EMTP Theory Book*. MicroTran Power System Analysis Corporation, 1992.
- [37] MARTINS, T. F. R. D., LIMA, A. C. S., CARNEIRO JR., S., “Effect of approximate impedance formulae on the accuracy of transmission line modelling”, *IET Generation, Transmission & Distribution*, v. 1, pp. 534–539, Jul. 2007.

# Apêndice A

## Teoria de associação de quadripolos

Dadas as características próprias de uma linha de transmissão, pode-se representá-la como um circuito de duas portas ou quadripolos. As equações associadas possuem cada uma duas variáveis independentes e duas variáveis dependentes relacionadas pelos parâmetros elétricos.

Algumas restrições são impostas quando da representação por quadripolos, tais como:

- Devem possuir apenas uma entrada e uma saída, representada por dois pares de terminais, sendo um chamado emissor e o outro, receptor;
- Devem ser passivos, o que exclui a presença de fontes de tensão;
- Devem ser lineares, a fim de que a saída (resposta) tenha a mesma forma que o estímulo aplicado à esquerda, exigindo que as matrizes de impedância  $Z$  e de admitância  $Y$  tenham valores constantes independentes do valor de corrente e de tensão;
- Devem ser bilaterais.

A Fig. A.1 apresenta o diagrama esquemático representativo do quadripolo. Se a tensão e a corrente no emissor do quadripolo, dadas por  $V_E$  e  $I_E$ , forem variáveis independentes, a tensão e a corrente no receptor, dadas por  $V_R$  e  $I_R$ , serão suas variáveis dependentes relacionadas entre si pelos elementos  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$ . A equação (A.1) relaciona as variáveis.

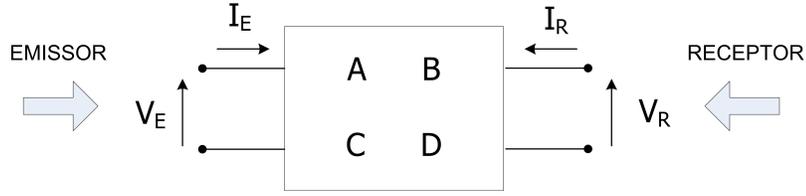


Figura A.1: Quadripolo

$$V_E = A V_R + B I_R \quad (\text{A.1})$$

$$I_E = C V_R + D I_R \quad (\text{A.2})$$

A forma matricial da equação (A.1) é dada por:

$$\begin{pmatrix} V_E \\ I_E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_R \\ I_R \end{pmatrix} \quad (\text{A.3})$$

A expressão acima pode ser generalizada para o caso de uma linha de transmissão multi-fásica. Os elementos do quadripolo tornam-se matrizes simétricas e com expressões similares ao caso monofásico. A equação (A.4) apresenta as expressões do quadripolo para uma linha de transmissão uniforme de comprimento  $\ell$ , onde  $Z_c$  é a matriz de impedância característica,  $\gamma$  é o fator de propagação da linha uniforme.

$$\begin{aligned} A &= \cosh(\gamma \cdot \ell) \\ B &= Z_c \sinh(\gamma \cdot \ell) \\ C &= Z_c^{-1} \sinh(\gamma \cdot \ell) \\ D &= \cosh(\gamma \cdot \ell) \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Para o caso matricial, as expressões envolvendo  $\cosh(\cdot)$  e  $\sinh(\cdot)$  não podem ser tratadas diretamente, devido ao termo exponencial positivo que aparece nesse caso. Com isto há duas possibilidades, utilizando-se da decomposição em autovalores e autovetores, ou a utilização de expressões envolvendo apenas exponenciais negativas, conforme será mostrado adiante nesse trabalho. Convém ainda destacar, que para linhas uniformes modeladas por quadripolos, temos as seguintes relações:

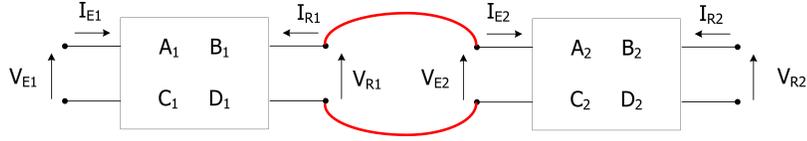


Figura A.2: Associação em cascata de dois quadripolos

$$\begin{aligned}
 A &= D \\
 AD^T - BC &= U
 \end{aligned}
 \tag{A.5}$$

onde  $U$  é a matriz identidade. Essas relações são de grande importância pois quando não atendidas caracterizam a não-uniformidade da linha, como veremos no capítulo seguinte.

Uma das grandes vantagens da representação da linha por quadripolos é que pode-se associá-las a outros equipamentos ou até a outros trechos de linha. Uma dessas formas de associação será em grande parte utilizada neste trabalho, que é a cascata de quadripolos. Essa ferramenta é fundamental para o emprego da técnica conhecida como matrizes em cadeia (“Chain Matrices” ou cascata de quadripolos) [16], conforme veremos no capítulo seguinte.

Para realizar a associação em cascata, como a do exemplo da Fig. A.1, sabe-se da teoria de circuitos elétricos que é necessário realizar a multiplicação das matrizes representativas de cada quadripolo para obtenção de um equivalente de rede, representado pela matriz de transferência.

Analisando-se a Fig. A.2 pode ser facilmente percebido que, para tal associação, a tensão no receptor do primeiro quadripolo, dada por  $V_{R1}$ , é idêntica a do emissor do segundo quadripolo, dada por  $V_{E2}$ , assim como as correntes, sendo apenas opostas. Tal percepção permite realizar algumas substituições. Tem-se então que, no exemplo de dois quadripolos associados, o equacionamento matricial será dado por:

$$\begin{pmatrix} V_{E1} \\ I_{E1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (A_1 A_2 + B_1 C_2) & (A_1 B_2 + B_1 D_2) \\ (C_1 A_2 + D_1 C_2) & (C_1 B_2 + D_1 D_2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{R2} \\ I_{R2} \end{pmatrix}
 \tag{A.6}$$

# Apêndice B

## Cálculo de parâmetros de linhas de transmissão no domínio da frequência

Aqui são apresentadas resumidamente as expressões necessárias para uma representação adequada dos parâmetros elétricos de linhas de transmissão. Deve ser incluído o cálculo do efeito da variação da frequência por meio da inclusão do efeito pelicular nos condutores e no solo. Destaca-se que todas as expressões do capítulo foram utilizadas para desenvolvimento dos casos avaliados nesta dissertação.

Em termos dos parâmetros longitudinais da linha de transmissão, sabe-se que a impedância série  $Z_{(n \times n)}$  é constituída por três parcelas e apresentada na expressão (B.1).

$$Z = Z_{int} + Z_{ideal} + Z_{solo} \quad (\text{B.1})$$

A impedância interna dos condutores é denominada  $Z_{int}$ , a impedância de acoplamento é  $Z_{ideal}$ , considerando-se o solo ideal, e a impedância de retorno pelo solo é  $Z_{solo}$ . A matriz de impedâncias  $Z$  é geralmente representada de acordo com a expressão (B.2)

$$Z = Z_{int} + Z_{ext} \quad (\text{B.2})$$

onde  $Z_{ext} = Z_{ideal} + Z_{solo}$  e representa a impedância externa dos condutores da rede.

Para as linhas de transmissão, sabe-se que os condutores de fase possuem alma de aço e que cabos para-raios são sólidos de ligas de aço. Quando consideram-se os condutores de uma linha de transmissão como sendo cilíndricos, tubulares de raio interno  $r_0$  e raio externo  $r_1$ , de resistividade  $\rho_c$ , e despreza-se o efeito de proximidade a matriz  $Z_{int}$  é diagonal e seus elementos são dados por [31, 32]. A expressão  $Z_{int}$  é apresentada na (B.3).

$$Z_{int_{ii}} = \frac{\eta\rho}{2\pi r_1} \frac{I_0(\eta r_1)K_1(\eta r_0) + K_0(\eta r_1)I_1(\eta r_0)}{I_1(\eta r_1)K_1(\eta r_0) - I_1(\eta r_0)K_1(\eta r_1)} \quad (\text{B.3})$$

onde  $\eta = \sqrt{j\omega\mu_0/\rho_c}$  e  $I_0(\cdot)$ ,  $I_1(\cdot)$ ,  $K_0(\cdot)$  e  $K_1(\cdot)$  são funções modificadas de Bessel de ordem 0 e 1, conforme aponta o índice em cada uma delas.

No caso de condutores sólidos,  $r_0 = 0$ , logo a  $Z_{int}$  é dada pela expressão (B.4).

$$Z_{int_{ii}} = \frac{\eta\rho}{2\pi r_1} \frac{I_0(\eta r_1)}{I_1(\eta r_1)} \quad (\text{B.4})$$

Para a impedância externa, a referência [33] sugere a adoção de um plano de retorno complexo para a representação de solos de resistividade não-nula. Determinam-se as impedâncias externas da rede pelo método das imagens, deslocando-se o plano complexo de uma distância  $p = \sqrt{\rho_{solo}/(j\omega\mu_0)}$  em relação ao plano real. Com isso pode-se obter uma expressão analítica mais simples para o cálculo da impedância externa da rede, que é apresentada pelas expressões (B.5) e (B.6).

$$z_{ext_{ii}} = j\frac{\omega\mu_0}{2\pi} \ln \frac{2(h_i + p)}{r_i} \quad (\text{B.5})$$

$$z_{ext_{ij}} = j\frac{\omega\mu_0}{2\pi} \ln \left( \sqrt{\frac{x_{ij}^2 + (h_i + h_j + 2p)^2}{x_{ij}^2 (h_i - h_j)^2}} \right) \quad (\text{B.6})$$

Na verdade essa técnica aproxima a integral infinita de Carson [34, 35] por uma exponencial simples. São obtidos resultados muito próximos aos encontrados a partir da formulação exata [36, 37].

Em termos dos parâmetros transversais, sabe-se que a admitância em derivação  $Y_{(n \times n)}$  é calculada de maneira mais simples, pois do ponto de vista eletrostático, pode-se afirmar que o ar é um meio ideal e o solo apresenta potencial nulo. A

capacitância de uma linha de transmissão pode ser calculada diretamente dos coeficientes de potencial de Maxwell, também pelo método das imagens. Os elementos da matriz de potenciais são dados pelas expressões (B.7) e (B.8).

$$p_{ii} = \ln \frac{2h_i}{r_i} \quad (\text{B.7})$$

$$p_{ij} = \ln \left( \sqrt{\frac{x_{ij}^2 + (h_i + h_j)^2}{x_{ij}^2 + (h_i - h_j)^2}} \right) \quad (\text{B.8})$$

A matriz de admitância em derivação é dada pela expressão (B.9).

$$Y = j2\pi\epsilon_0\omega P^{-1} \quad (\text{B.9})$$

# Apêndice C

## Decomposição Modal

A equação de onda que descreve um sistema de transmissão de ordem  $n$ , seja ele aéreo ou subterrâneo é dada por:

$$\begin{aligned}\frac{dV}{dx} &= -ZI \\ \frac{dI}{dx} &= -YV\end{aligned}\tag{C.1}$$

A solução em termos da tensão e da corrente pode ser obtida através da substituição direta:

$$\begin{aligned}\frac{d^2V}{dx^2} &= -Z\frac{dI}{dx} = -ZIV \\ \frac{d^2I}{dx^2} &= -Y\frac{dV}{dx} = -YZI\end{aligned}\tag{C.2}$$

A equação acima é a equação de onda de um sistema com  $n$  condutores, onde as matrizes  $Z$  e  $Y$  são de ordem  $n \times n$ . Seja a matriz  $P = ZI$  complexa e cheia, seria interessante, a princípio, lidar com uma forma de representação desacoplada por  $n$  linhas monofásicas equivalentes. Porém, a resolução da (C.2) não é uma tarefa simples dado o acoplamento mútuo entre fases. Este processo pode ser simplificado pelo uso de transformações modais, proposto por [17], onde é realizado o desacoplamento dos modos de propagação, trantando-os individualmente como uma linha monofásica. Ou seja, desta forma a solução de um sistema de ordem  $n$  nada mais será que a solução de  $n$  sistemas independentes.

Seja uma transformação matricial do tipo:

$$\begin{aligned}
V &= T_V V_m \\
I &= T_I I_m
\end{aligned}
\tag{C.3}$$

Onde  $T_V$  e  $T_I$  são matrizes cheias, complexas de posto  $n$  e não dependem do comprimento do circuito, e  $V_m$  e  $I_m$  são chamados de tensões e correntes modais respectivamente.

Aplicando-se a proposição (C.2) em (C.3), tem-se para as equações de tensão e corrente:

$$\begin{aligned}
\frac{d^2(T_V V_m)}{dx^2} &= P T_V V_m \\
\frac{d^2 V_m}{dx^2} &= T_V^{-1} P T_V V_m
\end{aligned}
\tag{C.4}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d^2(T_I I_m)}{dx^2} &= P^T T_I I_m \\
\frac{d^2 I_m}{dx^2} &= T_I^{-1} P^T T_I I_m
\end{aligned}
\tag{C.5}$$

Onde  $T_V$  é a matriz de autovetores de tensão e  $T_I$  é a matriz de autovetores da corrente e, exceto em casos bem simples, são matrizes distintas. A relação entre as matrizes de transformação é relativamente simples. Transpondo a matriz  $P^T$  a partir das equações de tensão e de corrente, tem-se:

$$\begin{aligned}
P &= T_V \Lambda T_V^{-1} \\
P &= (T_I^T)^{-1} \Lambda T_I^T
\end{aligned}
\tag{C.6}$$

Comparando-se estes resultados, pode-se obter a relação entre as matrizes de transformação:

$$T_I = (T_V^T)^{-1}
\tag{C.7}$$

Logo para que o sistema seja desacoplado será necessário apenas que:

$$T_I^{-1} P^T T_I = T_V^{-1} P T_V = \Lambda
\tag{C.8}$$

Onde  $\Lambda$  é uma matriz com elementos diagonais  $\lambda_{ii}$  não nulos. Tal procedimento traduz-se como a representação da matriz produto  $P$  pela decomposição em autovalores e autovetores.

Comparando-se as equações da propagação das tensões e das correntes modais pode-se perceber que a representação possui a forma desacoplada, ou seja, um sistema de  $n$ -fases agora está representado em  $n$  sistemas monofásicos. No caso de linhas monofásicas, tem-se:

$$\begin{aligned}\frac{d^2v}{dx^2} &= \gamma^2v \\ \frac{d^2i}{dx^2} &= \gamma^2i\end{aligned}\tag{C.9}$$

Onde  $v$  e  $i$  são, respectivamente, as tensões e correntes na linha monofásica e  $\gamma$  é o fator de propagação, pois a solução de (C.9) implica na propagação de ondas de tensão associadas a um fator  $\exp(-\gamma x)$  e  $\exp(\gamma x)$ , sendo  $x$  a distância de deslocamento da onda (positiva para onda progressiva e negativa para onda regressiva). Infere-se que:

$$\gamma_i = \sqrt{\lambda_{ii}}\tag{C.10}$$

O termo  $\gamma_i$  é conhecido como fator de propagação do modo  $i$ , ou fator de propagação modal, onde:

$$\gamma_i = \sqrt{Z_{m_i} Y_{m_i}}\tag{C.11}$$

Os termos  $Z_{m_i}$  e  $Y_{m_i}$  são a impedância por unidade de comprimento e a admitância por unidade de comprimento do modo  $i$ . O fator de propagação modal pode ser obtido diretamente da decomposição em autovetores e autovalores da matriz produto  $P$ , sem que seja necessário obter as impedâncias e admitâncias nodais por unidade de comprimento. Destaca-se que os autovalores da matriz  $P$  são os mesmos da matriz  $P^T$ , mas não necessariamente os autovetores.

Através de (C.11) pode-se calcular o amortecimento e a velocidade em cada modo:

$$\text{Amortecimento} = \text{Re}(\gamma_i) \quad (\text{C.12})$$

$$\text{Velocidade} = \frac{2\pi f}{\text{Im}(\gamma_i)} \quad (\text{C.13})$$

Pode-se então analisar as características de cada modo de propagação, onde a admitância característica e o fator de propagação do modo  $i$  serão dados por:

$$Y_{c_m} = Z_{m_i}^{-1} \sqrt{Z_{m_i} Y_{m_i}} \quad (\text{C.14})$$

$$H_m = \exp(-\gamma_i x) \quad (\text{C.15})$$

Através das matrizes de transformação pode-se realizar a transposição entre os domínio de fase e modal, conforme expressões a seguir:

$$\begin{aligned} H &= TH_m T^{-1} \\ Y_c &= TY_{c_m} T^T \end{aligned} \quad (\text{C.16})$$

# Apêndice D

## Transformada Numérica de Laplace

Seja  $f(t)$  uma função no domínio do tempo e que  $F(s)$  seja sua representação no domínio de Laplace. A Transformada Inversa de Laplace é dada por [4, 16]:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} F(s) e^{st} ds \quad (\text{D.1})$$

onde  $s = c + j\omega$ , sendo  $\omega$  a frequência angular e  $c$  uma constante real e positiva.

A equação (D.1) pode ser expressa de outra forma:

$$f(t) = \frac{e^{ct}}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(c + j\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (\text{D.2})$$

A equação (D.2) indica que a Transformada de Laplace de  $f(t)$  pode ser tratada como a Transformada de Fourier da função amortecida  $f(t) e^{-ct}$ , e pode ser aproximada numericamente pela (D.3), apresentada na sequência.

$$f(t) = \frac{e^{cn\Delta t}}{\Delta t} \left[ \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} F(k) \sigma k^{\frac{2\pi jkn}{N}} \right], \quad n = 0, 1, \dots, N - 1 \quad (\text{D.3})$$

onde  $N$  é o número de amostras de tempo e de frequência,  $\delta t$  é o intervalo de amostragem,  $\Delta\omega = \frac{2\pi}{N\Delta t}$ ,  $f(n) = f(n\Delta)$ ,  $F(k) = F(c + jk\Delta\omega)$  e  $\sigma(k)$  é a função de amortecimento.

O termo dentro dos colchetes corresponde à Transformada Inversa Discreta de Fourier. O tempo máximo de observação para  $f(t)$  é dado pela seguinte expressão:

$$T = N\Delta t \quad (\text{D.4})$$

A função de amortecimento  $\sigma(k)$  é usada para atenuação do efeito Gibbs produzido pelo truncamento da faixa de frequências de interesse. Há uma gama de modelos para sua implementação. Neste trabalho utiliza-se a forma de Hamming, apresentada pela expressão a seguir:

$$\sigma(k) = \frac{\sin\left(\frac{\pi j}{2}\right)}{\frac{\pi j}{2}} \quad (\text{D.5})$$

De acordo com a expressão (D.3), a função  $F(k)$  é avaliada como uma constante no intervalo  $[k, k + 1]$ , o que resulta em um aspecto quadrado de sua resposta no domínio do tempo. A função do termo laplaciano  $c$  é exatamente a de alisar o sinal  $f(t)$ , de modo a atenuar a aproximação feita no domínio da frequência. Muitos autores utilizam critérios próprios para a definição de  $c$ . Neste trabalho, adota-se o critério proposto por [17].

$$c = -\frac{\ln(0.001)}{T} \quad (\text{D.6})$$

# Apêndice E

## Resultados Complementares

Aqui são apresentados os resultados complementares às análises realizadas no capítulo 3, ou seja, as respostas em frequência dos termos próprios e mútuos da  $Y_{nodal}$ , avaliando-se seus módulos e fases, assim como as respostas dos autovalores associados. Percebe-se um comportamento muito parecido entre as diversas modelagens não-uniformes (02,03, 05, 10 e 40 quadripolos). Tal comportamento não ocorre caso a análise se direcione à injeção de sinais. Na seção 3.5 do referido capítulo há uma discussão sobre os resultados de uma maneira geral.

Da Fig. E.1 até E.20 são apresentadas as repostas em frequência dos termos próprios e mútuos da matriz  $Y_{nodal}$  para as modelagens não-uniformes de 02,03, 05, 10 e 40 quadripolos. Para todas as figuras, as linhas em “azul marinho” tratam da modelagem uniforme, enquanto a não-uniforme é dada por “magenta” e “dourado”, sendo os módulos e fases dos termos  $Y_{11}$  e  $Y_{22}$ , respectivamente, no caso dos próprios, e  $Y_{12}$  e  $Y_{21}$ , no caso dos mútuos.

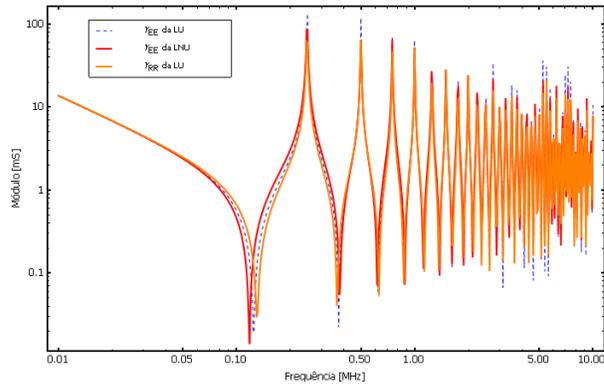


Figura E.1: Módulo dos termos próprios 02 quad (LU x LNU)

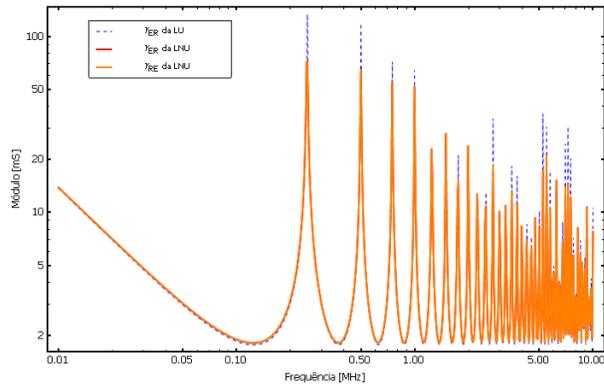


Figura E.2: Módulo dos termos mútuos 02 quad (LU x LNU)

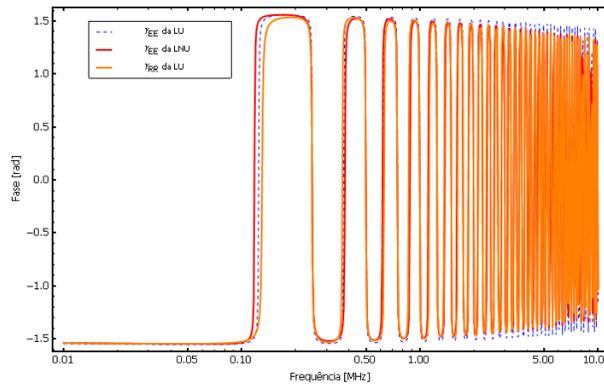


Figura E.3: Fase dos termos próprios 02 quad (LU x LNU)

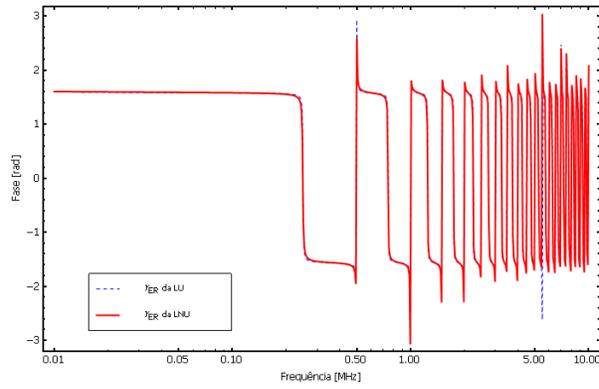


Figura E.4: Fase dos termos mútuos 02 quad (LU x LNU)

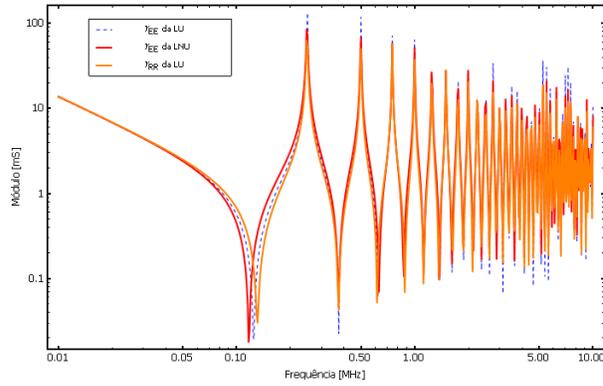


Figura E.5: Módulo dos termos próprios 03 quad (LU x LNU)

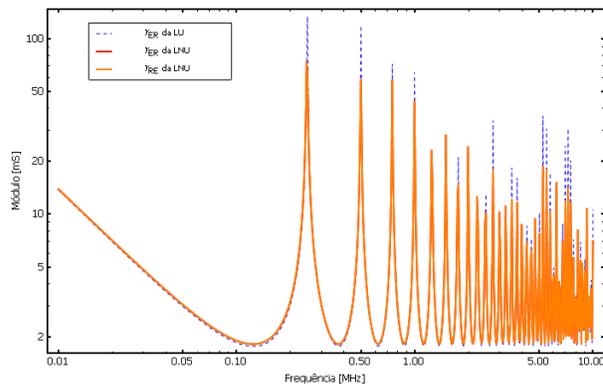


Figura E.6: Módulo dos termos mútuos 03 quad (LU x LNU)

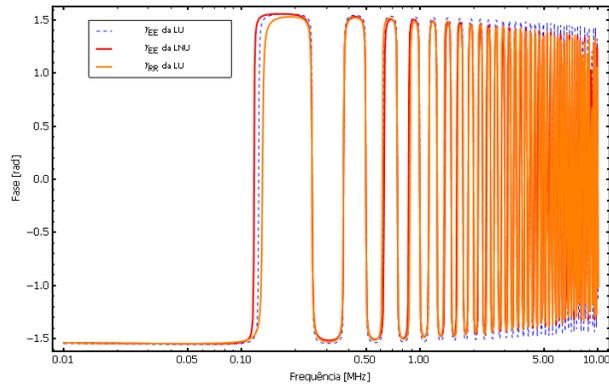


Figura E.7: Fase dos termos próprios 03 quad (LU x LNU)

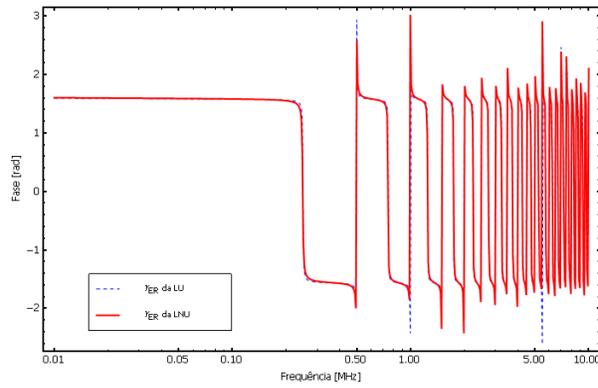


Figura E.8: Fase dos termos mútuos 03 quad (LU x LNU)

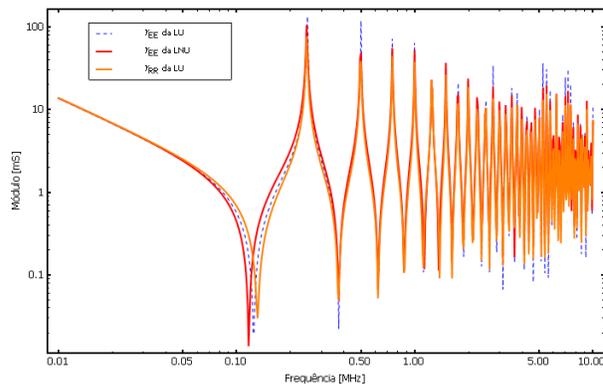


Figura E.9: Módulo dos termos próprios 05 quad (LU x LNU)

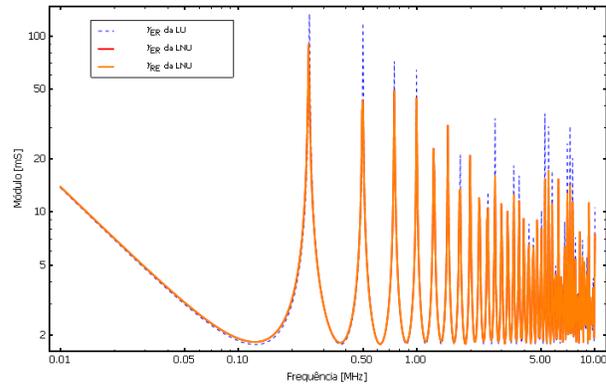


Figura E.10: Módulo dos termos mútuos 05 quad (LU x LNU)

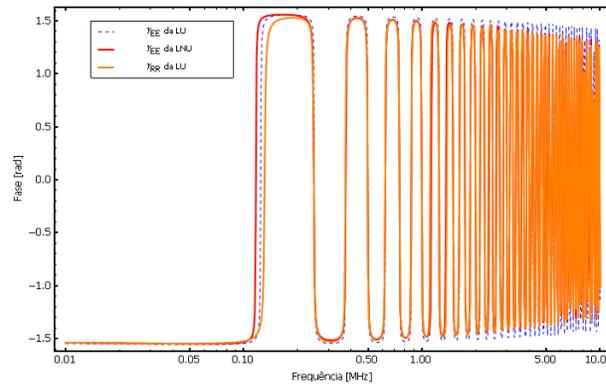


Figura E.11: Fase dos termos próprios 05 quad (LU x LNU)

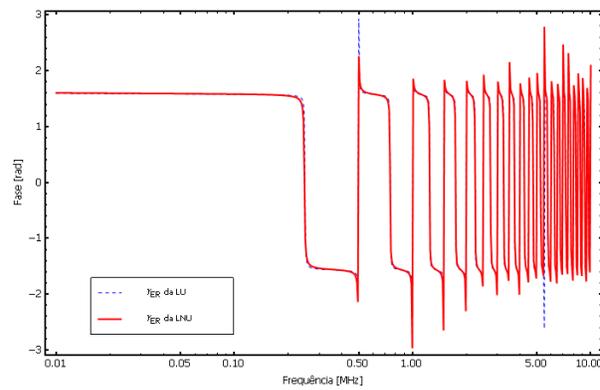


Figura E.12: Fase dos termos mútuos 05 quad (LU x LNU)

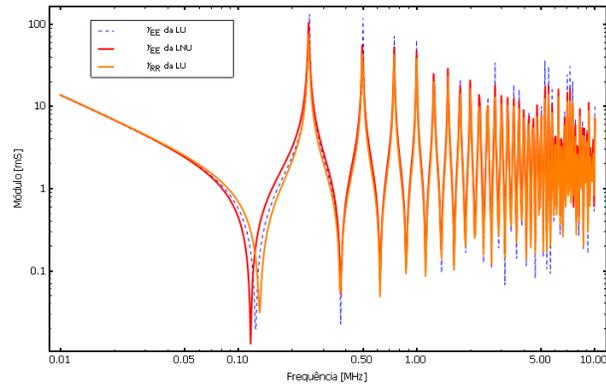


Figura E.13: Módulo dos termos próprios 10 quad (LU x LNU)

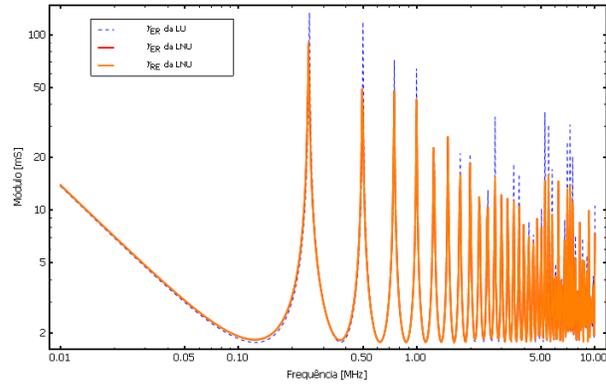


Figura E.14: Módulo dos termos mútuos 10 quad (LU x LNU)

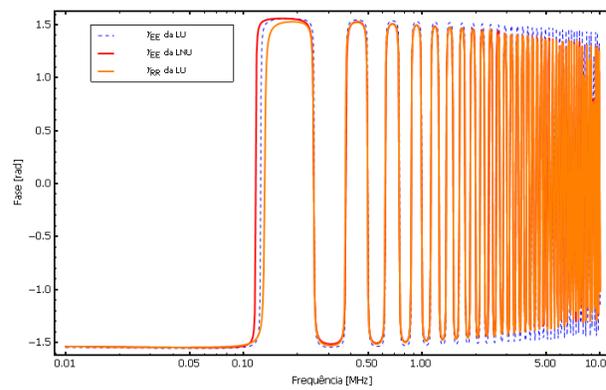


Figura E.15: Fase dos termos próprios 10 quad (LU x LNU)

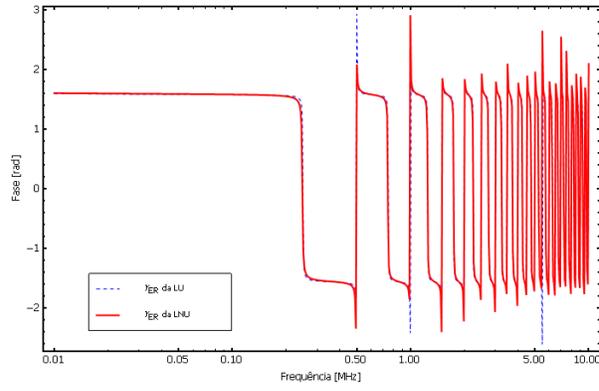


Figura E.16: Fase dos termos mútuos 10 quad (LU x LNU)

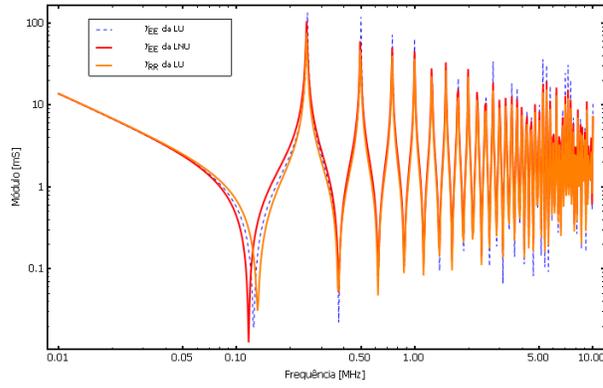


Figura E.17: Módulo dos termos próprios 40 quad (LU x LNU)

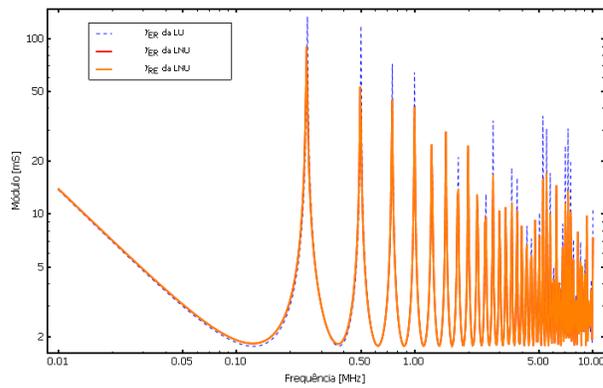


Figura E.18: Módulo dos termos mútuos 40 quad (LU x LNU)

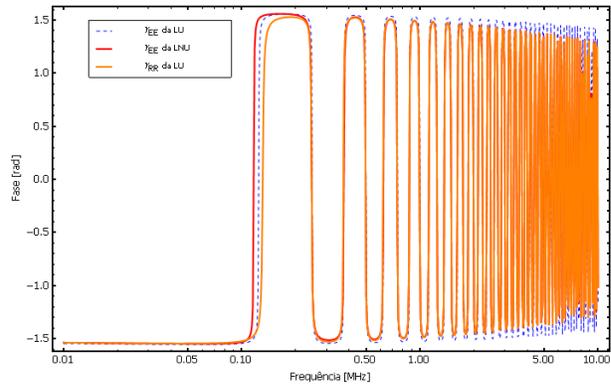


Figura E.19: Fase dos termos próprios 40 quad (LU x LNU)

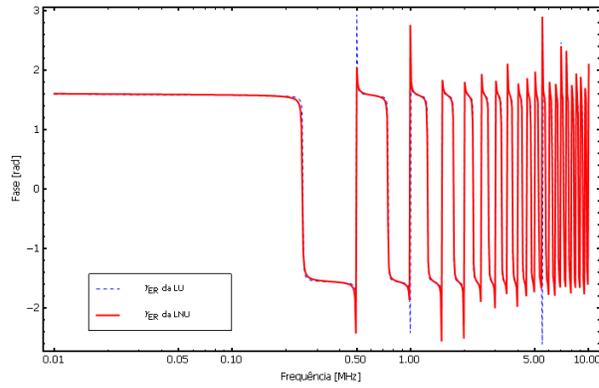


Figura E.20: Fase dos termos mútuos 40 quad (LU x LNU)

Da Fig. E.21 até E.40 são apresentadas as repostas em frequência dos módulos e fases dos autovalores associados para as modelagens não-uniformes de 02, 03, 05, 10 e 40 quadripolos. Para todas as figuras as respostas em “azul marinho” tratam da modelagem uniforme, enquanto a não-uniforme é dada por “magenta”.

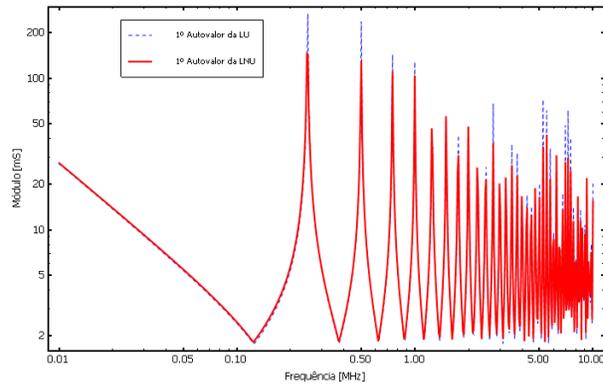


Figura E.21: Módulo do primeiro autovalor 02 quad (LU x LNU)

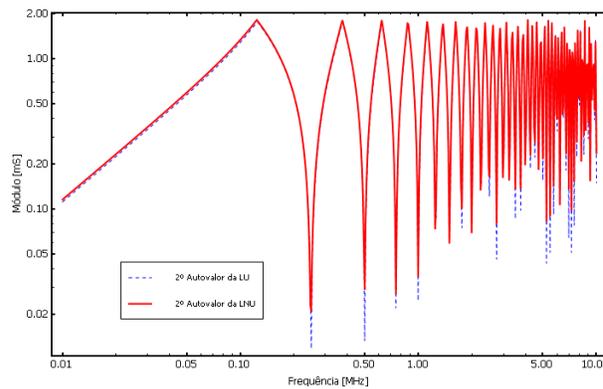


Figura E.22: Módulo do segundo autovalor 02 quad (LU x LNU)

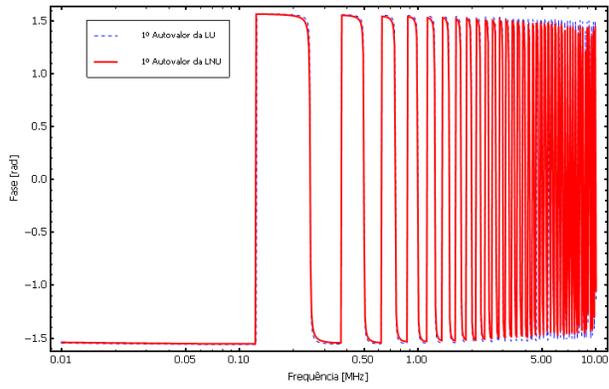


Figura E.23: Fase do primeiro autovalor 02 quad (LU x LNU)

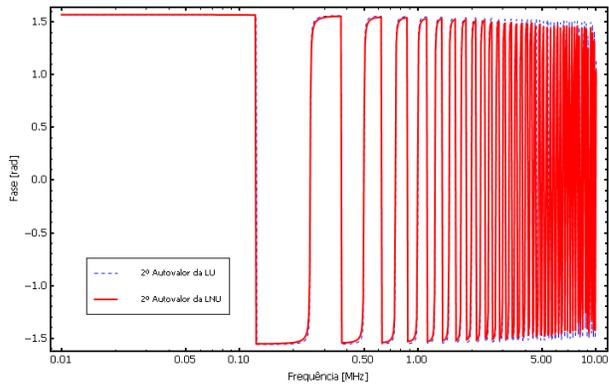


Figura E.24: Fase do segundo autovalor 02 quad (LU x LNU)

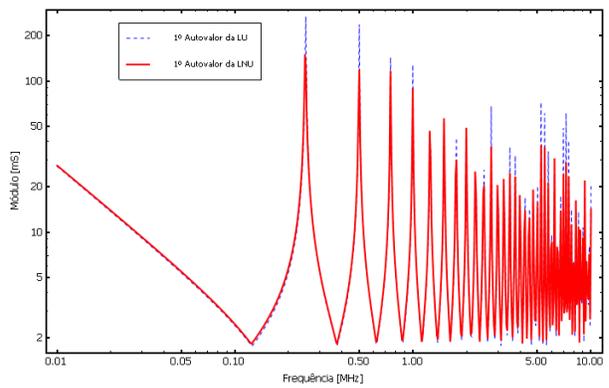


Figura E.25: Módulo do primeiro autovalor 03 quad (LU x LNU)

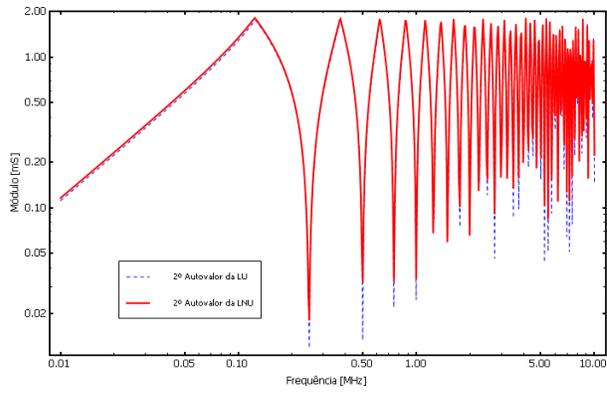


Figura E.26: Módulo do segundo autovalor 03 quad (LU x LNU)

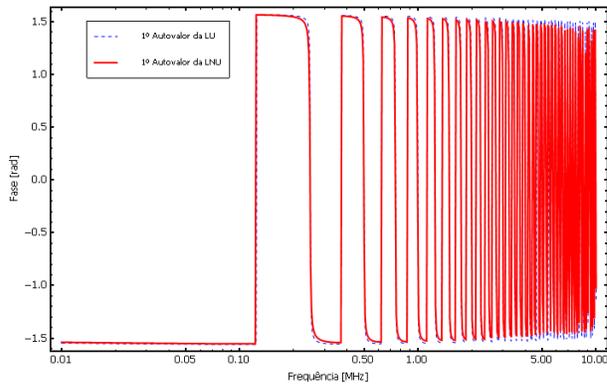


Figura E.27: Fase do primeiro autovalor 03 quad (LU x LNU)

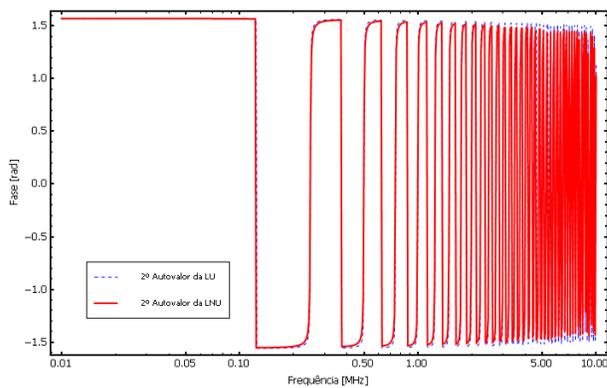


Figura E.28: Fase do segundo autovalor 03 quad (LU x LNU)

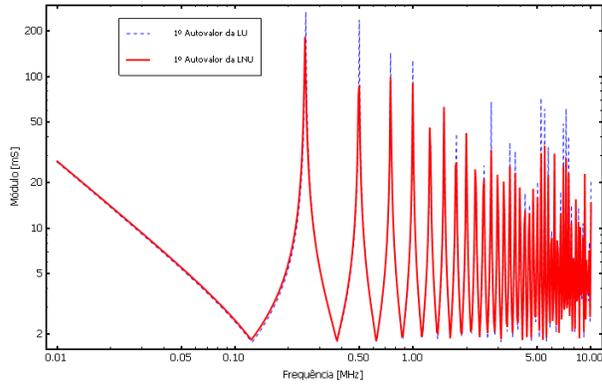


Figura E.29: Módulo do primeiro autovalor 05 quad (LU x LNU)

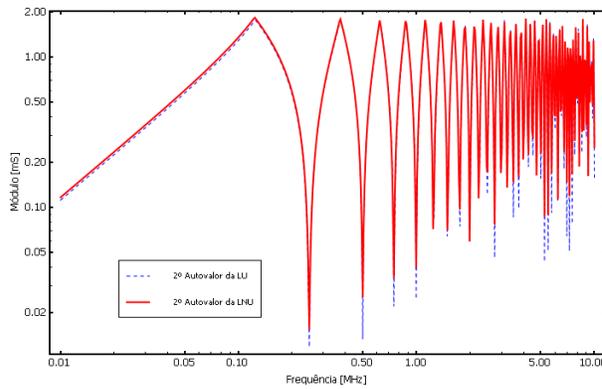


Figura E.30: Módulo do segundo autovalor 05 quad (LU x LNU)

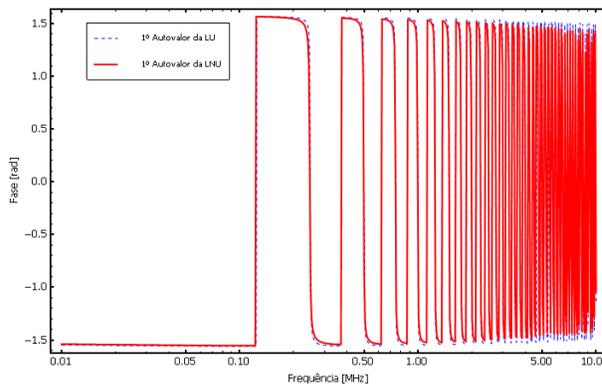


Figura E.31: Fase do primeiro autovalor 05 quad (LU x LNU)

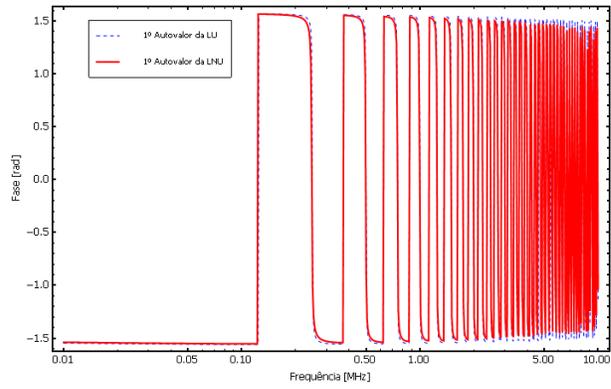


Figura E.32: Fase do segundo autovalor 05 quad (LU x LNU)

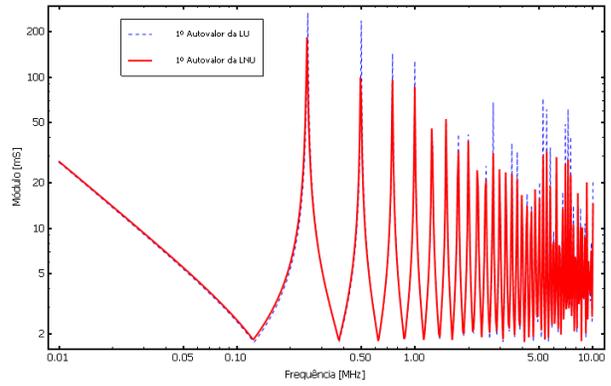


Figura E.33: Módulo do primeiro autovalor 10 quad (LU x LNU)

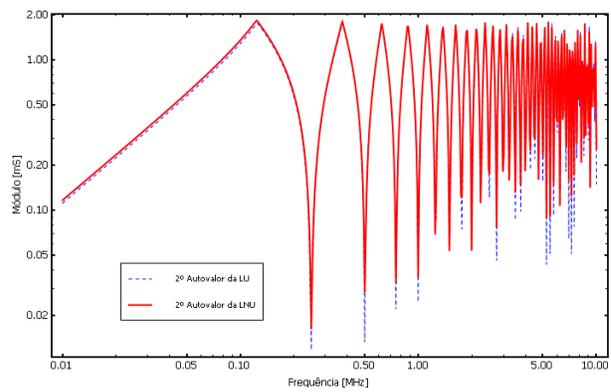


Figura E.34: Módulo do segundo autovalor 10 quad (LU x LNU)

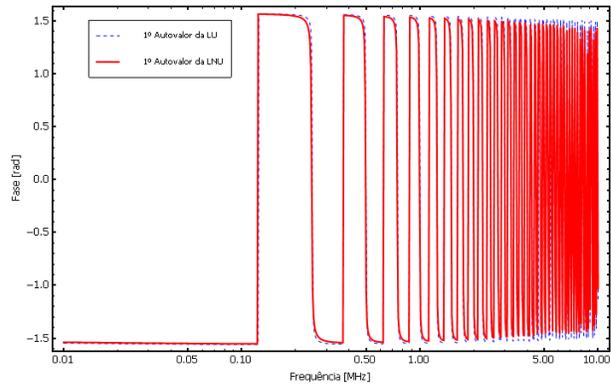


Figura E.35: Fase do primeiro autovalor 10 quad (LU x LNU)

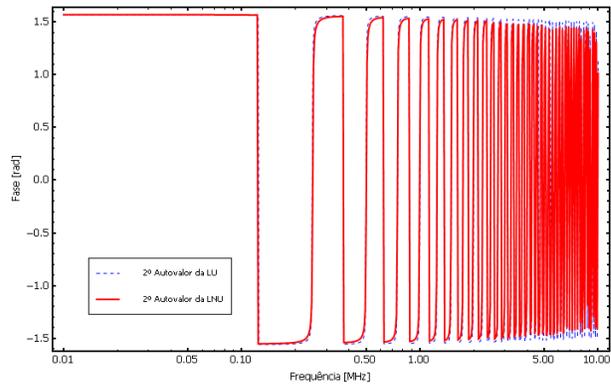


Figura E.36: Fase do segundo autovalor 10 quad (LU x LNU)

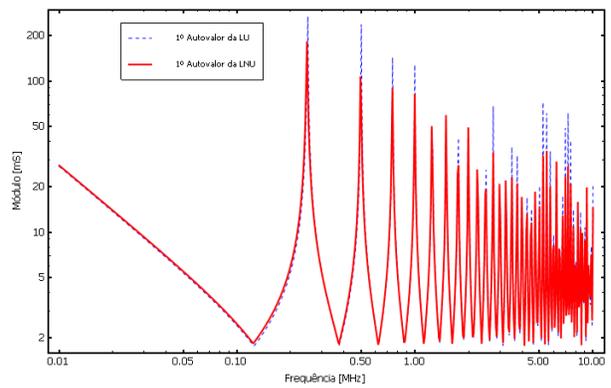


Figura E.37: Módulo do primeiro autovalor 40 quad (LU x LNU)

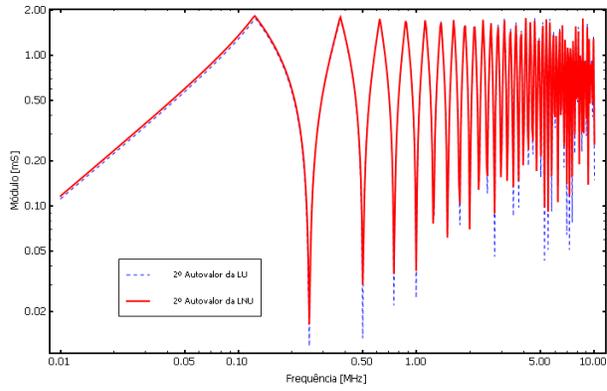


Figura E.38: Módulo do segundo autovalor 40 quad (LU x LNU)

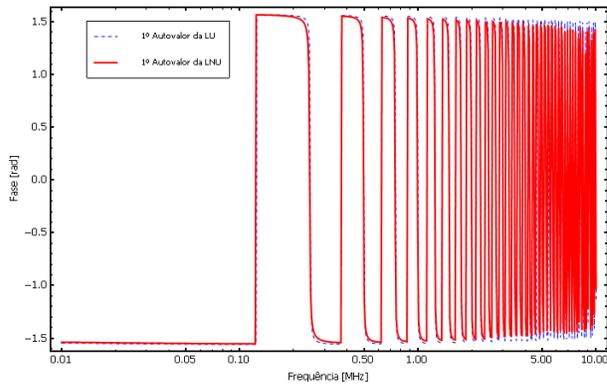


Figura E.39: Fase do primeiro autovalor 40 quad (LU x LNU)

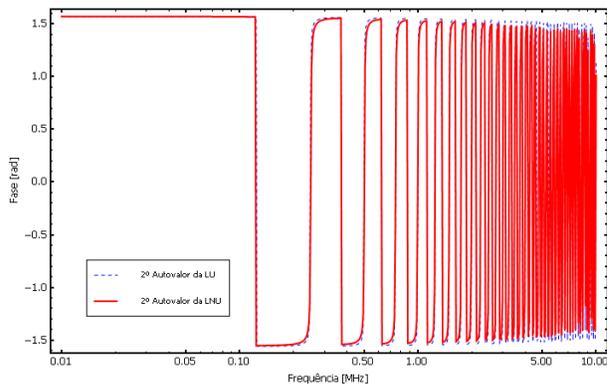


Figura E.40: Fase do segundo autovalor 40 quad (LU x LNU)