

SIMULAÇÃO TERMO-ELETROMAGNÉTICA DE TUBO SUPERCONDUTOR PARA  
UM LIMITADOR DE CORRENTE

Eduardo Souza Motta

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS  
PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE  
FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS  
PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA  
ELÉTRICA.

Aprovada por:

---

Prof. Rubens de Andrade Júnior, D.Sc.

---

Prof. Richard Magdalena Stephan, Dr.-Ing.

---

Prof. Antonio Carlos Siqueira de Lima, D.Sc.

---

Dr. Alexander Polasek, D.Sc.

---

Prof. Roberto Nicolsky, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

MARÇO DE 2007

MOTTA, EDUARDO SOUZA

Simulação Termo-eletromagnética de Tubo Supercondutor para um Limitador de Corrente [Rio de Janeiro] 2007

XI, 103p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, M.Sc., Engenharia Elétrica, 2007)

Dissertação – Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE

1. Supercondutividade
  2. Limitação de corrente de curto-circuito
- I. COPPE/UFRJ II. Título (série)

## DEDICATÓRIA

À minha filha Bárbara Vieira Motta.

## AGRADECIMENTOS

Aos meus familiares, em especial ao meu pai Winston Rodrigues Motta e minha mãe Maria da Glória Souza Motta, pela educação a mim ministrada e total incentivo na continuidade dos meus estudos.

Aos meus orientadores Richard Magdalena Stephan e Rubens de Andrade Júnior, pelos ensinamentos repassados e ajudas providenciais.

Às Indústrias Nucleares do Brasil, pela liberação e incentivo à continuidade dos meus estudos. Em especial aos meus superiores, os engenheiros eletricitas Samuel Fayad Filho e Arlindo Coelho Fragoso Júnior, que viabilizaram a conclusão desse trabalho.

Aos meus amigos, mesmo aqueles que não compreendem o porque do meu esforço acadêmico demasiado. Em especial aos meus amigos da área acadêmica, Leonardo de Almeida Matos Moraes, Felipe José da Costa Padilha e Guilherme Gonçalves Sotelo.

À Fernanda Rosa Vieira pelo o apoio e dedicação à minha filha.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

SIMULAÇÃO TERMO-ELETROMAGNÉTICA DE TUBO SUPERCONDUTOR PARA  
UM LIMITADOR DE CORRENTE

Eduardo Souza Motta

Março/2007

Orientadores: Rubens de Andrade Júnior  
Richard Magdalena Stephan

Programa: Engenharia Elétrica

Com o crescimento dos sistemas elétricos de potência, isto é, introdução de novas unidades geradoras, e interconexão das redes, ocorre a elevação dos níveis de curto-circuito. A utilização de dispositivos de limitação de corrente de curto-circuito é a solução técnica deste problema. Dentre eles, destaca-se o limitador supercondutor resistivo.

Este trabalho teve como objetivo deduzir analiticamente e numericamente os perfis de densidade de corrente, campo magnético e campo elétrico (e conseqüentemente a dissipação de potência) de um limitador de corrente supercondutor transportando uma corrente senoidal. Analisou-se também a influência da variação da temperatura do sistema no comportamento eletromagnético do supercondutor.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M. SC)

THERMAL-ELECTROMAGNETIC SIMULATION OF A SUPERCONDUCTOR TUBE  
FOR A FAULT CURRENT LIMITER

Eduardo Souza Motta

March/2007

Advisors: Rubens de Andrade Júnior  
Richard Magdalena Stephan

Department: Electrical Engineering

With the growing of the power systems, i.e., the introduction of new energy sources, and the interconnection of the power systems, the short circuit levels increase. Fault current limiters (FCL) are the technical solution of this problem. Among different types of FCL's, one of the most promising is the resistive superconductor FCL.

This work has the objective to deduce analytically and numerically the shapes of current density, magnetic field and electric field (and consequently the loss) of a resistive superconductor limiter transporting a sinusoidal current. The influence of the variation of the system temperature in the electromagnetic behavior of the superconductor was analyzed.

## ÍNDICE:

1. Introdução .....	1
1.1. Motivação .....	1
1.1.1. Status atual do sistema elétrico brasileiro com enfoque no estado do Rio de Janeiro .....	2
1.1.2. Possíveis soluções para a limitação de corrente de curto-circuito .....	2
1.1.3. Limitador de corrente de curto-circuito supercondutor resistivo .....	3
1.1.4. Status da pesquisa desenvolvida no Laboratório de Aplicações de Supercondutores, LASUP – COPPE/UFRJ .....	5
1.1.5. Relevância do trabalho proposto .....	5
1.2. Objetivo .....	5
1.3. Estrutura do texto .....	6
2. A supercondutividade .....	8
2.1. Introdução histórica .....	8
2.2. Supercondutor do Tipo I .....	9
2.3. Supercondutor do tipo II .....	13
2.3.1. Campo Elétrico gerado pelo movimento dos fluxóides .....	16
2.3.2. Modelo de Bean .....	18
2.3.3. Modelo de Kim .....	23
2.3.4. Modelo de Anderson-Kim .....	28
3. Solução analítica para um cilindro supercondutor pelo modelo de Bean .....	32
3.1. Primeira variação de corrente de zero até $I_{max}$ .....	33
3.2. Variação de corrente de $I_{max}$ até $-I_{max}$ .....	37
3.3. Variação de corrente de $-I_{max}$ até $I_{max}$ .....	39
4. Solução numérica para um tubo supercondutor pelo modelo de Bean .....	41
4.1. Resultados obtidos pelas simulações numéricas .....	45
5. Solução numérica para um tubo supercondutor pelo modelo de Kim .....	60
5.1. Resultados obtidos pelas simulações numéricas .....	63
6. Influência da temperatura no comportamento do supercondutor pelo modelo de Bean .....	69
6.1. Resultados obtidos pelas simulações numéricas .....	70
7. Conclusões e considerações finais .....	78
Referências .....	80
Anexos .....	83
Anexo A – Algoritmo de simulação de um tubo supercondutor infinito pelo modelo de Bean .....	83
Anexo B - Algoritmo de simulação de um tubo supercondutor infinito pelo modelo de Kim .....	88
Anexo C - Algoritmo de simulação de um tubo supercondutor finito pelo modelo de Bean considerando a variação de temperatura .....	93
Anexo D – Experimentos efetuados .....	99

## ÍNDICE DE FIGURAS:

Figura 2.1 Diagrama de fases de um supercondutor em função da sua temperatura e campo magnético aplicado.....	9
Figura 2.2. Placa supercondutora infinita na presença de um campo magnético constante.....	10
Figura 2.3. Densidade de fluxo magnético(a) e corrente de blindagem (b) em uma placa supercondutora infinita (Figura 2.2).....	12
Figura 2.4. Representação de um fluxóide, sendo $\vec{H}_A$ o campo externo aplicado e $I$ a corrente de blindagem.....	14
Figura 2.5. Foto da rede de Abrikosov, extraído de [10].	15
Figura 2.6. Diagrama de fases dos supercondutores do tipo I e II, onde $H_A$ é o campo aplicado e $T$ a temperatura.....	16
Figura 2.7. Fluxóide em um supercondutor sendo percorrido pela densidade de corrente $\vec{J}$ .....	17
Figura 2.8. Placa supercondutora infinita na presença de um campo magnético uniforme na direção $y$ , estando a origem das coordenadas cartesianas no meio da placa.....	20
Figura 2.9. Perfil do campo magnético e densidade de corrente em uma placa supercondutora aplicando-se a intensidade de campo magnético $\vec{H}_A$ .....	22
Figura 2.10. Perfil da intensidade de campo magnético e densidade de corrente em uma placa supercondutora anulando-se o campo magnético $\vec{H}_A$ .....	23
Figura 2.11. Curvas da campo magnético no interior de um tubo de pó de Nb prensado em função do campo magnético externo aplicado (campos em kG, sistema CGS), extraído [15].	24
Figura 2.12. Aplicação da lei de Ampère para dedução de $J(B)$ .....	25
Figura 2.13. Relação entre a densidade de corrente e o campo magnético aplicado em um tubo supercondutor em várias temperaturas, extraído de [17].	27
Figura 2.14. Relação entre o campo elétrico e a densidade de corrente para um supercondutor de alta temperatura, extraído de [23].	30
Figura 2.15. Relação entre o campo elétrico e a densidade de corrente para um tubo supercondutor MCP BSCCO 2212 para quatro temperaturas distintas, extraído de [24].	31
Figura 3.1. Cilindro supercondutor de raio $R$ sendo percorrido por uma corrente $i(t)$ .....	32
Figura 3.2. Distribuição da corrente e campo magnético no cilindro supercondutor conduzindo o primeiro montante da corrente senoidal $i(t)$ .....	34
Figura 3.3. Dissipação de potência [W] por unidade de comprimento [m] para um cilindro supercondutor com $J_C=400A/cm^2$ , $R=3,6mm$ , $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{sen}(120\pi t)$ e variação de corrente de zero a $I_{max}$ .....	36
Figura 3.4. Dissipação média de potência [W] por unidade de comprimento [m] para um cilindro supercondutor com $J_C=400A/cm^2$ , $R=3,6mm$ e $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{sen}(\omega t)$ .....	37
Figura 3.5. Distribuição da corrente e campo magnético no cilindro supercondutor conduzindo com $i(t)$ variando de $I_{max}$ até $-I_{max}$ .....	38
Figura 3.6. Dissipação de potência [W] por unidade de comprimento [m] para um cilindro supercondutor com $J_C=400A/cm^2$ , $R=3,6mm$ , $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{sen}(120\pi t)$ e variação de corrente de $I_{max}$ a $-I_{max}$ .....	39
Figura 4.1. Representação gráfica da divisão em cascas do tubo supercondutor.....	41
Figura 4.2. Distribuição da corrente no tubo supercondutor [A] para um tubo supercondutor infinito, $J_C=400 A/cm^2$ , $R=3,6 mm$ , $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{sen}(120\pi t)$ e tempo de simulação de 1/4 de ciclo. A corrente imposta multiplicada por 16E4 foi inserida na posição do raio mais interno como referência.....	45

Figura 4.3. Campo magnético no tubo supercondutor [T] para um tubo supercondutor infinito, $J_c=400 \text{ A/cm}^2$ , $R=3,6 \text{ mm}$ , $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$ e tempo de simulação de 1/4 de ciclo. ....	46
Figura 4.4. Campo elétrico no tubo supercondutor [V/m] para um tubo supercondutor infinito, $J_c=400 \text{ A/cm}^2$ , $R=3,6 \text{ mm}$ , $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$ e tempo de simulação de 1/4 de ciclo. ....	47
Figura 4.5. Dissipação de potência no tubo supercondutor [W/m] para um tubo supercondutor infinito, $J_c=400 \text{ A/cm}^2$ , $R=3,6 \text{ mm}$ , $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$ e tempo de simulação de 1/4 de ciclo. ....	48
Figura 4.6. Dissipação de potência total no tubo supercondutor [W/m] para um tubo supercondutor infinito, $J_c=400 \text{ A/cm}^2$ , $R=3,6 \text{ mm}$ , $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$ e tempo de simulação de 1/4 de ciclo. ....	49
Figura 4.7. Dissipação de potência total no tubo supercondutor [W/m] para um tubo supercondutor finito de 50 mm, $J_c=400 \text{ A/cm}^2$ , $R=3,6 \text{ mm}$ , $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$ e tempo de simulação de 1/4 de ciclo. ....	50
Figura 4.8. Distribuição da corrente no tubo supercondutor [A] para um tubo supercondutor infinito, $J_c=400 \text{ A/cm}^2$ , $R=3,6 \text{ mm}$ , $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$ e tempo de simulação de 3/4 de ciclo. A corrente imposta multiplicada por 16E4 foi inserida na posição do raio mais interno como referência. ....	51
Figura 4.9. Campo magnético no tubo supercondutor [T] para um tubo supercondutor infinito, $J_c=400 \text{ A/cm}^2$ , $R=3,6 \text{ mm}$ , $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$ e tempo de simulação de 3/4 de ciclo. ....	51
Figura 4.10. Campo elétrico no tubo supercondutor [V/m] para um tubo supercondutor infinito, $J_c=400 \text{ A/cm}^2$ , $R=3,6 \text{ mm}$ , $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$ e tempo de simulação de 3/4 de ciclo. ....	52
Figura 4.11. Dissipação de potência no tubo supercondutor [W/m] para um tubo supercondutor infinito, $J_c=400 \text{ A/cm}^2$ , $R=3,6 \text{ mm}$ , $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$ e tempo de simulação de 3/4 de ciclo. ....	52
Figura 4.12. Dissipação de potência total no tubo supercondutor [W/m] para um tubo supercondutor infinito, $J_c=400 \text{ A/cm}^2$ , $R=3,6 \text{ mm}$ , $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$ e tempo de simulação de 3/4 de ciclo. ....	53
Figura 4.13. Distribuição da corrente no tubo supercondutor [A] para um tubo supercondutor infinito, $J_c=400 \text{ A/cm}^2$ , $R=3,6 \text{ mm}$ , $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$ e tempo de simulação de 1 ciclo. A corrente imposta multiplicada por 16E4 foi inserida na posição do raio mais interno como referência. ....	54
Figura 4.14. Campo magnético no tubo supercondutor [T] para um tubo supercondutor infinito, $J_c=400 \text{ A/cm}^2$ , $R=3,6 \text{ mm}$ , $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$ e tempo de simulação de 1 ciclo. ....	54
Figura 4.15. Campo elétrico no tubo supercondutor [V/m] para um tubo supercondutor infinito, $J_c=400 \text{ A/cm}^2$ , $R=3,6 \text{ mm}$ , $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$ e tempo de simulação de 1 ciclo. ....	55
Figura 4.16. Dissipação de potência no tubo supercondutor [W/m] para um tubo supercondutor infinito, $J_c=400 \text{ A/cm}^2$ , $R=3,6 \text{ mm}$ , $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$ e tempo de simulação de 1 ciclo. ....	55
Figura 4.17. Dissipação de potência total no tubo supercondutor [W/m] para um tubo supercondutor infinito, $J_c=400 \text{ A/cm}^2$ , $R=3,6 \text{ mm}$ , $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$ e tempo de simulação de 1 ciclo. ....	56
Figura 4.18. Distribuição da corrente no tubo supercondutor [A] para um tubo supercondutor infinito, $J_c=400 \text{ A/cm}^2$ , $R=3,6 \text{ mm}$ , $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$ e tempo de simulação de 5/4 de ciclo. A corrente imposta multiplicada por 16E4 foi inserida na posição do raio mais interno como referência. ....	57
Figura 4.19. Campo magnético no tubo supercondutor [T] para um tubo supercondutor infinito, $J_c=400 \text{ A/cm}^2$ , $R=3,6 \text{ mm}$ , $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$ e tempo de simulação de 5/4 de ciclo. ....	57

Figura 4.20. Campo elétrico no tubo supercondutor [V/m] para um tubo supercondutor infinito, $J_c=400 \text{ A/cm}^2$ , $R=3,6 \text{ mm}$ , $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$ e tempo de simulação de 5/4 de ciclo. ....	58
Figura 4.21. Dissipação de potência no tubo supercondutor [W/m] para um tubo supercondutor infinito, $J_c=400 \text{ A/cm}^2$ , $R=3,6 \text{ mm}$ , $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$ e tempo de simulação de 5/4 de ciclo. ....	58
Figura 4.22. Dissipação de potência total no tubo supercondutor [W/m] para um tubo supercondutor infinito, $J_c=400 \text{ A/cm}^2$ , $R=3,6 \text{ mm}$ , $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$ e tempo de simulação de 5/4 de ciclo. ....	59
Figura 5.1. Distribuição da densidade de corrente no tubo supercondutor [ $\text{A/m}^2$ ] para um tubo supercondutor infinito, $J_c=600 \text{ A/cm}^2$ para campo magnético nulo, $R=3,6 \text{ mm}$ , $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$ , tempo de simulação de 1/4 de ciclo e constante $\alpha_1=200 [1/T]$ . A corrente imposta multiplicada por $10^5$ foi inserida na posição do raio mais interno como referência. ....	64
Figura 5.2. Campo magnético no tubo supercondutor [T] para um tubo supercondutor infinito, $J_c=600 \text{ A/cm}^2$ para campo magnético nulo, $R=3,6 \text{ mm}$ , $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$ , tempo de simulação de 1/4 de ciclo e constante $\alpha_1=200 [1/T]$ . ....	64
Figura 5.3. Distribuição da densidade de corrente no tubo supercondutor [ $\text{A/m}^2$ ] para um tubo supercondutor infinito, $J_c=400 \text{ A/cm}^2$ para campo magnético nulo, $R=3,6 \text{ mm}$ , $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$ , tempo de simulação de 1 ciclo e constante $\alpha_1=18,9472 [1/T]$ . A corrente imposta multiplicada por $16E4$ foi inserida na posição do raio mais interno como referência. ....	65
Figura 5.4. Campo magnético no tubo supercondutor [T] para um tubo supercondutor infinito, $J_c=400 \text{ A/cm}^2$ para campo magnético nulo, $R=3,6 \text{ mm}$ , $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$ , tempo de simulação de 1 ciclo e constante $\alpha_1=18,9472 [1/T]$ . ....	66
Figura 5.5. Campo elétrico no tubo supercondutor [V/m] para um tubo supercondutor infinito, $J_c=400 \text{ A/cm}^2$ para campo magnético nulo, $R=3,6 \text{ mm}$ , $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$ , tempo de simulação de 1 ciclo e constante $\alpha_1=18,9472 [1/T]$ . ....	66
Figura 5.6. Dissipação de potência no tubo supercondutor [W/m] para um tubo supercondutor infinito, $J_c=400 \text{ A/cm}^2$ para campo magnético nulo, $R=3,6 \text{ mm}$ , $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$ , tempo de simulação de 1 ciclo e constante $\alpha_1=18,9472 [1/T]$ . ....	67
Figura 5.7. Dissipação de potência total no tubo supercondutor [T] para um tubo supercondutor infinito, $J_c=400 \text{ A/cm}^2$ para campo magnético nulo, $R=3,6 \text{ mm}$ , $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$ , tempo de simulação de 1 ciclo e constante $\alpha_1=18,9472 [1/T]$ . ....	67
Figura 6.1. Distribuição da densidade de corrente no tubo supercondutor [ $\text{A/m}^2$ ] para um tubo supercondutor finito, $J_c=400 \text{ A/cm}^2$ para temperatura de $77 \text{ K}$ , $R=3,6 \text{ mm}$ , $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$ , tempo de simulação de $50 \text{ ms}$ , constante $\alpha_{1T}=-0,0942 [1/K]$ , constante $\alpha_{2T}=8,09$ , temperatura inicial de $20 \text{ K}$ , capacidade térmica do sistema de $5 \cdot 10^{-7} [J/K]$ e tubo de comprimento de $5 \text{ mm}$ . A corrente imposta multiplicada por $16E4$ foi inserida na posição do raio mais interno como referência. ....	71
Figura 6.2. Campo magnético no tubo supercondutor [T] para um tubo supercondutor finito, $J_c=400 \text{ A/cm}^2$ para temperatura de $77 \text{ K}$ , $R=3,6 \text{ mm}$ , $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$ , tempo de simulação de $50 \text{ ms}$ , constante $\alpha_{1T}=-0,0942 [1/K]$ , constante $\alpha_{2T}=8,09$ , temperatura inicial de $20 \text{ K}$ , capacidade térmica do sistema de $5 \cdot 10^{-7} [J/K]$ e tubo de comprimento de $5 \text{ mm}$ . ....	72
Figura 6.3. Campo elétrico no tubo supercondutor [V/m] para um tubo supercondutor finito, $J_c=400 \text{ A/cm}^2$ para temperatura de $77 \text{ K}$ , $R=3,6 \text{ mm}$ , $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$ , tempo de simulação de $50 \text{ ms}$ , constante $\alpha_{1T}=-0,0942 [1/K]$ , constante $\alpha_{2T}=8,09$ , temperatura inicial de $20 \text{ K}$ , capacidade térmica do sistema de $5 \cdot 10^{-7} [J/K]$ e tubo de comprimento de $5 \text{ mm}$ . ....	73

Figura 6.4. Potência dissipada no tubo supercondutor [W/m] para um tubo supercondutor finito, $J_c=400 \text{ A/cm}^2$ para temperatura de 77 K, $R=3,6 \text{ mm}$ , $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$ , tempo de simulação de 50 ms, constante $\alpha_{1T}=-0,0942 [1/K]$ , constante $\alpha_{2T}=8,09$ , temperatura inicial de 20 K, capacidade térmica do sistema de $5 \cdot 10^{-7} [J/K]$ e tubo de comprimento de 5 mm. ....	74
Figura 6.5. Potência total dissipada no tubo supercondutor [W/m] para um tubo supercondutor finito, $J_c=400 \text{ A/cm}^2$ para temperatura de 77 K, $R=3,6 \text{ mm}$ , $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$ , tempo de simulação de 50 ms, constante $\alpha_{1T}=-0,0942 [1/K]$ , constante $\alpha_{2T}=8,09$ , temperatura inicial de 20 K, capacidade térmica do sistema de $5 \cdot 10^{-7} [J/K]$ e tubo de comprimento de 5 mm. ....	75
Figura 6.6. Temperatura [K] do sistema adiabático que contem um tubo supercondutor finito, $J_c=400 \text{ A/cm}^2$ para temperatura de 77 K, $R=3,6 \text{ mm}$ , $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$ , tempo de simulação de 50 ms, constante $\alpha_{1T}=-0,0942 [1/K]$ , constante $\alpha_{2T}=8,09$ , temperatura inicial de 20 K, capacidade térmica do sistema de $5 \cdot 10^{-7} [J/K]$ e tubo de comprimento de 5 mm. ....	76
Figura 6.7. Correlação entre a densidade de corrente e a temperatura do supercondutor (dados experimentais extraídos e adaptados de [17]), o ajuste linear derivado destes dados e as correlações provenientes da simulação. ....	77
Figura D.1. Dispositivo de fixação do tubo supercondutor, com resistência em paralelo para proteção do supercondutor e resistência série para medição da corrente imposta ao supercondutor. ....	99
Figura D.2. Fixação do tubo supercondutor no dispositivo apresentado na Figura D.1. ....	100
Figura D.3. Sistema experimental. ....	101
Figura D.4. Energia acumulada dissipada em função do tempo. ....	101
Figura D.5. Fonte de corrente contínua. ....	102
Figura D.6. Fonte de corrente alternada. ....	103

## **1. Introdução**

Com a descoberta do fenômeno da supercondutividade, materiais supercondutores são potencialmente aplicáveis em vários setores, destacando-se a transmissão e armazenamento de energia elétrica, transporte e medicina.

Na maioria absoluta das aplicações dos supercondutores, são utilizados os do tipo-II, sendo o modelo de estado crítico aquele que mais se adequa na representação desse tipo de supercondutor.

Neste trabalho foi deduzida analiticamente e numericamente a evolução temporal termo-eletromagnética de um tubo supercondutor de comprimento infinito.

### **1.1. Motivação**

A demanda de energia elétrica mundial é sempre crescente. Com isso há a necessidade da ampliação da oferta de energia, introduzindo-se novas unidades geradoras no sistema elétrico de potência.

De forma a aumentar a confiabilidade do sistema elétrico de potência, faz-se também a interligação das redes de distribuição.

A entrada de novas fontes geradoras e a interligação das redes pode acarretar no aumento do nível de curto-circuito no sistema elétrico.

Os dispositivos de limitação de corrente de curto-circuito possibilitam a entrada de novas unidades geradoras e a interligação de redes de distribuição sem a necessidade de troca dos dispositivos de proteção do sistema elétrico pela superação da capacidade dos mesmos.

### 1.1.1. Status atual do sistema elétrico brasileiro com enfoque no estado do Rio de Janeiro

Devido a crise energética ocorrida no Brasil no ano de 2002 novas unidades de geração de energia elétrica, principalmente termo-elétricas a gás natural, foram inseridas no sistema elétrico.

Simulações, realizadas em dezembro de 2004, dos níveis de curto-circuito previstos para 2007 em algumas das principais subestações do estado do Rio de Janeiro são apresentados na Tabela 1.1. Estas simulações foram efetuadas no programa ANAFAS 3.4 EDUCATIVA desenvolvido pelo CEPEL, tendo como parâmetro de entrada o modelo do sistema elétrico brasileiro disponibilizado pela ONS [1].

Tabela 1.1 : Previsão para 2007 dos níveis de curtos-circuitos em algumas das principais subestações do estado do Rio de Janeiro

Subestação	Tensão (kV)	Capacidade do disjuntor (kA)	Curto-circuito trifásico (kA)	Curto-circuito monofásico(kA)
Adrianópolis	345	25	21,89**	19,62
Grajaú	138	50	43,66**	35,77
Santa Cruz	138	20*	28,08****	30,25****
Área de Fontes	138	40	33,60**	21,92
Cascadura I	138	40	35,22**	22,72
Campos	138	20	19,23***	20,81****
Jacarepaguá	138	37	39,64****	36,05***

\* Troca de disjuntor prevista para capacidade de 40 kA.  
\*\* Corrente entre 80% e 89% da capacidade nominal do disjuntor.  
\*\*\* Corrente entre 90% e 99% da capacidade nominal do disjuntor.  
\*\*\*\* Corrente superando a capacidade nominal do disjuntor.

### 1.1.2. Possíveis soluções para a limitação de corrente de curto-circuito

O dispositivo de limitação de corrente de curto-circuito deve possuir idealmente as seguintes características: dissipar pouca potência; baixa impedância em condições normais de operação; alta impedância na ocorrência do curto-circuito; transição para o estado de limitação em um tempo adequado; retorno rápido às condições iniciais após a ocorrência do curto-circuito; alta confiabilidade; baixa manutenção; baixos peso,

volume e custo. Uma análise comparativa entre as possíveis soluções é apresentada em [2].

Dentre as soluções utilizadas atualmente tem-se o reator série. Um dispositivo que produz campos magnéticos elevados e impõem queda de tensão na linha de transmissão na qual foi inserido, podendo limitar ainda a potência dessa linha.

Outra solução são os dispositivos ativos (os quais necessitam de um sistema de controle para a sua atuação), os quais possuem confiabilidade menor que os passivos (não necessitam de sistema de controle para a sua atuação), requerendo ainda maior taxa de manutenção. Tem-se como exemplo desse tipo de dispositivo limitador o circuito ressonante, composto por um capacitor em paralelo a um indutor em série com chaves semicondutoras. Outro tipo de circuito ativo é o pirotécnico, o qual abre definitivamente o circuito protegido por meio de uma explosão quando seu circuito de controle detecta uma corrente de curto-circuito.

Visando as características ideais do dispositivo limitador de corrente de curto-circuito, determinados supercondutores do tipo-II de alta temperatura crítica possuem as características requeridas. Há várias configurações possíveis de limitadores de corrente de curto-circuito supercondutores (indutivo [3] e [4], núcleo saturado [5], etc). Dentre eles, há o limitador supercondutor resistivo, enfoque deste trabalho.

### **1.1.3. Limitador de corrente de curto-circuito supercondutor resistivo**

O limitador resistivo possui baixa impedância para correntes alternadas em condições de corrente nominal, não influenciando o sistema elétrico consideravelmente (redução da capacidade de transferência de potência, por exemplo). Outra característica desse dispositivo é possuir resistência de contato pequena o suficiente que garanta a baixa dissipação de potência, além de prevenir o surgimento de pontos quentes na região supercondutora próxima à região do contato [6]. A geometria do dispositivo influencia a dissipação de potência do supercondutor

(corte bifilar em tubos, por exemplo), sendo uma característica amplamente estudada pelo processo de simulação.

Em caso de curto-circuito, o supercondutor aumenta sua resistividade consideravelmente, limitando assim o curto-circuito. Geralmente coloca-se um resistor metálico em paralelo ao supercondutor (em contato com toda a superfície do supercondutor), sendo a resistência de limitação efetiva o paralelo das resistências do supercondutor com a resistência do metal somada à resistência de contato entre o supercondutor e o metal [7]. Este material metálico também previne o aparecimento de pontos quentes causados por heterogeneidades no supercondutor (estabilização térmica), consiste em um reforço mecânico do sistema (dada as forças de Lorentz induzidas), homogênea a resistividade do dispositivo e previne a transição demasiadamente rápida do supercondutor para seu estado não supercondutor. A resistência do metal colocado em paralelo deve ser tal que seja elevada quando comparada à do supercondutor em seu estado de supercondutividade, e inferior a resistividade do supercondutor em seu estado não supercondutor [6]-[8].

Rápida transição e de forma passiva do estado supercondutor para o estado não supercondutor (estado limitador). Contudo, esta transição deve ocorrer em tempo adequado para não danificar os componentes do sistema elétrico por sobre-aquecimento e ainda não induzir tensões de restabelecimento transitórias [9] elevadas, evitando a ocorrência de rupturas dielétricas.

Rápida restauração do estado não supercondutor para o supercondutor e de forma passiva após a limitação efetuada (da ordem de grandeza de 3 s [8]), permitindo que o dispositivo seja capaz de limitar outro curto-circuito subsequente.

Dentre outras características pode-se ressaltar a alta confiabilidade desse dispositivo dada sua simplicidade e alta compactação dada à alta densidade de corrente que o mesmo transporta.

#### **1.1.4. Status da pesquisa desenvolvida no Laboratório de Aplicações de Supercondutores, LASUP – COPPE/UFRJ**

O Laboratório de Aplicações de Supercondutores tem como objetivo o desenvolvimento experimental, a pesquisa científica e a inovação tecnológica na aplicação de supercondutores em sistemas elétricos, levitação magnética e a produção de blocos supercondutores de alta temperatura crítica.

Este trabalho consiste na primeira dissertação de mestrado desenvolvida no laboratório com enfoque em limitadores de corrente de curto-circuito.

#### **1.1.5. Relevância do trabalho proposto**

Dado que a supercondutividade é um estado termodinâmico a determinação da dissipação de potência do dispositivo se faz necessária para o projeto do mesmo. Determinando-se a dissipação é possível determinar a eficiência do limitador, conhecer seu comportamento em estado transitório (momento da limitação) e dimensionar o sistema de refrigeração necessário.

### **1.2. Objetivo**

O primeiro objetivo foi deduzir analiticamente pelo modelo de Bean (item 2.3.2) a evolução temporal da densidade de fluxo magnético, campo elétrico e densidade de corrente em tubo supercondutor do tipo-II de comprimento infinito. Com isso, as perdas por comprimento do tubo foram determinadas.

O segundo objetivo foi simular numericamente o comportamento eletromagnético do tubo supercondutor pelo modelo de Bean, comparando os resultados obtidos com a solução analítica, validando assim a metodologia utilizada.

Sendo a metodologia de simulação numérica validada, o terceiro objetivo foi utilizá-la para simular o tubo supercondutor por um modelo mais preciso (modelo de Kim, item 2.3.3), cuja solução analítica é inviável.

O quarto objetivo foi analisar o comportamento eletromagnético do tubo supercondutor com a variação da temperatura, através da metodologia de simulação validada.

### **1.3. Estrutura do texto**

Esse trabalho foi estruturado em seis capítulos e quatro anexos.

Neste capítulo, apresenta-se a introdução do trabalho, descrevendo a sua motivação, o sistema elétrico de potência do estado do Rio de Janeiro, o status da pesquisa no LASUP, o objetivo do trabalho e a estrutura textual.

No capítulo 2, apresenta-se a introdução histórica da supercondutividade, os tipos de supercondutores e os principais modelos fenomenológicos.

No capítulo 3, apresenta-se a solução eletromagnética analítica para um tubo supercondutor infinito sendo percorrido por uma corrente senoidal pelo modelo de Bean.

No capítulo 4, apresenta-se a solução eletromagnética numérica para um tubo supercondutor infinito sendo percorrido por uma corrente senoidal pelo modelo de Bean, sendo os resultados mostrados graficamente.

No capítulo 5, apresenta-se a solução eletromagnética numérica para um tubo supercondutor infinito sendo percorrido por uma corrente senoidal pelo modelo de Kim, sendo os resultados mostrados graficamente.

No capítulo 6, apresenta-se a solução eletromagnética numérica para um tubo supercondutor infinito sendo percorrido por uma corrente senoidal pelo modelo de Bean e considerando a influência da variação de temperatura do sistema, sendo os resultados mostrados graficamente.

No capítulo 7, apresenta-se as conclusões e principais considerações decorridas desse trabalho.

Apresenta-se no anexo A, o algoritmo utilizado para a simulação numérica do tubo supercondutor infinito pelo modelo de Bean. Apresenta-se no anexo B, o algoritmo utilizado para a simulação numérica do tubo supercondutor infinito pelo modelo de Kim. Apresenta-se no anexo C, o algoritmo utilizado para a simulação numérica do tubo supercondutor infinito pelo modelo de Bean considerando-se a influência da variação da temperatura do sistema. Apresenta-se no anexo D, o sistema experimental elaborado para a determinação da dissipação de potência de um tubo supercondutor de comprimento finito.

## **2. A supercondutividade**

### **2.1. Introdução histórica**

Supercondutividade é o nome dado à combinação das propriedades elétricas e magnéticas que aparecem quando determinados materiais são resfriados a temperaturas extremamente baixas. Este efeito só pôde ser descoberto após 1908, quando Kamerling Onnes conseguiu liquefazer o hélio, obtendo temperaturas por volta de 1 K [10]. Onnes (1911) estava investigando a resistividade do mercúrio a baixas temperaturas. O esperado era que a resistividade decaísse gradativamente com a diminuição da temperatura, mas sua resistividade caía abruptamente para valores não mensuráveis na temperatura de 4 K. Assim, Onnes chamou este estado de estado de supercondutividade.

Descobriu-se, um ano depois, que o estado de supercondutividade era influenciado pelo campo magnético aplicado, e que as propriedades magnéticas do elemento no estado supercondutor diferiam muito das propriedades do material na temperatura ambiente.

Atualmente sabe-se que grande parte dos elementos são supercondutores a baixas temperaturas. Descobriu-se ainda que algumas ligas cerâmicas possuem temperatura de transição para o estado supercondutor em temperaturas superiores, por volta de 100 K.

Por muito tempo, pensou-se que todos os supercondutores se comportavam da mesma maneira. É sabido que há dois tipos de supercondutores classificados como tipo I e tipo II. Eles possuem muitas características em comum, mas diferem no comportamento magnético. Estas diferenças serão apresentadas mais detalhadamente nos itens 2.2e 2.3 deste capítulo.

## 2.2. Supercondutor do Tipo I

Este tipo de supercondutor não apresenta as características necessárias para ser utilizado como um limitador de corrente de curto-circuito. Por isso, será pouco detalhado neste trabalho.

Os supercondutores do tipo I são aqueles que estão no estado não supercondutor (normal) ou no estado supercondutor, não possuindo um estado intermediário (estado misto, fenômeno explicado no item 2.3 deste capítulo). As variáveis que determinam o estado do material são a sua temperatura, o campo magnético nele aplicado e a corrente que ele transporta. Esta relação pode ser observada esquematicamente no diagrama de fases apresentado na Figura 2.1.

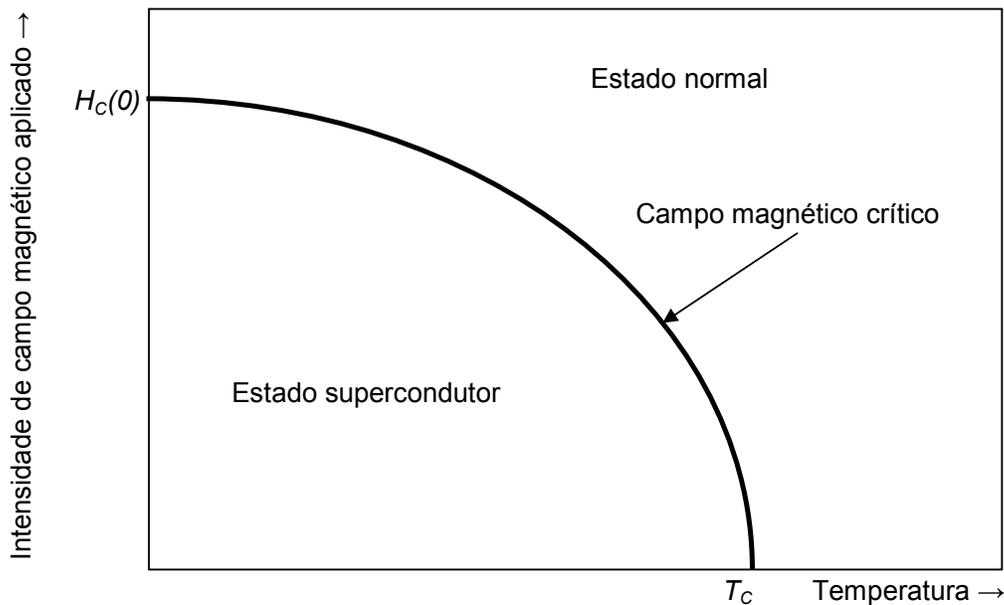


Figura 2.1 Diagrama de fases de um supercondutor em função da sua temperatura e campo magnético aplicado.

Quando o material se encontra no estado supercondutor ocorre o efeito Meissner, isto é, o fluxo magnético é expulso do interior do supercondutor.

Uma forma simplificada, porém não verdadeira fisicamente, de se representar o comportamento magnético de um supercondutor, quando exposto a um campo magnético externo, é considerá-lo um material magnético, com suscetibilidade negativa e unitária, um diamagneto ideal.

Contudo, a expulsão do fluxo magnético do interior do supercondutor ocorre pela presença de correntes superficiais de blindagem. Estas correntes podem ser determinadas a partir do modelo de London [10] e [11] (válida no calibre de Coulomb, isto é, campos variando lentamente), apresentado na Equação (2.1).

$$\vec{J}_S = \frac{-1}{\mu_0 \cdot \lambda_L^2} \cdot \vec{A} \quad (2.1)$$

onde  $\mu_0$  é a permeabilidade do vácuo,  $\lambda_L$  é a profundidade de penetração,  $\vec{J}_S$  é a densidade de supercorrente e  $\vec{A}$  é o potencial vetor magnético.

Seja uma placa supercondutora infinita na presença de uma densidade de fluxo magnético constante e paralelo à placa, conforme a Figura 2.2.

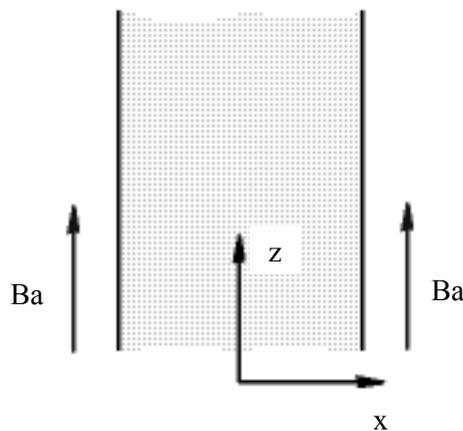
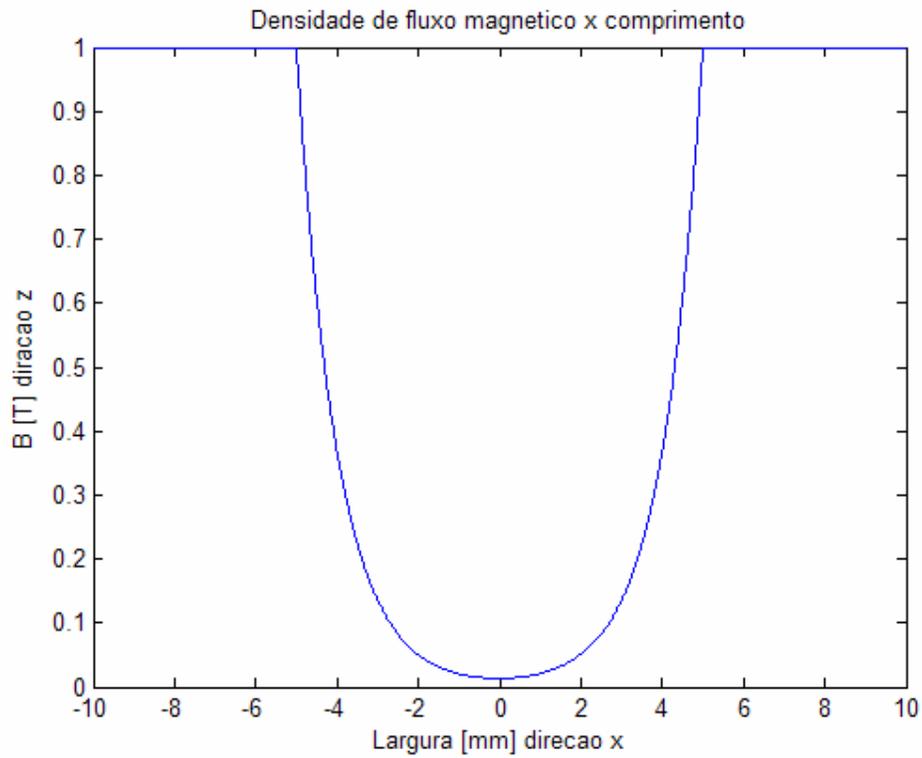


Figura 2.2. Placa supercondutora infinita na presença de um campo magnético constante.

Utilizando o modelo de London para uma densidade de fluxo magnético de um Tesla, largura da placa de um centímetro e profundidade de penetração de um milímetro, tem-se apresentado na Figura 2.3 (a) a densidade de fluxo magnético e na Figura 2.3 (b) a corrente de blindagem.



(a)

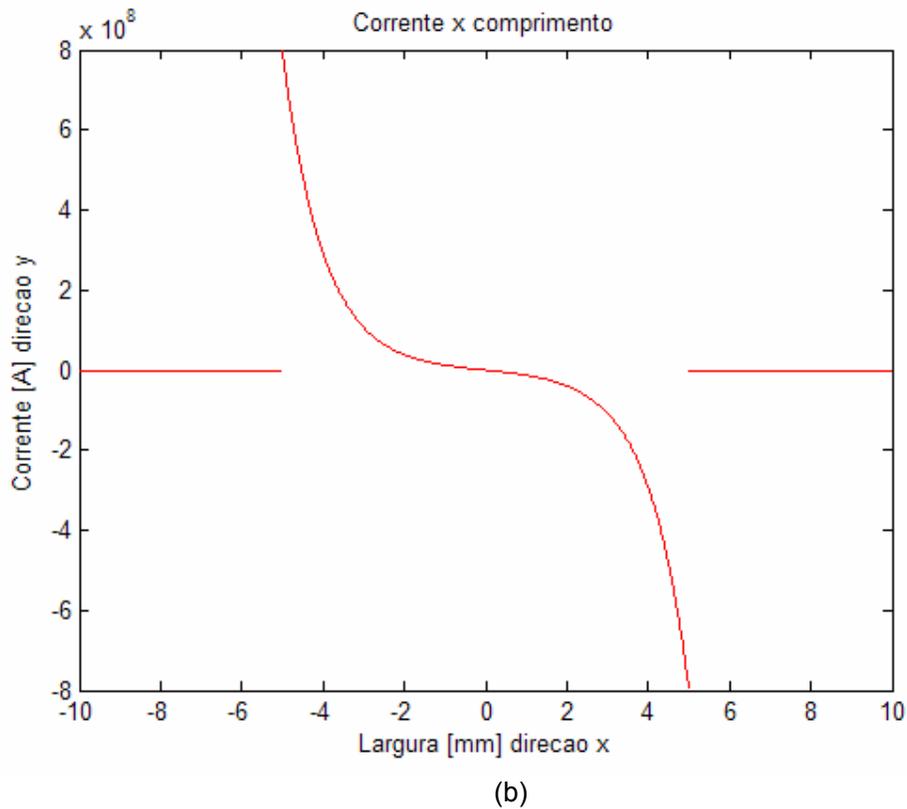


Figura 2.3. Densidade de fluxo magnético(a) e corrente de blindagem (b) em uma placa supercondutora infinita (Figura 2.2).

É válido lembrar que a profundidade de penetração é uma característica do supercondutor que depende da composição deste e da temperatura. No exemplo exposto na Figura 2.2 a profundidade de penetração foi exagerada (1 mm), valores típicos são da ordem de  $10^{-3}$  mm, de forma que as Figura 2.3 (a) e (b) pudessem mostrar o efeito Meissner satisfatoriamente [11].

Um limitador de corrente de curto-circuito construído com um supercondutor do tipo I não é viável devido ao fato da sua corrente crítica, corrente na qual ele passa a ser um material não supercondutor, ser muito baixa.

### 2.3. Supercondutor do tipo II

Por muito tempo acreditou-se que todos os supercondutores se comportavam da mesma maneira. Contudo, alguns tipos de supercondutores não se comportavam como o esperado. Acreditava-se que este comportamento anormal era dado pelas impurezas presentes no supercondutor. Entretanto, em 1957 Abrikosov publicou um artigo teórico explicando esses efeitos anormais que apareciam em determinados supercondutores. Esses novos tipos de supercondutores foram chamados de supercondutores do tipo II.

Como visto no item 2.2 deste capítulo, o total cancelamento do fluxo magnético no interior do supercondutor, o efeito Meissner, ocorre nos supercondutores do tipo I. Este efeito implica na existência de uma energia de superfície, presente na superfície entre as regiões supercondutora e a normal [10]. Esta energia é muito importante e determina o tipo de supercondutor.

Nos supercondutores do tipo I esta energia de superfície é positiva. Assim, quando se aplica um campo magnético no material, de forma a minimizar sua energia, a superfície entre os estados normal e supercondutor é a menor possível. Logo, a superfície entre os estados normal e supercondutor é a própria superfície externa da amostra, para que a amostra inteira esteja no estado supercondutor.

Suponha que o valor da energia de superfície seja negativa. Com isso, quando um campo magnético fosse aplicado no supercondutor o aparecimento de regiões normais dentro do supercondutor iria reduzir a energia da amostra. Assim, o material passaria a um estado de regiões normais e supercondutoras misturadas, chamado de estado misto. Os supercondutores nos quais isso ocorre são os chamados do tipo II.

O sinal da energia de superfície depende dos valores do comprimento de coerência ( $\xi$ ) e da profundidade de penetração ( $\lambda$ ). Mais especificamente, da razão

entre esses dois parâmetros, razão esta conhecida como o parâmetro de Ginzburg-Landau ( $\kappa$ ), dado pela Equação(2.2).

$$\kappa = \frac{\lambda}{\xi} \quad (2.2)$$

O parâmetro de Ginzburg-Landau é invariante com a temperatura pois os valores do comprimento de coerência ( $\xi$ ) e da profundidade de penetração ( $\lambda$ ) variam da mesma forma com a temperatura, para temperaturas próximas à temperatura crítica  $T_C$ . A temperatura crítica  $T_C$  é aquela em que o estado supercondutor deixa de ocorrer, conforme apresentado na Figura 2.1.

Os valores de  $\kappa$  que determinam o sinal da energia de superfície são apresentados nas inequações abaixo(2.3) (a) e (b).

$$\kappa < 0,71 \rightarrow \text{Energia de superfície positiva (tipo I)} \quad (2.3 - a)$$

$$\kappa > 0,71 \rightarrow \text{Energia de superfície negativa (tipo II)} \quad (2.3 - b)$$

Como visto anteriormente, regiões normais dentro do supercondutor do tipo II reduzem sua energia livre. De forma a minimizar a razão entre o volume e a área da região normal imersa no supercondutor, estes núcleos normais (fluxóides ou vórtices) adquirem uma forma aproximadamente cilíndrica e paralela à intensidade de campo externo aplicado  $\vec{H}_A$ , conforme a Figura 2.4.

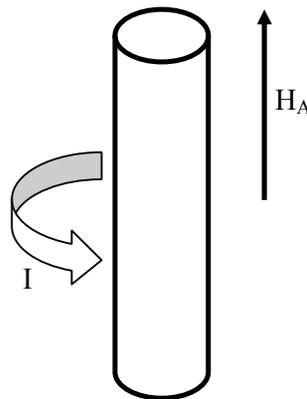


Figura 2.4. Representação de um fluxóide, sendo  $\vec{H}_A$  o campo externo aplicado e I a corrente de blindagem.

Cada fluxóide contém um quantum de fluxo magnético,  $\Phi_0$ . Os núcleos normais geralmente se organizam naturalmente de forma triangular. Possuem um raio muito pequeno para minimizar a razão entre o volume e a área.

Como o fluxo magnético não penetra nas regiões supercondutoras, formam-se vórtices de corrente em torno dos núcleos normais. A interação da corrente que circunda um núcleo normal com o fluxo presente em outro núcleo normal resulta em uma força de repulsão entre eles. Esta repulsão é análoga à repulsão presente entre solenóides paralelos. Por causa desta interação os núcleos normais geralmente se organizam em uma forma retangular hexagonal periódica, formando uma rede chamada de rede de fluxons (rede de Abrikosov). Esta configuração pode ser revelada depositando-se um pó muito fino de material ferro-magnético sobre o supercondutor no estado misto, conforme mostrado na Figura 2.5.

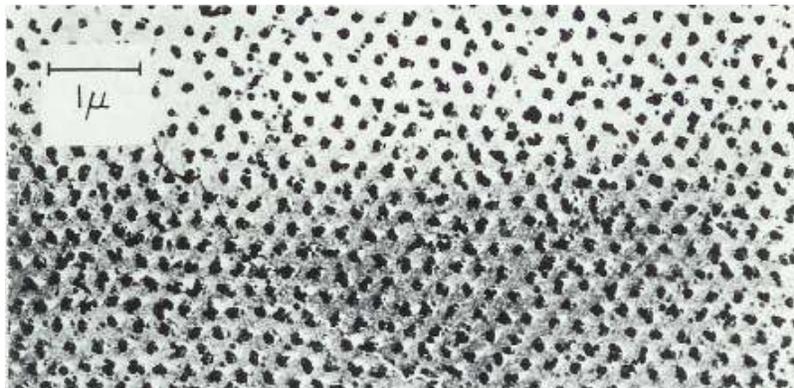


Figura 2.5. Foto da rede de Abrikosov, extraído de [10].

O raio em que se considera que não existem super-elétrons (portadores das correntes do supercondutor) é dado pelo comprimento de coerência, enquanto que o raio em que se considera que há fluxo magnético é dado pela profundidade de penetração.

O estado misto ocorre somente entre dois limites de campo magnético. A intensidade de campo crítico inferior ( $H_{c1}$ ) é aquela em que o material pode ter sua

energia livre reduzida pela penetração de um fluxóide. Seu valor aproximado é dado pela Equação (2.4).

$$H_{c1} \cong \frac{H_c}{\kappa} \quad (2.4)$$

A intensidade de campo crítica superior, o qual se excedido leva o material a passar para o estado normal, é dado aproximadamente pela Equação (2.5).

$$H_{c2} \cong \kappa \cdot H_c \quad (2.5)$$

Nota-se que para valores elevados de  $\kappa$ , o campo crítico inferior é muito baixo e o campo crítico superior é muito alto. Este fato implica na potencial aplicabilidade dos supercondutores do tipo II. O diagrama de fases de supercondutores do tipo I e II é apresentado na Figura 2.6.

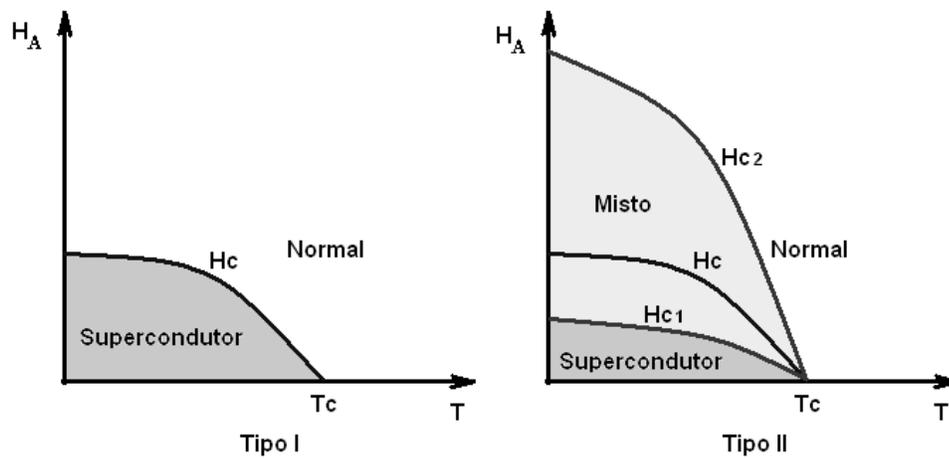


Figura 2.6. Diagrama de fases dos supercondutores do tipo I e II, onde  $H_A$  é o campo aplicado e  $T$  a temperatura.

### 2.3.1. Campo Elétrico gerado pelo movimento dos fluxóides

Suponha um supercondutor no estado misto devido à intensidade de campo magnético aplicado  $\vec{H}_A$ , sendo percorrido por uma densidade de corrente  $\vec{J}$  perpendicular ao campo externo. Tem-se na Figura 2.7 a representação de um fluxóide contido neste supercondutor.

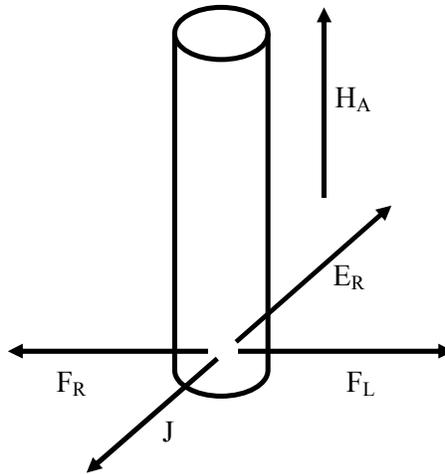


Figura 2.7. Fluxóide em um supercondutor sendo percorrido pela densidade de corrente  $\vec{J}$ .

A interação entre o campo magnético do fluxóide e a densidade de corrente  $\vec{J}$  resultará em uma Força de Lorentz [10],  $\vec{F}_L$ . A magnitude desta força por unidade de comprimento, para o caso acima é dado na Equação (2.6).

$$F_L = J \cdot \Phi_0 \quad (2.6)$$

Considerando agora um supercondutor imperfeito, este supercondutor possuirá defeitos, nos quais não há supercondutividade. Assim, um fluxóide, em cujo o centro a supercondutividade é reprimida, tenderá a ficar aprisionado neste defeito. Isto ocorre naturalmente, pois o vórtice aprisionado não necessita gastar a energia que gastaria caso estivesse forçando uma região anteriormente supercondutora a tornar-se normal.

Como há uma interação entre os fluxóides, o aprisionamento de um único fluxóide por uma imperfeição do material reflete no aprisionamento de vários fluxóides dentro de uma região em torno desta imperfeição.

Estas imperfeições no material supercondutor resultarão em uma força contrária ao movimento dos fluxóides. Se esta força resistiva for maior que a força de Lorentz, o fluxóide permanecerá aprisionado. Contudo, quando a densidade de corrente atinge um valor crítico  $J_C$ , onde a força de Lorentz se iguala à resistiva, há o

movimento em velocidade constante dos fluxóides, sendo a força resistiva análoga ao atrito viscoso. Os modelos de estado crítico, os quais serão apresentados neste trabalho, são baseados no equilíbrio dessas forças.

A energia necessária para manter o movimento dos fluxóides é proveniente da corrente, e implica no surgimento de uma diferença de potencial elétrico no supercondutor. O campo elétrico no supercondutor pode ser determinado pela Equação (2.7), [12],

$$\vec{E} = \vec{B} \times \vec{v} \quad (2.7)$$

sendo  $\vec{B}$  a densidade de fluxo magnético médio que atravessa o supercondutor e  $\vec{v}$  a velocidade de locomoção dos fluxóides, a qual possui mesma direção e sentido da força de Lorentz,  $\vec{F}_L$ . Supondo que o supercondutor possui  $m$  fluxóides, o módulo do seu campo elétrico será dado pela Equação (2.8), tendo mesma direção da densidade de corrente  $\vec{J}$  porém, com sentido contrário.

$$E = m \cdot \Phi_0 \cdot v \quad (2.8)$$

O campo elétrico devido a um único fluxóide consiste no vetor  $\vec{E}_R$  da Figura 2.7.

### 2.3.2. Modelo de Bean

O modelo proposto por Bean [13] é válido para se explicar o fenômeno de penetração do campo magnético em um supercondutor com  $\kappa \gg 1$  e para intensidades de campo superiores a  $H_{C1}$  [14].

Considere um supercondutor no estado crítico, isto é, força de aprisionamento e de Lorentz iguais. Este supercondutor é percorrido por uma densidade de corrente  $\vec{J}$ , perpendicular a uma densidade média de fluxo magnético  $\vec{B}$ , dado que se encontra no estado misto por um campo externo aplicado. Os módulos da densidade

volumétrica da força de Lorentz e da força de aprisionamento são dados na Equação (2.9).

$$F_L = J.B = F_R \quad (2.9)$$

Nota-se pela Equação (2.9) que o módulo da força de Lorentz é função da densidade de corrente e da densidade de fluxo magnético.

Supondo agora que o módulo da força contrária ao movimento dos fluxóides  $\vec{F}_R$  é proporcional à densidade de fluxo magnético do supercondutor, conforme Equação (2.10),

$$F_R = \alpha.B \quad (2.10)$$

onde  $\alpha$  é uma constante de proporcionalidade. Substituindo-se a Equação (2.10) na Equação (2.9), temos a Equação (2.11).

$$J = \alpha \quad (2.11)$$

Logo, tem-se um módulo de densidade de corrente constante, a qual pode ser chamada de corrente crítica  $J_C$ , conforme visto no item 2.3.1 deste capítulo. Assim, pelo modelo de Bean, o supercondutor pode estar em duas condições: corrente nula ou transportando a corrente crítica constante  $J_C$ , sendo que o campo elétrico determina a condição do supercondutor [12], conforme Equação (2.12).

$$\begin{aligned} E = 0 &\rightarrow J = 0 \\ |E| > 0 &\rightarrow J = \pm J_C \end{aligned} \quad (2.12)$$

Considere uma placa supercondutora infinita na presença de uma intensidade de campo magnético externo aplicado  $\vec{H}_A$ , conforme a Figura 2.8.

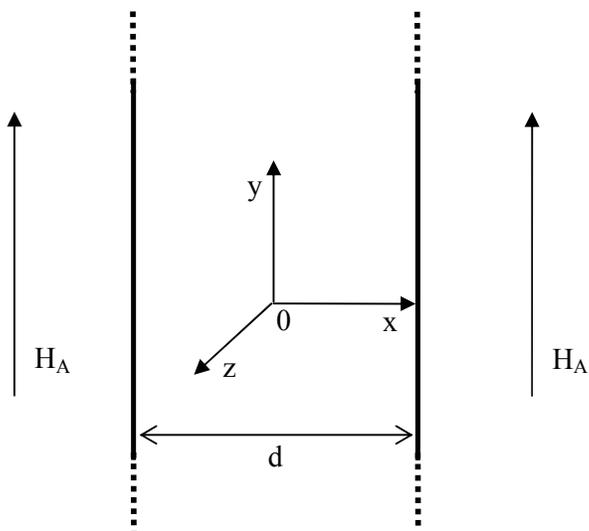


Figura 2.8. Placa supercondutora infinita na presença de um campo magnético uniforme na direção y, estando a origem das coordenadas cartesianas no meio da placa.

A distribuição da densidade de fluxo magnético no interior do supercondutor será dada pela Equação (2.12) e pela Lei de Ampère, Equação (2.13).

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} \quad (2.13)$$

A qual pode ser reduzida para a Equação (2.14), pois pode-se desconsiderar a corrente de deslocamento no supercondutor para a frequência da corrente que o percorre. Sendo o supercondutor contrário à variação do campo magnético no seu interior fator determinante para a determinação do sinal de  $J_c$ .

$$\frac{\partial H_y(x)}{\partial x} = \pm J_c \quad (2.14)$$

É sabido que o campo penetra de fora para dentro no supercondutor, tendo valor igual ao campo aplicado na sua superfície, obedecendo a sua condição de contorno [12]. Assim, a solução da Equação (2.14) será dada pela Equação (2.15),

para valores de x entre  $\frac{d}{2} - \Delta \leq x \leq \frac{d}{2}$ .

$$H_y(x) = J_c \cdot x + c$$

$$H_y\left(\frac{d}{2}\right) = J_c \cdot x + c = H_A$$

$$H_y(x) = J_C \cdot \left( x - \frac{d}{2} \right) + H_A \quad (2.15)$$

sendo  $\Delta$  a profundidade que o campo magnético aplicado penetra no supercondutor, região onde circula a densidade de corrente  $J_C$ , é dado pela Equação (2.16).

$$\Delta = \frac{H_A}{J_C} \quad (2.16)$$

Logo, tem-se a solução completa dada pela Equação (2.17).

$$\left\{ \begin{array}{ll} H_y(x) = J_C \cdot \left( x - \frac{d}{2} \right) + H_A; J_z(x) = -J_C & \frac{d}{2} > x > \frac{d}{2} - \Delta \\ H_y(x) = J_C \cdot \left( x + \frac{d}{2} \right) + H_A; J_z(x) = J_C & -\frac{d}{2} < x < -\frac{d}{2} + \Delta \\ H_y(x) = 0; J_z(x) = 0 & \Delta - \frac{d}{2} < x < \frac{d}{2} - \Delta \\ H_y(x) = H_A; J_z(x) = 0 & x < -\frac{d}{2} \cup x > \frac{d}{2} \end{array} \right. \quad (2.17)$$

Os perfis do campo magnético e densidade de corrente na placa supercondutora são apresentados na Figura 2.9.

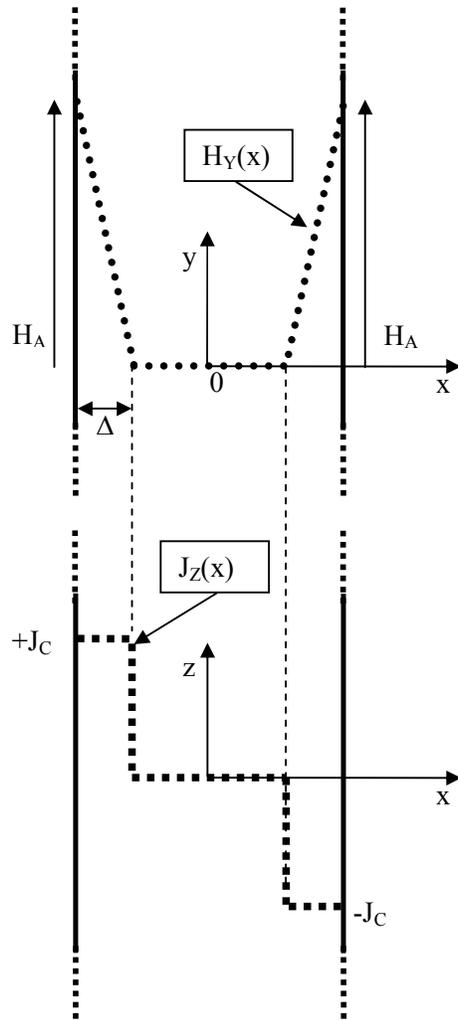


Figura 2.9. Perfil do campo magnético e densidade de corrente em uma placa supercondutora aplicando-se a intensidade de campo magnético  $\vec{H}_A$ .

Anulando-se o campo magnético aplicado, haverá uma densidade de fluxo remanescente no supercondutor o que produz a histerese observada nos supercondutores do tipo II. Assim, de forma a manter a condição de contorno de campo nulo na superfície da placa supercondutora, o perfil do campo magnético e densidade de corrente ficam conforme apresentado na Figura 2.10.

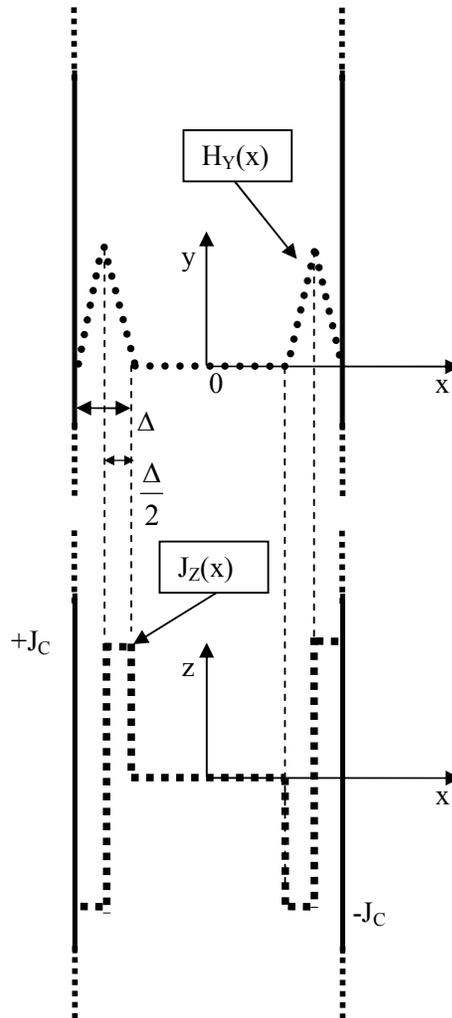


Figura 2.10. Perfil da intensidade de campo magnético e densidade de corrente em uma placa supercondutora anulando-se o campo magnético  $\vec{H}_A$ .

A solução analítica do campo magnético e da densidade de corrente no interior da placa supercondutora anulando-se o campo externo aplicado, ou em outras condições de campo externo, se dá de forma análoga à apresentada neste capítulo.

### 2.3.3. Modelo de Kim

Bean considera que o supercondutor transporta uma densidade de corrente constante  $J_C$ . Contudo, em 1962, Y. B. Kim, C. F. Hempstead e A. R. Strnad [15]

investigaram o comportamento da densidade de corrente persistente nos supercondutores por meio de um experimento de indução magnética.

Utiliza-se no experimento um tubo supercondutor com espessura  $w$  e diâmetro  $a$ , com comprimento muito superior ao diâmetro para que os efeitos de borda possam ser desprezados, conforme Figura 2.11.

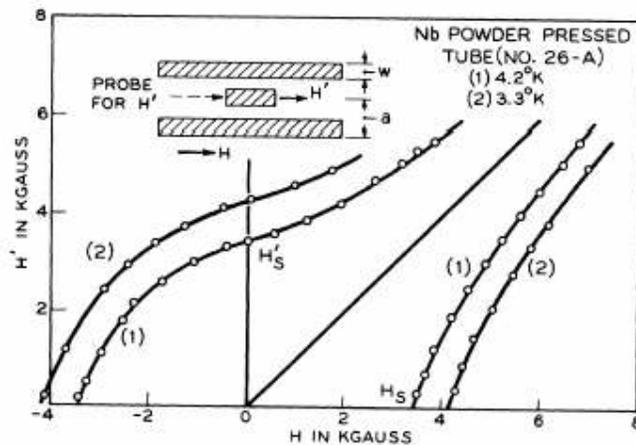


Figura 2.11. Curvas da campo magnético no interior de um tubo de pó de Nb prensado em função do campo magnético externo aplicado (campos em kG, sistema CGS), extraído [15].

Nesse experimento, um campo externo  $\vec{H}$  é aplicado na direção paralela ao eixo do tubo, sendo o campo no centro do tubo  $\vec{H}'$  medido. Deve-se ressaltar que o tubo foi resfriado sem a presença de campo, *zero field cooling*. O aumento do campo externo aplicado  $\vec{H}$ , começando-se com campo nulo, induzirá correntes de blindagem no supercondutor, as quais tenderão a anular a variação do campo no interior do tubo. Quando  $\vec{H}$  atingir  $\vec{H}_S$ , o tubo estará transportando a máxima densidade de corrente permitida, não conseguindo assim blindar completamente o campo externo aplicado a partir desse valor, como pode ser visto na Figura 2.11. Conforme se aumenta  $\vec{H}$ ,  $\vec{H}'$  tende ao valor de  $\vec{H}$  dada a saturação na capacidade

do tubo de transportar corrente, tendendo a curva  $\vec{H}'(H)$  à reta com inclinação de  $45^\circ$  situada no primeiro quadrante da Figura 2.11.

Se reduzirmos agora o valor do campo externo aplicado, o valor da intensidade de campo aprisionada no tubo  $\vec{H}'$  tenderá a permanecer constante, curvas  $\vec{H}'(H)$  superiores à linha da inclinação  $45^\circ$  na Figura 2.11. Anulando-se o campo externo aplicado, a intensidade de campo  $\vec{H}'_s$  será aprisionada pelo tubo supercondutor.

É válido lembrar que a variação da intensidade de campo externo aplicada  $\vec{H}$  deve ser efetuada da forma mais lenta possível, para que a amostra supercondutora se mantenha no estado crítico, estado apresentado no item 2.3.1 desse capítulo.

Relacionando-se a densidade de corrente  $J$  com os campos  $H$  e  $H'$ , é possível determinar  $J(H)$  (ou  $J(B)$ ), dado que a permeabilidade magnética do supercondutor pode ser considerada constante e igual à do vácuo,  $\mu_0$ .

A relação entre a densidade de corrente e o campo externo aplicado pode ser deduzida pela lei de Ampère em formulação integral, aplicada na trajetória  $c$ , conforme Figura 2.12 e a Equação (2.18).

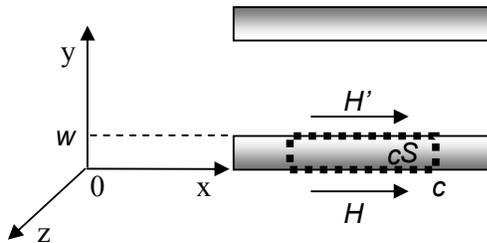


Figura 2.12. Aplicação da lei de Ampère para dedução de  $J(B)$ .

$$\oint_c \vec{H} \cdot d\vec{l} = \iint_S \vec{J}(B(y)) \cdot dx \cdot dy \cdot \hat{a}_z \quad (2.18)$$

Considerando-se agora que a intensidade de campo externo  $\vec{H}$  está sendo aumentada, surgirá no supercondutor uma corrente na direção  $z$ , contrariando a

variação de  $\vec{H}'$ . Dada as características geométricas do tubo, anteriormente citadas, a Equação (2.18) pode ser reescrita por

$$\vec{H}' - \vec{H} = \int_0^w \vec{J}(B(y)) dy \quad (2.19)$$

Nota-se que a densidade de corrente varia com a direção  $y$ , dado que o campo magnético varia nesta direção. Considerando-se que o supercondutor é percorrido por uma densidade de corrente média  $J^*$ , a solução da Equação (2.19) é dada por (2.20).

$$J^* = \frac{H' - H}{w} \quad (2.20)$$

Considera-se a aplicação de uma intensidade de campo média  $H^*$  dada pela Equação (2.21).

$$H^* = \frac{H' + H}{2} \quad (2.21)$$

Logo, tem-se a relação entre a densidade de corrente e a intensidade de campo magnético aplicada. Contudo, para um dado campo externo aplicado  $\vec{H}$ , o campo interno ao tubo  $\vec{H}'$  possui maior magnitude no caso em que o campo externo está sendo blindado, comparando-se ao caso de aprisionamento de campo [16]. Logo, a relação entre a densidade de corrente e o campo magnético aplicado considerado é a média dos dois casos descritos nesse parágrafo, blindagem do campo externo e aprisionamento de campo.

O comportamento de  $J(B)$  observado através de experimentos pode ser ajustado por uma expansão em série de potências, conforme (2.22).

$$\frac{\alpha}{J(B)} = B_0 + B + a_2 B^2 + a_3 B^3 + \dots \quad (2.22)$$

A qual, tendo os coeficientes  $a_2, a_3, \dots$  suficientemente pequenos, pode ser simplificada, tendo como resultado a Equação (2.23).

$$\frac{\alpha}{J(B)} = B_0 + B \quad (2.23)$$

A Equação (2.23) pode ser reescrita conforme Equação (2.24) (forma geralmente apresentada na literatura).

$$J(B) = \frac{J_c}{1 + \alpha_1 B} \quad (2.24)$$

A constante  $\alpha$  no caso da Equação (2.23) está intimamente ligada à microestrutura do supercondutor, ao campo magnético aplicado e a temperatura do sistema (conforme Figura 2.13).

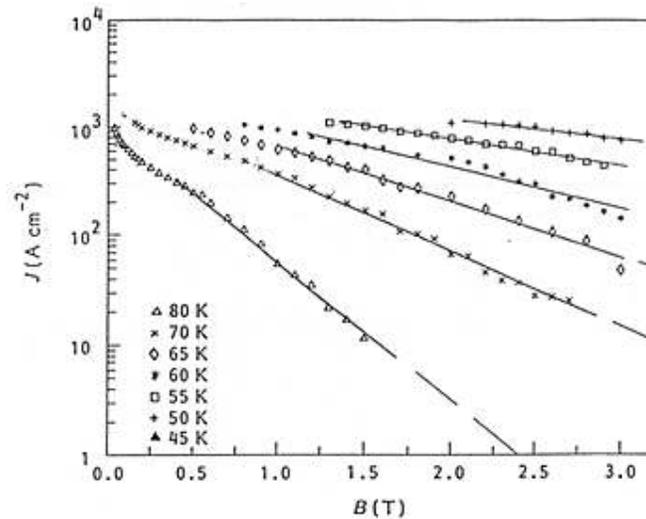


Figura 2.13. Relação entre a densidade de corrente e o campo magnético aplicado em um tubo supercondutor em várias temperaturas, extraído de [17].

A constante  $\alpha$  indica a capacidade de transporte de corrente do mesmo. A Equação (2.23) é válida para  $B$  até quinze vezes o valor de  $B_0$ , o qual coincide aproximadamente com o campo crítico termodinâmico do supercondutor. Nota-se que para valores de  $B \gg B_0$ , que  $B_0$  pode ser considerado nulo, e a Equação (2.23) reforça a idéia de que o comportamento eletromagnético do supercondutor é ditado por forças de Lorentz, conforme apresentado no item 2.3.1 desse capítulo.

#### 2.3.4. Modelo de Anderson-Kim

A lei de Arrhenius [18] foi inicialmente utilizada para descrever a dependência da velocidade de uma reação química com a temperatura. Arrhenius propôs que os reagentes teriam que possuir uma quantidade de energia mínima para a ocorrência da reação química, chamada de energia de ativação. Aplicando-se a distribuição estatística de Maxwell-Boltzmann, pode-se determinar que o percentual de moléculas que possuem energia superior a de ativação é proporcional a  $e^{\frac{-U}{kT}}$ , onde  $U$  é a energia de ativação,  $k$  é a constante de Boltzmann e  $T$  a temperatura do sistema. Assim, a velocidade da reação química é dada na Equação (2.25).

$$V = Ae^{\frac{-U}{kT}} \quad (2.25)$$

onde  $A$  é uma constante específica de cada reação química.

Conforme visto no item 2.3.1 desse capítulo, o campo elétrico nos supercondutores é proveniente do movimento dos fluxóides. A movimentação desses fluxóides se dá de forma análoga ao apresentado para a reação química. Para que eles possam se mover, eles devem possuir uma energia de ativação, a qual nesse caso depende da densidade de corrente conforme a Equação (2.26).

O modelo de Anderson-Kim consiste na descrição da dependência entre a corrente e o campo elétrico. Ele é baseado na dependência logarítmica entre a energia de ativação e a densidade de corrente que percorre o supercondutor [19], conforme a Equação (2.26).

$$U(J) = U_c \ln\left(\frac{J_c}{J}\right) \quad (2.26)$$

A Equação (2.26) aplicada à lei de Arrhenius nos dará a relação desejada. Considerando o campo elétrico análogo a velocidade da reação química, e definindo-

se um campo crítico  $E_C$  característico do supercondutor e análogo à constante  $A$ , temos a Equação (2.27).

$$E(J) = E_C e^{\frac{-U_C \ln(\frac{J_C}{J})}{kT}} \quad (2.27)$$

A qual pode ser reescrita conforme (2.28).

$$E(J) = E_C \left( \frac{J}{J_C} \right)^{\frac{U_C}{kT}} \quad (2.28)$$

Definindo-se  $n = \frac{U_C}{kT}$ , a Equação (2.28) pode ser reescrita conforme (2.29).

$$E(J) = E_C \left( \frac{J}{J_C} \right)^n \quad (2.29)$$

O campo elétrico crítico  $E_C$  é aquele em que se considera que os fluxóides estão se movendo. Ele é definido em inúmeras referências, dentre elas [20], como  $1\mu\text{V/cm}$ . Assim, a densidade de corrente que implica no surgimento de um campo elétrico desse valor é chamada de densidade de corrente crítica do supercondutor  $J_C$ .

Nota-se pela Equação (2.28) que a relação entre a densidade de corrente e o campo elétrico depende da energia de ativação crítica  $U_C$ , a qual depende das características da microestrutura do supercondutor e do campo magnético aplicado, e da temperatura do sistema. Verifica-se ainda que a temperatura do sistema possui efeito contrário à  $U_C$ .

A relação entre o valor de  $n$  e o campo magnético pode ser aproximada por uma equação análoga à do modelo de Kim (Equação (2.24)) [21]. Pode-se utilizar o valor de densidade de corrente crítica da Equação (2.24) na Equação (2.29).

Variando-se o valor de  $n$  em (2.29) pode-se modelar o comportamento do supercondutor em condições distintas, conforme apresentado na Figura 2.14):

- Resistência nula: dissipação de difícil detecção (abaixo da resolução dos equipamentos de medição);
- *TAFF* – *Thermally activated flux-flow* : observável quando a barreira de *pinning* é pequena e a temperatura é suficiente para se ultrapassar esta barreira;
- *Flux-creep*: movimento de fluxóides para valores de corrente as quais induzem forças de Lorentz nos fluxóides da ordem de grandeza das forças de *pinning* ( $n \cong 10$ , região em que a Equação (2.29) é mais aplicável [22]);
- *Flux-flow*: Movimento de fluxóides para valores grandes de corrente as quais induzem forças de Lorentz nos fluxóides muito superiores às forças de *pinning* ( $n \cong 2$ );
- Normal: Comportamento ôhmico, dissipação proporcional ao quadrado da corrente ( $n = 1$ ).

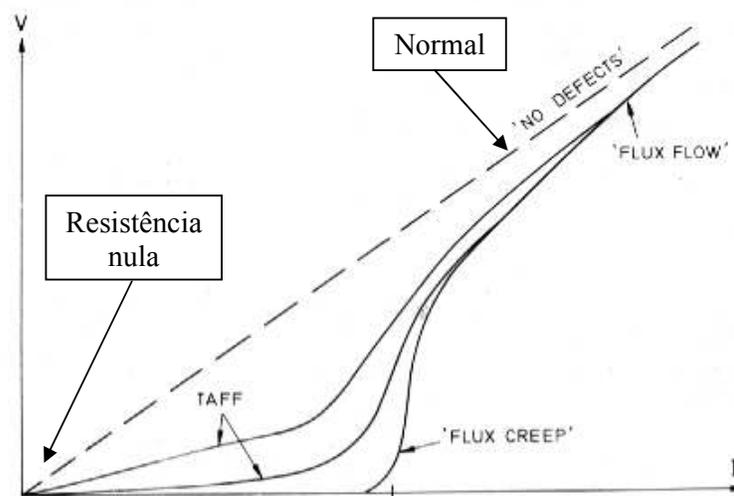


Figura 2.14. Relação entre o campo elétrico e a densidade de corrente para um supercondutor de alta temperatura, extraído de [23].

A Figura 2.15 consiste em uma curva do campo elétrico por densidade de corrente experimental. Utilizam-se escalas logarítmicas para determinar-se o parâmetro de potência  $n$  pela inclinação da curva.

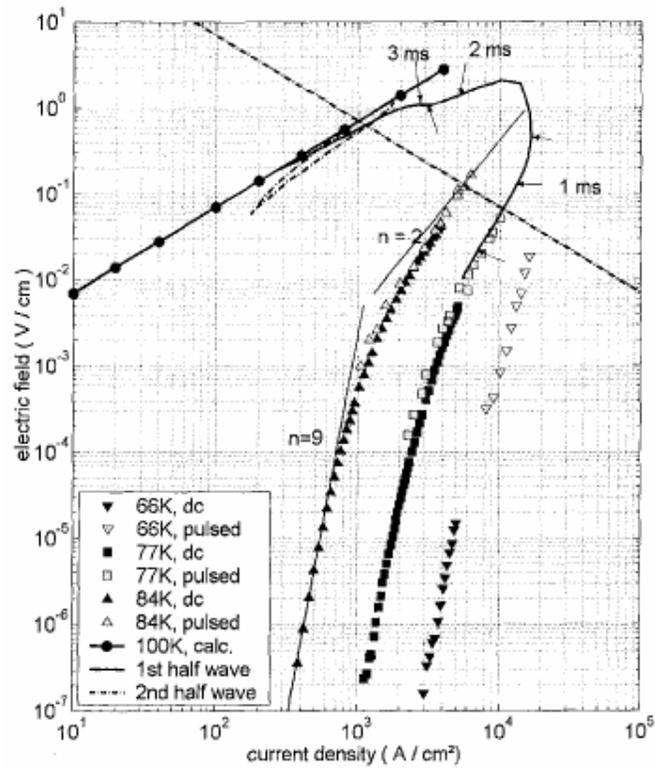


Figura 2.15. Relação entre o campo elétrico e a densidade de corrente para um tubo supercondutor MCP BSCCO 2212 para quatro temperaturas distintas, extraído de [24].

### 3. Solução analítica para um cilindro supercondutor pelo modelo de Bean

Conforme visto no item 2.3.2 do capítulo 2, o campo magnético em uma placa supercondutora penetra inicialmente na parte externa da mesma. Situação análoga ocorre em um cilindro supercondutor quando transportando uma corrente nele imposta, conforme [25] e [26]. Assim, toda variação de corrente ou campo eletromagnético começa na parte externa do cilindro, se difundindo para seu interior. Pode-se então prever analiticamente sua dissipação de potência utilizando-se o modelo de Bean.

A solução analítica da dissipação de potência em um cilindro supercondutor será efetuada para uma corrente senoidal com frequência angular  $\omega$ . Para isso, dividiremos a solução em três partes distintas, compondo os itens desse capítulo.

Considera-se um cilindro supercondutor maciço sendo percorrido por uma corrente  $i(t) = I_{max} \cdot \text{sen}(\omega t)$ , conforme a Figura 3.1.

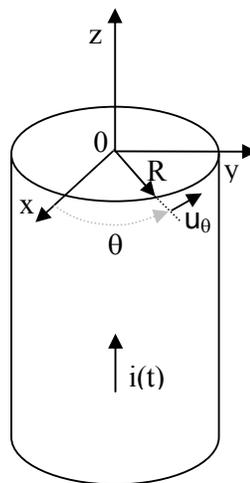


Figura 3.1. Cilindro supercondutor de raio  $R$  sendo percorrido por uma corrente  $i(t)$ .

Utilizar-se-á o sistema de coordenadas cilíndricas para a solução eletromagnética desse sistema.

### 3.1. Primeira variação de corrente de zero até $I_{max}$

Primeiramente, definiremos o valor de corrente  $I_C$  sendo aquele em que ocorre a penetração de corrente completa no cilindro supercondutor, considerando-se que o mesmo transporta uma densidade de corrente homogênea  $J_C$ .

$$I_C = J_C \pi R^2 \quad (3.1)$$

O primeiro montante de corrente que o supercondutor transportará se dará na parte mais externa do cilindro. A corrente penetrará até o raio  $c(t)$  para uma dada corrente  $i(t)$ , dado pela Equação (3.2).

$$J_C \pi (R^2 - c(t)^2) = i(t)$$
$$c(t) = R \sqrt{1 - \frac{i(t)}{I_C}} \quad (3.2)$$

Utilizando-se a Equação (3.2), definiremos  $r_S$  como o raio de máxima penetração de corrente no cilindro supercondutor, substituindo  $i(t)$  por  $I_{max}$ .

$$r_S = R \sqrt{1 - \frac{I_{max}}{I_C}} \quad (3.3)$$

É válido ressaltar que a simulação para um cilindro maciço de raio  $R$  e um tubo cilíndrico com raio externo  $R$  e raio interno menor que  $r_S$ , são idênticas.

Aplicando-se então a lei de Ampère, Equação (3.4), no cilindro podemos definir o campo magnético no mesmo. Estando a corrente no sentido e direção conforme Figura 3.1, o campo magnético  $\vec{B}$  terá sentido e direção do vetor unitário  $\vec{u}_\theta$ , também conforme Figura 3.1, e dependerá do valor da corrente  $i(t)$  e da sua distância  $r$  do eixo  $z$ .

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \iint \vec{J} \cdot d\vec{s} \quad (3.4)$$

Obtemos assim a expressão do campo magnético, conforme Equação (3.5).

$$\begin{aligned}
 r < c(t) &\rightarrow H = 0 \\
 R > r > c(t) &\rightarrow H = \frac{J_c}{2} \left( r - \frac{c(t)^2}{r} \right) \\
 r > R &\rightarrow H = \frac{J_c (R^2 - c(t)^2)}{2r}
 \end{aligned}
 \tag{3.5}$$

A variação do valor da corrente imposta implicará na variação do campo magnético, fazendo surgir um campo elétrico, o qual pode ser obtido pela aplicação da lei de Faraday, Equação (3.6).

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu_0 \frac{d\vec{H}}{dt}
 \tag{3.6}$$

A solução da Equação (3.6) para este caso é dada em. (3.7), tendo o campo elétrico a mesma direção e sentido da densidade de corrente.

$$R > r > c(t) \rightarrow E(t, r) = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{di(t)}{dt} \ln\left(\frac{r}{c(t)}\right)
 \tag{3.7}$$

Tem-se na Figura 3.2 a representação gráfica das Equações (3.5) e (3.7).

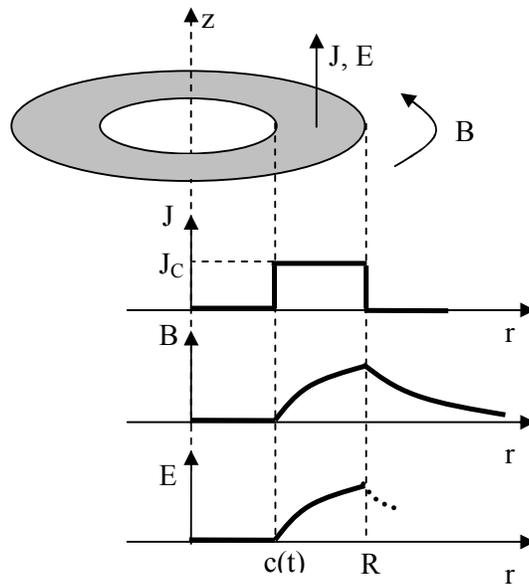


Figura 3.2. Distribuição da corrente e campo magnético no cilindro supercondutor conduzindo o primeiro montante da corrente senoidal  $i(t)$ .

Utilizando-se a Equação. (3.7) e o valor da densidade de corrente, que nesse caso é  $+J_C$ , a dissipação de potência por unidade de comprimento do cilindro supercondutor é definida por:

$$P(t) = \int_0^{2\pi} \int_{c(t)}^R J(r,t) \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{di(t)}{dt} \ln\left(\frac{r}{c(t)}\right) dr.r.d\theta \quad (3.8)$$

$$P(t) = J_C \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{di(t)}{dt} \int_{c(t)}^R r \ln\left(\frac{r}{c(t)}\right) dr$$

$$P(t) = 10^{-7} I_{\max} \omega \cos(\omega t) \cdot \left[ 2 \ln \left( \frac{\sqrt{\frac{-I_C + I_{\max} \sin(\omega t)}{I_C}} I_C}{-I_C + I_{\max} \sin(\omega t)} \right) I_C - I_{\max} \sin(\omega t) \right] \quad (3.9)$$

Para uma corrente senoidal de frequência de 60 Hz, a solução da Equação (3.9) é dada por (3.10).

$$P(t) = \frac{3}{250000} I_{\max} \pi \cos(120\pi t) \cdot \left[ 2 \ln \left( \frac{\sqrt{\frac{-I_C + I_{\max} \sin(120\pi t)}{I_C}} I_C}{-I_C + I_{\max} \sin(120\pi t)} \right) I_C - I_{\max} \sin(120\pi t) \right] \quad (3.10)$$

Integrando-se (3.9) no tempo com os limites de integração correspondentes aos valores de corrente nula a corrente máxima (1/4 de período) e dividindo o resultado da integral por esse intervalo de tempo, teremos a dissipação média de potência por unidade de comprimento, conforme Equação (3.11).

$$P_{med} = -\frac{10^{-7}}{\pi} \omega \left( \begin{aligned} & 2I_{\max} I_C \ln(I_C - I_{\max}) - 4I_{\max} I_C \ln\left(I_C \sqrt{\frac{1}{I_C}}\right) - 2I_C^2 \ln(I_C - I_{\max}) \\ & + 4I_C^2 \ln\left(I_C \sqrt{\frac{1}{I_C}}\right) + I_{\max}^2 - 2I_{\max} I_C \end{aligned} \right) \quad (3.11)$$

Cuja solução para a corrente senoidal de 60 Hz é dada na Equação (3.12).

$$P_{med} = -\frac{3}{250000} \left( \begin{aligned} &2I_{max}I_C \ln(I_C - I_{max}) - 4I_{max}I_C \ln\left(I_C \sqrt{\frac{1}{I_C}}\right) - 2I_C^2 \ln(I_C - I_{max}) \\ &+ 4I_C^2 \ln\left(I_C \sqrt{\frac{1}{I_C}}\right) + I_{max}^2 - 2I_{max}I_C \end{aligned} \right) \quad (3.12)$$

Tem-se na Figura 3.3 a representação gráfica das Equações (3.10) e (3.12).

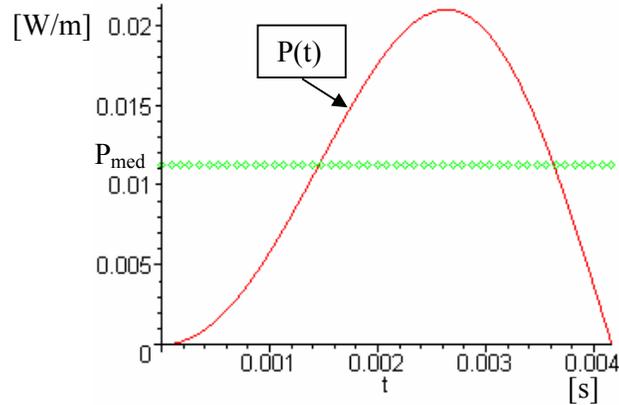


Figura 3.3. Dissipação de potência [W] por unidade de comprimento [m] para um cilindro supercondutor com  $J_C=400A/cm^2$ ,  $R=3,6mm$ ,  $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{sen}(120\pi t)$  e variação de corrente de zero a  $I_{max}$ .

Nota-se pela Figura 3.3 que a dissipação supercondutora difere da ôhmica, dado que para o instante de corrente máxima a dissipação é nula, dado que o campo elétrico nesse instante se anula (pois a derivada da corrente nesse instante também se anula). É válido ressaltar que para o modelo proposto, a dissipação para uma corrente contínua constante seria nula.

Tem-se na Figura 3.4 a representação gráfica da influência da frequência na dissipação de potência média no cilindro, conforme Equação (3.11).

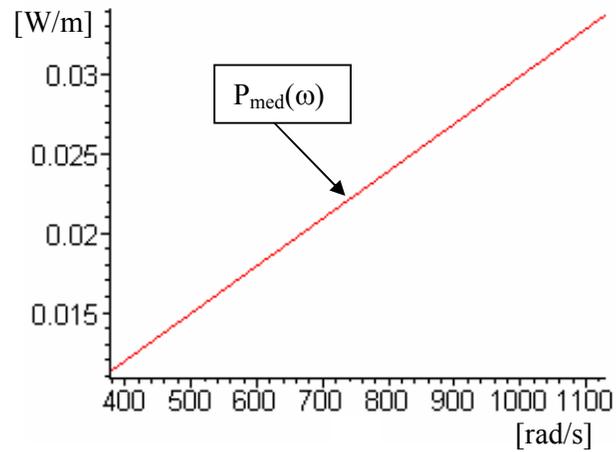


Figura 3.4. Dissipação média de potência [W] por unidade de comprimento [m] para um cilindro supercondutor com  $J_c=400\text{A/cm}^2$ ,  $R=3,6\text{mm}$  e  $i(t)=50(2)^{(1/2)}\text{sen}(\omega t)$ .

### 3.2. Variação de corrente de $I_{max}$ até $-I_{max}$

Com a diminuição do valor da corrente imposta, a casca mais externa do cilindro supercondutor conduzirá uma densidade de corrente negativa igual a  $-J_c$  conforme Figura 3.5.

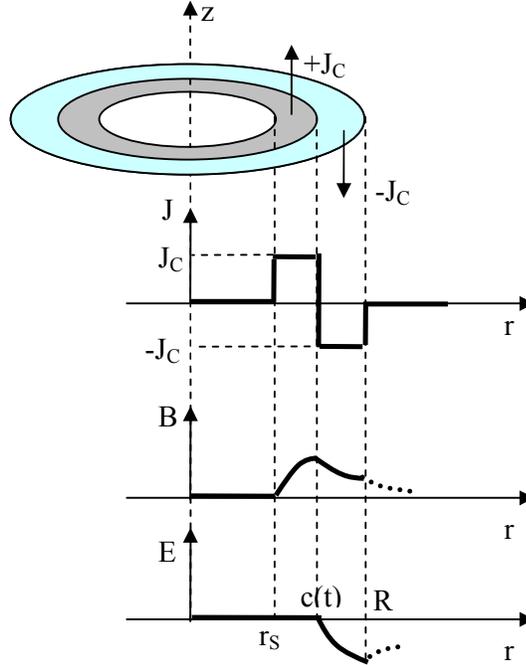


Figura 3.5. Distribuição da corrente e campo magnético no cilindro supercondutor conduzindo com  $i(t)$  variando de  $I_{max}$  até  $-I_{max}$ .

O raio até o qual a densidade de corrente varia de valor é definido pela Equação (3.13).

$$i(t) = J_c \pi \left( (c(t)^2 - r_s^2) - (R^2 - c(t)^2) \right)$$

$$c(t) = R \sqrt{1 - \frac{I_{max}}{2I_c} + \frac{i(t)}{2I_c}} \quad (3.13)$$

Nota-se que para região com raio menor que  $c(t)$  o perfil do campo magnético não varia com o tempo, não induzindo por consequência campo elétrico nesta região. Logo não se dissipa potência nesta região. Assim, o campo magnético no interior do supercondutor é definido conforme Equação (3.14).

$$r < r_s \rightarrow B = 0$$

$$c(t) > r > r_s \rightarrow B = \frac{\mu_0 J_c}{2} \left( r - \frac{r_s^2}{r} \right) \quad (3.14)$$

$$R > r > c(t) \rightarrow B = \frac{\mu_0 i(t)}{2\pi r} - \frac{\mu_0 J_c}{2} \left( r - \frac{R^2}{r} \right)$$

Substituindo-se a Equação (3.13) na Equação (3.7) obtemos o campo elétrico no interior do supercondutor. Substituindo a Equação (3.13) e a densidade de corrente negativa  $-J_C$  na Equação (3.8) teremos a dissipação de potência por unidade de comprimento do cilindro supercondutor, cuja solução para a corrente senoidal  $I_{max} \cdot \text{sen}(\omega t)$  é dada na Equação (3.15).

$$P(t) = -10^{-7} I_{max} \omega \cos(\omega t) \cdot \left[ \ln(2)I_C + 2 \ln \left( \frac{\sqrt{\frac{2I_C - I_{max} + I_{max} \sin(\omega t)}{I_C}} I_C}{2I_C - I_{max} + I_{max} \sin(\omega t)} \right) I_C - I_{max} + I_{max} \sin(\omega t) \right] \quad (3.15)$$

Cujo valor médio também é dado por (3.11). Tem-se na Figura 3.6 a representação gráfica das Equações (3.11) e (3.15).

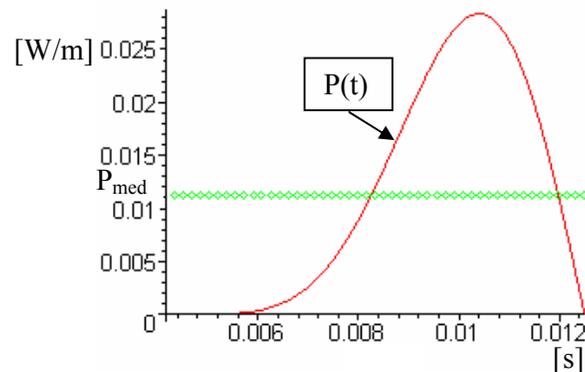


Figura 3.6. Dissipação de potência [W] por unidade de comprimento [m] para um cilindro supercondutor com  $J_C=400\text{A/cm}^2$ ,  $R=3,6\text{mm}$ ,  $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{sen}(120\pi t)$  e variação de corrente de  $I_{max}$  a  $-I_{max}$ .

Nota-se que apesar das Equações (3.9) e (3.15) possuírem formas distintas, o valor médio delas é igual.

### 3.3. Variação de corrente de $-I_{max}$ até $I_{max}$

Dado que a dedução do perfil de dissipação de potência desse caso é análogo ao caso apresentado no item 3.2 desse capítulo, ocultar-se-á a dedução das equações apresentadas a seguir.

O raio até o qual a densidade de corrente varia de valor é definido pela Equação (3.16).

$$c(t) = R \sqrt{1 - \frac{I_{\max}}{2I_C} + \frac{i(t)}{2I_C}} \quad (3.16)$$

A dissipação de potência por unidade de comprimento do cilindro supercondutor para a corrente senoidal  $I_{\max} \cdot \text{sen}(\omega t)$  é dada na Equação (3.17).

$$P(t) = 10^{-7} I_{\max} \omega \cos(\omega t) \cdot \left[ \ln(2)I_C + 2 \ln \left( \frac{\sqrt{\frac{2I_C - I_{\max} + I_{\max} \sin(\omega t)}{I_C}} I_C}{2I_C - I_{\max} + I_{\max} \sin(\omega t)} \right) I_C - I_{\max} + I_{\max} \sin(\omega t) \right] \quad (3.17)$$

Cujo valor médio também é dado por (3.11). Dado que o perfil de dissipação de potência desse caso é idêntico ao apresentado no item 3.2 desse capítulo, Figura 3.6, não apresenta-se a representação gráfica da Equação (3.17).

#### 4. Solução numérica para um tubo supercondutor pelo modelo de Bean

Em princípio, a solução numérica eletromagnética de um tubo supercondutor infinito conduzindo uma corrente imposta se mostra desnecessária, uma vez que a solução analítica é possível, conforme apresentada no capítulo 3 desse trabalho. Contudo, o algoritmo utilizado para efetuar a análise pelo modelo de Bean possibilitará a visualização e validação do mesmo (por comparação com a solução Analítica). Tendo-se o algoritmo validado, o mesmo, com pequenas alterações, poderá ser utilizado para simulações pelo modelo de Kim e considerando-se a influência da variação da temperatura.

Inicialmente, divide-se o tubo supercondutor em inúmeras cascas concêntricas, sendo a superfície interna de uma casca coincidente com a superfície externa da casca interna à anteriormente definida. Considerar-se-ão homogêneas todas as variáveis eletromagnéticas em uma casca. Assim, a espessura da casca deve ser tal que a solução tenha uma precisão adequada (quanto menor espessura melhor) e não implique em tempo computacional demasiado para ser calculada (quanto maior espessura melhor).

A Figura 4.1 apresenta a representação gráfica da divisão em cascas do tubo supercondutor.

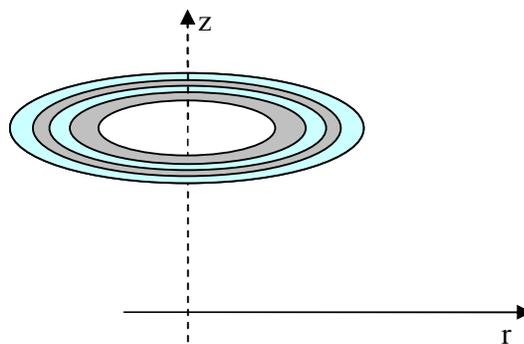


Figura 4.1. Representação gráfica da divisão em cascas do tubo supercondutor.

Conforme visto no item 2.3.2 do capítulo 2, qualquer variação eletromagnética ocorrerá inicialmente na parte mais externa do tubo supercondutor. Esta condição foi utilizada para efetuar a simulação.

A simulação foi dividida em duas etapas, sendo uma espacial e outra temporal. Para cada instante de tempo analisado, todo o espaço delimitado pelo supercondutor é analisado. O passo de tempo deve ser tal que a solução tenha uma precisão adequada (quanto menor o passo melhor) e não implique em um tempo computacional demasiado para ser calculada (quanto maior o passo melhor)

Os passos do algoritmo de simulação são:

#### 1. Inicialização

Inicialização das constantes utilizadas.

Entrada de parâmetros de simulação.

Entrada do valor do raio externo do tubo supercondutor  $R_{ext}$ ;

Entrada do valor do raio interno do tubo supercondutor  $R_{int}$ ;

Entrada da espessura da casca de análise  $dr$ ;

Entrada do valor eficaz da corrente senoidal imposta  $I_{rms}$ ;

Entrada da frequência da corrente senoidal imposta  $f$ ;

Tempo total de análise e  $T$ ;

Passo de tempo de análise  $dt$ ;

Densidade de corrente crítica do supercondutor  $J_c$ .

Cálculo da dimensão dos vetores referentes aos passos espaciais e temporais,  $nr$  e  $nt$ , respectivamente.

Inicialização das variáveis de análise.

Inicialização do vetor corrente imposta  $I$ ;

Inicialização da matriz campo magnético  $B$ ;

Inicialização da matriz densidade de corrente  $J$ ;

Inicialização da matriz campo elétrico  $E$ ;

Inicialização da matriz dissipação de potência  $P$ ;

Inicialização do somatório total de potência dissipada (para calcular-se a potência média dissipada)  $P_{total}$ .

## 2. Análise temporal

Cálculo do valor da corrente instantânea.

Inicialização da variável correspondente à corrente interna à casca que está sendo analisada com o valor da corrente instantânea  $I_{int}$ .

Inicialização com valor nulo da variável correspondente à diferença entre a corrente instantânea e a corrente imposta no supercondutor  $\Delta I$ .

Cálculo do campo magnético presente na superfície externa do supercondutor.

Inicialização com valor nulo da variável correspondente à potência total dissipada no instante analisado  $P_t$ .

## 3. Análise espacial

Cálculo da densidade de corrente a ser aplicada na casca de análise conforme modelo de Bean.

Cálculo do valor do complemento que deve ser adicionado à corrente imposta no instante anterior para que a corrente imposta atual seja alcançada, somando-se ao valor da diferença anteriormente calculado a multiplicação da área da casca que está sendo analisada pela diferença entre a densidade de corrente calculada no passo anterior menos densidade de corrente anteriormente calculada no passo temporal anterior.

Cálculo da corrente interna à casca analisada, subtraindo-se da corrente interna anteriormente calculada a multiplicação da área desta casca pela densidade de corrente nela imposta.

Cálculo do campo magnético na casca analisada conforme Equação (4.1).

$$B(r, t) = \frac{I(t) - I_{ext}(r, t)}{2\pi r} \quad (4.1)$$

Verificação se com a densidade de corrente imposta a diferença entre a corrente aplicada no instante analisado e a corrente imposta pelo algoritmo é mínima. Para isso, a seguinte condicional é efetuada: Se a derivada da corrente é positiva e o complemento de corrente for maior ou igual à diferença entre a corrente imposta no instante de análise e a corrente imposta no instante anterior ou se a derivada da corrente é negativa e o complemento de corrente for menor ou igual à diferença entre a corrente imposta no instante de análise e a corrente imposta no instante anterior implica que a análise nesse instante de tempo foi concluída. Caso a condição seja verdadeira, calcula-se então:

O campo elétrico até a casca onde a análise obteve a condicional anterior verdadeira.

A potência dissipada até a casca onde a análise obteve a condicional anterior verdadeira.

A potência total dissipada no instante de análise.

A partir da casca onde a análise obteve a condicional anterior verdadeira, impõe-se a densidade de corrente e campo magnético iguais aos calculados no instante de análise anterior.

Efetuação da interrupção do laço de análise espacial, passando-se para a próxima análise temporal.

Caso a condição anterior seja falsa, continua-se no laço de análise espacial até que a mesma seja verdadeira ou a casca de análise mais interna seja atingida.

#### 4. Construção dos gráficos

Desenho dos gráficos para a visualização espacial e temporal das seguintes variáveis: densidade de corrente (com a corrente senoidal imposta multiplicada por um fator na última casca de análise servindo de referência, facilitado-se a análise dos

resultados), campo magnético, campo elétrico e potência dissipada. Desenha-se o gráfico para a visualização temporal da potência dissipada, em conjunto com a média da mesma ( $P_{med}$ ).

O algoritmo descrito anteriormente (Anexo A) foi implementado no programa matemático MATLAB 6.5.

#### 4.1. Resultados obtidos pelas simulações numéricas

Apresentam-se nas Figura 4.2 até Figura 4.7 os resultados gráficos da simulação de dissipação de potência de um tubo supercondutor infinito para a primeira variação de corrente do valor nulo até seu valor máximo (simulação equivalente ao tempo de zero até 1/4 de ciclo para uma senoide de 60 Hz).

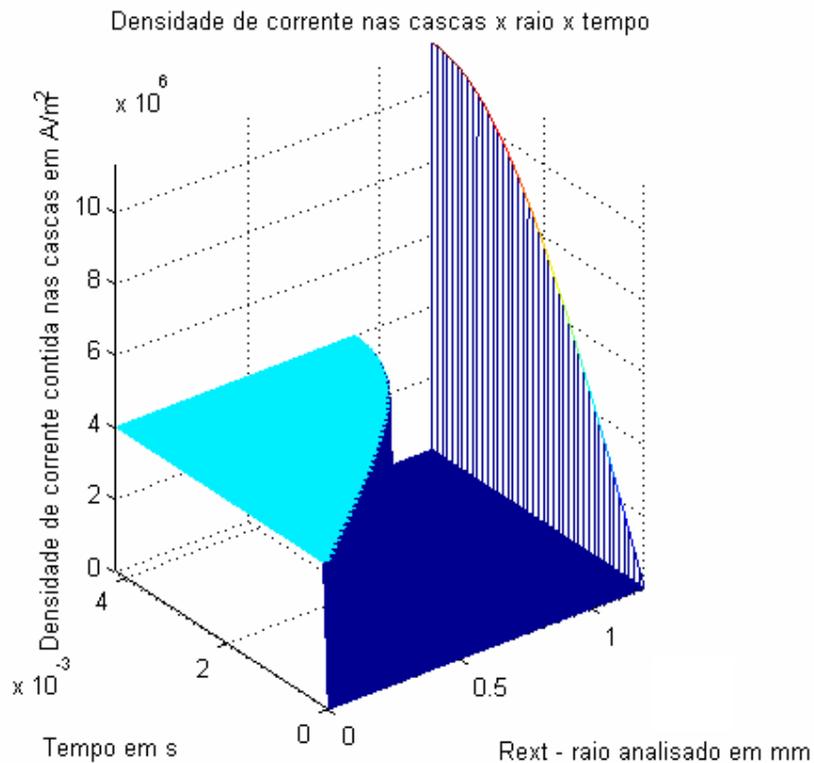


Figura 4.2. Distribuição da corrente no tubo supercondutor [A] para um tubo supercondutor infinito,  $J_C=400 \text{ A/cm}^2$ ,  $R=3,6 \text{ mm}$ ,  $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$  e tempo de simulação de 1/4 de ciclo. A corrente imposta multiplicada por  $16E4$  foi inserida na posição do raio mais interno como referência.

Observa-se na Figura 4.2 que a penetração de corrente no tubo ocorre de seu raio externo em direção ao raio interno com o crescimento da corrente, conforme esperado para o modelo de Bean [13].

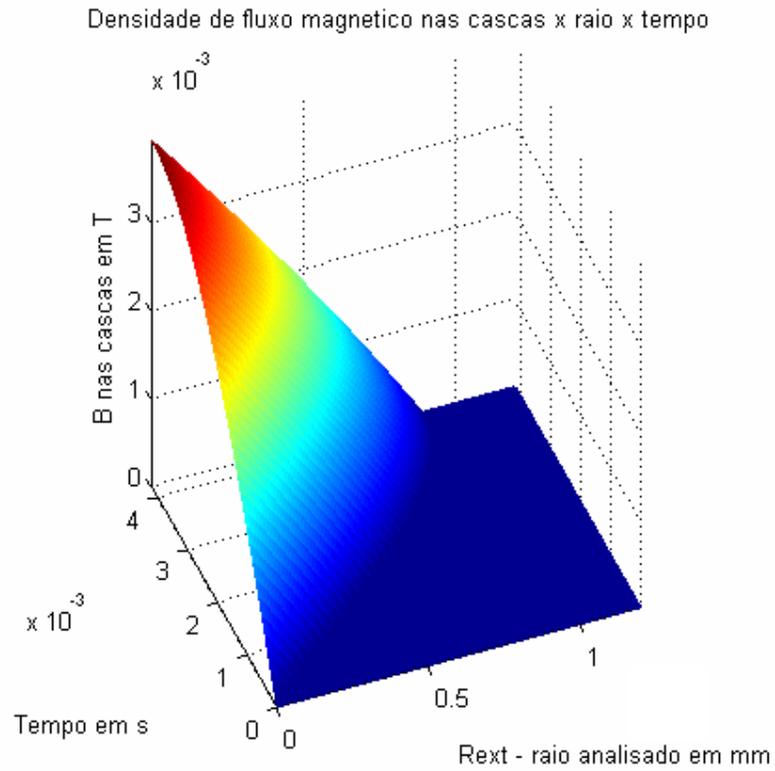


Figura 4.3. Campo magnético no tubo supercondutor [T] para um tubo supercondutor infinito,  $J_c=400 \text{ A/cm}^2$ ,  $R=3,6 \text{ mm}$ ,  $i(t)=50 (2)(1/2) \text{ sen}(120\pi t)$  e tempo de simulação de 1/4 de ciclo.

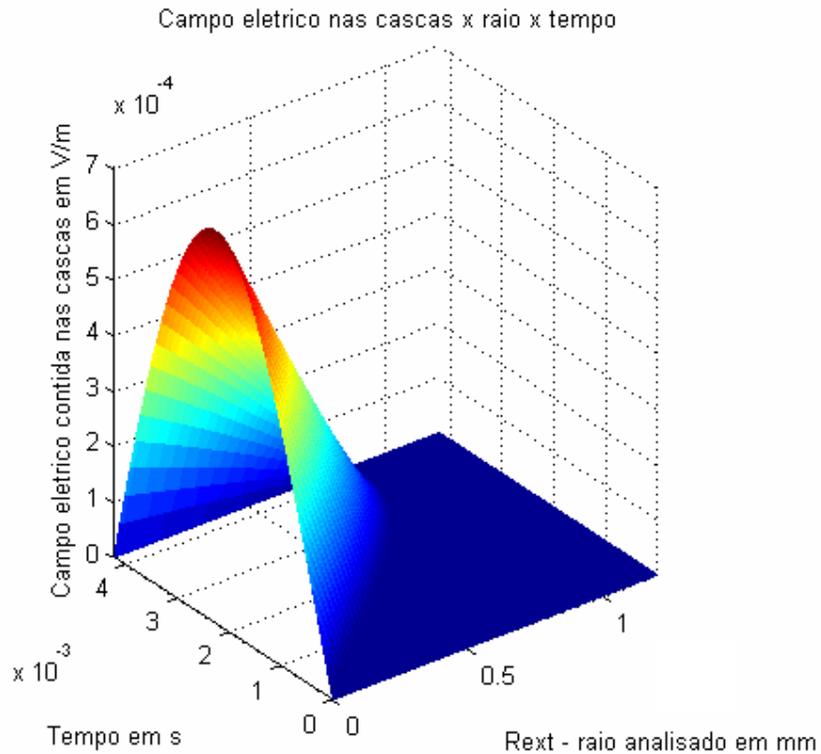


Figura 4.4. Campo elétrico no tubo supercondutor [V/m] para um tubo supercondutor infinito,  $J_C=400 \text{ A/cm}^2$ ,  $R=3,6 \text{ mm}$ ,  $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$  e tempo de simulação de 1/4 de ciclo.

Nota-se pela Figura 4.4 que o perfil do campo elétrico difere consideravelmente dos perfis de distribuição de corrente e campo magnético, dado que o mesmo não é definido pela corrente que percorre o supercondutor, mas sim, por sua variação.

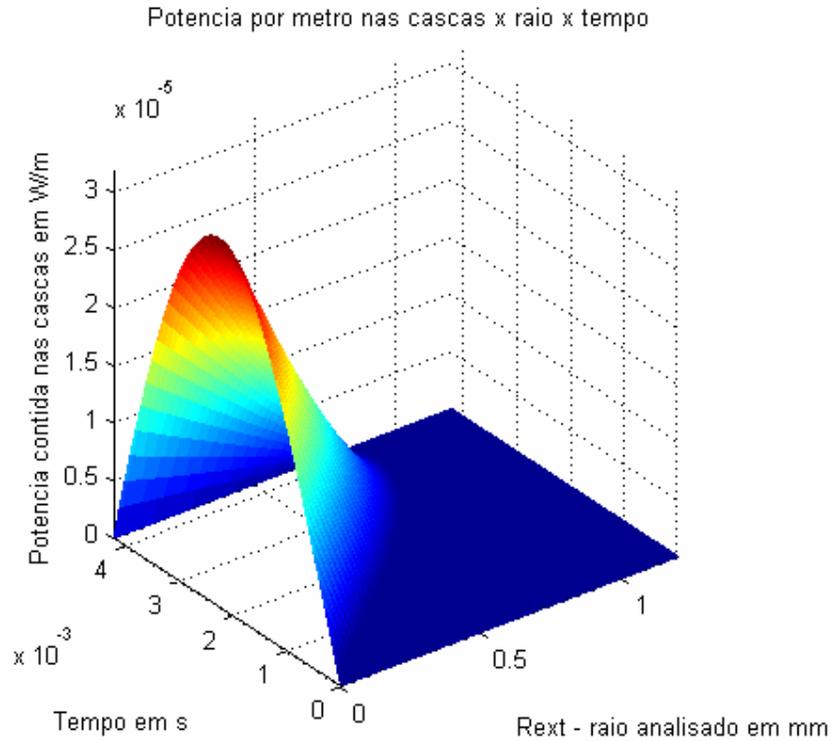


Figura 4.5. Dissipação de potência no tubo supercondutor [W/m] para um tubo supercondutor infinito,  $J_c=400 \text{ A/cm}^2$ ,  $R=3,6 \text{ mm}$ ,  $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$  e tempo de simulação de 1/4 de ciclo.

Verifica-se pelas Figura 4.4 e Figura 4.5 que o perfil de dissipação de potência se assemelha ao perfil do campo elétrico, dado que a mesma é definida pelo produto do campo elétrico pela corrente que percorre o supercondutor.

Efetuando-se o somatório espacial da dissipação de potência no tubo supercondutor, obtém-se a dissipação de potência em função do tempo, conforme Figura 4.6.

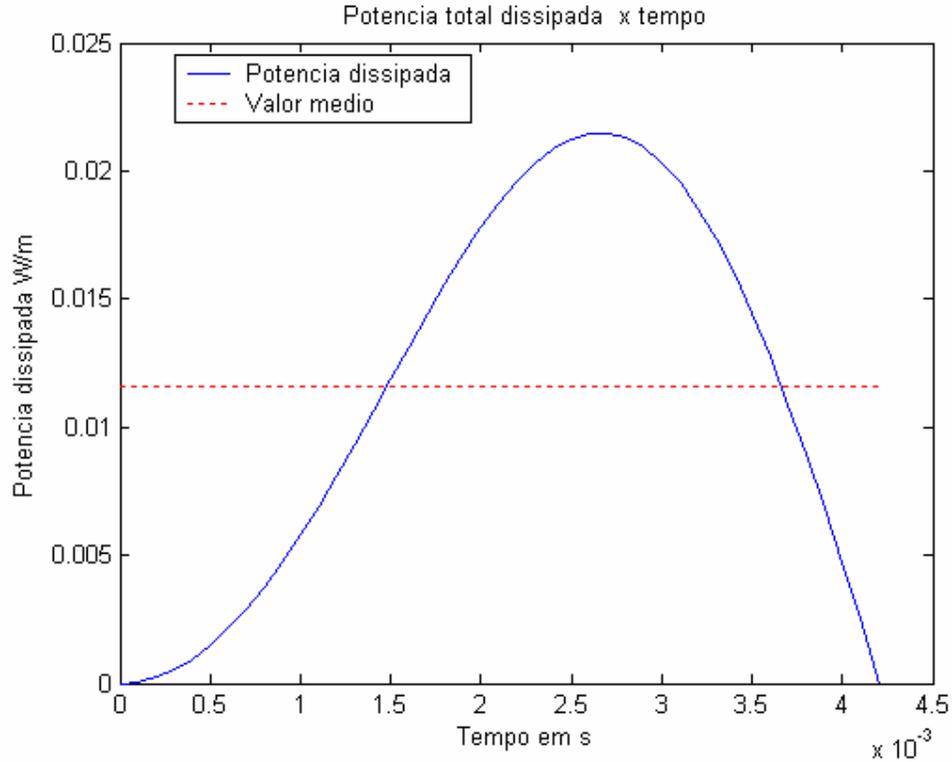


Figura 4.6. Dissipação de potência total no tubo supercondutor [W/m] para um tubo supercondutor infinito,  $J_c=400 \text{ A/cm}^2$ ,  $R=3,6 \text{ mm}$ ,  $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$  e tempo de simulação de 1/4 de ciclo.

Dada a semelhança entre a Figura 3.3 e a Figura 4.6 e a diferença de apenas 2,7% entre os valores de potência média pela solução analítica e numérica, pode-se validar a simulação numérica apresentada nesse capítulo.

Para determinar a dissipação de potência em um tubo finito, multiplicou-se o valor do campo elétrico (V/m) encontrado pelo comprimento do tubo (m), obtendo-se assim a diferença de potencial elétrico entre as extremidades do mesmo. Multiplicando-se a tensão encontrada pela corrente determina-se sua dissipação de potência.

É válido ressaltar que os efeitos de borda não são considerados nessa simulação. Esses efeitos poderiam ser considerados utilizando-se métodos numéricos, como por exemplo elementos finitos.

Apresenta-se na Figura 4.7 a dissipação de potência em função do tempo para um tubo supercondutor de 50 mm (*current lead*).

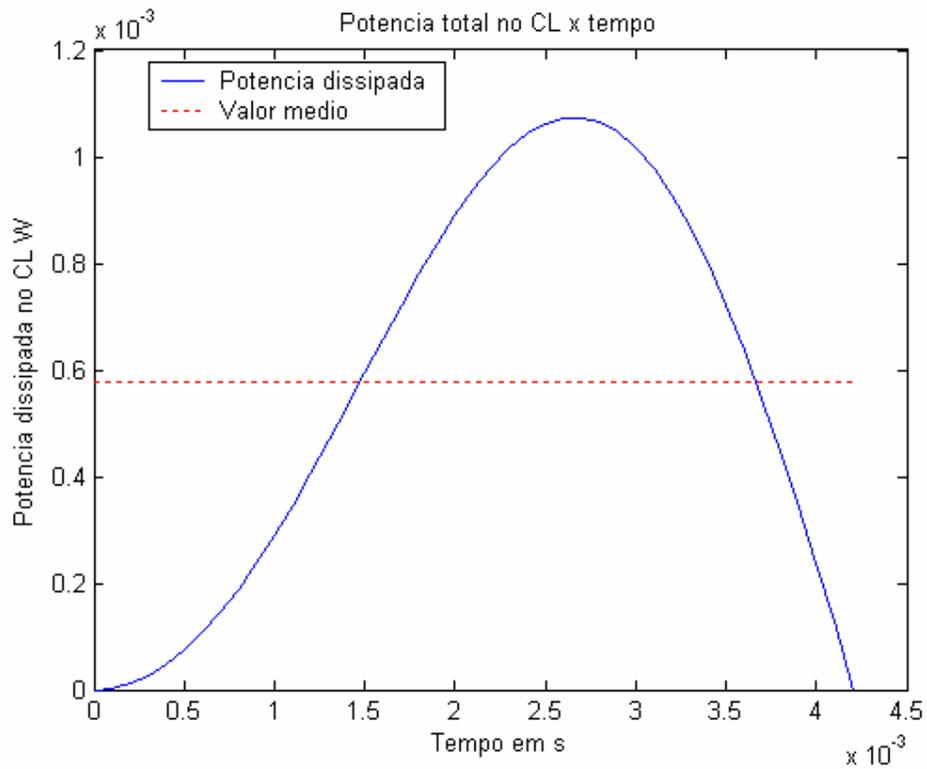


Figura 4.7. Dissipação de potência total no tubo supercondutor [W/m] para um tubo supercondutor finito de 50 mm,  $J_c=400$  A/cm<sup>2</sup>,  $R=3,6$  mm,  $i(t)=50$  (2)<sup>(1/2)</sup> sen(120 $\pi$ t) e tempo de simulação de 1/4 de ciclo.

Apresentam-se nas Figura 4.8 até Figura 4.12 os resultados gráficos da simulação de dissipação de potência de um tubo supercondutor infinito para a primeira variação de corrente do valor nulo até seu valor mínimo (simulação equivalente ao tempo de zero até 3/4 de ciclo para uma senoide de 60 Hz).

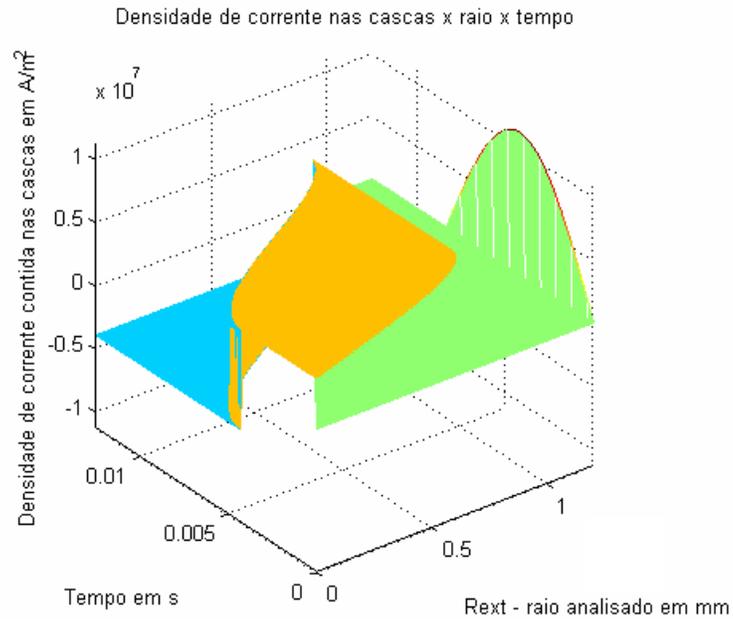


Figura 4.8. Distribuição da corrente no tubo supercondutor [A] para um tubo supercondutor infinito,  $J_C=400 \text{ A/cm}^2$ ,  $R=3,6 \text{ mm}$ ,  $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$  e tempo de simulação de 3/4 de ciclo. A corrente imposta multiplicada por 16E4 foi inserida na posição do raio mais interno como referência.

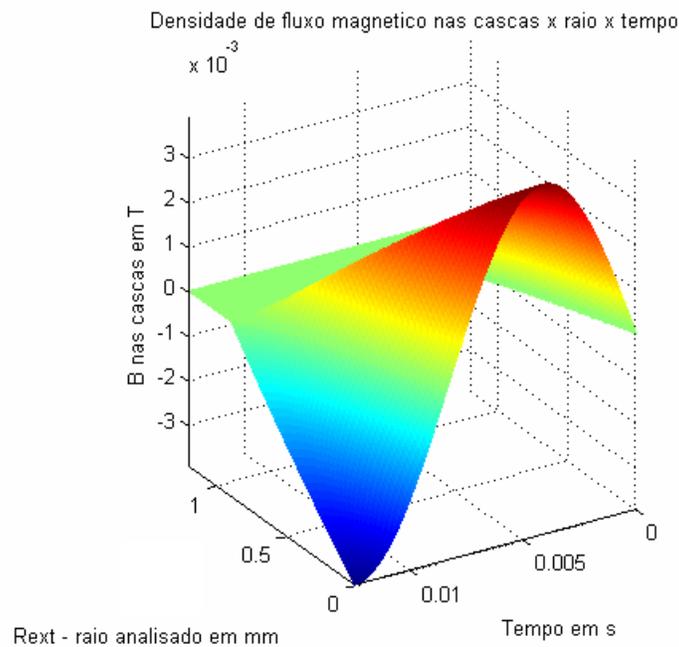


Figura 4.9. Campo magnético no tubo supercondutor [T] para um tubo supercondutor infinito,  $J_C=400 \text{ A/cm}^2$ ,  $R=3,6 \text{ mm}$ ,  $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$  e tempo de simulação de 3/4 de ciclo.

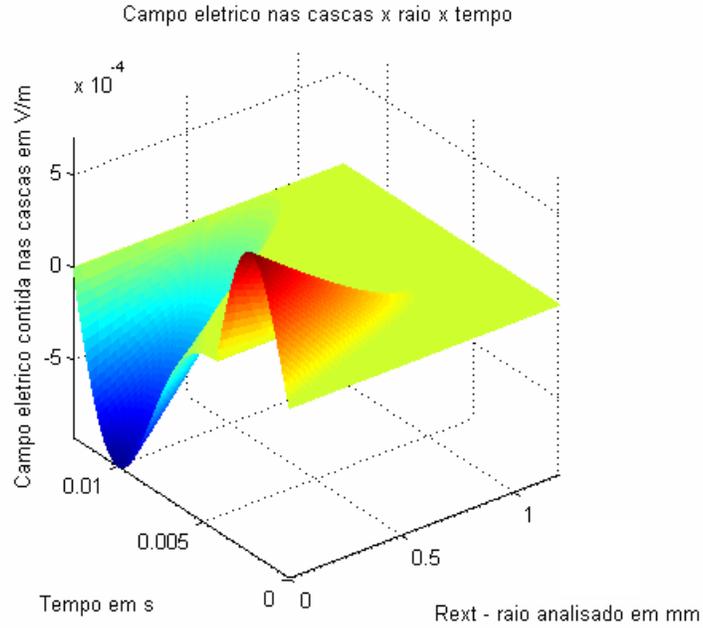


Figura 4.10. Campo elétrico no tubo supercondutor [V/m] para um tubo supercondutor infinito,  $J_c=400 \text{ A/cm}^2$ ,  $R=3,6 \text{ mm}$ ,  $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$  e tempo de simulação de 3/4 de ciclo.

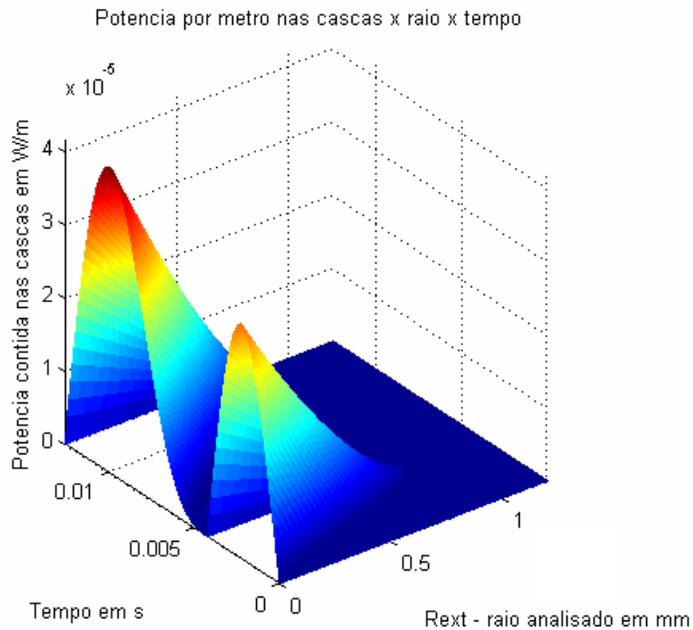


Figura 4.11. Dissipação de potência no tubo supercondutor [W/m] para um tubo supercondutor infinito,  $J_c=400 \text{ A/cm}^2$ ,  $R=3,6 \text{ mm}$ ,  $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$  e tempo de simulação de 3/4 de ciclo.

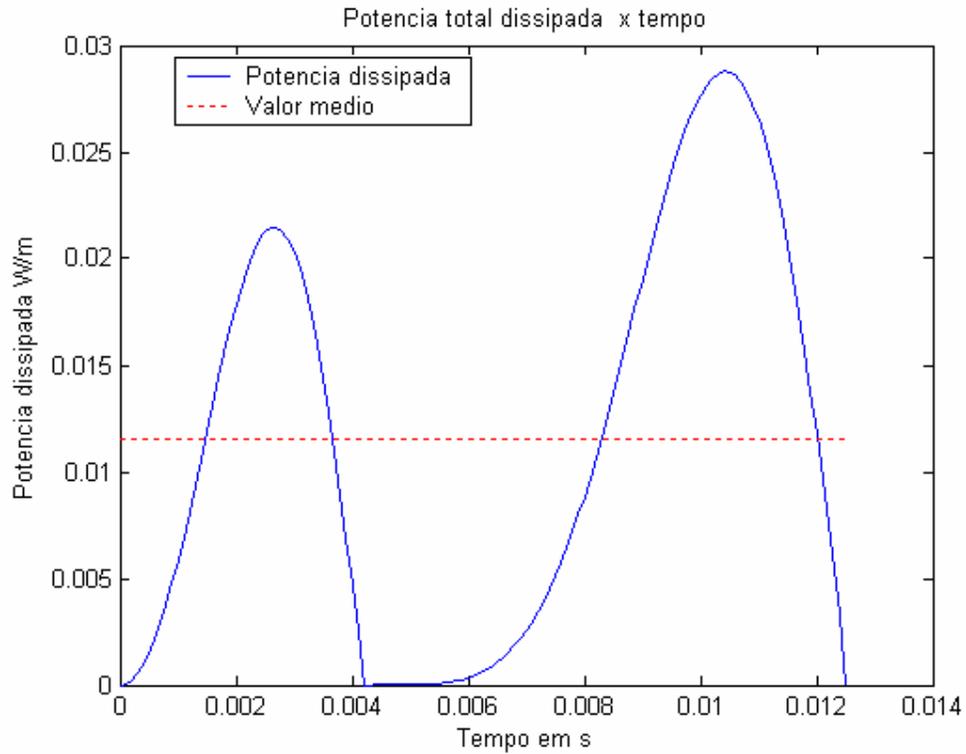


Figura 4.12. Dissipação de potência total no tubo supercondutor [W/m] para um tubo supercondutor infinito,  $J_c=400 \text{ A/cm}^2$ ,  $R=3,6 \text{ mm}$ ,  $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$  e tempo de simulação de 3/4 de ciclo.

O erro do valor simulado em relação ao analítico para a simulação até 3/4 de ciclo foi de 2,44%.

Apresentam-se nas Figura 4.13 até Figura 4.17 os resultados gráficos da simulação de dissipação de potência de um tubo supercondutor infinito para a primeira variação de corrente do valor nulo até 16,7 ms (simulação equivalente ao tempo de zero até 1 ciclo para uma senoide de 60 Hz).

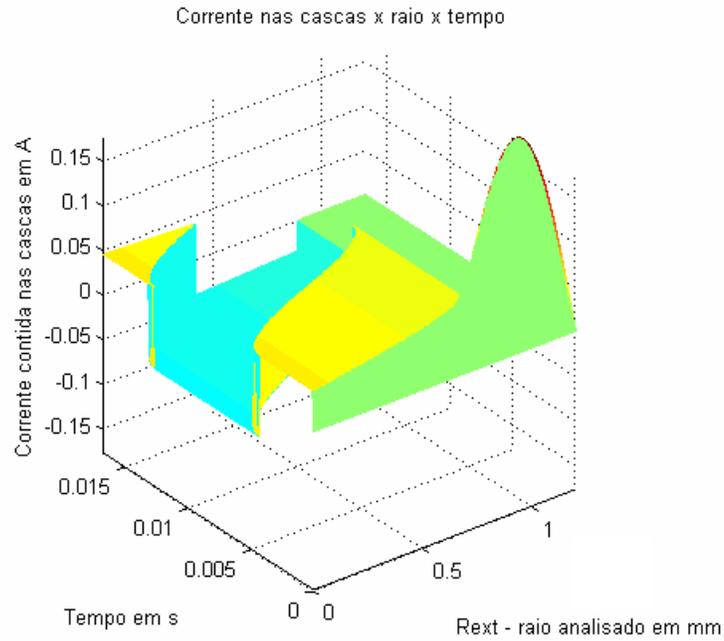


Figura 4.13. Distribuição da corrente no tubo supercondutor [A] para um tubo supercondutor infinito,  $J_C=400 \text{ A/cm}^2$ ,  $R=3,6 \text{ mm}$ ,  $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$  e tempo de simulação de 1 ciclo. A corrente imposta multiplicada por  $16E4$  foi inserida na posição do raio mais interno como referência.

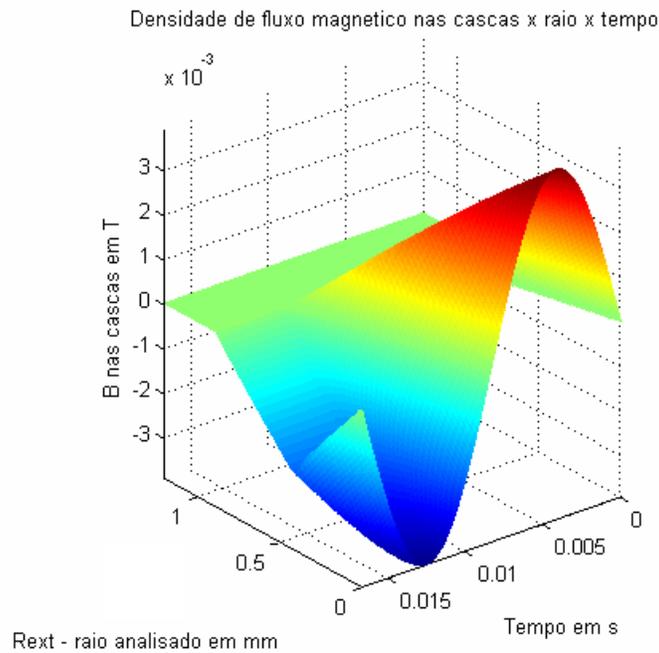


Figura 4.14. Campo magnético no tubo supercondutor [T] para um tubo supercondutor infinito,  $J_C=400 \text{ A/cm}^2$ ,  $R=3,6 \text{ mm}$ ,  $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$  e tempo de simulação de 1 ciclo.

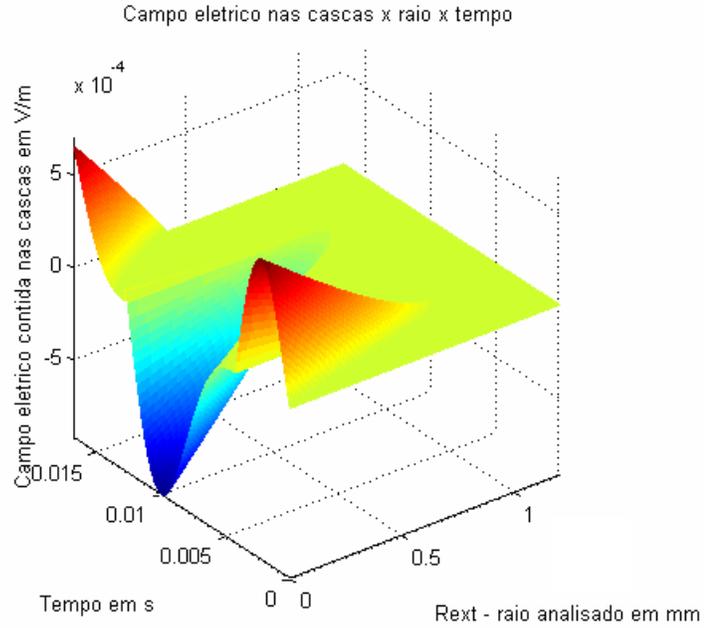


Figura 4.15. Campo elétrico no tubo supercondutor [V/m] para um tubo supercondutor infinito,  $J_c=400 \text{ A/cm}^2$ ,  $R=3,6 \text{ mm}$ ,  $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$  e tempo de simulação de 1 ciclo.

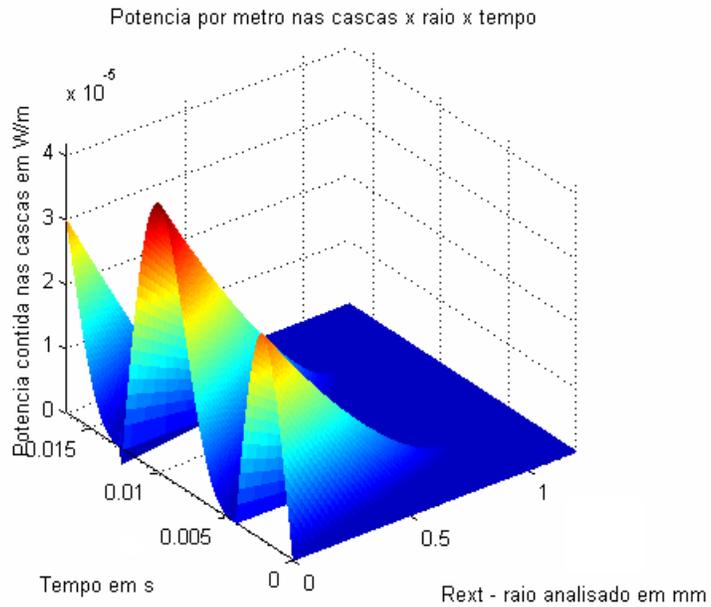


Figura 4.16. Dissipação de potência no tubo supercondutor [W/m] para um tubo supercondutor infinito,  $J_c=400 \text{ A/cm}^2$ ,  $R=3,6 \text{ mm}$ ,  $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$  e tempo de simulação de 1 ciclo.

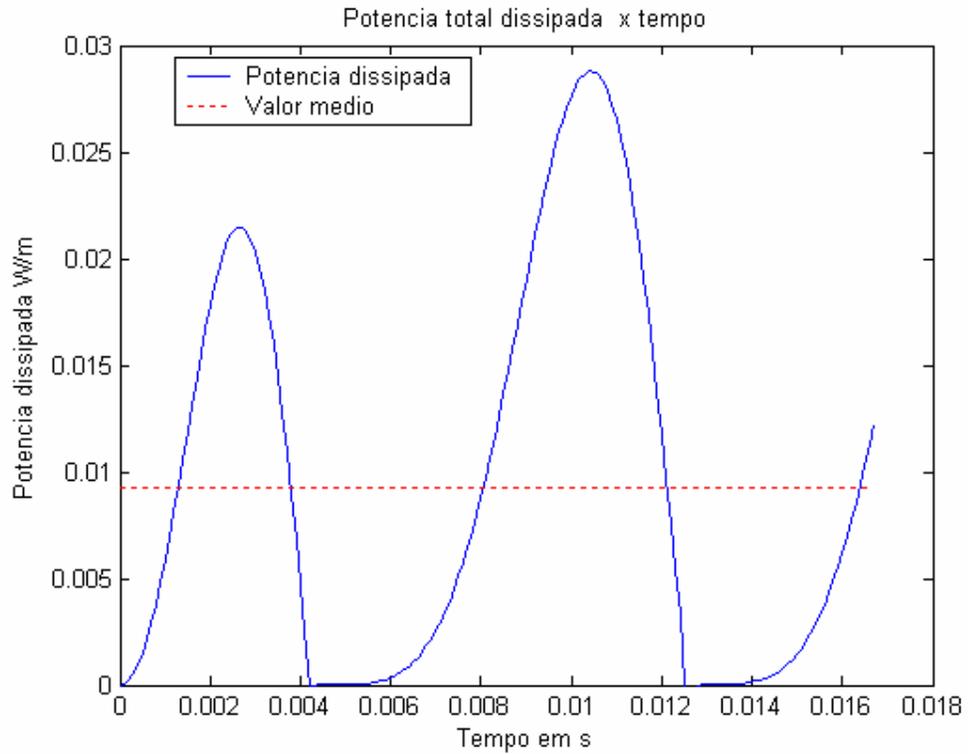


Figura 4.17. Dissipação de potência total no tubo supercondutor [W/m] para um tubo supercondutor infinito,  $J_c=400 \text{ A/cm}^2$ ,  $R=3,6 \text{ mm}$ ,  $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$  e tempo de simulação de 1 ciclo.

Apresentam-se nas Figura 4.18 até Figura 4.22 os resultados gráficos da simulação de dissipação de potência de um tubo supercondutor infinito para a primeira variação de corrente do valor nulo até 20,8 ms (simulação equivalente ao tempo de zero até 5/4 de ciclo para uma senoide de 60 Hz).

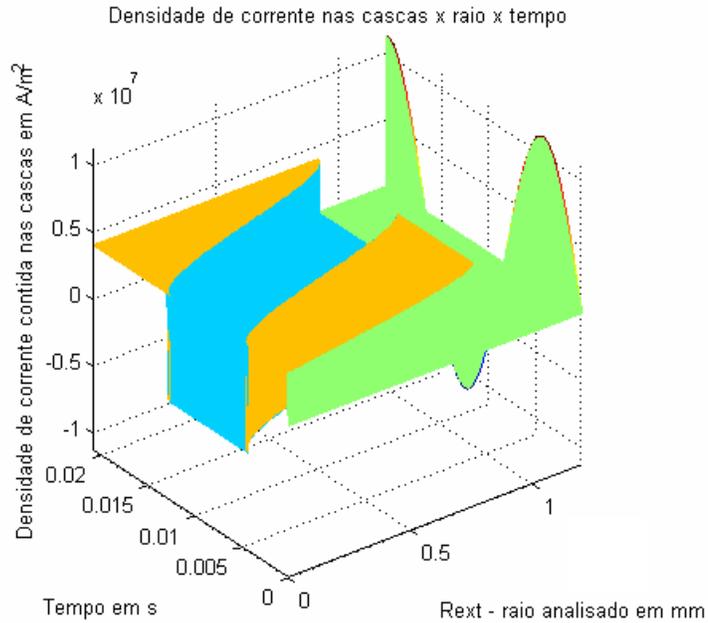


Figura 4.18. Distribuição da corrente no tubo supercondutor [A] para um tubo supercondutor infinito,  $J_C=400 \text{ A/cm}^2$ ,  $R=3,6 \text{ mm}$ ,  $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$  e tempo de simulação de 5/4 de ciclo. A corrente imposta multiplicada por 16E4 foi inserida na posição do raio mais interno como referência.

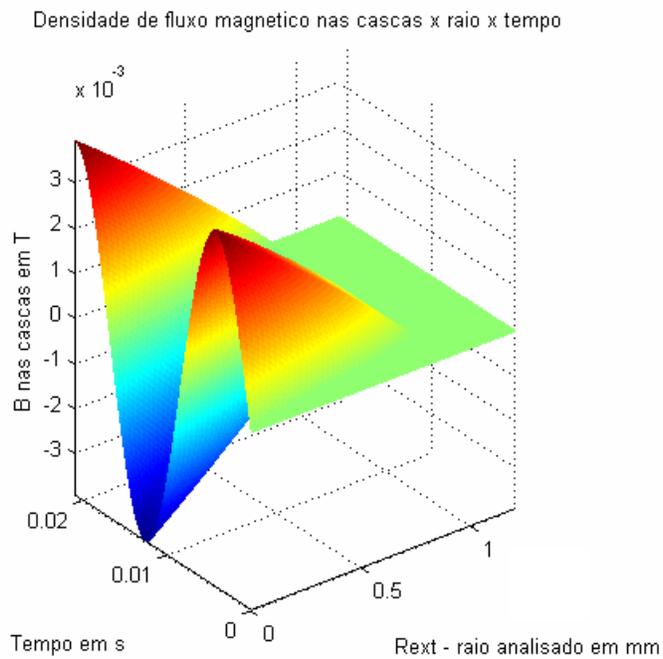


Figura 4.19. Campo magnético no tubo supercondutor [T] para um tubo supercondutor infinito,  $J_C=400 \text{ A/cm}^2$ ,  $R=3,6 \text{ mm}$ ,  $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$  e tempo de simulação de 5/4 de ciclo.

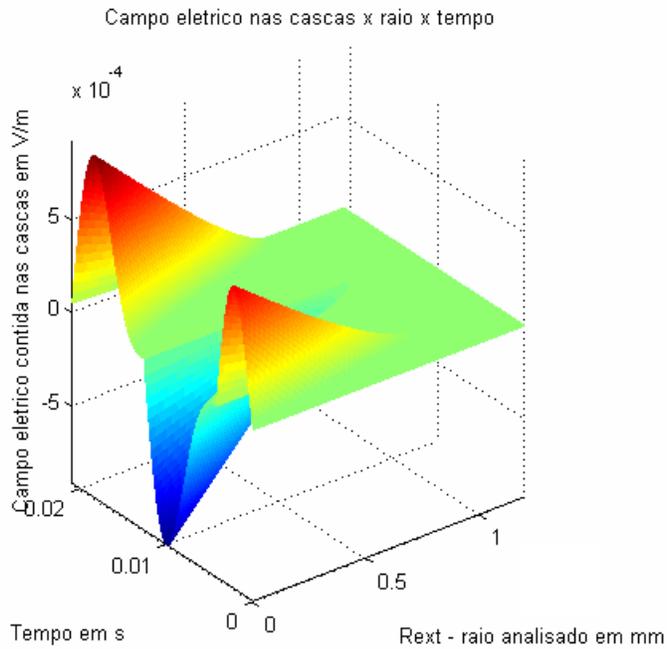


Figura 4.20. Campo elétrico no tubo supercondutor [V/m] para um tubo supercondutor infinito,  $J_c=400 \text{ A/cm}^2$ ,  $R=3,6 \text{ mm}$ ,  $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$  e tempo de simulação de 5/4 de ciclo.

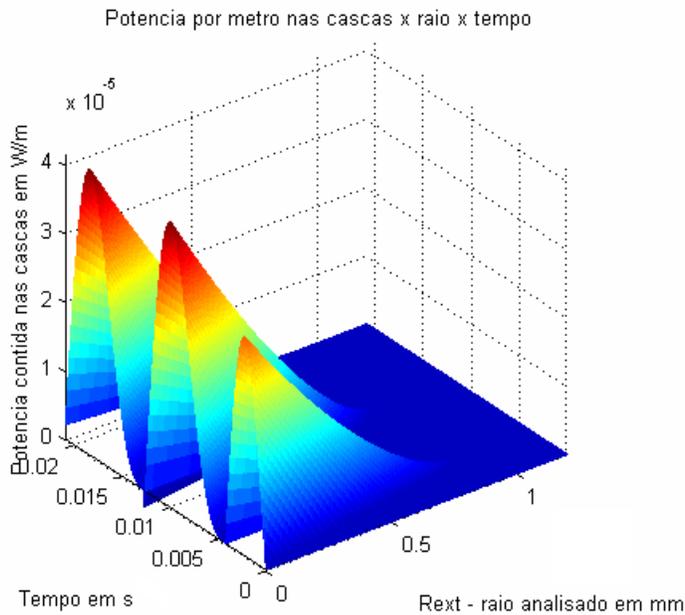


Figura 4.21. Dissipação de potência no tubo supercondutor [W/m] para um tubo supercondutor infinito,  $J_c=400 \text{ A/cm}^2$ ,  $R=3,6 \text{ mm}$ ,  $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$  e tempo de simulação de 5/4 de ciclo.

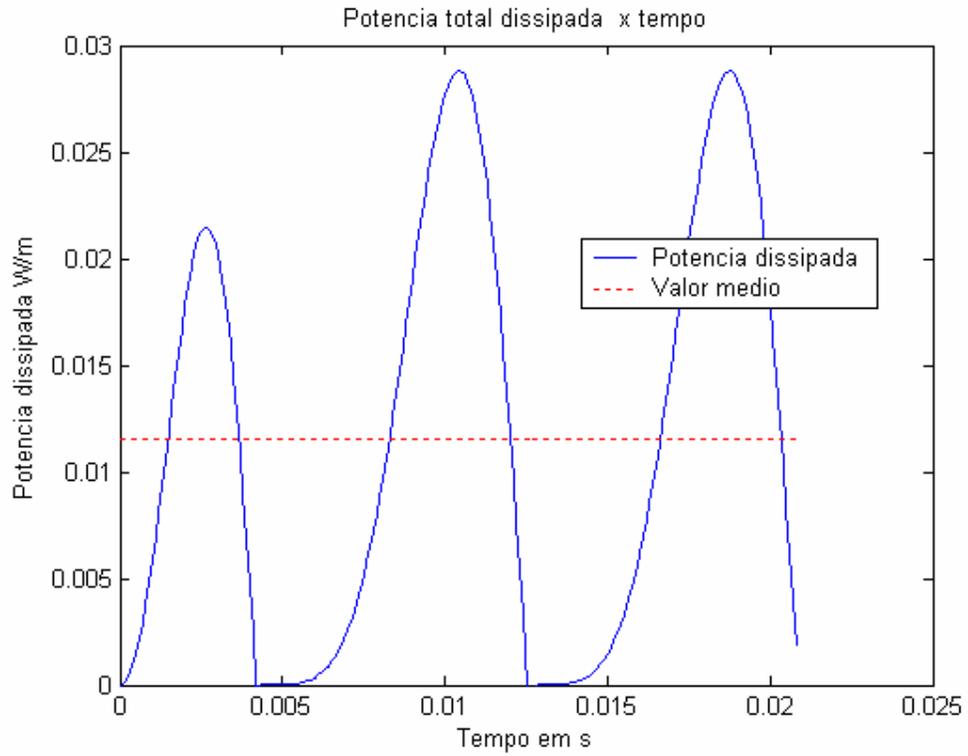


Figura 4.22. Dissipação de potência total no tubo supercondutor [W/m] para um tubo supercondutor infinito,  $J_c=400 \text{ A/cm}^2$ ,  $R=3,6 \text{ mm}$ ,  $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$  e tempo de simulação de 5/4 de ciclo.

Nota-se pela Figura 4.22 que o supercondutor encontra-se em regime permanente com 3/4 de ciclo.

## 5. Solução numérica para um tubo supercondutor pelo modelo de Kim

É válido ressaltar que a solução eletromagnética analítica pelo modelo de Kim é de difícil obtenção. Dada a validação do algoritmo para a resolução eletromagnética numérica do tubo supercondutor pelo modelo de Bean, utilizou-se este algoritmo como base para a simulação por Kim. Assim, a simulação numérica a ser apresentada nesse capítulo (Anexo B) se assemelha à apresentada no capítulo 4, diferindo somente no valor de densidade de corrente utilizado, a qual varia com o campo magnético conforme modelo de Kim (item 2.3.3).

Utilizou-se a mesma metodologia de análise temporal e espacial do capítulo 4, sendo desnecessária sua reapresentação.

Os passos do algoritmo de simulação são:

### 1. Inicialização

Inicialização das constantes utilizadas.

Entrada de parâmetros de simulação.

Entrada do valor do raio externo do tubo supercondutor  $R_{ext}$ ;

Entrada do valor do raio interno do tubo supercondutor  $R_{int}$ ;

Entrada da espessura da casca de análise  $dr$ ;

Entrada do valor eficaz da corrente senoidal imposta  $I_{rms}$ ;

Entrada da frequência da corrente senoidal imposta  $f$ ;

Tempo total de análise e  $T$ ;

Passo de tempo de análise  $dt$ ;

Densidade de corrente crítica do supercondutor  $J_c$  para campo magnético nulo.

Constante que multiplica o valor do campo magnético no modelo de Kim ( $\alpha_1$  da Equação (2.24)).

Cálculo da dimensão dos vetores referentes aos passos espaciais e temporais,  $nr$  e  $nt$ , respectivamente.

Inicialização das variáveis de análise.

Inicialização do vetor corrente imposta  $I$ ;

Inicialização da matriz campo magnético  $B$ ;

Inicialização da matriz densidade de corrente  $J$ ;

Inicialização da matriz campo elétrico  $E$ ;

Inicialização da matriz dissipação de potência  $P$ ;

Inicialização do somatório total de potência dissipada (para calcular-se a potência média dissipada)  $P_{total}$ .

## 2. Análise temporal

Cálculo do valor da corrente instantânea.

Inicialização da variável correspondente à corrente interna à casca que está sendo analisada com o valor da corrente instantânea  $I_{int}$ .

Inicialização com valor nulo da variável correspondente à diferença entre a corrente instantânea e a corrente imposta no supercondutor  $\Delta I$ .

Cálculo do campo magnético presente na superfície externa do supercondutor.

Inicialização com valor nulo da variável correspondente à potência total dissipada no instante analisado  $P_t$ .

## 3. Análise espacial

Cálculo da densidade de corrente a ser aplicada na casca de análise conforme modelo de Kim.

Cálculo do valor do complemento que deve ser adicionado à corrente imposta no instante anterior para que a corrente imposta atual seja alcançada, somando-se ao valor da diferença anteriormente calculado a multiplicação da área da casca que está sendo analisada pela diferença entre a densidade de corrente

calculada no passo anterior menos densidade de corrente anteriormente calculada no passo temporal anterior.

Cálculo da corrente interna à casca analisada, subtraindo-se da corrente interna anteriormente calculada a multiplicação da área desta casca pela densidade de corrente nela imposta.

Cálculo do campo magnético na casca analisada.

Verificação se com a densidade de corrente imposta a diferença entre a corrente aplicada no instante analisado e a corrente imposta pelo algoritmo é mínima. Para isso, a seguinte condicional é efetuada: Se a derivada da corrente é positiva e o complemento de corrente for maior ou igual à diferença entre a corrente imposta no instante de análise e a corrente imposta no instante anterior ou se a derivada da corrente é negativa e o complemento de corrente for menor ou igual à diferença entre a corrente imposta no instante de análise e a corrente imposta no instante anterior implica que a análise nesse instante de tempo foi concluída. Caso a condição seja verdadeira: calcula-se o campo elétrico, a potência dissipada até a casca onde a análise obteve a condicional anterior verdadeira e a potência total dissipada no instante de análise; impõe-se a densidade de corrente e campo magnético iguais aos calculados no instante de análise anterior a partir da casca onde a análise obteve-se a condicional anterior verdadeira e efetua-se a interrupção do laço de análise espacial, passando-se para a próxima análise temporal.

Caso a condição anterior seja falsa, continua-se no laço de análise espacial até que a mesma seja verdadeira ou a casca de análise mais interna seja atingida.

#### 4. Construção dos gráficos

Desenho dos gráficos para a visualização espacial e temporal das seguintes variáveis: densidade de corrente (com a corrente senoidal imposta multiplicada por um fator na última casca de análise servindo de referência, facilitado-se a análise dos resultados), campo magnético, campo elétrico e potência dissipada. Desenha-se o

gráfico para a visualização temporal da potência dissipada, em conjunto com a média da mesma ( $P_{med}$ ).

### **5.1. Resultados obtidos pelas simulações numéricas**

Dado que os resultados gráficos apresentados no capítulo 4.1 se assemelham aos aqui apresentados, diferindo somente na variação da densidade de corrente aplicada dada a utilização do modelo de Kim, não se apresentará neste capítulo os inúmeros tempos de simulação que foram apresentados na simulação efetuada pelo modelo de Bean.

Apresenta-se na Figura 5.1 o resultado gráfico da simulação do perfil de corrente em um tubo supercondutor infinito para a primeira variação de corrente do valor nulo até seu valor máximo (simulação equivalente ao tempo de zero até 1/4 de ciclo para uma senoide de 60 Hz). É válido ressaltar que nesta simulação utilizou-se uma influência do campo magnético na densidade de corrente (inversamente proporcional, conforme modelo de Kim) superior ao encontrado em [17] para que o efeito do campo magnético na densidade de corrente fosse visualizado.

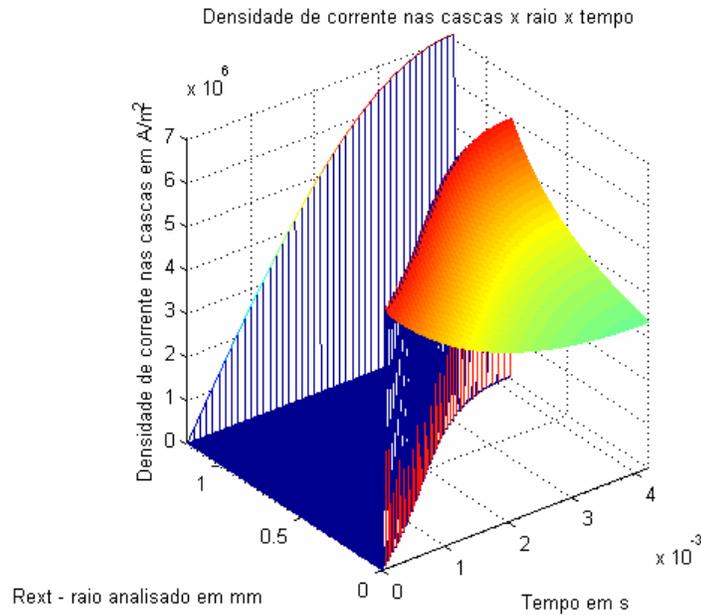


Figura 5.1. Distribuição da densidade de corrente no tubo supercondutor [A/m<sup>2</sup>] para um tubo supercondutor infinito,  $J_C=600$  A/cm<sup>2</sup> para campo magnético nulo,  $R=3,6$  mm,  $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{sen}(120\pi t)$ , tempo de simulação de 1/4 de ciclo e constante  $\alpha_1=200$  [1/T]. A corrente imposta multiplicada por  $10^5$  foi inserida na posição do raio mais interno como referência.

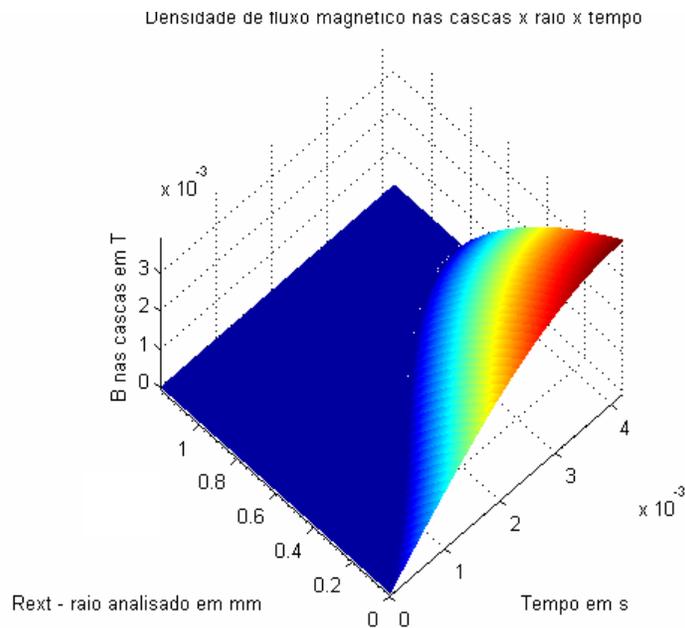


Figura 5.2. Campo magnético no tubo supercondutor [T] para um tubo supercondutor infinito,  $J_C=600$  A/cm<sup>2</sup> para campo magnético nulo,  $R=3,6$  mm,  $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{sen}(120\pi t)$ , tempo de simulação de 1/4 de ciclo e constante  $\alpha_1=200$  [1/T].

Nota-se Figura 5.1 pelas e Figura 5.2 que a densidade de corrente decai com o aumento do campo magnético, conforme esperado pela Equação (2.24).

Apresentam-se nas Figura 5.3 até Figura 5.7 os resultados gráficos da simulação de dissipação de potência de um tubo supercondutor infinito para um ciclo de corrente e com  $\alpha_1$  determinado por ajuste dos gráficos de [17] (simulação equivalente ao tempo de zero até 16,7 ms para uma senoide de 60 Hz).

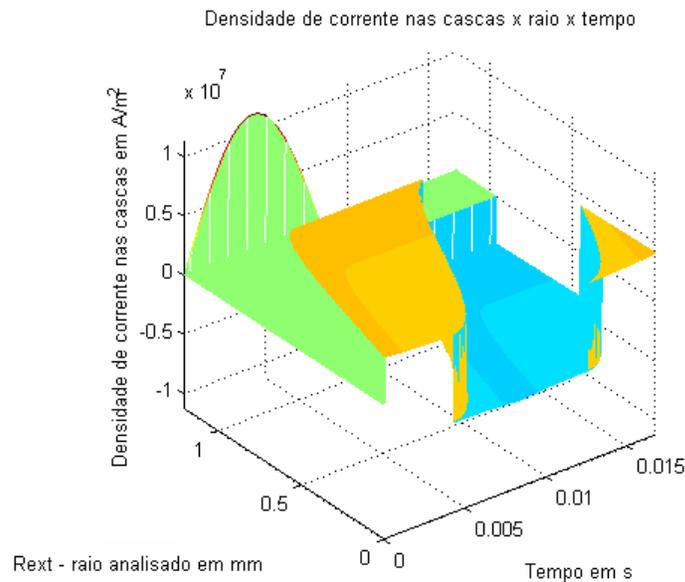


Figura 5.3. Distribuição da densidade de corrente no tubo supercondutor [ $A/m^2$ ] para um tubo supercondutor infinito,  $J_c=400 A/cm^2$  para campo magnético nulo,  $R=3,6 mm$ ,  $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{sen}(120\pi t)$ , tempo de simulação de 1 ciclo e constante  $\alpha_1=18,9472 [1/T]$ . A corrente imposta multiplicada por 16E4 foi inserida na posição do raio mais interno como referência.

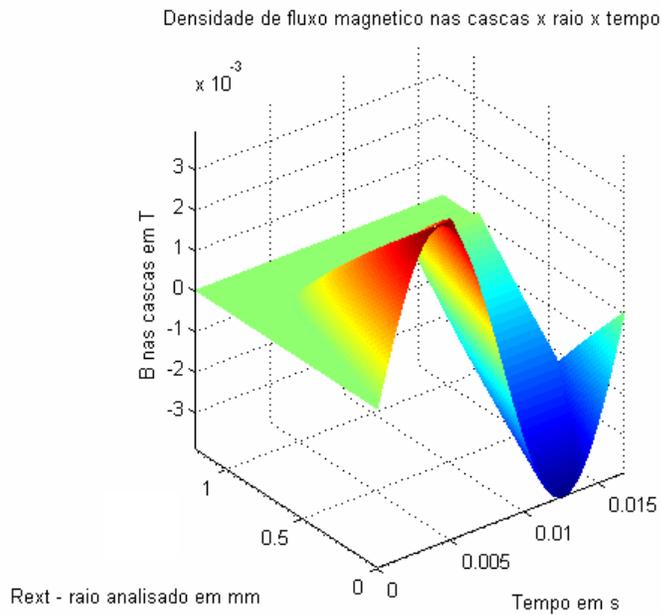


Figura 5.4. Campo magnético no tubo supercondutor [T] para um tubo supercondutor infinito,  $J_c=400 \text{ A/cm}^2$  para campo magnético nulo,  $R=3,6 \text{ mm}$ ,  $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$ , tempo de simulação de 1 ciclo e constante  $\alpha_1=18,9472 [1/T]$ .

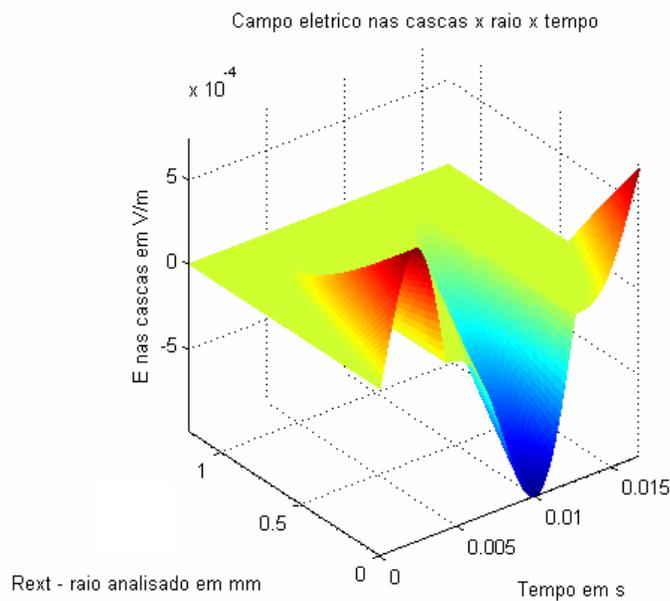


Figura 5.5. Campo elétrico no tubo supercondutor [V/m] para um tubo supercondutor infinito,  $J_c=400 \text{ A/cm}^2$  para campo magnético nulo,  $R=3,6 \text{ mm}$ ,  $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$ , tempo de simulação de 1 ciclo e constante  $\alpha_1=18,9472 [1/T]$ .

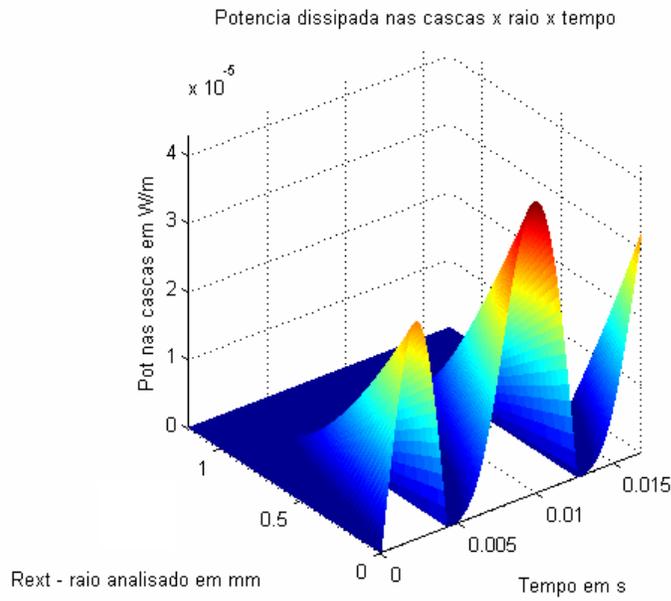


Figura 5.6. Dissipação de potência no tubo supercondutor [W/m] para um tubo supercondutor infinito,  $J_C=400 \text{ A/cm}^2$  para campo magnético nulo,  $R=3,6 \text{ mm}$ ,  $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$ , tempo de simulação de 1 ciclo e constante  $\alpha_1=18,9472 [1/T]$ .

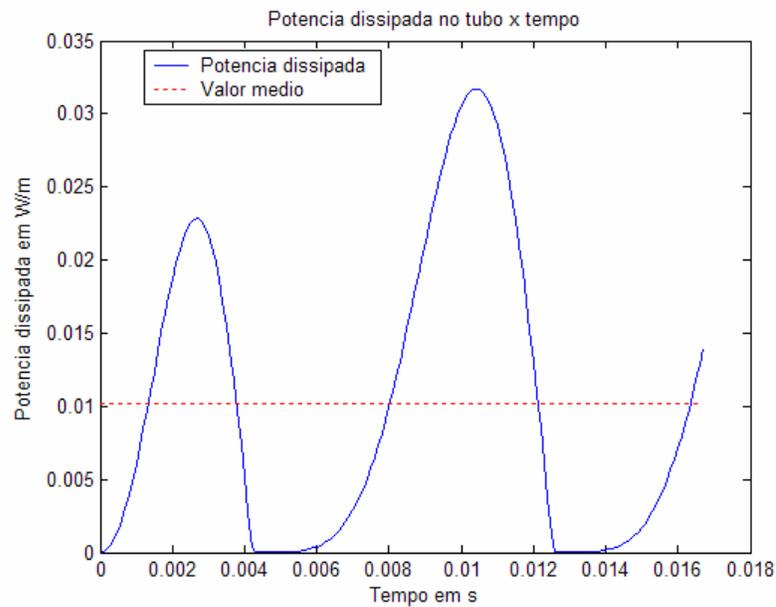


Figura 5.7. Dissipação de potência total no tubo supercondutor [T] para um tubo supercondutor infinito,  $J_C=400 \text{ A/cm}^2$  para campo magnético nulo,  $R=3,6 \text{ mm}$ ,  $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$ , tempo de simulação de 1 ciclo e constante  $\alpha_1=18,9472 [1/T]$ .

Nota-se que com a utilização do modelo de Kim, utilizando-se os parâmetros de simulação apresentados, a dissipação de potência calculada foi 4,74 % superior à obtida pelo modelo de Bean.

## 6. Influência da temperatura no comportamento do supercondutor pelo modelo de Bean

A densidade de corrente que um supercondutor conduz é inversamente proporcional à temperatura, podendo ser aproximada por uma relação linear, [7] e [27], conforme apresentado na Equação (6.1).

$$J_c(T) = J_c(77K)(\alpha_{1T} \cdot T + \alpha_{2T}) \quad (6.1)$$

onde a densidade de corrente na temperatura de 77 K é utilizada como referência, dado que esta é a temperatura de vaporização do nitrogênio líquido.

Considerando agora que o tubo supercondutor possui comprimento finito  $L$  e que os efeitos de borda podem ser desprezados, pode-se calcular a potência dissipada pelo mesmo multiplicando-se a solução obtida no capítulo 4 pelo seu comprimento.

Considerando ainda a dissipação de potência constante no período do passo de tempo da simulação  $dt$ , pode-se determinar a energia dissipada  $\Delta E$  pelo supercondutor neste intervalo de tempo.

Supondo o tubo supercondutor contido em um sistema adiabático, i.e. não havendo troca de calor com o ambiente, toda a energia dissipada pelo supercondutor é utilizada na elevação de temperatura do sistema ou na mudança de fase do líquido refrigerante (o nitrogênio líquido neste caso). Tendo o sistema térmico uma capacidade calorífica conhecida  $C_T$ , a variação da temperatura do mesmo é dada pela Equação (6.2) [7].

$$\Delta T = \frac{\Delta E}{C_T} \quad (6.2)$$

A Equação (6.2) é válida somente para temperaturas abaixo de 77 K, pois nesta temperatura a potência dissipada pelo supercondutor é convertida em somente calor latente, permanecendo-se por consequência a temperatura constante.

Assim, conhecendo-se a temperatura inicial do sistema determina-se sua densidade de corrente inicial utilizando a Equação (6.1). Utiliza-se então este valor de densidade de corrente no passo 3 do algoritmo apresentado no capítulo 4 (algoritmo conforme Anexo C).

Ao final de cada passo temporal do algoritmo determina-se a energia dissipada pelo supercondutor, determinando-se assim a nova temperatura do sistema. Utiliza-se no próximo passo temporal a temperatura calculada na Equação (6.1), e assim sucessivamente.

É válido ressaltar que a simulação pelo modelo de Bean pode ser considerada satisfatória em relação ao modelo de Kim, dado que para os parâmetros ajustados extraídos de [17] a variação da densidade de corrente pela aplicação do campo magnético é de apenas -6,93%(redução da corrente proveniente do campo magnético induzido pela corrente aplicada), enquanto o aumento da corrente relativo à redução de temperatura de 77 K para 20 K é de 517,86%.

### **6.1. Resultados obtidos pelas simulações numéricas**

Apresenta-se nas Figura 6.1 até Figura 6.7 os resultados gráficos da simulação de dissipação de potência de um tubo supercondutor finito do tempo de zero até 50 ms para uma senoide de 60 Hz, considerando-se a influência da variação de temperatura.

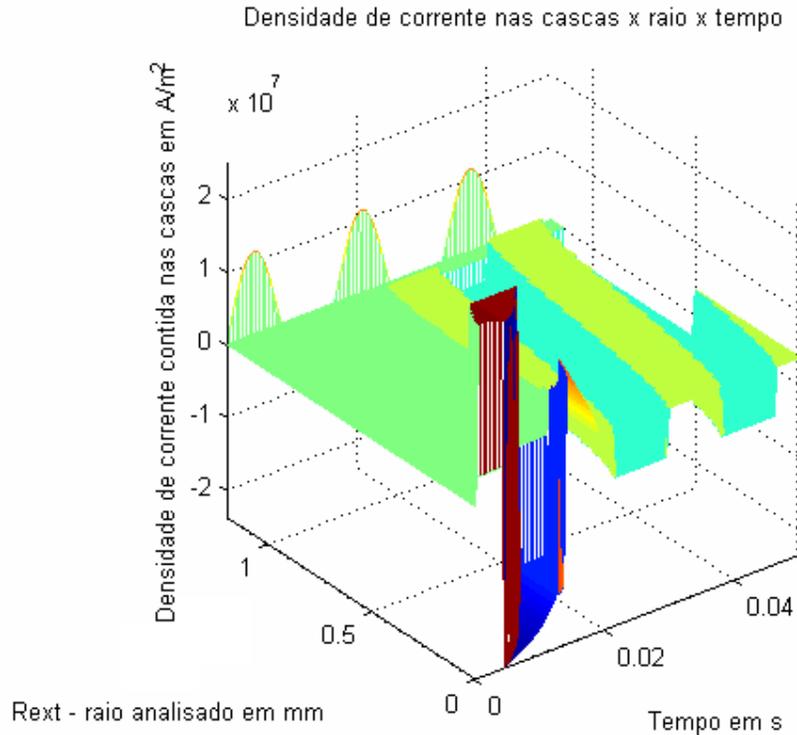


Figura 6.1. Distribuição da densidade de corrente no tubo supercondutor [ $A/m^2$ ] para um tubo supercondutor finito,  $J_C=400 A/cm^2$  para temperatura de 77 K,  $R=3,6 mm$ ,  $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{sen}(120\pi t)$ , tempo de simulação de 50 ms, constante  $\alpha_{1T}=-0,0942 [1/K]$ , constante  $\alpha_{2T}=8,09$ , temperatura inicial de 20 K, capacidade térmica do sistema de  $5 \cdot 10^{-7} [J/K]$  e tubo de comprimento de 5 mm. A corrente imposta multiplicada por  $16E4$  foi inserida na posição do raio mais interno como referência.

Nota-se pela Figura 6.1 que com a temperatura inicial do sistema de 20 K, a densidade de corrente aumenta consideravelmente (em torno de 6 vezes a corrente em 77 K). Com isso, a corrente imposta percorre inicialmente a parte mais externa do tubo. Com o aquecimento do sistema, o qual se estabiliza na temperatura de 77 K, a corrente tende a penetrar mais profundamente no tubo.

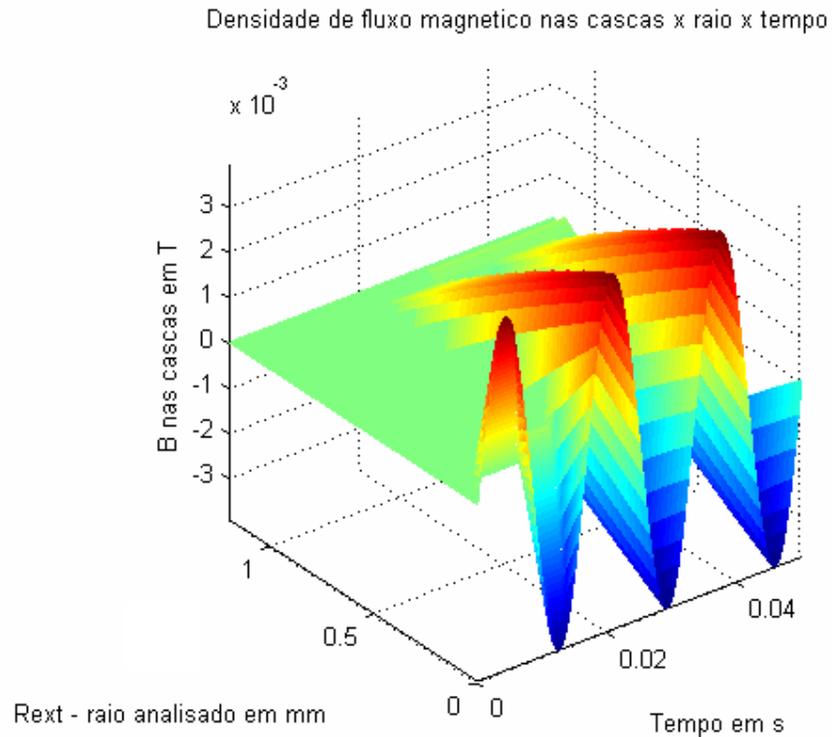


Figura 6.2. Campo magnético no tubo supercondutor [T] para um tubo supercondutor finito,  $J_C=400 \text{ A/cm}^2$  para temperatura de 77 K,  $R=3,6 \text{ mm}$ ,  $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$ , tempo de simulação de 50 ms, constante  $\alpha_{1T}=-0,0942 \text{ [1/K]}$ , constante  $\alpha_{2T}=8,09$ , temperatura inicial de 20 K, capacidade térmica do sistema de  $5 \cdot 10^{-7} \text{ [J/K]}$  e tubo de comprimento de 5 mm.

Nota-se pela Figura 6.2 que o campo magnético possui amplitude máxima constante, a qual é proporcional à corrente imposta, contudo, varia o raio de penetração no tubo conforme a penetração de corrente.

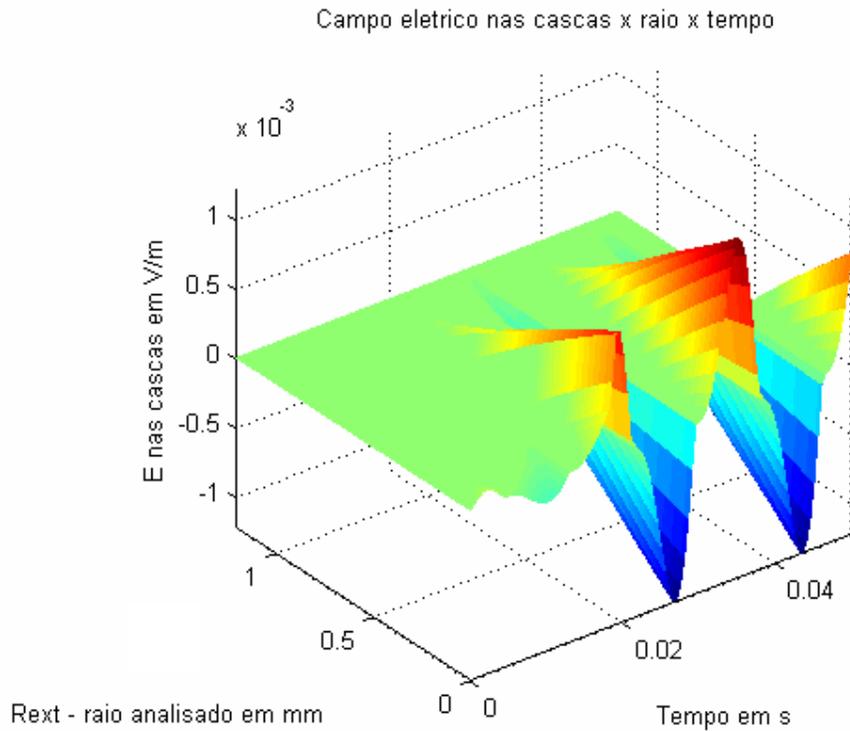


Figura 6.3. Campo elétrico no tubo supercondutor [V/m] para um tubo supercondutor finito,  $J_C=400 \text{ A/cm}^2$  para temperatura de 77 K,  $R=3,6 \text{ mm}$ ,  $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$ , tempo de simulação de 50 ms, constante  $\alpha_{1T}=-0,0942 \text{ [1/K]}$ , constante  $\alpha_{2T}=8,09$ , temperatura inicial de 20 K, capacidade térmica do sistema de  $5 \cdot 10^{-7} \text{ [J/K]}$  e tubo de comprimento de 5 mm.

Nota-se pela Figura 6.3 que o campo elétrico possui amplitude máxima variável, inversamente proporcional à penetração da corrente no tubo supercondutor.

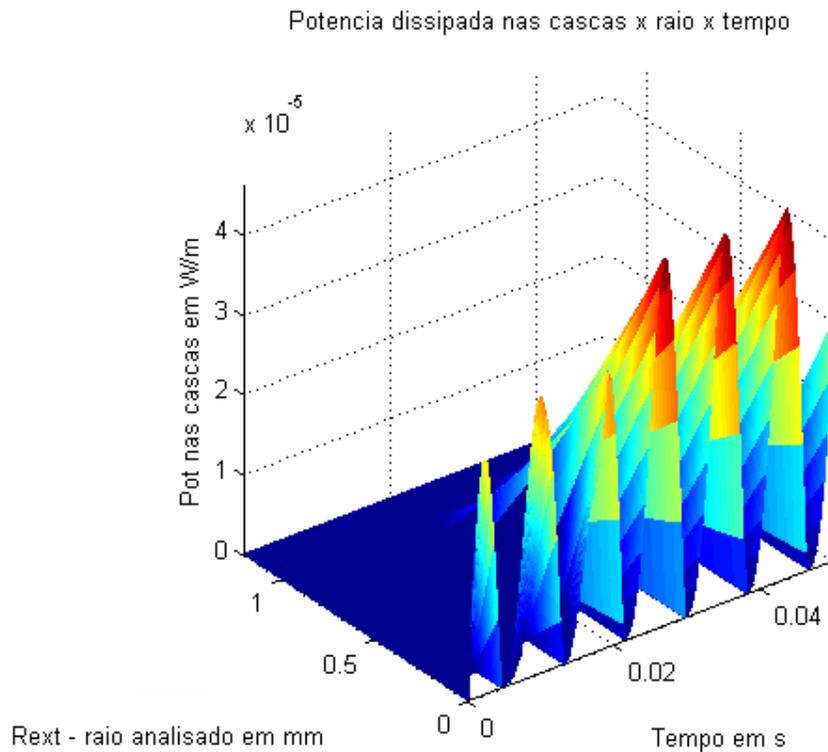


Figura 6.4. Potência dissipada no tubo supercondutor [W/m] para um tubo supercondutor finito,  $J_C=400 \text{ A/cm}^2$  para temperatura de 77 K,  $R=3,6 \text{ mm}$ ,  $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$ , tempo de simulação de 50 ms, constante  $\alpha_{1T}=-0,0942 \text{ [1/K]}$ , constante  $\alpha_{2T}=8,09$ , temperatura inicial de 20 K, capacidade térmica do sistema de  $5 \cdot 10^{-7} \text{ [J/K]}$  e tubo de comprimento de 5 mm.

Note-se pela que a dissipação de potência varia com o raio do tubo, o que acarreta na variação radial da temperatura no tubo supercondutor. Contudo, este fato foi negligenciado nesta simulação, dado que para tubos supercondutor tipo *melt cast process* BSCCO 2212, esta variação radial de temperatura é em torno de 0,5 K [28], pequena quando comparada à variação de temperatura do sistema, de 57 K.

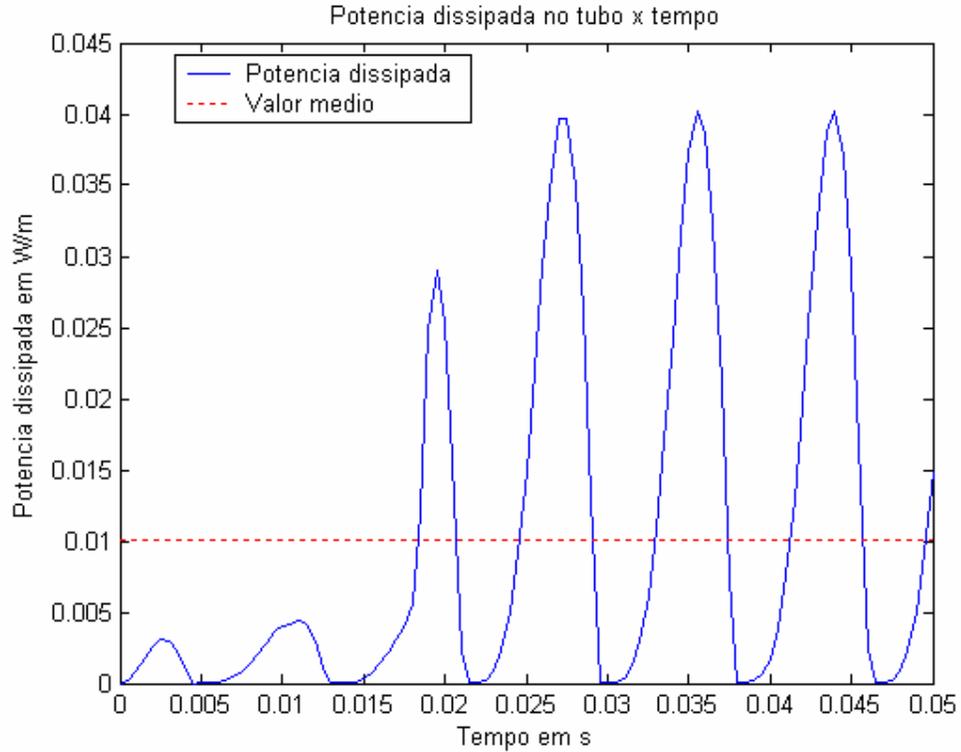


Figura 6.5. Potência total dissipada no tubo supercondutor [W/m] para um tubo supercondutor finito,  $J_C=400 \text{ A/cm}^2$  para temperatura de 77 K,  $R=3,6 \text{ mm}$ ,  $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$ , tempo de simulação de 50 ms, constante  $\alpha_{1T}=-0,0942 \text{ [1/K]}$ , constante  $\alpha_{2T}=8,09$ , temperatura inicial de 20 K, capacidade térmica do sistema de  $5 \cdot 10^{-7} \text{ [J/K]}$  e tubo de comprimento de 5 mm.

Nota-se pela Figura 6.5 que para os parâmetros de simulação utilizados a redução do valor do campo elétrico é superior ao aumento da densidade de corrente para temperaturas inferiores a 77 K, implicando na redução de dissipação de potência (a potência dissipada provem da multiplicação destas duas grandezas).

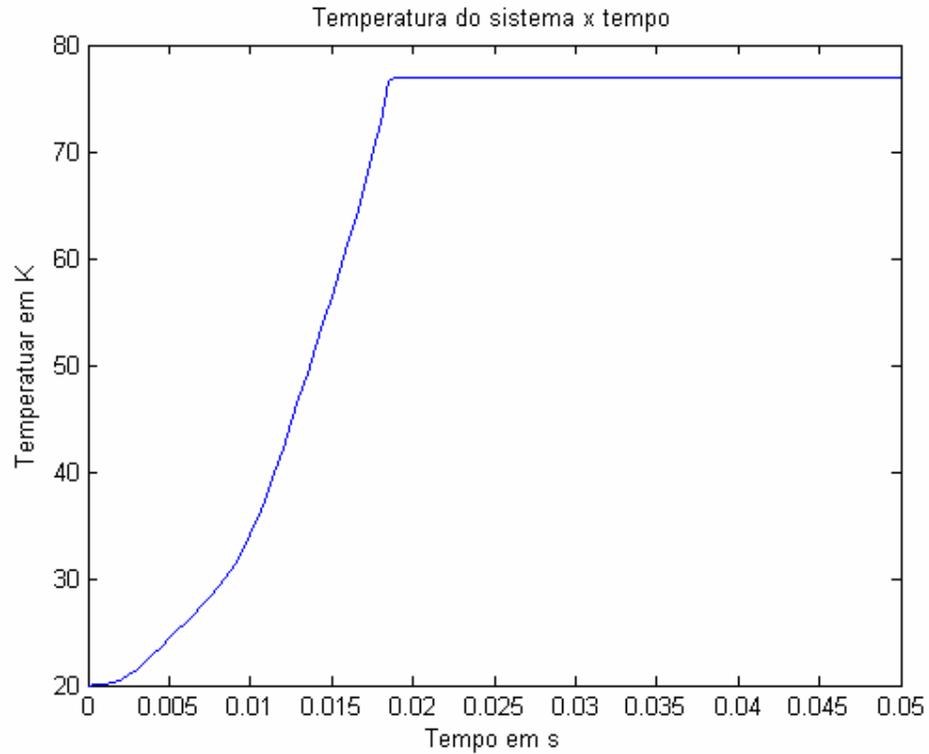


Figura 6.6. Temperatura [K] do sistema adiabático que contém um tubo supercondutor finito,  $J_C=400 \text{ A/cm}^2$  para temperatura de 77 K,  $R=3,6 \text{ mm}$ ,  $i(t)=50 (2)^{(1/2)} \text{ sen}(120\pi t)$ , tempo de simulação de 50 ms, constante  $\alpha_{1T}=-0,0942 \text{ [1/K]}$ , constante  $\alpha_{2T}=8,09$ , temperatura inicial de 20 K, capacidade térmica do sistema de  $5 \cdot 10^{-7} \text{ [J/K]}$  e tubo de comprimento de 5 mm.

A capacidade térmica do sistema utilizada na simulação foi escolhida de forma tal que o sistema atingisse seu regime térmico estacionário rapidamente (em torno de 30 ms), para propiciar uma visualização adequada da influência da temperatura nas características eletromagnéticas do supercondutor.

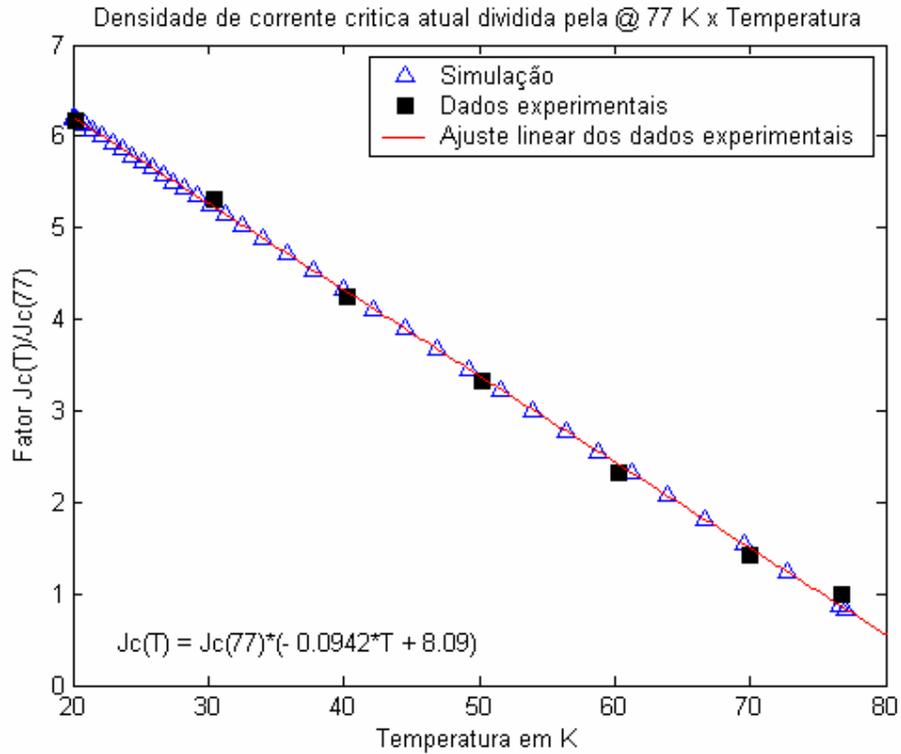


Figura 6.7. Correlação entre a densidade de corrente e a temperatura do supercondutor (dados experimentais extraídos e adaptados de [17]), o ajuste linear derivado destes dados e as correlações provenientes da simulação.

Dado o resultado apresentado neste capítulo, nota-se a importância do sistema de refrigeração e do isolamento para aplicações em supercondutividade, assim como a consideração da temperatura nas simulações. Nota-se pela Figura 6.7 que o modelo proposto obteve resultados satisfatórios.

## **7. Conclusões e considerações finais**

Deduziu-se a solução analítica do comportamento eletromagnético de um tubo supercondutor infinito para o modelo de Bean, objetivando-se validar um algoritmo para a análise numérica do comportamento de um tubo supercondutor infinito para este modelo. Os resultados obtidos numericamente concordam com a solução analítica, validando desta forma o algoritmo desenvolvido.

Com o algoritmo validado, pode-se simular o comportamento do tubo supercondutor considerando-se as influências do campo magnético e da temperatura. É válido ressaltar que estas análises não podem ser efetuadas de forma analítica.

Para a avaliação da influência do campo magnético no comportamento do supercondutor utilizou-se o modelo de Kim em uma temperatura constante.

A dissipação de potência durante a limitação de um curto-circuito geralmente acarreta em variação de temperatura do dispositivo. Assim, para avaliar o comportamento do supercondutor com a variação de temperatura, considerou-se um sistema adiabático e que toda a energia liberada pelo supercondutor é convertida em energia térmica do sistema analisado.

Para o caso analisado, tubo supercondutor funcionando como limitador de corrente de curto-circuito, a influência da temperatura no comportamento do tubo foi superior à do campo magnético. O campo magnético presente na simulação efetuada consiste somente no campo próprio gerado pela corrente que o dispositivo transporta.

Este trabalho servirá de base para a continuidade da pesquisa em limitação de curto-circuito no LASUP. Seu foco foi na compreensão do comportamento eletromagnético (e conseqüente dissipação de potência) de uma geometria simples, um tubo supercondutor infinito. Para trabalhos futuros, sugere-se a utilização do método de elementos finitos (para análise de geometrias complexas objetivando a redução de perdas), utilizado o modelo de Anderson-Kim em conjunto com o modelo

de Kim, considerando-se a temperatura do sistema e com interface com um circuito elétrico externo [29]. Dado que a segunda geração de condutores de alta temperatura (YBCO *coated conductors*) é a tendência de material a ser utilizado em sistemas de potência [30], sugere-se a realização de pesquisas sobre este material e simulações utilizando-se os parâmetros que o caracterizam e a sua geometria em fita.

## Referências

- [1] Sítio da ONS, <http://www.ons.org.br>, Sep. 2004.
- [2] LEUNG, E., 1997, "Surge protection for power grids", *IEEE Spectrum*, pp. 26-30, Jul. 1997
- [3] WILLÉN, D. W. A., CAVE, J.R., "Short Circuit Test Performance of a Inductive High Tc Superconducting Fault Current Limiters", *IEEE Transaction on Applied Superconductivity*, v. 5, n. 2, pp. 1047-1050, Jun. 1995
- [4] KOZAK, S., JANOWSKI, T., "Physical and Numerical Models of Superconducting Fault Current Limiters", *IEEE Transaction on Applied Superconductivity*, v. 13, n. 2, pp. 2068-2071, Jun. 2003
- [5] RAJU, B.P., BARTRAM, T.C., "Fault-current limiter with superconducting DC bias", *IEE PROC.*, v. 129, n. 4, pp. 166-171, Jul. 1982
- [6] NOE, M., JUENGST, K, WERFEL, F., et al, "Investigation of high-Tc bulk material for its use in resistive superconducting fault current limiters", *IEEE Transaction on Applied Superconductivity*, v. 11, n. 1, pp. 1960-1963, Mar. 2001
- [7] BOCK, J., BREUER, F., WALTER, H., et al, "CURL 10: Development and Field-Test of a 10 kV/10 MVA Resistive Current Limiter Based on Bulk MCP-BSCCO 2212", *IEEE Transaction on Applied Superconductivity*, v. 15, n. 2, pp. 1955-1960, Jun. 2005
- [8] CHEN, M., PAUL, W., LAKNER, M., et al, "6.4 MVA resistive fault current limiter based on Bi-2212 superconductor", *Physica C*, pp. 1657-1663, 2002
- [9] CALIXTE, E., YOKOMIZU, Y., SHIMIZU, H., et al, "Reduction of rating required for circuit breakers by employing series-connected fault current limiters", *IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib.*, v. 151, n. 1, pp. 36-42, Jan. 2004
- [10] ROSE-INNES, A. C., E. H., RHODERICK, *Introduction to Superconductivity*, 2 ed., Oxford, Pergamon Press, 1978
- [11] SOTELO, G. G., KASAL, R. B., FERREIRA, A. C., de ANDRADE JUNIOR, R., "Utilização das Equações de London para a Modelagem de Supercondutores", In: *MOMAG 2004 – 11º Simpósio Brasileiro de Microondas e Optoeletrônica (SBMO) e 6º Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo (CBMag)*, pp. 1807-1809, São Paulo, Aug. 2004
- [12] BUGOSLAVSKY, Y. V., "Magnetic measurements of critical current density, pinning and flux creep", In: CARDWELL, D. A., GINLEY, D. S., (eds), *Handbook of Superconducting Materials Volume II: Characterization, Applications and Cryogenics*, chapter D2.4, London, UK, IOP Publishing Ltd, 2003
- [13] BEAN, C. P., "Magnetization of High-Field Superconductors", *Reviews of Modern Physics*, pp. 31-39, Jan. 1964
- [14] KES, P. H., "Flux pinning", In: CARDWELL, D. A., GINLEY, D. S., (eds), *Handbook of Superconducting Materials Volume I: Superconductivity, Materials and Processes*, chapter A4.3, London, UK, IOP Publishing Ltd, 2003

- [15] KIM, Y. B., HEMPSTEAD, C. F., STRNAD, A. R., "Critical persistent currents in hard superconductors", *Physical Review Letters*, v. 9, n. 7, pp. 306-309, Oct. 1962
- [16] KIM, Y. B., HEMPSTEAD, C. F., STRNAD, A. R., "Magnetization and Critical Supercurrents", *Physical Review*, v. 129, n. 2, pp. 528-535, Jan. 1963
- [17] Sítio da CAN Superconductors, <http://www.can.cz/leads.php>, Mar. 2006
- [18] Sítio da Wikipedia, <http://www.wikipedia.org>, pesquisa por "Arrhenius Law", Jul. 2006
- [19] BRANDT, E. H., "Superconductors of finite thickness in a perpendicular magnetic field: Strips and slabs", *Physical Review B*, v. 54, n. 6, pp. 4246-4264, Aug. 1996
- [20] AMEMIYA, N., MURASAWA, S., BANNO, N., et al, "Numerical modelings of superconducting wires for AC loss calculations", *Physica C*, pp. 16-29, 1998
- [21] NIBBIO, N., STAVREV, S., DUTOIT, B., "Finite Element Method simulation of AC loss in HTS tapes with B-dependent E-J power law", *IEEE Transaction on Applied Superconductivity*, v. 11, n. 1, pp. 2631-2634, Mar. 2001
- [22] LI, J., RONG, M., WU, Y., et al, "Electromagnetic-Thermal Characteristics of MCP BSCCO-2212 Tube During Quenching Process in Self-Field", *IEEE Transaction on Magnetics*, v. 42, n. 4, pp. 931-934, Apr. 2006
- [23] CYROT, M., PAVUNA, D., *Introduction to Superconductivity and High-T<sub>c</sub> Materials*, Singapore, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 1992
- [24] ELSCHNER, S., BREUER, F., WOLF, A., et al, "Characterization of BSCCO 2212 Bulk Material for Resistive Current Limiters", *IEEE Transaction on Applied Superconductivity*, v. 11, n. 1, pp. 2507-2510, Mar. 2001
- [25] DOUINE, B., *Etude des pertes dans les supraconducteurs à haute température critique*, Ph. D. dissertation., Université Henri Poincaré, Nancy, France, 2001
- [26] WILSON, M. N., *Superconducting Magnets*, New York, Oxford University Press Inc., 1983
- [27] SEOL, S. Y., CHA, Y. S., NIEMANN, R. C., et al, "Prediction of Burnout of a Conduction-Cooled BSCCO Current Lead", *IEEE Transaction on Applied Superconductivity*, v. 7, n. 2, pp. 696-699, Jun. 1997
- [28] ELSCHNER, S., BOCK, J., BROMMER, G., et al, "High Currents in MCP BSCCO 2212 Bulk Material", *IEEE Transaction on Magnetics*, v. 32, n. 4, pp. 2724-2727, Jul. 1996
- [29] SUGITA, S., OHSAKI, H., "FEM Analysis of Current Limiting Characteristics of a Superconducting Thin Film Current Limiting Device by the Current Vector Potential Method", *IEEE Transaction on Applied Superconductivity*, v. 13, n. 2, pp. 2020-2023, Jun. 2003
- [30] POLAK, M., DEMENCIK, E., JANSÁK, L., et al, "ac loss in a YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-x</sub> coil", *Applied Physics Letters*, 2006
- [31] EKIN, J., "Superconductors contacts", In: CARDWELL, D. A., GINLEY, D. S., (eds), *Handbook of Superconducting Materials Volume I: Superconductivity, Materials and Processes*, chapter B5.1, London, UK, IOP Publishing Ltd, 2003
- [32] YANG, Y., MARTÍNEZ, E., "AC loss in conductors", In: CARDWELL, D. A., GINLEY, D. S., (eds), *Handbook of Superconducting Materials Volume II:*

*Characterization, Applications and Cryogenics*, chapter D2.6, London, UK,  
IOP Publishing Ltd, 2003

## Anexos

### Anexo A – Algoritmo de simulação de um tubo supercondutor infinito pelo modelo de Bean

```
%Simulacao do tubo supercondutor infinito pelo modelo de Bean - Eduardo
%Souza Motta

clear all

close all

clc

%Constantes

uo=4*pi*10^(-7); %Permeabilidade do vacuo

%Entrada de dados

nome_dados = {'Raio externo [mm]','Raio interno [mm]','Espessura das cascas
[um]','Valor eficaz da senoide [A]','Frequencia da senoide [Hz]','Periodo de simulacao
[ms]','Passo temporal da simulacao [ms]','Densidade de corrente critica (Bean)
[A/m^2]'};

def_dados = {'3.6','2.4','0.5','50','60','17','0.5','4e6'};

title_dados = 'Entrada dos parametros de simulacao ';

Parametros_dados = inputdlg(nome_dados,title_dados,1,def_dados);
```

```

a1 = Parametros_dados(1) ; Rext = str2num(a1{1})*.001;
a2 = Parametros_dados(2) ; Rint = str2num(a2{1})*.001;
a3 = Parametros_dados(3) ; dr = str2num(a3{1})*.000001;
a4 = Parametros_dados(4) ; Irms = str2num(a4{1});
a5 = Parametros_dados(5) ; f = str2num(a5{1});
a6 = Parametros_dados(6) ; T = str2num(a6{1})*.001;
a7 = Parametros_dados(7) ; dt = str2num(a7{1})*.001;
a8 = Parametros_dados(8) ; Jc = str2num(a8{1});

```

```

% Calcula numero de passos

```

```

nt = floor(T/dt) + 1; %Passos temporal

```

```

nr = floor((Rext-Rint)/dr) + 1; %Passos espacial

```

```

% Inicializa as matrizes das variaveis a serem analisadas

```

```

B(nr,nt) = 0;

```

```

I(nt) = 0;

```

```

J(nr,nt) = 0;

```

```

E(nr,nt) = 0;

```

```

P(nr,nt) = 0;

```

```

Ptotal=0;

```

```

%Algoritmo de calculo das variaveis eletromagneticas do tubo supercondotor

```

```

% pelo modelo Bean

```

```

for i = 2:nt, %Laco temporal

```

```

    I(i) = Irms*sqrt(2)*sin(2*pi*f*(i-1)*dt); %Corrente instantanea

```

```

lint = I(i); %Corrente interna a casca analisada
Deltal = 0; %Complemento da corrente
B(1,i) = uo*I(i)/(2*pi*Rext); %Campo magnetico
Pt(i)=0; %Potencia instantanea total dissipada
for j = 2:nr, %Laco espacial
    J(j,i) = Jc*sign(I(i) - I(i-1)); %Densidade de corrente pelo modelo de Bean
    Deltal = Deltal + (J(j,i) - J(j,i-1))*pi*((Rext-(j-1)*dr)^2 - (Rext-j*dr)^2);
    lint = lint - J(j,i)*pi*((Rext-(j-1)*dr)^2 - (Rext-j*dr)^2);
    B(j,i) = uo*lint/(2*pi*(Rext-j*dr));
    if (((sign(I(i) - I(i-1)) > 0) & (Deltal >= I(i) - I(i-1))) | ((sign(I(i) - I(i-1)) < 0) &
(Deltal <= I(i) - I(i-1))))), %Criterio de parada
        if (j ~= nr),
            for k = 1:(j),
                E(k,i) = 2e-7*((I(i)-I(i-1))/dt)*log((Rext-k*dr)/(Rext-j*dr)); %Criterio
de parada
                P(k,i) = E(k,i)*J(k,i)*pi*((Rext-(k-1)*dr)^2 - (Rext-k*dr)^2);
            %Potencia instantanea dissipada
                Pt(i) = Pt(i) + P(k,i);
            end
            for k = (j+1):nr,
                B(k,i) = B(k,i-1);
                J(k,i) = J(k,i-1);
            end
            break;
        end
    end
end
end
Pttotal = Pttotal + Pt(i); %Potencia total dissipada

```

```

end

Pmed = Ptotal/nt; %Potencia media dissipada

%Graficos

J_=J;
for i = 1:nt
    J_(nr,i)=I(i)*16e4;
end

mesh(0:dt:T,0:dr:Rext-Rint-dr,J_(2:nr,1:nt))

hold

title('Densidade de corrente nas cascas x raio x tempo')
xlabel('Tempo em s')
ylabel('Rext - raio analisado em mm')
zlabel('Densidade de corrente contida nas cascas em A/m^2')

figure

mesh(0:dt:T,0:dr:Rext-Rint-dr,B(2:nr,1:nt))

title('Densidade de fluxo magnetico nas cascas x raio x tempo')
xlabel('Tempo em s')
ylabel('Rext - raio analisado em mm')
zlabel('B nas cascas em T')

figure

mesh(0:dt:T,0:dr:Rext-Rint-dr,E(2:nr,1:nt))

title('Campo eletrico nas cascas x raio x tempo')
xlabel('Tempo em s')
ylabel('Rext - raio analisado em mm')

```

```
zlabel('E nas cascas em V/m')
```

```
figure
```

```
mesh(0:dt:T,0:dr:Rext-Rint-dr,P(2:nr,1:nt))
```

```
title('Potencia dissipada nas cascas x raio x tempo')
```

```
xlabel('Tempo em s')
```

```
ylabel('Rext - raio analisado em mm')
```

```
zlabel('Pot nas cascas em W/m')
```

```
figure
```

```
plot(0:dt:T,Pt);
```

```
title('Potencia dissipada no tubo x tempo')
```

```
xlabel('Tempo em s')
```

```
ylabel('Potencia dissipada em W/m')
```

```
hold
```

```
for i = 1:nt,
```

```
    Pmed_plot(i) = Pmed;
```

```
end
```

```
plot(0:dt:T,Pmed_plot,'r');
```

```
legend('Potencia dissipada','Valor medio',0)
```

```
clc
```

## Anexo B - Algoritmo de simulação de um tubo supercondutor infinito pelo modelo de Kim

```
%Simulacao do tubo supercondutor infinito pelo modelo de Kim - Eduardo
%Souza Motta

clear all

close all

clc

%Constantes

uo=4*pi*10^(-7); %Permeabilidade do vacuo

%Entrada de dados

nome_dados = {'Raio externo [mm]','Raio interno [mm]','Espessura das cascas
[um]','Valor eficaz da senoide [A]','Frequencia da senoide [Hz]','Periodo de simulacao
[ms]','Passo temporal da simulacao [ms]','Densidade de corrente critica (Kim)
[A/m^2]','Constante alfa1 de correlacao J com B (Kim) [1/T]','};

def_dados = {'3.6','2.4','0.5','50','60','17','0.5','4e6','18.9472'};

title_dados = ' Entrada dos parametros de simulacao ';

Parametros_dados = inputdlg(nome_dados,title_dados,1,def_dados);

a1 = Parametros_dados(1) ; Rext = str2num(a1{1})*.001;
a2 = Parametros_dados(2) ; Rint = str2num(a2{1})*.001;
```

```

a3 = Parametros_dados(3) ; dr = str2num(a3{1})*.000001;
a4 = Parametros_dados(4) ; lrms = str2num(a4{1});
a5 = Parametros_dados(5) ; f = str2num(a5{1});
a6 = Parametros_dados(6) ; T = str2num(a6{1})*.001;
a7 = Parametros_dados(7) ; dt = str2num(a7{1})*.001;
a8 = Parametros_dados(8) ; Jo = str2num(a8{1});
a9 = Parametros_dados(9) ; alfa1 = str2num(a9{1});

% Calcula numero de passos

nt = floor(T/dt) + 1; %Passos temporal
nr = floor((Rext-Rint)/dr) + 1; %Passos espacial

% Inicializa as matrizes das variaveis a serem analisadas

B(nr,nt) = 0;
I(nt) = 0;
J(nr,nt) = 0;
E(nr,nt) = 0;
P(nr,nt) = 0;
Ptotal=0;

%Algoritmo de calculo das variaveis eletromagneticas do tubo supercondotor
% pelo modelo Kim

for i = 2:nt, %Laco temporal
    I(i) = lrms*sqrt(2)*sin(2*pi*f*(i-1)*dt); %Corrente instantanea
    Iint = I(i); %Corrente interna a casca analisada

```

```

Deltal = 0; %Complemento da corrente

B(1,i) = uo*I(i)/(2*pi*Rext); %Campo magnetico

J(1,i) = (Jo/(1+abs(alfa1*B(1,i))))*sign(I(i)-I(i-1)); %Densidade de corrente
pelo modelo de Kim

Pt(i)=0; %Potencia instantanea total dissipada

for j = 2:nr, %Laco espacial

    J(j,i) = (Jo/(1+abs(alfa1*B(j-1,i))))*sign(I(i)-I(i-1));

    Deltal = Deltal + (J(j,i) - J(j,i-1))*pi*((Rext-(j-1)*dr)^2 - (Rext-j*dr)^2);

    lint = lint - J(j,i)*pi*((Rext-(j-1)*dr)^2 - (Rext-j*dr)^2);

    B(j,i) = uo*lint/(2*pi*(Rext-j*dr));

    if (((sign(I(i) - I(i-1)) > 0) & (Deltal >= I(i) - I(i-1))) | ((sign(I(i) - I(i-1)) < 0) &
(Deltal <= I(i) - I(i-1))))), %Critério de parada

        if (j ~= nr),

            for k = 1:(j),

                E(k,i) = 2e-7*((I(i)-I(i-1))/dt)*log((Rext-k*dr)/(Rext-j*dr)); %Campo
eletrico

                P(k,i) = E(k,i)*J(k,i)*pi*((Rext-(k-1)*dr)^2 - (Rext-k*dr)^2);

                %Potencia instantanea dissipada

                Pt(i) = Pt(i) + P(k,i);

            end

            for k = (j+1):nr,

                B(k,i) = B(k,i-1);

                J(k,i) = J(k,i-1);

            end

            teste_nr(i)=j;

            break;

        end

    end

end

```

```

    end

    Ptotal = Ptotal + Pt(i); %Potencia total dissipada
end

Pmed = Ptotal/nt; %Potencia media dissipada

%Graficos

J_=J;
for i = 1:nt
    J_(nr,i)=I(i)*16e4;%Valor correto de peso e 16e4
end

mesh(0:dt:T,0:dr:Rext-Rint-dr,J_(2:nr,1:nt))

hold

title('Densidade de corrente nas cascas x raio x tempo')
xlabel('Tempo em s')
ylabel('Rext - raio analisado em mm')
zlabel('Densidade de corrente nas cascas em A/m^2')

figure

mesh(0:dt:T,0:dr:Rext-Rint-dr,B(2:nr,1:nt))

title('Densidade de fluxo magnetico nas cascas x raio x tempo')
xlabel('Tempo em s')
ylabel('Rext - raio analisado em mm')
zlabel('B nas cascas em T')

figure

mesh(0:dt:T,0:dr:Rext-Rint-dr,E(2:nr,1:nt))

title('Campo eletrico nas cascas x raio x tempo')

```

```

xlabel('Tempo em s')
ylabel('Rext - raio analisado em mm')
zlabel('E nas cascas em V/m')

figure
mesh(0:dt:T,0:dr:Rext-Rint-dr,P(2:nr,1:nt))
title('Potencia dissipada nas cascas x raio x tempo')
xlabel('Tempo em s')
ylabel('Rext - raio analisado em mm')
zlabel('Pot nas cascas em W/m')

figure
plot(0:dt:T,Pt);
title('Potencia dissipada no tubo x tempo')
xlabel('Tempo em s')
ylabel('Potencia dissipada em W/m')

hold
for i = 1:nt,
    Pmed_plot(i) = Pmed;
end
plot(0:dt:T,Pmed_plot,'r');
legend('Potencia dissipada','Valor medio',0)
clc

```

### Anexo C - Algoritmo de simulação de um tubo supercondutor finito pelo modelo de Bean considerando a variação de temperatura

```
%Simulacao do tubo supercondutor finito pelo modelo de Bean, considerando
%a influencia da temperatura - Eduardo Souza Motta

clear all

close all

clc

%Constantes

uo=4*pi*10^(-7); %Permeabilidade do vacuo

%Entrada de dados

nome_dados = {'Raio externo [mm]','Raio interno [mm]','Espessura das cascas
[um]','Valor eficaz da senoide [A]','Frequencia da senoide [Hz]','Periodo de simulacao
[ms]','Passo temporal da simulacao [ms]','Densidade de corrente critica (Bean) para T
= 77 K [A/m^2]','Entre com a capacidade termica do sistema [J/K]','Entre com a
temperatura inicial do sistema','Entre com o fator multiplicativo da temperatura alfa1t
[1/K]','Entre com a constante alfa2t','Entre com o comprimento do tubo finito L [m]'};

def_dados      =      {'3.6','2.4','0.5','50','60','50','0.5','4e6','0.5e-6','20','-
0.0942','8.0899','0.05'};

title_dados = ' Entrada dos parametros de simulacao ';

Parametros_dados = inputdlg(nome_dados,title_dados,1,def_dados);
```

```

a1 = Parametros_dados(1) ; Rext = str2num(a1{1})*.001;
a2 = Parametros_dados(2) ; Rint = str2num(a2{1})*.001;
a3 = Parametros_dados(3) ; dr = str2num(a3{1})*.000001;
a4 = Parametros_dados(4) ; lrms = str2num(a4{1});
a5 = Parametros_dados(5) ; f = str2num(a5{1});
a6 = Parametros_dados(6) ; T = str2num(a6{1})*.001;
a7 = Parametros_dados(7) ; dt = str2num(a7{1})*.001;
a8 = Parametros_dados(8) ; Jc77 = str2num(a8{1});
a9 = Parametros_dados(9) ; Ct = str2num(a9{1});
a10 = Parametros_dados(10) ; Tinicial = str2num(a10{1});
a11 = Parametros_dados(11) ; alfa1t = str2num(a11{1});
a12 = Parametros_dados(12) ; alfa2t = str2num(a12{1});
a13 = Parametros_dados(13) ; L = str2num(a13{1});

```

```

% Calcula numero de passos

```

```

nt = floor(T/dt) + 1; %Passos temporal

```

```

nr = floor((Rext-Rint)/dr) + 1; %Passos espacial

```

```

% Inicializa as matrizes das variaveis a serem analisadas

```

```

B(nr,nt) = 0;

```

```

I(nt) = 0;

```

```

J(nr,nt) = 0;

```

```

E(nr,nt) = 0;

```

```

P(nr,nt) = 0;

```

```

Ptotal=0;

```

```

Energia=0;
Temperatura=Tinicial;

%Algoritmo de calculo das variaveis eletromagneticas do tubo supercondutor
% pelo modelo Bean

for i = 2:nt, %Laco temporal

    I(i) = Irms*sqrt(2)*sin(2*pi*f*(i-1)*dt); %Corrente instantanea
    lint = I(i); %Corrente interna a casca analisada
    Deltal = 0; %Complemento da corrente
    B(1,i) = uo*I(i)/(2*pi*Rext); %Campo magnetico
    Pt(i)=0; %Potencia instantanea total dissipada
    Jc(i)=Jc77*(alfa1t*Temperatura(i-1)+alfa2t); %Densidade de corrente em
funcao da temperatura

    for j = 2:nr, %Laco espacial

        J(j,i) = Jc(i)*sign(I(i) - I(i-1)); %Densidade de corrente pelo modelo de Bean
        Deltal = Deltal + (J(j,i) - J(j,i-1))*pi*((Rext-(j-1)*dr)^2 - (Rext-j*dr)^2);
        lint = lint - J(j,i)*pi*((Rext-(j-1)*dr)^2 - (Rext-j*dr)^2);
        B(j,i) = uo*lint/(2*pi*(Rext-j*dr));

        if (((sign(I(i) - I(i-1)) > 0) & (Deltal >= I(i) - I(i-1))) | ((sign(I(i) - I(i-1)) < 0) &
(Deltal <= I(i) - I(i-1))))), %Critério de parada

            if (j ~= nr),
                for k = 1:(j),

                    E(k,i) = 2e-7*((I(i)-I(i-1))/dt)*log((Rext-k*dr)/(Rext-j*dr)); %Campo
eletrico

                    P(k,i) = E(k,i)*J(k,i)*pi*((Rext-(k-1)*dr)^2 - (Rext-k*dr)^2);

                %Potencia instantanea dissipada

                    Pt(i) = Pt(i) + P(k,i);

```

```

        end
        for k = (j+1):nr,
            B(k,i) = B(k,i-1);
            J(k,i) = J(k,i-1);
        end
        break;
    end
end
end
end
Pttotal = Pttotal + Pt(i); %Potencia total dissipada
Energia(i)=Energia(i-1)+Pt(i)*dt*L; %Energia dissipada no passo temporal
Temperatura(i)=Temperatura(i-1)+Energia(i)/Ct; %Variacao de temperatura
dada potencia dissipada
    if Temperatura(i)>77; %Limitacao da temperatura pela vaporizacao do
nitrogenio
        Temperatura(i)=77;
    end
end
Pmed = Pttotal/nt; %Potencia media dissipada

%Graficos

J_=J;
for i = 1:nt
    J_(nr,i)=I(i)*16e4;
end
mesh(0:dt:T,0:dr:Rext-Rint-dr,J_(2:nr,1:nt))
hold

```

```
title('Densidade de corrente nas cascas x raio x tempo')
xlabel('Tempo em s')
ylabel('Rext - raio analisado em mm')
zlabel('Densidade de corrente contida nas cascas em A/m^2')
```

```
figure
mesh(0:dt:T,0:dr:Rext-Rint-dr,B(2:nr,1:nt))
title('Densidade de fluxo magnetico nas cascas x raio x tempo')
xlabel('Tempo em s')
ylabel('Rext - raio analisado em mm')
zlabel('B nas cascas em T')
```

```
figure
mesh(0:dt:T,0:dr:Rext-Rint-dr,E(2:nr,1:nt))
title('Campo eletrico nas cascas x raio x tempo')
xlabel('Tempo em s')
ylabel('Rext - raio analisado em mm')
zlabel('E nas cascas em V/m')
```

```
figure
mesh(0:dt:T,0:dr:Rext-Rint-dr,P(2:nr,1:nt))
title('Potencia dissipada nas cascas x raio x tempo')
xlabel('Tempo em s')
ylabel('Rext - raio analisado em mm')
zlabel('Pot nas cascas em W/m')
```

```
figure
plot(0:dt:T,Pt);
```

```
title('Potencia dissipada no tubo x tempo')
xlabel('Tempo em s')
ylabel('Potencia dissipada em W/m')
hold
for i = 1:nt,
    Pmed_plot(i) = Pmed;
end
plot(0:dt:T,Pmed_plot,'r:');
legend('Potencia dissipada','Valor medio',0)
```

```
figure
plot(0:dt:T,Temperatura)
title('Temperatura do sistema x tempo')
xlabel('Tempo em s')
ylabel('Temperatuar em K')
```

```
figure
plot(Temperatura(2:nt-1),Jc(3:nt)/Jc77)
title('Densidade de corrente critica atual dividida pela em 77 K x Temperatura')
xlabel('Temperatura em K')
ylabel('Fator Jc(T)/Jc(77)')
```

```
clc
```

## Anexo D – Experimentos efetuados

Com o intuito de se comprovar experimentalmente as simulações apresentadas nessa dissertação, efetuou-se o levantamento da dissipação de potência de um tubo supercondutor finito, o *current lead* CSL 7/70.1 [17], com a corrente crítica modificada para 50 A.

O dispositivo de fixação do supercondutor é apresentado na Figura D.1.

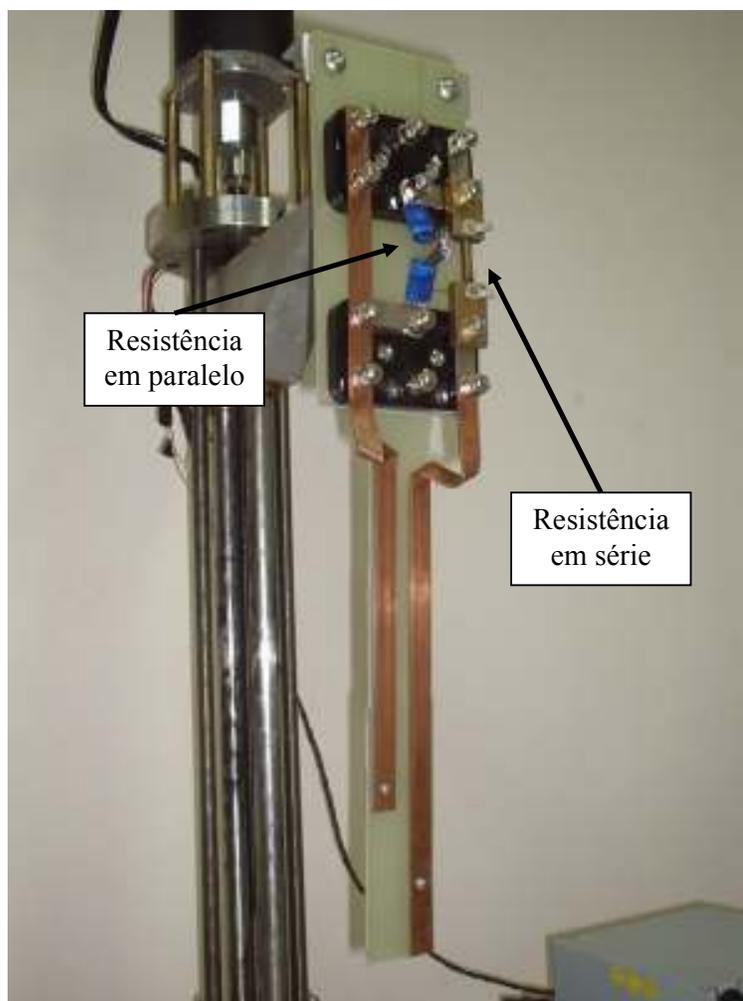


Figura D.1. Dispositivo de fixação do tubo supercondutor, com resistência em paralelo para proteção do supercondutor e resistência série para medição da corrente imposta ao supercondutor.



Figura D.2. Fixação do tubo supercondutor no dispositivo apresentado na Figura D.1.

A intenção do experimento era determinar as perdas térmicas do dispositivo fora e em funcionamento, sendo a subtração desses valores a dissipação devido ao dispositivo supercondutor. A dissipação térmica foi determinada pela variação da massa do sistema, a qual se dava pela vaporização do nitrogênio líquido utilizado no experimento (sendo o calor específico do nitrogênio conhecido). O sistema montado é apresentado na Figura D.3.



Figura D.3. Sistema experimental

Apresenta-se na a dissipação de potência do sistema em condições de operação a vazio.

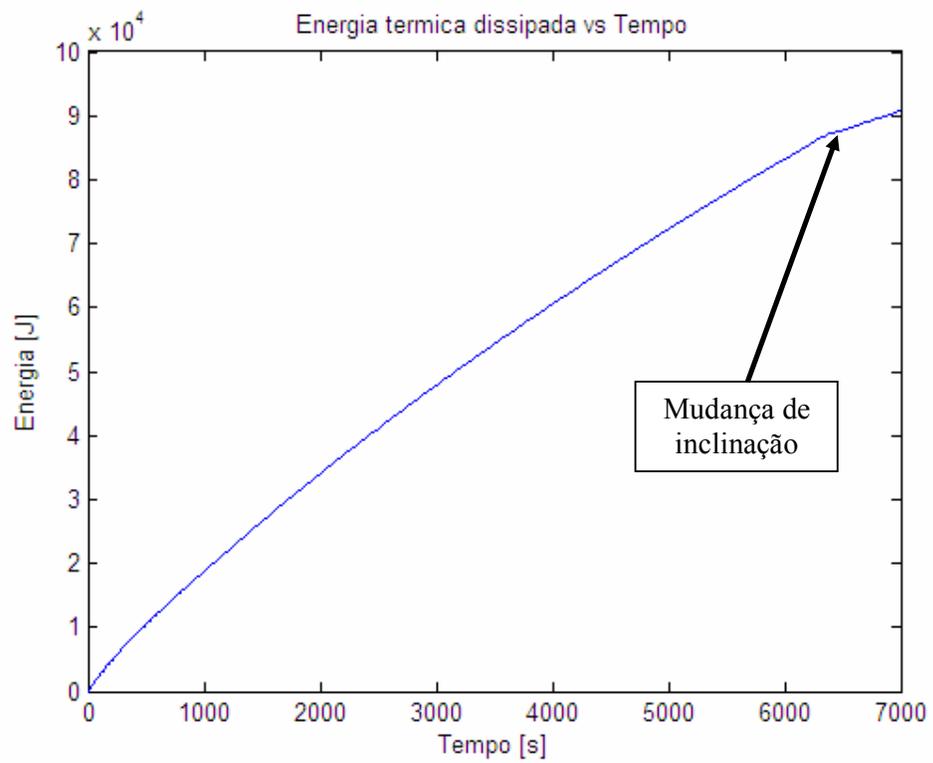


Figura D.4. Energia acumulada dissipada em função do tempo.

É válido ressaltar que o principal meio de perda térmica do dispositivo montado é pela calor de condução conduzido pelas barras de cobre utilizadas para injetar corrente no supercondutor. Note-se a mudança de inclinação da curva apresentada na Figura D.4 como consequência da emersão da barra de cobre mais curta (vide Figura D.1).

Foram analisadas as perdas em corrente contínua e alternada senoidal de 60 Hz, da corrente eficaz de 5 A até 50 A, em passos de 5 A. Como fonte de corrente contínua foi utilizada a fonte controlada do eletromagneto do LASUP, o qual é apresentado na Figura D.5.



Figura D.5. Fonte de corrente contínua.

Como fonte de corrente alternada utilizou-se o transformador de uma máquina de solda, com sua alimentação efetuada através de um transformador variável. Apresenta-se na Figura D.6 o sistema descrito.



Figura D.6. Fonte de corrente alternada.

Contudo verificou-se que a variação de temperatura do ambiente acarretaria em uma variação de dissipação de potência superior à do supercondutor (considerou-se para esta avaliação que haveria somente calor de condução pelo cobre para o nitrogênio líquido e que a variação máxima da temperatura ambiente foi de 10 K). Verificou-se que a dissipação de potência do sistema em corrente nula era em média 13,77 W e que a variação da temperatura de 10 K (de 263 a 273 K) implicaria em uma variação de 0,75 W, sendo cerca de 1300 vezes o valor da dissipação esperada para o tubo supercondutor transportando 50 A.

Observou-se também no experimento que a dissipação era majoritariamente Ôhmica (17 m $\Omega$ , conforme determinado experimentalmente), proveniente das resistências de contato (valor superior ao citado em [31] para a geometria do tubo supercondutor utilizado).

Apresenta-se em [32] a forma de medição da dissipação de um dispositivo supercondutor.