

RESSONÂNCIA SUBSÍNCRONA E OUTRAS FORMAS DE  
INSTABILIDADE ELETROMECAÂNICA

Carlos André Andrade Tavares

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS  
PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE  
FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS  
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM  
ENGENHARIA ELÉTRICA.

Aprovada por:

---

Prof. Sebastião Ércules Melo de Oliveira, D.Sc.

---

Prof. Glauco Nery Taranto, Ph.D.

---

Prof. Geraldo Caixeta Guimarães, Ph.D.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

ABRIL DE 2005

TAVARES, CARLOS ANDRÉ ANDRADE

Ressonância Subsíncrona e Outras Formas  
de Instabilidade Eletromecânica [Rio de Ja-  
neiro] 2005

XII, 134 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, M.Sc.,  
Engenharia Elétrica, 2005)

Tese - Universidade Federal do Rio de Ja-  
neiro, COPPE

1 - Ressonância Subsíncrona, Modelagem da  
Máquina Síncrona, Sistemas Lineares, Variá-  
veis de Estado, Autovalores

I. COPPE/UFRJ II. Título (série)

*DEDICATÓRIA*

*A TODA MINHA FAMÍLIA.*

*MUITO OBRIGADO,*

*ANDRÉ*

## **AGRADECIMENTOS**

A toda minha família pelo incentivo incondicional.

Ao professor Sebastião E. M. de Oliveira pelo apoio e incentivo constante.

A meus amigos do ONS e Furnas pelo incentivo e apoio.

A Deus, sempre indicando o caminho a seguir.

**MUITO OBRIGADO**

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

RESSONÂNCIA SUBSÍNCRONA E OUTRAS FORMAS  
DE INSTABILIDADE ELETROMECCÂNICA

Carlos André Andrade Tavares

Abril/2005

Orientador: Sebastião Ércules Melo de Oliveira

Programa: Engenharia Elétrica

Este trabalho tem por objetivo analisar o fenômeno de Ressonância Subsíncrona nos Sistemas Elétricos de Potência através da implementação e utilização de um programa computacional de cálculo dos autovalores da matriz de estado do sistema eletromecânico linearizado. São enfatizados os aspectos de modelagem das máquinas síncronas, do sistema mecânico turbina – gerador e do sistema elétrico associado, de forma que a inclusão de compensação série capacitiva na transmissão traz, entre outras conseqüências, o surgimento de pelo menos uma freqüência natural subsíncrona,  $f_{re}$ , associada à representação da rede elétrica. Condições especiais de funcionamento do sistema podem acarretar trocas de energia indesejáveis envolvendo o conjunto turbina – gerador de uma usina em uma ou mais freqüências naturais, caracterizando o fenômeno da Ressonância Subsíncrona.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

SUBSYNCHRONOUS RESONANCE AND OTHER MODES  
OF ELETROMECHANICAL INSTABILITIES

Carlos André Andrade Tavares

April/2005

Advisor: Sebastião Ércules Melo de Oliveira

Department: Electrical Engineering

This work analyses the subsynchronous resonance phenomenon in Power Systems through the implementation and utilization of a computational program for calculation of power system state matrix eigenvalues. Some modelling aspects for synchronous machines, for turbine-generator mechanical system and for the associated power system are emphasized such that the inclusion of series capacitor compensation in transmission creates at least one natural subsynchronous frequency,  $f_{re}$ , associated to the electric network. When a power system operates in certain special conditions, undesirable energy exchanges (in one or more natural frequencies) involving the turbine – generator set can occur, characterizing the subsynchronous resonance phenomenon.

# ÍNDICE

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	1
1.1 – Antecedentes .....	1
1.1.1 – Transmissão de Energia a Longas Distâncias.....	1
1.1.2 – A Importância do Tema.....	1
1.2 – Objetivo.....	17
1.3 – Sumário .....	18
<b>2 MODELAGEM DA MÁQUINA SÍNCRONA</b> .....	19
2.1 - Fundamentos Básicos.....	19
2.2 - Descrição Matemática da Máquina Síncrona.....	21
2.2.1 - Introdução.....	21
2.2.2 - Teoria das Duas Reatâncias.....	27
2.3 - Relações de Enlace de Fluxo.....	29
2.3.1 - Circuito de Armadura.....	29
2.3.2 - Circuito de Campo .....	29
2.3.3 - Circuitos Amortecedores no Eixo Direto .....	29
2.3.4 - Circuitos Amortecedores no Eixo em Quadratura.....	29
2.4 - Indutâncias.....	30
2.4.1 - Indutâncias Próprias da Armadura .....	30
2.4.2 - Indutâncias Mútuas da Armadura.....	31
2.4.3 - Indutância Própria do Campo.....	32
2.4.4 - Indutância Própria dos Circuitos Amortecedores.....	33
2.4.5 - Indutância Mútuas Entre os Circuitos do Rotor .....	33
2.4.6 - Indutâncias Mútuas entre Estator e Rotor .....	34
2.5 - Equações de Tensão .....	35
2.5.1 - Circuitos da Armadura .....	35
2.5.2 - Circuito de Campo .....	36
2.5.3 - Circuitos Amortecedores no Eixo Direto.....	36
2.5.4 - Circuitos Amortecedores no Eixo em Quadratura.....	37
2.6 - Transformações Aplicadas à Máquinas Síncronas .....	37
2.6.1 - Transformação d q 0.....	38
2.6.2 - Aplicação da Transformação dq0 na Máquina Síncrona.....	39
2.7 - Relações de Torque e Potência na Máquina Síncrona Aplicando a Transformação dq0 .....	43
2.8 - Potência Elétrica da Máquina Síncrona.....	44
2.9 – Equação de Oscilação de uma Máquina Síncrona .....	45

<b>3- DINÂMICA DO SISTEMA ELETROMECAÂNICO</b> .....	51
3.1 - Definições Iniciais.....	51
3.2 - Dinâmica dos Sistemas de Potência.....	<a href="#">52</a>
3.3 – Dinâmica do Sistema Mecânico Turbina - Gerador.....	57
3.4 - Compensação Série em Sistemas de Potência.....	60
3.4.1 – Influência da Compensação Série em Sistemas de Potência.....	<a href="#">64</a>
3.5 – Modelagem da Rede Elétrica.....	<a href="#">65</a>
3.6 - O Fenômeno da Ressonância Subsíncrona.....	69
3.6.1 - Efeito do Gerador de Indução.....	<a href="#">70</a>
3.6.2 - Interação Torcional.....	<a href="#">71</a>
3.6.3 - Torques Transitórios.....	<a href="#">72</a>
<b>4- ANÁLISE MATEMÁTICA DO FENÔMENO DE RESSONÂNCIA SUBSÍNCRONA</b> .....	73
4.1- Descrição Geral do Fenômeno da Ressonância Subsíncrona.....	73
4.1.1- Auto-excitação.....	74
4.1.1.1 - Equações de Enlace para o Circuito do Eixo Direto.....	75
4.1.1.2 - Equações de Enlace para o Circuito do Eixo em Quadratura.....	76
4.1.1.3 - Equações de Tensão nos Enrolamentos.....	76
4.1.1.4 - Tensões Atrás das Reatâncias no Eixo Direto.....	77
4.1.1.5 - Auto-excitação no Eixo Direto.....	79
4.1.1.6 - Auto-excitação no Eixo em Quadratura.....	82
4.1.2 - Efeito do Gerador de Indução.....	<a href="#">83</a>
4.1.3 - Interação Torcional.....	<a href="#">87</a>
4.1.4 - Torques Transitórios.....	<a href="#">92</a>
4.2 - Ferramentas de Análise da Ressonância Subsíncrona.....	92
<b>5 - ANÁLISE COMPUTACIONAL DO FENÔMENO DE RESSONÂNCIA SUBSÍNCRONA</b> .....	96
5.1 - Sistema Elétrico sob Estudo.....	96
5.2 - Características da Rede Elétrica e Gerador Síncrono.....	97
5.2.1 - Dados do Hidrogerador.....	97
5.2.2 - Dados do Turbogenerador nº1.....	97
5.2.3 - Dados do Turbogenerador nº2.....	97
5.2.4 - Dados da Rede Elétrica Associada aos Geradores.....	98
5.3 - Características do Sistema Mecânico Turbina - Gerador.....	98
5.3.1 - Eixo Rígido e Inércia Finita.....	98
5.3.2 - Eixo Elástico e Inércia Finita.....	98
5.3.2.1 - Modelo do turbogenerador nº 1.....	98

5.3.2.2 - Modelo do turbogerador nº 2.....	99
5.4 - Metodologia de Análise e o Programa Desenvolvido .....	100
5.5 - Simulações.....	101
5.5.1 - Eixo Rígido e Inércia Infinita.....	101
5.5.1.1 - Simulação 1.....	101
5.5.1.2 - Simulação 2.....	102
5.5.1.3 - Simulação 3.....	103
5.5.1.4 - Simulação 4.....	104
5.5.2 - Hidrogerador - Eixo Rígido e Inércia Finita.....	106
5.5.3 - Hidrogerador - Eixo Elástico com duas massas .....	107
5.5.4 - Simulações com o turbogerador nº 1.....	108
5.5.4.1 - Simulação 1.....	108
5.5.4.2 - Simulação 2.....	110
5.5.4.3 - Simulação 3.....	112
5.5.4.4 - Simulação 4.....	113
5.5.4.5 - Simulação 5.....	114
5.5.5 - Simulações com o turbogerador nº 2.....	116
5.5.5.1 - Regiões de Estabilidade Para Avaliação do Efeito de Gerador de Indução - turbogerador nº 2.....	117
5.5.5.2 - Regiões de Estabilidade Para Avaliação do Efeito de Interação Torcional - turbogerador nº 2.....	118
<b>6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES.....</b>	<b>120</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>123</b>

## LISTA DE SÍMBOLOS

$n$	velocidade mecânica do rotor em rpm
$f$	freqüência da tensão induzida no enrolamento de armadura
$X_{\phi d}$	reatância de magnetização de eixo direto
$X_{\phi q}$	reatância de magnetização de eixo de quadratura
$X_{disp}$	reatância de dispersão do enrolamento de armadura
$X_d$	reatância síncrona de eixo direto
$X'_d$	reatância transitória de eixo direto
$X''_d$	reatância subtransitória de eixo direto
$X_q$	reatância síncrona de eixo de quadratura
$X'_q$	reatância transitória de eixo de quadratura
$X''_q$	reatância subtransitória de eixo de quadratura
$L_{aa}, L_{bb}, L_{cc}$	indutâncias próprias das fases a, b e c
$L_{ab}, L_{bc}, L_{ca}$	indutâncias mútuas entre as fases a, b e c
$L_{FF}$	indutância própria do enrolamento de campo
$L_{Dii}, L_{Qii}, i = 1,2$	indutância própria do i-ésimo circuito amortecedor de eixo direto ou de eixo de quadratura do rotor
$L_{FDi}, L_{FQi}, i = 1,2$	indutâncias mútuas entre o enrolamento de campo e o i-ésimo circuito amortecedor de eixo d ou eixo q no rotor
$L_{aF}, L_{bF}, L_{cF}$	indutâncias mútuas entre os enrolamentos de fase no estator e o enrolamento de campo no rotor
$L_{aDi}, L_{bDi}, L_{cDi}$	indutâncias mútuas entre os enrolamentos de fase no estator e o i-ésimo enrolamento amortecedor de eixo direto
$L_{aQi}, L_{bQi}, L_{cQi}$	indutâncias mútuas entre os enrolamentos de fase no estator e o i-ésimo enrolamento amortecedor de eixo de quadratura
$\lambda_a, \lambda_b, \lambda_c$	enlaces de fluxo dos enrolamentos de fase da armadura

$\lambda_{Di}, \lambda_{Qi}$	enlaces de fluxo dos enrolamentos amortecedores de eixos direto e quadratura
$\lambda_F$	enlace de fluxo do enrolamento de campo
$\lambda_d$	enlace de fluxo do enrolamento de armadura no eixo d
$\lambda_q$	enlace de fluxo do enrolamento de armadura no eixo q
$R_F$	resistência ôhmica do enrolamento de campo
$R_a, R_b, R_c$	resistências ôhmicas dos enrolamentos da armadura
$L'_d$	indutância transitória
$L''_d$	indutância subtransitória
$T'_{do}$	constante de tempo transitória do enrolamento de armadura a circuito aberto
$T''_{do}$	constante de tempo subtransitória do enrolamento de armadura a circuito aberto
$T'_d$	constante de tempo transitória do enrolamento de armadura em curto-circuito
$T''_d$	constante de tempo subtransitória do enrolamento de armadura em curto-circuito
$P$	potência elétrica
$T$	conjugado
$M$	momento cinético
$J$	momento de inércia
$D$	coeficiente de amortecimento
$J_i$	momento de inércia da i-ésima massa
$D_i$	coeficiente de amortecimento próprio da i-ésima massa
$D_{ij}$	coeficiente de amortecimento mútuo entre a i-ésima e j- ésima massas
$K_{ij}$	constantes elásticas torcionais das seções do eixo que unem a i-ésima e j-ésima massas
$\theta_i$	ângulo de coordenada da i-ésima massa em relação a um referencial apropriado

$\zeta$	coeficiente de amortecimento relativo
$t$	tempo em segundos
$\dot{E}, \dot{V}$	representação de fasor tensão
$\dot{I}$	representação de fasor corrente
$f_b$	freqüência base.
$\omega_b$	velocidade angular base.
$\omega$	velocidade angular
$H$	constante de inércia
$\delta$	ângulo de carga
ESP	Estabilizadores de Sistemas de Potência
$\rho_d$	Permeância magnética de eixo direto
$\rho_q$	Permeância magnética de eixo em quadratura

# 1

## INTRODUÇÃO

### **1.1- Antecedentes**

#### *1.1.1- Transmissão de Energia a Longas Distâncias*

A transmissão de energia elétrica em grandes blocos e elevadas distâncias trouxe vários fatores e fenômenos que precisam ser avaliados. Tais fatores e fenômenos envolvem grandezas elétricas e mecânicas que podem comprometer o adequado funcionamento do sistema elétrico de potência. Por consequência, este comportamento anormal do sistema elétrico pode tornar inadequado o atendimento aos centros consumidores e até mesmo causar a danificação dos seus equipamentos.

A compensação série de linhas de transmissão médias e longas tem se mostrado uma forma eficiente e vantajosa economicamente para aumentar a capacidade de transmissão. Sua utilização, no entanto, tem sido limitada devido aos problemas relativos à interação entre sistemas compensados por capacitores série e os eixos turbina-gerador de máquinas térmicas. Os incidentes acontecidos nos Estados Unidos, na planta de Mohave, mostraram à indústria de energia elétrica que os sistemas mecânicos dos turbogeradores podem interagir com os sistemas elétricos compensados por capacitores série de forma destrutiva. Estes incidentes, acontecidos em 1970 e 1971 [1], serviram para destacar a necessidade do estudo do acoplamento entre os eixos mecânicos e os sistemas de potência de forma detalhada. Destaca-se nesses estudos a análise da Ressonância Subsíncrona (RSS) e a interação torcional no conjunto turbina – gerador. Define-se que a Ressonância Subsíncrona (RSS) é “uma condição elétrica do sistema de potência onde a rede elétrica troca significativa energia com o conjunto turbina-gerador em uma ou mais frequências naturais do sistema combinado, abaixo da frequência síncrona, e subsequente a um distúrbio tendo como condição inicial o equilíbrio” [2].

### *1.1.2- A Importância do Tema*

Ao se transmitir grandes blocos de energia através de linhas de transmissão foi necessário o desenvolvimento de novas técnicas. Tais técnicas deveriam permitir a transmissão de energia e ao mesmo tempo garantir que o sistema elétrico mantivesse seus requisitos de segurança operativa, tanto com relação à confiabilidade quanto à segurança dos equipamentos envolvidos.

Uma das soluções adotadas foi a utilização da compensação série capacitiva nas linhas de transmissão como forma de aumentar a capacidade de transmissão do sistema elétrico. No entanto, com a inserção da compensação série nas linhas de transmissão, foi verificada a existência de oscilações subsíncronas no sistema elétrico.

Para a engenharia de potência e sistemas elétricos, a importância do tema pode ser verificada pelo exame dos artigos que serão descritos a seguir. A análise das referências que se seguem permite tomar conhecimento de algumas metodologias de análise do fenômeno da Ressonância Subsíncrona e Interações Torcionais no conjunto turbina-gerador.

As referências [1] e [3] analisam o fato ocorrido em 1970 na planta de Mohave. Neste caso foi verificada uma falha do eixo do sistema turbina – gerador que era composto por estágios de alta e baixa pressão, gerador e excitatriz. Após análise da ocorrência foi constatado um curto-circuito entre os anéis do coletor do circuito de excitação. Concluiu-se que o eixo sofreu um aquecimento excessivo devido às oscilações mecânicas produzidas pelo fenômeno da Ressonância Subsíncrona.

Na referência [4] destaca-se, inicialmente, a modelagem matemática necessária para os estudos de Ressonância Subsíncrona (RSS). São descritas as equações diferenciais do sistema de potência para a análise da RSS, a modelagem mecânica do acoplamento turbina-gerador e a técnica das equações de estado e análise de autovalores para avaliação da ressonância subsíncrona utilizando os dados do IEEE (“The First Benchmark Model – FBM” e “The Second Benchmark Model”).

A referência [5] concentra-se nos problemas relativos às oscilações subsíncronas em sistemas elétricos de potência. Nela é tratado o mecanismo de ocorrência das oscilações e apresenta-se uma metodologia para sua investigação quando são utilizados capacitores série em linhas de transmissão. Os riscos de aparecimento da ressonância subsíncrona são destacados de forma a identificar a auto-excitação elétrica e os efeitos mecânicos. Como principais técnicas de análise e prevenção dos fenômenos do efeito de gerador de indução e interação torcional são destacadas a análise por autovalores, a análise no domínio da frequência e a análise por varredura em frequência.

Na referência [6] é utilizado um método de avaliação do conjugado por unidade de velocidade como meio de estimação do amortecimento da Ressonância Subsíncrona. Nesta referência é mostrada uma avaliação exata dos autovalores do sistema eletromecânico. Em particular, o método proposto estima os autovalores para permitir a análise da resposta do torque eletromecânico do sistema elétrico numa simulação no domínio do tempo.

A referência [7] faz uma nova abordagem das possibilidades do surgimento do fenômeno da Ressonância Subsíncrona. Além da ocorrência típica das oscilações em sistemas elétricos com linhas compensadas com capacitor série, foi avaliada a ocorrência da Ressonância Subsíncrona em sistemas de bombeamento e em sistemas de suprimento de motores de indução de rotor gaiola e rotor bobinado.

Na referência [8] é analisado o efeito da variação dos parâmetros elétricos dos enrolamentos amortecedores sobre as zonas de estabilidade do sistema elétrico. Neste trabalho é mostrado que a elevação da resistência e a redução da reatância dos enrolamentos amortecedores (nos eixos d e q) tem a característica de reduzir as regiões de instabilidade associadas à Ressonância Subsíncrona.

A referência [9] define um método para determinação de oscilações subsíncronas em Sistemas de Potência compensados. Neste trabalho, os autores baseiam-se na referência da resistência total do rotor das máquinas síncronas ao estator e na soma direta desta com a resistência equivalente do sistema. Adicionalmente, neste

trabalho, verifica-se que a inclusão de resistores em paralelo com o capacitor série tem o efeito de poder evitar a ocorrência das citadas oscilações.

Na referência [10] é desenvolvida uma outra metodologia de avaliação da ocorrência da Ressonância Subsíncrona. Neste trabalho, a avaliação do problema é feita no domínio da frequência utilizando o critério de estabilidade de Nyquist.

A referência [11] faz a análise da Ressonância Subsíncrona utilizando os dados do “IEEE Second Benchmark Model for Simulation of Subsynchronous Resonance” e mais outros dois modelos para a máquina síncrona. Nesta referência, é mostrado que a simplificação do modelo da máquina síncrona permite avaliar os efeitos de gerador de indução e interação torcional sem comprometimento dos resultados.

Na referência [12] é desenvolvido um modelo matemático da máquina síncrona para estudos dos efeitos do regulador de velocidade e controle de excitação nos limites de estabilidade associados ao fenômeno de Ressonância Subsíncrona em sistemas elétricos com compensação série.

Nas referências [13] e [14] é realizado o estudo dos efeitos de interação entre um sistema CA compensado com um determinado sistema de transmissão de corrente contínua em alta tensão. Nestes trabalhos são deduzidas as equações para determinação do efeito do sistema de corrente contínua sobre o coeficiente de amortecimento obtido a partir da determinação do conjugado eletromagnético do gerador síncrono e é proposto um critério baseado em conceitos teórico para analisar o desempenho do controle do sistema de corrente contínua. Demonstra-se que o controle inadequado do sistema de corrente contínua pode acarretar o surgimento do fenômeno da Ressonância Subsíncrona.

A referência [15] aborda o efeito da falha de comutação em sistemas de corrente contínua em alta tensão sobre a interação torcional no conjunto turbina-gerador. Neste trabalho, é realizado o estudo de um sistema elétrico hipotético com transmissão CA / CC visando investigar os efeitos de ocorrência de falhas de comutação em estações conversoras. Conclui-se neste trabalho que as falhas de comutação excitam a interação torcional no conjunto turbina-gerador e que a sua magnitude depende das

condições de operação do sistema de corrente contínua. Verifica-se a relação de proporcionalidade direta com a intensidade das falhas de comutação e propõe-se o controle do ângulo de extinção mínimo como forma de minimizar a interação torcional do conjunto turbina-gerador.

Na referência [16] é realizado um estudo teórico da interação torcional de sistemas de transmissão de alta tensão em corrente contínua. Nesta referência é descrita uma investigação para determinação do potencial de interação torcional e desenvolvido um método para estudo das oscilações subsíncronas. Foi verificado neste trabalho que a utilização de sistemas de transmissão de corrente contínua em alta tensão contribui para o surgimento de interações torcionais no conjunto turbina-gerador.

Nas referências [17] e [18] aborda-se a utilização da Teoria da Bifurcação na análise de sistemas de potência. Mostra-se que a Teoria da Bifurcação é uma ferramenta que permite o estudo de sistemas dinâmicos que possuem parâmetros que variam lentamente no tempo. Neste trabalho, é apresentada uma breve explanação sobre a aplicação desta teoria para verificação das causas da instabilidade eletromecânica em sistemas de potência.

As referências [19], [20] e [21] mostram também que a Ressonância Subsíncrona é um fenômeno característico dos sistemas elétricos de potência que pode ser estudado através da Teoria da Bifurcação. Nestes trabalhos são apresentados resultados de estudos que, através do cálculo dos autovalores do sistema eletromecânico, identificam o limite da compensação série para ocorrência da Ressonância Subsíncrona. No primeiro trabalho também é avaliado que a redução no ganho do regulador automático de tensão contribui para redução da região de instabilidade associada ao fenômeno de Ressonância Subsíncrona.

A referência [22] aborda os vários efeitos associados ao fenômeno de Ressonância Subsíncrona, suas zonas de influência e sua dependência dos parâmetros do sistema de potência. Neste trabalho mostra-se que em situações com amortecimento negativo das oscilações do conjugado elétrico, pode-se usar o ESP (Estabilizador de Sistema de Potência) com eficiência para amortecer as oscilações do sistema.

Na referência [23] é feita a análise do fenômeno da Ressonância Subsíncrona (RSS). Neste trabalho são caracterizados os diferentes efeitos associados ao possível surgimento de problemas de RSS, derivados seus fatores de amortecimento e definidas as suas zonas de ocorrência. Foi aplicado o método de análise dos autovalores para verificação das interações entre as dinâmicas dos sistemas mecânico e elétrico. Na determinação das zonas de ocorrência da RSS, concluiu-se que os efeitos de gerador de indução e a interação torcional podem ocorrer juntos ou separados, dependendo dos parâmetros do sistema elétrico. Na análise dos autovalores, foi verificada a influência da variação da resistência elétrica do circuito de excitação do gerador e da resistência elétrica da rede de transmissão sob o amortecimento da interação torcional.

A referência [24] conclui que a presença de capacitores série controlados a tiristores (TCSC) no sistema de transmissão em 500kV da BPA (Bonneville Power Administration) não contribui para o surgimento do fenômeno da Ressonância Subsíncrona no sistema elétrico da BPA.

Na referência [25] foi realizado um estudo comparativo do desempenho dos controladores PSS (Power System Stabilizers), SVC (Static Var Compensators) e STATCOM (Shunt Static Synchronous Compensators) no que diz respeito ao nível de amortecimento das oscilações de natureza eletromecânica nos sistemas elétricos de potência. Neste trabalho é proposta uma técnica para identificar e definir os locais adequados para instalação dos controladores para responder e controlar as oscilações do sistema de potência, sem a preocupação de investigação dos efeitos de interação torcional. Mostra-se que os dispositivos PSS, SVC e STATCOM têm a capacidade de amortecer as oscilações no sistema elétrico.

A referência [26] trata do controle do amortecimento do fenômeno de Ressonância Subsíncrona (RSS) com a utilização do TCSC (Thyristor Controlled Series Capacitor). Neste trabalho é apresentada uma metodologia para cálculo do amortecimento elétrico do TCSC em função do ângulo de disparo dos tiristores. É mostrado que é possível suprimir os efeitos da RSS através do controle do ângulo de disparo dos tiristores do TCSC.

Na referência [27] é feito o estudo comparativo da interação torcional em sistemas elétricos compensados com capacitores fixos e Series Static Synchronous Compensators (SSSC), utilizando os dados do sistema elétrico considerado no “IEEE First Benchmark Model for Simulation of Subsynchronous Resonance”. Neste trabalho concluiu-se que o uso do SSSC na compensação série de sistemas de potência acarreta flexibilidade e melhor desempenho que a compensação série convencional. Mostrou-se que o SSSC tem a capacidade de estabilizar os modos torcionais e provê um acréscimo no amortecimento das interações de sistemas elétricos com compensação série fixa.

A referência [28] faz uma análise detalhada do impacto dos diferentes métodos de controle do TCSC (Thyristor Controlled Series Capacitor) sobre a extensão das regiões de instabilidade por Ressonância Subsíncrona (RSS) em sistemas elétricos com compensação série. Utilizando os dados do sistema elétrico considerado no “IEEE First Benchmark Model for Simulation of Subsynchronous Resonance”, mostrou-se neste trabalho que a forma de disparo dos tiristores (disparo individual ou equidistante) tem influência no desempenho dinâmico do TCSC quanto à RSS. Destaca-se neste trabalho que o TCSC funcionando em modo de controle de impedância constante está sujeito ao fenômeno da RSS quanto à compensação série convencional.

Na referência [29] é apresentada a ferramenta PAT (Power Analysis Toolbox) no programa MATLAB/Simulink. Mostra-se neste trabalho que a ferramenta proposta possui flexibilidade e capacidade para análise de sistemas de potência com dispositivos FACTS (Flexible AC Transmission Systems) em regimes permanente e transitório.

Na referência [30] é estudado o comportamento resistivo do TCSC (Thyristor Controlled Series Capacitor) sob frequências subsíncronas. Neste trabalho, mostra-se que, idealmente, o TCSC não possui resistência elétrica. Entretanto, sob correntes subsíncronas, a impedância equivalente do TCSC é modificada e passa a ter uma componente de resistência elétrica de valor positivo ou negativo. Completando, identifica-se que a resposta em frequência do TCSC é dependente do esquema de disparo dos tiristores.

Nas referências [31] e [32] o cálculo dos autovalores associados à resposta natural eletromecânica de um sistema elétrico é utilizado na avaliação dos efeitos associados à ressonância subsíncrona. É indicado que o fenômeno de RSS está associado a fortes interações entre os modos eletromecânicos, já que quando as interações apresentam níveis muito pequenos, os modos podem ser considerados como apresentando comportamento relativamente independente. Para exame dos autovalores, foram utilizados os dados do sistema elétrico considerado no “IEEE First Benchmark Model for Simulation of Subsynchronous Resonance”.

A referência [33] faz o estudo do efeito da modulação de carga sobre as constantes de amortecimento dos modos eletromecânicos dos geradores em um sistema de potência. Neste trabalho, mostra-se que a modulação controlada da carga do sistema é um meio eficiente de controle de oscilações eletromecânicas.

Na referência [34], é abordado o problema de instabilidade do modo elétrico de interação entre capacitância série e impedâncias associadas à representação elétrica da máquina de indução para análise da viabilidade de partida correta de motores de indução ligados a redes com compensação série. É utilizado o método de cálculo dos autovalores para determinar a faixa de frequência possível para ocorrência da instabilidade referida e que pode, sob certas condições, impedir a partida do motor. É demonstrado o efeito de redução da severidade das oscilações quando a saturação do fluxo de entreferro da máquina é considerado.

A referência [35] aborda o desenvolvimento de um sistema hidráulico para amortecimento de oscilações do conjunto turbina – gerador. Para verificar a performance do sistema de amortecimento proposto foi utilizado o modelo definido no “IEEE First Benchmark Model for Simulation of Subsynchronous Resonance”. Neste trabalho mostra-se que o sistema hidráulico proposto tem desempenho melhor que os sistemas convencionais de amortecimento mecânico.

No breve artigo da referência [36], foi realizada a análise com dois modelos lineares para o TCSC (Thyristor Controlled Series Capacitor) para estudos do fenômeno de Ressonância Subsíncrona. São comparados os modelos lineares do TCSC para estudos do domínio do tempo e para resposta em frequência.

Na referência [37] é estudado um novo esquema de controle do disparo dos tiristores do TCSC (Thyristor Controlled Series Capacitor) chamado SVR (Synchronous Voltage Reversal) e é investigado o impacto deste novo esquema de controle no fenômeno da Ressonância Subsíncrona. Neste artigo são feitas simulações em um sistema elétrico hipotético máquina – barra infinita, um TCSC e uma linha de interligação com compensação série. Concluiu-se que o esquema de controle do disparo proposto para o TCSC proporciona um melhor amortecimento das oscilações que os esquemas convencionais de disparo.

As referências [38] e [39] fazem uma breve comparação entre os dispositivos FACTS (Flexible AC Transmission Systems). Neste artigo é mostrada as diversas formas de aplicação dos dispositivos FACTS de compensação shunt e série de sistemas de potência.

Na referência [40] é abordado um modelo de controle não linear para o TCSC (Thyristor Controlled Series Capacitor). Neste trabalho é proposto um modelo baseado no comportamento real do TCSC. Como vantagem adicional, o modelo proposto é definido em termos de fasores dinâmicos.

A referência [41] faz uma comparação sobre a utilização de conversores comutados a capacitor CCC (Capacitor Commutated Converters) e de TCSC's (Thyristor Controlled Series Capacitor) na interligação de sistemas de transmissão de corrente contínua em alta tensão com o sistema CA. Foram realizadas simulações usando o programa EMTDC (Electromagnetic Transients Simulation Program) para verificar as diferenças de desempenho entre o sistema de corrente contínua convencional e o sistema com compensação série. Verificou-se que o desempenho do sistema com ambos, CCC e TCSC, foi superior ao sistema com a transmissão CC convencional e, ainda, que o sistema de transmissão CCAT com CCC pode fornecer energia reativa para o sistema de corrente contínua.

Nas referências [42] e [43] é abordada a experiência obtida na realização dos testes para operação inicial do TCSC (Thyristor Controlled Series Capacitor) no sistema de 500kV da Bonneville Power Administration (BPA). Nos testes foi verificado

que os harmônicos produzidos pelos disparos dos tiristores não fluíram para o sistema de transmissão. Além de ser um elemento neutro para a Ressonância Subsíncrona (RSS), foi verificado nos testes de falta que o TCSC demonstrou capacidade para suportar as elevadas correntes de falta do sistema da BPA.

A referência [44] faz uma explanação detalhada sobre a tecnologia e uso dos dispositivos FACTS (Flexible AC Transmission Systems). Como destaque, é proposto um esquema de inserção de resistor para amortecimento das oscilações do fenômeno da Ressonância Subsíncrona (Dispositivo NGH). Nesta referência há diversas aplicações para uso dos dispositivos FACTS e exemplos de aplicação em diversos países.

A referência [45] faz uma breve abordagem sobre a modelagem do dispositivo SVC (Static Var Compensator) usando o Power System Blockset do Matlab/Simulink. Neste trabalho, diferentes regimes dinâmicos são estudados e a modelagem proposta com o programa Matlab/Simulink mostrou-se flexível e com facilidades de uso.

Na referência [46] foi feita a aplicação da técnica LQG (Linear Quadratic Gaussian) no desenvolvimento do sistema de controle do TCSC (Thyristor Controlled Series Capacitor) para amortecimento de oscilações em sistemas de potência. Este trabalho mostra a dificuldade do uso da técnica LQG no desenvolvimento dos sistemas de controle para amortecimento de oscilações do TCSC.

A referência [47] propõe um método baseado na expansão em série de Fourier para derivar a resposta em frequência do TCSC (Thyristor Controlled Series Capacitor). Nesta referência verificou-se que o método também pode ser utilizado para aplicações em eletrônica de potência.

Na referência [48] foi realizada uma avaliação do desempenho e interação dos controladores PSS (Power System Stabilizers) e dispositivos FACTS (Flexible AC Transmission Systems) para amortecimento das oscilações de sistemas de potência. Neste trabalho, com base na Teoria da Bifurcação, mostra-se que os dispositivos PSS, SVC e STATCOM têm a capacidade de amortecer as oscilações no

sistema elétrico, dependendo dos respectivos ganhos de seus controles. Adicionalmente, foi destacado que a interação entre os dispositivos pode não contribuir para o amortecimento das oscilações no sistema elétrico.

A referência [49] faz um agrupamento das principais técnicas utilizadas para amortecimentos de oscilações no conjunto turbina – gerador causadas por distúrbios no sistema elétrico e/ou pelo fenômeno da Ressonância Subsíncrona (RSS). Destacam-se neste trabalho as alternativas com uso de dispositivos FACTS (Flexible AC Transmission Systems) para amortecimento de oscilações torcionais causadas pela RSS.

Na referência [50] foi realizado um estudo para avaliação da utilização do TCSC (Thyristor Controlled Series Capacitor) para amortecimento da interação torcional causada pela Ressonância Subsíncrona no sistema interligado Suécia, Dinamarca, Finlândia e Suécia. Neste artigo foi verificado que, com a utilização do TCSC, o desempenho do sistema foi satisfatório quanto ao fenômeno de Ressonância Subsíncrona.

As referências [51] e [52] fazem a avaliação do uso do TCSC (Thyristor Controlled Series Capacitor) na análise do fenômeno da Ressonância Subsíncrona (RSS). Utilizando os dados do sistema elétrico considerado no “IEEE First Benchmark Model for Simulation of Subsynchronous Resonance”, foi verificado nestes trabalhos que o TCSC possibilita amortecimento adequado para oscilações causadas pela RSS. Também foi desenvolvido um método de estimação do amortecimento das oscilações do sistema eletromecânico.

Na referência [53] foi abordado o uso do STATCOM (Shunt Static Synchronous Compensators) como meio de suprimir as oscilações causadas pela Ressonância Subsíncrona (RSS). Com os dados do “IEEE First Benchmark Model for Simulation of Subsynchronous Resonance”, foi verificado que o STATCOM apresentou desempenho adequado para suprimir a RSS.

Na referência [54] é feita uma investigação do fenômeno de Ressonância Subsíncrona na rede de 380kV do sistema elétrico da Turquia. Foi realizada uma avaliação utilizando as técnicas de autovalores e análise de frequência. Nesta referência

constatou-se que não havia risco de Ressonância Subsíncrona para a rede de 380kV do sistema elétrico turco.

Na referência [55] há um estudo baseado num sistema real. Neste trabalho, apresenta-se o caso de um novo TCSC (Thyristor Controlled Series Capacitor) a ser instalado num sistema que possui um SVC (Static Var Compensators). É apresentado um método de ajuste de parâmetros baseado num exemplo de integração para coordenar os controles do TCSC e SVC com o objetivo de melhorar a estabilidade do sistema.

A referência [56] descreve os princípios de funcionamento e estratégias de controle do TCSC (Thyristor Controlled Series Capacitor) e do dispositivo NGH para a mitigação dos fenômenos de oscilações subsíncronas, principalmente os efeitos de torque transitório e interação torcional. Foram implementados os modelos detalhados desses controladores FACTS (Flexible AC Transmission Systems) no programa ATP-EMTP. Neste trabalho foi realizada uma comparação entre o TCSC e o dispositivo NGH com a utilização dos dados do “IEEE First Benchmark Model for Simulation of Subsynchronous Resonance”. Concluiu-se que o TCSC e o dispositivo NGH oferecem uma alternativa eficiente para mitigar os problemas de interação torcional e torque transitório, de forma que o TCSC apresenta-se como um meio mais robusto para amortecimento das interações torcionais. Ressalta-se que o TCSC apresentou comportamento neutro com relação à Ressonância Subsíncrona.

A referência [57] apresenta comparação entre o TCSC (Thyristor Controlled Series Capacitor) e o capacitor série convencional com relação à Ressonância Subsíncrona (RSS). Destacou-se neste trabalho que o TCSC pode ser projetado para apresentar uma impedância indutiva numa faixa de frequências subsíncronas. Portanto, nesta faixa de frequência, o TCSC apresenta comportamento neutro quanto à RSS. A segunda vantagem do TCSC é sua característica de amortecer os torques transitórios do conjunto turbina – gerador.

A referência [58] aborda os efeitos do SVC (Static Var Compensators) e STATCOM (Shunt Static Synchronous Compensators) no amortecimento das oscilações eletromecânicas de baixa frequência em sistemas elétricos de potência. O

estudo desses dispositivos FACTS foi feito baseado na utilização conjunta dos autovalores e da Teoria das Bifurcações. A simulação no domínio do tempo mostrou que o STATCOM possui desempenho melhor que o SVC com respeito à estabilidade angular a pequenas perturbações.

A referência [59] aborda a mitigação do fenômeno da Ressonância Subsíncrona através do controle de excitação da máquina síncrona. Neste trabalho mostra-se que o controle do sistema de excitação estático da máquina síncrona não é um meio eficaz para controlar as citadas oscilações do sistema.

A referência [60] analisa o fenômeno de Ressonância Subsíncrona de um gerador síncrono conectado a um sistema de transmissão compensado por capacitores série através da determinação dos modos de oscilação associados ao seu desempenho transitório para pequenos desvios. Neste trabalho foram discutidas as modalidades de instabilidade sob pequenos desvios de um gerador conectado a um sistema de transmissão radial e caracterizado o fenômeno de Ressonância Subsíncrona. São apresentados também resultados da avaliação do limite de estabilidade no plano reatância capacitiva ( $X_c$ ) x resistência total de estator ( $R_e$ ).

A referência [61] aborda os efeitos de gerador de indução e interação torcional que estão relacionadas ao fenômeno da Ressonância Subsíncrona. Foram realizados estudos comparativos com o “The First Benchmark” do IEEE e uma exemplificação da análise realizada para o sistema de transmissão de 500kV que atende a Área elétrica do Rio de Janeiro.

Nas referências [62] e [63] foi realizado estudo da ocorrência do fenômeno da Ressonância Subsíncrona das unidades geradores da Usina de Itaipu (60 Hz) com o sistema interligado Sul e Sudeste brasileiro utilizando o método de varredura em frequência. Conclui-se que com a compensação série utilizada (40 % em média) não havia o risco de ocorrência de Ressonância Subsíncrona . Porém destacou-se que a utilização de compensações acima de 60% e a implantação de novas usinas térmicas próximas de sistemas com compensação série leva à necessidade de realização de novos estudos.

A referência [64] investiga a utilização de sinais adicionais para amortecimento de oscilações subsíncronas e discute a efetividade destes sinais no amortecimento destas oscilações. Foi utilizado o método de análise do comportamento do sistema a pequenas perturbações, ou seja, na determinação dos autovalores da matriz de estado deste sistema obtida após a linearização das equações representativas da sua dinâmica. Este trabalho mostrou que sinais adicionais no sistema de excitação da máquina síncrona são eficazes para o controle de oscilações subsíncronas e que a estrutura de estabilização dos modos torcionais apresenta uma configuração comumente encontrada nos sistemas de excitação de geradores síncronos. Foi verificado que o regulador automático de tensão, sem a contribuição da estabilização suplementar, não representa um meio eficaz para controle das oscilações subsíncronas.

A referência [65] caracteriza a instabilidade dos modos torcionais resultantes da interação com o sistema elétrico, de forma que a instabilidade de característica puramente elétrica está relacionada com as respostas naturais dos geradores síncronos e do sistema de transmissão compensado. Neste trabalho os principais fatores que afetam estas formas de instabilidade são indicados. Os efeitos de gerador de indução e de interação torcional são discutidos. Foi verificada a inexistência de problemas potenciais de Ressonância Subsíncrona para hidrogeradores quando da utilização da compensação série no sistema de transmissão CA.

A referência [66] apresenta os conceitos básicos para modelagem da máquina síncrona para estudos em regime permanente e transitório. Neste trabalho são apresentadas as equações de enlace de fluxo magnético, equações de indutância e equações de tensão para a máquinas síncrona, além de apresentar as principais transformações de coordenadas utilizadas para análise das máquinas síncronas.

A referência [67] apresenta a teoria básica para análise da estabilidade de sistemas de potência.

A referência [68] apresenta a análise de diversos tipos de compensação série e shunt em sistemas de potência. Neste trabalho verifica-se que as frequências naturais da rede elétrica com compensação shunt são supersíncronas e as frequências naturais da rede elétrica com a rede elétrica com compensação série são subsíncronas.

Desta forma, o uso deste tipo de compensação em sistemas elétricos apresenta um risco potencial, principalmente para turbogeradores, de ocorrência do fenômeno de Ressonância Subsíncrona.

Na referência [69] é apresentada a análise da ocorrência do fenômeno de Ressonância Subsíncrona. Neste trabalho são apresentadas as principais relações matemáticas e modelos equivalentes elétricos para o estudo do fenômeno de RSS. Destaca-se principalmente neste trabalho o estudo do efeito de gerador de indução e torques transitórios aplicados à máquina síncrona.

A referência [70] apresenta um tratamento abrangente da análise e do projeto de sistemas de controle contínuo no tempo.

A referência [71] apresenta um método consiste na avaliação da impedância vista do rotor da máquina síncrona sob estudo, variando-se a frequência. Caso essa impedância apresente um valor de reatância negativo ou próximo de zero em uma determinada frequência, isto corresponderá a uma resistência negativa vista pelo rotor da máquina. Neste caso, é verificado o efeito do Gerador de Indução.

A referência [72] apresenta a modelagem da máquina síncrona, os parâmetros básicos da rede elétrica, do conjunto turbina-gerador da planta de Navajo para estudos do fenômeno de Ressonância Subsíncrona.

A referência [73] apresenta uma proposta de índice baseado na teoria da bifurcação para avaliação da estabilidade de sistemas elétricos quanto à ocorrência do fenômeno de Ressonância Subsíncrona. Neste trabalho são realizados estudos de aplicação do índice proposto para os sistemas do “The First Benchmark” e “The Second Benchmark” do IEEE e também para um sistema elétrico hipotético composto por seis barras.

A referência [74] apresenta a teoria básica da máquina síncrona, com seus modelos propostos para simulação no programa Matlab.

A referência [75] apresenta um método para amortecimento de oscilações subsíncronas baseado no controle de potência ativa de um banco de resistores trifásico instalado nos terminais da máquina síncrona. Neste trabalho foi verificado que o uso do banco de resistores trifásico teve um efeito positivo no amortecimento das oscilações subsíncronas.

As referências [76] e [77] apresentam um método para amortecimento de oscilações subsíncronas baseado no controle de um compensador estático de reativos instalado nos terminais da máquina síncrona. Nestes trabalhos verificou-se que é possível amortecer as oscilações subsíncronas através do controle de potência reativa compensador estático, porém foi ressaltado que este método foi eficaz para apenas um dos modos oscilatórios do sistema elétrico sob estudo.

A referência [78] apresenta alguns métodos para controle das oscilações provocadas pelo fenômeno de Ressonância Subsíncrona. Neste trabalho, como meios de controle do fenômeno de Ressonância Subsíncrona, são destacados a redução da compensação série do sistema elétrico, a inclusão de um resistor não linear em paralelo com o capacitor série e uma função automática de baipasse do capacitor série quando forem verificadas oscilações subsíncronas.

Na referência [79] é apresentado um método de controle do fenômeno de Ressonância Subsíncrona baseado na inclusão de um resistor controlado a tiristores em colocado em paralelo com o capacitor série. Foi verificado neste trabalho que o método proposto foi eficiente em controlar o fenômeno de Ressonância Subsíncrona.

A referência [80] apresenta os principais termos e definições relacionados à estabilidade de sistemas elétricos de potência.

**Objetivo**

Este trabalho tem a finalidade de analisar o fenômeno da Ressonância Subsíncrona, de ocorrência possível em sistemas de transmissão CA compensados por capacitores série. Será desenvolvida uma ferramenta computacional para modelagem e análise do desempenho dos sistemas que utilizam compensação série sob o ponto de vista da ocorrência do fenômeno da Ressonância Subsíncrona. A inclusão da compensação na rede elétrica traz, entre outras conseqüências, o surgimento de pelo menos uma frequência natural  $f_{re}$  associada ao sistema elétrico de transmissão e cujo valor se situa abaixo da frequência síncrona. Condições especiais de funcionamento do sistema podem acarretar trocas de energia indesejáveis envolvendo o conjunto turbina – gerador de uma usina em uma ou mais frequências naturais, caracterizando o fenômeno da Ressonância Subsíncrona.

**1.3-**

## Sumário

Para cobrir todos os tópicos apresentados, o relatório do trabalho de tese foi dividido em 6 (seis) capítulos.

No capítulo 1 deste trabalho foi realizada inicialmente uma pesquisa na literatura sobre o tema e principais definições de interesse .

O Capítulo 2 trata da modelagem da máquina síncrona para a realização do estudo da Ressonância Subsíncrona. São descritas as equações de tensão, indutâncias, enlace de fluxo e demais equações que definem o comportamento da máquina síncrona ligada ao sistema elétrico de potência.

O Capítulo 3 trata da modelagem do sistema eletromecânico turbina – gerador. São descritas as equações que definem o acoplamento entre a turbina, gerador e rede elétrica.

O Capítulo 4 trata da análise do fenômeno da Ressonância Subsíncrona em Sistemas de Potência. É realizada a análise matemática completa do sistema elétrico sob estudo como base para determinar a ocorrência dos efeitos de gerador de indução e interação torcional.

No Capítulo 5 são descritas as simulações para verificação da ocorrência da Ressonância Subsíncrona nos Sistemas Elétricos. São definidos os modelos da rede elétrica, do gerador síncrono e turbina. São analisados ainda os efeitos de variação em parâmetros pertinentes e nas condições de operação do gerador sobre a Ressonância Subsíncrona.

No Capítulo 6 são descritas as conclusões do trabalho e sugestões para trabalhos posteriores.

Finalmente, as referências bibliográficas utilizadas são apresentadas.

2

**MODELAGEM DA MÁQUINA SÍNCRONA**

**2.1 Fundamentos Básicos**

Uma máquina síncrona consiste essencialmente de dois elementos básicos: um tem a função de produzir o campo magnético de excitação e é normalmente denominado enrolamento de campo; o segundo é formado por um conjunto de bobinas nas quais há produção de tensão conseqüente do movimento relativo entre os dois elementos e é chamado de enrolamento de armadura. Nas máquinas usuais é comum a colocação do enrolamento de campo no rotor girante e do enrolamento de armadura no estator estacionário. Esta escolha é devida apenas ao fato de que o enrolamento de armadura carrega potências elevadas e é normalmente polifásico, sendo portanto desvantajosa sua alimentação através de escovas, se sua colocação fosse escolhida no rotor. Do ponto de vista elétrico as equações da máquina são idênticas para as duas possibilidades de escolha de colocação dos enrolamentos.

O enrolamento de campo da máquina síncrona é alimentado por corrente contínua, originando um campo magnético estacionário em relação ao rotor, mas girante na velocidade do rotor, em relação ao enrolamento de armadura. Desta forma, atuando a máquina como gerador ou como motor, a tensão gerada no enrolamento de armadura tem a mesma freqüência de giro do rotor. Se a armadura é construída com um enrolamento trifásico formado por bobinas deslocadas de  $120^0$  ao redor do entreferro, tensões trifásicas são geradas na freqüência de giro do rotor, se a máquina é de dois pólos. Para máquinas de  $p$  pólos, cada volta completa de giro do rotor corresponde a  $P/2$  ciclos de variação da tensão gerada, de modo que o campo magnético girante formado pelos campos componentes de cada fase gira na mesma velocidade do campo magnético do rotor, portanto na velocidade do rotor. Assim, o ângulo de conjugado  $\delta$  formado entre os campos do rotor e do estator se mantém constante durante a operação em regime permanente. Pode-se, portanto, escrever que no funcionamento como gerador ou motor de uma máquina síncrona, a freqüência da tensão da armadura e a velocidade mecânica do rotor estão sempre relacionadas pela equação seguinte:

$$n = 120 f / p \quad (\text{rpm}) \quad (2.1)$$

onde:

$n$  – velocidade mecânica do rotor;

$f$  – frequência da tensão gerada na armadura;

$p$  – número de pólos do enrolamento de campo.

Como o fluxo magnético produzido pelo enrolamento de campo tanto pulsa em relação às bobinas de armadura quanto varia com respeito à estrutura magnética do estator, é necessário laminar esta estrutura de forma a minimizar as perdas por corrente de Foucault.

A estrutura do rotor, por sua vez, está sujeita principalmente a um fluxo constante. Quando correntes equilibradas fluem no enrolamento de armadura, estas correntes compõem um campo magnético girante em relação ao rotor. Os efeitos desta força magnetomotriz da armadura podem ser verificados decompondo-a em harmônicos espaciais. A componente fundamental é estacionária em relação ao campo de excitação, enquanto que os harmônicos espaciais giram com velocidades diferentes das do rotor e portanto são vistas pelo rotor como variáveis. No entanto, como o objetivo principal do projeto de construção da máquina é minimizar estes harmônicos, seus efeitos podem ser analisados como secundários para o desempenho da máquina. Eles contribuem principalmente na reatância de fuga da armadura e em perdas por correntes de Foucault na superfície do rotor, tornando desejável, quando possível, laminar pelo menos a superfície do ferro do rotor. Em geral, praticamente todas as máquinas têm as faces dos pólos do rotor laminadas e são construídas com pólos salientes, exceto as máquinas de alta velocidade, de dois ou quatro pólos, quando estes podem então ser produzidos na forma de peças de ferro sólidas.

Uma outra prática comum é acrescentar ao rotor da máquina um enrolamento formado por barras condutoras ligadas entre si, semelhante ao enrolamento de gaiola de esquilo de uma máquina de indução. Este enrolamento é utilizado para permitir a partida de alguns motores síncronos e também é utilizado para amortecer

oscilações do rotor, reduzir sobretensões em algumas condições de curto-circuito e ajudar na sincronização da máquina. Este enrolamento é comumente chamado de enrolamento amortecedor. [66].

## **2.2 Descrição Matemática da Máquina Síncrona**

### *2.2.1 Introdução*

As equações descritivas de uma máquina síncrona podem ser construídas como funções de indutância próprias e mútuas dos enrolamentos existentes. Para isso, é necessário definir cada circuito componente do rotor e do estator. O estator é formado por um enrolamento polifásico simétrico, na maioria dos casos trifásico. O rotor, como nem sempre tem uma estrutura uniforme cilíndrica, exige uma atenção maior na determinação dos seus circuitos.

É necessário definir eixos de referência para o rotor, de modo que os campos magnéticos são determinados em função destes eixos. O eixo direto é definido como um eixo coincidente com o eixo magnético do campo de excitação do rotor. O eixo de quadratura é definido formando um ângulo de  $90^0$  com o eixo direto. Como estes eixos são fixos em relação ao rotor, para o estator estacionário este sistema de referência gira na própria velocidade do rotor numa máquina de dois pólos.

A figura 2.1 mostra esquema representativo de uma máquina síncrona de dois pólos, com indicação do posicionamento dos eixos direto e de quadratura, do enrolamento de campo e do enrolamento trifásico da armadura.

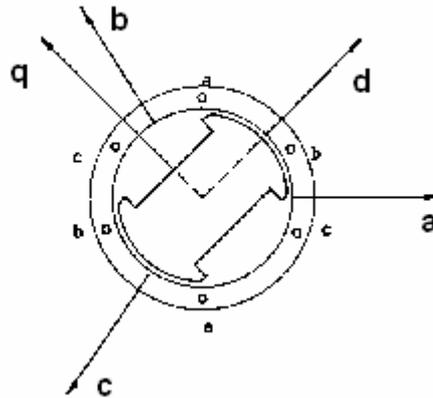


Figura 2.1 – Eixos dos enrolamentos de uma máquina síncrona de dois pólos.

Inicialmente, pode-se considerar que todos os caminhos magnéticos e circuitos elétricos do rotor são simétricos em relação aos eixos direto e quadratura da máquina. O enrolamento de campo é separado de todos os outros enrolamentos da máquina e seu eixo magnético é alinhado com o eixo direto. Os enrolamentos amortecedores são normalmente fixados por barras ligadas entre si, constituindo uma malha aproximadamente contínua, e que, se projetados simetricamente, definem caminhos de corrente simétricos em relação aos eixos direto e quadratura.

A figura 2.2 mostra um arranjo representativo da gaiola amortecedora para uma máquina de pólos salientes, de forma que as barras da gaiola são numeradas a partir do eixo direto (eixo d), formando os circuitos  $D_1, D_2, D_3$ , etc., simétricos a este eixo. O eixo em quadratura,  $90^\circ$  elétricos na frente do eixo direto no sentido de rotação normal do rotor, define os circuitos  $Q_1, Q_2, Q_3$ , etc., também simétricos a este eixo em quadratura (eixo q). Esta simetria em relação aos eixos direto e de quadratura tem a vantagem de tornar nulas as indutâncias mútuas entre os circuitos amortecedores dos eixos d e q.

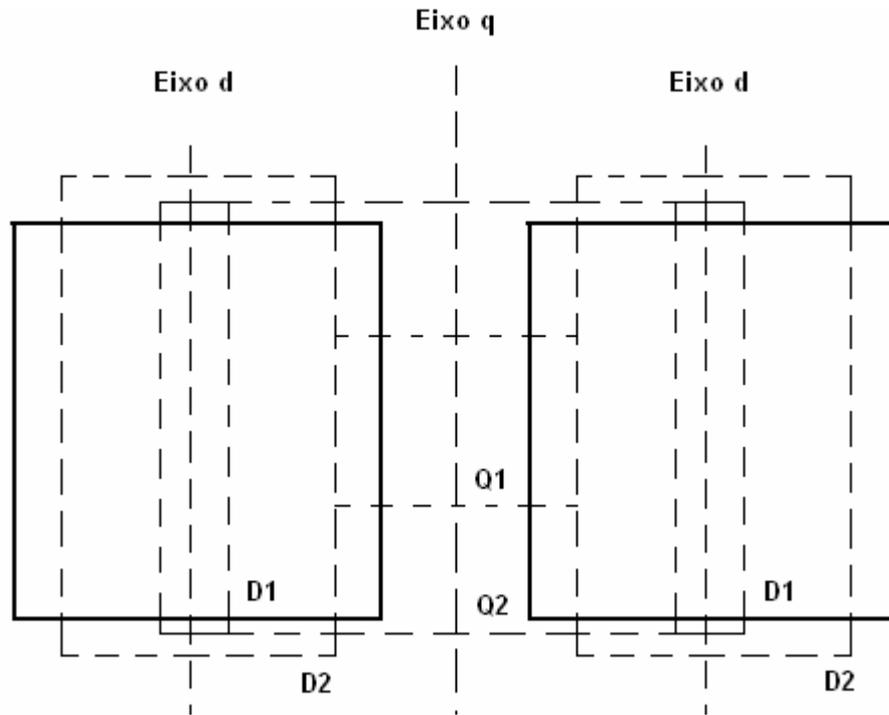


Figura 2.2 – Representação dos circuitos amortecedores de rotor.

Todas as mútuas indutâncias entre os circuitos do estator e do rotor são funções periódicas da posição angular do rotor. A indutância mútua entre quaisquer duas fases do estator é também uma função periódica da posição angular do rotor, por causa da saliência da estrutura do rotor.

Para o equacionamento matemático descritivo da máquina é necessário considerar alguns fatores simplificadores e que permitem a utilização de transformações de variáveis, cuja função é eliminar os coeficientes que variam com o ângulo de posição do rotor do sistema de equações diferenciais. Estas considerações são:

- Os enrolamentos do estator são senoidalmente distribuídos ao longo do entreferro quando são analisados os efeitos mútuos entre estator e rotor; esta consideração é baseada na justificativa de que os enrolamentos, na prática, são construídos de forma a minimizar os efeitos dos harmônicos.
- As ranhuras do estator não produzem um efeito de variação apreciável sobre as indutâncias do rotor com a variação da posição angular do rotor; isto é evidente para as máquinas com grande número de ranhuras por pólo;
- A saturação é desprezada.

Uma das formas mais simples de análise da ação dos campos é através de diagramas fasoriais que representam as forças magnetomotrizes e eletromotrizes envolvidas. Para a construção destes diagramas é necessário analisar a posição do rotor em relação às fases da armadura que resulta em força eletromotriz máxima numa destas fases.

Na figura 2.3, o vetor  $\mathbf{F}$  de forma magnetomotriz do rotor define o campo magnético produzido pelo circuito do rotor. Em fase com a corrente  $\mathbf{I}_a$  está a força magnetomotriz resultante da armadura  $\mathbf{A}$ . As componentes  $\mathbf{F}$  e  $\mathbf{A}$  são somadas vetorialmente obtendo-se a resultante  $\mathbf{R}$ . Na figura  $\mathbf{I}_a$  é a corrente de armadura,  $\mathbf{E}_F$  é a tensão de excitação interna produzida pelo vetor  $\mathbf{F}$  e pelo fluxo de campo associado,  $\theta$  é o ângulo de defasagem entre esta tensão interna e a corrente de armadura e  $\delta$  é o ângulo de defasagem entre a força magnetomotriz do enrolamento de campo  $\mathbf{F}$  e a força magnetomotriz resultante  $\mathbf{R}$ .

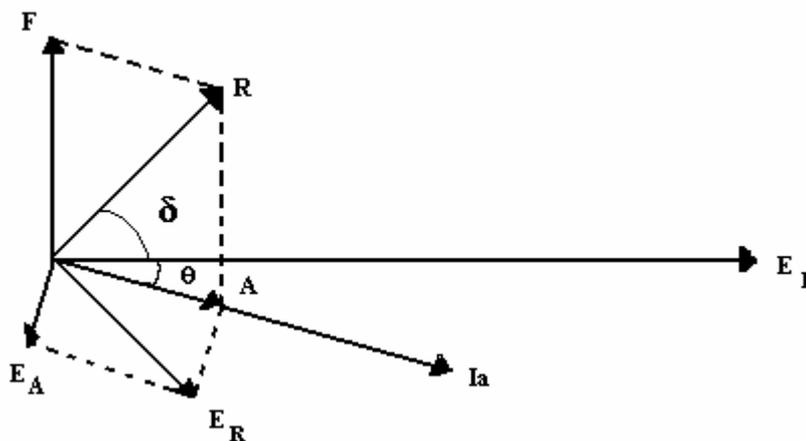


Figura 2.3 – Diagrama vetorial das forças magnetomotrizes e eletromotrizes geradas.

Na figura 2.3, pode-se verificar que do ponto de vista da armadura, cujos enrolamentos são fixos no espaço, os dois campos componentes,  $\mathbf{F}$  e  $\mathbf{A}$ , giram na mesma velocidade, cortando seus enrolamentos. O campo  $\mathbf{F}$  gera a força eletromotriz  $\mathbf{E}_F$ , proporcional à amplitude de  $\mathbf{F}$  (para velocidade constante) e faz um ângulo de  $90^\circ$  em atraso com relação a  $\mathbf{F}$ . O campo  $\mathbf{A}$ , girando na mesma velocidade, também gera uma força eletromotriz na armadura, máxima na fase  $\mathbf{a}$  no instante em que se apresenta alinhada com o eixo deste enrolamento  $\mathbf{A}$ . Esta tensão é, naturalmente, proporcional à amplitude do campo  $\mathbf{A}$ . Da mesma forma, o raciocínio se estende à força magnetomotriz

resultante  $\mathbf{R}$ , que produz a tensão  $\mathbf{E}_R$ , resultante da composição de  $\mathbf{E}_F$  com  $\mathbf{E}_A$ .

Para as forças magnetomotrizes tem-se a equação:

$$\mathbf{R} = \mathbf{F} + \mathbf{A} \quad (2.2)$$

Para as tensões geradas temos analogamente:

$$\mathbf{E}_R = \mathbf{E}_F + \mathbf{E}_A \quad (2.3)$$

A tensão  $\mathbf{E}_A$  é proporcional ao campo  $\mathbf{A}$  que lhe dá origem, e o campo  $\mathbf{A}$  é proporcional à corrente de armadura  $\mathbf{I}_a$ . Como a tensão  $\mathbf{E}_A$  se atrasa de  $90^\circ$  em relação ao campo  $\mathbf{A}$ , pode-se então escrever:

$$\mathbf{E}_A = -jX_\phi \mathbf{I}_a \quad (2.4)$$

Onde:

$X_\phi$  - Reatância de magnetização

A substituição de  $\mathbf{E}_A$  na equação 2.3 fornece:

$$\mathbf{E}_R = \mathbf{E}_F - jX_\phi \mathbf{I}_a \quad (2.5)$$

Quando na máquina real se considera as perdas no cobre dos condutores do estator e a tensão produzida pela variação no tempo do fluxo de dispersão das fases deste estator, a tensão terminal  $\mathbf{V}_T$  da máquina não é igual a  $\mathbf{E}_R$ . Acrescentando-se estas perdas, as quais são representadas por uma resistência de armadura,  $R_a$ , e uma reatância de dispersão  $X_{disp}$ , obtém-se:

$$\mathbf{V}_T = \mathbf{E}_F - R_a \mathbf{I}_a - jX_S \mathbf{I}_a \quad (2.6)$$

Onde  $X_S = X_\phi + X_{disp}$

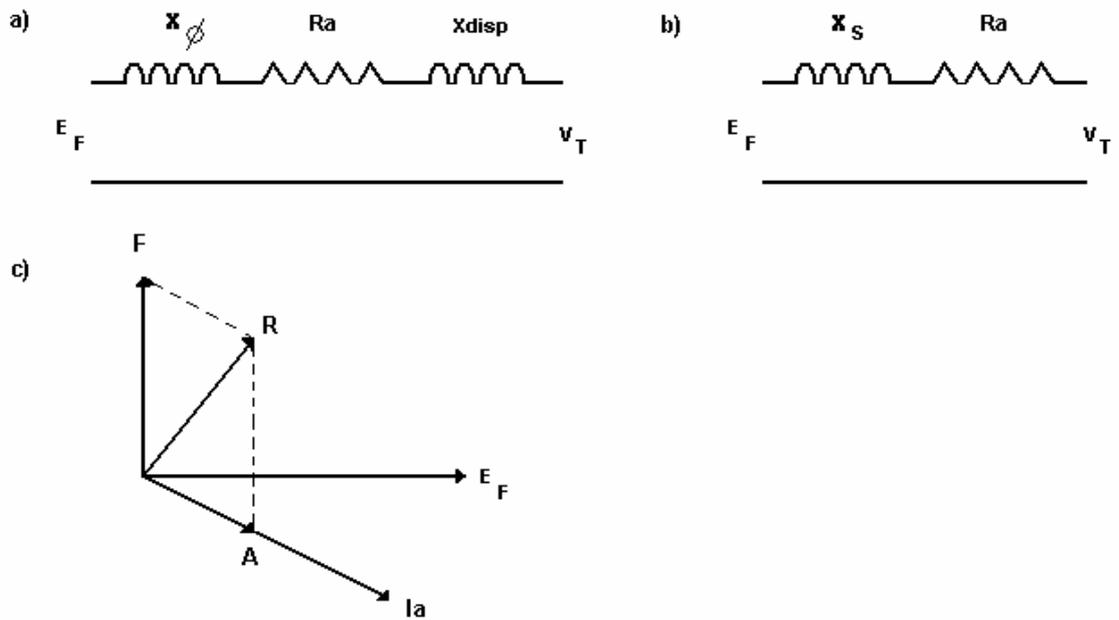


Figura 2.4 – a) Circuito equivalente da armadura da máquina síncrona. b) Circuito equivalente da armadura da máquina síncrona de pólos lisos.c) Diagrama fasorial do circuito da armadura.

Onde:

$F$  – FMM de campo;

$A$  – FMM de reação de armadura;

$R$  – FMM resultante;

$X_s$  – Reatância síncrona;

$X_{disp}$  - Reatância de dispersão;

$X_\phi$  - Reatância de magnetização;

$V_T$  – Tensão terminal da máquina síncrona;

$E_F$  – Tensão interna da máquina síncrona.

### 2.2.2 Teoria das Duas Reatâncias

Diferentemente de uma máquina de pólos lisos, onde o fluxo produzido por uma onda de FMM (força magnetomotriz) é independente do alinhamento espacial da onda em relação aos pólos do campo (relutância do circuito magnético constante em todo o percurso do núcleo magnético), na máquina de pólos salientes há uma direção preferencial de magnetização determinada pela saliência dos pólos do rotor. A permeância ao longo do eixo polar, ou direto, é significativamente maior do que ao longo do eixo interpolar, ou em quadratura.

Pode-se agora definir uma reatância de magnetização para o eixo direto,  $X_{\phi d}$ , e uma reatância de eixo em quadratura  $X_{\phi q}$ . Estas reatâncias quando somadas à reatância de dispersão  $X_{disp}$  definem as reatâncias síncronas de eixos direto  $X_d$  e de quadratura  $X_q$  armadura.

$$X_d = X_{\phi d} + X_{disp} \quad (2.7)$$

$$X_q = X_{\phi q} + X_{disp} \quad (2.8)$$

A reação de armadura pode, portanto, ser quantificada através de duas componentes sobre os eixos **d** e **q**. A componente sobre o eixo **d** reage proporcionalmente à reatância  $X_d$ , criando a componente de força magnetomotriz  $A_d$  da armadura. De forma semelhante, a componente sobre o eixo **q** cria a componente da força magnetomotriz  $A_q$ , proporcional à reatância  $X_q$ . A soma destas duas componentes  $A_d$  e  $A_q$  define a força magnetomotriz resultante da armadura,  $A$ , e que, somada vetorialmente com a força magnetomotriz de campo **F** dá origem ao vetor **R** de força magnetomotriz resultante de entreferro.

O efeito dos pólos salientes pode, portanto, ser levados em conta decompondo a corrente de armadura  $I_a$  em duas parcelas, uma em quadratura e outra em fase (ou oposição) em relação à força magnetomotriz de campo **F**, como mostrado na figura seguinte, para uma máquina funcionando a fator de potência indutivo.

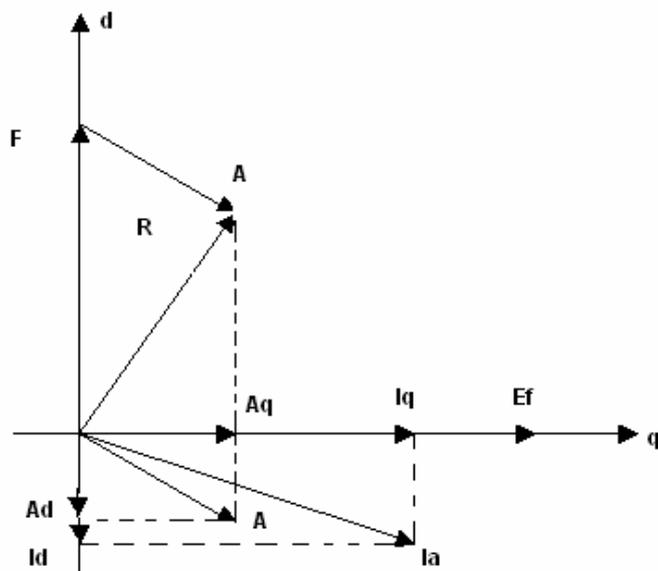


Figura 2.5 – Diagrama fasorial da máquina síncrona de pólos salientes.

Assim uma grandeza de eixo direto é uma grandeza cujo efeito magnetizante está centrado nos eixos dos pólos de campo. Uma grandeza de eixo em quadratura é uma grandeza cujo efeito magnético está centrado no espaço interpolar. Às duas componentes da corrente de estator nos eixos d ( $I_d$ ) e q ( $I_q$ ) estão associadas, portanto, quedas de tensão nas reatâncias síncronas  $j I_d X_d$  e  $j I_q X_q$ . As reatâncias síncronas levam em conta os efeitos indutivos de todos os fluxos geradores de tensão na frequência fundamental, criados pela corrente de campo e pela reação de armadura. Portanto, os efeitos indutivos das ondas de fluxo de reação de armadura nos eixos direto e de quadratura podem ser levados em conta pelas quedas de tensão nas reatâncias de eixo direto e em quadratura.

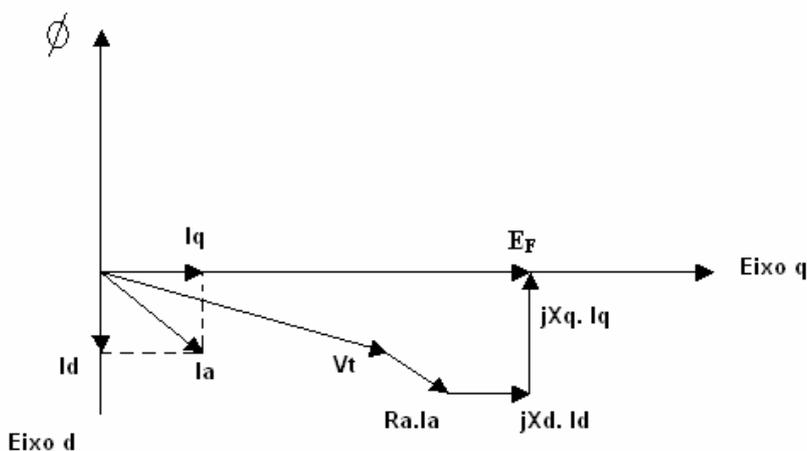


Figura 2.6 – Diagrama fasorial da máquina síncrona de pólos salientes.

## 2.3 Relações de Enlace de Fluxo

### 2.3.1 Circuito de Armadura

$$\lambda_a = L_{aa} \cdot i_a + L_{ab} \cdot i_b + L_{ac} \cdot i_c + L_{aF} i_F + L_{aD1} i_{D1} + L_{aD2} i_{D2} + \dots + L_{aQ1} i_{Q1} + L_{aQ2} i_{Q2} + \dots \quad (2.9)$$

$$\lambda_b = L_{ba} \cdot i_a + L_{bb} \cdot i_b + L_{bc} \cdot i_c + L_{bF} i_F + L_{bD1} i_{D1} + L_{bD2} i_{D2} + \dots + L_{bQ1} i_{Q1} + L_{bQ2} i_{Q2} + \dots \quad (2.10)$$

$$\lambda_c = L_{ca} \cdot i_a + L_{cb} \cdot i_b + L_{cc} \cdot i_c + L_{cF} i_F + L_{cD1} i_{D1} + L_{cD2} i_{D2} + \dots + L_{cQ1} i_{Q1} + L_{cQ2} i_{Q2} + \dots \quad (2.11)$$

### 2.3.2 Circuito de Campo

$$\lambda_F = L_{aF} \cdot i_a + L_{bF} \cdot i_b + L_{cF} \cdot i_c + L_{FF} i_F + L_{FD1} i_{D1} + L_{FD2} i_{D2} + \dots + L_{FQ1} i_{Q1} + L_{FQ2} i_{Q2} + \dots \quad (2.12)$$

### 2.3.3 Circuitos amortecedores no eixo direto

$$\lambda_{D1} = L_{D1a} \cdot i_a + L_{D1b} \cdot i_b + L_{D1c} \cdot i_c + L_{D1F} i_F + L_{D11} i_{D1} + L_{D1D2} i_{D2} + \dots + L_{D1Q1} i_{Q1} + L_{D1Q2} i_{Q2} + \dots \quad (2.13)$$

$$\lambda_{D2} = L_{D2a} \cdot i_a + L_{D2b} \cdot i_b + L_{D2c} \cdot i_c + L_{D2F} i_F + L_{D2D1} i_{D1} + L_{D22} i_{D2} + \dots + L_{D2Q1} i_{Q1} + L_{D2Q2} i_{Q2} + \dots \quad (2.14)$$

### 2.3.4 Circuitos amortecedores no eixo em quadratura

$$\lambda_{Q1} = L_{Q1a} \cdot i_a + L_{Q1b} \cdot i_b + L_{Q1c} \cdot i_c + L_{Q1F} i_F + L_{Q1D1} i_{D1} + L_{Q1D2} i_{D2} + \dots + L_{Q11} i_{Q1} + L_{Q1Q2} i_{Q2} + \dots \quad (2.15)$$

$$\lambda_{Q2} = L_{Q2a} \cdot i_a + L_{Q2b} \cdot i_b + L_{Q2c} \cdot i_c + L_{Q2F} i_F + L_{Q2D1} i_{D1} + L_{Q2D2} i_{D2} + \dots + L_{Q2Q1} i_{Q1} + L_{Q22} i_{Q2} + \dots \quad (2.16)$$

## 2.4 Indutâncias

### 2.4.1 Indutâncias próprias da Armadura

A indutância própria de qualquer fase do estator tem sempre um valor positivo, mas com uma variação espacial de segundo harmônico, devido à variação da geometria do entreferro entre os eixos **d** e **q**. Devido a distribuição senoidal dos enrolamentos, a corrente na fase *a* produz uma onda de força magnetomotriz no entreferro.

Devido à distribuição senoidal dos enrolamentos, a corrente na fase *a* produz uma onda de força magnetomotriz no entreferro cossenoidal e centrada no eixo da fase *a*, com os harmônicos desprezados. Esta onda pode ser decomposta em componentes sobre os eixos direto e de quadratura e que produzem componentes de fluxo cuja fundamental tem amplitudes:

$$\varphi_d = N_a \cdot i_a \cdot \rho_d \cdot \cos \theta \quad (2.17)$$

$$\varphi_q = -N_a \cdot i_a \cdot \rho_q \cdot \sin \theta \quad (2.18)$$

Onde:

$\rho_d$  - Permeância magnética de eixo direto

$\rho_q$  - Permeância magnética de eixo em quadratura

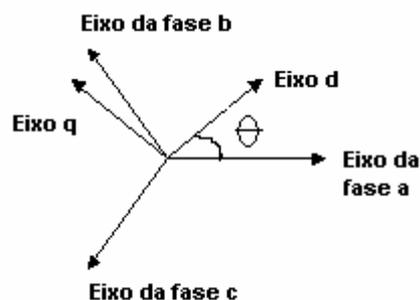


Figura 2.7 – Diagrama fasorial eixos d e q da máquina síncrona.

$$\phi'_{aa} = \phi_d \cdot \cos \theta - \phi_q \cdot \sin \theta = N_a \cdot i_a \cdot (\rho_d \cdot \cos^2 \theta + \rho_q \cdot \sin^2 \theta)$$

$$\phi'_{aa} = N_a \cdot i_a \cdot [(\rho_d + \rho_q) \cdot \frac{1}{2} + (\rho_d - \rho_q) \cdot \frac{1}{2} \cos 2\theta]$$

Conseqüentemente temos:

$$\phi'_{aa} = \phi'_{a0} + \phi_a \cdot \cos 2\theta$$

Ao termo constante desta relação deve-se somar a parcela de fluxo de dispersão de estator, resultando então:

$$\phi_{aa} = \phi_{a0} + \phi_a \cdot \cos 2\theta \quad (2.19)$$

A indutância do enrolamento da fase **a** é dada por:

$$L_{aa} = N_a \cdot \phi_{aa} / i_a = L_{a0} + L_a \cdot \cos 2\theta \quad (2.20)$$

As indutâncias próprias das fases b e c são , deslocadas de  $120^\circ$  devido ao deslocamento entre as fases, de forma semelhante:

$$L_{bb} = L_{a0} + L_a \cdot \cos(2\theta + 120^\circ) \quad (2.21)$$

$$L_{cc} = L_{a0} + L_a \cdot \cos(2\theta - 120^\circ) \quad (2.22)$$

#### 2.4.2 Indutâncias mútuas da armadura

As indutâncias mútuas entre quaisquer duas fases do estator são funções do ângulo  $\theta$ . Considerando as equações 2.17 e 2.18 transcritas abaixo, temos:

$$\phi_d = N_a \cdot i_a \cdot \rho_d \cdot \cos \theta$$

$$\phi_q = -N_a \cdot i_a \cdot \rho_q \cdot \sin \theta$$

O fluxo produzido pela fase **a** e que enlaça a fase **b** é:

$$\begin{aligned}\phi_{ab} &= \phi_{ba} = \phi_d \cos(\theta - 120^\circ) - \phi_q \sin(\theta - 120^\circ) \\ \phi_{ab} &= N_a i_a [\rho_d \cos \theta \cdot \cos(\theta - 120^\circ) + \rho_q \sin \theta \sin(\theta - 120^\circ)] \\ \phi_{ab} &= N_a i_a \left[ -\frac{1}{4}(\rho_d + \rho_q) + \frac{1}{2}(\rho_d - \rho_q) \cos(2\theta - 120^\circ) \right] \quad (2.23)\end{aligned}$$

Conseqüentemente, temos:

$$L_{ab} = L_{ba} = N_a \phi_{ab} / i_a = -\frac{1}{2} L'_{a0} + L_a \cos(2\theta - 120^\circ) \quad (2.24)$$

De forma similar, obtemos:

$$L_{bc} = L_{cb} = -\frac{1}{2} L'_{a0} + L_a \cos 2\theta \quad (2.25)$$

$$L_{ca} = L_{ac} = -\frac{1}{2} L'_{a0} + L_a \cos(2\theta + 120^\circ) \quad (2.26)$$

#### 2.4.3 Indutância Própria do Campo

Considerando ignorados os efeitos das ranhuras do estator e da saturação, a indutância própria do enrolamento de campo, bem como qualquer outro enrolamento do rotor, é constante independente do ângulo  $\theta$  de posição do rotor. Portanto:

$$L_{FF} = L_F = cte \quad (2.27)$$

2.4.4 Indutância Própria dos Circuitos Amortecedores

$$L_{D11} = L_{D1} = cte \quad (2.28)$$

$$L_{D22} = L_{D2} = cte \quad (2.29)$$

...

$$L_{Q11} = L_{Q1} = cte \quad (2.30)$$

$$L_{Q22} = L_{Q2} = cte \quad (2.31)$$

2.4.5 Indutâncias Mútuas Entre os Circuitos do Rotor

Todas as indutâncias mútuas entre quaisquer dois circuitos do eixo **d** e entre quaisquer dois circuitos do eixo **q** são constantes com o ângulo de posição do rotor. Portanto:

$$L_{FD1} = L_{D1F} = cte \quad (2.32)$$

$$L_{FD2} = L_{D2F} = cte \quad (2.33)$$

...

$$L_{FQ1} = L_{Q1F} = cte \quad (2.34)$$

$$L_{FQ2} = L_{Q2F} = cte \quad (2.35)$$

Devido à simetria do rotor, as indutâncias mútuas entre qualquer circuito alinhado com o eixo **d** e qualquer circuito alinhado com o eixo **q** são nulas, ou:

$$L_{FQ1} = L_{FQ2} = L_{D1Q1} = L_{D1Q2} = L_{Q1F} = L_{Q1D1} = L_{Q1D2} = L_{Q2D1} = L_{Q2D2} = 0 \quad (2.36)$$

#### 2.4.6 Indutâncias Mútuas entre Estator e Rotor

A indutância mútua entre qualquer circuito do estator e qualquer circuito do rotor varia senoidalmente com a posição do rotor; Atinge seu valor máximo quando as bobinas em questão estão alinhadas e tem valor nulo quando as bobinas formam um ângulo de  $90^0$  entre si.

$$L_{aF} = L_{Fa} = L_{AF} \cos \theta \quad (2.37)$$

$$L_{bF} = L_{Fb} = L_{AF} \cos(\theta - 120^0) \quad (2.38)$$

$$L_{cF} = L_{Fc} = L_{AF} \cos(\theta + 120^0) \quad (2.39)$$

$$L_{aD1} = L_{D1a} = L_{AD1} \cos \theta \quad (2.40)$$

$$L_{bD1} = L_{D1b} = L_{AD1} \cos(\theta - 120^0) \quad (2.41)$$

$$L_{cD1} = L_{D1c} = L_{AD1} \cos(\theta + 120^0) \quad (2.42)$$

$$L_{aQ1} = L_{Q1a} = -L_{AQ1} \text{sen} \theta \quad (2.43)$$

$$L_{bQ1} = L_{Q1b} = -L_{AQ1} \text{sen}(\theta - 120^0) \quad (2.44)$$

$$L_{cQ1} = L_{Q1c} = -L_{AQ1} \text{sen}(\theta + 120^0) \quad (2.45)$$

## 2.5 Equações de Tensão

### 2.5.1 Circuitos da Armadura

$$v_a = \frac{d}{dt} \lambda_a + R_a \cdot i_a$$

Substituindo  $\lambda_a$  da equação 2.9 juntamente com as indutâncias nas equações 2.20, 2.24, 2.26, 2.37, 2.40 e 2.43, temos:

$$v_a = \frac{d}{dt} \left\{ (L_{a0} + L_a \cos 2\theta) \cdot i_a + \left[ -\frac{1}{2} L'_{a0} + L_a \cos(2\theta - 120^\circ) \right] \cdot i_b + \left[ \frac{1}{2} L'_{a0} + L_a \cos(2\theta + 120^\circ) \right] \cdot i_c \right\} + (L_{aF} \cos \theta \cdot i_F + L_{aD1} \cos \theta \cdot i_{D1} + \dots - L_{aQ1} \sin \theta \cdot i_{Q1} - \dots) + R_a \cdot i_a \quad (2.46)$$

Similarmente para  $\lambda_b$  da equação 2.10, temos:

$$v_b = \frac{d}{dt} \lambda_b + R_a \cdot i_b$$

$$v_b = \frac{d}{dt} \left\{ \left[ -\frac{1}{2} L'_{a0} + L_a \cos(2\theta - 120^\circ) \right] \cdot i_a + [L_{a0} + L_a \cos(2\theta + 120^\circ)] \cdot i_b + \left( -\frac{1}{2} L'_{a0} + L_a \cos 2\theta \right) \cdot i_c + (L_{aF} \cos(\theta - 120^\circ) \cdot i_F + L_{aD1} \cos(\theta - 120^\circ) \cdot i_{D1} + \dots - L_{aQ1} \sin(\theta - 120^\circ) \cdot i_{Q1} - \dots) \right\} + R_a \cdot i_b \quad (2.47)$$

Similarmente para  $\lambda_c$  da equação 2.11, temos:

$$v_c = \frac{d}{dt} \lambda_c + R_a \cdot i_c$$

$$v_c = \frac{d}{dt} \left\{ \left[ -\frac{1}{2} L'_{a0} + L_a \cos(2\theta + 120^\circ) \right] \cdot i_a + \left( -\frac{1}{2} L'_{a0} + L_a \cos 2\theta \right) \cdot i_b + [L_{a0} + L_a \cos(2\theta - 120^\circ)] \cdot i_c + (L_{aF} \cos(\theta + 120^\circ) \cdot i_F + L_{aD1} \cos(\theta + 120^\circ) \cdot i_{D1} + \dots - L_{aQ1} \sin(\theta + 120^\circ) \cdot i_{Q1} - \dots) \right\} + R_a \cdot i_c \quad (2.48)$$

### 2.5.2 Circuito de Campo

$$v_F = \frac{d}{dt} \lambda_F + R_F \cdot i_F$$

Substituindo  $\lambda_F$  da equação **2.12**, temos:

$$v_F = \frac{d}{dt} [L_{aF} \cos \theta \cdot i_a + L_{aF} \cos(\theta - 120^\circ) \cdot i_b + L_{aF} \cos(\theta + 120^\circ) \cdot i_c + L_F \cdot i_F + L_{FD1} \cdot i_{D1} + \dots] + R_F \cdot i_F$$

**(2.49)**

### 2.5.3 Circuitos Amortecedores no Eixo Direto

Substituindo  $\lambda_D$  da equação **2.13**, temos:

$$0 = \frac{d\lambda_{D1}}{dt} + R_{D11} i_{D1} + R_{D12} i_{D2} + \dots$$

$$0 = \frac{d}{dt} [L_{aD1} \cos \theta \cdot i_a + L_{aD1} \cos(\theta - 120^\circ) \cdot i_b + L_{aD1} \cos(\theta + 120^\circ) \cdot i_c +$$

$$L_F i_F + L_{D11} i_{D1} + L_{D12} i_{D2} + \dots] + R_{D11} i_{D1} + R_{D12} i_{D2} + \dots$$

**(2.50)**

#### 2.5.4 Circuitos Amortecedores no Eixo em Quadratura

Substituindo  $\lambda_Q$  da equação 2.15, temos:

$$0 = \frac{d\lambda_{Q1}}{dt} + R_{Q11}i_{Q1} + R_{Q12}i_{Q2} + \dots$$

$$0 = \frac{d}{dt} [-L_{aQ1} \text{sen } \theta . i_a - L_{aQ1} \text{sen}(\theta - 120^\circ) . i_b - L_{aQ1} \text{sen}(\theta + 120^\circ) . i_c +$$

$$L_{Q11}i_{Q1} + L_{Q12}i_{Q2} + \dots] + R_{Q11}i_{Q1} + R_{Q12}i_{Q2} + \dots$$

(2.51)

### 2.6 Transformações Aplicadas às Máquinas Síncronas

As transformações de variáveis são utilizadas como um artifício matemático capaz de simplificar a solução dos diversos problemas que envolvem uma máquina elétrica girante. Completando o desenvolvimento matemático pertinente, é possível interpretar fisicamente cada transformação de variável. Os desenvolvimentos usados são todos baseados na obtenção de matrizes de transformação que satisfaçam as condições de ortogonalidade e a condição de potência invariante.

As soluções de problemas em regimes transitórios quando se deseja a obtenção de todas as componentes de corrente, ou seja, da componente fundamental e das séries de harmônicos existentes, só são encontradas através das transformações  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\mathbf{0}$  ou  $\mathbf{d, q, 0}$  [66].

### 2.6.1 Transformação $d q 0$

Nas referências [66] e [67], temos o desenvolvimento da transformação  $\mathbf{d,q,0}$ .

$$\begin{pmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \begin{pmatrix} \cos \theta & -\operatorname{sen} \theta & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta - 120^\circ) & -\operatorname{sen}(\theta - 120^\circ) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta + 120^\circ) & -\operatorname{sen}(\theta + 120^\circ) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix} \quad (2.52)$$

Onde a matriz  $\mathbf{T}$  de transformação é dada por:

$$T = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \begin{pmatrix} \cos \theta & -\operatorname{sen} \theta & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta - 120^\circ) & -\operatorname{sen}(\theta - 120^\circ) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta + 120^\circ) & -\operatorname{sen}(\theta + 120^\circ) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (2.53)$$

A relação inversa é dada por:

$$\begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \begin{pmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - 120^\circ) & \cos(\theta + 120^\circ) \\ -\operatorname{sen}(\theta - 120^\circ) & -\operatorname{sen}(\theta - 120^\circ) & -\operatorname{sen}(\theta + 120^\circ) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{pmatrix} \quad (2.54)$$

Onde a matriz inversa  $\mathbf{T}^{-1}$  é dada por:

$$T^{-1} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \begin{pmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - 120^\circ) & \cos(\theta + 120^\circ) \\ -\text{sen}(\theta - 120^\circ) & -\text{sen}(\theta - 120^\circ) & -\text{sen}(\theta + 120^\circ) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (2.55)$$

### 2.6.2 Aplicação da Transformação dq0 na Máquina Síncrona

Através das equações 2.20 a 2.45 foram apresentadas as definições das indutâncias da máquina síncrona. Nas referências [66] e [67] pode ser visualizada a aplicação da transformação dq0 sobre as equações de enlace de fluxo e de tensão de uma máquina síncrona trifásica. Assim, foram obtidas as seguintes relações:

$$[\mathbf{L}] = \begin{matrix} & \begin{matrix} d & q & 0 & F & D & Q \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} L_d & 0 & 0 & L_{Fd} & L_{Dd} & 0 \\ 0 & L_q & 0 & 0 & 0 & L_{Qq} \\ 0 & 0 & L_0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} L_{Fd} & 0 & 0 & L_F & L_{FD} & 0 \\ \frac{3}{2} L_{Dd} & 0 & 0 & L_{FD} & L_D & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} L_{qQ} & 0 & 0 & 0 & L_Q \end{bmatrix} & \begin{matrix} d \\ q \\ 0 \\ F \\ D \\ Q \end{matrix} \end{matrix} \quad (2.56)$$

Da aplicação da transformada dq0 nas equações 2.9 a 2.16 e fazendo as devidas operações trigonométricas, temos as novas relações de enlace e equações de tensão:

$$v_F = R_F i_F + L_F \frac{d}{dt} i_F + \sqrt{\frac{3}{2}} L_{aF} \frac{d}{dt} i_d \quad (2.57)$$

$$v_D = R_D i_D + L_{FD} \frac{d}{dt} i_D + L_D \frac{d}{dt} i_D + \sqrt{\frac{3}{2}} L_{aD} \frac{d}{dt} i_d \quad (2.58)$$

$$v_Q = R_Q i_Q + L_Q \frac{d}{dt} i_Q + \sqrt{\frac{3}{2}} L_{aQ} \frac{d}{dt} i_q \quad (2.59)$$

$$v_d = R_d i_d + L_d \frac{d}{dt} i_d + \sqrt{\frac{3}{2}} L_{aD} \frac{d}{dt} i_D + \sqrt{\frac{3}{2}} L_{aF} \frac{d}{dt} i_F - \sqrt{\frac{3}{2}} \omega L_{aQ} \frac{d}{dt} i_Q - \omega L_q i_q \quad (2.60)$$

$$v_q = R_q i_q + L_q \frac{d}{dt} i_q + \sqrt{\frac{3}{2}} \omega L_{aD} i_D + \sqrt{\frac{3}{2}} \omega L_{aF} i_F - \sqrt{\frac{3}{2}} L_{aQ} \frac{d}{dt} i_Q \quad (2.61)$$

$$v_0 = R_0 + L_0 \frac{d}{dt} i_0 \quad (2.62)$$

Observando-se este grupo de equações pode-se obter as relações que fornecem o fluxo de enlace de cada enrolamento, ou:

$$\lambda_F = L_F i_F + L_{FD} i_D + \sqrt{\frac{3}{2}} L_{aF} i_d \quad (2.63)$$

$$\lambda_D = L_{FD}i_F + L_D i_D + \sqrt{\frac{3}{2}}L_{aD}i_d \quad (2.64)$$

$$\lambda_Q = L_Q i_Q + \sqrt{\frac{3}{2}}L_{aQ}i_q \quad (2.65)$$

$$\lambda_d = \sqrt{\frac{3}{2}}L_{aF}i_F + \sqrt{\frac{3}{2}}L_{aD}i_D + L_d i_d \quad (2.66)$$

$$\lambda_q = \sqrt{\frac{3}{2}}L_{aQ}i_Q + L_q i_q \quad (2.67)$$

$$\lambda_0 = L_0 i_0 \quad (2.68)$$

Em termos de fluxo de enlace as equações de tensão são dadas por:

$$v_F = R_F i_F + \frac{d\lambda_F}{dt} \quad (2.69)$$

$$v_D = R_D i_D + \frac{d\lambda_D}{dt} \quad (2.70)$$

$$v_Q = R_Q i_Q + \frac{d\lambda_Q}{dt} \quad (2.71)$$

$$v_d = R_d i_d + \frac{d\lambda_d}{dt} - \omega\lambda_q \quad (2.72)$$

$$v_q = R_q i_q + \frac{d\lambda_q}{dt} + \omega\lambda_d \quad (2.73)$$

$$v_0 = R_0 i_0 + \frac{d\lambda_0}{dt} \quad (2.74)$$

Onde:

$$R_d = R_q = R_0 = R_a \quad (2.75)$$

As equações 2.72, 2.73 e 2.74 são conhecidas como **equações de Park**.

Para as máquinas síncronas ainda podem ser definidas novas constantes, tais como:

- **Indutância Subtransitória**

$$L''_d = L_d - \frac{(L_D L_{AD}^2 + L_F L_A^2 - 2L_{AD}^3)}{L_F L_D - L_{AD}^2} \quad (2.76)$$

- **Indutância Transitória**

$$L'_d = L_d - \frac{L_{AD}^2}{L_F} \quad (2.77)$$

- **Constante de Tempo Subtransitória de Circuito Aberto**

$$T''_{d0} = \frac{(L_F L_D - L_{AD}^2)}{R_D L_F \omega_b} \quad (2.78)$$

- **Constante de Tempo Transitória de Circuito Aberto**

$$T'_{d0} = \frac{L_F}{R_F \omega_b} \quad (2.79)$$

- **Constante de Tempo Subtransitória de Curto-Circuito**

$$T''_d = \frac{L''_d}{L'_d} T''_{d0} \quad (2.80)$$

- **Constante de Tempo Transitória de Curto-Circuito**

$$T'_{d} = \frac{L'_d}{L_d} T'_{d0} \quad (2.81)$$

## **2.7 Relações de torque e potência na máquina síncrona aplicando a transformação dq0**

A potência instantânea medida nos terminais da máquina trifásica é dada por:

$$P = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c \quad (2.82)$$

Aplicando a transformação dq0, temos:

$$P = v_d i_d + v_q i_q + v_0 i_0 \quad (2.83)$$

Substituindo os valores das tensões  $v_d$ ,  $v_q$  e  $v_0$  e realizando as devidas substituições teremos:

$$P = (i_d \frac{d\lambda_d}{dt} + i_q \frac{d\lambda_q}{dt} + i_0 \frac{d\lambda_0}{dt}) + (i_q \lambda_d - i_d \lambda_q) \frac{d\theta}{dt} + R_a (i_d^2 + i_q^2 + i_0^2) \quad (2.84)$$

O primeiro termo desta expressão dá a taxa de variação da energia magnética armazenada. O segundo termo é a parcela da potência transferida através do entreferro e responsável pela produção do conjugado útil. O último termo representa as perdas térmicas nos enrolamentos.

O conjugado pode ser obtido diretamente do segundo termo da equação 2.84, sendo dado por:

$$T = i_q \lambda_d - i_d \lambda_q \quad (2.85)$$

A substituição das expressões de fluxo na equação 2.85 fornece:

$$T = \sqrt{\frac{3}{2}} L_{aF} i_F i_q + \sqrt{\frac{3}{2}} L_{aD} i_d i_q - \sqrt{\frac{3}{2}} L_{aQ} i_Q i_d + (L_d - L_q) i_q i_d \quad (2.86)$$

Fica evidenciado que o quarto termo da equação 2.86 é uma parcela do conjugado que existe apenas nas máquinas de pólos salientes através da saliência magnética do rotor, ou seja, nas máquinas de pólos lisos (com  $L_d = L_q$ ) tal parcela é igual a zero.

### 2.8 Potência elétrica da máquina síncrona

Do diagrama fasorial da figura 2.7 abaixo, fazendo a decomposição nos eixos d e q, temos:

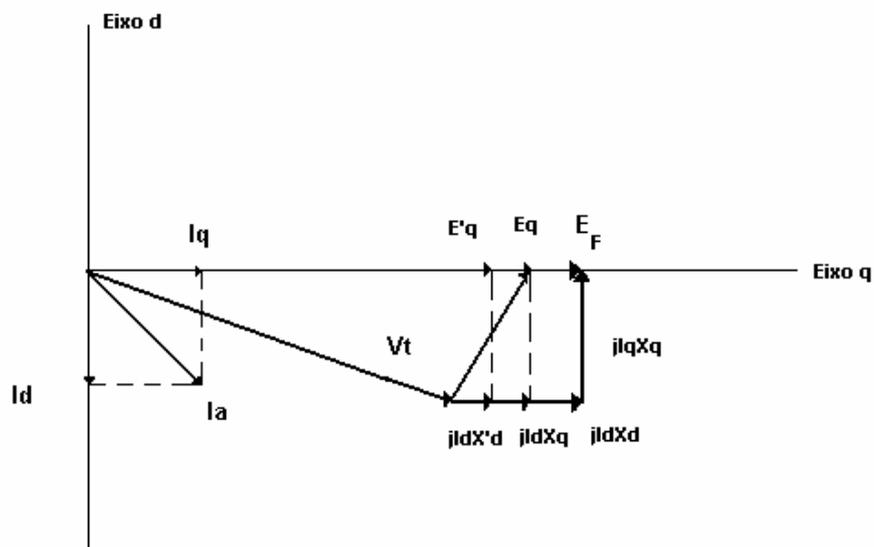


Figura 2.7 – Diagrama fasorial da máquina síncrona de pólos salientes operando gerador e com fator de potência indutivo.

$$\dot{E}_F = \dot{V}_t + j\dot{I}_q x_q + j\dot{I}_d x_d + R_a \dot{i}_a \quad (2.87)$$

$$\dot{E}_q = \dot{E}_F - j\dot{I}_d (x_d - x'_d) \quad (2.88)$$

$$\dot{E}'_q = \dot{V}_t + j\dot{I}_q x_q + j\dot{I}_d x'_d \quad (2.89)$$

$$\dot{E}_q = \dot{V}_t + j\dot{I}_q x_q + j\dot{I}_d x_d \quad (2.90)$$

$$\dot{E}'_q = \dot{E}_q - j\dot{I}_d (x_d - x'_d) \quad (2.91)$$

Aplicando as equações **2.82 a 2.91**, temos o desenvolvimento da equação para a potência:

$$P = \frac{1}{x'_d} E'_q V_t \sin \delta + V_t^2 \frac{(x'_d - x_q)}{2(x'_d x_q)} \sin 2\delta \quad (2.92)$$

$$P = \frac{1}{x_d} E_F V_t \sin \delta + V_t^2 \frac{x_d - x_q}{2(x_d x_q)} \sin 2\delta \quad (2.93)$$

As equações **2.92** e **2.93** definem respectivamente a potência desenvolvida pela máquina síncrona em regime transitório e regime permanente. Nestas equações verifica-se que o segundo termo das mesmas é a parcela de contribuição da saliência magnética do rotor que é uma característica apenas das máquinas síncronas de pólos salientes.

## **2.9 A equação de oscilação de uma máquina síncrona**

Se o conjugado causado por atrito mecânico, ventilação e pelas perdas no núcleo for desprezado, qualquer diferença entre o conjugado mecânico e o conjugado eletromagnético deve provocar aceleração ou desaceleração na máquina. Se  $T_m$

representa o conjugado mecânico e  $T_e$  o conjugado eletromagnético e se esses valores forem considerados positivos para gerador (isto é, entrada de energia mecânica no eixo e conjugado elétrico produzido na saída), o conjugado que provoca a aceleração será dado por [67]:

$$T_a = T_m - T_e \quad (2.94)$$

O torque de aceleração  $T_a$  sendo positivo indica aceleração quando  $T_m$  for maior que  $T_e$ .

Para a potência de aceleração  $P_a$  teremos uma equação semelhante:

$$P_a = P_m - P_e \quad (2.95)$$

Onde  $P_m$  é a potência no eixo e  $P_e$  a potência elétrica desenvolvida pelo gerador. Sendo a potência igual ao produto do conjugado pela velocidade angular, teremos:

$$P_a = T_a \cdot \omega = I \cdot \alpha \cdot \omega = M \cdot \alpha \quad (2.96)$$

Onde:

$M$  - Quantidade de movimento angular

$I$  - Momento de Inércia;

$\omega$  - Velocidade angular;

$\alpha$  - Aceleração angular.

A tabela seguinte apresenta as grandezas ligadas a mecânica do movimento linear (ou translação) e as grandezas correspondentes para o movimento de rotação, além das suas respectivas unidades.

MOVIMENTO DE TRANSLAÇÃO				MOVIMENTO DE ROTAÇÃO			
Grandeza	Simb.	Equação	Unidade SI	Grandeza	Simb.	Equação	Unidade SI
Comprimento	s	.....	Metro	Deslocamento angular	$\theta$	$\theta = \frac{s}{r}$	Radiano
Massa	m	.....	Quilograma	Momento de Inércia	I	$I = \int r^2 dm$	Quilograma $\times$ metro <sup>2</sup>
Tempo	t	.....	Segundo	Tempo	t	.....	Segundo
Velocidade	v	$v = \frac{ds}{dt}$	metro/ segundo	Velocidade angular	$\omega$	$\omega = \frac{d\theta}{dt}$	radiano/ segundo
Aceleração	a	$a = \frac{dv}{dt}$	metro/ segundo <sup>2</sup>	Aceleração angular	$\alpha$	$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$	radiano/ segundo <sup>2</sup>
Força	F	$F = m \times a$	Newton	Conjugado	T	$T = F \cdot r = I \cdot \alpha$	Newton $\times$ metro ou Joule/radiano
Quantidade de Movimento	M'	$M' = m \times v$	Newton $\times$ Segundo	Quantidade de movimento angular	M	$M = I \cdot \omega$	Joule $\times$ segundo /radiano
Trabalho	W	$W = \int F ds$	Joule	Trabalho	W	$W = \int T d\theta$	Joule
Potência	P	$P = \frac{dW}{dt}$	Watt	Potência	P	$P = \frac{dW}{dt} = T \cdot \omega$	Watt

Tabela 2.1 – Grandezas ligadas à mecânica dos movimentos de translação e rotação.

A energia cinética de um corpo em rotação é dada por:

$$E_c = \frac{1}{2} I \omega \tag{2.97}$$

Onde:

*I* - Momento de Inércia dado em Quilograma  $\times$  metro<sup>2</sup> ;

$\omega$  - Velocidade angular dada em radianos /segundo.

Esta expressão é análoga a  $\frac{1}{2} m v^2$ , que é a energia cinética de translação. Sendo  $\omega$  dado em radianos / segundo, a equação acima mostra que o momento de inércia, dado em quilograma  $\times$  metro<sup>2</sup>, pode ser expresso em joule  $\times$  segundo<sup>2</sup>/radiano<sup>2</sup>, de onde se

deduz que a unidade para a quantidade de movimento angular é joule ×segundo/radiano, ou seja:

Se  $M$  for expresso em  $\frac{\text{Megajoule} \times \text{segundo}}{\text{grau elétrico}}$  e  $\omega$  em graus

elétricos/segundo, a energia cinética armazenada acima do referencial síncrono será dada em Megajoules.

A energia cinética armazenada no rotor de um gerador síncrono é expressa de maneira mais conveniente em Megajoules e os ângulos em graus elétricos. Nessas condições, a quantidade de movimento angular  $M$  resulta em megajoules × segundo / grau elétrico. Quando  $M$  é calculado a partir de  $I \times \omega$ , com  $\omega$  determinado pela velocidade síncrona da máquina,  $M$  recebe o nome de constante de inércia. Esta prática provocar equívoco com uma outra grandeza, simbolizada por  $H$  é também chamada de constante de inércia. Esta é definida como sendo a relação entre a energia armazenada na máquina na velocidade síncrona em Megajoules e a potência nominal em MVA. Assim, a relação entre  $M$  e  $H$  é deduzida da seguinte maneira:

$$H = \frac{\text{Energia}(MJ)}{\text{Potência}(MVA)} \quad (2.98)$$

Onde:

$G$  – Potência nominal em MVA;

$GH$  – Energia armazenada em Megajoules.

$$\text{Energia armazenada} = GH = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} M \omega \quad (2.99)$$

Onde:

$I$  - Momento de Inércia dado em  $\text{kg} \times \text{metro}^2$  ;

$\omega$  - Velocidade angular dada em radianos /segundo;

$M$  - Quantidade de movimento angular.

Se  $M$  for expresso em  $\frac{\text{Megajoule} \cdot \text{segundo}}{\text{grau}_{\text{elétrico}}}$  e  $\omega$  em graus elétricos /

segundo, a energia armazenada, segundo a equação anterior será dada em Megajoules.

Em graus elétricos por segundo,  $\omega = 360f$ , onde  $f$  é a frequência em Hertz. Portanto a equação anterior torna-se:

$$GH = \frac{1}{2}M(360f)$$
$$M = \frac{GH}{180f} \quad (2.100)$$

Onde:

M - Quantidade de movimento angular em Megajoule .segundo / grau elétrico

Estando  $\theta$  (deslocamento angular) variando constantemente com o tempo, é mais conveniente medir a posição angular em relação ao eixo de referência que gira com velocidade síncrona. Se  $\delta$  é definido como o deslocamento angular a partir do eixo de referência rotativo, dado em graus elétricos, e  $\omega_s$  definida como a velocidade síncrona em graus elétricos/segundo, teremos:

$$\theta = \omega_s t + \delta \quad (2.101)$$

derivando em relação ao tempo, obtemos:

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega_s + \frac{d\delta}{dt} \quad (2.102)$$

derivando novamente:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{d^2\delta}{dt^2} \quad (2.103)$$

Das equações 2.94 a 2.103 obtemos:

$$M \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_a = P_m - P_e \quad (2.104)$$

Sendo esta equação chamada de equação de oscilação da máquina síncrona [66].

A figura 2.8 mostra um diagrama de blocos que descreve a equação de oscilação na forma incremental aplicada a uma máquina simples.

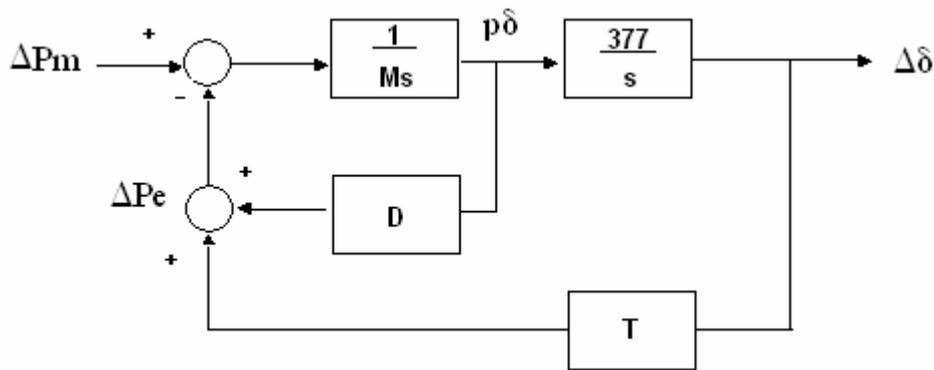


Figura 2.8 – Diagrama de blocos da equação de oscilação da máquina síncrona

A potência de aceleração ( $P_A = \Delta P_m - \Delta P_e$ ) se transforma por integração na variação de uma velocidade ( $p\delta$ ) que por sua vez é integrada na variação de um ângulo ( $\Delta\delta$ ). A variação na potência elétrica ( $\Delta P_e$ ) é vista consistindo de dois componentes, um que é função da velocidade e o outro que é função do ângulo. Na forma linearizada, estas funções podem ser representadas por constantes.  $D(= \frac{\partial P_e}{\partial p\delta})$  é chamado de coeficiente de amortecimento e  $T(= \frac{\partial P_e}{\partial \delta})$  é chamado de coeficiente de potência de sincronização.

No próximo capítulo será enfatizada a dinâmica dos sistemas de potência.

### 3

## DINÂMICA E MODELAGEM DO SISTEMA ELETROMECCÂNICO

### 3.1 Definições iniciais

A literatura técnica [5] emprega o termo “Dinâmica de Sistemas de Potência” quando se refere aos problemas que incluem, em geral, os seguintes temas:

- Estabilidade de Sistemas de Potência
- Oscilações Torcionais e Ressonância Subsíncrona

Os estudos da estabilidade de sistemas elétricos de potência estão diretamente relacionados à análise do comportamento dinâmico dos mesmos após a ocorrência de perturbações. O tipo de perturbação e a natureza dos fenômenos que se desejam analisar definem o grau de detalhamento e características da modelagem que se deve usar na representação de seus elementos físicos.

Focalizando o termo Estabilidade de Sistemas de Potência, temos as seguintes definições de acordo com a referência [80], temos:

- Estabilidade angular a pequenos distúrbios (ou em regime permanente) – É a condição de estabilidade do sistema elétrico sujeito a perturbações pequenas e graduais de carga, sem consideração da dinâmica dos geradores e controles. Um sistema elétrico de potência é estável em regime permanente, para uma condição de operação em regime permanente, se, após a ocorrência de qualquer pequena perturbação, ele encontra uma condição de operação em regime permanente a qual é idêntica ou aproximada a condição de operação anterior à perturbação.

- Estabilidade Transitória – É a capacidade do sistema elétrico de potência permanecer em sincronismo quando é submetido a um severo distúrbio. Um sistema elétrico de potência é estável transitoriamente para uma condição de operação particular se, após a ocorrência de uma perturbação, ele alcança uma condição de operação em regime permanente aceitável.

### **3.2 Dinâmica dos Sistemas de Potência**

As oscilações subsíncronas podem ser descritas por equações diferenciais lineares, considerando-se o sistema funcionando em torno de um ponto de operação, em estado permanente,  $W_0(x_0, y_0, z_0, \dots)$ , para o qual se aplicam pequenos desvios. Matematicamente, isto corresponde a tomar uma função  $F(x, y, z, \dots)$  e calculá-la para um ponto  $(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y, z_0 + \Delta z, \dots)$ , onde  $\Delta x, \Delta y$  e  $\Delta z, \dots$  representam os desvios da condição inicial. Fazendo a expansão de Taylor e desprezando os termos de segunda ordem temos [5]:

$$F(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y, z_0 + \Delta z, \dots) \cong F(x_0, y_0, z_0, \dots) + \frac{\partial F}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial F}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial F}{\partial z} \Delta z + \dots \quad (3.1)$$

Onde:

$$\Delta F = F(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y, z_0 + \Delta z, \dots) - F(x_0, y_0, z_0, \dots) \quad (3.2)$$

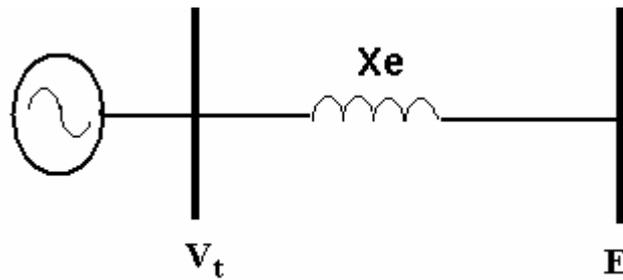


Figura 3.1 – Representação de um Gerador Síncrono conectado a uma barra infinita

Considerando a equação 2.104 e desprezando o conjugado de amortecimento, podemos reescrevê-la da seguinte forma:

$$M \frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} = P_a = P_m - P_e \quad (3.3)$$

Descrevendo a equação 3.3 em termos das componentes de conjugado e introduzindo o efeito do amortecimento, em valores por unidade (pu) na base da máquina, teremos:

$$\frac{M}{\omega_b} \frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} + \frac{D}{\omega_b} \frac{\partial \delta}{\partial t} + T_e = T_m \quad (3.4)$$

Onde:

$T_m$  – É o torque mecânico

$T_e$  – É o torque elétrico

$D$  – Coeficiente de amortecimento em pu na base da máquina e referido à  $\omega_b$ .

$M$  – Constante de inércia ou quantidade de movimento angular

$t$  – tempo em segundos

$\delta$  - ângulo entre o eixo em quadratura do gerador e um eixo de referência (escolhido como aqui como o ângulo da tensão da barra infinita) em radianos elétricos.

$f_b$  – Freqüência base.

$\omega_b = 2\pi f_b$  – Velocidade angular base.

Examinando o sistema sob o enfoque de pequenos desvios em torno de um ponto de operação pode-se aplicar à equação 3.4 para o ponto  $(\delta_0 + \Delta\delta, T_{e0} + \Delta T_e, T_{m0} + \Delta T_m)$ .

$$\frac{M}{\omega_b} \frac{d^2 \Delta\delta}{dt^2} + \frac{D}{\omega_b} \frac{d\Delta\delta}{dt} + \Delta T_e = \Delta T_m \quad (3.5)$$

Para a situação em que o enlace de fluxo de campo da máquina possa ser considerado constante e a máquina seja considerada ligada à uma barra infinita de tensão  $E$  através de um sistema de transmissão radial de reatância  $x_e$ , o conjugado elétrico é dado por:

$$T_e = \frac{E'_q E \sin \delta}{x'_d + x_e} + \frac{x'_d - x_q}{2[(x'_d + x_e)(x_q + x_e)]} E^2 \sin 2\delta \quad (3.6)$$

Onde:

- $E$  - Tensão da barra infinita;
- $x'_d$  - Reatância transitória de eixo direto;
- $x_q$  - Reatância síncrona de eixo em quadratura;
- $x_e$  - Reatância externa da rede elétrica.

Quando a variação  $\Delta\delta$  é pequena, podemos simplificar as equações anteriores para a seguinte forma:

$$\Delta T_e = \left[ \frac{1}{(x'_d + x_e)} E'_q E \cos \delta + \frac{(x'_d - x_q)}{[(x'_d + x_e)(x_q + x_e)]} E^2 \cos 2\delta \right] \cdot \Delta\delta \quad (3.7)$$

Ou seja:

$$\Delta T_e = K_1 \cdot \Delta \delta \quad (3.8)$$

$K_1$  – É uma função exclusiva das condições iniciais e é conhecido como coeficiente de potência sincronizante e possui a dimensão do torque em pu por desvio angular.

$$\frac{M}{\omega_b} p^2 \Delta \delta + \frac{D}{\omega_b} p \Delta \delta + K_1 \Delta \delta = \Delta T_m \quad (3.9)$$

$$\text{Onde } p = \frac{d}{dt}.$$

Alterando a equação **3.9**, temos:

$$p^2 \Delta \delta + \frac{\omega_b}{M} D p \Delta \delta + K_1 \frac{\omega_b}{M} \Delta \delta = \frac{\omega_b}{M} \Delta T_m \quad (3.10)$$

Pelo exame dos termos da equação **3.10** e pelo exame da resposta de um sistema de controle de 2ª ordem , como na referência [80], temos:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{\omega_b K_1}{M}} \quad (3.11)$$

A equação 3.11 exprime a frequência própria de oscilação da máquina síncrona com relação à barra infinita. Corresponde ao caso sem amortecimento. Na equação seguinte é encontrada a frequência própria de oscilação da máquina com o amortecimento considerado.

$$\omega_b = \sqrt{1 - \zeta^2} \omega_n \quad (3.12)$$

$$\zeta = \frac{D}{2M\omega_n} \quad (3.13)$$

Onde  $\zeta$  é o chamado de coeficiente de amortecimento relativo.

Podemos exprimir a equação **3.10** utilizando o operador de Laplace  $s$ . Assim temos:

$$\frac{M}{\omega_b} s^2 \Delta\delta + \frac{D}{\omega_b} s \Delta\delta + K_1 \Delta\delta = \Delta T_m \quad (3.14)$$

Trabalhando os termos da equação **3.14** temos:

$$\frac{M}{\omega_b} s^2 \Delta\delta + \Delta T_e + \Delta T_D = \Delta T_m \quad (3.15)$$

Onde:

$$\Delta T_D = \frac{D}{\omega_b} s \Delta\delta ;$$

$$\Delta T_e = K_1 \Delta\delta$$

Visualizando a equação 3.15 em diagramas de blocos, temos:

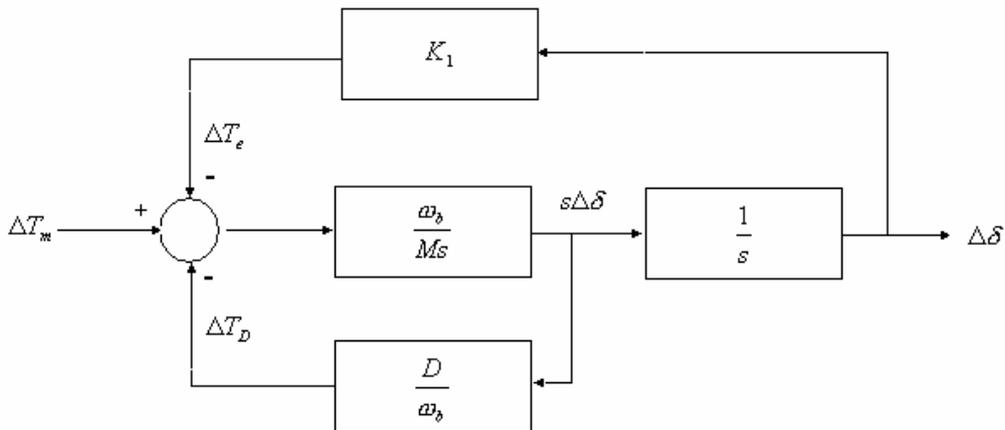


Figura 3.2 – Diagrama de blocos do Gerador Síncrono conectado a uma barra infinita.

Através da análise das equações anteriores, verifica-se que existe uma frequência natural de oscilação da máquina síncrona contra a barra infinita. Aplicando as equações a um sistema com  $N$  máquinas, teremos a identificação de  $(N-1)$  frequências de oscilação eletromeccânica .

Além da abordagem anterior, analisando a natureza do acoplamento individual entre turbina e gerador, outras frequências naturais seriam adicionadas em correspondência aos modos de oscilação entre massas. Notadamente, os modos de

oscilação originados do acoplamento elástico entre turbinas e geradores são definidos como modos eletromecânicos. Desta forma, é possível concentrar as massas da turbina, excitatriz (quando rotativa) e gerador considerando-os em um único conjunto ao qual se associa a constante de inércia total  $H$ . As frequências naturais das oscilações eletromecânicas têm uma faixa de variação de 0,1 a 4,0 Hz, enquanto a frequência de oscilação dos modos de oscilação entre massas do conjunto gerador-turbina se encontram na faixa de 5 a 50 Hz [5] e [66]. Da classe de oscilações eletromecânicas são excluídas as originárias das máquinas primárias, tais como oscilação de conjugado mecânico das turbinas hidráulicas.

### 3.3 Dinâmica do Sistema Mecânico Turbina – Gerador

Pode-se representar o acoplamento mecânico entre o gerador e a turbina por um sistema massa-mola. Nas referências [4], [5] e [67] temos o seguinte equacionamento para o acoplamento mecânico turbina – gerador entre os elementos de massa  $i, j$  e  $k$ .

$$J_j \frac{d\omega_j}{dt} = T_j - D_{ji}(\omega_j - \omega_i) - K_{ji}(\theta_j - \theta_i) - D_{jk}(\omega_j - \omega_k) - K_{jk}(\theta_j - \theta_k) \quad (3.16)$$

Aplicando a equação 3.16 ao sistema massa – mola da figura 3.3, temos:

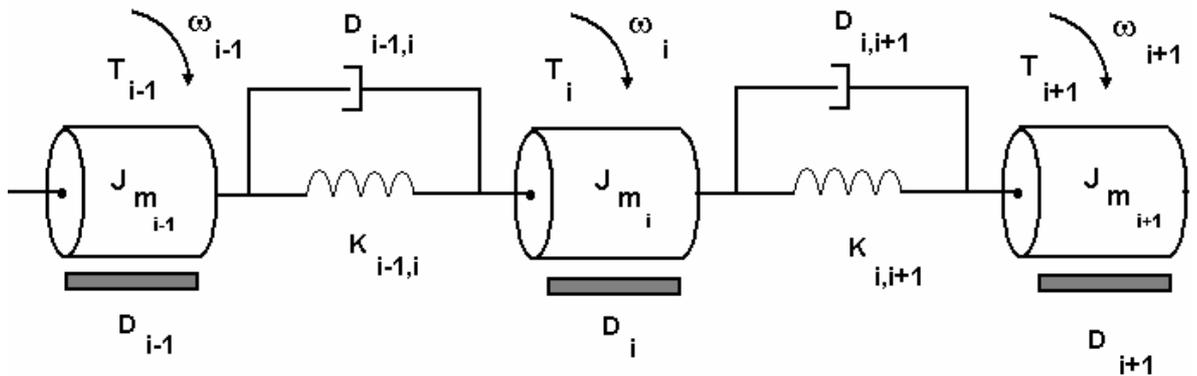


Figura 3.3 – Acoplamento do sistema massa-mola.

$$J_i \frac{d\omega}{dt} = T_i - D_{i,i-1}(\omega_i - \omega_{i-1}) - K_{i,i-1}(\theta_i - \theta_{i-1}) - D_{i,i+1}(\omega_i - \omega_{i+1}) - K_{i,i+1}(\theta_i - \theta_{i+1}) \quad (3.17)$$

Onde:

$T_i$  – conjugado aplicado à massa  $i$

$J_i$  e  $D_i$  – momento de inércia da massa  $i$  e coeficiente de amortecimento próprio da massa  $i$ , respectivamente.

$D_{i,i+1}$  e  $D_{i,i-1}$  – coeficientes de amortecimento mútuo entre as massas  $i$  e  $i+1$  e entre as massas  $i$  e  $i-1$ , respectivamente.

$K_{i,i+1}$  e  $K_{i,i-1}$  – constantes elásticas torcionais das seções do eixo que unem as massas  $i$  e  $i+1$  e as massas  $i$  e  $i-1$ , respectivamente.

$\theta_i$ ,  $\theta_{i+1}$ ,  $\theta_{i-1}$  – ângulos indicativos de posição das massas  $i$  e  $i+1$  e  $i-1$ , em relação a um mesmo referencial.

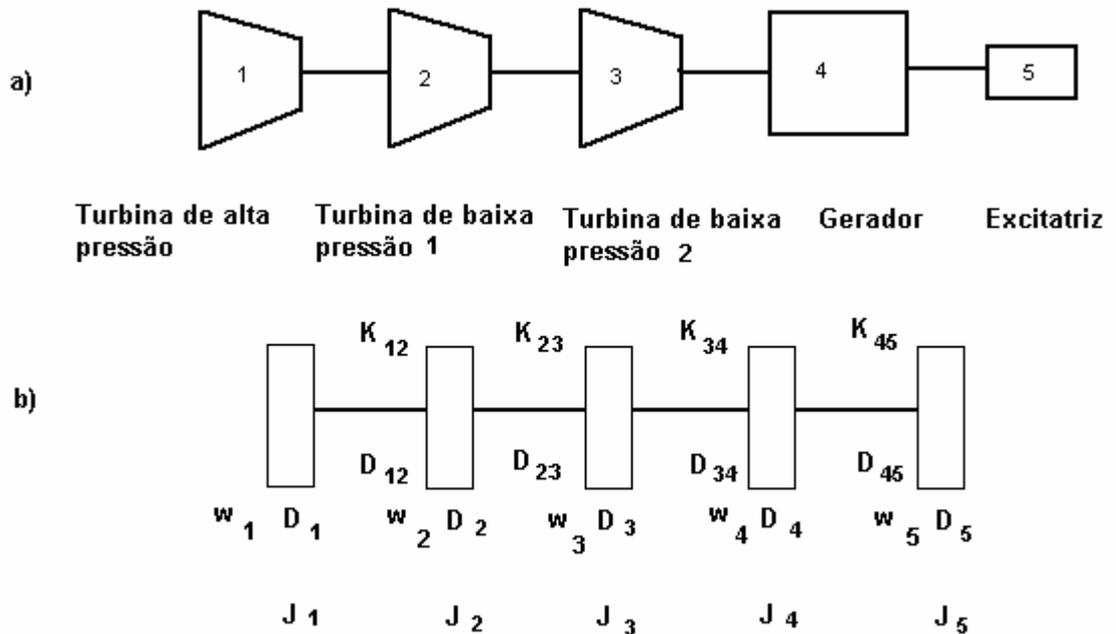


Figura 3.4 – a ) Acoplamento do conjunto turbina (alta e baixa pressão) com o gerador  
 b) Modelo massa-mola com as constantes de inércia (J), constantes de elasticidade (K) e amortecimentos mecânicos (D).

Considerando o acoplamento da figura 3.4 e aplicando a equação **3.16** no sistema de massas turbinas – gerador (excluindo a excitatriz), temos as seguintes equações linearizadas confor-me a referência [67]:

$$2H_4 \frac{d\Delta\omega_4}{dt} = K_{43}(\delta_3 - \delta_4) - T_e - D_4\Delta\omega_4$$

$$\frac{d\delta_4}{dt} = (\Delta\omega_4)\omega_0$$

$$2H_3 \frac{d\Delta\omega_3}{dt} = T_{BP2} + K_{32}(\delta_2 - \delta_3) - D_3\Delta\omega_3$$

$$\frac{d\delta_3}{dt} = (\Delta\omega_3)\omega_0$$

$$2H_2 \frac{d\Delta\omega_2}{dt} = T_{BP1} + K_{21}(\delta_1 - \delta_2) - D_2\Delta\omega_2$$

$$\frac{d\delta_2}{dt} = (\Delta\omega_2)\omega_0$$

$$2H_1 \frac{d\Delta\omega_1}{dt} = T_{AP} - K_{12}(\delta_1 - \delta_2) - D_1\Delta\omega_1$$

$$\frac{d\delta_1}{dt} = (\Delta\omega_1)\omega_0$$

**(3.18)**

Onde:

- Os índices 1, 2, 3 e 4 referem-se à turbina de alta pressão, turbina 1 de baixa pressão, turbina 2 de baixa pressão e gerador respectivamente. Se a excitatriz for do tipo rotativa, é necessária a inclusão de mais um grupo de equações.
- Os ângulos  $\theta_i$  foram substituídos por  $\delta_i$
- A constante  $J$  foi substituída pela constante  $2H$ .

Trabalhando o grupo de equações 3.18 de acordo com a técnica de análise modal das referências [4], [5] e [67], é possível determinar as frequências naturais de oscilação do acoplamento turbina-gerador e seus respectivos modos torcionais (“*mode shapes*”).

### **3.4 Compensação Série em Sistemas de Potência**

A compensação série em Sistemas de Potência é definida por razões técnicas e econômicas. Em Sistemas de Energia Elétrica, quando temos uma linha de transmissão de comprimento muito longo, torna-se muito difícil a transmissão de potência elétrica através da mesma, visto que os parâmetros indutivos vão exercer cada vez mais influência na estabilidade desta transmissão (especialmente para altos carregamentos). Para se contornar esse problema e melhorar a estabilidade e a regulação de tensão da linha, vários artifícios podem ser usados para aumentar a potência de transmissão, dentre os quais:

- Aumento da tensão no sistema;
- Inserção de equipamentos (compensador síncrono, compensador estático ou banco de capacitores shunt) para fornecimento de reativo que a linha vai precisar absorver para a transmissão dessa potência;
- E, finalmente, o artifício que é proposição desse item que é a compensação série em LT, visto que esse método é o mais usado para se aumentar a capacidade de transmissão de potência elétrica em linhas longas.

A compensação série consiste de capacitores que são colocados em série com a linha de transmissão, no intuito de diminuir a reatância indutiva total da linha, visto que essa reatância indutiva aumenta proporcionalmente com o comprimento da linha de transmissão e assim, diminuindo o nível de potência elétrica ativa transmitida.

Sendo a potência elétrica transmitida em uma linha de transmissão dada, após as devidas aproximações ( $X_L \gg R$ ), por :

$$P = \frac{V_1 V_2}{X_L} \text{sen}(\delta_2 - \delta_1) \quad (3.19)$$

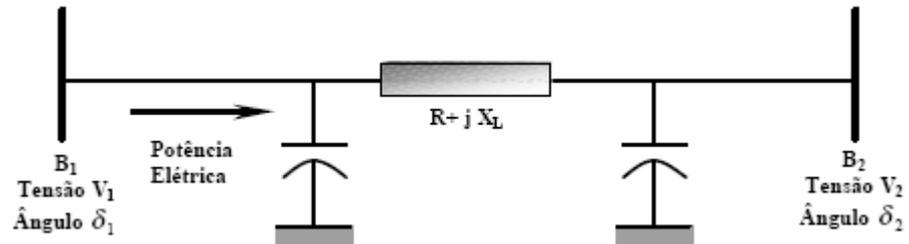


Figura 3.5 – Modelo da linha de transmissão.

Para o caso de uma linha de transmissão com a inserção de uma compensação série, teremos uma diferença entre as reatâncias indutiva e capacitiva no sistema de transmissão e, como conseqüência, uma menor reatância indutiva resultante que pela fórmula citada acima vai nos proporcionar uma maior transmissão de potência elétrica, que agora será dada por:

$$P = \frac{V_1 V_2}{(X_L - X_C)} \text{sen}(\delta_2 - \delta_1) \quad (3.20)$$

O diagrama fasorial para as tensões nos extremos da linha com a compensação série é apresentado na figura a seguir:

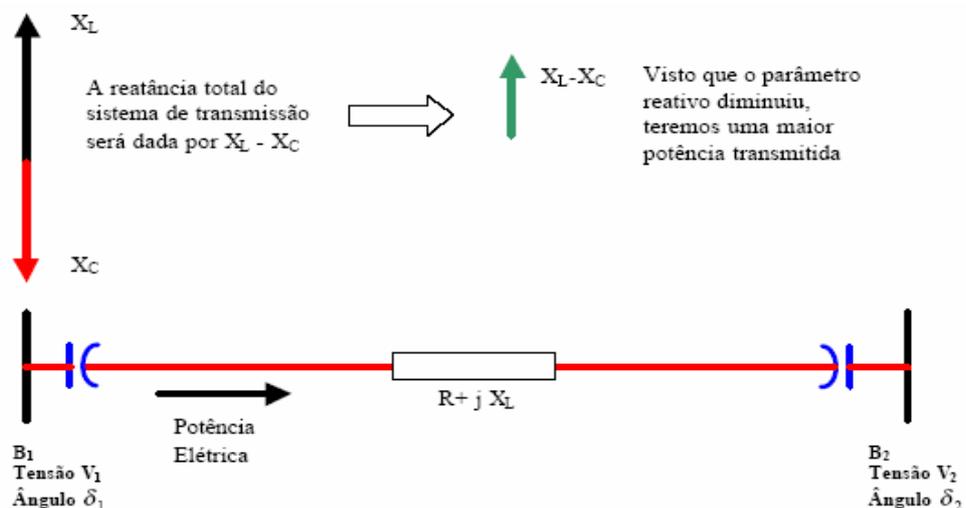


Figura 3.6 – Diagrama fasorial e Modelo da linha de transmissão com compensação série.

Podemos visualizar esse fenômeno através dos gráficos da potência em função da diferença angular entre as duas barras com e sem compensação série, conforme a figura seguinte:

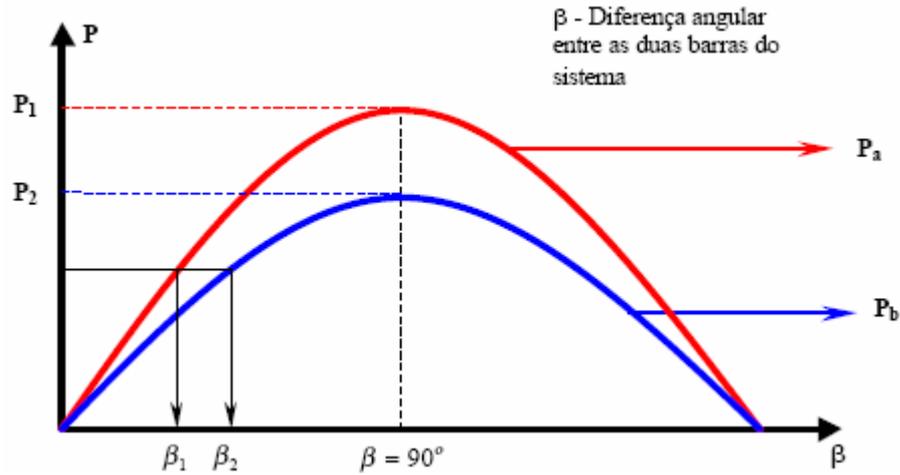


Figura 3.7 – Curva da potência transmitida através da linha de transmissão em função da diferença angular.

Onde:

$$P_a = \frac{V_1 V_2}{X_L - X_C} \text{sen } \beta \quad (3.21)$$

$$P_b = \frac{V_1 V_2}{X_L} \text{sen } \beta \quad (3.22)$$

Pode-se concluir que para um ângulo qualquer (limitado é claro pela estabilidade do Sistema), a potência se faz maior para  $P_a$  do que para  $P_b$ .

Considerando apenas a linha de transmissão, no sistema da figura 3.8 verifica-se a existência de uma frequência natural ou frequência de ressonância  $f_{re}$ . Considerando os parâmetros do circuito, temos:

$$X_L = \omega_s L \quad (3.23)$$

$$X_C = \frac{1}{\omega_s C} \quad (3.24)$$

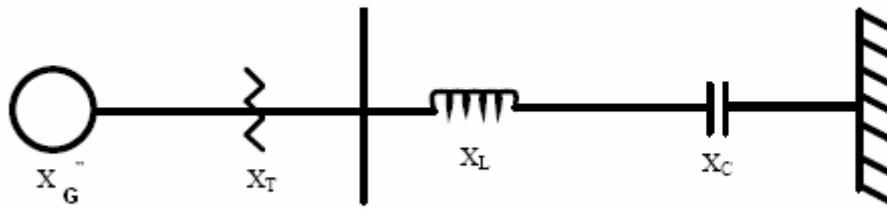


Figura 3.8 –Gerador Síncrono conectado a uma barra infinita por uma LT com compensação série.

Na Ressonância temos:

$$X_L = X_C \quad (3.25)$$

Definindo com  $K'$  o grau de compensação série da linha de transmissão, temos:

$$K' = \frac{X_C}{X_L} \quad (3.26)$$

Aplicando as equações 3.23, 3.24 e considerando a relação da equação 3.26 na equação 3.25, temos:

$$\omega_{nat} = \omega_s \sqrt{K'} \quad (3.27)$$

### 3.4.1 Influência da Compensação Série nos Sistemas de Potência

Apesar da compensação série aumentar o fluxo de potência ativa na linha de transmissão, ela também acarreta problemas para a linha de transmissão. Abaixo, serão citadas as vantagens e desvantagens que o uso dessa compensação pode acarretar ao sistema elétrico:

- *Vantagens*

- Aumento da capacidade de transferência de potência;
- Aumento do limite de estabilidade transitória do sistema;
- Diminuição das necessidades de controle de tensão do sistema, devido à redução da reatância série;
- Possibilidade de melhor distribuição do fluxo de potência entre linhas de transmissão, por consequência conduzindo à redução das perdas globais do sistema.

- *Desvantagens*

- Ocorre a possibilidade do aparecimento do fenômeno de ressonância subsíncrona, devido ao fato da frequência elétrica de interação entre as reatâncias indutivas e a capacitância da compensação série na rede, em alguns casos, se aproximar do complemento de uma das frequências eletromecânicas do rotor do conjunto turbina – gerador - excitatriz. Esta situação de aparecimento da RSS é mais provável ocorrer para geradores síncronos de usinas térmicas;
- Possibilidade da atuação indevida da proteção existente na linha compensada e em linhas adjacentes à mesma, visto que uma impedância diferente da real poderá ser vista pela proteção em virtude da presença dessa compensação;

### 3.5 Modelagem da Rede Elétrica

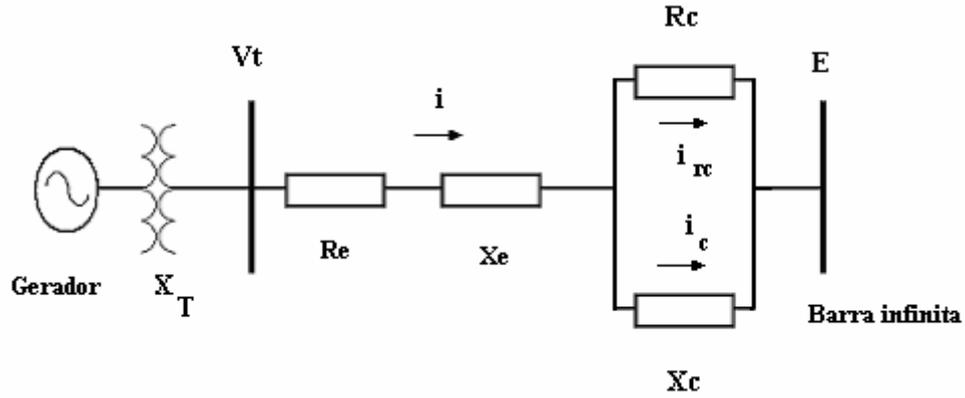


Figura 3.9 – Representação da rede elétrica com compensação série.

No presente trabalho, a configuração de rede indicada na Figura 3.9 foi utilizada para análise da ressonância subsíncrona e de outros efeitos de instabilidade eletromecânica. Da rede acima, temos para a tensão no indutor:

$$v_L = L \frac{di}{dt} \quad (3.28)$$

Aplicando a transformada de Park representada pela matriz  $T$  e considerando  $p = \frac{d}{dt}$ , temos para o indutor:

$$[v_{L-dq0}] = [T(\theta)]v_L = [T(\theta)]Lp[T^{-1}(\theta)]i_{dq0} \quad (3.29)$$

Expandindo a expressão acima, teremos:

$$\begin{aligned} v_{L-d} &= L \cdot p \cdot i_d - X \cdot i_q \\ v_{L-q} &= L \cdot p \cdot i_q + X \cdot i_d \\ v_{L-0} &= L \cdot p \cdot i_0 \end{aligned} \quad (3.30)$$

De forma equivalente, temos para as seguintes equações para o capacitor:

$$\begin{aligned}
 v_c &= \frac{1}{Cp} i_c \\
 pv_c &= \frac{1}{C} i_c \\
 p[T^{-1}(\theta)][v_{c-dq0}] &= \frac{1}{C} [T^{-1}(\theta)][i_{c-dq0}] \\
 [T^{-1}(\theta)]p[v_{c-dq0}] + \frac{d\theta}{dt} \left\{ \frac{d}{d\theta} [T^{-1}(\theta)] \right\} [v_{c-dq0}] &= \frac{1}{C} [T^{-1}(\theta)][i_{c-dq0}] \quad (3.31)
 \end{aligned}$$

Com  $\frac{d\theta}{dt} = \omega_r$  e expandindo, temos:

$$\begin{aligned}
 pv_{c-d} - \omega_r v_{c-q} &= \frac{1}{C} i_{c-d} \\
 pv_{c-q} + \omega_r v_{c-d} &= \frac{1}{C} i_{c-q} \\
 pv_{c-0} &= \frac{1}{C} i_{c-0} \quad (3.32)
 \end{aligned}$$

Exprimindo as equações anteriores no domínio complexo, teremos:

$$\begin{aligned}
 s.v_{c-d}(s) - \omega_r v_{c-q}(s) &= \frac{1}{C} i_{c-d}(s) \\
 sv_{c-q}(s) + \omega_r v_{c-d}(s) &= \frac{1}{C} i_{c-q}(s) \quad (3.33)
 \end{aligned}$$

Desenvolvendo as equações que envolvem a corrente através do resistor  $R_c$  e a tensão em seus terminais, temos:

$$\begin{aligned}
 v_{c-d}(s) &= R_c i_{rc-d}(s) = v_{cr-d}(s) \\
 v_{c-q}(s) &= R_c i_{rc-q}(s) = v_{cr-q}(s) \quad (3.34)
 \end{aligned}$$

Considerando  $i_{rc} = i - i_c$  ou seja  $i_{rc-d} = i_d - i_{c-d}$  e  $i_{rc-q} = i_q - i_{c-q}$ , temos:

$$v_{c-d}(s) = R_c i_{rc-d}(s) = R_c i_d(s) - R_c C [s v_{cd}(s) - \omega v_{c-q}(s)]$$

$$v_{c-q}(s) = R_c i_{rc-q}(s) = R_c i_q(s) - R_c C [s v_{cq}(s) + \omega v_{c-d}(s)]$$

$$v_{c-d}(s)(1 + R_c C s) = R_c i_d(s) + R_c C \omega v_{c-q}(s)$$

$$v_{c-q}(s)(1 + R_c C s) = R_c i_q(s) - R_c C \omega v_{c-d}(s)$$

**(3.35)**

Definindo as constantes  $T = R_c C$  e  $\alpha = \frac{1}{T}$ , temos as seguintes equações:

$$v_{c-d}(s)(1 + Ts) = R_c i_d(s) + T \omega v_{c-q}(s)$$

$$v_{c-q}(s)(1 + Ts) = R_c i_q(s) - T \omega v_{c-d}(s)$$

$$v_{c-d}(s)(s + \alpha) = \alpha R_c i_d(s) + \omega v_{c-q}(s)$$

$$v_{c-q}(s)(s + \alpha) = \alpha R_c i_q(s) - \omega v_{c-d}(s)$$

**(3.36)**

Linearizando as equações anteriores em torno de um ponto de operação permanente, temos:

$$\Delta v_{c-d}(s)(s + \alpha) = \alpha R_c \Delta i_d(s) + v_{c-qo}(s) s \Delta \delta(s) + \omega_{so} \Delta v_{c-q}(s)$$

**(3.37)**

$$\Delta v_{c-q}(s)(s + \alpha) = \alpha R_c \Delta i_q(s) - v_{c-do}(s) s \Delta \delta(s) - \omega_{so} \Delta v_{c-d}(s)$$

Fazendo as devidas substituições na equação anterior, temos:

$$\Delta v_{c-d}(s)[(s + \alpha)^2 + \omega_s^2] = \alpha(s + \alpha)R_c \Delta i_d(s) + \omega_s \alpha R_c \Delta i_q(s) + [(s + \alpha)v_{c-qs} - \omega_s v_{c-ds}]s \Delta \delta(s)$$

$$\Delta v_{c-q}(s)[(s + \alpha)^2 + \omega_s^2] = \alpha(s + \alpha)R_c \Delta i_q(s) - \omega_s \alpha R_c \Delta i_d(s) + [-(s + \alpha)v_{c-ds} - \omega_s v_{c-qs}]s \Delta \delta(s)$$

**(3.38)**

Exprimindo os termos  $\omega_s v_{c-ds}$  e  $(-\omega_s v_{c-qs})$  somente em função de  $i_{ds}$  e  $i_{qs}$ , temos:

$$-\omega_s v_{c-qs} = \frac{1}{C} i_{c-ds} = -\omega_s R_c i_{r-qs} = -\omega_s R_c (i_{qs} - i_{c-qs})$$

**(3.39)**

$$\omega_s v_{c-ds} = \frac{1}{C} i_{c-qs} = \omega_s R_c i_{r-ds} = \omega_s R_c (i_{ds} - i_{c-ds})$$

Fazendo as devidas operações no grupo de equações 3.39, temos:

$$\frac{1}{C} i_{c-ds} = -\omega_s R_c [i_{qs} - C \omega_s R_c (i_{ds} - i_{c-ds})]$$

$$\left(\frac{1}{C} + C \omega_s^2 R_c^2\right) i_{c-ds} = -\omega_s R_c i_{qs} + C \omega_s^2 R_c^2 i_{ds}$$

$$i_{c-ds} = \frac{-\omega_s C R_c i_{qs} + C^2 \omega_s^2 R_c^2 i_{ds}}{(1 + C^2 \omega_s^2 R_c^2)}$$

$$i_{c-qs} = \frac{\omega_s C R_c i_{ds} + C^2 \omega_s^2 R_c^2 i_{qs}}{(1 + C^2 \omega_s^2 R_c^2)}$$

$$\omega_s v_{c-qs} = \frac{1}{C} i_{c-ds} = \frac{1}{C} \frac{\alpha \omega_s i_{qs} - \omega_s^2 i_{ds}}{(\alpha^2 + \omega_s^2)}$$

$$\omega_s v_{c-ds} = \frac{1}{C} i_{c-qs} = \frac{1}{C} \frac{\alpha \omega_s i_{ds} + \omega_s^2 i_{qs}}{(\alpha^2 + \omega_s^2)}$$

**(3.40)**

Substituindo o grupo de equações 3.40 no grupo de equações 3.38, temos:

$$\Delta v_{c-d}(s)[(s + \alpha)^2 + \omega_s^2] = \alpha(s + \alpha)R_c \Delta i_d(s) + \omega_{so} \alpha R_c \Delta i_q(s) + \frac{1}{\alpha^2 + \omega_s^2} [(\alpha^2 - \omega_s^2) i_{qo} - 2\alpha \omega_s i_{do} + s(\alpha i_{qo} - \omega_s i_{do})] s \Delta \delta(s) \quad (3.41)$$

$$\Delta v_{c-q}(s)[(s + \alpha)^2 + \omega_s^2] = \alpha(s + \alpha)R_c \Delta i_q(s) - \omega_{so} \alpha R_c \Delta i_d(s) + \frac{1}{s^2 + \omega_s^2} [-(\alpha^2 - \omega_s^2) i_{do} - 2\alpha \omega_s i_{qo} + s(\alpha i_{do} + \omega_s i_{qo})] s \Delta \delta(s) \quad (3.42)$$

### **3.6 O Fenômeno da Ressonância Subsíncrona**

Conforme visto anteriormente, a inclusão da compensação na rede elétrica traz, entre outras conseqüências, o surgimento de pelo menos uma frequência natural elétrica  $f_{re}$  associada à rede elétrica e cujo valor se situa abaixo da frequência síncrona. Condições especiais de funcionamento do sistema podem acarretar trocas de energia indesejáveis envolvendo o conjunto turbina – gerador de uma usina em uma ou mais frequências naturais, caracterizando o fenômeno da Ressonância Subsíncrona. Dois dos casos mais conhecidos da ocorrência deste fenômeno danificaram alguns geradores da Usina de Mohave, pertencentes a Southern Califórnia Edison Company dos EUA, em 1970 e 1971 [1].

Define-se que a Ressonância Subsíncrona (RSS) é “uma condição elétrica do sistema de potência onde a rede elétrica troca significativa energia com o conjunto turbina-gerador em uma ou mais frequências naturais do sistema combinado, abaixo da frequência síncrona, e subsequente a um distúrbio, tendo como condição inicial o equilíbrio”[2].

Verificou-se que estes fenômenos englobam os atributos oscilatórios relativos às variáveis elétricas e mecânicas quando se acoplam turbogeradores, principalmente a redes de transmissão onde estão instalados capacitores séries. Basicamente, correntes equilibradas de frequências iguais à frequência de ressonância

$f_{re}$  percorrem as três fases do sistema e dos geradores síncronos produzindo um campo magnético girante na armadura no estator destas máquinas na frequência de ressonância  $f_{re}$ . Assim, a frequência das correntes no rotor destes geradores induzidas pelo campo magnético referido é ditada pela velocidade relativa entre este campo e o próprio rotor. As componentes de sequência positiva no estator produzirão correntes no rotor de frequência subsíncrona igual à  $f_R = f_S - f_{re}$ . As componentes de sequência negativa induzirão correntes na frequência supersíncrona  $f_R = f_S + f_{re}$  [4] e [5].

Baseado no exposto anteriormente, o estudo do fenômeno da Ressonância Subsíncrona é feito sob três aspectos:

- Efeito de Gerador de Indução;
- Interação Torcional;
- Impactos Torcionais.

### 3.6.1 Efeito de Gerador de Indução

É um tipo de auto-excitação que envolve o sistema elétrico e que faz com que a resistência elétrica do rotor vista dos terminais do estator seja negativa, já que o campo magnético do rotor gira mais rápido que o campo produzido pelas correntes subsíncronas na armadura. Desta forma, se a resistência da armadura de um dos geradores do sistema somada à resistência da rede vista dos terminais desse gerador não for maior que a resistência negativa do rotor (vista pelo estator) na frequência de ressonância, a potência assíncrona desenvolvida não terá meio de dissipação e então haverá uma ampliação crescente das oscilações subsíncronas. Este fenômeno é conhecido como “Efeito de Gerador de Indução”.

### 3.6.2 Interação Torcional

A interação torcional pode ser visualizada com o sistema operando em regime permanente. Este fenômeno é uma outra forma de auto-excitação e envolve o sistema torcional mecânico dos geradores.

Pode-se mencionar que, para avaliar este fenômeno, o eixo turbina-gerador é constituído por um conjunto de vários corpos simétricos axiais. É possível dividir este eixo em partes, com inércias que são predominantes e partes onde a solicitação torcional é maior (seções dos eixos). Aos atritos inerentes é possível atribuir amortecimentos próprios e mútuos. Verifica-se que um sistema dessa natureza pode ser avaliado como um sistema massa-mola equivalente e cujas frequências naturais  $f_m$  de torção situam-se na faixa de 10 a 40 Hz [4] e [67]. Uma representação do sistema eixo turbina-gerador é mostrado novamente na figura 3.10.

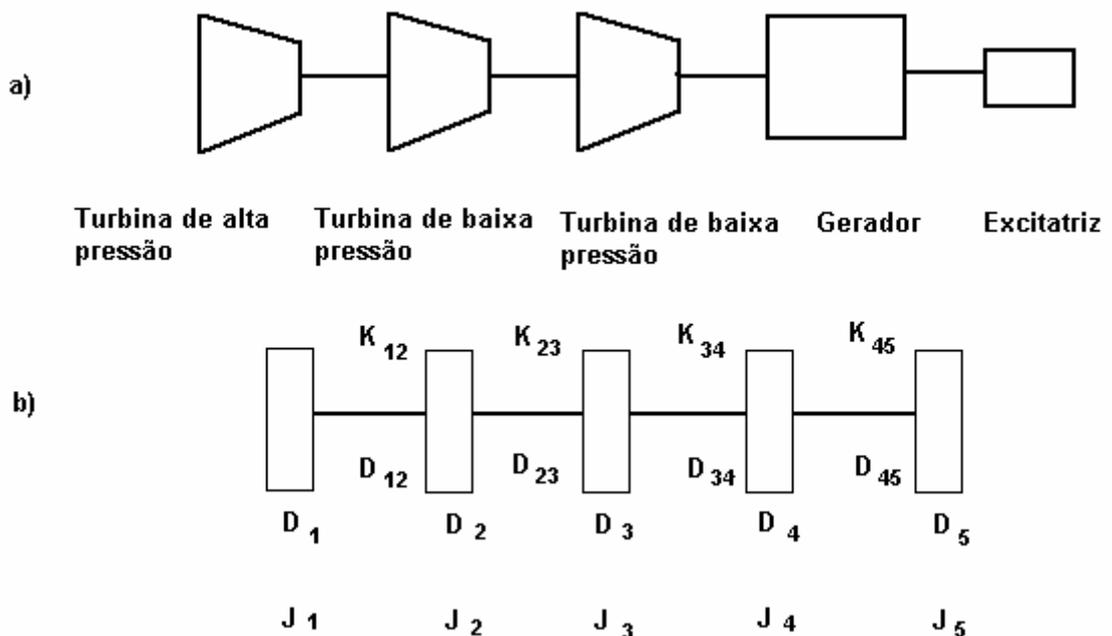


Figura 3.10 – a ) Acoplamento do conjunto turbina (alta e baixa pressão) com o Gerador b) Modelo massa-mola com as constantes de inércia (J), constantes de elasticidade (K) e amortecimentos mecânicos (D).

O movimento do rotor de uma máquina síncrona em regime normal de funcionamento pode ser visto com a superposição de oscilações de pequena amplitude à velocidade síncrona. A interação eletromecânica se inicia, entre a armadura e o rotor, devido às oscilações do rotor numa frequência natural  $f_m$  e que induzirão componentes de tensão na armadura de frequências  $f_s - f_m$  e  $f_s + f_m$ . Caso se tenha  $f_{re}$ , frequência de ressonância do sistema elétrico, próximo de  $f_s - f_m$  e  $f_s + f_m$ , a componente de tensão na frequência  $f_s - f_m$  manterá uma componente de conjugado subsíncrono. Caso esse conjugado subsíncrono seja maior que o conjugado de amortecimento mecânico do sistema rotativo na frequência  $f_m$ , o sistema eletromecânico estará sujeito a oscilações permanentes ou crescentes caracterizando uma condição de instabilidade.

Ressalta-se que, de forma semelhante ao efeito do gerador de indução, as componentes elétricas do torque subsíncrono ( $f_s - f_m$ ) acarretam um amortecimento negativo e as de torque supersíncrono ( $f_s + f_m$ ) tem amortecimento sempre positivo.

### 3.6.3 Torques Transitórios

Um outro aspecto importante envolvido no problema de Ressonância Subsíncrona é o dos torques transitórios transmitidos às seções de eixo dos geradores. Distúrbios na rede elétrica resultam numa modificação das frequências concorrentes do sistema, determinando correntes transitórias nas frequências naturais desse sistema

No capítulo seguinte será abordado com detalhes o fenômeno da Ressonância Subsíncrona.

## 4

# ANÁLISE MATEMÁTICA DO FENÔMENO DE RESSONÂNCIA SUBSÍNCRONA

### 4.1 Descrição Geral do Fenômeno de Ressonância Subsíncrona

Define-se que a Ressonância Subsíncrona (RSS) é “uma condição elétrica do sistema de potência em que a rede elétrica troca significativa energia com o conjunto turbina-gerador em uma ou mais frequências naturais do sistema combinado, abaixo da frequência síncrona, e subsequente a um distúrbio tendo como condição inicial o equilíbrio” [2].

A inclusão da compensação na rede elétrica traz, entre outras conseqüências, o surgimento de pelo menos uma frequência natural,  $f_{re}$ , associada ao circuito elétrico e cujo valor se situa abaixo da frequência síncrona. Condições especiais de operação do sistema podem acarretar trocas de energia indesejáveis envolvendo o conjunto turbina – gerador de uma usina em uma ou mais frequências naturais, caracterizando o fenômeno da Ressonância Subsíncrona. Dois dos casos mais conhecidos da ocorrência deste fenômeno foi a ruptura do eixo dos geradores da Usina de Mohave, pertencentes a Southern Califórnia Edison Company dos EUA, em 1970 e 1971 [1].

4.1.1 Auto-excitação

A auto-excitação é uma instabilidade elétrica associada à elevação espontânea dos enlaces de fluxo do gerador síncrono. Este fenômeno é possível de ocorrer quando os sistemas elétricos apresentam linhas de transmissão longas que permanecem conectadas radialmente às usinas geradoras ou quando é utilizada a compensação série em sistemas elétricos de resistência muito baixa [60].

Após a aplicação da transformada de Park [66], temos a seguinte representação de uma máquina síncrona conforme a figura seguinte e as seguintes equações de enlace e tensão subsequentes.

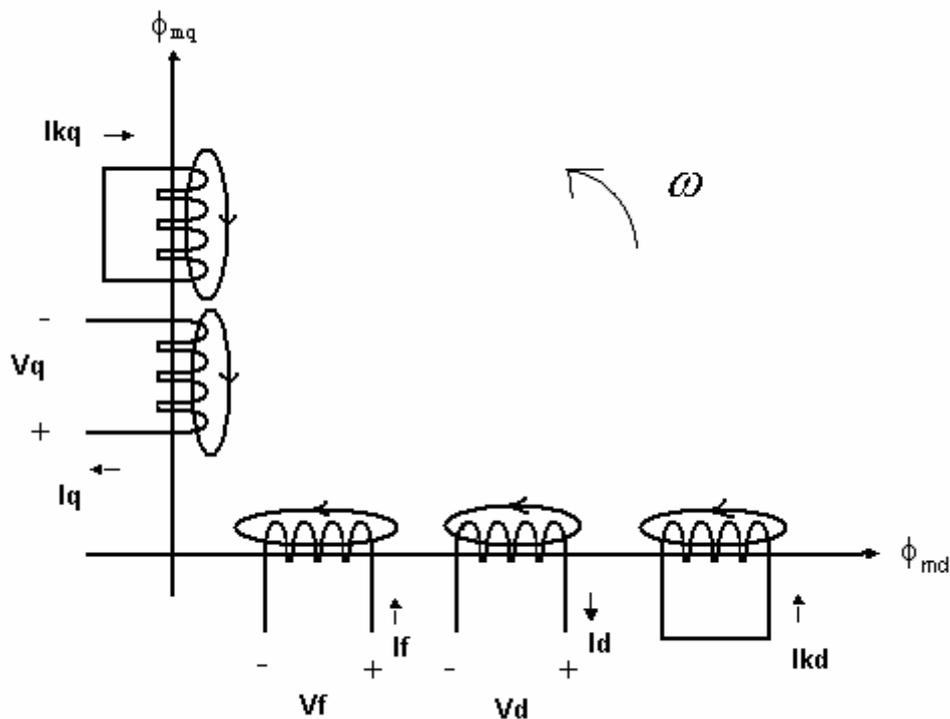


Figura 4.1 – Representação dos circuitos e enlaces de fluxo de uma máquina síncrona.

4.1.1.1 Equações de enlace para o circuito do eixo direto

$$\lambda_{md} = L_{md} (-i_d + i_f + i_{kd}) \quad (4.1)$$

$$\lambda_{ikd} = L_{kd} i_{kd} \quad (4.2)$$

$$\lambda_{ld} = L_L i_d \quad (4.3)$$

$$\lambda_{lf} = L_f i_f \quad (4.4)$$

$$\lambda_{kd} = \lambda_{md} + \lambda_{ikd} \quad (4.5)$$

$$\lambda_d = \lambda_{md} + \lambda_{ld} \quad (4.6)$$

$$\lambda_f = \lambda_{md} + \lambda_{lf} \quad (4.7)$$

Onde:

$\lambda_{md}$  – Enlace de fluxo mútuo no eixo direto;

$\lambda_{ikd}$ ,  $\lambda_{ld}$  e  $\lambda_{lf}$  – Enlaces de fluxo de dispersão dos enrolamentos no eixo direto;

$\lambda_{kd}$ ,  $\lambda_d$ ,  $\lambda_f$  – Enlaces totais de fluxo dos enrolamentos no eixo direto;

$L_{md}$  – Indutância de entreferro não saturada de eixo direto;

$L_{kd}$ ,  $L_f$ ,  $L_L$  - Indutâncias de dispersão dos enrolamentos  $k_d$ ,  $f$  e  $d$ ;

$R_{kd}$ ,  $R_f$ ,  $R_a$  – Resistências dos enrolamentos  $k_d$ ,  $f$  e  $d$ ;

4.1.1.2 Equações de enlace para o circuito do eixo em quadratura

$$\lambda_{mq} = L_{mq}(-i_q + i_{kq}) \quad (4.8)$$

$$\lambda_{lkq} = L_{kq}i_{kq} \quad (4.9)$$

$$\lambda_{lq} = L_L i_q \quad (4.10)$$

$$\lambda_{kq} = \lambda_{mq} + \lambda_{lkq} \quad (4.11)$$

$$\lambda_{kq} = \lambda_{mq} + \lambda_{lq} \quad (4.12)$$

Onde:

$\lambda_{mq}$  – Enlace de fluxo mútuo no eixo em quadratura (q);

$\lambda_{lkq}, \lambda_{lq}$  – Enlaces de fluxo de dispersão dos enrolamentos no eixo “q”;

$\lambda_{kq}, \lambda_q$  – Enlaces totais de fluxo dos enrolamentos no eixo q;

$L_{mq}$  – Indutância de entreferro não saturada de eixo em quadratura;

$L_{kq}, L_L$  - Indutâncias de dispersão dos enrolamentos  $k_q$  e q;

$R_{kq}, R_a$  – Resistências dos enrolamentos  $k_q$  e q.

4.1.1.3 Equações de tensão nos enrolamentos

$$v_{kd} = 0 = R_{kd}i_{kd} + \frac{d\lambda_{kd}}{dt} \quad (4.13)$$

$$v_{kq} = 0 = R_{kq}i_{kq} + \frac{d\lambda_{kq}}{dt} \quad (4.14)$$

$$v_f = R_f i_f + \frac{d\lambda_f}{dt} \quad (4.15)$$

$$v_d = -R_a i_d + \frac{d\lambda_d}{dt} - \omega_r \lambda_q \quad (4.16)$$

$$v_q = -R_a i_q + \frac{d\lambda_q}{dt} + \omega_r \lambda_d \quad (4.17)$$

#### 4.1.1.4 Tensões atrás das reatâncias no eixo direto

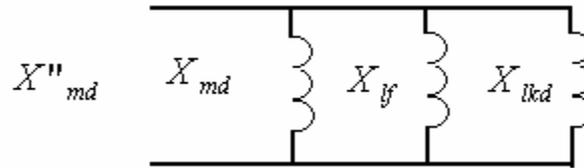


Figura 4.2 – Representação dos circuitos e enlaces de uma máquina síncrona no eixo d.

Das referências [60] e [66], temos:

$$E'_q = \omega_s \frac{x_{md}}{x_f} \lambda_f \quad (4.18)$$

$$E_f = x_{md} i_f \quad (4.19)$$

Considerando a equação 4.15 temos:

$$\begin{aligned} \frac{d\lambda_f}{dt} &= -R_f i_f + v_f \\ \frac{dE'_q}{dt} &= -\frac{1}{T'_{d0}} (E_f - V_{fd}) \end{aligned} \quad (4.20)$$

Onde:

$E_f$  – Tensão de excitação

$V_{fd}$  – Tensão de campo referida à armadura

Considerando a equação 4.13 temos:

$$\frac{d\lambda_{kd}}{dt} = -R_{kd}i_{kd}$$

$$\frac{dE''_q}{dt} = -\frac{1}{T''_{d0}} \left( \frac{x'_d - x_e}{x_d - x_e} \right) E_{kq} + \left( \frac{x''_d - x_e}{x'_d - x_e} \right) \frac{dE'_q}{dt} \quad (4.21)$$

Mostra-se também que:

$$E_f = \frac{(x''_d - x_e)(x_d - x_e)}{x'_d - x_e} i_d + \frac{x_d - x_e}{x'_d - x_e} E'_q - \frac{x_d - x'_d}{x'_d - x_e} E''_q \quad (4.22)$$

$$E_{kq} = \frac{(x'_d - x''_d)(x_d - x_e)}{x'_d - x_e} i_d + \frac{x_d - x_e}{x'_d - x_e} E'_q + \frac{x_d - x_e}{x'_d - x_e} E''_q \quad (4.23)$$

De forma similar, para o eixo q temos:

$$E''_d = -\frac{1}{T''_{q0}} E_{kd} \quad (4.24)$$

$$E_{kd} = -(x_q - x''_q) i_q + E''_d \quad (4.25)$$

4.1.1.5 Auto-excitação no eixo direto

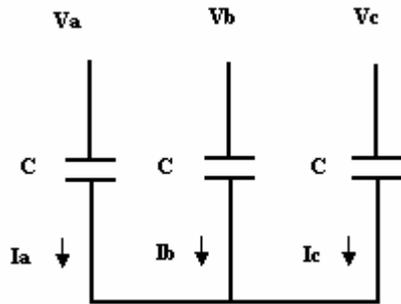


Figura 4.3 – Representação da capacitância C ligada aos terminais da máquina síncrona

Do circuito na figura anterior, pode-se equacionar da seguinte forma:

$$i_d = C \frac{dv_d}{dt} - \omega_r C v_q \quad (4.26)$$

$$i_q = C \frac{dv_q}{dt} + \omega_r C v_d \quad (4.27)$$

Considerando as equações anteriores e desprezando os termos  $C \frac{dv_d}{dt}$ ,  $C \frac{dv_q}{dt}$  e a resistência  $R_a$ , temos:

$$i_d = -\omega_r C v_q = -\omega_r C \omega_r \lambda_d = -u^2 \frac{1}{x_c} (E''_q - x''_d i_d) \quad (4.28)$$

$$i_q = \omega_r C v_d = \omega_r C (-\omega_r \lambda_d) = u^2 \frac{1}{x_c} (E''_d - x''_q i_q) \quad (4.29)$$

onde:

$$u = \frac{\omega_r}{\omega_s}$$

Simplificando as equações **4.28** e **4.29**, temos:

$$i_d \left(1 - u^2 \frac{x''_d}{x_c}\right) = -u^2 \frac{E''_q}{x_c}$$

$$i_d = -u^2 \frac{E''_q}{(x_c - u^2 x''_d)} \quad (4.30)$$

$$i_q \left(1 - u^2 \frac{x''_q}{x_c}\right) = -u^2 \frac{E''_d}{x_c}$$

$$i_q = -u^2 \frac{E''_d}{(x_c - u^2 x''_q)} \quad (4.31)$$

Considerando as equações **4.20**, **4.22** e **4.30**, temos:

$$\frac{dE'_q}{dt} = \frac{1}{T'_{d0}} V_{fd} - \frac{1}{T'_{d0}} \left(\frac{x'_d - x_e}{x'_d - x_e}\right) E'_q + \frac{1}{T'_{d0}} \left(\frac{x'_d - x'_d}{x'_d - x_e}\right) \left(\frac{x'_c - x_e}{x'_c - x''_d}\right) E''_q \quad (4.32)$$

Onde:

$$x'_c = \frac{x_c}{u^2}$$

Substituindo a equação **4.23** na equação **4.21**, temos:

$$\frac{dE''_q}{dt} = \frac{1}{T'_{d0}} [(x'_d - x''_d) i_d - E'_q + E''_q] + \left(\frac{x''_d - x_e}{x'_d - x_e}\right) E'_q$$

Considerando as equações **4.30** e **4.32** e considerando que  $T'_{d0} \gg T''_{d0}$ , temos:

$$\frac{dE''_q}{dt} \cong \frac{1}{T'_{d0}} \left[ E'_q - \left(\frac{x'_c - x'_d}{x'_c - x''_d}\right) E''_q \right] \quad (4.33)$$

Escrevendo as equações 4.32 e 4.33 na forma de equações de estado, temos:

$$p \cdot \begin{pmatrix} E_q' \\ E_q'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{T_{do}'} \left( \frac{X_d - X_e}{X_d' - X_e} \right) & \frac{1}{T_{do}'} \left( \frac{X_d - X_d'}{X_d' - X_e} \right) \left( \frac{X_C' - X_e}{X_C' - X_d''} \right) \\ \frac{1}{T_{do}''} & -\frac{1}{T_{do}''} \left( \frac{X_C' - X_d'}{X_C' - X_d''} \right) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_q' \\ E_q'' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{T_{do}'} \\ \frac{1}{T_{do}'} \frac{X_d'' - X_e}{X_d' - X_e} \end{pmatrix} \cdot V_{fd}$$

Onde:

$$p = \frac{d}{dt}$$

Resolvendo no domínio complexo, temos:

$$\begin{pmatrix} E_q'(s) \\ E_q''(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s + \frac{1}{T_{do}'} \left( \frac{X_d - X_e}{X_d' - X_e} \right) & \frac{1}{T_{do}'} \left( \frac{X_d - X_d'}{X_d' - X_e} \right) \left( \frac{X_C' - X_e}{X_C' - X_d''} \right) \\ \frac{1}{T_{do}''} & s + \frac{1}{T_{do}''} \left( \frac{X_C' - X_d'}{X_C' - X_d''} \right) \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\Delta(s)} \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{T_{do}'} \\ \frac{1}{T_{do}'} \frac{X_d'' - X_e}{X_d' - X_e} \end{pmatrix} \cdot V_{fd}(s)$$

**(4.34)**

As raízes do polinômio  $\Delta(s)$  definem as componentes naturais de resposta de  $E_q'$  e  $E_q''$ .

Desta forma, temos:

$$\Delta(s) = \left( s + \frac{1}{T_{do}'} \frac{X_C' - X_d'}{X_C' - X_d} \right) \left( s + \frac{1}{T_{do}''} \frac{X_C' - X_d''}{X_C' - X_d'} \right)$$

Estas componentes variam no tempo de acordo com as constantes de tempo  $T_1$  e  $T_2$ .

Onde:

$$T_1 = \frac{1}{T'_{d0}} \frac{X_c' - X_d'}{X_c' - X_d'}$$

$$T_2 = \frac{1}{T''_{d0}} \frac{X_c' - X_d''}{X_c' - X_d'}$$

A solução da equação **4.34** é dada por:

$$E'_q(t) = \text{resposta forçada devido a } v_{fd}(t) + a'_{q1} \cdot e^{-t/T_1} + a'_{q2} \cdot e^{-t/T_2}$$

$$E''_q(t) = \text{resposta forçada devido a } v_{fd}(t) + a''_{q1} \cdot e^{-t/T_1} + a''_{q2} \cdot e^{-t/T_2}$$

Assim, a auto-excitação no eixo direto ocorre se  $T_1$  ou  $T_2$  têm valores negativos. Estas condições ocorrem quando:

$$x''_d < \frac{x_c}{u^2} < x_d$$

$$x''_d < \frac{x_c}{u^2} < x'_d$$

$$\text{onde } u = \frac{\omega_n}{\omega_s}$$

#### 4.1.1.6 Auto-excitação no eixo em quadratura

Substituindo a equação **4.25** na equação **4.24**, temos:

$$\frac{dE''_d}{dt} = -\frac{1}{T''_{q0}} [E''_d - (x_q - x''_q)i_q]$$

Considerando a equação **4.31**, temos a seguinte substituição na equação anterior:

$$\frac{dE''_d}{dt} = -\frac{1}{T''_{q0}} \left[ 1 - \left( \frac{x_q - x''_q}{x'_c - x''_q} \right) \right] E''_d = -\frac{1}{T''_{q0}} \left( \frac{x'_c - x_q}{x'_c - x''_q} \right) E''_d$$

$$\frac{dE''_d}{dt} = -\frac{1}{T_3} E''_d \tag{4.35}$$

Onde:

$$T_3 = T''_{q0} \frac{x'_c - x''_q}{x'_c - x_q}$$

Assim a solução da equação **4.35** é dada por:

$$E''_d(t) = E''_d(0) \cdot e^{(-t/T_3)}$$

A auto-excitação no eixo q ocorre se  $T_3$  é negativo, ou seja:

$$x''_q < \frac{x_c}{u^2} < x_q$$

onde  $u = \frac{\omega_n}{\omega_s}$

#### 4.1.2 Efeito de gerador de indução

É um tipo de auto-excitação que envolve exclusivamente o sistema

elétrico. Este efeito faz com que a resistência elétrica do rotor vista dos terminais do estator seja negativa, devido ao campo magnético do rotor girar mais rápido que o campo da armadura. Desta forma, se a resistência da armadura de um dos geradores do sistema somada à resistência da rede vista dos terminais desse gerador não for maior que a resistência negativa do rotor (vista pelo estator) na frequência de ressonância, a potência assíncrona desenvolvida não terá meio de dissipação e então haverá uma ampliação crescente das oscilações subsíncronas. Este fenômeno é conhecido como auto-excitação assíncrona ou “Efeito de Gerador de Indução”[5].

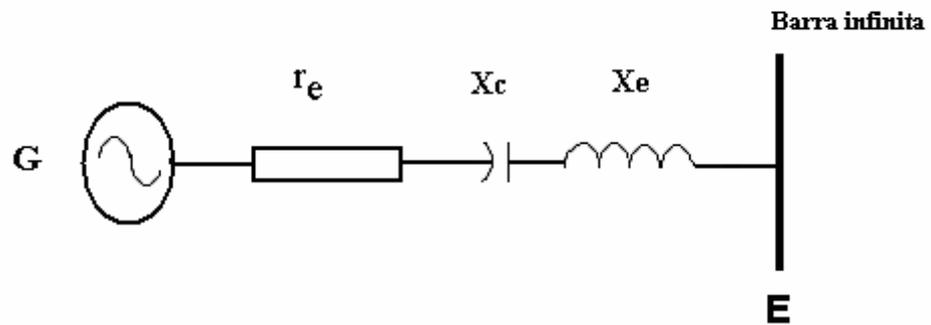


Figura 4.4 –Gerador Síncrono conectado a uma barra infinita por uma LT compensação série.

Considerando  $H = \infty$ ,  $\frac{d\omega_r}{dt} = 0$ ,  $\frac{d\delta}{dt} = 0$ ,  $u = 1$ ,  $\omega_r = \omega_s$  e admitindo simetria elétrica (mesma impedância com a frequência segundo os eixos d e q) do rotor, das equações 4.16 e 4.26, temos:

$$v_d = -r_a i_d + \frac{d\lambda_d}{dt} - \omega_r \lambda_q$$

$$i_d = C \frac{dv_d}{dt} - \omega_r C v_q$$

Para a rede elétrica temos a seguinte equação:

$$v'_d = v_d - r_e i_d - x_e \frac{1}{\omega_s} p i_d - x_e i_q \tag{4.37}$$

A simetria referida implica em  $v_q = -jv_d, i_q = -ji_d, \lambda_q = -j\lambda_d$ .

Considerando  $u' = \frac{\omega_{nat}}{\omega_s}, p = j(\omega_{nat} - \omega_s) = j(u' - 1)\omega_s$ , temos:

Em seguida, aplicando as relações anteriores nas equações 4.16, 4.26 e 4.37, temos:

$$v_d = -r_a i_d + j(u' - 1)\omega_s \lambda_d + j\omega_s \lambda_d = -r_a i_d + ju' \omega_s \lambda_d$$

$$i_d = jC(u' - 1)\omega_s v_d + j\omega_s C v_d = ju' \omega_s v_d$$

$$v_d' = v_d - r_e i_d - j(u' - 1)x_e i_d - jx_e i_d = v_d - r_e i_d - ju' x_e i_d$$

Manipulando as equações anteriores, temos:

$$v_d' = -j\left(\frac{1}{u' \omega_s C}\right) = -r_a i_d + ju' \omega_s \lambda_d - r_e i_d - ju' \omega_s i_d$$

$$ju' \omega_s \lambda_d = (r_e + r_a) i_d + j(u' x_e - \frac{x_c}{u'}) i_d \tag{4.38}$$

$$ju' \omega_s \frac{\lambda_d}{i_d} = \frac{u'}{u' - 1} R_{eq} + ju' X_{eq} \tag{4.39}$$

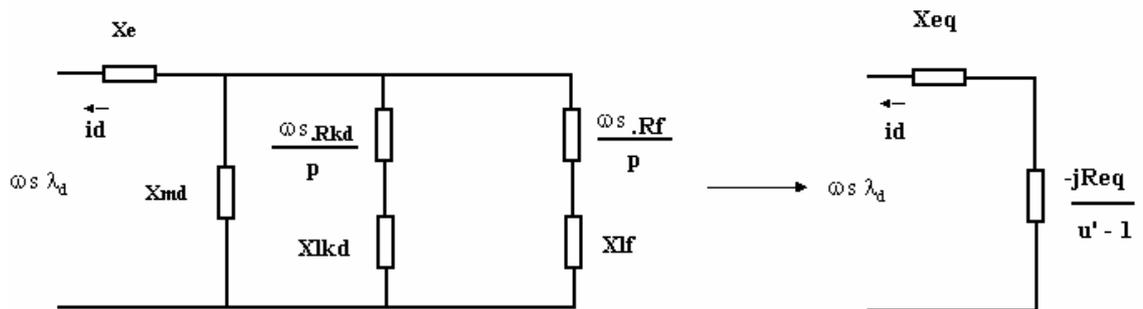


Figura 4.5 – Circuito equivalente do Gerador Síncrono para avaliação do efeito do gerador de indução.

Igualando as equações 4.38 e 4.39, temos:

$$-\left(\frac{u'}{u'-1}\right)R_{eq}i_d - ju'X_{eq}i_d = (r_e + r_a)i_d + j\left(u'x_e - \frac{x_c}{u'}\right)i_d$$

Simplificando, temos:

$$r_e + r_a + \frac{R_{eq}}{s} + j\left[u'(X_{eq} + x_e) - \frac{x_c}{u'}\right] = 0$$

Onde  $s = \frac{u'-1}{u'}$  é o escorregamento do rotor em relação ao campo magnético subsíncrono do estator.

No limite da instabilidade temos:

$$\frac{R_{eq}}{s} = -(r_a + r_e) \quad (4.40)$$

Assim, a condição para evitar a ocorrência do efeito de gerador de indução é:

$$r_a + r_e + \frac{R_{eq}}{s} > 0 \quad (4.41)$$

Onde  $R_{eq}$  é a resistência rotórica referida à armadura e a resistência dos enrolamentos amortecedores é baixa.

Pode-se observar que o efeito de gerador de indução será mais acentuado quanto maior for o grau de compensação série nas linhas de transmissão, pois a frequência natural de oscilação subsíncrona será bastante elevada levando a um escorregamento menor e, portanto, a valores altos da resistência negativa do gerador de indução.

#### 4.1.3 Interação Torcional

A interação torcional pode ser discutida a partir de uma condição de operação de regime permanente. Este fenômeno é uma outra forma de auto-excitação e envolve o sistema torcional mecânico dos geradores.

O torque eletromagnético associado à interação entre os fluxos magnéticos do estator e rotor é oscilatório e apresenta a frequência complementar ( $\omega_{comp} = \omega_S - \omega_{nat}$ ).

Com a introdução de correntes subsíncronas no terminais da máquina síncrona, há produção de conjugados eletromagnéticos no rotor na frequência de escorregamento. No caso de coincidência ou proximidade da frequência complementar ( $60 - f_{nat}$ ) com umas das frequências naturais do conjunto turbina – gerador, resultará ampliação de componentes naturais de oscilação do rotor.

Para avaliar este fenômeno, é necessário considerar que o eixo de geradores acionados por turbinas térmicas é constituído por um conjunto de vários corpos simétricos axiais. É possível dividir este eixo em partes cujas inércias são predominantes e partes onde a solitação torcional é maior (seções dos eixos – figura 4.6). Aos atritos inerentes é possível atribuir amortecimentos próprios e mútuos. Verifica-se que um sistema dessa natureza pode ser avaliado como um sistema massa-mola equivalente e cujas frequências naturais  $f_m$  de torção situam-se na faixa de 10 a 50 Hz [4] e [67].

Pode acontecer que amortecimento associado ao conjugado subsíncrono exceda o amortecimento inerente ao sistema mecânico. Como consequência, as diversas seções do conjunto turbina – gerador serão submetidas a esforços crescentes e suas massas sofrerão severos desvios de velocidade e ângulo que poderão danificá-las gravemente.

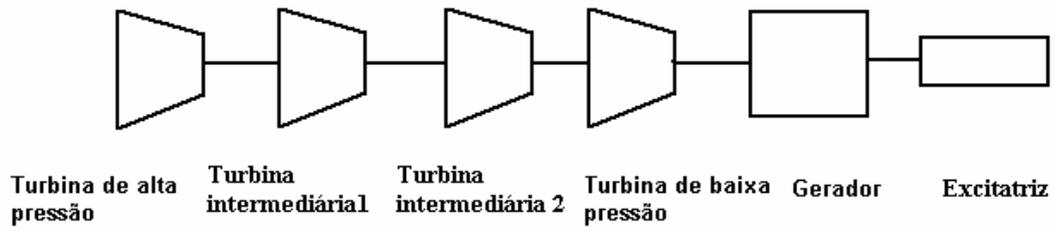


Figura 4.6 – Representação do acoplamento do conjunto Turbina - Gerador.

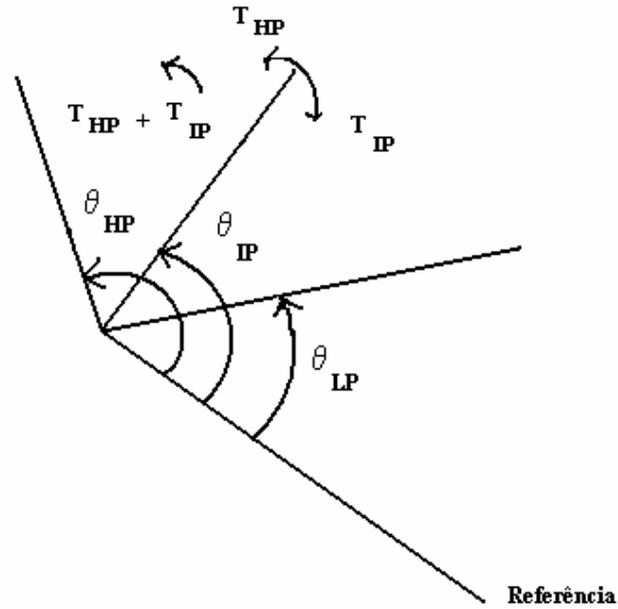


Figura 4.7 – Representação dos conjugados nos estágios do conjunto Turbina - Gerador.

Da figura 4.7, podemos verificar as seguintes relações:

$$T_{HP-IP} = K_{HP-IP} (\theta_{HP} - \theta_{IP}) \quad (4.42)$$

$$T_{IP} + T_{HP} = K_{IP-LP} (\theta_{HP} - \theta_{LP}) \quad (4.43)$$

$$\Delta T_{HP} = K_{HP-IP} (\Delta \theta_{HP} - \Delta \theta_{IP}) \quad (4.44)$$

$$\Delta (T_{IP} + T_{HP}) = K_{IP-LP} (\Delta \theta_{IP} - \Delta \theta_{LP}) \quad (4.45)$$

$$\Delta T_{IP} = 0 \quad (4.46)$$

Onde:

$HP, IP, LP$  – Índices relacionados às massas dos estágios de alta pressão, pressão intermediária e baixa pressão, respectivamente.

$T_{i-j}$  – Conjugado aplicado entre a massa  $i$  e a massa  $j$

$K_{i-j}$  – Constantes elásticas torcionais das seções do eixo que unem as massas  $i$  e  $j$ .

$\theta_{i-j}$  – Ângulos entre as massas  $i$  e  $j$  em relação a um referencial.

Analisando apenas a ação dos conjugados aplicados ao estágio  $i$ , conforme a figura 4.8 abaixo, podemos verificar as seguintes relações no equilíbrio do estágio  $i$ :

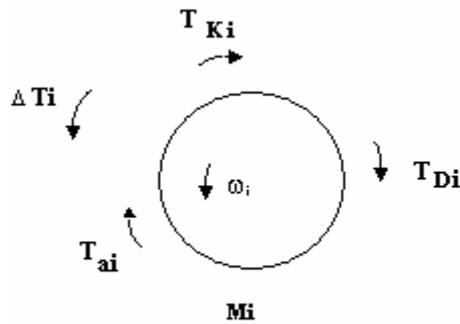


Figura 4.8 – Representação dos conjugados aplicados sobre o estágio  $i$  do eixo do conjunto Turbina - Gerador.

$$T_{ai} = M_i \frac{d\omega_i}{dt} = M_i \frac{d^2\Delta\theta_i}{dt^2} \quad (4.47)$$

$$T_{ai} + T_{Di} + \Delta T_{Ki} = \Delta T \quad (4.48)$$

onde:

$T_{ai}$  - conjugado de aceleração;

$\Delta T_i$  - variação do conjugado externo;

$\Delta T_{Ki}$  - variação do conjugado torcional;

$T_{Di}$  - conjugado de amortecimento

Podemos aplicar a relação 4.48 para os  $n$  estágios da turbina da seguinte forma:

$$\Delta T = [\Delta T_1, \Delta T_2, \dots, -\Delta T_G, \dots, \Delta T_n] \quad (4.49)$$

$$[M] \frac{d^2 \Delta \theta}{dt} + [D] \frac{d \Delta \theta}{dt} + [K] \Delta \theta = \Delta T \quad (4.50)$$

Fazendo  $\frac{d}{dt} = p$ , da referência [60], temos:

$$[\Delta T] = [M] p^2 \Delta \theta + [D] p \Delta \theta + [K] \Delta \theta \quad (4.51)$$

A equação matricial 4.51 é freqüentemente empregada na definição da dinâmica de oscilação torcional dos estágios do conjunto turbina – gerador.  $[M]$ ,  $[D]$  e  $[K]$  são, respectivamente, as matrizes de momento cinético (diagonal), de constante de amortecimento (tri-diagonal) e de constantes torcionais (tri-diagonal) do eixo. O vetor de ângulos  $\Delta \theta$  define a posição dos estágios durante as oscilações torcionais e  $[\Delta T]$  é o vetor de conjugados aplicados a estes estágios. Os amortecimentos mecânicos da matriz  $[D]$  para estas oscilações torcionais são, em geral, muito pequenos. Deste modo, os autovalores da matriz  $[A] = -[M]^{-1} \cdot [K]$  fornecem, com boa precisão, as freqüências naturais de oscilação torcional de cada seção do eixo do conjunto turbina – gerador.

Das referências [5] e [69], sabe-se que no limite de estabilidade das oscilações subsíncronas temos:

$$D = -\frac{f_e}{2f_m} \left( \frac{R}{R^2 + X^2} \right) \quad (4.52)$$

Onde:

$D$  – amortecimento elétrico

$$f_e = f_n - f_m ;$$

$f_n$  – frequência nominal do sistema elétrico;

$f_m$  – uma das frequências de oscilação do conjunto turbina – gerador;

$r_a$  – resistência de armadura da máquina síncrona;

$R_{rotor}$  – resistência rotórica na respectiva seqüência (+ ou -);

$R = (r_a + R_{rede} + R_{rotor})$  – resistência equivalente do sistema na respectiva seqüência (+ ou -);

$X$  - reatância equivalente do sistema na respectiva seqüência (+ ou -);

$(s^+ = -\frac{f_m}{f_e})$  - escorregamento de seqüência positiva;

$(s^- = \frac{f_m}{f_e})$  - escorregamento de seqüência negativa.

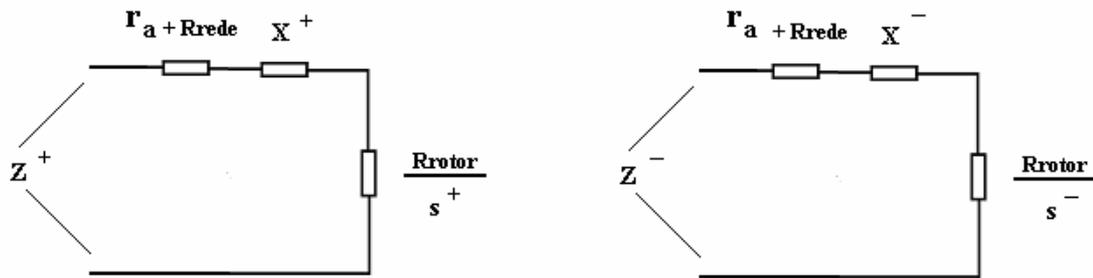


Figura 4.8 – Circuitos equivalentes (seqüência + / -) para análise do efeito da Interação Torcional.

A Interação Torcional pode ocorrer na seguinte condição [69]:

$$D^+ + D^- + D_{mec} < 0 \quad (4.53)$$

Onde:

$D^+$  - Amortecimento elétrico de seqüência positiva;

$D^-$  – Amortecimento elétrico de seqüência negativa;

$D_{mec}$  – Amortecimento mecânico.

#### 4.1.4 Torques Transitórios

Distúrbios na rede elétrica resultam numa modificação das frequências concorrentes do sistema, determinando correntes transitórias nas frequências naturais desse sistema. Em um sistema com compensação série pode ocorrer numa frequência  $f_{re}$ , frequência de ressonância do sistema elétrico. Neste caso, correntes subsíncronas de sequência positiva injetadas na armadura produzem uma força magnetomotriz girante na frequência de ressonância. Como o rotor gira numa velocidade correspondente à frequência síncrona  $f_s$ , que é maior que a frequência  $f_{re}$ , surgirá um conjugado subsíncrono na frequência  $f_s - f_{re}$  e cuja magnitude é proporcional à corrente subsíncrona da armadura. Desta forma, verifica-se que o conjugado de excitação é de mesma frequência que um dos modos naturais de torção do eixo do gerador, podendo originar um conjugado resultante bem maior que aquele que seria causado por um curto-circuito trifásico em um sistema similar não compensado. Este efeito é verificado principalmente em turbogeradores, devido ao baixo amortecimento mecânico oferecido a esses impactos torcionais.

## **4.2 Ferramentas de Análise da Ressonância Subsíncrona**

Nas referências [4], [5] e [67] são destacadas as ferramentas utilizadas para analisar o fenômeno da Ressonância Subsíncrona. Fazendo uma breve avaliação de cada método temos:

### a) Análise por Autovalores (análise modal)

Este método consiste na determinação e avaliação dos autovalores das equações linearizadas da rede elétrica e do conjunto eletromecânico turbina-gerador quando representados na forma de equações de variáveis de estado. Os autovalores são, de uma forma geral, números complexos nos quais a parte real e a parte imaginária representam o fator de amortecimento e a frequência natural de um dos modos de oscilação do sistema respectivamente. Da teoria de controle, da análise modal [67] e de [70], basta que uma das partes reais dos autovalores seja positiva para que o sistema seja

considerado instável naquele ponto de operação sob análise. Através de um exame cuidadoso, pode-se determinar os acréscimos de amortecimento mecânico e elétrico necessários para estabilizar o sistema. Isso é obtido calculando sucessivamente os autovalores após a alteração adequada dos parâmetros de maior interesse do sistema em estudo.

Esta técnica leva a resultados precisos. Entretanto, é necessário um esforço computacional elevado quando se analisa Sistemas de Potência de grande porte.

b) Análise por Varredura em Frequência (“Frequency Scan”)

Este método consiste na avaliação da impedância vista do rotor da máquina síncrona sob estudo, variando-se a frequência. Caso essa impedância apresente um valor de reatância negativo ou próximo de zero em uma determinada frequência, isto corresponderá a uma resistência negativa vista pelo rotor da máquina. Desta forma, é verificado o efeito do Gerador de Indução. Trata-se de um método eficiente e extensamente utilizado por empresas de energia elétrica. Neste método pode ser utilizado o programa EMTP (Electromagnetic Transient Program) para processar a varredura em frequência.

c) Análise no Domínio da Frequência

Este método aplica a técnica de Nyquist. Com base numa função de transferência do Sistema de Potência, é elaborada a resposta em frequência da rede elétrica em conjunto a uma representação dos geradores do sistema e seus respectivos eixos mecânicos. Este método engloba os efeitos de gerador de indução e interação torcional, bem como revela interações entre as máquinas caso elas existam. A aplicação deste método é uma ferramenta importante para avaliação do fenômeno de Ressonância Subsíncrona, porém a interpretação dos seus resultados não é tão simples como em outros métodos existentes.[62].

5

**ANÁLISE COMPUTACIONAL DO FENÔMENO DE  
RESSONÂNCIA SUBSÍNCRONA**

**5.1 Sistema elétrico sob estudo**

Os dados utilizados neste trabalho para representação do gerador síncrono, do eixo do conjunto turbina-gerador e do sistema elétrico estão indicados a seguir. A configuração do sistema elétrico analisado está indicada na Figura 5.1. Pode ser visualizada a modelagem do sistema elétrico por seus parâmetros série  $R_e$  e  $X_e$ , da compensação série  $X_c$  com um resistor de amortecimento  $R_c$  em paralelo e a conexão do sistema de transmissão à barra infinita com tensão  $E$ . Os dados do gerador hidráulico são parâmetros elétricos e mecânicos dos geradores da usina de Itaipu. Os conjuntos de dados para modelagem de dois turbogeradores são também considerados os parâmetros elétricos e mecânicos dos geradores da Usina de Angra dos Reis.

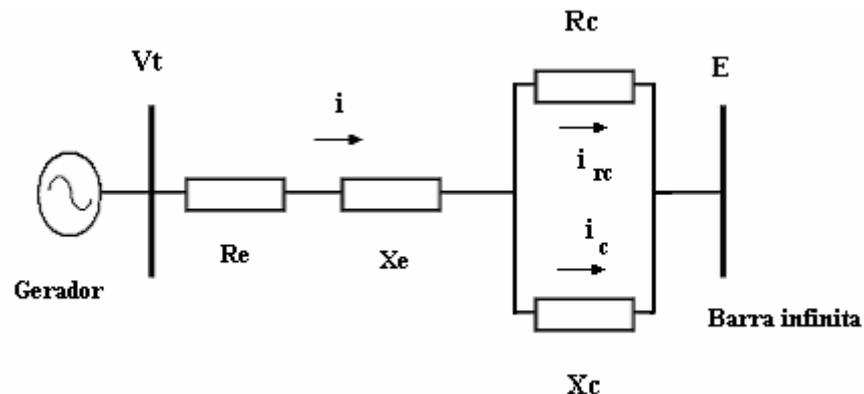


Figura 5.1 – Representação da rede elétrica e gerador sob estudo.

Onde:

$R_e$  – É a resistência externa do sistema;

$X_e$  – É a reatância externa do sistema;

$R_c$  – É a resistência em paralelo com reatância capacitiva em série;

$X_c$  – É a reatância capacitiva da compensação série;

$V_T$  – Tensão terminal da máquina síncrona;

$E$  – Tensão da barra infinita.

## 5.2 Características da rede elétrica e geradores síncronos

Os dados elétricos dos geradores em estudo e da rede elétrica seguem nas tabelas 5.1 a 5.4 a seguir. Para o gerador hidráulico os parâmetros pertencem a um dos geradores da Usina de Itaipu 60 Hz e os parâmetros para os turbogeradores referem-se aos geradores das Usinas de Angra 1 e 2, respectivamente.

### 5.2.1 Dados do hidrogerador

<b>Símbolo</b>	<b>Reatância (pu)</b>	<b>Símbolo</b>	<b>Constantes de tempo (em s)</b>
<b><math>X_L</math></b>	<b>0,12</b>	<b><math>T'_{do}</math></b>	<b>7,6</b>
<b><math>X_d</math></b>	<b>0,90</b>	<b><math>T''_{do}</math></b>	<b>0,09</b>
<b><math>X'_d</math></b>	<b>0,30</b>	<b><math>T'_{qo}</math></b>	–
<b><math>X''_d</math></b>	<b>0,24</b>	<b><math>T''_{qo}</math></b>	<b>0,19</b>
<b><math>X_q</math></b>	<b>0,68</b>		
<b><math>X'_q</math></b>	–		
<b><math>X''_q</math></b>	<b>0,27</b>		
<b><math>R_a</math></b>	<b>0,00334</b>		

Tabela 5.1 – Dados de hidrogerador, representativos das máquinas de Itaipu 60Hz, 700MVA.

5.2.2 Dados do turbogerador no.1

Símbolo	Reatância (pu)	Símbolo	Constantes de tempo (em s)
$X_L$	0,266	$T'_{do}$	5,62
$X_d$	1,72	$T''_{do}$	0,06
$X'_d$	0,49	$T'_{qo}$	0,63
$X''_d$	0,34	$T''_{qo}$	0,06
$X_q$	1,68		
$X'_q$	0,65		
$X''_q$	0,34		
$R_a$	0,0025		

Tabela 5.2 – Dados do turbogerador 1, representativos das máquinas de Angra I, 60Hz, 760MVA

5.2.3 Dados do turbogerador no.2

Símbolo	Reatância (pu)	Símbolo	Constantes de tempo (em s)
$X_L$	0,277	$T'_{do}$	6,4
$X_d$	1,64	$T''_{do}$	0,043
$X'_d$	0,344	$T'_{qo}$	0,202
$X''_d$	0,278		
$X_q$	1,61		
$X''_q$	0,279		
$R_a$	0,00151		

Tabela 5.3 – Dados do turbogerador 2, representativos da máquina de Angra II, 60 Hz, 1380MVA

5.2.3 Dados da rede elétrica associada ao gerador sob estudo

$R_e$	0,05
$X_e$	0,60

Tabela 5.4 – Dados da rede elétrica associada aos geradores.

Onde:

$R_e$  – É a resistência externa do sistema;

$X_e$  – É a reatância externa do sistema.

**5.3 Características mecânicas dos eixos dos geradores em estudo**

5.3.1 Eixo rígido e inércia finita

Na tabela 5.5 são apresentados os dados mecânicos utilizados na representação do eixo do hidrogerador em estudo:

<b>Massa</b>	<b>H - Inércia (em segundos)</b>	<b>Seção do Eixo</b>	<b>Elasticidade K (em pu - Torque/rad)</b>
<b>Turbina</b>	<b>0,183</b>		
		<b>Ger - Tur</b>	<b>6,152</b>
<b>Gerador</b>	<b>4,879</b>		

Tabela 5.5 – Dados do acoplamento do hidrogerador em estudo .

5.3.2 Eixo elástico

5.3.2.1 Modelo do eixo do turbogerador no.1

Nas tabelas 5.6 e 5.7 são apresentados os dados para representação do eixo de um primeiro turbogerador.

<b>Massa</b>	<b>H – Inércia (em segundos)</b>	<b>Seção do Eixo</b>	<b>Elasticidade K (em pu - Torque/rad)</b>
<b>Turbina HP</b>	<b>0,1741</b>		
		<b>HP – IP</b>	<b>14,33</b>
<b>Turbina IP</b>	<b>1,4730</b>		
		<b>IP – LP</b>	<b>20,08</b>
<b>Turbina LP</b>	<b>1,4860</b>		
		<b>LP - Gerador</b>	<b>28,54</b>
<b>Gerador</b>	<b>0,0258</b>		

Tabela 5.6 – Dados mecânicos do eixo do conjunto turbina-gerador do turbogerador no. 1.

<b>Massa</b>	<b>D - Amortecimento (em pu)</b>	<b>Dij - Amort. mútuo (em pu)</b>
<b>Turbina HP</b>	<b>0,1376</b>	
		<b>0,00475</b>
<b>Turbina IP</b>	<b>0,1599</b>	
		<b>0,02382</b>
<b>Turbina LP</b>	<b>0,1599</b>	
		<b>0,03697</b>
<b>Gerador</b>	<b>0,1099</b>	

Tabela 5.7 – Constantes de amortecimento do eixo do turbogerador no.1

5.3.2.2 Modelo do eixo do turbogerador 2

Nas tabelas 5.8 e 5.9 são apresentados os dados para representação do eixo de um segundo turbogerador.

<b>Massa</b>	<b>H - Inércia (em segundos)</b>	<b>Seção do Eixo</b>	<b>Elasticidade K (em pu - Torque/rad)</b>
<b>Turbina HP</b>	<b>0,1741</b>		
		<b>HP - IP</b>	<b>14,33</b>
<b>Turbina IP</b>	<b>1,4730</b>		
		<b>IP - LP</b>	<b>20,08</b>
<b>Turbina LP</b>	<b>1,4860</b>		
		<b>LP - GER</b>	<b>28,54</b>
<b>Gerador</b>	<b>0,0258</b>		

Tabela 5.8 – Dados mecânicos do conjunto turbina – gerador da turbogerador no.2.

<b>Massa</b>	<b>D - Amortecimento (em pu)</b>	<b>Dij - Amort. mútuo (em pu)</b>
<b>Turbina HP</b>	<b>0,1376</b>	
		<b>0,00475</b>
<b>Turbina IP</b>	<b>0,1599</b>	
		<b>0,02382</b>
<b>Turbina LP</b>	<b>0,1599</b>	
		<b>0,03697</b>
<b>Gerador</b>	<b>0,1099</b>	

Tabela 5.9 – Constantes de amortecimento do eixo do turbogerador no. 2.

#### **5.4 Metodologia de análise e o programa desenvolvido**

A análise de Ressonância Subsíncrona pode ser feita convencionalmente por simulação no tempo utilizando-se programas de simulação de transitórios eletromagnéticos. A desvantagem da utilização de programas de simulação no tempo é que para obtenção de diversas informações relevantes sobre o sistema é necessário um grande número de simulações e um elevado esforço de interpretação de resultados. Por outro lado, a análise linear permite uma série de informações estruturais do sistema de forma direta e indireta. As seguintes informações podem ser obtidas a partir da análise linear:

- Identificação das características dos modos torcionais, identificando como oscilam as massas do conjunto turbina-gerador para cada modo, a partir dos mode shapes (gráficos dos autovalores à direita no plano complexo);
- Determinação das ressonâncias da rede que interagem com os modos torcionais e os elementos que produzem estas ressonâncias;
- Determinação dos modos de oscilação críticos, parâmetros que os influenciam e eficácia de medidas corretivas para evitar a Ressonância Subsíncrona;
- Projeto de malhas de controle utilizando técnicas de resposta em frequência, lugar das raízes e sensibilidades;
- Determinação das componentes modais mais participantes na Ressonância Subsíncrona.

Neste trabalho foi desenvolvido um programa computacional para analisar o fenômeno da Ressonância Subsíncrona na linguagem Fortran. O método utilizado baseia-se na análise do comportamento do sistema a pequenas perturbações, isto é, na determinação dos autovalores da matriz de estado deste sistema obtida após a linearização das equações que representam a sua dinâmica [65] e [74].

## 5.5 Simulações

### 5.5.1 Eixo rígido e inércia infinita

Considerar como rígido o acoplamento mecânico turbina – gerador e inércia infinita de todos os estágios do eixo faz com que seja eliminada a reflexão de frequência naturais de oscilação do eixo na rede elétrica [73]. Desta forma, é avaliado apenas o efeito do gerador de indução.

#### 5.5.1.1 – Simulação 1 - Turbogenerador no.1

##### Condições operativas:

$$P = 1,0 \text{ pu,}$$

$$V_T = 1,0 \text{ pu}$$

$$E = 1,0 \text{ pu,}$$

$$X_C = 0,3 \text{ pu (Sistema estável)}$$

Neste caso não é verificada a possibilidade de ocorrência da auto-excitação com o nível de compensação série considerado. Os autovalores característicos da matriz de estado do sistema são encontrados na tabela 5.10 a seguir:

Parte real $s^{-1}$	Parte imaginária rd/s	Amortecimento relativo	Frequência Hz
-0,103196D+02	0,546848D+03	0,188676D-01	0,870336D+02
-0,103196D+02	-0,546848D+03	0,188676D-01	0,870336D+02
-0,569985D+01	0,205815D+03	0,276834D-01	0,327565D+02
-0,569985D+01	-0,205815D+03	0,276834D-01	0,327565D+02
-0,299002D+02	0,000000D+00	0,100000D+01	0,000000D+00
-0,127125D+02	0,000000D+00	0,100000D+01	0,000000D+00
-0,110353D+01	0,000000D+00	0,100000D+01	0,000000D+00
-0,287764D+00	0,000000D+00	0,100000D+01	0,000000D+00

Tabela 5.10 – Lista de autovalores do sistema considerando  $X_c = 0,3 \text{ pu}$

Comentários: Neste caso, em razão da inércia infinita, fica eliminada a frequência eletromecânica de oscilação característica do problema de estabilidade sistêmica. Vemos ainda a frequência subsíncrona de 32,7565 Hz, complementar da frequência de  $60 - 32,7565 = 27,2435$  Hz. A frequência de 27,2435 Hz é característica da interação entre as indutâncias da rede e a capacitância associada à compensação série utilizada. O outro autovalor apresentado têm a frequência supersíncrona, como visto do rotor da máquina. Enquanto o modo subsíncrono apresenta a frequência 32,7565 Hz como visto do rotor, o modo supersíncrono apresenta (também como visto do rotor), a frequência de 87,0336 Hz. As duas frequências somam, aproximadamente, 120 Hz. Os autovalores reais representam a resposta natural não oscilatória associada ao enrolamento de campo, enrolamentos amortecedores e resistência paralela ao capacitor série. Todos os modos de resposta são estáveis.

5.5.1.2 – Simulação 2 – Turbogenerador no.1

Condições operativas:

$P = 1,0$  pu,

$V_T = 1,0$  pu

$E = 1,0$  pu,

$X_C = 0,63021$  pu (sistema estável, no limiar de estabilidade)

Parte real $s^{-1}$	Parte imaginária rd/s	Amortecimento relativo	Frequência Hz
-0,108285D+02	0,624304D+03	0,173424D-01	0,993611D+02
-0,108285D+02	-0,624304D+03	0,173424D-01	0,993611D+02
-0,241873D-03	0,123757D+03	0,195442D-05	0,196965D+02
-0,241873D-03	-0,123757D+03	0,195442D-05	0,196965D+02
-0,408853D+02	0,000000D+00	0,100000D+01	0,000000D+00
-0,121680D+02	0,000000D+00	0,100000D+01	0,000000D+00
-0,100554D+01	0,000000D+00	0,100000D+01	0,000000D+00
-0,326434D+00	0,000000D+00	0,100000D+01	0,000000D+00

Tabela 5.11 – Tabela com resultados considerando  $X_c = 0,63021$  pu

Comentários: Neste caso, em razão da inércia infinita, fica novamente eliminada a frequência eletromecânica de oscilação característica do problema de estabilidade sistêmica. Em razão da compensação série aumentada de 0,30 para 0,63021, a frequência subsíncrona aumenta de 27,2435 Hz para 40,3035 Hz, que é a frequência complementar da frequência 19,6965 Hz. A frequência de 40,3035 Hz é característica da interação entre as indutâncias da rede e a nova capacitância associada à compensação série utilizada (0,63021). O modo supersíncrono aparece também na relação de autovalores (99,3611 Hz). Neste caso, a compensação série especificada ( $X_C = 0,63021 pu$ ) conduz a uma situação de limiar de estabilidade para o modo subsíncrono (observar o amortecimento do autovalor muito reduzido, porém ainda positivo ( $s = -0,000242 + 123,8j$ )). Os autovalores reais representam a resposta natural não oscilatória associada ao enrolamento de campo, enrolamentos amortecedores e resistência paralela ao capacitor série. Todos os modos de resposta são estáveis.

#### 5.5.1.3 – Simulação 3 – Turbogenerador no. 1

##### Condições operativas:

$$P = 1,0 pu,$$

$$V_T = 1,0 pu$$

$$E = 1,0 pu,$$

$$X_C = 0,63022 pu \text{ (Sistema instável, no limiar da estabilidade)}$$

Os autovalores do sistema são encontrados na tabela 5.12 a seguir:

Novamente, verifica-se que o efeito de gerador de indução está relacionado ao modo subsíncrono da rede elétrica, visto que os efeitos de interação torcional estão desprezados na simulação com inércia infinita.

Parte real s <sup>-1</sup>	Parte imaginária rd/s	Amortecimento relativo	Frequência Hz
-0,108286D+02	0,624306D+03	0,173423D-01	0,993615D+02
-0,108286D+02	-0,624306D+03	0,173423D-01	0,993615D+02
0,461428D-04	0,123755D+03	-0,372857D-06	0,196962D+02
0,461428D-04	-0,123755D+03	-0,372857D-06	0,196962D+02
-0,408859D+02	0,000000D+00	0,100000D+01	0,000000D+00
-0,121680D+02	0,000000D+00	0,100000D+01	0,000000D+00
-0,100553D+01	0,000000D+00	0,100000D+01	0,000000D+00
-0,326435D+00	0,000000D+00	0,100000D+01	0,000000D+00

Tabela 5.12 – Tabela com resultados considerando  $X_c = 0,63022$  pu

Comentários: Neste caso, em razão da inércia infinita, fica novamente eliminada a frequência eletromecânica de oscilação característica do problema de estabilidade sistêmica. Em razão da compensação série aumentada de 0,63021 para 0,63022, a frequência subsíncrona é praticamente a mesma do caso anterior (40,3035 Hz, que é a frequência complementar da frequência 19,6965 Hz). Neste caso, o aumento desprezível (0,00001 pu) aplicado à compensação série serviu para instabilizar este modo subsíncrono, com o amortecimento reduzido passando agora para o lado negativo ( $s = 0,0000461 + 123,8j$ )

#### 5.5.1.4 – Simulação 4 – Turbogenerador no. 1

Condições operativas:

$$P = 1,0 \text{ pu,}$$

$$V_T = 1,0 \text{ pu}$$

$$E = 1,0 \text{ pu,}$$

$$X_C = 0,90 \text{ pu (Sistema instável)}$$

Verifica-se que o efeito de gerador de indução está relacionado ao modo subsíncrono da rede elétrica, visto que os efeitos de interação torcional estão desprezados na simulação com inércia infinita. Os autovalores do sistema são

encontrados na tabela 5.13 a seguir:

Parte real s <sup>-1</sup>	Parte imaginária rd/s	Amortecimento relativo	Frequência Hz
-0,111240D+02	0,673359D+03	0,165179D-01	0,107168D+03
-0,111240D+02	-0,673359D+03	0,165179D-01	0,107168D+03
0,127339D+02	0,700986D+02	-0,178732D+00	0,111565D+02
0,127339D+02	-0,700986D+02	-0,178732D+00	0,111565D+02
-0,663840D+02	0,000000D+00	0,100000D+01	0,000000D+00
-0,116012D+02	0,000000D+00	0,100000D+01	0,000000D+00
-0,891940D+00	0,000000D+00	0,100000D+01	0,000000D+00
-0,385636D+00	0,000000D+00	0,100000D+01	0,000000D+00

Tabela 5.13 – Tabela com resultados considerando  $X_c = 0,9$  pu

Comentários: Neste caso, em razão da inércia infinita, fica novamente eliminada a frequência eletromecânica de oscilação característica do problema de estabilidade sistêmica. Em razão da compensação série aumentada de 0,63021 para 0,90, a frequência elétrica subsíncrona aumenta ainda mais, de 40,3035 Hz para 48,8435 Hz, que é a frequência complementar da frequência 11,1565 Hz. A frequência de 48,8435 Hz é característica da interação entre as indutâncias da rede e a nova capacitância associada à compensação série utilizada ( $X_c = 0,90$ ). Observamos ainda a instabilidade deste modo elétrico subsíncrono, sujeito ao efeito de gerador de indução, com a resistência equivalente do rotor referida ao estator apresentando valor negativo elevado ( $R_{eq}/s$ ), já que a compensação série elevada resulta em escorregamento relativamente baixo. O valor do escorregamento  $s$  neste caso vale  $s = (u' - 1)/u' = -0.228$ , onde  $u' = \omega_{nat} / \omega_s = (60 - 11,1565)/60 = 0,814$ . O modo supersíncrono aparece também na relação de autovalores (107,168 Hz).  $R_{eq} = R_a + R_e = 0,0025 + 0,050 = 0.0525$  pu.

**5.5.2 - Simulação 1 – Hidrogerador - Eixo rígido e inércia finita**

Considerar novamente o eixo rígido para este caso, mas agora a inércia será considerada finita, no valor igual à soma das inércias dos dois estágios da turbina hidráulica considerada ( $H = 5,062 s$ ).

Os autovalores do sistema são encontrados na tabela 5.14 a seguir. A compensação série está fixada em  $X_C = 0,40 pu$

**Autovalores**

Parte real $s^{-1}$	Parte imaginária rd/s	Amortecimento relativo	Frequência Hz
-0,311608D+00	0,000000D+00	0,100000D+01	0,000000D+00
-0,657736D+00	0,000000D+00	0,100000D+01	0,000000D+00
-0,308363D+00	0,284593D+01	0,107722D+00	0,452944D+00
-0,308363D+00	-0,284593D+01	0,107722D+00	0,452944D+00
-0,123799D+02	0,000000D+00	0,100000D+01	0,000000D+00
-0,123799D+02	0,000000D+00	0,100000D+01	0,000000D+00
-0,519660D+02	0,120012D+03	0,397355D+00	0,191005D+02
-0,519660D+02	-0,120012D+03	0,397355D+00	0,191005D+02
-0,532458D+02	-0,633364D+03	0,837727D-01	0,100803D+03
-0,532458D+02	0,633364D+03	0,837727D-01	0,100803D+03

Tabela 5.14 – Tabela com resultados considerando  $X_c = 0,4 pu$  e eixo com uma massa

Comentários: Neste caso, em razão da inércia finita, podemos observar a presença do modo eletromecânico de oscilação. Este modo caracteriza a estabilidade sistêmica (0,452944 Hz) e se apresenta com amortecimento positivo, apesar do despacho de potência  $P_e = 1,0 pu$ . Isto pode estar ocorrendo em razão da consideração de controle manual de excitação. Com a compensação série considerada ( $X_C = 0,4 pu$ ), a frequência elétrica sub-síncrona como vista do estator do gerador é igual a 40,8995 Hz ( $60 - 19,1005$ ), se apresenta com amortecimento positivo. A frequência subsíncrona apresenta amortecimento positivo, o que

caracteriza condição de estabilidade também para este modo de resposta natural.

5.5.3 - Simulação 1 – Hidrogerador - Eixo elástico com 2(duas) massas

Condições operativas:

$$P = 1,0 \text{ pu}, V_T = 1,0 \text{ pu}, E = 1,0 \text{ pu}, X_C = 0,40 \text{ pu}$$

Neste caso não é verificada a ocorrência de problemas quanto a interação torcional ou efeito de gerador de indução.

Comentários: Os autovalores do sistema são encontrados na tabela 5.15 adiante. A representação gráfica do mode-shape do modo torcional (modo 1, de frequência 12,905 Hz) e do modo eletromecânico (modo 0, de frequência 0,477747 Hz) é evidente, como indicado na figura 5.2, a seguir. Para o modo 1, observamos o deslocamento unitário relativo da massa do estágio 1 em relação à massa do estágio 2, enquanto para o modo 0 (modo de interação gerador – rede elétrica) não há, naturalmente, qualquer deslocamento torcional.

Em resumo, neste caso temos a presença do modo eletromecânico de frequência 0,477747 Hz, do modo subsíncrono torcional de frequência 19,0978 Hz, em relação ao rotor, do modo supersíncrono de frequência 100,80 Hz também em relação ao rotor e do modo elétrico de interação gerador – rede elétrica, de frequência 12,9058 Hz.

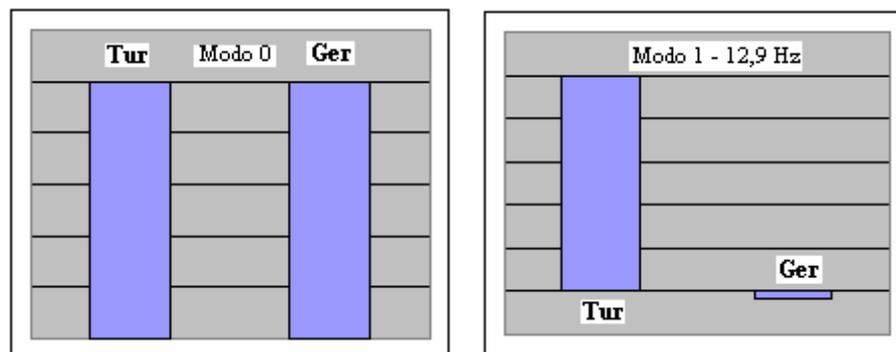


Figura 5.2 –Representação gráfica do mode shape do eixo do conjunto turbina-gerador.

Parte real s <sup>-1</sup>	Parte imaginária rd/s	Amortecimento relativo	Frequência Hz
-0,336461D+00	-0,300178D+01	0,111390D+00	0,477747D+00
-0,336461D+00	0,300178D+01	0,111390D+00	0,477747D+00
-0,123577D+02	0,000000D+00	0,100000D+01	0,000000D+00
-0,123577D+02	0,000000D+00	0,100000D+01	0,000000D+00
-0,262918D+01	0,000000D+00	0,100000D+01	0,000000D+00
-0,266441D+00	0,000000D+00	0,100000D+01	0,000000D+00
-0,117448D-02	0,810897D+02	0,144837D-04	0,129058D+02
-0,117448D-02	-0,810897D+02	0,144837D-04	0,129058D+02
-0,519594D+02	0,119995D+03	0,397360D+00	0,190978D+02
-0,519594D+02	-0,119995D+03	0,397360D+00	0,190978D+02
-0,532451D+02	0,633365D+03	0,837715D-01	0,100803D+03
-0,532451D+02	-0,633365D+03	0,837715D-01	0,100803D+03

Tabela 5.15 – Tabela com resultados considerando Xc = 0,4 pu e eixo com duas massas

**5.5.4 - Simulações com o turbo gerador no.1**

**5.5.4.1 - Simulação 1 – Turbogenerador no.1 - Eixo elástico com 4 massas**

Os autovalores da matriz  $[A] = - [M]^{-1} \cdot [K]$  fornecem, com boa precisão, as frequências naturais de oscilação torcional de cada seção do eixo do conjunto turbina – gerador. Onde  $[M]$  e  $[K]$  são, respectivamente, as matrizes de momento cinético (diagonal) e de constantes torcionais (tri-diagonal) do eixo. Com o eixo do conjunto turbina-gerador possuindo quatro estágios, neste caso, temos 3(três) frequências naturais torcionais, como indicado abaixo na tabela 5.16.

Frequências Naturais (Hz)	
<b>f<sub>1</sub></b>	9,480
<b>f<sub>2</sub></b>	17,059
<b>f<sub>3</sub></b>	21,210

Tabela 5.16 – Frequências naturais dos modos torcionais do turbogenerador no. 1

A representação gráfica do mode-shape dos 4(quatro) modos envolvidos, o modo zero e os três modos torcionais acima referidos é evidente, é indicada na figura 5.3, a seguir.

Comentários: O “mode-shape” é formado pelas componentes dos autovetores a direita, nas posições das variáveis de interesse [67]. A inspeção dos mode-shapes revela que o modo de frequência 9,5 Hz se manifesta na forma de maiores desvios angulares do estágio de alta pressão da turbina (HP), que o modo de frequência 17,5 Hz se manifesta na forma de maiores desvios angulares do estágio do gerador (GER) e que o modo de frequência 21,2 Hz se manifesta na forma de maiores desvios também do estágio de alta pressão. É oportuno observar, entretanto, que as solicitações torcionais são resultantes dos desvios relativos entre os estágios vizinhos. Desta forma, podemos prever maiores solicitações torcionais na seção de eixo entre o estágio de alta pressão e o estágio de pressão intermediária relativamente aos desvios angulares na frequência de 21,2 Hz e na seção de eixo entre o estágio de baixa pressão e o estágio do gerador para os desvios na frequência de 9,5 Hz. A possibilidade de ocorrência da ressonância subsíncrona com danos às seções do eixo da máquina está intimamente relacionada aos amortecimentos verificados nestes modos.

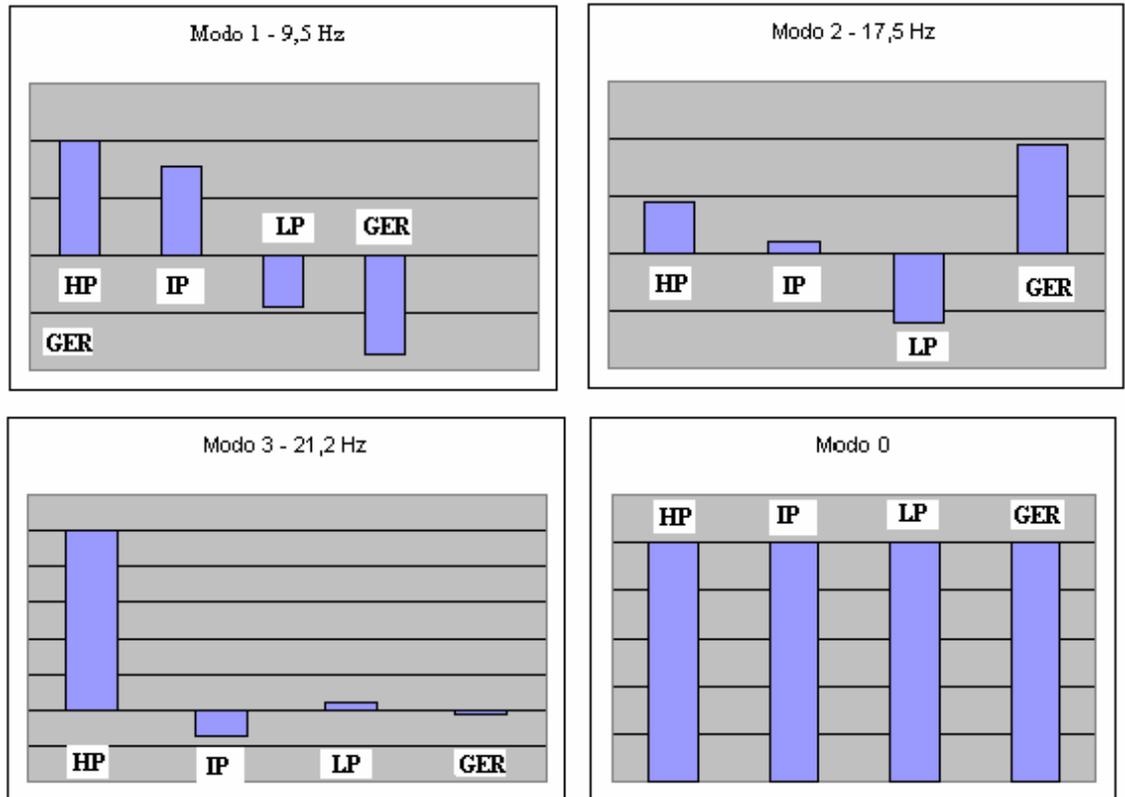


Figura 5.3 – Representação gráfica dos modos torcionais do eixo do conjunto turbina gerador do turbogerador no. 1.

*5.5.4.2 - Simulação 2 – Turbogenerador no.1 – com amortecimento mecânico desprezado – eixo com 4 estágios*

Condições operativas:

$$P_e = 1,0 \text{ pu}, V_T = 1,0 \text{ pu}, E = 1,0 \text{ pu} \text{ e } X_c = 0 \text{ pu}$$

Desprezando os coeficientes de amortecimento mecânico próprios e mútuos dos estágios e entre estágios do eixo do turbogerador no. 1, podemos visualizar melhor o efeito de interação torcional entre a frequência elétrica e as frequências mecânicas do eixo. Isto corresponde a se desprezar os amortecimentos modais, o que iria determinar maiores amplitudes de oscilação nas frequências torcionais ou até oscilações não amortecidas.

Comentários: Na tabela 5.17, abaixo, temos os autovalores do sistema considerando a condição referida de compensação série nula e a anulação

dos coeficientes de amortecimento referidos. Podemos ver que os autovalores nas frequências de 21,2 Hz e 17,5 Hz possuem parte real positiva o que indicaria claramente a instabilidade por ressonância subsíncrona para estes modos, na hipótese de anulação dos amortecimentos modais. As partes reais destes autovalores são muito pequenas e podem, naturalmente, ser compensadas pelo amortecimento modal natural das massas, evitando o efeito adverso da interação modal nestes casos. Portanto, para a ocorrência real de instabilidade por ressonância subsíncrona, o amortecimento negativo associado à interação modal deve superar o amortecimento modal para o modo em exame.

Quanto ao modo de instabilidade eletromecânica de interação turbogerador no.1 – sistema elétrico, vemos que ele apresenta amortecimento positivo na frequência 0,8567 Hz.

Parte real s <sup>-1</sup>	Parte imaginária rd/s	Amortecimento relativo	Frequência Hz
-0,119371D-11	0,376991D+03	0,316642D-14	0,600000D+02
-0,119371D-11	-0,376991D+03	0,316642D-14	0,600000D+02
-0,178822D+02	0,376702D+03	0,474170D-01	0,599540D+02
-0,178822D+02	-0,376702D+03	0,474170D-01	0,599540D+02
0,902761D-03	0,133303D+03	-0,677225D-05	0,212158D+02
0,902761D-03	-0,133303D+03	-0,677225D-05	0,212158D+02
0,226714D-01	0,111592D+03	-0,203163D-03	0,175604D+02
0,226714D-01	-0,111592D+03	-0,203163D-03	0,175604D+02
-0,101206D-01	0,599768D+02	0,168741D-03	0,954560D+01
-0,101206D-01	-0,599768D+02	0,168741D-03	0,954560D+01
-0,250290D+02	0,000000D+00	0,100000D+01	0,000000D+00
-0,132704D+02	0,000000D+00	0,100000D+01	0,000000D+00
-0,270936D+00	-0,538257D+01	0,502723D-01	0,856662D+00
-0,270936D+00	0,538257D+01	0,502723D-01	0,856662D+00
-0,129873D+01	0,000000D+00	0,100000D+01	0,000000D+00
-0,165329D+00	0,000000D+00	0,100000D+01	0,000000D+00

Tabela 5.17 – Autovalores do sistema eletromecânico rede elétrica – turbogerador para  $X_c = 0$ , sem amortecimentos mecânicos.

**5.5.4.3 – Simulação 3 – Turbogenerador no.1 – com amortecimento mecânico incluído**

**Condições operativas:**

Gerador com  $P = 1,0$  pu,  $V_T = 1,0$  pu,  $E = 1,0$  pu e  $X_c = 0$ ,

**Comentários:** Quando os amortecimentos mecânicos modais são incluídos, haverá, naturalmente, necessidade de maior interação modal para a ocorrência do fenômeno de ressonância subsíncrona. Na tabela 5.18, abaixo, temos os autovalores do sistema considerando uma compensação série nula e incluídos os amortecimentos das massas. Verifica-se que não há autovalores com parte real positiva, indicando que as interações modais não foram suficientemente severas para instabilizar os modos mecânicos torcionais.

Parte real s <sup>-1</sup>	Parte imaginária rd/s	Amortecimento relativo	Frequência Hz
-0,517275D+01	0,376991D+03	0,137211D-03	0,600000D+02
-0,517275D+01	-0,376991D+03	0,137211D-03	0,600000D+02
-0,178822D+02	0,376702D+03	0,474170D-01	0,599540D+02
-0,178822D+02	-0,376702D+03	0,474170D-01	0,599540D+02
-0,177194D+00	0,133303D+03	0,132926D-02	0,212158D+02
-0,177194D+00	-0,133303D+03	0,132926D-02	0,212158D+02
-0,156598D-01	0,111592D+03	0,140331D-03	0,175604D+02
-0,156598D-01	-0,111592D+03	0,140331D-03	0,175604D+02
-0,503748D-01	0,599768D+02	0,839904D-03	0,954561D+01
-0,503748D-01	-0,599768D+02	0,839904D-03	0,954561D+01
-0,250273D+02	0,000000D+00	0,100000D+01	0,000000D+00
-0,132711D+02	0,000000D+00	0,100000D+01	0,000000D+00
-0,301372D+00	0,538085D+01	0,559205D-01	0,856390D+00
-0,301372D+00	-0,538085D+01	0,559205D-01	0,856390D+00
-0,129905D+01	0,000000D+00	0,100000D+01	0,000000D+00
-0,165298D+00	0,000000D+00	0,100000D+01	0,000000D+00

Tabela 5.18 – Autovalores do sistema eletromecânico rede elétrica – turbogenerador para  $X_c = 0$ , com amortecimentos mecânicos incluídos.

**5.5.4.4 – Simulação 4 – Turbogenerador no.1 – com amortecimento mecânico incluído –  $X_c = 0,39$  pu (sistema instável)**

**Condições operativas:**

Gerador com  $P = 1,0$  pu,  $V_T = 1,0$  pu,  $E = 1,0$  pu e  $X_C = 0,39$  pu

Conhecendo-se o valor da reatância capacitiva série  $X_C$ , podemos estimar a frequência elétrica de interação gerador – rede elétrica da seguinte forma:  $f_{nat} / f_s = \sqrt{X_C / X_L}$ , onde  $X_L$  representa a soma da reatância da rede com a reatância subtransitória (utilizou-se a média entre as reatâncias subtransitórias de eixo direto e em quadratura) e  $X_C$  a reatância capacitiva do capacitor.

Os autovalores do sistema são encontrados na tabela 5.19, seguinte:

Parte real $s^{-1}$	Parte imaginária rd/s	Amortecimento relativo	Frequência Hz
-0,367932D+01	0,621975D+01	0,590512D+00	0,989901D+00
-0,367932D+01	-0,621975D+01	0,590512D+00	0,989901D+00
-0,117658D+01	0,000000D+00	0,100000D+01	0,000000D+00
-0,101663D+01	0,000000D+00	0,100000D+01	0,000000D+00
-0,128466D+02	0,000000D+00	0,100000D+01	0,000000D+00
-0,291151D+02	0,000000D+00	0,100000D+01	0,000000D+00
-0,778014D+01	-0,596140D+02	0,129411D+00	0,948787D+01
-0,778014D+01	0,596140D+02	0,129411D+00	0,948787D+01
-0,123937D+02	-0,107452D+03	0,114582D+00	0,175015D+02
-0,123937D+02	0,107452D+03	0,114582D+00	0,175015D+02
0,227882D+00	-0,133264D+03	-0,171000D-02	0,212096D+02
0,227882D+00	0,133264D+03	-0,171000D-02	0,212096D+02
-0,425671D+02	-0,136176D+03	0,298352D+00	0,216176D+02
-0,425671D+02	0,136176D+03	0,298352D+00	0,216176D+02
-0,482113D+02	-0,671251D+03	0,778851D-01	0,982185D+02
-0,482113D+02	0,671251D+03	0,778851D-01	0,982185D+02

Tabela 5.19 – Autovalores do sistema eletromecânico rede elétrica – turbogenerador

para  $X_c = 0,39$  pu, com amortecimentos mecânicos incluídos.

Comentários: Vamos considerar os dados da rede elétrica e lembrar que as frequências de oscilação das massas dos estágios do eixo do turbogerador no. 1 são  $f_{eixo-1} = 9,5$  Hz,  $f_{eixo-2} = 17,5$  Hz e  $f_{eixo-3} = 21,2$  Hz. Definindo o desempenho do sistema elétrico de modo a haver coincidência entre o complemento do modo elétrico subsíncrono e o modo torcional do eixo na frequência de 21,2 Hz, teremos aproximadamente a seguinte restrição para definição da compensação série:

$$X_c = X_L \left(1 - \frac{f_{re}}{f}\right)^2 = (0,6 + 0,34) \left(1 - \frac{21,2}{60}\right)^2 = 0,39 \text{ pu}$$

Verificamos na tabela 5.18 que o modo de 21,2 Hz se apresenta, para esta compensação capacitiva, levemente instável, com um amortecimento relativo negativo de 0,00171.

5.5.4.5 – Simulação 5 – Turbogenerador no.1 – com amortecimento mecânico incluído –  $X_c = 0,35$  pu (sistema estável)

Condições operativas:

Gerador com  $P = 1,0$  pu,  $V_T = 1,0$  pu,  $E = 1,0$  pu e  $X_c = 0,35$  pu

Comentários: Comparando este caso com o caso anterior e, considerando agora a redução do valor de compensação série de 0,39 pu para 0,35 pu, observamos que a redução de  $X_c$  indicada já é suficiente para tornar positivo o amortecimento relativo do modo de 21,21 Hz, e que assume agora o valor relativo  $\zeta = 0,0000406$ . Portanto, o valor do limite de estabilidade em termos de  $X_c$ , para a resistência total de estator  $R_a + R_e$ , neste caso se situa entre 0,35 e 0,39 pu. Na tabela 5.20, temos os autovalores do sistema considerando  $X_c = 0,35$  pu.

<b>Parte real s<sup>-1</sup></b>	<b>Parte imaginária rd/s</b>	<b>Amortecimento relativo</b>	<b>Frequência Hz</b>
-0,103922D+02	0,560642D+03	0,185332D-01	0,892289D+02
-0,103922D+02	-0,560642D+03	0,185332D-01	0,892289D+02
-0,484959D+01	0,191738D+03	0,252847D-01	0,305161D+02
-0,484959D+01	-0,191738D+03	0,252847D-01	0,305161D+02
-0,541131D-02	0,133292D+03	0,405974D-04	0,212141D+02
-0,541131D-02	-0,133292D+03	0,405974D-04	0,212141D+02
-0,138982D+00	-0,111160D+03	0,125030D-02	0,175916D+02
-0,138982D+00	0,111160D+03	0,125030D-02	0,175916D+02
-0,205452D-01	-0,596857D+02	0,344223D-03	0,949928D+01
-0,205452D-01	0,596857D+02	0,344223D-03	0,949928D+01
-0,315272D+02	0,000000D+00	0,100000D+01	0,000000D+00
-0,129475D+02	0,000000D+00	0,100000D+01	0,000000D+00
-0,685554D+00	0,000000D+00	0,100000D+01	0,000000D+00
-0,432995D+01	0,000000D+00	0,100000D+01	0,000000D+00
-0,396225D+01	0,622361D+01	0,636635D-02	0,990518D+00
-0,396225D-01	-0,622361D+01	0,636635D-02	0,990518D+00

Tabela 5.20 – Autovalores do sistema eletromecânico rede elétrica – turbogerador para  $X_c = 0,35$  pu, com amortecimentos mecânicos incluídos.

5.5.5 - Simulações com o turbogerador no.2

Os autovalores da matriz  $[A] = - [M]^{-1} \cdot [K]$  fornecem, com boa precisão, as frequências naturais de oscilação torcional de cada seção do eixo do conjunto turbina – gerador. Onde  $[M]$  e  $[K]$  são, respectivamente, as matrizes de momento cinético (diagonal) e de constantes torcionais (tri-diagonal) do eixo. Com o eixo do conjunto turbina-gerador possuindo quatro estágios. Neste caso, também temos 3(três) frequências naturais torcionais, como indicado abaixo na tabela 5.21.

Frequências Naturais (Hz)	
$f_1$	14,2
$f_2$	19,2
$f_3$	21,4

Tabela 5.21 – Frequências naturais dos modos torcionais do turbogerador no. 2

A representação gráfica do mode-shape dos 4(quatro) modos envolvidos, o modo zero e os três modos torcionais acima referidos é evidente, é indicada na figura 5.4, a seguir.

Comentários: O “mode-shape” é formado pelas componentes dos autovetores a direita, nas posições das variáveis de interesse [67]. A inspeção dos mode-shapes revela que o modo de frequência 14,2 Hz se manifesta na forma de maiores desvios angulares do estágio de alta pressão da turbina (HP), que o modo de frequência 19,2 Hz se manifesta na forma de maiores desvios angulares do estágio de pressão intermediária (IP) e que o modo de frequência 21,4 Hz se manifesta na forma de maiores desvios também do estágio de alta pressão. É fundamental observar, entretanto, que as solicitações torcionais são resultantes dos desvios relativos entre os estágios vizinhos. Desta forma, podemos prever maiores esforços torcionais na seção de eixo entre o estágio de alta pressão e o estágio de pressão intermediária relativamente aos desvios angulares na frequência de 14,2 e 21,4 Hz .A possibilidade de ocorrência da ressonância subsíncrona com danos às seções do eixo da máquina está ligada aos amortecimentos verificados nestes modos.

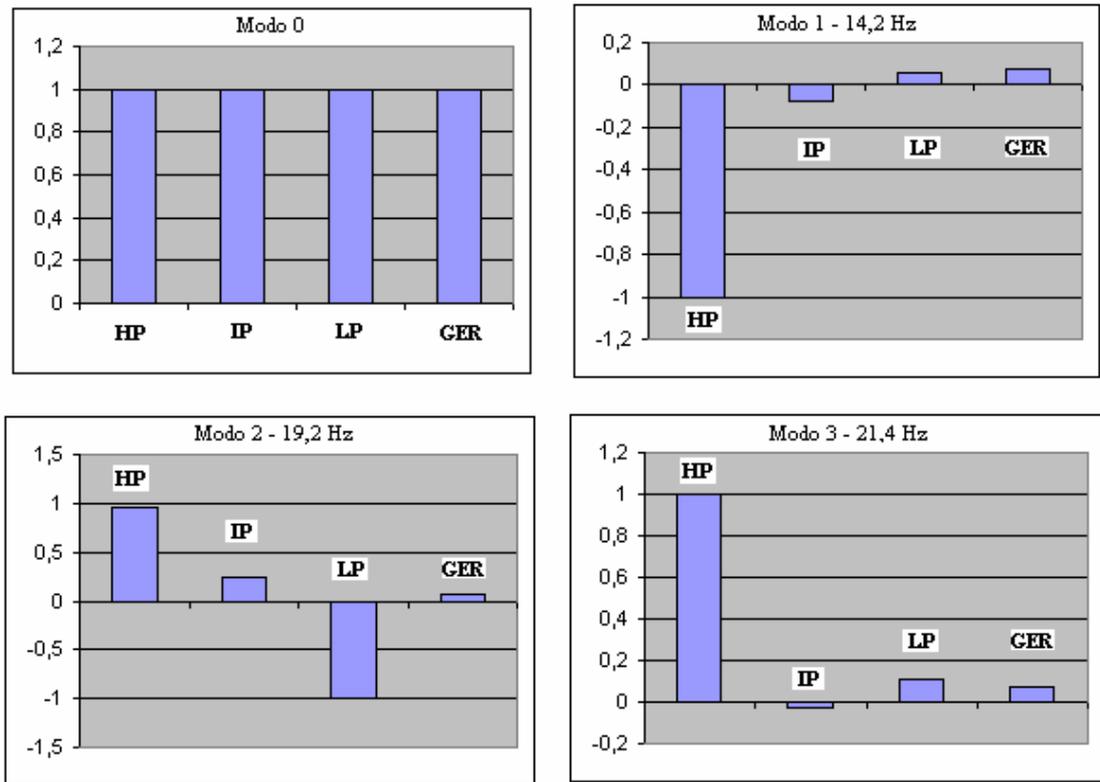


Figura 5.4 – Representação gráfica dos modos torcionais do eixo do conjunto turbina-gerador.

5.5.5.1 – Regiões de estabilidade para avaliação do efeito do gerador de indução – turbogerador 2 – Inércia Infinita

A Figura 5.5 foi obtida a partir de uma varredura com muitos pontos no parâmetros  $X_c$  (reatância capacitiva) x  $R_e$  (resistência da rede) e com apoio do programa desenvolvido. Considerar como rígido o acoplamento mecânico turbina – gerador e inércia infinita de todos os estágios do eixo faz com que seja eliminada a reflexão de frequência naturais de oscilação do eixo na rede elétrica. Desta forma, é avaliado apenas o efeito do gerador de indução. A região de instabilidade é caracterizada pelo modo subsíncrono da rede elétrica ser um par conjugado de autovalores da matriz de estado do sistema com parte real positiva. Realizando as simulações com o gerador com  $P = 1,0$  pu,  $V_T = 1,0$  pu e  $E = 1,0$  pu foi definida a curva limite entre as regiões de estabilidade e instabilidade referentes ao efeito de gerador de indução.

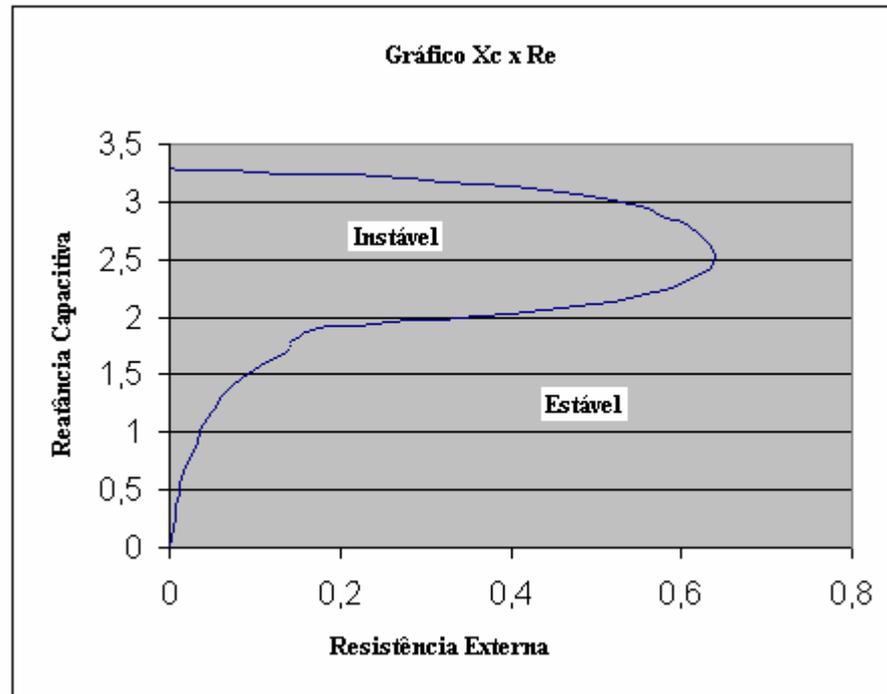


Figura 5.5 – Representação do plano  $X_C - R_e$  indicando as regiões de estabilidade e instabilidade associadas ao efeito elétrico de gerador de indução.

5.5.5.2 – Regiões de estabilidade para avaliação do efeito da interação torcional – turbogerador 2 – Eixo elástico com 4 massas

Condições operativas:

Gerador com  $P = 1.0$  pu,  $V_T = 1.0$  pu,  $E = 1.0$  pu

A Figura 5.6 foi obtida novamente, como no caso anterior, a partir de uma varredura com muitos pontos no parâmetros  $X_C$  (reatância capacitiva) x  $R_e$  (resistência da rede) e com apoio do programa desenvolvido. A região de instabilidade é caracterizada por pelo menos um par conjugado de autovalores da matriz de estado do sistema com parte real positiva. São definidas as regiões onde há instabilidade para os modos torcionais do conjunto turbina-gerador para a máquina síncrona sob estudo. Neste caso, já se verificam problemas de interação torcional no turbogerador em estudo. No gráfico abaixo, nota-se que nos modos de oscilação com frequência de 21,4 Hz e 14,2 Hz são os mais afetados pela interação torcional.

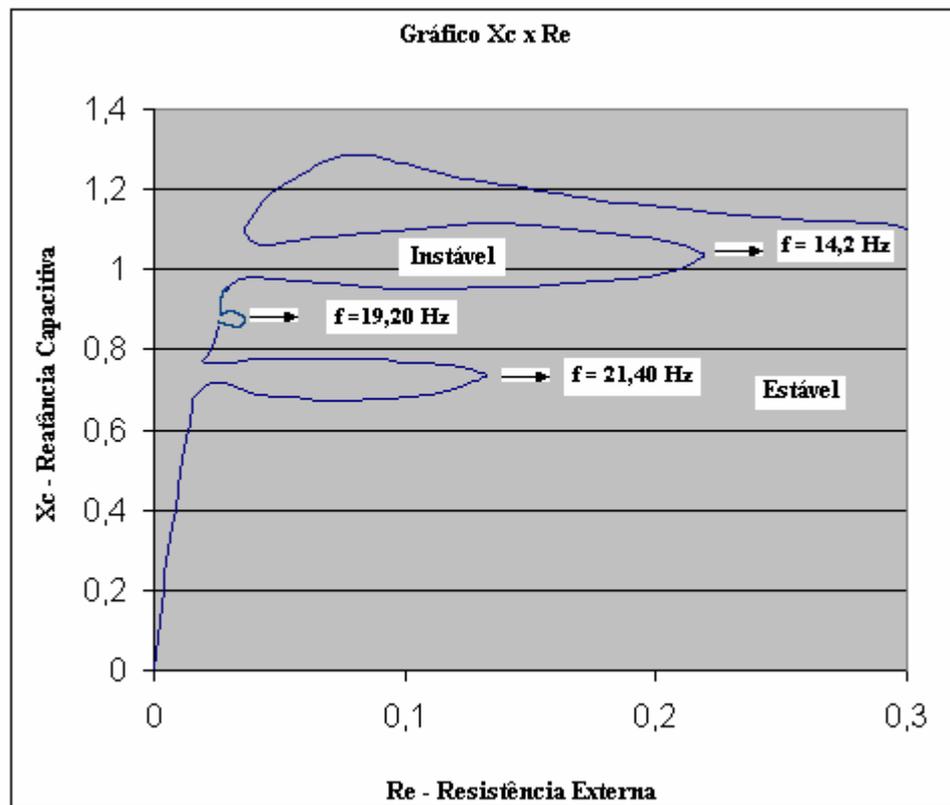


Figura 5.6 – Representação do plano  $X_C - R_e$  indicando as regiões de estabilidade e instabilidade do sistema perante oscilações torcionais do eixo do conjunto turbina-gerador.

## 6

### CONCLUSÕES E SUGESTÕES

#### 6.1 Conclusões

A Ressonância Subsíncrona é um fenômeno que ocorre principalmente em máquinas síncronas acionadas por turbinas térmicas que possuem um eixo mecânico longo com diversas massas que oscilam umas contra as outras. Os modos de oscilação são denominados modos torcionais.

O emprego da compensação série tem se tornado uma prática eficiente para exploração dos sistemas elétricos no que diz respeito ao aumento dos limites de estabilidade transitória. Entretanto, torna-se necessário garantir que tais sistemas estejam livres da ocorrência de oscilações subsíncronas pobremente amortecidas.

A análise do fenômeno da Ressonância Subsíncrona inclui os efeitos de gerador de indução, efeitos torcionais, a avaliação dos torques transitórios associados a faltas no sistema elétrico e a perda de vida útil do eixo dos geradores. A perda de vida útil que pode ser acelerada em função da interação modal.

Independente das características do eixo, verifica-se que o efeito do gerador de indução pode ocorrer em qualquer gerador, enquanto o efeito da interação torcional é mais significativo para turbogeradores. Neste caso, o efeito da interação torcional consiste na instabilização do sistema devido à interação entre a rede e os modos torcionais das massas presentes no eixo do gerador. Observa-se que a interação torcional se apresenta muito mais intensa próxima nas frequências naturais do eixo, atingindo seu máximo quando o complemento da frequência da rede ( $f_{re} = f - f_{nat}$ ) é idêntica a uma das frequências naturais do eixo ( $f_{eixo}$ ). Quando a frequência da rede não está próxima de qualquer uma das frequências naturais do eixo, o efeito predominante é o efeito de gerador de indução. Ressalta-se, entretanto, que a interação torcional e o efeito de gerador de indução são fenômenos interdependentes.

O efeito de gerador de indução é caracterizado pelo fator de amortecimento associado ao autovalor cuja parte imaginária possui frequência inferior à síncrona, quando as oscilações mecânicas são ignoradas; já a interação torcional é caracterizada pelas regiões de instabilização adicionais que surgem com a representação dos modos mecânicos.

O efeito da interação torcional deve ser bem avaliado para turbogeradores, em razão da possibilidade do surgimento de amortecimentos negativos para oscilações subsíncronas que são uma característica dos eixos destas máquinas.

Neste trabalho foi verificada a inexistência de problemas relativos à Ressonância Subsíncrona para hidrogeradores, o que está relacionado aos valores típicos de compensação série comumente praticados.

Soluções para a Ressonância Subsíncrona seriam pela modificação das ressonâncias da rede a partir da instalação de filtros ou da otimização da posição e do valor de compensação série. A utilização de compensação série controlada por tiristores (TCSC), em substituição à compensação série fixa, é uma outra solução para a mitigação deste fenômeno.

## **6.2 Desenvolvimentos Futuros**

Nas simulações desenvolvidas neste trabalho não foi abordada a influência dos reguladores de velocidade, interação de sistemas de transmissão em HVDC e ainda a recente e promissora aplicação dos dispositivos FACTS (Flexible AC Transmission Systems) nos sistemas elétricos. Desta forma, tornam-se áreas a serem exploradas para análise da influência no fenômeno da Ressonância Subsíncrona.

Além do fenômeno relacionado à interação danosa entre os modos torcionais e os modos da rede, há a possibilidade de ocorrer má interação entre os estes modos torcionais e o sistema de controle do gerador, particularmente, os estabilizadores e os reguladores de velocidade. Além disto, é possível ainda o surgimento de interação destabilizante dos mesmos modos torcionais contra os modos associados aos sistemas de controle dos equipamentos FACTS. Desta forma, uma área importante para estudos

de interação entre os modos associados aos controles e os modos torcionais no contexto do fenômeno de Ressonância Subsíncrona diz respeito aos efeitos associados aos dispositivos FACTS e sinais adicionais aplicados aos sistemas de excitação dos geradores síncronos.

O fenômeno da Ressonância Subsíncrona apresenta um risco de danificação para os equipamentos do sistema elétrico. Na literatura técnica já foram realizados diversos estudos e diversas medidas vêm sendo utilizadas para evitar a ocorrência deste fenômeno, tais como:

- Uso de resistores shunt controlados por tiristores [75].
- Controle do sistema de excitação do gerador por sinais adicionais [64].
- Uso de enrolamentos amortecedores adicionais no gerador [5]
- Uso de dispositivos FACTS ( Flexible AC Transmission Systems) [47], [50], [52] ,[56], [76],[78] e [79].
- Uso de reatores shunt controlados por tiristores [79].
- Esquemas especiais de proteção (relés de oscilação torcional, relé de corrente de armadura) [5].
- Alterações na rede elétrica [63].

**REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

[1] – WALKER, D. N.; BOWLER, C. E. J.; HODGES, D. A.; “Results of Subsynchronous Resonance Test at Mohave”; *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. 94, No 5, pp 1878-1889, Sep / Oct, 1975.

[2] – IEEE Subsynchronous Resonance Working Group; “Terms, Definitions and Symbols for Subsynchronous Oscillations”; *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*; vol. PAS 104; No 6; pp 1326-1334, Dec, 1985.

[3] - BALLANCE, J. O.; GOLDBERG, S.; “Subsynchronous Resonance in Series Compensated Transmission Lines”; *IEEE PES Winter Meeting* , pp 1649-1658, Jan / Feb, New York ,1973.

[4] – ANDERSON, P. M.;AGRAWAL, B. L.; VAN NESS, J. E.; “*Subsynchronous Resonance in Power Systems*” , 2<sup>a</sup> ed., New York, IEEE Press, 1990.

[5] – PERES, LUÍS ARTUR PECORELLI, “*Capacitores Série em Linhas de Transmissão: Análise Preventiva de Ressonância Subsíncrona*”, 1<sup>a</sup> ed., Rio de Janeiro, Editora UERJ,1997.

[6] – RAJARAMAN, RAJESH; DOBSON, IAN; “Justification of Torque per Unit Velocity Methods of Analyzing Subsynchronous Resonance and Swing Mode in Power Systems”. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*. Vol. 45. No 10, pp 1109-1113, Oct, 1998.

[7] – KULIG, S; JOSWIG, F.; “Perceptions About New Kinds of Subsynchronous Resonance”; Institute for Electrical Machines, Drives and Power Electronics. University of Dortmund, Germany, Sep, 1999.

[8] – CHETTY, Y.; “Effect of Amortisseur Winding Parameters on Subsynchronous Resonance Stability Zones in Series Compensated Power System”, Department of Electrical and Computer Systems Engineering, Monash University, Clayton, Australia, Dec, 1999.

[9] – KILGORE, L. A., ELLIOTT, L. C., TAYLOR, E. R.; “The Prediction and Control of Self-Excited Oscillations Due to Series Capacitors in Power Systems”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. 90, No 3, pp 1305-1311, May / Jun, 1971.

[10] UNDRILL, J. M.; KOSTYNIK, T. E.; DE MELLO, F. P.; “Subsynchronous Oscillations Parts I and II”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. 95, No 4, pp 1446-1464, Jul / Aug, 1976.

[11] – DOMMEL, H. W.; KABIRI, K.; HENSCHER, S.; “A Simplified System for Subsynchronous Resonance Studies”;. Department of Electrical and Computer Engineering, The University of British Columbia, Vancouver, Canada, 2003.

[12] - BADR, M. A.; EL-SERAFI, A. M.; “Effect of Synchronous Generator Regulation on the Subsynchronous Resonance Phenomenon in Power Systems”; *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. 95, No 2, pp 461-468, Mar / April, 1976.

[13] – SVENSSON, S.; MORTENSEN, K.; “Damping of Subsynchronous Oscillations by an HVDC Link. An HVDC Simulator Study”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. 100, No 3, pp 1431-1439, Mar, 1981.

[14] – PIWKO, R. J.; LARSEN, E. V.; “HVDC System Control for Damping of Subsynchronous Oscillations”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. 101, No 7, pp 2203-2210, Jul, 1982.

- [15] – FARIED, S. O.; UPADHYAY, S.; EL-SERAFI, A. M.; “Impact of HVDC Commutation Failure on Turbine-Generator Shaft Torcional Torques”; Power Systems Research Group, University of Saskatchewan, Canada, Aug, 1997.
- [16] – ZIZLIAUSKAS, POVILAS, “*Subsynchronous Torque Interaction for HVDC Light B*”; M.Sc. dissertation, Lund University, Lund, Sweden, Oct, 1988.
- [17] – HARB, AHMAD M., “*Application of Bifurcation Theory to Subsynchronous Resonance in Power Systems*”, Ph.D. dissertation, Virginia Polytechnic Institute and State University, Virginia , USA, Sep, 1996.
- [18] – HARB, A. M.; ZOHDY; “Chaos and Bifurcation Control Using Nonlinear Recursive Controller”, Electrical and Computer Engineering Department, Oakland University, Rochester, USA. *Nonlinear Analysis: Modelling and Control*, Vol. 7, pp 37-43, USA, Mar, 2002.
- [19] - HARB, A. M.; WIDYAN, M. S.; “Controlling Chaos and Bifurcation of Subsynchronous Resonance in Power Systems”, *Nonlinear Analysis: Modelling and Control*, Vol. 7, No 2, pp 15-36, USA, Mar, 2002.
- [20] – ZHU, W.; MOHLER, R. R. ; “Hopf Bifurcation Analysis for an Electrical Power System Experience Subsynchronous Resonance”, *Proceedings of the 33<sup>rd</sup> Conference on Decision and Control*, Lake Buena Vista, Dec, USA, 1994.
- [21] – CANIZARES, CLAUDIO A.; MITHULANANTHAN, N.; MILANO, FEDERICO; REVÉ, JOHN; “Linear Performance Indices to Predict Oscillatory Stability Problems in Power Systems”; *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. 18, No 3, pp 2203-2210, May, 2002.

[22] – FOUAD, A. A.; “ Damping of Torsional Oscillations in Power Systems with Series-Compensated Lines”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, No 3, pp 744-753, May/Jun, 1978.

[23] – FOUAD, A. A.; “Subsynchronous Resonance Zones in the IEEE Benchmark Power System”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, No 3, pp 754-762, May/Jun, 1978.

[24] – PIWKO, R. J.; WEGNER, C. A.; “ Subsynchronous Resonance Performance Tests of the Slatt Thyristor-Controlled Series Capacitor”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 11, No 2, pp 1112-1119, April, 1996.

[25] – MITHULANANTHAN, N. ; CANIZARES, CLAUDIO A.; REEVE, JOHN; ROGERS, GRAHAM J.; “ Comparison of PSS, SVC, and STATCOM Controllers for Damping Power System Oscillations”. *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 18, No 2, pp 786-792, May, 2003.

[26] – KAKIMOTO, NAOTO; “Subsynchronous Resonance Damping Control of Thyristor-Controlled Series Capacitor”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 18, No 3, pp 1051-1059, July, 2003.

[27] – PILLAI, G. N.; GHOSH, ARINDAM; “ Torsional Interaction Studies on a Power System Compensated by SSSC and Fixed Capacitor”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 18, No 3, pp 988-993, Jul, 2003.

[28] – PILOTTO, LUIZ A. S.; BIANCO, ANDRÉ; LONG, WILLIS F.; EDRIS, ABDEL-ATY; “ Impact of TCSC Control Methodologies on Subsynchronous Oscillations”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 18, No 1, pp 243-252, Jan, 2003.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

- [29] – SCHODER, KARL; HASANOVIC, AMER; FELIACHI, ALI; HASANOVIC, AZRA; “ PAT: Power Analysis Toolbox for Matlab/Simulink”, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 18, No 1, pp 42-47, Feb, 2003.
- [30] – KABIRI, KHOSRO; HENSCHER, S.; DOMMEL, HERMANN W.; “Resistive Behavior of Thyristor-Controlled Series Capacitor at Subsynchronous Frequencies”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 19, No 1, pp 374-379, Jan, 2004.
- [31] – DOBSON, IAN; “Strong Resonance Effects in Normal Form Analysis and Subsynchronous Resonance”, *Bulk Power Dynamics and Control V*, Onomichi, Japan, Aug, 2001.
- [32] - DOBSON, IAN; BAROCIO, EMILIO; “Perturbations of Weakly Resonant Power System Electromechanical Modes”; *IEEE Bologna Tech Conference*, Jun, 2003.
- [33] – SAMUELSSON, OLOF; “ Load Modulation for Damping of Electro-Mechanical Oscillations”, Lund University, Lund, Sweden.
- [34] – OLORUNFEMI, OJO; “Electro-Mechanical Subsynchronous Resonance of a Series Capacitive Compensated Line Start Induction Motor Drive”, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 18, No 1, pp 238-247, Feb, 1989.
- [35] – LIN, C. H.; “Designing a Viscous Inertia Damper to Damp Turbine Shaft and Blade Vibrations Excited by Power Systems Faults”, *International Journal of Power and Energy Systems*, Vol. 23, pp 189-207, No. 3,2003.
- [36] – PERSSON, JONAS; SODER, LENNART; “Linear Analysis with Two Linear Models of a Thyristor-Controlled Series Capacitor”. *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 18, No 1, pp 238-247, Feb, 1989.

[37] – HAILLIAN, XIE; ANGQUIST, L.; “Synchronous Voltage Reversal Control of TCSC – Impact on SSR Conditions”. Royal Institute of Tecnology, Stockholm.

[38] – TYLL, H.K.; “FACTS Technology for Reative Power Compensation and System Control. IEEE/PES Panel Session on FACTS, Nov, 2004,Brazil.

[39] – JUETTE, G.; RENZ, KLAUS; “FACTS Controllers and HVDC Enhance Power Transmission (A Manufacturer’s Perspective). IEEE/PES Panel Session on FACTS, Nov, 2004, Brazil.

[40] – ESCOBAR, G.; STANKOVIC, A. M.; MATTAVELLI, P.; ORTEGA, R.; “On the Linear Control of TCSC”. Proceedings of the 35<sup>th</sup> Hawaii International Conference on System Sciences, 2002.

[41] – JONSSON, TOMAS; HOLMBERG, P.; TULKIEWICZ, THOMAS; “Evaluation of Classical, CCC and TCSC Converter Schemes for Long Cable Projects”, *ABB Power Systems. Presented at EPE99*, Lausanne, Swizerland, Sep , 1999.

[42] – KINNEY, SCOTT J.; MITTELSTADT, WILLIAM A.; SUHRBIER, RANDY W.; “Test Results and Initial Operating Experience for the BP 500kV Thyristor-Controlled Series Capacitor Design, Operation, and Fault Test Results”. *Flexible AC Transmission System Symposium (FACTS 3)*, pp 268-273, Baltimore, USA, 1994.

[43] – KOSTEREV, D. N.; MITTELSTADT, W. A .; MOHLER, R. R.; KOLODZIEJ; “An Application Study for Sizing and Rating Controlled and Conventional Series Compensation”, *Flexible AC Transmission System Symposium (FACTS 3)*, pp 280-286, Baltimore, USA, Dec, 1994.

[44] – HINGORANI, NARAIN G.; GUGYI, LASZLO; “Understanding FACTS – Concepts and Technology of Flexible AC Transmission Systems”, IEEE Press, New York, 2000.

- [45] – NEPOMUCENO, E. G.; NETO, O. M.; MENDES, LEÃO, P. C. A .; MENDES, E. M. A . M.; “The Dynamic Modelling of Static Var System in Power System Blockset”, FUNREI, São João Del Rei, Brasil, Nov, 2004.
- [46] – KWANG, M. SON; PARK, JONG K.; “On the Robust LQG Control of TCSC for Damping Power System Oscillations”, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 15, pp 1306-1312, No 4, Nov, 2000.
- [47] – DANESHPOOY, ALIREZA; GOLE, A. M.; “Frequency Response of the Thyristor Controlled Series Capacitor”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 16, No 1, pp 53-58, Jan, 2001.
- [48] – MITHULANANTHAN, N.; CANIZARES, CLAUDIO. A.; “Tunning, Performance and Interactions of PSS and FACTS Controllers”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 16, No 1, pp 53-58, Jan, 2001.
- [49] – NEHRIR, M. H.; DONNELLY, M. K.; ADAPA, R.; “ Thyristor-Based Damping of Turbine-Generator Shaft Torsional Oscillations Resulting From Power System Disturbances and Subynchronous Resonance: A Rewiew”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 16, No 2, pp 76-83, May, 1986.
- [50] – AHLGREN, K.; HOLMBERG, D.; HALVARSSON, P.; ANGQUIST, L.; “Thyristor Controlled Series Capacitor Used as Means to Reduce Torsional Interaction Subynchronous Resonance”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 103, No 1, pp 198-212, Jan, 1984.
- [51] – RAJARAMAN, RAJESH; DOBSON, IAN; “ Damping estimates of Subynchronous and Power Swing Oscillations in Power Systems with Thyristor Switching Devices”, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 11, No 4, pp 1926-1930, Nov, 1996.

- [52] - RAJARAMAN, RAJESH; DOBSON, IAN, LASSETER, R. H.; SHERN, YIHCHIH; “ Computing the Damping of Subsynchronous Oscillations due to a Thyristor Controlled Series Capacitor”, ”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 11, No 2, pp 1120-1127, April, 1996.
- [53] – SEO, JANG-CHEOL; MONN, SEUNG-III; PARK, JONG-KEUN; “ Design of a Robuste STATCOM Supplementary Controller to Suppress the SSR in Flexible AC Transmission Systems”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 12, No 4, pp 1937-1943, Nov1, 1996.
- [54] - OZAY. N.; GUVEN, A. N.; “ Investigation of Subsynchronous Resonance Risk in The 380kV Turkish Electric Network. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 11, No 4, pp 1623-1626, Nov, 1988.
- [55] – LEI, X; LEMES, M.; RENZ, K; “Melhoria da Estabilidade Transitória através da Utilização Coordenada da Compensação Série Controlada (TCSC) e Compensador Estático(SVC)”. *XIV SNPTEE – Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica*. Belém– Pará – Brasil. 1997.
- [56] – TENÓRIO, ANTÔNIO R. DE MATTOS; GAMA, CARLOS A., “Resolvendo Problemas de Ressonância Subsíncrona Através do TCSC e do Dispositivo NGH –Análise de Estratégias de Controle”, *XV SNPTEE – Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica*. Foz do Iguaçu – Paraná – Brasil. 1999.
- [57] - TENÓRIO, ANTÔNIO R. DE MATTOS; “Comparação entre o TCSC e o Capacitor Série Convencional: O Problema da Ressonância Subsíncrona”, *Artigo apresentado no VII ERLAC*, Mar, 1988.

[58] – NASSIF, A. B.; COSTA, V. F. ; DA SILVA, “Efeitos do SVC e do STATCOM no Amortecimento de Oscilações Eletromecânicas de Baixa Frequência em Sistemas de Potência”. Universidade Estadual de Campinas , Brasil, Nov, 2004.

[59] - O.; MUKAE, H.; MUROTANI, K.; “Suppression of Self-Excited Oscillations in Series Compensated Transmission Lines by Excitation Control of Synchronous Machines”; *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. 94, No 5, pp 1777-1788, Sep / Oct, 1975.

[60] – OLIVEIRA, S. E. de MELO; DOS SANTOS, M. G., MARTINS, N., “Ressonância Subsíncrona em Geradores Ligados a Redes Compensadas por Capacitores Série”, *VII SNPTEE – Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica*. Brasília – Brasil. 1984.

[61] – LUDWIG, J.; PERES, L. A . PECORELLI; MENDONÇA, W. C.; DAS DORES, RUBEM; “Análise da Ocorrência de Ressonância Subsíncrona no Sistema de 500kV de Furnas Utilizando o EMTP”, *VII SNPTEE – Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica*. Brasília – Brasil. 1984.

[62] – LIMA JÚNIOR, M. P.; UNDRILL, J. M.; “Novo Método Para Análise de Ressonância Subsíncrona e sua Aplicação ao Sistema de Transmissão de Itaipu”, *IV SNPTEE – Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica*. Rio de Janeiro – RJ - Brasil. 1977.

[63] - LIMA JÚNIOR, M. P.; VIAN, A.; GRAHAM, J. F.;PINTO, E. M.; “Apresentação e Análise dos Estudos de Ressonância Subsíncrona no Sistema de Transmissão de Itaipu”, *IV SNPTEE – Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica*. Rio de Janeiro – RJ - Brasil. 1977.

[64] – DOS SANTOS, M. G.; OLIVEIRA, SEBASTIÃO E. M.; COELHO, C. A.; GOMES, P.; “Efetividade de Sinais Adicionais no Amortecimento de Oscilações

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

Subsíncronas”, *XIII SNPTEE – Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica*. Florianópolis – SC – Brasil. 1995

[65] – OLIVEIRA, SEBASTIÃO E; DOS SANTOS, M. G.; “Ressonância Subsíncrona: Uma forma de instabilidade eletromecânica”, *II SEPOPE – Seminário de Especialistas em Operação e Planejamento de Sistemas Elétricos*. Brasil – 1989.

[66] – ALTINO, LUCIANA; “Máquinas Síncronas: teoria e aplicações”, Universidade Federal de Pernambuco; 1ª ed., Recife, Editora Universitária, 1984.

[67] – KUNDUR, P; “Power System Stability and Control”, 1a ed., New York, McGraw-Hill, 1994.

[68] – KIMBARK, EDWARD W.; “How to Improve System Stability without Risking Subsynchronous Resonance”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. 96, No 5, pp 1608-1619, Sep / Oct, 1977.

[69] - KILGORE, L. A.; RAMEY, D. G.; HALL, M. C; “Simplified Transmission and Generation Analysis Procedures for Subsynchronous Resonance Problems”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. 96, No 6, pp 1840-1846, Nov/ Dec, 1977.

[70] - OGATA, KATSUHIKO, “Engenharia de Controle Moderno”, 3ª ed., Editora LTC, Rio de Janeiro, 1988.

[71] – AGRAWAL, B. L.; FARMER, R. G.; “Use of Frequency Scanning for Subsynchronous Resonance Analysis”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. 101, No 6, pp 341-349, Mar /April, 1979.

[72] - “FIRST BENCHMARK MODEL FOR COMPUTER OF SUBSYNCHRONOUS RESONANCE”, IEEE Subsynchronous Resonance Task Force of the Dynamic System

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

Performance Working Group Power System Engineering Committee, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, No 5, pp 1565-1572, Sep / Oct, 1977.

[73] - TOMIM, M. A., “Análise de Estabilidade em Regime Permanente de Sistemas Elétricos Susceptíveis à Ressonância Subsíncrona”; Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Itajubá; Itajubá, Brasil, Mai, 2004.

[74] – CHEE-MUN, ONG; “Dynamic Simulation of Electric Machinery”; 1<sup>a</sup> ed., Prentice Hall, New Jersey, 1997.

[75] - WASYNCZUK, O.; “Damping Shaft Torsional Oscillations Using a Dynamically Controlled Resistor Bank”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. 100, No 7, pp 3340-3349, Jul, 1981.

[76] – WASYNCZUK, O.; “Damping of Subsynchronous Oscillations Using Reactive Power Control”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. 100, No 3, pp 1096-1104, Mar, 1981.

[77] – PUTMAN, T. H.; RAMEY, D. C.; “Theory of Modulated Reactance Solution for Subsynchronous Resonance”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. 101, No 6, pp 1527-1535, Jun, 1982.

[78] – “Series Capacitor Controls and Settings as Countermeasures to Subsynchronous Resonance”, IEEE Subsynchronous Resonance Working Group of System Dynamic Performance Subcommittee, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. 101, No 6, pp 1281-1287, Jun, 1982.

[79] – HINGORANI, N. G.; “New Scheme for Subsynchronous Resonance Damping Torcional Oscillations and Transient Torque – Part I and Part II”; *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. 100, No 4, pp 1852-1863, April, 1981.

**REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

---

[80] – IEEE / CIGRÉ JOINT TASK FORCE; “Definition and Classification of Power System Stability”; *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. 19, No 3, pp 1387-1401, Aug, 2004.