

DESENVOLVIMENTO DE FILTROS PROTÓTIPOS PARA FILTRAGEM
ADAPTATIVA EM SUBBANDAS

Paulo Bulkool Batalheiro

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS
PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM
CIÊNCIAS EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

Aprovada por:

Prof. Mariane Rembold Petraglia, Ph.D.

Prof. Marcello Luiz Rodrigues de Campos, Ph.D.

Prof. Jacques Szczupak, Ph.D.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL
FEVEREIRO DE 2000

BATALHEIRO, PAULO BULKOOL

Desenvolvimento de Filtros Protótipos
para Filtragem Adaptativa em Subbandas
[Rio de Janeiro] 2000

xv, 82 pp 29,7 cm (COPPE/UFRJ, M.Sc.,
Engenharia Elétrica, 1999)

Tese - Universidade Federal do Rio de
Janeiro, COPPE

- 1.Filtragem Adaptativa
- 2.Banco de Filtros
- 3.Desenvolvimento de Protótipos
- 4.Implementações Eficientes

I.COPPE/UFRJ II.Título (série)

“Ainda que eu falasse as línguas dos homens e dos anjos, e não tivesse amor, seria como um bronze que soa ou como um címbalo que tine. E ainda que tivesse o dom da profecia, e conhecesse todos os mistérios e toda a ciência, e ainda tivesse toda a fé, de maneira tal que transportasse os montes, e não tivesse amor, nada seria.”

Carta de São Paulo aos Coríntios, cap. 13, vv. 1 e 2.

Ao meu pai (em memória), à
minha mãe, à minha esposa Li-
lian e ao meu filho Pedro. Sem
o amor de vocês eu nada seria.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer a todos que fizeram parte desta jornada que culmina com o título de Mestre em Ciências. Durante este período em que as pressões são grandes, tive a felicidade de encontrar e contar com pessoas maravilhosas que nunca mais irei esquecer. Particularmente, posso citar:

Minha família e meus familiares, de quem recibi apoio e incentivo, nos momentos alegres e nas horas mais difíceis;

Minha orientadora, professora Mariane, pela sua paciência, tranqüilidade, dedicação, capacidade profissional, e principalmente, por ter acreditado em mim;

A direção da Faculdade de Engenharia da UERJ, instituição de ensino onde trabalho. Mais especificamente ao meu chefe, professor Bernardo Severo da Silva Filho, pelo incentivo e por acreditar que eu era capaz; e a todos os funcionários do Laboratório de Engenharia Elétrica onde sou lotado;

A todos os professores da COPPE responsáveis pelo meu crescimento intelectual e profissional; e a todos funcionários pelo suporte extra classe;

Aos amigos Rogério Caetano, Paulo Piber, Saul Luiz, André Miranda, William Soares Filho, ..., que foram dedicados e pacientes, e que tenho certeza que sabem o quanto foram importantes nesta caminhada.

A todos, muito obrigado. E estejam certos de que poderão sempre contar comigo.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

DESENVOLVIMENTO DE FILTROS PROTÓTIPOS PARA FILTRAGEM ADAPTATIVA EM SUBBANDAS

Paulo Bulkool Batalheiro

Fevereiro/2000

Orientador: Mariane Rembold Petraglia

Programa de Engenharia Elétrica

Em filtragem adaptativa, freqüentemente são propostas novas estruturas e novos algoritmos de adaptação que visam acelerar a convergência do erro médio quadrático (MSE) e/ou diminuir a complexidade computacional, principalmente em aplicações que requerem o uso de um número elevado de coeficientes adaptativos. Nesse sentido estruturas multitaxas vêm ganhando destaque pela possibilidade de se fazer a adaptação dos coeficientes dos filtros adaptativos em uma taxa de amostragem mais baixa do que a do sinal de entrada e também pela redução da complexidade computacional. Recentemente, novas estruturas adaptativas em subbandas capazes de modelar exatamente qualquer sistema de resposta finita ao impulso vêm sendo propostas. Neste trabalho, em particular, são investigadas duas estruturas: uma maximamente decimada e a outra sem decimação com filtros esparsos, para as quais procedimentos de otimização são propostos com o objetivo de selecionar os coeficientes dos bancos de filtros que resultam em uma redução do MSE ou na aceleração da taxa de convergência dos algoritmos adaptativos no caso de ruído colorido.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

PROTOTYPE FILTER DESIGN FOR SUBBAND ADAPTIVE FILTERING

Paulo Bulkool Batalheiro

February/2000

Advisor: Mariane Rembold Petraglia

Department: Electrical Engineering

In adaptive filtering, new structures and algorithms are frequently proposed with the objective of increasing the convergence speed and/or reducing the computational complexity of the conventional algorithms, mainly for applications which require a large number of adaptive coefficients. In such applications, adaptive subband structures are specially attractive since the adaptation and filtering are performed at a reduced sampling rate. Recently, new subband adaptive filtering structures were proposed, which are able of modeling exactly any finite impulse response system. In this work two structures are investigated: one maximally decimated and another without decimation with sparse subfilters. For these structures, optimization procedures are proposed to select the filter bank coefficients which result in a reduction of the mean-square error (MSE) or an improvement of the convergence behavior of the adaptive subband algorithms for colored input signals.

Sumário

1	Introdução	1
2	Introdução à Filtragem Adaptativa	6
2.1	Introdução	6
2.2	Algoritmos Adaptativos	8
2.2.1	Algoritmo Least-Mean-Square (LMS)	8
2.2.2	Algoritmo Least-Mean-Square Normalizado (NLMS)	10
3	Introdução a Banco de Filtros e Sistemas Multitaxas	13
3.1	Introdução	13
3.2	Operações Básicas: decimação e interpolação	13
3.2.1	Compressor de Taxa de Amostragem	13
3.2.2	Expansor de Taxa de Amostragem	14
3.2.3	Análise no Domínio da Frequência do Compressor e do Expansor	14
3.2.4	Filtros Decimadores e Filtros Interpoladores	16
3.3	Banco de Filtros Digitais Maximamente Decimado	17
3.3.1	Banco de Filtros Não Maximamente Decimado	18
3.4	Representação Polifásica	18
3.5	Banco de Filtros Modulados por Cosseno	21
3.6	Erros de Distorção e de <i>Aliasing</i>	22
4	Desenvolvimento de Protótipos para Banco de Filtros Modulados por Cosseno	23
4.1	Introdução	23
4.2	Protótipos do Tipo PQMF (<i>Pseudo Quadrature Mirror Filter</i>)	24
4.3	Protótipos com Reconstrução Quase Perfeita (NPR)	25

4.3.1	Formulação das Restrições Quadráticas	26
4.4	Protótipos com Reconstrução Perfeita (PR) e Decimação Máxima . .	27
4.4.1	Formulação das Restrições Quadráticas	27
4.5	Protótipos com Reconstrução Perfeita (PR) sem Decimação Máxima .	28
5	Filtragem Adaptativa em Subbandas	30
5.1	Introdução	30
5.2	Estrutura Adaptativa em Subbandas sem Decimação	31
5.2.1	Algoritmo de Adaptação	35
5.2.2	Análise da Convergência	35
5.3	Estrutura Adaptativa em Subbandas Maximamente Decimada	37
5.3.1	Implementação do Banco de Análise	38
5.3.2	Algoritmo de Adaptação	40
5.3.2.1	Algoritmo Completo	40
5.3.2.2	Algoritmo Simplificado	43
5.3.3	Análise da Convergência	43
5.3.3.1	Algoritmo Completo	43
5.3.3.2	Algoritmo Simplificado	45
5.4	Complexidade Computacional	46
6	Desenvolvimento de Protótipos para Filtragem Adaptativa em Sub-	50
	bandas	
6.1	Introdução	50
6.2	Estrutura Adaptativa em Subbandas Maximamente Decimada	50
6.2.1	Desenvolvimento de Filtro Protótipo para Minimização do MSE	51
6.2.1.1	Resultados Experimentais	52
6.2.2	Desenvolvimento de Filtro Protótipo para Melhorar a Con-	
	vergência do Algoritmo de Adaptação	54
6.2.2.1	Resultados Experimentais	60
6.3	Estrutura Adaptativa em Subbandas sem Decimação	62
6.3.1	Desenvolvimento de Filtros Protótipos	63
6.3.2	Resultados Experimentais	64

7	Implementações Eficientes para Estruturas Adaptativas em Sub-	
	bandas	67
7.1	Introdução	67
7.2	Estrutura Eficiente em Subbandas não Decimada	70
7.3	Estrutura Eficiente em Subbandas Maximamente Decimada	71
7.4	Complexidade Computacional	72
8	Conclusões e Sugestões	76
8.1	Conclusões	76
8.2	Sugestões	77
	Referências Bibliográficas	79

Lista de Figuras

1.1	Estrutura geral de um filtro adaptativo.	2
1.2	Estrutura geral para filtragem adaptativa em subbandas.	4
2.1	Estrutura para identificação de sistemas.	7
2.2	Estrutura típica para realçamento de sinais.	7
2.3	Estrutura para equalização de um canal de transmissão.	7
2.4	Estrutura para predição de sinais.	8
3.1	Decimador.	14
3.2	Expansor.	14
3.3	Efeito da expansão e da decimação no domínio da frequência. Transformada de Fourier do (a) sinal de entrada, (b) sinal decimado por $M=2$, e (c) sinal expandido com $L=5$	15
3.4	(a) Circuito completo da decimação, e (b) resposta típica do filtro decimador.	16
3.5	(a) Circuito completo da expansão, e (b) resposta típica do filtro interpolador.	16
3.6	Banco de filtros digital e resposta típica dos filtros de análise.	17
3.7	Banco de filtros não maximamente decimado.	18
3.8	Estrutura geral com a representação polifásica dos bancos de análise e síntese	19
3.9	Estrutura polifásica simplificada	20
4.1	(a) Resposta em frequência do filtro protótipo, (b) Resposta em frequência dos filtros de análise.	24

5.1	Estrutura adaptativa utilizando um banco de filtros de análise e sub-filtros esparsos adaptativos	32
5.2	Estrutura adaptativa utilizando um banco de filtros PR e subfiltros esparsos adaptativos.	34
5.3	Exemplo da k -ésima subbanda da estrutura adaptativa sem decimação, seguida de um banco de filtros com PR.	38
5.4	Estrutura adaptativa em subbandas com os filtros adaptativos operando em taxa mais baixa	39
5.5	Estrutura adaptativa em subbandas com os filtros $H_k(z) = H'_k(z)$. . .	41
5.6	Estrutura adaptativa em subbandas maximamente decimada para identificação de Sistemas FIR.	42
5.7	Estrutura adaptativa em subbandas sem decimação utilizada na identificação de sistemas FIR.	47
6.1	Resposta em frequência do filtro protótipo e do banco de análise da estrutura com $M = 4$	54
6.2	Evolução do MSE da estrutura em subbandas com $M = 4$ e do algoritmo LMS convencional, para sinal de entrada ruído branco.	55
6.3	Resposta em frequência dos filtros protótipos otimizados para os algoritmos completo e simplificado, e dos filtros protótipos com reconstrução perfeita.	58
6.4	Configuração utilizada na otimização dos filtros do banco de filtros de síntese.	59
6.5	Evolução do MSE do algoritmo completo com sinal de entrada colorido usando filtros protótipos otimizados e com reconstrução perfeita.	62
6.6	Evolução do MSE do algoritmo simplificado com sinal de entrada colorido usando filtros protótipos otimizados e com reconstrução perfeita.	63
6.7	Evolução do MSE com sinal de entrada colorido, utilizando filtros protótipos com reconstrução perfeita que otimizam e que não otimizam os autovalores da matriz \mathbf{R}	66
7.1	Banco de análise eficiente, modulado por cosseno.	67
7.2	Banco de síntese eficiente, modulado por cosseno.	69

7.3	Banco de filtros modulado por cosseno eficiente, com os filtros operando em taxa mais baixa	69
7.4	Banco de análise modulado por cosseno utilizando a matriz DCT, com os filtros operando em taxa mais baixa.	70
7.5	Banco de síntese modulado por cosseno utilizando a matriz DCT, com os filtros operando em taxa mais baixa.	71
7.6	Estrutura adaptativa em subbandas não decimada implementada eficientemente para identificação de sistemas FIR.	72
7.7	Estrutura adaptativa em subbandas maximamente decimada implementada eficientemente para identificação de sistemas FIR.	75

Lista de Tabelas

5.1	Complexidade computacional do algoritmo da estrutura não decimada e dos algoritmos completo e simplificado da estrutura maximamente decimada.	48
6.1	Filtros protótipos desenvolvidos, com os valores das constantes utilizados durante o processo de otimização.	52
6.2	Erros de reconstrução e atenuação em dB dos filtros protótipos.	53
6.3	MSE final em dB da estrutura em subbandas com diferentes protótipos e sinal de entrada ruído branco.	53
6.4	Filtros protótipos desenvolvidos para o algoritmo completo e um sistema desconhecido de 16 coeficientes.	57
6.5	Filtros protótipos desenvolvidos para o algoritmo simplificado e um sistema desconhecido de 16 coeficientes.	57
6.6	Comparação entre o MSE do algoritmo completo com os filtros protótipos de análise e síntese iguais, e com filtros de síntese otimizados conforme a configuração da Fig. 6.4.	60
6.7	Comparação entre o MSE do algoritmo simplificado com os filtros protótipos de análise e síntese iguais, e com filtros de síntese otimizados conforme a configuração da Fig. 6.4.	60
6.8	Relação entre os autovalores da matriz $\mu\phi$, para um sistema desconhecido com 880 coeficientes, utilizando os filtros protótipos otimizados e com reconstrução perfeita, e ruído colorido como sinal de entrada.	61
6.9	Parâmetros utilizados nas simulações do algoritmo completo e do simplificado.	61

6.10	Erros de reconstrução e atenuação em dB, e relação entre os autovalores da matriz \mathbf{R} para os filtros protótipos com PR.	64
6.11	Relação entre os autovalores da matriz \mathbf{R} , para um sistema desconhecido com 128 coeficientes, utilizando os filtros protótipos otimizados, e ruído colorido como sinal de entrada.	65
6.12	Parâmetros utilizados nas simulações.	65
7.1	Complexidade computacional do algoritmo da estrutura não decimada e dos algoritmos completo e simplificado da estrutura maximamente decimada, para implementações eficientes utilizando DCT's.	74

Capítulo 1

Introdução

Nas últimas décadas temos tido significantes contribuições na área de processamento digital de sinais devido ao grande avanço tecnológico obtido no desenvolvimento de circuitos digitais; como conseqüência, estes sistemas têm se tornado muito atrativos devido à sua precisão, pequena dimensão e flexibilidade. Um exemplo de processamento digital de sinal é chamado de filtragem digital.

Filtragem é um processamento que tem por objetivo manipular a informação contida em um determinado sinal; ou seja, um filtro digital é um dispositivo que mapeia o sinal de entrada em outro sinal (normalmente denominado sinal de saída) possibilitando a extração da informação desejada contida naquele sinal de entrada. Para filtros invariantes no tempo, os parâmetros internos e a estrutura do filtro são fixos (não variam no tempo); e se o filtro é linear, cada amostra do sinal de saída é uma combinação linear de amostras do sinal de entrada. No projeto de filtros fixos precisamos conhecer muito bem suas especificações, transformá-las numa função racional na variável z (domínio da transformada Z), conhecida como função de transferência, escolher a melhor estrutura e a melhor forma de implementação. Em algumas situações estas especificações não estão bem definidas, não são conhecidas, ou então, não podem ser satisfeitas por filtros fixos. Nestes casos, filtros adaptativos podem ser a solução.

Um filtro adaptativo é um filtro variante no tempo, uma vez que seus parâmetros são trocados continuamente buscando encontrar a melhor performance. Normalmente, a definição do critério de desempenho requer um sinal de referência que usualmente é desconsiderado no projeto de filtros fixos. Portanto, fica claro que

no projeto de filtros fixos é necessária uma caracterização completa dos sinais de entrada e saída para projetar o filtro mais apropriado que satisfaça o desempenho desejado. Infelizmente, na prática, isto nem sempre é possível porque as condições dos sistemas e sinais envolvidos não são bem definidos, nem bem comportados.

A estrutura geral para filtragem adaptativa é apresentada na Fig. 1.1, onde $x(n)$ é o sinal de entrada do filtro adaptativo, $y(n)$ é o sinal de saída, $d(n)$ é o sinal de referência ou sinal desejado, e $e(n)$ é o sinal de erro, que é obtido pela diferença entre os sinais $d(n)$ e $y(n)$, isto é, $e(n) = d(n) - y(n)$.

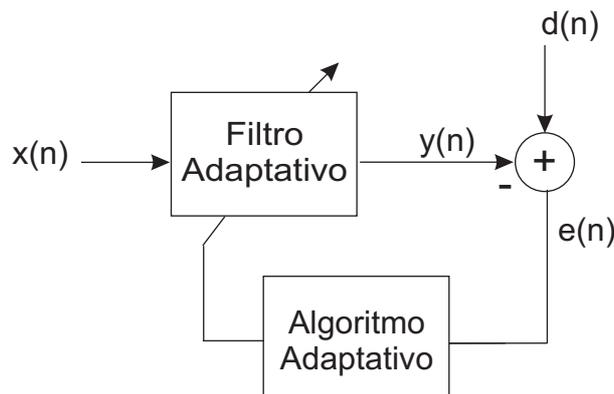


Figura 1.1: Estrutura geral de um filtro adaptativo.

O sinal de erro é utilizado na composição da função objetivo (também denominada função desempenho) que é responsável pela atualização dos coeficientes do filtro adaptativo. A otimização da função objetivo através da atualização dos coeficientes do filtro adaptativo é realizada no bloco algoritmo adaptativo; com isso, a resposta do filtro se aproxima da resposta desejada, que implica numa forte correlação entre os sinais $y(n)$ e $d(n)$.

O filtro adaptativo pode ser implementado de maneiras distintas e em estruturas diferentes; dependendo da escolha, podemos influenciar na complexidade computacional (número de operações matemáticas por iteração) e no número de iterações necessárias para alcançar o desempenho desejado. Basicamente existem dois tipos de realizações para os filtros digitais, que se distinguem pela duração da resposta ao impulso:

- ↪ Resposta ao impulso finita (FIR);
- ↪ Resposta ao impulso infinita (IIR).

Os filtros FIR são implementados com estruturas não recursivas; já os filtros IIR utilizam implementações recursivas. Devido à existência de pólos não-nulos, os filtros IIR possuem melhores características de transição da faixa de passagem para faixa de rejeição com ordens menores do que os filtros FIR; porém, podem se tornar instáveis se estes pólos se deslocarem para fora do círculo unitário. Ao contrário dos filtros IIR, os filtros FIR, em geral, apresentam funções objetivos com um único ponto de mínimo, facilitando a busca por um melhor desempenho. Por estas razões a maior parte dos trabalhos, inclusive este, são dedicados a filtros adaptativos FIR.

Diversos algoritmos para atualização dos coeficientes do filtro adaptativo mostrado na Fig. 1.1 foram desenvolvidos nos últimos anos. Podemos citar alguns: o algoritmo LMS (Least-Mean-Square) convencional, que possui baixa complexidade computacional, mas seu comportamento durante a convergência varia de acordo com as características do sinal de entrada, acarretando numa convergência lenta para sinais de entrada correlacionados (coloridos); o algoritmo LMS normalizado, que possui maior complexidade computacional do que o convencional, porém, devido à normalização, torna a convergência independente da potência do sinal de entrada; o algoritmo LMS no domínio da frequência, que à medida que o número de coeficientes do filtro adaptativo aumenta, a complexidade computacional diminui e sua convergência para sinais coloridos melhora em relação ao LMS convencional; e o RLS (Recursive-Least-Square), que possui alta velocidade de convergência, porém elevada complexidade computacional e, em certos casos, instabilidade numérica.

Recentemente, estruturas adaptativas em subbandas têm sido propostas com duplo propósito: redução da complexidade computacional e aumento na velocidade de convergência do algoritmo adaptativo. A Fig. 1.2 mostra a estrutura geral de um filtro adaptativo em subbandas.

Em geral, os sinais de entrada e desejado são separados em subbandas adjacentes de frequência por um banco de filtros de análise; em seguida, o sinal de cada subbanda é subamostrado e um algoritmo LMS em subbandas pode ser aplicado utilizando o erro de cada subbanda para adaptar seu respectivo filtro adaptativo. A partir daí, os sinais podem ser expandidos, em cada subbanda, e sintetizados pelo banco de síntese, gerando o sinal de erro da estrutura ($e(n)$), com o qual podemos computar o MSE (Mean-Square-Error) da estrutura. Neste caso, a resposta impulsiva

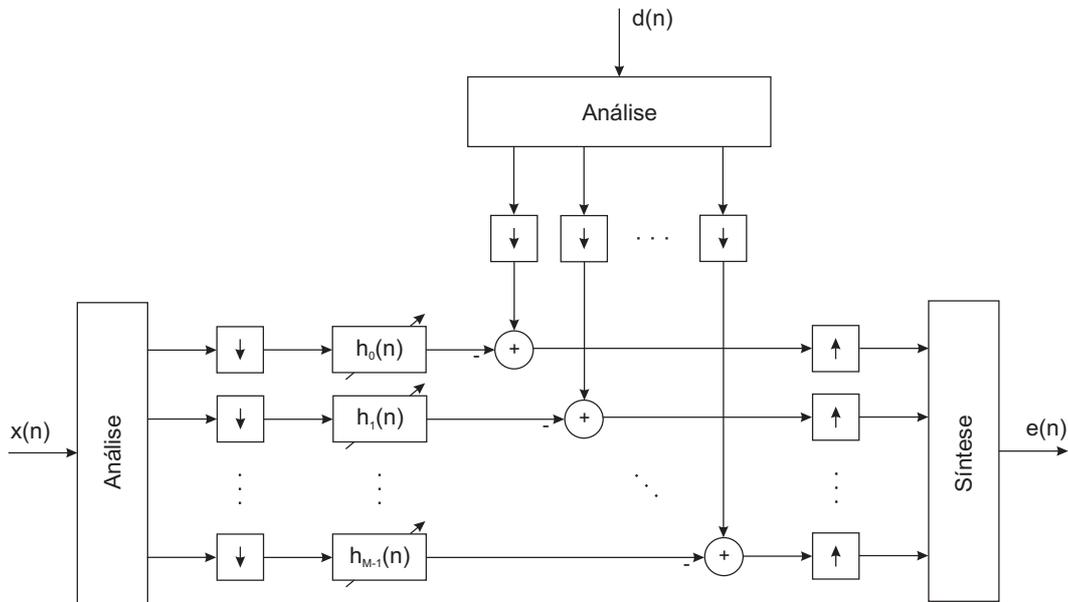


Figura 1.2: Estrutura geral para filtragem adaptativa em subbandas.

onal identificada será uma composição das respostas impulsionais de cada subfiltro. A subamostragem é responsável pela redução da complexidade computacional e o processamento em subbandas pela maior velocidade de convergência do algoritmo LMS, já que o fator de convergência de cada subbanda pode ser normalizado pela energia do sinal de entrada do respectivo filtro adaptativo, implicando na diminuição do espalhamento dos autovalores da matriz de correlação dos sinais em subbandas [1].

Neste trabalho serão desenvolvidos diferentes tipos de filtros protótipos para banco de filtros modulados por cosseno, de modo a acelerar a velocidade de convergência dos algoritmos adaptativos de duas estruturas adaptativas em subbandas: maximamente decimada e sem decimação com filtros esparsos. Outro objetivo é avaliar a complexidade computacional quando os bancos de análise destas estruturas são implementados de forma eficiente.

Para atingir os objetivos descritos acima, a organização deste trabalho se dará da seguinte forma: no Capítulo 2 será feita uma introdução à teoria de filtragem adaptativa em banda cheia, e a apresentação dos algoritmos adaptativos LMS convencional e LMS normalizado. No Capítulo 3 serão apresentados conceitos básicos de banco de filtros e sistemas multitaxas, tais como: decimação e interpolação, filtros decimadores e interpoladores, banco de filtros maximamente decimados e não ma-

ximamente decimados, representação polifásica, formas de implementação de banco de filtros e erros de reconstrução. No Capítulo 4 serão mostrados diferentes métodos de desenvolvimento de filtros protótipos para banco de filtros modulados por cosseno com decimação máxima e sem decimação máxima. No Capítulo 5 serão apresentadas as estruturas adaptativas em subbandas com seus respectivos algoritmos de adaptação, análises de convergência e complexidades computacionais. No Capítulo 6 serão propostos métodos de otimização de filtros protótipos modulados por cosseno que minimizem o MSE e que melhorem a convergência dos algoritmos adaptativos, e apresentados os resultados experimentais. No Capítulo 7 serão mostradas implementações eficientes para os bancos de análise e síntese das estruturas adaptativas, comparando suas complexidades computacionais com as formas clássicas de implementação descritas no Capítulo 5. Finalmente, no Capítulo 8 serão apresentadas as conclusões do trabalho e sugestões para trabalhos futuros.

Capítulo 2

Introdução à Filtragem Adaptativa

2.1 Introdução

Existem situações em que as especificações de um filtro digital não são bem definidas, ou não são conhecidas, ou ainda, variam no tempo, e nestes casos não é possível o desenvolvimento de filtros com coeficientes fixos; a solução é implementar filtros digitais com coeficientes adaptativos [1]. Estes filtros adaptativos vêm sendo bastante estudados nas últimas décadas devido à sua grande versatilidade e aplicabilidade. O tipo de aplicação é definido pela escolha dos sinais de entrada e desejado, entre as quais podemos citar:

Identificação de Sistemas

Em identificação de sistemas o sinal desejado ($d(n)$) é a saída do sistema desconhecido excitado por um sinal de entrada ($x(n)$) de banda larga, geralmente um ruído branco; este mesmo sinal é utilizado na entrada do filtro adaptativo, como mostrado na Fig. 2.1. Quando o MSE da estrutura é minimizado, o filtro adaptativo representa o modelo do sistema desconhecido.

Realçamento de Sinais

Uma estrutura típica para realçamento de sinais é mostrada na Fig. 2.2, onde o sinal $x(n)$ é corrompido por um ruído $v_1(n)$, e $v_2(n)$ é um ruído correlatado com $v_1(n)$. Se $v_2(n)$ é utilizado na entrada do filtro adaptativo, e se $x(n)$ adicionado de $v_1(n)$ é utilizado como sinal desejado, depois da convergência o erro $e(n)$ é uma versão realçada de $x(n)$.

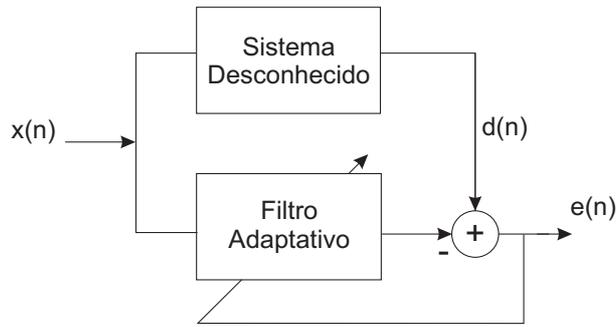


Figura 2.1: Estrutura para identificação de sistemas.

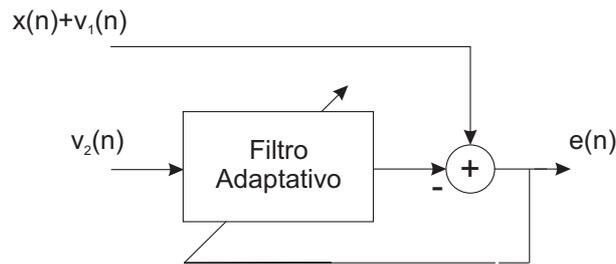


Figura 2.2: Estrutura típica para realçamento de sinais.

Equalização de Canais

A equalização de canais ilustrada na Fig. 2.3 consiste em aplicar o sinal no receptor $u(n)$ (sinal transmitido $x(n)$ distorcido pelo canal e acrescido de um ruído $v(n)$) na entrada do filtro adaptativo, sendo o sinal desejado uma versão atrasada do sinal original, que geralmente está disponível no receptor como um sinal de treinamento ou de sincronismo. A minimização de MSE indica que o filtro adaptativo representa o modelo inverso do canal.

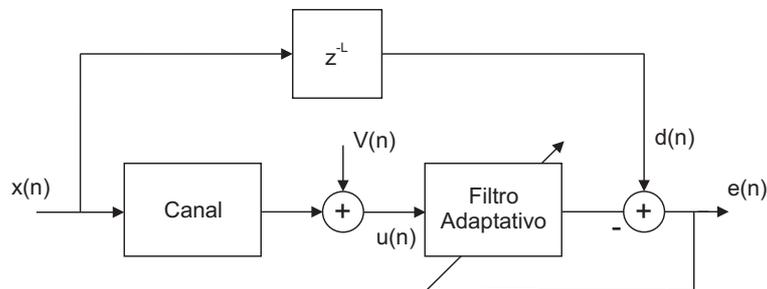


Figura 2.3: Estrutura para equalização de um canal de transmissão.

Predição de Sinais

Neste caso o sinal desejado é uma versão adiantada (ou eventualmente atrasada) do sinal de entrada do filtro adaptativo, como visto na Fig. 2.4. Depois da convergência, o filtro adaptativo representa o modelo de geração do sinal de entrada, podendo ser utilizado como preditor deste sinal.

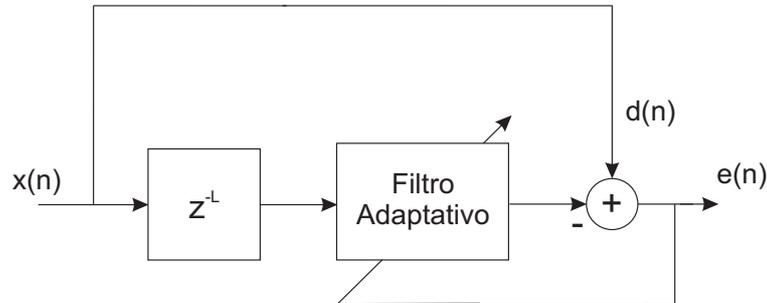


Figura 2.4: Estrutura para predição de sinais.

2.2 Algoritmos Adaptativos

Considerando que o filtro adaptativo (Fig. 1.1) possui N coeficientes, podemos definir seus vetores de entrada e de coeficientes, respectivamente, como sendo:

$$\mathbf{x}(n) = [x(n) \quad \dots \quad x(n - (N - 1))]^T \quad (2.1)$$

$$\mathbf{w}(n) = [w_0(n) \quad \dots \quad w_{N-1}(n)]^T \quad (2.2)$$

e, como consequência, o sinal na saída deste filtro será:

$$y(n) = \mathbf{w}^T(n)\mathbf{x}(n) \quad (2.3)$$

Serão apresentados, a seguir, os algoritmos de adaptação: Least-Mean-Square (LMS) e LMS normalizado.

2.2.1 Algoritmo Least-Mean-Square (LMS)

O algoritmo LMS é um dos mais amplamente utilizados em filtragem adaptativa por algumas razões, as mais atrativas são: baixa complexidade computacional, comprovada convergência para meios estacionários, convergência despolarizada para

solução de Wiener e comportamento estável quando implementado com precisão aritmética finita. Porém, sua velocidade de convergência depende da relação entre os autovalores da matriz de correlação do vetor de entrada.

Uma das funções objetivo mais utilizadas em filtragem adaptativa é o erro médio quadrático (*mean-square error* - MSE) definido como

$$F(e(n)) = \xi = E[e^2(n)] = E[d^2(n) - 2d(n)y(n) + y^2(n)]. \quad (2.4)$$

Substituindo agora a Eq. (2.3) na função objetivo acima temos:

$$\begin{aligned} \xi &= E[d^2(n) - 2d(n)\mathbf{w}^T(n)\mathbf{x}(n) + \mathbf{w}^T(n)\mathbf{x}(n)\mathbf{x}(n)^T\mathbf{w}(n)] \\ &E[d^2(n)] - 2E[d(n)\mathbf{w}^T(n)\mathbf{x}(n)] + E[\mathbf{w}^T(n)\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^T(n)\mathbf{w}(n)]. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Para um filtro com coeficientes fixos a função MSE é dada por

$$\xi = E[d^2(n) - 2\mathbf{w}^T(n)\mathbf{p} + \mathbf{w}^T(n)\mathbf{R}\mathbf{w}(n)], \quad (2.6)$$

sendo $\mathbf{R} = E[\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^T(n)]$ a matriz de correlação do sinal de entrada e $\mathbf{p} = E[d(n)\mathbf{x}(n)]$ o vetor de correlação cruzada entre o sinal desejado e o sinal de entrada.

A solução ótima para a Eq. (2.6) é dada pela solução de Wiener [1]:

$$\mathbf{w}_o = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{p}. \quad (2.7)$$

Porém, na prática, estimativas precisas para \mathbf{R} e \mathbf{p} não estão disponíveis.

Para resolver este problema podemos utilizar um algoritmo baseado no método *Steepest Descent* [2] (que segue a direção contrária ao vetor gradiente da função $\xi(n)$) para obter uma solução que se aproxime da solução de Wiener, como mostrado a seguir:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) - \mu\hat{\mathbf{g}}\mathbf{w}(n), \quad (2.8)$$

onde $\hat{\mathbf{g}}\mathbf{w}(n)$ representa a estimativa para o gradiente do MSE (ξ) em relação a $\mathbf{w}(n)$ para um determinado instante. Esta estimativa é obtida derivando-se o valor instantâneo do erro ao quadrado (Eq. (2.6)) em relação aos elementos de $\mathbf{w}(n)$:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{g}}_w(n) &= -2d(n)\mathbf{x}(n) + 2\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^T(n)\mathbf{w}(n) \\ &= 2\mathbf{x}(n)[-d(n) + \mathbf{x}^T(n)\mathbf{w}(n)] \\ &= -2e(n)\mathbf{x}(n), \end{aligned} \quad (2.9)$$

onde $\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^T(n)$ e $d(n)\mathbf{x}(n)$ representam, respectivamente, as estimativas da matriz \mathbf{R} e do vetor \mathbf{p} . Substituindo este resultado na Eq. (2.8) temos:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + 2\mu e(n)\mathbf{x}(n), \quad (2.10)$$

sendo μ o fator de convergência que deve ser escolhido de forma a garantir a convergência do algoritmo em ambientes estacionários [3]. A faixa de valores para μ é dada por:

$$0 < \mu < \frac{1}{tr[\mathbf{R}]}. \quad (2.11)$$

Outras propriedades do algoritmo adaptativo são:

↪ **MSE mínimo** - corresponde à parte do sistema que não foi possível identificar, decorrente da presença de ruído adicional não correlacionado ao sinal de entrada $x(n)$, ou então, devido ao fato do filtro adaptativo não possuir número de coeficientes suficientes para modelar o sistema desconhecido;

↪ **Excesso de MSE** - os coeficientes do filtro adaptativo convergem na média para a solução ótima (\mathbf{w}_o), ao passo que instantaneamente ocorre um desvio $\Delta\mathbf{w}(n) = \mathbf{w}(n) - \mathbf{w}_o$ que acarreta um aumento (excesso) no MSE que é dado por [3]:

$$\xi = \lim_{n \rightarrow \infty} \Delta\xi(n) \approx \frac{\mu\sigma_v^2 tr[\mathbf{R}]}{1 - \mu tr[\mathbf{R}]}. \quad (2.12)$$

Como $\mu tr[\mathbf{R}] \ll 1$, o excesso de MSE pode ser aproximado para:

$$\xi \approx \mu\sigma_v^2 tr[\mathbf{R}] = \mu N \sigma_v^2 \sigma_x^2, \quad (2.13)$$

sendo $N - 1$ a ordem do filtro adaptativo, e σ_x^2 e σ_v^2 , respectivamente, as variâncias do sinal de entrada e do ruído adicional.

↪ **Desajuste** - é um parâmetro muito utilizado para comparar diferentes algoritmos adaptativos, já que representa a relação entre o excesso de MSE e o MSE mínimo [3]:

$$\mathbf{M}^* \triangleq \frac{\xi_{exc}}{\xi_{min}} = \frac{\mu tr[\mathbf{R}]}{1 - \mu tr[\mathbf{R}]}. \quad (2.14)$$

2.2.2 Algoritmo Least-Mean-Square Normalizado (NLMS)

Alguns algoritmos [3] foram propostos com o objetivo de acelerar a convergência do MSE para sinal de entrada correlacionado (ruído colorido). Um deles é o NLMS que converge mais rápido do que o LMS convencional porque utiliza um

fator de convergência variável (μ_n) com o objetivo de minimizar o erro quadrático instantâneo, que é uma boa e simples estimativa do MSE, mostrado abaixo:

$$e^2(n) = d^2(n) + \mathbf{w}^T(n)\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^T(n)\mathbf{w}(n) - 2d(n)\mathbf{w}^T(n)\mathbf{x}(n). \quad (2.15)$$

Fazendo, agora, a seguinte mudança no vetor de coeficientes do filtro adaptativo: $\mathbf{w}'(n) = \mathbf{w}(n) + 2\mu e(n)\mathbf{x}(n) = \mathbf{w}(n) + \Delta\mathbf{w}'(n)$, é possível mostrar que:

$$\begin{aligned} e'^2(n) &= e^2(n) + 2\Delta\mathbf{w}'^T(n)\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^T(n)\mathbf{w}(n) + \Delta\mathbf{w}'^T(n)\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^T(n)\Delta\mathbf{w}'(n) \\ &\quad - 2d(n)\Delta\mathbf{w}'^T(n)\mathbf{x}(n). \end{aligned} \quad (2.16)$$

Podemos calcular a variação de $e^2(n)$:

$$\begin{aligned} \Delta e^2(n) &\triangleq e'^2(n) - e^2(n) \\ &\quad - 2\Delta\mathbf{w}'^T(n)\mathbf{x}(n)e(n) + \Delta\mathbf{w}'^T(n)\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^T(n)\Delta\mathbf{w}'(n). \end{aligned} \quad (2.17)$$

Substituindo $\Delta\mathbf{w}'(n)$ por $2\mu e(n)\mathbf{x}(n)$ na equação acima, temos:

$$\Delta e^2(n) = -4\mu_n e^2(n)\mathbf{x}^T(n)\mathbf{x}(n) + 4\mu_n^2 e^2(n)[\mathbf{x}^T(n)\mathbf{x}(n)]^2. \quad (2.18)$$

Fazendo $\frac{\partial \Delta e^2(n)}{\partial \mu_n} = 0$, obtemos:

$$\mu_n = \frac{1}{2\mathbf{x}^T(n)\mathbf{x}(n)}, \quad (2.19)$$

como $\frac{\partial^2 \Delta e^2(n)}{\partial^2 \mu_n} > 0$, o valor de μ_n na Eq.(2.19) corresponde a um ponto de mínimo de $\Delta e^2(n)$. Com isso, a fórmula de atualização dos coeficientes do filtro adaptativo é a seguinte:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \frac{e(n)\mathbf{x}(n)}{\mathbf{x}^T(n)\mathbf{x}(n)}. \quad (2.20)$$

Na prática, um fator de convergência μ_{NLMS} pode ser acrescentado na equação de atualização para controlar o desajuste, já que todas as derivações feitas são baseadas no erro quadrático instantâneo e não no MSE. Um parâmetro γ também deve ser incluído para controlar o fator de convergência variável quando o produto $\mathbf{x}^T(n)\mathbf{x}(n)$ torna-se muito pequeno. Desta forma, pode-se reescrever a Eq. (2.20) da seguinte forma:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \frac{\mu_{NLMS}}{\gamma + \mathbf{x}^T(n)\mathbf{x}(n)} e(n)\mathbf{x}(n). \quad (2.21)$$

Comparando a Eq.(2.21) com a Eq.(2.10) pode-se obter os limites de μ_{NLMS} que garantam a convergência do algoritmo [3], ou seja:

$$0 < \mu = \frac{\mu_{NLMS}}{2tr[\mathbf{R}]} < \frac{1}{tr[\mathbf{R}]}, \quad (2.22)$$

sendo $0 < \mu_{NLMS} < 2$.

Capítulo 3

Introdução a Banco de Filtros e Sistemas Multitaxas

3.1 Introdução

Os bancos de filtros e os sistemas multitaxas vêm sendo utilizados em diversas aplicações; como exemplo podemos citar algumas: sistemas de áudio digital, codificação e compressão em sinais de voz e imagem, filtragem adaptativa em sub-bandas, conversão A/D, redução de taxa de amostragem, e multiplexação de sinais em telefonia digital [4].

Neste capítulo apresentaremos alguns conceitos básicos para o estudo de bancos de filtros e sistemas multitaxas: operações multitaxas básicas, bancos de filtros maximamente decimados e não maximamente decimados, decomposição polifásica e implementação de bancos de filtros.

3.2 Operações Básicas: decimação e interpolação

3.2.1 Compressor de Taxa de Amostragem

A Fig. 3.1 mostra a estrutura de um compressor de taxa de amostragem, também chamado de decimador. Supondo um sinal $x(n)$ presente na entrada, podemos definir a saída $y_D(n)$ como sendo:

$$y_D(n) = x(nM), \forall n, \quad (3.1)$$

onde M é um número inteiro.

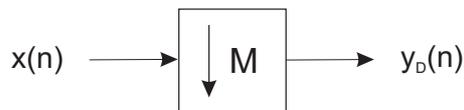


Figura 3.1: Decimador.

3.2.2 Expansor de Taxa de Amostragem

A Fig. 3.2 mostra a estrutura de um expansor de taxa de amostragem, também chamado de interpolador. Supondo um sinal $x(n)$ presente na entrada, podemos definir a saída $y_E(n)$ como sendo:

$$y_E(n) = \begin{cases} x(n/L) & , \text{ se } n \text{ é inteiro e múltiplo de } L \\ 0 & , \text{ para qualquer outro } n. \end{cases} \quad (3.2)$$

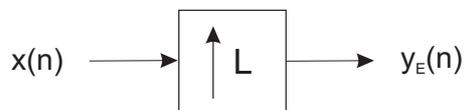


Figura 3.2: Expansor.

3.2.3 Análise no Domínio da Freqüência do Compressor e do Expansor

Derivando as expressões para $Y_E(e^{j\omega})$ e $Y_D(e^{j\omega})$ em termos de $X(e^{j\omega})$, pode-se mostrar [4] que:

$$Y_D(e^{j\omega}) = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} X\left(e^{j\left(\frac{\omega-2\pi k}{M}\right)}\right) \quad (3.3)$$

$$Y_E(e^{j\omega}) = X(e^{j\omega L}) \quad (3.4)$$

Isto significa que $Y_D(e^{j\omega})$ é o somatório de todas as $M - 1$ versões deslocadas com a versão não deslocada $X(e^{j\frac{\omega}{M}})$, e ainda dividido por M . Pela Fig. 3.3 pode-se

verificar que há uma sobreposição entre os espectros da versão não deslocada com as versões deslocadas. Este efeito é conhecido como *aliasing*, o qual impossibilita a recuperação do sinal $x(n)$ a partir da versão decimada $y_D(n)$.

Por outro lado, $Y_E(e^{j\omega})$ é uma versão comprimida de $X(e^{j\omega})$ como mostrado na Fig. 3.3. As múltiplas $L - 1$ cópias do espectro comprimido são chamadas de *imagens*, criando o efeito conhecido como *imaging*.

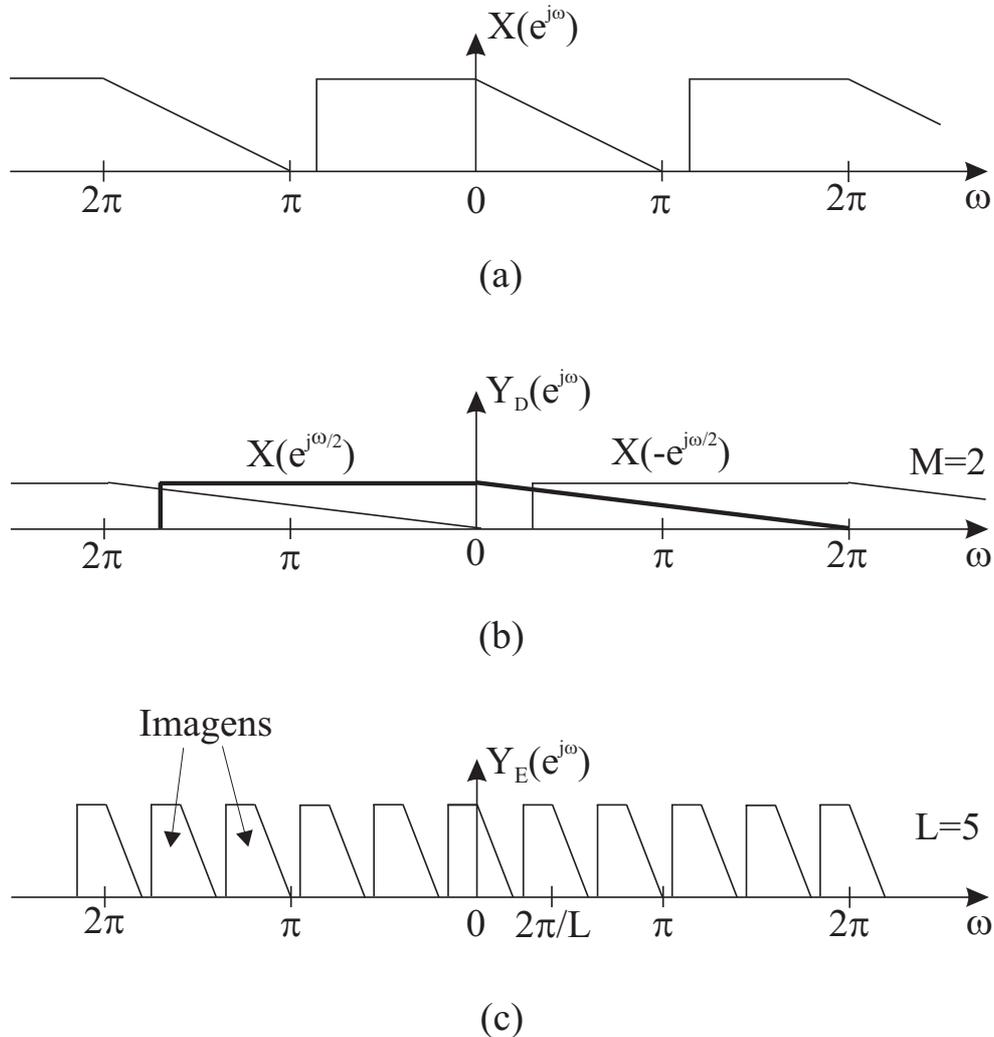


Figura 3.3: Efeito da expansão e da decimação no domínio da frequência. Transformada de Fourier do (a) sinal de entrada, (b) sinal decimado por $M=2$, e (c) sinal expandido com $L=5$.

3.2.4 Filtros Decimadores e Filtros Interpoladores

Na maioria das aplicações, o decimador é precedido por um filtro digital passa-baixas, como mostra a Fig. 3.4(a), denominado filtro decimador, o qual limita em banda o sinal a ser decimado. Supondo que $H(e^{jw})$ seja a resposta em freqüência deste filtro, podemos garantir que não haverá sobreposição do espectro se:

$$|H(e^{jw})| = 0, \text{ para } |w| > \frac{\pi}{M}. \quad (3.5)$$

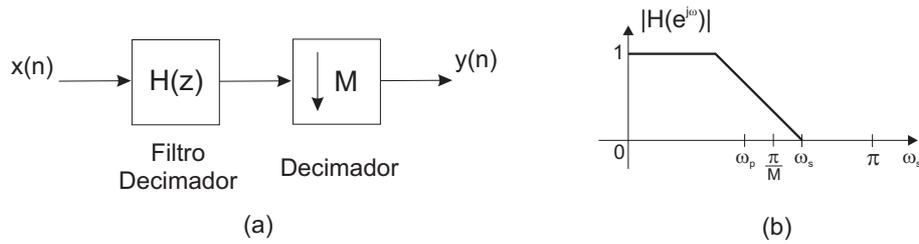


Figura 3.4: (a) Circuito completo da decimação, e (b) resposta típica do filtro decimador.

Por outro lado, um filtro interpolador é acrescentado logo após ao expansor, como mostra a Fig. 3.5(a), com o objetivo de suprimir todas as imagens. Tipicamente, este filtro é um passa-baixas com freqüência de corte π/L , e as amostras de valor zero introduzidas pelo expansor são preenchidas com valores interpolados [4] [5].

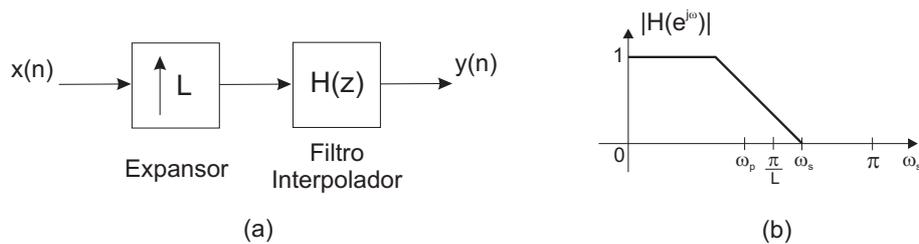


Figura 3.5: (a) Circuito completo da expansão, e (b) resposta típica do filtro interpolador.

3.3 Banco de Filtros Digitais Maximamente Decimado

Um banco de filtros digitais é uma coleção de filtros digitais como mostrado na Fig. 3.6(a). Este sistema divide o sinal $x(n)$ em M sinais $x_k(n)$ comumente

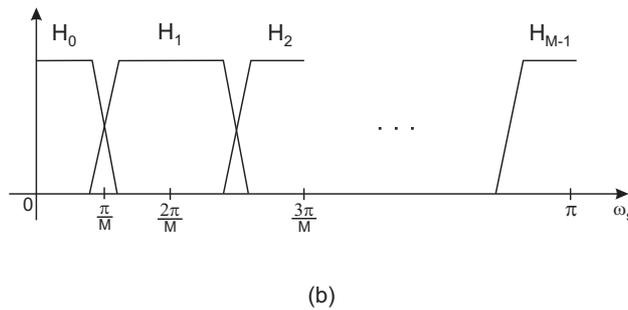
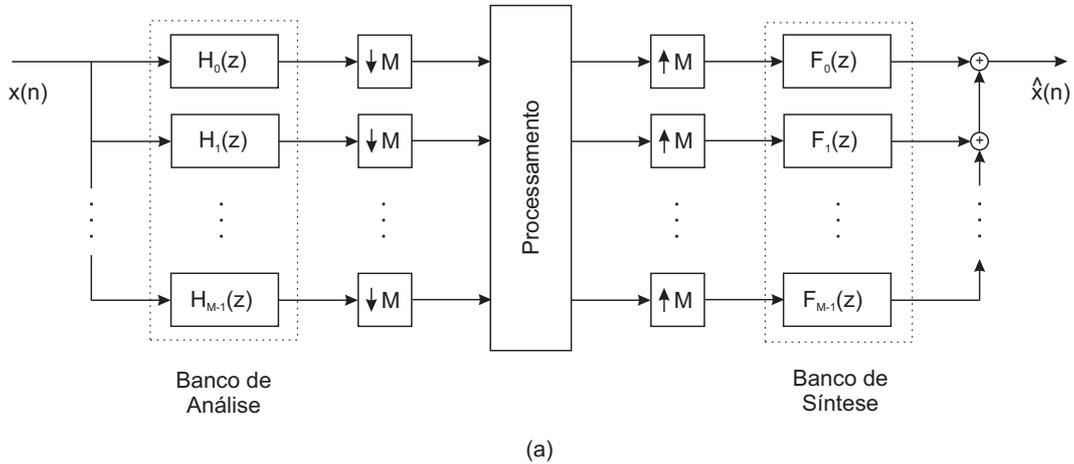


Figura 3.6: Banco de filtros digital e resposta típica dos filtros de análise.

chamados de sinais em subbandas. Os conjuntos de filtros $H_0(z) \dots H_{M-1}(z)$ e $F_0(z) \dots F_{M-1}(z)$ são denominados de banco de análise e de síntese, respectivamente. Estes últimos filtros combinam os sinais das M subbandas em um único sinal $\hat{x}(n)$ que deve ser igual a $x(n)$ a menos de erros introduzidos pelo processamento. A Fig. 3.6(b) mostra a resposta em frequência típica dos filtros de análise.

Além do erro causado pelo processamento, o qual não pode ser corrigido, existe ainda o erro de reconstrução do próprio banco de filtros que pode ter três causas distintas: distorção de amplitude, distorção de fase e *aliasing*. Felizmente, estes erros podem ser evitados durante o projeto do banco de filtros [4] [5], que nos leva à reconstrução perfeita do sinal de entrada. Normalmente, o sinal reconstruído

$\hat{x}(n)$ é uma versão atrasada do sinal de entrada, ou seja, $\hat{x}(n) = \frac{1}{M}x(n - D)$, onde D é o atraso introduzido pelo banco de filtros e o fator $\frac{1}{M}$ é decorrente do processo de decimação (subsecção 3.2.3); porém, este último pode ser compensado durante a obtenção dos filtros de análise e síntese.

Historicamente, podemos dizer que a teoria de reconstrução perfeita (PR) teve início em [6] com banco de filtros tipo *Quadrature Mirror Filter* (QMF), mas somente em [7] e [8] foi mostrado como eliminar os três tipos de distorção para banco de filtros QMF de dois canais ($M = 2$).

3.3.1 Banco de Filtros Não Maximamente Decimado

Considerando M o número de bandas e L o fator de decimação, dizemos que um banco de filtros é não maximamente decimado se $L < M$, como mostra a Fig. 3.7.

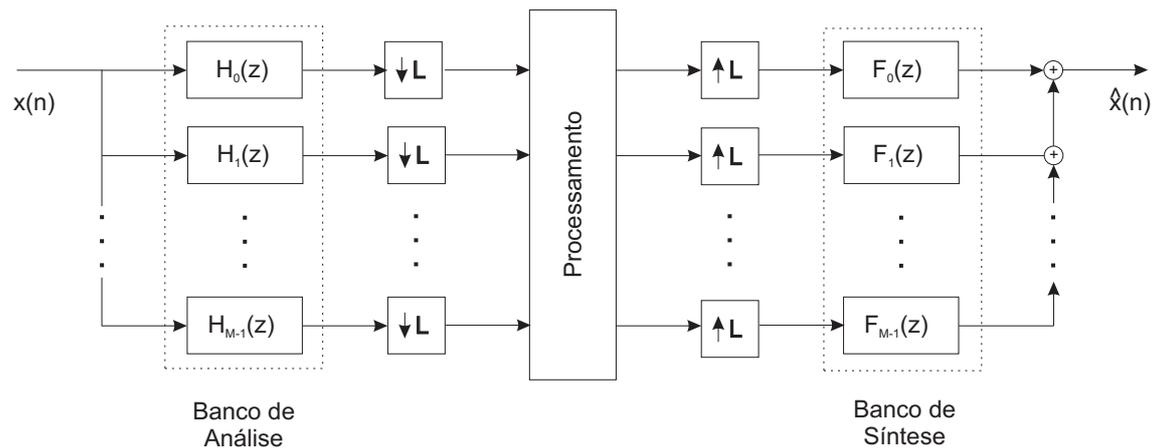


Figura 3.7: Banco de filtros não maximamente decimado.

A vantagem, neste caso, é a menor sobreposição de espectros na saída dos filtros de análise, além de que suas transições da faixa de passagem para faixa de rejeição podem ser mais suaves.

3.4 Representação Polifásica

Um grande avanço em processamento de sinais multitaxas se deve à representação polifásica dos bancos de análise e síntese. Com isto, foi possível uma grande

simplificação dos resultados teóricos, e uma maior eficiência computacional na implementação dos filtros decimadores e expansores, bem como do banco de filtros.

A Fig. 3.8 mostra a estrutura geral de um banco de filtros com a representação polifásica dos bancos de análise e síntese. Utiliza-se para o banco de análise

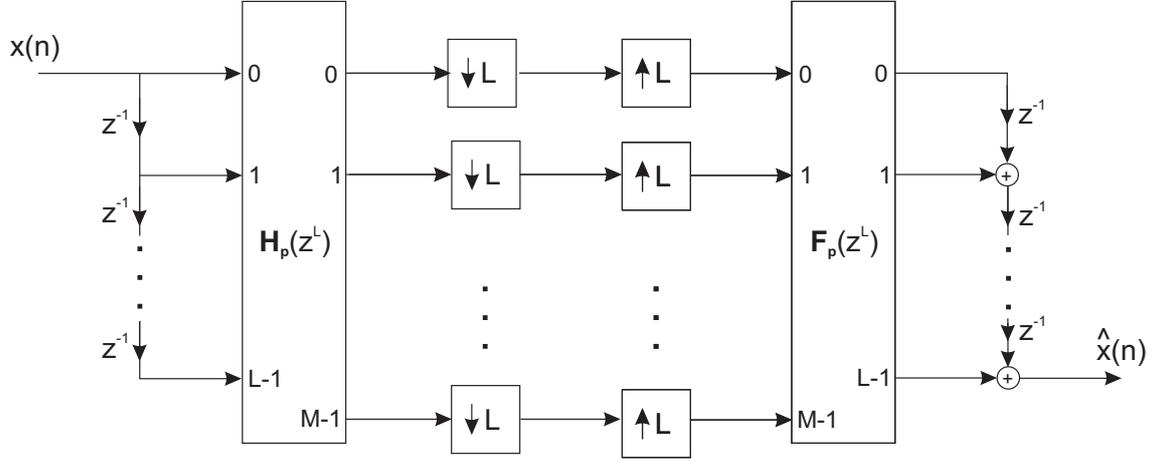


Figura 3.8: Estrutura geral com a representação polifásica dos bancos de análise e síntese

a representação polifásica do tipo 1 [4]. Decompondo os filtros de análise $H_i(z)$ conforme a equação abaixo:

$$H_i(z) = \sum_{j=0}^{L-1} z^{-j} H_{i,j}(z^L), \quad (3.6)$$

onde $H_{i,j}(z)$ são as componentes polifásicas do tipo 1 do i -ésimo filtro de análise $h_i(n)$, isto é,

$$H_{i,j}(z) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} h_i(lL + j) z^{-l}. \quad (3.7)$$

A matriz polifásica de análise $\mathbf{H}_p(z^L)$ de dimensão $M \times L$ é definida como

$$\mathbf{H}_p(z^L) = \begin{bmatrix} H_{0,0}(z^L) & H_{0,1}(z^L) & \dots & H_{0,L-1}(z^L) \\ H_{1,0}(z^L) & H_{1,1}(z^L) & \dots & H_{1,L-1}(z^L) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{M-1,0}(z^L) & H_{M-1,1}(z^L) & \dots & H_{M-1,L-1}(z^L) \end{bmatrix}. \quad (3.8)$$

A representação utilizada para o banco de síntese é a decomposição polifásica

do tipo 2 [4]. Sendo os filtros $F_i(z)$ de síntese dados por:

$$F_i(z) = \sum_{j=0}^{L-1} z^{-(L-1-j)} F_{i,j}(z^L), \quad (3.9)$$

onde $F_{i,j}(z)$ são as componentes polifásicas do tipo 2 do i -ésimo filtro de síntese $f_i(n)$, isto é,

$$F_{i,j}(z) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} f_i(L(l+1) - j - 1) z^{-l}. \quad (3.10)$$

A matriz polifásica de síntese $\mathbf{F}_p(z^L)$ de dimensão $L \times M$ é definida como

$$\mathbf{F}_p(z^L) = \begin{bmatrix} F_{0,0}(z^L) & F_{1,0}(z^L) & \dots & F_{M-1,0}(z^L) \\ F_{0,1}(z^L) & F_{1,1}(z^L) & \dots & F_{M-1,1}(z^L) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ F_{0,L-1}(z^L) & F_{1,L-1}(z^L) & \dots & F_{M-1,L-1}(z^L) \end{bmatrix}. \quad (3.11)$$

Utilizando as identidades nobres [5] podemos simplificar a estrutura da Fig. 3.8 como mostra a Fig. 3.9, onde os filtros de análise e síntese operam numa taxa L vezes menor que o sinal de entrada $x(n)$.

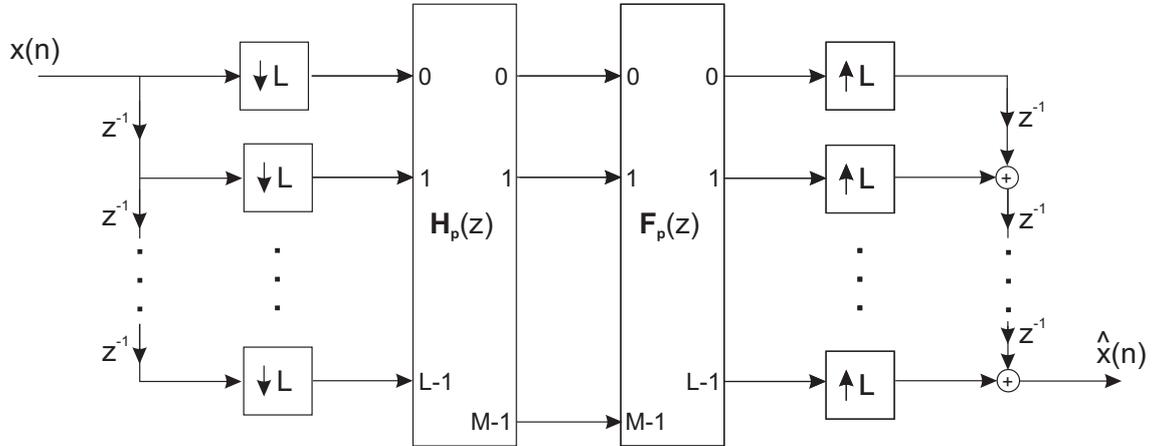


Figura 3.9: Estrutura polifásica simplificada

Para um banco de filtros de M bandas, as condições para obter-se reconstrução perfeita foram desenvolvidas em [9] e [10], utilizando a propriedade da paraunitariedade [4] das matrizes polifásicas, ou seja:

$$\mathbf{F}_p(z)\mathbf{H}_p(z) = z^{-D_0}\mathbf{I}, \quad (3.12)$$

onde $\mathbf{F}_p(z) = \mathbf{H}_p^T(z^{-1})$, e D_0 é o atraso introduzido no domínio polifásico, sendo o atraso do banco de filtros $D = L - 1 + D_0L$.

Uma vez que o projeto separado dos filtros para M bandas e PR ainda se mostrava muito complexo, uma solução alternativa foi obtê-los a partir de um único filtro como foi desenvolvido em [11], [12] e [13]. Neste caso, os filtros de análise e síntese são versões moduladas de um único filtro protótipo.

3.5 Banco de Filtros Modulados por Cosseno

Na literatura [4] e [5] são encontradas diversas formas de projeto e implementação de bancos de filtros. Nesta seção vamos descrever apenas o banco de filtros modulado por cosseno (CMFB) que será utilizado neste trabalho.

Nestes sistemas, todos os M filtros de análise e os M filtros de síntese são obtidos pela modulação por cosseno de um único filtro protótipo. Algumas extraordinárias vantagens deste sistema são:

- a) O custo computacional para implementação dos bancos de análise e de síntese é igual ao custo computacional de um único filtro e de uma transformada DCT;
- b) Durante a fase de desenvolvimento, onde são otimizados os coeficientes do filtro, o número de parâmetros a serem otimizados é pequeno porque somente o filtro protótipo tem que ser otimizado;
- c) Se o protótipo possuir coeficientes reais, todos os filtros dos bancos de análise e de síntese também terão coeficientes reais.

Supondo que o filtro protótipo tenha comprimento N_p e resposta ao impulso $p(n)$, os filtros que irão compor os bancos de análise e síntese são obtidos da seguinte forma:

$$h_k(n) = 2p(n)\cos\left(\frac{\pi}{L}(k+0,5)\left(n-\frac{D}{2}\right)+\theta_k\right) \quad (3.13)$$

$$f_k(n) = 2p(n)\cos\left(\frac{\pi}{L}(k+0,5)\left(n-\frac{D}{2}\right)-\theta_k\right) \quad (3.14)$$

onde $D = N_p - 1$ e $\theta_k = (-1)^k \frac{\pi}{4}$, para $0 \leq k \leq M - 1$ e $0 \leq n \leq N_p - 1$.

Nos últimos anos vêm sendo estudadas algumas classes de CMFB; em ordem cronológica, podemos citar:

- 1º) Banco de filtros pseudo QMF (PQMF-CMFB), que caracteriza-se por cancelar

apenas o *aliasing* entre bandas adjacentes; os erros de distorção e de *aliasing* entre bandas não adjacentes não são totalmente cancelados;

2^o) Banco de filtros com reconstrução quase perfeita (NPR-CMFB), que caracteriza-se por possuir os erros de distorção e de *aliasing* entre bandas adjacentes iguais a zero; porém ainda existe sobreposição do espectro entre bandas não-adjacentes;

3^o) Banco de filtros com reconstrução perfeita (PR-CMFB), que caracteriza-se por possuir os erros de distorção e de *aliasing* iguais a zero.

O que diferencia estes três tipos de bancos de filtros é justamente a obtenção do filtro protótipo, mais precisamente as restrições que a este são impostas durante o seu processo de otimização. Veremos este assunto com mais detalhes no decorrer deste trabalho.

3.6 Erros de Distorção e de *Aliasing*

Para um banco de filtros de M bandas, a relação entre o sinal de entrada e de saída é [5]:

$$\hat{X}(z) = \sum_{l=0}^{L-1} T_l(z) X(zW_L^l) \quad (3.15)$$

onde

$$T_l(z) = \frac{1}{L} \sum_{k=0}^{M-1} H_k(zW_L^l) F_k(z), \quad (3.16)$$

sendo $W_L = e^{-j\frac{2\pi}{L}}$.

A função de transferência $T_0(z)$ multiplica o espectro original do sinal de entrada e é conhecida como função de distorção. As funções de transferência $T_1(z)$, \dots , $T_{L-1}(z)$ multiplicam versões deslocadas do espectro do sinal de entrada e são conhecidas como funções de transferência de *aliasing*. O objetivo é encontrar um conjunto de filtros $H_k(z)$ e $F_k(z)$ que garantam a reconstrução perfeita do sinal de entrada; para tal é necessário que:

$$\begin{cases} T_0(z) = z^{-D} & (\text{sem distorção para } l = 0) \\ T_l(z) = 0 & , \text{ para } 1 \leq l \leq L - 1 \text{ (sem } \textit{aliasing}) \end{cases} \quad (3.17)$$

sendo que o *aliasing* entre bandas adjacentes é representado por $T_1(z)$ e entre bandas não adjacentes representado por $T_2(z), \dots, T_{L-1}(z)$.

Capítulo 4

Desenvolvimento de Protótipos para Banco de Filtros Modulados por Cosseno

4.1 Introdução

Neste capítulo serão apresentados quatro tipos de filtros protótipos: Pseudo-QMF (PQMF), com reconstrução quase perfeita (NPR), maximamente decimados com reconstrução perfeita (PR) e sem decimação máxima PR, a partir dos quais serão implementados os bancos de análise e de síntese modulados por cosseno (Eq. (3.13)).

Como o cosseno é a soma de duas exponenciais ($\cos(w) = 0,5[e^{jw} + e^{-jw}]$), a resposta em frequência do filtro protótipo é deslocada em duas direções, e se este for um filtro FIR de coeficientes reais e fase linear, todos os filtros do banco de análise e síntese também terão coeficientes reais e fase linear. A Fig. 4.1 mostra a resposta em frequência do filtro protótipo e dos filtros do banco de análise.

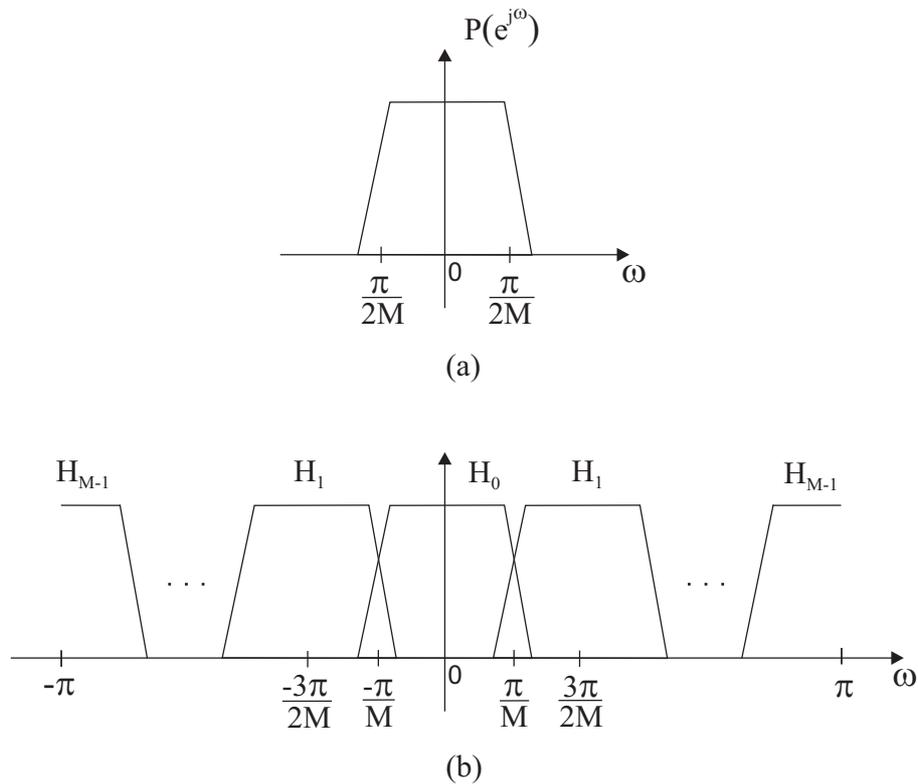


Figura 4.1: (a) Resposta em freqüência do filtro protótipo, (b) Resposta em freqüência dos filtros de análise.

4.2 Protótipos do Tipo PQMF (*Pseudo Quadrature Mirror Filter*)

Inicialmente foram desenvolvidas técnicas para desenvolvimento de sistemas com reconstrução aproximada. Estes sistemas foram chamados de Pseudo QMF, inicialmente estudados em [14].

Nestes sistemas, os filtros $H_k(z)$ de análise e $F_k(z)$ de síntese são escolhidos de forma que somente o *aliasing* entre bandas adjacentes são cancelados, e a função de distorção $T_0(z)$ é aproximadamente um atraso. Estes sistemas são aceitáveis em algumas aplicações práticas [4].

Para que o banco de filtros tenha resposta suficientemente plana durante toda a faixa de freqüências digitais $[0, \pi]$, é necessário forçar que o protótipo seja complementar em potência através da função objetivo abaixo:

$$\xi_1 = \sum_{w=0}^{\frac{\pi}{M}} \left(|P(e^{jw})|^2 + |P(e^{j(w-\frac{\pi}{M})})|^2 - 1 \right)^2. \quad (4.1)$$

Para reduzir a distorção de amplitude e o *aliasing* entre bandas não adjacentes é interessante que o filtro protótipo tenha boa atenuação na faixa de rejeição. Podemos então minimizar a sua energia na faixa de rejeição através da seguinte função objetivo:

$$\xi_2 = \sum_{w=\frac{\pi}{M}+\gamma}^{\pi} (|P(e^{jw})|)^2, \quad (4.2)$$

onde γ controla a seletividade do protótipo.

Finalmente, podemos otimizar os coeficientes $p(n)$ de $P(z)$ compondo uma função objetivo da seguinte forma:

$$\xi = \alpha_1 \xi_1 + \alpha_2 \xi_2, \quad (4.3)$$

onde α_1 e α_2 controlam a importância de cada parcela durante a otimização.

O protótipo $P(z)$ é um filtro FIR de fase linear e coeficientes reais com frequência de corte $\pi/2M$ (Fig. 4.1). Os erros de fase e de *aliasing* entre canais adjacentes são cancelados fazendo $f_k(n) = h_k(Np - n)$ e $\theta_k = (-1)^k \frac{\pi}{4}$ na Eq. (3.13) [4].

4.3 Protótipos com Reconstrução Quase Perfeita (NPR)

Um filtro protótipo $P(z)$ de comprimento $N = 2(mM + m_1)$, para $0 \leq m_1 \leq M - 1$, que resulta em reconstrução quase perfeita do sinal de entrada de um banco de filtros modulado por cosseno pode ser obtido através da decomposição espectral de um filtro de $2M$ bandas com fase linear [5]. Os erros de reconstrução são cancelados e o erro de *aliasing* na saída do banco de filtros é comparável à atenuação deste protótipo na faixa de rejeição. Utilizando a notação acima, o filtro de $2M$ bandas é definido da seguinte forma:

$$G(z) = \sum_{n=0}^{4mM+4m_1-2} g(n)z^{-n} \quad (4.4)$$

onde

$$g(n) = \begin{cases} 0, & \text{para } n = 2(mM + m_1) - 1 - 2lM \text{ e } \begin{cases} 1 \leq l \leq m - 1, & m_1 = 0 \\ 1 \leq l \leq m, & m_1 \neq 0 \end{cases} \\ \frac{1}{2M}, & \text{para } n = 2(mM + m_1) - 1. \end{cases} \quad (4.5)$$

4.3.1 Formulação das Restrições Quadráticas

Em 1994 foram obtidas as restrições quadráticas que garantem que o filtro protótipo corresponde à decomposição espectral do filtro $G(z)$ de $2M$ bandas, tornando possível a obtenção de protótipos com reconstrução quase perfeita através de uma otimização com restrições quadráticas [15].

Considerando apenas o caso em que M é par, devem ser impostas as seguintes restrições ao protótipo:

$$\begin{cases} \mathbf{p}^T \mathbf{D}_n \mathbf{p} = 0, & \text{para } \begin{cases} \lfloor \frac{m+1}{2} \rfloor \leq l \leq (m-1), & m_1 = 0 \\ \lfloor \frac{m+1}{2} \rfloor \leq l \leq m, & m_1 \neq 0 \end{cases} \\ \mathbf{p}^T (\mathbf{D}_n + \mathbf{J} \mathbf{D}_{n-mM-m_1} + \mathbf{D}_{n-mM-m_1} \mathbf{J}) \mathbf{p} = 0, & \text{para } 1 \leq l \leq \lfloor \frac{m+1}{2} \rfloor - 1 \\ \mathbf{p}^T (\mathbf{J} \mathbf{D}_{mM+m_1-1} + \mathbf{D}_{mM+m_1-1} \mathbf{J}) \mathbf{p} = \frac{1}{2M} \end{cases} \quad (4.6)$$

onde:

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} 0 & \dots & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \dots & 0 \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

$$[\mathbf{D}_n]_{i,j} = \begin{cases} 1 & , \text{ para } n = i + j \\ 0 & , \text{ para qualquer outro } n. \end{cases} \quad (4.8)$$

sendo $(mM + m_1) \times (mM + m_1)$ as dimensões das matrizes \mathbf{J} e \mathbf{D}_n , $n = 2M(m - l) + 2m_1 - 1$, e \mathbf{p} o vetor que consiste dos primeiros $mM + m_1$ coeficientes de $p(n)$, ou seja,

$$\mathbf{p} = \left[p(0) \quad p(1) \quad \dots \quad p(mM + m_1 - 1) \right]^T. \quad (4.9)$$

Para obter o filtro protótipo é preciso otimizar sua energia na faixa de rejeição, de acordo com a função custo abaixo, atendendo as m restrições impostas na Eq. (4.6).

$$\xi = \sum_{w=w_s}^{\pi} |P(e^{jw})|^2 \quad (4.10)$$

onde $w_s = \frac{\pi}{M}$ (frequência correspondente ao início da faixa de rejeição do filtro protótipo).

4.4 Protótipos com Reconstrução Perfeita (PR) e Decimação Máxima

Em 1992 foram obtidas em [16] as condições necessárias e suficientes para as $2M$ componentes polifásicas de um filtro protótipo de comprimento $N = 2mN$ ($m \geq 1$) e fase linear, tal que a matriz das componentes polifásicas de um banco de filtros modulado por cosseno seja paraunitária [5].

Lema: Sendo $\mathbf{h}(z)$ a matriz que representa o banco de filtros de análise obtido a partir de um filtro protótipo $P(z)$ de comprimento $N = 2mM$, fase linear e coeficientes reais, então, a matriz das componentes polifásicas de $\mathbf{h}(z)$ é paraunitária (sem perdas) se e somente se:

a) Para M par

$$G_k(z^{-1})G_k(z) + G_{M+k}(z^{-1})G_{M+k}(z) = \frac{1}{2M} \quad (4.11)$$

onde $G_k(z)$ são as componentes polifásicas do tipo 1 de $P(z)$ para $0 \leq k \leq \frac{M}{2} - 1$.

b) Para M ímpar

$$G_k(z^{-1})G_k(z) + G_{M+k}(z^{-1})G_{M+k}(z) = \frac{1}{2M} \quad (4.12)$$

e

$$2G_{\frac{M-1}{2}}(z^{-1})G_{\frac{M-1}{2}}(z) = \frac{1}{2M} \quad (4.13)$$

para $0 \leq k \leq \lfloor \frac{M}{2} \rfloor - 1$, onde $\lfloor x \rfloor$ representa o maior inteiro menor que x .

4.4.1 Formulação das Restrições Quadráticas

Em 1995 as restrições acima (Eqs. (4.11), (4.12) e (4.13)) foram reescritas em função dos coeficientes do filtro protótipo ($P(z)$), tornando possível a obtenção

de protótipos com reconstrução perfeita através de uma otimização com restrições quadráticas [17].

Considerando apenas o caso em que M é par, pode-se reescrever a Eq. (4.11) da seguinte forma:

$$\mathbf{p}^T [\mathbf{V}_k \mathbf{J} \mathbf{D}_n \mathbf{V}_k^T + \mathbf{V}_{M+k} \mathbf{J} \mathbf{D}_n \mathbf{V}_{M+k}^T] \mathbf{p} = \begin{cases} 0 & , 0 \leq n \leq m-2 \\ \frac{1}{2M} & , n = m-1 \end{cases} \quad (4.14)$$

sendo:

$$\mathbf{p} = [p(0) \ p(1) \ \dots \ p(mM-1)]^T \quad (4.15)$$

$$[\mathbf{V}_k]_{i,j} = \begin{cases} 1, & \begin{cases} i = k + 2jM & , k + 2jM < mM \\ i = 2M(m-j) - 1 - k & , k + 2jM \geq mM \end{cases} \\ 0, & \text{para qualquer outro } i \end{cases} \quad (4.16)$$

onde $0 \leq k \leq \frac{M}{2} - 1$, $0 \leq n \leq m-1$, e as matrizes \mathbf{J} e \mathbf{D}_n são obtidas de acordo com as Eqs. (7.9) e (4.8), respectivamente.

Levando em conta a simetria do filtro protótipo, as $\frac{M}{2}$ condições de reconstrução perfeita na Eq. (4.11) são reescritas como $\frac{mM}{2}$ restrições quadráticas na Eq. (4.14). Note que as dimensões de \mathbf{p} , \mathbf{V}_k , \mathbf{J} e \mathbf{D}_n são $(mM \times 1)$, $(mM \times m)$, $(m \times m)$ e $(m \times m)$, respectivamente.

Para obter o filtro protótipo é necessário otimizar sua energia na faixa de rejeição, de acordo com a função custo mostrada na Eq. (4.10), atendendo as $\frac{mM}{2}$ restrições impostas na Eq. (4.14).

4.5 Protótipos com Reconstrução Perfeita (PR) sem Decimação Máxima

Em 1998, foram desenvolvidas em [18] as condições necessárias para reconstrução perfeita em bancos de filtros modulados por cosseno sem decimação máxima, para um atraso D arbitrário.

Considerando $P(z)$ o filtro protótipo de comprimento $N = 2mM$ e apenas o caso em que M é par, podemos escrever as condições PR da seguinte forma:

$$\sum_{l=0}^{2R-1} P_{k+lL}(z) P_{2M-1-k-lL}(z) \doteq \frac{z^{-D_1}}{2L}, \text{ para } k = 0, \dots, \left\lfloor \frac{L}{2} \right\rfloor - 1 \quad (4.17)$$

onde R é a razão entre o número M de bandas e o fator de decimação L , $P_j(z)$ são as componentes polifásicas do tipo 1 do protótipo, D_1 é o atraso introduzido pelo sistema análise-síntese e $\lceil x \rceil$ representa o menor inteiro maior que x . O atraso no domínio polifásico D_0 é definido como:

$$D_0 = 2RD_1 + 2R - 1 \quad (4.18)$$

com D_1 podendo variar entre 0 e $2m - 2$; porém, o protótipo terá fase linear se $D_1 = m - 1$. O atraso do banco de filtros D é dado por $D = L - 1 + D_0L$ (Seção 3.4).

Para obter o protótipo, novamente será necessário otimizar sua energia na faixa de rejeição, de acordo com a função custo mostrada na Eq. (4.10), atendendo as $2R$ restrições impostas na Eq. (4.17).

Capítulo 5

Filtragem Adaptativa em Subbandas

5.1 Introdução

Nos últimos anos, algumas estruturas para filtragem adaptativa foram apresentadas com o objetivo de reduzir a complexidade computacional, acelerar a convergência para sinais de entrada correlacionados (ruídos coloridos) e, em alguns casos, promover a adaptação dos coeficientes dos filtros adaptativos em uma taxa de amostragem mais baixa que a taxa de amostragem do sinal de entrada da estrutura.

Em [19] foi proposta uma estrutura com decimação máxima capaz de fazer um modelamento quase exato de sistemas FIR, através da inserção de filtros cruzados e considerando que só existia *aliasing* entre bandas adjacentes. Neste caso, tanto o sinal de entrada quanto o sinal desejado eram decompostos em subbandas, e o erro gerado em cada subbanda era utilizado para adaptar os respectivos filtros adaptativos relacionados à subbanda (direto e cruzados).

Em [20] foram propostas duas estruturas sem decimação máxima ($L < M$). Com isto os filtros adaptativos passam a ser adaptados numa taxa L vezes menor que o sinal de entrada; porém como o *aliasing* é diretamente proporcional ao fator de decimação, quanto menor o valor de L menor o MSE mínimo da estrutura. Dependendo dos valores de M e L , pode-se obter um banco de filtros ótimo que minimiza o MSE final da estrutura. A diferença entre as duas estruturas propostas é que em uma o sinal desejado é decomposto em subbandas, enquanto na outra o

erro final da estrutura é decomposto.

Duas novas estruturas em subbandas foram propostas em [21], [22]. A primeira utiliza um banco de análise sem decimação, seguido por filtros adaptativos esparsos; já a segunda, que é derivada a partir da primeira, utiliza um banco de filtros maximamente decimado com PR e os filtros adaptativos operam na taxa reduzida.

Neste trabalho vamos desenvolver filtros protótipos para estas duas últimas estruturas com o objetivo de minimizar o MSE final e/ou acelerar sua convergência. Para tanto, vamos apresentar, primeiramente, as estruturas, os algoritmos de adaptação, e as análises de convergência e da complexidade computacional.

5.2 Estrutura Adaptativa em Subbandas sem Decimação

A estrutura adaptativa em subbandas mostrada na Fig. 5.1 que utiliza um banco de filtros de análise e subfiltros esparsos adaptativos era tida como capaz de modelar, somente, uma classe particular de sistemas FIR, devido ao comprimento dos filtros de análise ser maior que o número de coeficientes adaptativos [23]. Porém, vamos mostrar que escolhendo apropriadamente o banco de filtros e o número de coeficientes dos subfiltros adaptativos esparsos, a estrutura da Fig. 5.1 é capaz de modelar qualquer sistema FIR com a introdução de um atraso.

Considerando a representação polifásica do banco de análise da estrutura da Fig. 5.1, a matriz polifásica de dimensão $M \times M$ [5] é definida como

$$\mathbf{H}_p(z) = \begin{bmatrix} H_{0,0}(z) & H_{0,1}(z) & \dots & H_{0,M-1}(z) \\ H_{1,0}(z) & H_{1,1}(z) & \dots & H_{1,M-1}(z) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{M-1,0}(z) & H_{M-1,1}(z) & \dots & H_{M-1,M-1}(z) \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

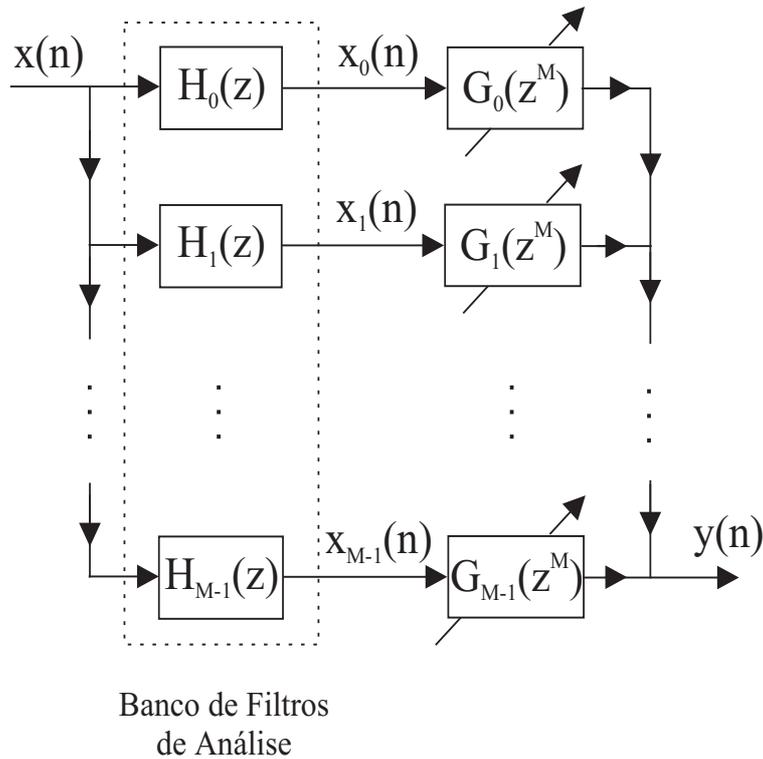


Figura 5.1: Estrutura adaptativa utilizando um banco de filtros de análise e subfiltros esparsos adaptativos

onde $H_{i,j}(z)$ são as componentes polifásicas do tipo 1 do i -ésimo filtro de análise $H_i(z) = \sum_{n=0}^{N_h-1} h_i(n)z^{-n}$, dadas por

$$H_{i,j}(z) = \sum_{n=0}^{\lceil (N_h-1)/M \rceil - 1} h_i(nM + j)z^{-n}. \quad (5.2)$$

Portanto, a função de transferência implementada pela estrutura da Fig. 5.1 é

$$H(z) = \begin{bmatrix} G_0(z^M) & G_1(z^M) & \cdots & G_{M-1}(z^M) \end{bmatrix} \mathbf{H}_p(z^M) \begin{bmatrix} 1 \\ z^{-1} \\ \vdots \\ z^{-(M-1)} \end{bmatrix}. \quad (5.3)$$

Em aplicações de identificação de sistemas, os coeficientes dos subfiltros esparsos $G_i(z^M)$ são adaptados para modelar um sistema FIR desconhecido, o qual será denominado de $S(z)$. A decomposição polifásica do tipo 1 da função de trans-

ferência do sistema desconhecido é dada por

$$S(z) = \begin{bmatrix} S_0(z^M) & S_1(z^M) & \cdots & S_{M-1}(z^M) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ z^{-1} \\ \vdots \\ z^{-(M-1)} \end{bmatrix}. \quad (5.4)$$

A partir das Eqs. (5.3) e (5.4), podemos observar que a estrutura em sub-bandas irá modelar exatamente um sistema FIR desconhecido quando

$$\begin{bmatrix} G_0(z^M) & G_1(z^M) & \cdots & G_{M-1}(z^M) \end{bmatrix} \mathbf{H}_p(z^M) = \begin{bmatrix} S_0(z^M) & S_1(z^M) & \cdots & S_{M-1}(z^M) \end{bmatrix}. \quad (5.5)$$

Observando a Eq. (5.5) vemos que a igualdade não pode ser alcançada, porque para subfiltros adaptativos esparsos de comprimento MK e filtros de análise de comprimento N_h , o produto $G_i(z^M)H_{i,j}(z^M)$ tem comprimento $M\lceil N_h/M \rceil + MK - 1$, o qual é maior que o número de coeficientes MK que estão sendo adaptados. Porém, se

$$\begin{bmatrix} G_0(z^M) & G_1(z^M) & \cdots & G_{M-1}(z^M) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_0(z^M) & S_1(z^M) & \cdots & S_{M-1}(z^M) \end{bmatrix} \mathbf{F}_p(z^M) \quad (5.6)$$

tal que $\mathbf{F}_p(z^M)\mathbf{H}_p(z^M) = z^{-\Delta}\mathbf{I}$, onde \mathbf{I} é a matriz identidade de dimensão $M \times M$, a função de transferência implementada pela estrutura da Fig. 5.1 será

$$H(z) = S(z)z^{-\Delta}. \quad (5.7)$$

As matrizes $\mathbf{H}_p(z)$ e $\mathbf{F}_p(z)$ que satisfazem as condições acima correspondem às matrizes polifásicas de análise e síntese de um banco de filtros com reconstrução perfeita. A matriz polifásica do banco de síntese é definida como

$$\mathbf{F}_p(z) = \begin{bmatrix} F_{0,0}(z) & F_{1,0}(z) & \cdots & F_{M-1,0}(z) \\ F_{0,1}(z) & F_{1,1}(z) & \cdots & F_{M-1,1}(z) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ F_{0,M-1}(z) & F_{1,M-1}(z) & \cdots & F_{M-1,M-1}(z) \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

onde $F_{i,j}(z)$ são as componentes polifásicas do tipo 2 do i -ésimo filtro de síntese $F_i(z) = \sum_{n=0}^{N_f-1} f_i(n)z^{-n}$ dado por

$$F_{i,j}(z) = \sum_{n=0}^{\lceil (N_f-1)/M \rceil} f_i(nM - j + M - 1)z^{-n}. \quad (5.9)$$

Então, utilizando um banco de filtros de análise que nos leva à reconstrução perfeita e subfiltros adaptativos esparsos com ordem suficiente para satisfazer a Eq. (5.6), a estrutura da Fig. 5.1, redesenhada na Fig. 5.2 implementa exatamente qualquer sistema FIR. Porém, deve ser enfatizado que o atraso introduzido pelo banco de filtros precisa ser compensado no algoritmo de adaptação dos coeficientes dos subfiltros esparsos.

Para filtros de análise e síntese de fase linear e comprimentos $N_h = N_f = N_p$, o atraso é dado por $\Delta = N - M$. O número K de coeficientes adaptativos não nulos nos subfiltros esparsos $G_i(z^M)$ deve ser no mínimo:

$$K = \lceil (N_d + N_p)/M \rceil - 1, \quad (5.10)$$

onde N_d é o comprimento do sistema desconhecido.

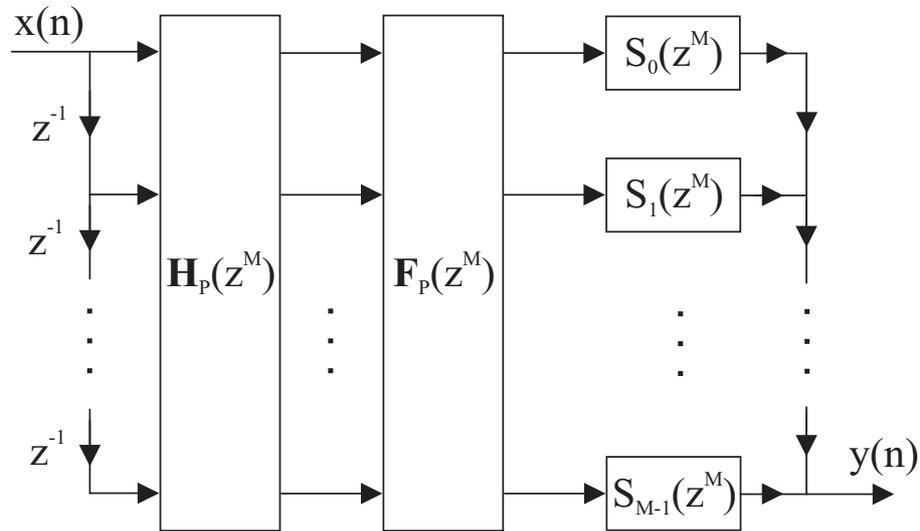


Figura 5.2: Estrutura adaptativa utilizando um banco de filtros PR e subfiltros esparsos adaptativos.

5.2.1 Algoritmo de Adaptação

Definindo $x_i(n)$ como o sinal na saída do i -ésimo filtro de análise e $g_{i,k}$ como o k -ésimo coeficiente do subfiltro esparsos $G_i(z)$ da Fig. 5.1, a equação de atualização dos coeficientes dos filtros adaptativos esparsos (que minimiza o MSE final da estrutura), utilizando o algoritmo LMS normalizado pela potência é

$$g_{i,k}(n+1) = g_{i,k}(n) + \mu_i(n)e(n)x_i(n-Mk), \quad (5.11)$$

para $i = 0, 1, \dots, M-1$ e $k = 0, 1, \dots, K-1$.

Na Eq. (5.11), o sinal de erro $e(n)$ é dado por

$$e(n) = d(n-\Delta) - y(n), \quad (5.12)$$

onde $d(n)$ é o sinal desejado, $y(n)$ é o sinal de saída da estrutura adaptativa em subbandas, e Δ é o atraso introduzido pelo banco de filtros. O fator de convergência para cada subfiltro esparsos é inversamente proporcional à potência do sinal na saída do filtro de análise correspondente, isto é,

$$\mu_i(n) = \frac{\mu}{\sigma_i^2(n)}, \quad (5.13)$$

com $\sigma_i^2(n) = E[x_i^2(n)]$, sendo $E[x_i^2(n)]$ a estimativa da potência de $x_i(n)$.

A utilização de diferentes fatores de convergência na adaptação dos coeficientes dos diferentes subfiltros esparsos aumenta significativamente a velocidade de convergência do algoritmo adaptativo para sinais de entrada coloridos quando comparado à velocidade do algoritmo LMS convencional.

5.2.2 Análise da Convergência

Estudaremos, agora, as propriedades de convergência da estrutura em subbandas generalizada com subfiltros esparsos da Fig. 5.1, quando os coeficientes são adaptados utilizando o algoritmo adaptativo LMS normalizado apresentado na subseção anterior.

Definindo o vetor do sinal de entrada como

$$\mathbf{x}_a(n) = \begin{bmatrix} x(n) & x(n-1) & \dots & x(n-C) \end{bmatrix}^T, \quad (5.14)$$

onde $C = N_h + M(K-1) - 1$, e a matriz \mathbf{H}_i de dimensão $K \times C$ como

$$\mathbf{H}_i = \begin{bmatrix} h_i(0) & \cdots & h_i(M-1) & \cdots & h_i(N_h-1) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & h_i(0) & \cdots & h_i(N_h-1) & \cdots & 0 \\ \vdots & & & & & & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & h_i(0) & \cdots & h_i(N_h-1) \end{bmatrix}, \quad (5.15)$$

com a primeira linha contendo os N_h coeficientes do i -ésimo filtro de análise $H_i(z)$ seguida de $C - N_h$ zeros, e as próximas linhas obtidas pelo deslocamento circular de M amostras para direita da linha anterior.

Então o vetor $\mathbf{x}_i(n)$, que contém as amostras do sinal na saída do filtro de análise correspondente, as quais serão pesadas pelos coeficientes de $G_i(z^M)$, é dado por

$$\mathbf{x}_i(n) = \begin{bmatrix} x_i(n) \\ x_i(n-M) \\ \vdots \\ x_i(n-(K-1)M) \end{bmatrix} = \mathbf{H}_i \mathbf{x}_a(n). \quad (5.16)$$

Definindo, a seguir, os vetores

$$\mathbf{g}_i(n) = \begin{bmatrix} g_{i,0}(n) & g_{i,1}(n) & \cdots & g_{i,K-1}(n) \end{bmatrix}^T, \quad (5.17)$$

$$\mathbf{g}(n) = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_0^T(n) & \mathbf{g}_1^T(n) & \cdots & \mathbf{g}_{M-1}^T(n) \end{bmatrix}^T, \quad (5.18)$$

a saída da estrutura adaptativa pode ser escrita como

$$\begin{aligned} y(n) &= \sum_{i=0}^{M-1} \mathbf{g}_i(n)^T \mathbf{x}_i(n) = \sum_{i=0}^{M-1} \mathbf{g}_i(n)^T \mathbf{H}_i \mathbf{x}_a(n) \\ &= \mathbf{g}(n)^T \begin{bmatrix} \mathbf{H}_0 \\ \vdots \\ \mathbf{H}_{M-1} \end{bmatrix} \mathbf{x}_a(n). \end{aligned} \quad (5.19)$$

Portanto, a forma vetorial para a equação de atualização (5.11) é dada por

$$\mathbf{g}(n+1) = \mathbf{g}(n) + \boldsymbol{\mu} [d(n-\Delta) - y(n)] \begin{bmatrix} \mathbf{H}_0 \\ \vdots \\ \mathbf{H}_{M-1} \end{bmatrix} \mathbf{x}_a(n), \quad (5.20)$$

onde

$$\boldsymbol{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_0 \mathbf{I}_K & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mu_1 \mathbf{I}_K & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \mu_{M-1} \mathbf{I}_K \end{bmatrix}, \quad (5.21)$$

e \mathbf{I}_K é a matriz identidade de dimensão $K \times K$.

Tirando o valor esperado de ambos os lados da Eq. (5.20), assumindo sinais estacionários e que não há correlação entre o vetor de entrada $\mathbf{x}_a(n)$ e o vetor peso $\mathbf{g}(n)$, teremos

$$\begin{aligned} E[\mathbf{g}(n+1)] &= E[\mathbf{g}(n)] + \boldsymbol{\mu} \begin{bmatrix} \mathbf{H}_0 \\ \vdots \\ \mathbf{H}_{M-1} \end{bmatrix} \{\mathbf{p}_{\mathbf{x}_a d} \\ &- \mathbf{R}_{\mathbf{x}_a \mathbf{x}_a} \begin{bmatrix} \mathbf{H}_0^T & \dots & \mathbf{H}_{M-1}^T \end{bmatrix} E[\mathbf{g}(n)]\}, \end{aligned} \quad (5.22)$$

onde $\mathbf{R}_{\mathbf{x}_a \mathbf{x}_a} = E[\mathbf{x}_a(n)\mathbf{x}_a(n)^T]$ é a matriz de auto-correlação do vetor de entrada and $\mathbf{p}_{\mathbf{x}_a d} = E[\mathbf{x}_a(n)d(n-\Delta)]$ é o vetor de correlação cruzada entre o sinal de desejado e o vetor de entrada.

Observando a Eq. (5.22), o desempenho da convergência do algoritmo adaptativo é governado pelos autovalores da matriz

$$\mathbf{R} = \boldsymbol{\mu} \begin{bmatrix} \mathbf{H}_0 \mathbf{R}_{\mathbf{x}_a \mathbf{x}_a} \mathbf{H}_0^T & \dots & \mathbf{H}_0 \mathbf{R}_{\mathbf{x}_a \mathbf{x}_a} \mathbf{H}_{M-1}^T \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{H}_{M-1} \mathbf{R}_{\mathbf{x}_a \mathbf{x}_a} \mathbf{H}_0^T & \dots & \mathbf{H}_{M-1} \mathbf{R}_{\mathbf{x}_a \mathbf{x}_a} \mathbf{H}_{M-1}^T \end{bmatrix}. \quad (5.23)$$

Vamos mostrar no decorrer deste trabalho que tendo algum conhecimento das estatísticas do sinal de entrada, podemos utilizar os resultados aqui obtidos para selecionar o melhor banco de filtros de análise para um dado sinal de entrada, melhorando a taxa de convergência do MSE da estrutura da Fig 5.1

5.3 Estrutura Adaptativa em Subbandas Maximamente Decimada

Recentemente, uma nova estrutura adaptativa em subbandas maximamente decimada foi obtida a partir da estrutura da Fig. 5.1 [22]. Considerando a introdução

de bancos de filtros de análise e síntese maximamente decimados com PR após cada filtro esparsos da Fig. 5.1, teremos para cada subbanda a estrutura mostrada na Fig. 5.3.

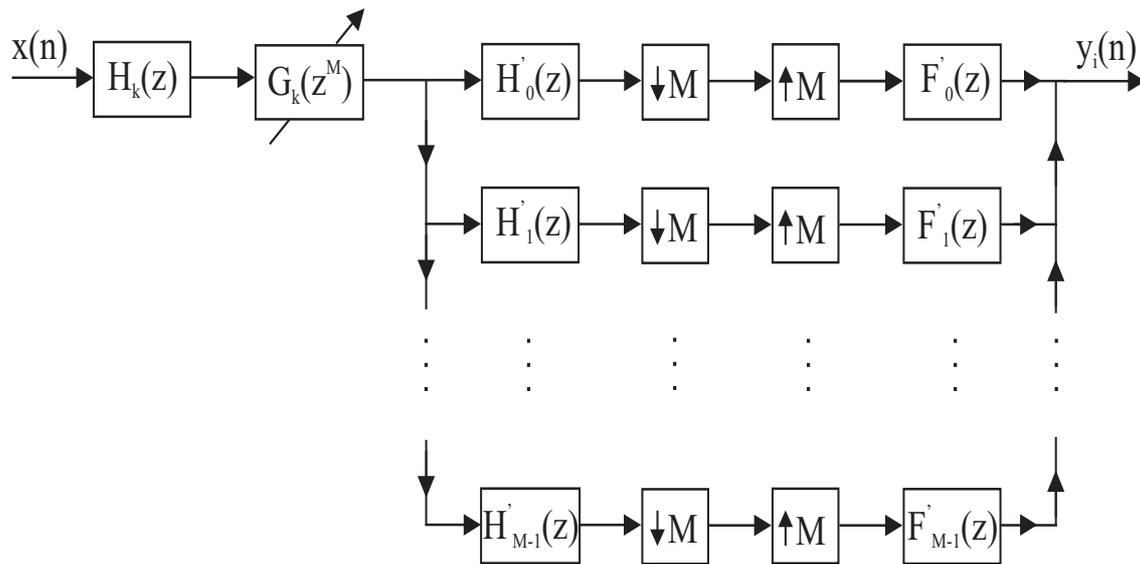


Figura 5.3: Exemplo da k -ésima subbanda da estrutura adaptativa sem decimação, seguida de um banco de filtros com PR.

Entretanto, através das identidades nobres [5], podemos inverter a posição dos subfiltros esparsos $G_k(z^M)$ com o banco de análise e os decimadores. Com isso os subfiltros adaptativos $G_K(z)$ passam a operar numa taxa M vezes menor que a taxa do sinal de entrada, como mostra a Fig. 5.4.

Para se obter uma estrutura com menor complexidade é necessário assumir que os filtros passa-banda do banco de filtros ($H'_k(z)$) são suficientemente seletivos, de forma que só ocorra *aliasing* entre bandas adjacentes. Assumindo, também, que $H_k(z) = H'_k(z)$, a estrutura da Fig. 5.4 pode ser redesenhada na Fig. 5.5, já que $H'_k(z)H_{k+1}(z)$ será igual a $H'_{k+1}(z)H_k(z)$.

5.3.1 Implementação do Banco de Análise

Assumindo que $p(n)$ é um filtro protótipo de comprimento N_p e fase linear, que permite reconstrução perfeita em sistemas multitasas de M bandas modulados por cosseno, podemos relacioná-lo aos filtros de análise e síntese, respectivamente, pelas expressões:

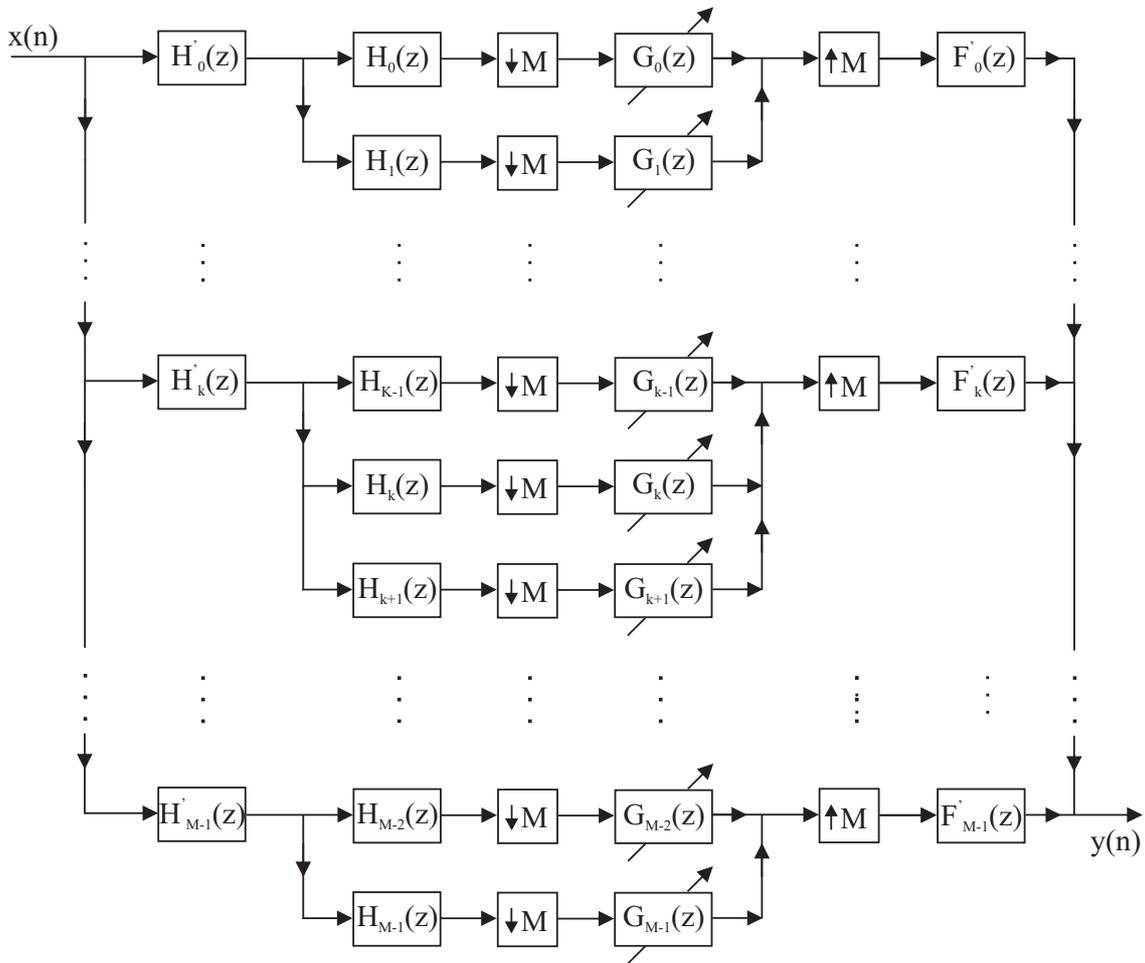


Figura 5.4: Estrutura adaptativa em subbandas com os filtros adaptativos operando em taxa mais baixa

$$h_k(n) = 2h_p(n)\cos\left[\frac{\pi}{M}(k+0,5)\left(n - \frac{N_p-1}{2}\right) + \theta_k\right] \quad (5.24)$$

e

$$f_k(n) = 2h_p(n)\cos\left[\frac{\pi}{M}(k+0,5)\left(n - \frac{N_p-1}{2}\right) + \theta_k\right]; \quad (5.25)$$

onde $\theta_k = (-1)^k \frac{\pi}{4}$, para $0 \leq k \leq M-1$ e $0 \leq n \leq N_h$.

Os filtros $H_k(z)H_k(z)$ que decompõem o sinal de entrada têm resposta impulsional dada por

$$h_k(n) * h_k(n) = 2[p(n) * p(n)]\cos\left[\frac{\pi}{M}(k+0,5)\left(n - \frac{N_p-1}{2}\right) + 2\theta_k\right] + 2(-1)^{kn}q_o(n), \quad (5.26)$$

onde

$$q_o(n) = [p(n)e^{(-j\frac{\pi}{2M}n)}] * [p(n)e^{(j\frac{\pi}{2M}n)}]. \quad (5.27)$$

Considerando que não existe sobreposição de espectros entre as respostas em frequência dos filtros $H_k(z)$ não adjacentes, podemos desprezar o último termo da Eq. (5.26) para $1 \leq k \leq M - 2$.

Assumindo a mesma hipótese anterior, a resposta impulsional dos filtros extras $H_k(z)H_{k+1}(z)$ da Fig. 5.5 é dada por

$$h_k(n) * h_{k+1}(n) \approx 2q_o(n) \cos \left[\frac{\pi}{M} (k + 0.5) \left(n - \frac{N_p - 1}{2} \right) \right]. \quad (5.28)$$

5.3.2 Algoritmo de Adaptação

Vamos descrever dois algoritmos para atualização dos coeficientes dos subfiltros adaptativos $G_i(z)$, que são baseados no algoritmo LMS normalizado.

5.3.2.1 Algoritmo Completo

Um algoritmo baseado no método do gradiente descendente [3] pode ser utilizado para minimizar o valor instantâneo do erro quadrático, através de uma função custo dada por

$$J(n) = \sum_{k=1}^M E_k^2(m). \quad (5.29)$$

A Fig. 5.6 mostra uma aplicação da estrutura em identificação de sistemas, na qual os coeficientes dos subfiltros $G_k(z)$ são adaptados para modelar um sistema FIR desconhecido, definido por $D(z)$.

O algoritmo de atualização que minimiza a Eq. (5.29) é dado por

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_k(m+1) = \mathbf{G}_k(m) + \mu_k [& \mathbf{X}_{k,k}(m)E_k(m) + \mathbf{X}_{k-1,k}(m)E_{k-1}(m) \\ & + \mathbf{X}_{k,k+1}(m)E_{k+1}(m)], \end{aligned} \quad (5.30)$$

onde $\mathbf{G}_k(m)$ e $\mathbf{X}_{i,j}(m)$ são vetores de dimensão $K \times 1$, contendo, respectivamente, os coeficientes do k -ésimo subfiltro e as últimas K amostras do sinal $X_{i,j}$ da Fig. 5.6.

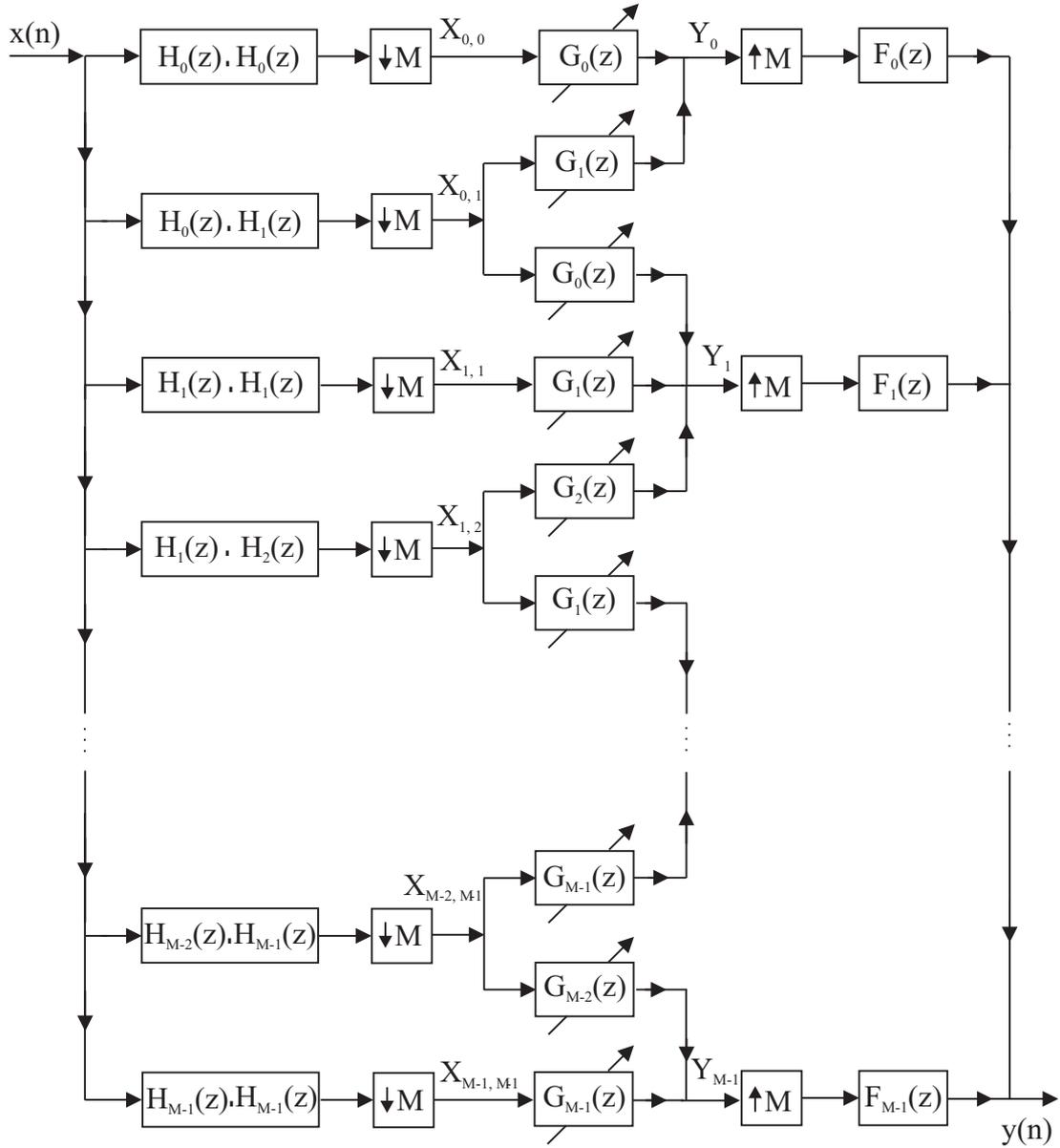


Figura 5.5: Estrutura adaptativa em subbandas com os filtros $H_k(z) = H'_k(z)$.

Para modelar exatamente um sistema FIR de comprimento N_d , o número de coeficientes de cada subfiltro adaptativo esparsos $G_k(z)$ deve ser no mínimo

$$K = \frac{N_d + N_h}{M} - 1. \quad (5.31)$$

O erro $E_k(m)$ de cada subbanda é dado por

$$E_k(m) = D_k(m - \Delta) - [\mathbf{X}_{k,k}^T(m) \mathbf{G}_k(m) + \mathbf{X}_{k-1,k}^T(m) \mathbf{G}_{k-1}(m) + \mathbf{X}_{k,k+1}^T(m) \mathbf{G}_{k+1}(m)], \quad (5.32)$$

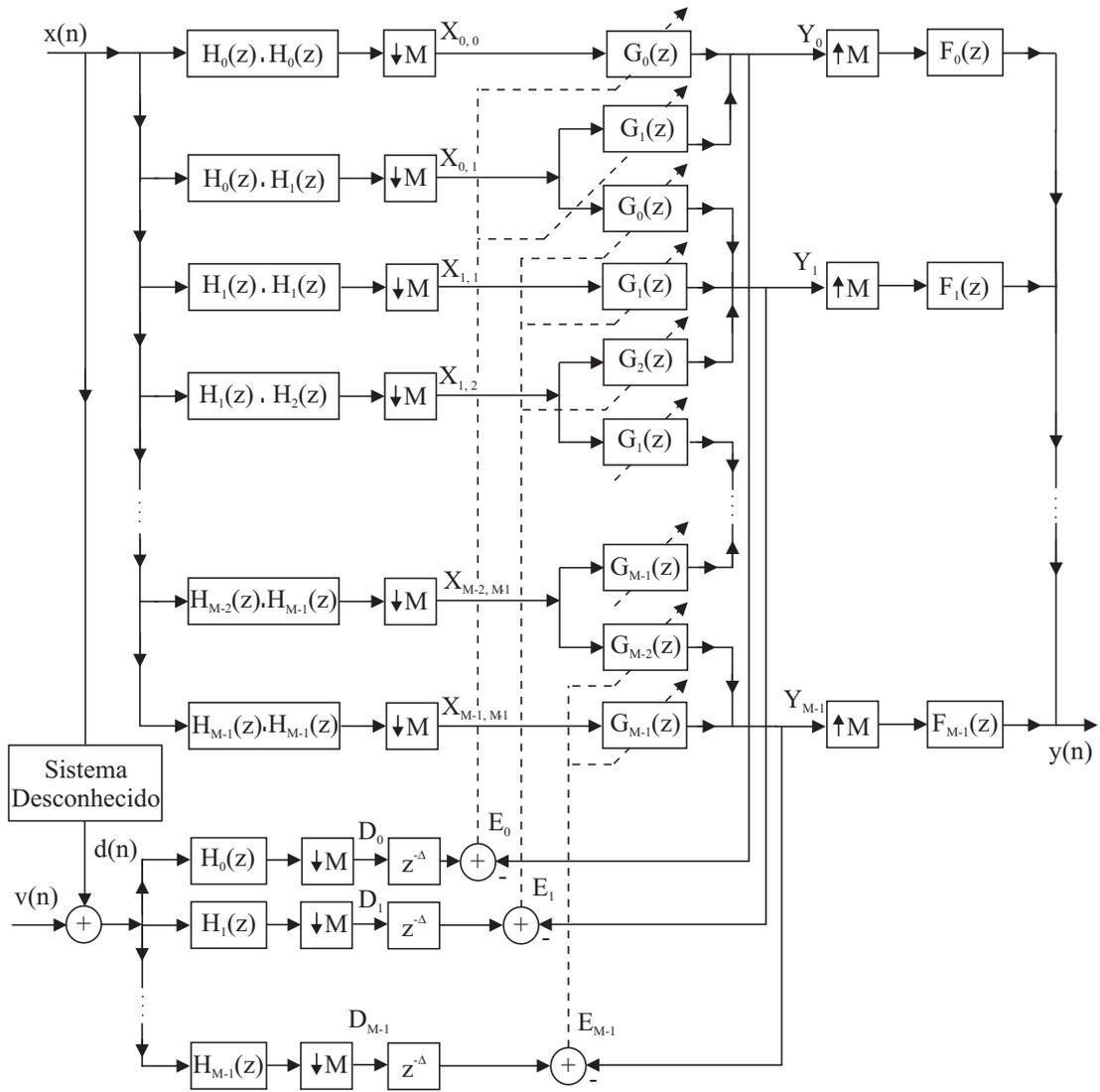


Figura 5.6: Estrutura adaptativa em subbandas maximamente decimada para identificação de Sistemas FIR.

sendo $\Delta = \frac{N_P}{M}$. O fator de convergência μ_k é inversamente proporcional à potência dos sinais envolvidos na adaptação dos coeficientes, isto é,

$$\mu_k = \frac{\mu}{P_{k,k} + P_{k-1,k} + P_{k,k+1}}, \quad (5.33)$$

onde $P_{i,j} = E[X_{i,j}^2(m)]$. Uma forma recursiva para a estimativa de $P_{i,j}$ é dada por

$$P_{i,j}(m+1) = \beta P_{i,j}(m) + (1 - \beta) \mathbf{X}_{i,j}^2(m) \quad (5.34)$$

para $0 < \beta < 1$.

5.3.2.2 Algoritmo Simplificado

Este algoritmo tem uma complexidade computacional menor, já que somente o termo dominante ($\mathbf{X}_{k,k}(m)E_k(m)$) é mantido na Eq. (5.30), porém a velocidade de convergência fica comprometida em relação ao algoritmo completo. A atualização dos coeficientes, neste caso, é dada por

$$\mathbf{G}_k(m+1) = \mathbf{G}_k(m) + \mu_k[\mathbf{X}_{k,k}(m)E_k(m)] \quad (5.35)$$

com

$$\mu_k = \frac{\mu}{P_{k,k}}, \quad (5.36)$$

e o erro de cada subbanda é calculado conforme a Eq. (5.32).

5.3.3 Análise da Convergência

Para analisar o comportamento da convergência dos algoritmos propostos vamos estudar a evolução do vetor de erro dos coeficientes definido como

$$\hat{\mathbf{G}}_k(m) = \mathbf{G}_k(m) - \mathbf{G}_k^* \quad (5.37)$$

onde \mathbf{G}_k^* é o vetor de coeficientes ótimos da k -ésima subbanda [24].

5.3.3.1 Algoritmo Completo

Para o algoritmo completo a evolução de $\mathbf{G}_k(m)$ é dada pela Eq. (5.30). O sinal desejado de cada subbanda $D_k(m - \Delta)$, expresso em termos do vetor de coeficientes ótimos, é dado por

$$D_k(m - \Delta) = \mathbf{X}_{k,k}^T \mathbf{G}_k^* + \mathbf{X}_{k-1,k}^T \mathbf{G}_{k-1}^* + \mathbf{X}_{k,k+1}^T \mathbf{G}_{k+1}^* + E_k^*(m) \quad (5.38)$$

onde $E_k^*(m)$ é o erro com os coeficientes ótimos de cada subbanda.

Substituindo as Eqs. (5.30) e (5.38) na Eq. (5.37), podemos reescrevê-la no instante $(m+1)$ como

$$\begin{aligned}
\hat{\mathbf{G}}_k(m+1) &= \hat{\mathbf{G}}_k(m) + \mu_k \\
&\{ \mathbf{X}_{k,k}(m)[E_k^*(m) - \mathbf{X}_{k,k}^T(m)\hat{\mathbf{G}}_k(m) - \mathbf{X}_{k-1,k}^T(m)\hat{\mathbf{G}}_{k-1}(m) - \mathbf{X}_{k,k+1}^T(m)\hat{\mathbf{G}}_{k+1}(m)] \\
&+ \mathbf{X}_{k-1,k}(m)[E_{k-1}^*(m) - \mathbf{X}_{k-1,k-1}^T(m)\hat{\mathbf{G}}_{k-1}(m) - \mathbf{X}_{k-2,k-1}^T(m)\hat{\mathbf{G}}_{k-2}(m) \\
&- \mathbf{X}_{k-1,k}^T(m)\hat{\mathbf{G}}_k(m)] + \mathbf{X}_{k,k+1}(m)[E_{k+1}^*(m) - \mathbf{X}_{k+1,k+1}^T(m)\hat{\mathbf{G}}_{k+1}(m) \\
&- \mathbf{X}_{k,k+1}^T(m)\hat{\mathbf{G}}_k(m) - \mathbf{X}_{k+1,k+2}^T(m)\hat{\mathbf{G}}_{k+2}(m)] \}.
\end{aligned} \tag{5.39}$$

Tirando o valor esperado de ambos os lados da Eq. (5.39), usando a teoria da independência [1], e assumindo que os erros $E_k^*(m)$ de cada subbanda têm média zero e são independentes do sinal de entrada, teremos

$$\begin{bmatrix} E[\hat{\mathbf{G}}_0(m+1)] \\ \vdots \\ E[\hat{\mathbf{G}}_{M-1}(m+1)] \end{bmatrix} = [\mathbf{I}_{MK} - \boldsymbol{\mu}\boldsymbol{\phi}] \begin{bmatrix} E[\hat{\mathbf{G}}_0(m)] \\ \vdots \\ E[\hat{\mathbf{G}}_{M-1}(m)] \end{bmatrix}, \tag{5.40}$$

onde

$$\boldsymbol{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_0 \mathbf{I}_K & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mu_1 \mathbf{I}_K & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \mu_{M-1} \mathbf{I}_K \end{bmatrix}, \tag{5.41}$$

e $\boldsymbol{\phi}$ é uma matriz simétrica dada por

$$\boldsymbol{\phi} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_0 & \mathbf{B}_0 & \mathbf{C}_0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ \mathbf{B}_0^T & \mathbf{A}_1 & \mathbf{B}_1 & \mathbf{C}_1 & \ddots & \dots & \vdots \\ \mathbf{C}_0^T & \mathbf{B}_1^T & \mathbf{A}_2 & \mathbf{B}_2 & \mathbf{C}_2 & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \mathbf{C}_{M-3} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \mathbf{B}_{M-2} \\ 0 & \dots & \dots & 0 & \mathbf{C}_{M-3}^T & \mathbf{B}_{M-2}^T & \mathbf{A}_{M-1} \end{bmatrix} \tag{5.42}$$

com

$$\begin{aligned}
\mathbf{A}_k &= E [\mathbf{X}_{k,k}(m)\mathbf{X}_{k,k}^T(m) + \mathbf{X}_{k-1,k}(m)\mathbf{X}_{k-1,k}^T(m) + \mathbf{X}_{k,k+1}(m)\mathbf{X}_{k,k+1}^T(m)] \\
\mathbf{B}_k &= E [\mathbf{X}_{k,k}(m)\mathbf{X}_{k,k+1}^T(m) + \mathbf{X}_{k,k+1}(m)\mathbf{X}_{k+1,k+1}^T(m)] \\
\mathbf{C}_k &= E [\mathbf{X}_{k,k+1}(m)\mathbf{X}_{k+1,k+2}^T(m)].
\end{aligned} \tag{5.43}$$

As matrizes da Eq. (5.43) podem ser reescritas em função dos coeficientes dos filtros $H_k(z)$ e da matriz de correlação do sinal de entrada, já que

$$E [\mathbf{X}_{i,j}(m)\mathbf{X}_{k,l}^T(m)] = \mathbf{H}_{i,j}\mathbf{R}_{xx}\mathbf{H}_{k,l}^T \quad (5.44)$$

onde \mathbf{R}_{xx} tem dimensão $(MK - M + L_h) \times (MK - M + L_h)$ com $L_h = 2N_p - 1$, e $\mathbf{H}_{i,j}$ é a matriz de dimensão $MK \times (MK - M + L_h)$, contendo os coeficientes de $H_i(z)H_j(z)$ deslocados circularmente para direita de M posições de uma linha para outra.

$$\mathbf{H}_{i,j} = \begin{bmatrix} h_{i,j}(0) \cdots h_{i,j}(M-1) & \cdots & h_{i,j}(N_h-1) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & h_{i,j}(0) & \cdots & h_{i,j}(N_h-1) \cdots & 0 \\ \vdots & & & & & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & h_{i,j}(0) & \cdots h_{i,j}(N_h-1) \end{bmatrix}, \quad (5.45)$$

Podemos, então, substituir a Eq. (5.44) na Eq. (5.43), reescrevendo-a da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_k &= \mathbf{H}_{k,k}\mathbf{R}_{xx}\mathbf{H}_{k,k}^T + \mathbf{H}_{k-1,k}\mathbf{R}_{xx}\mathbf{H}_{k-1,k}^T \\ &\quad + \mathbf{H}_{k,k+1}\mathbf{R}_{xx}\mathbf{H}_{k,k+1}^T \end{aligned} \quad (5.46)$$

$$\mathbf{B}_k = \mathbf{H}_{k,k}\mathbf{R}_{xx}\mathbf{H}_{k,k+1}^T + \mathbf{H}_{k,k+1}\mathbf{R}_{xx}\mathbf{H}_{k+1,k+1}^T \quad (5.47)$$

$$\mathbf{C}_k = \mathbf{H}_{k,k+1}\mathbf{R}_{xx}\mathbf{H}_{k+1,k+2}^T. \quad (5.48)$$

Observando a Eq. (5.40), nota-se que o desempenho do algoritmo, durante a convergência, é governado pelos autovalores da matriz $\boldsymbol{\mu}\boldsymbol{\phi}$. Vamos mostrar no decorrer deste trabalho que, da mesma forma que na estrutura sem decimação, com algum conhecimento das características do sinal de entrada, podemos selecionar um melhor banco de filtros que é capaz de melhorar a velocidade de convergência do MSE para a estrutura da Fig. 5.5.

5.3.3.2 Algoritmo Simplificado

O algoritmo simplificado também converge para a solução ótima, mas como não utiliza toda a informação disponível para a atualização dos coeficientes dos sub-filtros adaptativos, a velocidade de convergência aumenta em relação à do algoritmo completo.

A evolução dos vetores de erro dos coeficientes dos subfiltros adaptativos é obtido como na Eq. (5.40), com a matriz ϕ dada por

$$\phi = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_0 & \mathbf{B}_0 & 0 & \dots & 0 \\ \mathbf{C}_0^T & \mathbf{A}_1 & \mathbf{B}_1 & \ddots & \vdots \\ 0 & \mathbf{C}_1^T & \mathbf{A}_2 & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \mathbf{B}_{M-2}^T \\ 0 & \dots & 0 & \mathbf{C}_{M-2}^T & \mathbf{A}_{M-1} \end{bmatrix} \quad (5.49)$$

sendo

$$\mathbf{A}_k = \mathbf{H}_{k,k} \mathbf{R}_{xx} \mathbf{H}_{k,k}^T \quad (5.50)$$

$$\mathbf{B}_k = \mathbf{H}_{k,k} \mathbf{R}_{xx} \mathbf{H}_{k,k+1}^T \quad (5.51)$$

$$\mathbf{C}_k = \mathbf{H}_{k,k+1} \mathbf{R}_{xx} \mathbf{H}_{k+1,k+1}^T. \quad (5.52)$$

A matriz μ é obtida conforme a Eq. (5.41), com os fatores de convergência μ_k calculados de acordo com a Eq. (5.36).

O desempenho do algoritmo simplificado, durante a convergência, também é governado pelos autovalores da matriz $\mu\phi$. Como no caso do algoritmo completo, podemos selecionar um melhor banco de filtros para um determinado sinal de entrada capaz de melhorar a velocidade de convergência do MSE para a estrutura da Fig. 5.5.

5.4 Complexidade Computacional

Neste trabalho vamos considerar como complexidade computacional o número de multiplicações reais por amostra do sinal de entrada (NMPA), necessárias para atualizar os coeficientes do filtro adaptativo.

Para o algoritmo LMS convencional, o número de multiplicações necessárias para promover a adaptação do filtro adaptativo é dado por:

$$NMPA = 2N_d, \quad (5.53)$$

sendo N_d o comprimento do sistema desconhecido.

Para a estrutura sem decimação mostrada na Fig. 5.7, o número de multiplicações necessárias por amostra do sinal de entrada para atualização dos filtros

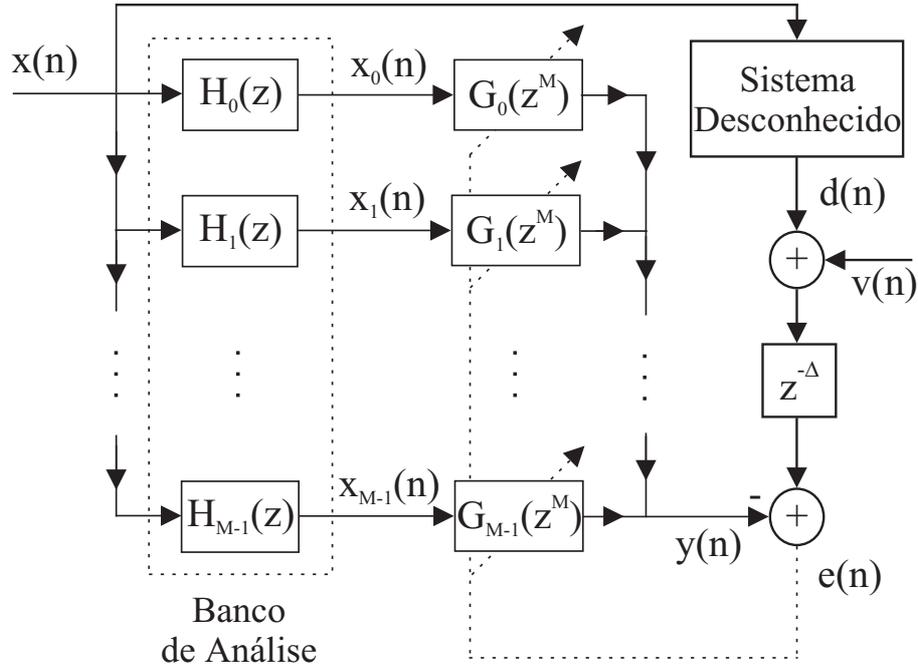


Figura 5.7: Estrutura adaptativa em subbandas sem decimação utilizada na identificação de sistemas FIR.

esparsos utilizando o algoritmo de adaptação da Eq. (5.11) é dado por:

$$NMPA = MN_p + 2MK, \quad (5.54)$$

onde N_p é o comprimento do filtro protótipo e K o comprimento dos filtros esparsos. O primeiro termo corresponde à filtragem do banco de análise, enquanto o segundo corresponde à filtragem e adaptação dos filtros esparsos $\mathbf{G}_k(z^M)$, que são realizadas na mesma taxa de amostragem do sinal de entrada.

Substituindo o valor de K na equação acima, temos:

$$NMPA = (M + 2)N_p - 2M + 2N_d. \quad (5.55)$$

Para a estrutura maximamente decimada mostrada na Fig 5.6, o número de multiplicações necessárias por amostra do sinal de entrada para atualização dos filtros adaptativos de cada subbanda, utilizando o algoritmo completo, é dado por:

$$NMPA = \frac{(2M - 1)(2N_p - 1) + 2MN_p}{M} + \frac{2K(3M - 2)}{M}, \quad (5.56)$$

onde K é o comprimento dos filtros adaptativos. O primeiro termo corresponde à filtragem dos filtros $H_k(z)H_k(z)$, $H_k(z)H_{k+1}(z)$, $H_k(z)$ e $F_k(z)$, e o fator M no denominador aparece porque somente as amostras múltiplas de M na saída destes

filtros serão utilizadas na filtragem e na atualização dos filtros adaptativos; enquanto o segundo corresponde à filtragem e adaptação dos subfiltros $\mathbf{G}_k(z)$, que são realizadas numa taxa de amostragem M vezes menor que a taxa do sinal de entrada. Substituindo o valor de K na equação acima, temos:

$$NMPA = \frac{2N_p(3M - 1) - 2M - 1 + 2(3M - 2) \left(\frac{N_d + N_p}{M} - 1 \right)}{M}. \quad (5.57)$$

Para o algoritmo simplificado, o número de multiplicações necessárias por amostra do sinal de entrada para atualização dos subfiltros adaptativos é dado por:

$$NMPA = \frac{2N_p(3M - 1) - 2M - 1 + (4M - 2) \left(\frac{N_d + N_p}{M} - 1 \right)}{M}. \quad (5.58)$$

Considerando apenas o caso em que o comprimento do sistema desconhecido é muito maior que o comprimento dos filtros protótipos, a tabela 5.1 mostra, comparativamente, a complexidade computacional para as estruturas apresentadas neste capítulo, variando o número de bandas e o comprimento N_p dos filtros protótipos, e considerando um sistema desconhecido com comprimento $N_d = 4096$, que implica numa complexidade de 8192 multiplicações por amostra para o algoritmo LMS convencional.

Tabela 5.1: Complexidade computacional do algoritmo da estrutura não decimada e dos algoritmos completo e simplificado da estrutura maximamente decimada.

M	N_p	Estrutura	Estrutura Maximamente Decimada	
		sem Decimação	Algoritmo Completo	Algoritmo Simplificado
2	4 / 32	8204 / 8316	8213 / 8381	6164 / 6318
4	8 / 64	8232 / 8568	5166 / 5516	3628 / 3957
8	16 / 128	8336 / 9456	2910 / 3603	2012 / 2681
16	32 / 256	8736 / 12768	1662 / 3031	1180 / 2523

Podemos notar que na estrutura sem decimação, independente do comprimento N_p dos filtros protótipos, a complexidade computacional cresce à medida que aumenta o número M de subbandas e em todos os casos é maior que a complexidade do LMS convencional. Na estrutura maximamente decimada, ao contrário da estrutura sem decimação, a complexidade diminui à medida que cresce o número de

subbandas, tanto para o algoritmo completo quanto para o algoritmo simplificado, e em todos os casos é menor que as complexidades do LMS convencional e da estrutura sem decimação, exceto para o algoritmo completo com 2 subbandas. No decorrer deste trabalho vamos mostrar que através de implementações eficientes, utilizando transformadas discretas de cosseno (DCT), podemos reduzir a complexidade destas estruturas.

Capítulo 6

Desenvolvimento de Protótipos para Filtragem Adaptativa em Subbandas

6.1 Introdução

Neste capítulo, considerando o caso de identificação de sistemas FIR, vamos propor métodos para desenvolvimento de filtros protótipos ótimos para as duas estruturas adaptativas em subbandas: a sem decimação descrita na Seção 5.2 e a maximamente decimada apresentada na Seção 5.3.

6.2 Estrutura Adaptativa em Subbandas Maximamente Decimada

Nesta seção serão apresentados dois métodos de otimização para desenvolvimento de filtros protótipos para os bancos de análise e síntese da estrutura mostrada na Fig. 5.6. O primeiro tem o objetivo de minimizar o MSE final da estrutura, enquanto o segundo utiliza os resultados obtidos na análise da convergência, apresentados na Seção 5.3.3, para melhorar a taxa de convergência do algoritmo de adaptação para sinais de entrada coloridos.

6.2.1 Desenvolvimento de Filtro Protótipo para Minimização do MSE

O MSE da estrutura adaptativa em subbandas da Fig. 5.6 com mais de duas subbandas é da ordem do *ripple* na faixa de rejeição do filtro protótipo quando são utilizados bancos de filtros com reconstrução perfeita ou quase perfeita. Isto porque a estrutura foi derivada assumindo que não havia sobreposição de espectro entre subbandas não-adjacentes [22], o que não é exatamente verdade.

Filtros protótipos com reconstrução perfeita (PR) são projetados a partir de um processo de otimização com restrições (Seção 4.4) que garantem erros de distorção e de *aliasing* muito pequenos, com prejuízo da atenuação na faixa de rejeição. Protótipos com reconstrução quase perfeita (NPR) também são desenvolvidos com restrições (Seção 4.3) que garantem erro de distorção muito pequeno e erro de *aliasing* maior do que os filtros PR, porém, em alguns casos, maior atenuação na faixa de rejeição.

Podemos selecionar um filtro protótipo que minimize o MSE da estrutura da Fig. 5.6 considerando três tipos de fontes de erro: erro de distorção, erro de *aliasing* e o erro devido à atenuação finita na faixa de rejeição. Um processo de otimização não-linear sem restrições pode ser implementado, como descrito na Seção 4.2, sendo a função custo dada por:

$$\xi = \alpha_1 \sum_{w=0}^{\frac{\pi}{M}} \left(|P(e^{jw})|^2 + |P(e^{j(w-\frac{\pi}{M})})|^2 - 1 \right)^2 + \alpha_2 \sum_{w=\frac{\pi}{M}+\gamma}^{\pi} (|P(e^{jw})|)^2, \quad (6.1)$$

onde α_1 e α_2 são constantes que controlam a importância de cada termo durante o processo de otimização, e γ é uma pequena constante que controla a transição da faixa de passagem para a faixa de rejeição.

Para otimização dos protótipos, utilizamos como filtro inicial os filtros com reconstrução quase perfeita obtidos em [25], com os quais foram calculadas as parcelas da Eq. (6.1) para $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$, que nos deram noção de ordem de grandeza das constantes. Estas foram escolhidas de forma que $\alpha_2 = 100\alpha_1$ para $M = 4, 8$ e 16 ; com isso demos maior importância à atenuação do protótipo na faixa de rejeição, já que a estrutura foi derivada assumindo que não havia superposição de espectros entre subbandas não-adjacentes. Para $M = 2$ foi escolhido $\alpha_1 = \alpha_2$, já que neste caso

não existem subbandas não-adjacentes. A constante γ foi escolhida por tentativa para que o filtro protótipo tivesse a maior atenuação na faixa de rejeição sem aumentar significativamente os outros erros. A tabela 6.1 mostra os filtros protótipos desenvolvidos, com os valores das constantes utilizados durante a otimização para que tivéssemos a maior atenuação e os menores erros de distorção e de *aliasing*.

Tabela 6.1: Filtros protótipos desenvolvidos, com os valores das constantes utilizados durante o processo de otimização.

M	N_p	α_1	α_2	$\frac{256\gamma}{\pi}$
2	16	1e+5	1e+5	4
2	32	1e+6	1e+6	-2
4	32	1e+4	1e+6	10
4	64	1e+4	1e+6	1
8	64	1e+4	1e+6	6
8	128	1e+4	1e+6	4
16	128	1e+3	1e+5	6
16	256	1e+6	1e+8	3

A tabela 6.2 mostra, comparativamente, os erros de distorção (E_d) e de *aliasing* (E_{al}), e a atenuação na faixa de rejeição (At) dos três tipos de filtros protótipos: otimizado conforme a Eq. (6.1) (Otm), com reconstrução quase perfeita (NPR) e com reconstrução perfeita (PR). Estes últimos foram obtidos em [25].

A Fig. 6.1 mostra a resposta em frequência dos três tipos de filtros protótipos com comprimento $N_p = 64$, e dos respectivos filtros de análise da estrutura da Fig. 5.6 para 4 subbandas.

6.2.1.1 Resultados Experimentais

Fazemos uma comparação da convergência do MSE da estrutura em subbandas variando o tipo de filtro protótipo (PR, NPR e Otm) utilizado na implementação do banco de filtros modulado por cosseno, e o número de subbandas ($M = 2, 4, 8$ e 16). O sinal de entrada da estrutura foi um ruído branco gaussiano de variância $\sigma_x^2 = 1$. O sistema desconhecido era um sistema FIR de comprimento

Tabela 6.2: Erros de reconstrução e atenuação em dB dos filtros protótipos.

M	N_p	PR			NPR			Otm		
		E_d	E_{al}	At	E_d	E_{al}	At	E_d	E_{al}	At
2	16	-209,6	-303,3	-44,1	-271,3	-303,5	-44,1	-62,2	-302,6	-56,3
2	32	-296,8	-292,0	-46,2	-296,8	-291,9	-46,2	-104,8	-291,7	-86,8
4	32	-280,6	-270,7	-44,6	-279,8	-40,6	-45,9	-69,5	-62,9	-67,4
4	64	-274,6	-269,4	-68,6	-283,5	-57,6	-65,0	-90,1	-92,9	-91,9
8	64	-280,3	-255,3	-44,5	-273,0	-61,3	-49,0	-71,9	-58,8	-67,8
8	128	-279,6	-183,2	-79,5	-319,0	-63,5	-62,6	-76,2	-98,0	-99,5
16	128	-272,0	-251,8	-41,5	-182,0	-61,4	-48,6	-83,9	-49,1	-76,9
16	256	-278,0	-235,9	-65,3	-270,0	-64,2	-80,1	-96,1	-66,7	-78,4

$N_d = 1024$, sendo somado a este um ruído branco com variância $\sigma_n^2 = 10^{-12}$. O fator de esquecimento (β) utilizado no cálculo recursivo da potência (Eq. (5.34)) foi igual a 0,9 e o fator de convergência μ da Eq.(5.33) foi igual a $1/K$.

A tabela 6.3 contém o número de subbandas, o comprimento do protótipo e o MSE final da estrutura com os três tipos de protótipos. A Fig. 6.2 mostra a evolução do MSE da estrutura com 4 subbandas utilizando o algoritmo completo (Eq. (5.30)) e do LMS convencional em banda-cheia (LMS-cheio).

Tabela 6.3: MSE final em dB da estrutura em subbandas com diferentes protótipos e sinal de entrada ruído branco.

M	N_p	PR	NPR	Otm
2	32	-120	-119	-99
4	64	-70	-66	-94
8	128	-77	-72	-88
16	256	-72	-75	-77

Observando a tabela 6.3 e a Fig. 6.2 podemos notar que uma significativa redução no MSE final da estrutura pode ser obtida utilizando um filtro protótipo dedicado (Otm). Já a tabela 6.2 nos mostra que podemos obter, em alguns casos, uma performance semelhante entre os três tipos de protótipos quando utilizamos

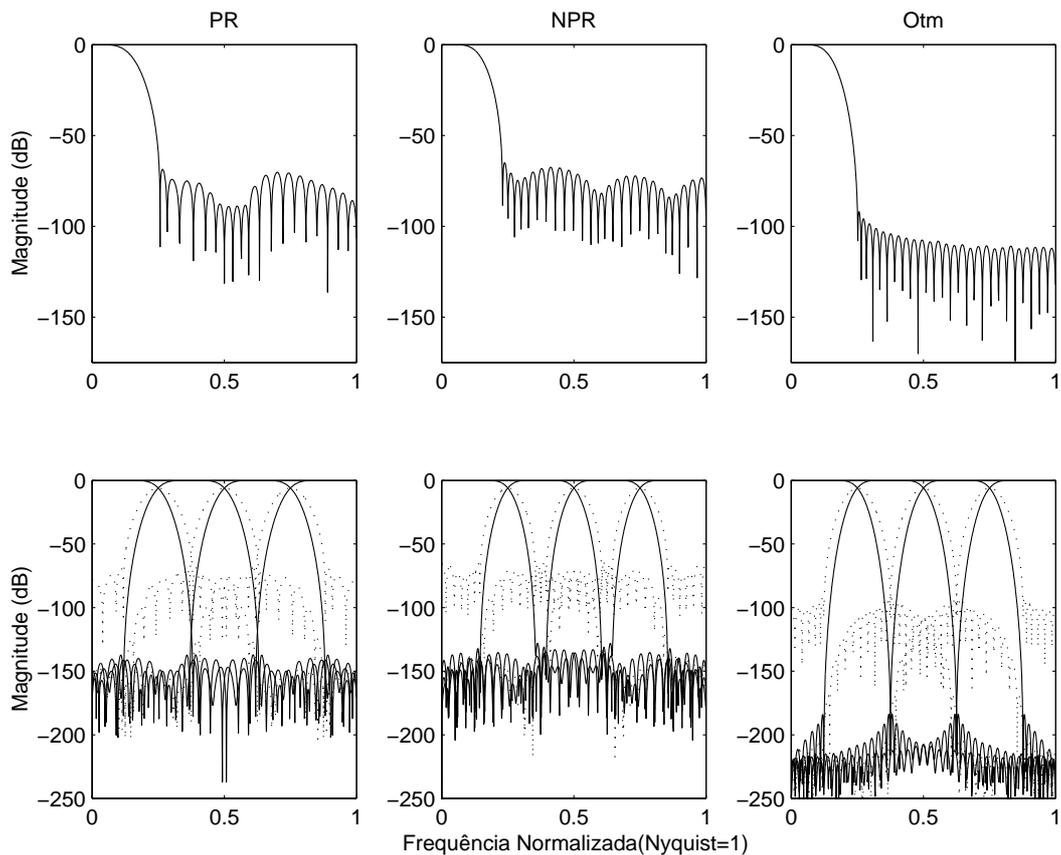


Figura 6.1: Resposta em frequência do filtro protótipo e do banco de análise da estrutura com $M = 4$.

protótipos otimizados com a metade do comprimento dos protótipos PR e NPR, implicando num atraso do sistema duas vezes menor quando utilizamos os protótipos dedicados de ordem reduzida.

6.2.2 Desenvolvimento de Filtro Protótipo para Melhorar a Convergência do Algoritmo de Adaptação

Em algumas aplicações, como cancelamento de ecos acústicos, um MSE muito pequeno pode ser negociado por uma melhor taxa de convergência. Em alguns casos, se conhecermos as características do sinal de entrada da estrutura, podemos utilizar os resultados da análise da convergência apresentados na Subseção 5.3.3 para selecionar os coeficientes do banco de filtros que aceleram a convergência do algoritmo de adaptação para um sinal de entrada colorido.

Na análise de convergência mostrada no capítulo anterior, vimos que a velo-

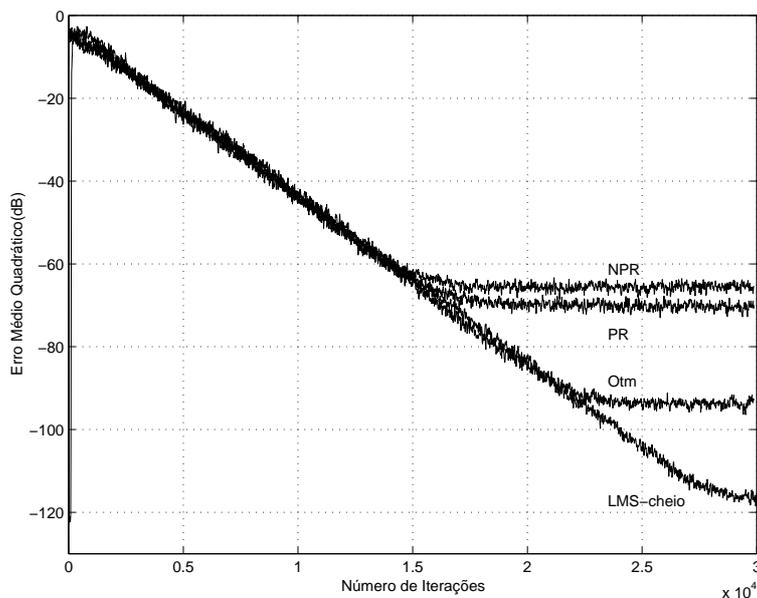


Figura 6.2: Evolução do MSE da estrutura em subbandas com $M = 4$ e do algoritmo LMS convencional, para sinal de entrada ruído branco.

cidade de convergência do algoritmo está diretamente relacionada com a razão entre os autovalores da matriz $\boldsymbol{\mu}\boldsymbol{\phi}$ (Eq. (5.40)).

Para o algoritmo completo da Subseção 5.3.2.1 a matriz $\boldsymbol{\mu}$ é dada por

$$\boldsymbol{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_0 \mathbf{I}_K & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mu_1 \mathbf{I}_K & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \mu_{M-1} \mathbf{I}_K \end{bmatrix}, \quad (6.2)$$

e a matriz $\boldsymbol{\phi}$ é dada por

$$\boldsymbol{\phi} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_0 & \mathbf{B}_0 & \mathbf{C}_0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ \mathbf{B}_0^T & \mathbf{A}_1 & \mathbf{B}_1 & \mathbf{C}_1 & \ddots & \dots & \vdots \\ \mathbf{C}_0^T & \mathbf{B}_1^T & \mathbf{A}_2 & \mathbf{B}_2 & \mathbf{C}_2 & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \mathbf{C}_{M-3} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \mathbf{B}_{M-2} \\ 0 & \dots & \dots & 0 & \mathbf{C}_{M-3}^T & \mathbf{B}_{M-2}^T & \mathbf{A}_{M-1} \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

com

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_k &= \mathbf{H}_{k,k} \mathbf{R}_{xx} \mathbf{H}_{k,k}^T + \mathbf{H}_{k-1,k} \mathbf{R}_{xx} \mathbf{H}_{k-1,k}^T \\ &\quad + \mathbf{H}_{k,k+1} \mathbf{R}_{xx} \mathbf{H}_{k,k+1}^T \end{aligned} \quad (6.4)$$

$$\mathbf{B}_k = \mathbf{H}_{k,k} \mathbf{R}_{xx} \mathbf{H}_{k,k+1}^T + \mathbf{H}_{k,k+1} \mathbf{R}_{xx} \mathbf{H}_{k+1,k+1}^T \quad (6.5)$$

$$\mathbf{C}_k = \mathbf{H}_{k,k+1} \mathbf{R}_{xx} \mathbf{H}_{k+1,k+2}^T \quad (6.6)$$

onde \mathbf{R}_{xx} tem dimensão $(MK - M + L_h) \times (MK - M + L_h)$ com $L_h = 2N_p - 1$, e $\mathbf{H}_{i,j}$ é a matriz de dimensão $MK \times (MK - M + L_h)$, contendo os coeficientes de $H_i(z)H_j(z)$ deslocados circularmente para direita de M posições de uma linha para outra.

Para o algoritmo simplificado da Subseção 5.3.2.2, a matriz $\boldsymbol{\phi}$ é dada por

$$\boldsymbol{\phi} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_0 & \mathbf{B}_0 & 0 & \dots & 0 \\ \mathbf{C}_0^T & \mathbf{A}_1 & \mathbf{B}_1 & \ddots & \vdots \\ 0 & \mathbf{C}_1^T & \mathbf{A}_2 & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \mathbf{B}_{M-2}^T \\ 0 & \dots & 0 & \mathbf{C}_{M-2}^T & \mathbf{A}_{M-1} \end{bmatrix} \quad (6.7)$$

sendo

$$\mathbf{A}_k = \mathbf{H}_{k,k} \mathbf{R}_{xx} \mathbf{H}_{k,k}^T \quad (6.8)$$

$$\mathbf{B}_k = \mathbf{H}_{k,k} \mathbf{R}_{xx} \mathbf{H}_{k,k+1}^T \quad (6.9)$$

$$\mathbf{C}_k = \mathbf{H}_{k,k+1} \mathbf{R}_{xx} \mathbf{H}_{k+1,k+1}^T. \quad (6.10)$$

Com o objetivo de reduzir a relação entre o maior e o menor autovalor da matriz $\boldsymbol{\mu}\boldsymbol{\phi}$, podemos incluir na função custo da Eq. (6.1) a parcela

$$\alpha_3 \left[\frac{\lambda_{\max}(\boldsymbol{\mu}\boldsymbol{\phi})}{\lambda_{\min}(\boldsymbol{\mu}\boldsymbol{\phi})} - 1 \right]. \quad (6.11)$$

A matriz $\boldsymbol{\mu}\boldsymbol{\phi}$ tem dimensão $MK \times MK$, com K dado pela Eq. (5.31). Portanto, à medida que aumenta a ordem do sistema desconhecido ou do filtro protótipo, aumenta também a ordem daquela matriz, resultando numa otimização com maior complexidade computacional e tempo de processamento. Entretanto, na prática, verificamos que podemos otimizar protótipos considerando o comprimento do sistema desconhecido menor para que a ordem da matriz $\boldsymbol{\mu}\boldsymbol{\phi}$ também seja menor, sem significante degradação dos resultados.

Nossa meta é obter filtros protótipos que acelerem a convergência dos algoritmos adaptativos, admitindo MSE's da ordem de -50 dB. Para o desenvolvimento destes protótipos, iniciamos o procedimento de otimização usando os filtros desenvolvidos na subseção anterior, para minimização do MSE da estrutura. Para estes filtros iniciais foram calculadas as duas parcelas da Eq. 6.1 e a parcela da Eq. 6.11, considerando $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 1$. A partir dos valores obtidos, as constantes α_1 e α_2 foram escolhidas para que suas respectivas parcelas tivessem ordem de grandeza unitária; α_3 foi escolhida para que sua parcela tivesse um peso 10 vezes maior que as parcelas anteriores, possibilitando que a relação entre os autovalores da matriz $\mu\phi$ fosse minimizada. A constante γ foi escolhida por tentativa para que fosse possível acelerar a convergência e obter os menores erros de distorção e de *aliasing*.

As tabelas 6.4 e 6.5 mostram, respectivamente, os filtros protótipos desenvolvidos para o algoritmo completo e para o algoritmo simplificado, com os valores das constantes utilizados durante a otimização, e os valores iniciais (não otimizados) e finais (otimizados) da relação entre os autovalores da matriz $\mu\phi$.

Tabela 6.4: Filtros protótipos desenvolvidos para o algoritmo completo e um sistema desconhecido de 16 coeficientes.

M	N_p	α_1	α_2	α_3	$\frac{256\gamma}{\pi}$	$\frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}}$	
						inicial	final
2	32	1e+7	1e+5	1e-1	-10	144,5	79,0
4	64	1e+7	1e+7	1	0	47,6	25,5
8	128	1e+7	1e+6	1e+1	1	13,8	7,5

Tabela 6.5: Filtros protótipos desenvolvidos para o algoritmo simplificado e um sistema desconhecido de 16 coeficientes.

M	N_p	α_1	α_2	α_3	$\frac{256\gamma}{\pi}$	$\frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}}$	
						inicial	final
2	32	1e+8	1e+6	1e-1	-8	284,5	162,8
4	64	1e+7	1e+6	1	-2	84,8	45,6
8	128	1e+7	1e+6	1e+1	1	26,1	14,0

Durante a otimização foi considerado como sinal de entrada da estrutura um ruído colorido, gerado a partir de um ruído branco de variância $\sigma_x^2 = 1$ processado por um filtro IIR de primeira ordem com pólo localizado em $z = 0,9$, e que o comprimento do sistema desconhecido era $N_d = 16$.

A Fig. 6.3 mostra a resposta em frequência dos filtros protótipos otimizados para os algoritmos completo (Cp-Otm) e simplificado (Sp-Otm) apresentados nas tabelas 6.4 e 6.5, e dos filtros protótipos com reconstrução perfeita (PR) obtidos em [25].

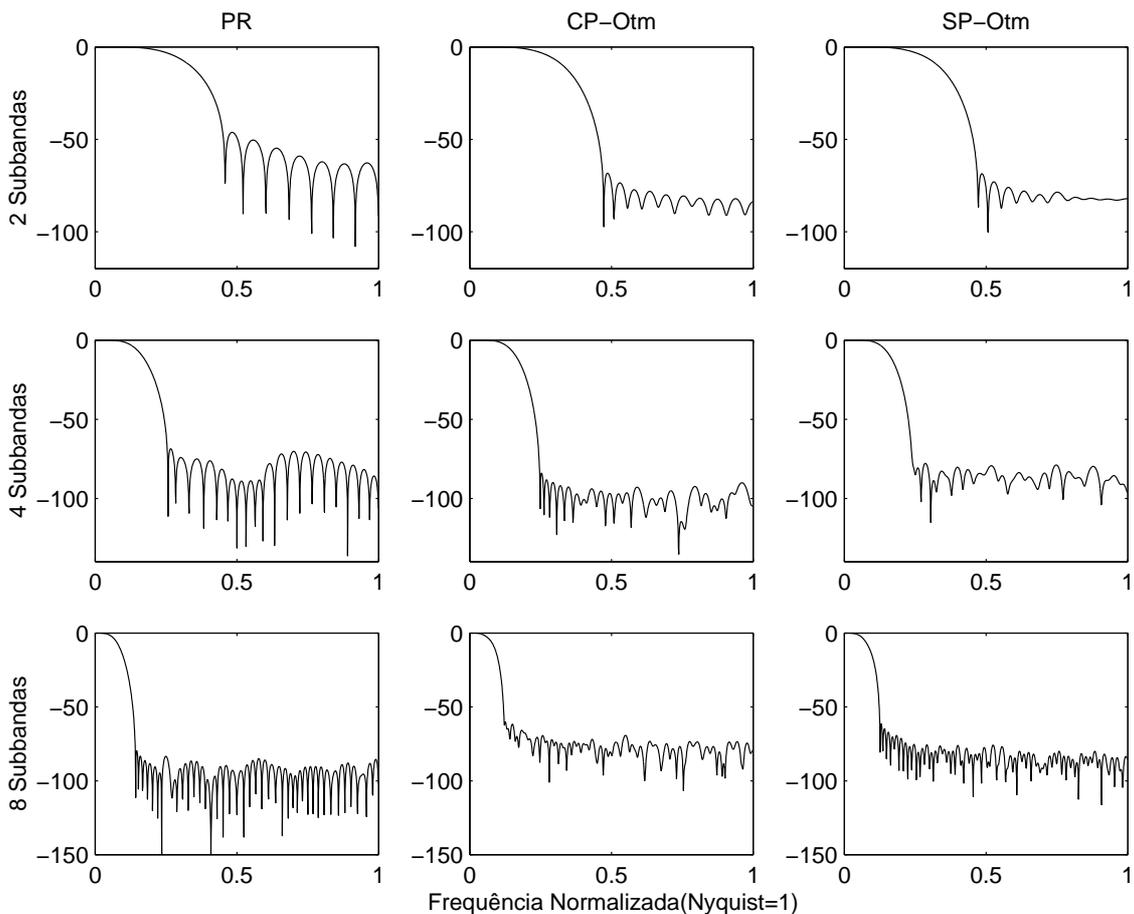


Figura 6.3: Resposta em frequência dos filtros protótipos otimizados para os algoritmos completo e simplificado, e dos filtros protótipos com reconstrução perfeita.

Tentamos, inicialmente, otimizar filtros protótipos com PR de acordo com a Seção 4.4 e com NPR de acordo com a Seção 4.3, acrescentando na função custo da Eq. (4.10) a parcela da Eq. (6.11). Em seguida, tentamos otimizar filtros protótipos como descrito nesta seção. Em nenhuma das tentativas descritas obtivemos êxito porque nos três casos os protótipos otimizados tinham fase linear com simetria par [26];

por isso, somente metade dos coeficientes dos protótipos eram otimizados. Quando utilizamos o método descrito nas Eqs. (6.1) e (6.11), permitindo que todos os coeficientes fossem otimizados, foi possível minimizar a relação entre os autovalores da matriz $\mu\phi$; porém, os protótipos desenvolvidos não eram mais simétricos, acarretando erros de reconstrução altos quando o banco de filtros modulado por cosseno era obtido a partir destes protótipos.

Por isso, após aplicar o procedimento acima para obter filtros protótipos de análise que aumentam a taxa de convergência do algoritmo, foi necessário otimizar os filtros de síntese para que tivéssemos, também, um decréscimo no MSE final da estrutura em subbandas. O algoritmo LMS convencional foi utilizado para otimizar os filtros de síntese, com a configuração em subbandas da Fig. 6.4, onde o sinal desejado é uma versão atrasada do sinal de entrada $x(n)$, sendo o atraso $\delta = N_p - 1$.

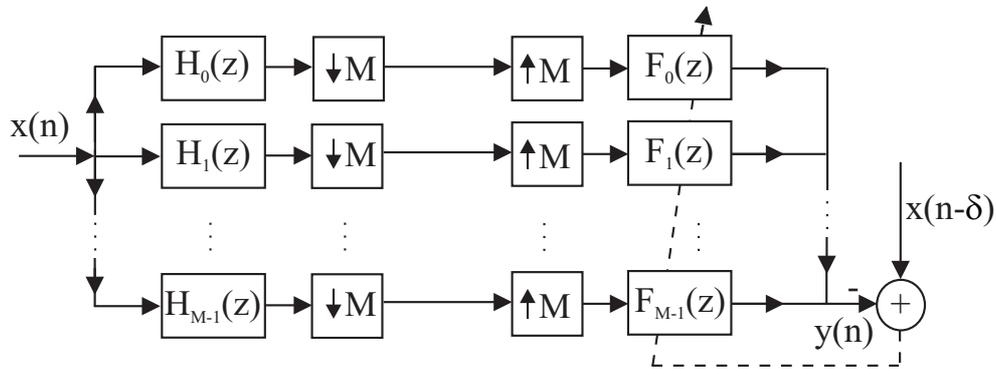


Figura 6.4: Configuração utilizada na otimização dos filtros do banco de filtros de síntese.

As tabelas 6.6 e 6.7 mostram, respectivamente, uma comparação entre os MSEs obtidos com bancos de filtros maximamente decimado, quando os filtros dos bancos de análise e de síntese são versões moduladas por cosseno do protótipo otimizado para reduzir a taxa de convergência do algoritmo completo e do simplificado, e quando os filtros do banco de síntese são otimizados conforme a configuração mostrada na Fig. 6.4 para melhorar a reconstrução do sinal de entrada da estrutura em subbandas. O sinal de entrada do banco de filtros era um sinal triangular e o MSE foi calculado pela diferença entre o sinal de entrada atrasado de δ amostras e o sinal de saída do banco de filtros.

Tabela 6.6: Comparação entre o MSE do algoritmo completo com os filtros protótipos de análise e síntese iguais, e com filtros de síntese otimizados conforme a configuração da Fig. 6.4.

M	N_p	MSE (dB)	MSE-Otm (dB)
2	32	-28,3	-50,2
4	64	-30,0	-49,8
8	128	-26,5	-58,0

Tabela 6.7: Comparação entre o MSE do algoritmo simplificado com os filtros protótipos de análise e síntese iguais, e com filtros de síntese otimizados conforme a configuração da Fig. 6.4.

M	N_p	MSE (dB)	MSE-Otm (dB)
2	32	-25,5	-49,5
4	64	-27,7	-49,3
8	128	-29,4	-48,6

É possível otimizar filtros protótipos que minimizem ainda mais a relação entre os autovalores da matriz $\mu\phi$ do que os protótipos apresentados nas tabelas 6.4 e 6.5; porém, os erros de reconstrução da estrutura em subbandas vão se tornando cada vez maiores, mesmo otimizando os filtros do banco de síntese como mostrado na Fig. 6.4.

6.2.2.1 Resultados Experimentais

Faremos uma comparação da evolução do MSE da estrutura em subbandas, para sinais de entrada coloridos, utilizando os algoritmos completo e simplificado, e filtros protótipos desenvolvidos com PR (obtidos em [25]) e otimizados para melhorar a convergência dos algoritmos completo e simplificado (Subseção 6.2.2). O sistema desconhecido é um sistema FIR de comprimento $N_d = 880$, sendo somado ao sinal desejado um ruído branco de variância $\sigma_n^2 = 10^{-5}$. O sinal de entrada colorido foi gerado passando um ruído branco de variância $\sigma_x^2 = 1$ através de um filtro IIR de primeira ordem com pólo em $z = 0,9$.

A tabela 6.8 mostra a relação entre os autovalores da matriz $\mu\phi$ para o algoritmo completo (Cp) e para o simplificado (Sp), utilizando filtros protótipos com reconstrução perfeita (PR), e otimizados para acelerar a convergência dos algoritmos completo (Cp-Otm) e simplificado (Sp-Otm); e para o LMS convencional em banda cheia ($M = 1$).

Tabela 6.8: Relação entre os autovalores da matriz $\mu\phi$, para um sistema desconhecido com 880 coeficientes, utilizando os filtros protótipos otimizados e com reconstrução perfeita, e ruído colorido como sinal de entrada.

M	N_p	Cp-PR	Sp-PR	Cp-Otm	Sp-Otm
1	—	360,6	360,6	360,6	360,6
2	32	180,8	361,5	96,2	206,3
4	64	53,6	107,2	28,0	54,6
8	128	14,6	29,3	7,9	15,6

A Fig. 6.5 mostra a evolução do MSE para o LMS em banda cheia (LMS-cheio) e para a estrutura em subbandas com $M = 2, 4$ e 8 , utilizando o algoritmo completo. Na Fig. 6.6 é mostrado a evolução do MSE para o LMS em banda cheia e para a estrutura em subbandas com $M = 2, 4$ e 8 , utilizando o algoritmo simplificado.

O fator de esquecimento (β) utilizado no cálculo recursivo da potência (Eq. (5.34)) foi igual a $0,95$. A tabela 6.9 mostra os valores do fator de convergência μ das Eqs. (5.33) e (5.36) que permitiram a melhor convergência para cada caso.

Tabela 6.9: Parâmetros utilizados nas simulações do algoritmo completo e do simplificado.

M	N_p	K	μ
1	—	880	$1/(6K)$
2	32	455	$1/(3,5K)$
4	64	235	$1/(1,7K)$
8	128	125	$1/(1,3K)$

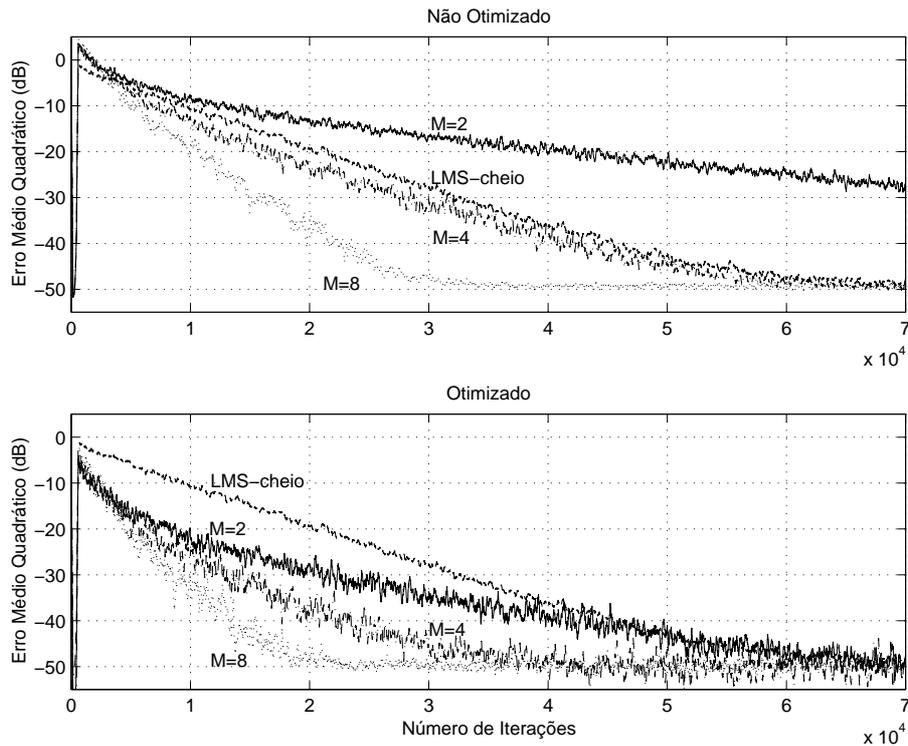


Figura 6.5: Evolução do MSE do algoritmo completo com sinal de entrada colorido usando filtros protótipos otimizados e com reconstrução perfeita.

Podemos observar na tabela 6.8 que em todos os casos a relação entre os autovalores da matriz $\mu\phi$ decresce com o número de subbandas M . Para um dado número de subbandas, a utilização de filtros protótipos otimizados resulta na redução da relação dos autovalores por um fator de aproximadamente 2 para os algoritmos completo e simplificado. O algoritmo simplificado, mesmo com os protótipos otimizados, ainda apresenta uma relação entre os autovalores maior do que o algoritmo completo com protótipos otimizados; porém muito próximo do algoritmo completo que utiliza protótipos com reconstrução perfeita.

6.3 Estrutura Adaptativa em Subbandas sem Decimação

Nesta seção será proposto um método de otimização para desenvolvimento de bancos de filtros modulados por cosseno com reconstrução perfeita, que quando utilizados na estrutura da Fig. 5.7 resultam numa melhor taxa de convergência para um dado sinal de entrada.

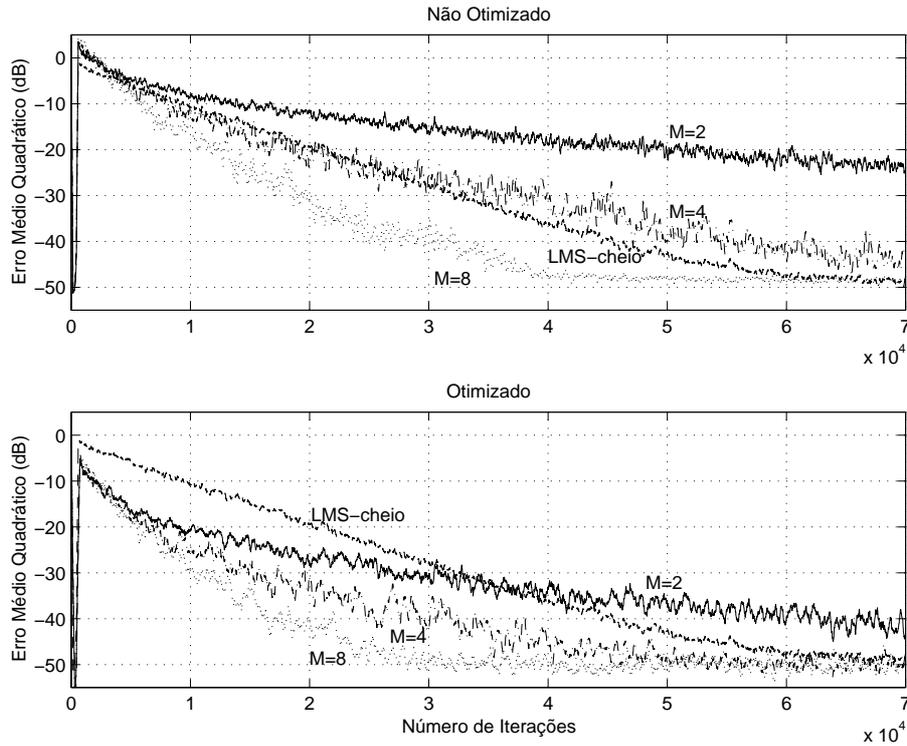


Figura 6.6: Evolução do MSE do algoritmo simplificado com sinal de entrada colorido usando filtros protótipos otimizados e com reconstrução perfeita.

6.3.1 Desenvolvimento de Filtros Protótipos

Como foi visto na Subseção 5.2.2, a matriz \mathbf{R} que governa a convergência do algoritmo de adaptação da Eq. (5.11) é dada por:

$$\mathbf{R} = \mu \begin{bmatrix} \mathbf{H}_0 \mathbf{R}_{\mathbf{x}_a \mathbf{x}_a} \mathbf{H}_0^T & \cdots & \mathbf{H}_0 \mathbf{R}_{\mathbf{x}_a \mathbf{x}_a} \mathbf{H}_{M-1}^T \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{H}_{M-1} \mathbf{R}_{\mathbf{x}_a \mathbf{x}_a} \mathbf{H}_0^T & \cdots & \mathbf{H}_{M-1} \mathbf{R}_{\mathbf{x}_a \mathbf{x}_a} \mathbf{H}_{M-1}^T \end{bmatrix}. \quad (6.12)$$

Para reduzir tempo de convergência do algoritmo de adaptação da Eq. (5.11), podemos utilizar o procedimento de otimização para filtros protótipos com reconstrução perfeita descrito na Seção 4.4, com as restrições quadráticas da Eq. (4.14), porém com a função custo dada por:

$$\xi = \left[\frac{\lambda_{\max}(\mathbf{R})}{\lambda_{\min}(\mathbf{R})} - 1 \right]. \quad (6.13)$$

A matriz \mathbf{R} tem dimensão $MK \times MK$, com K dado pela Eq. (5.10), que torna-se elevada à medida que aumenta a ordem do sistema desconhecido e/ou do filtro protótipo, resultando numa otimização com maior complexidade computacional

e tempo de processamento. Entretanto, como foi feito para estrutura maximamente decimada, podemos otimizar os protótipos considerando a ordem da matriz \mathbf{R} menor, sem significante degradação dos resultados.

A tabela 6.10 mostra os filtros protótipos com reconstrução perfeita otimizados conforme descrito acima (PR-Otm) e conforme descrito na Seção 4.4 (PR), com os respectivos erros de distorção (E_d) e de *aliasing* (E_{al}), atenuações na faixa de rejeição, e as relações entre o maior e o menor autovalor da matriz \mathbf{R} . Durante a otimização foi considerado como sinal de entrada da estrutura um ruído colorido, gerado a partir de um ruído branco de variância $\sigma_x^2 = 1$ que passava por um filtro IIR de primeira ordem com pólo localizado em $z = 0,9$, e que o sistema desconhecido tinha comprimento $N_d = 64$.

Tabela 6.10: Erros de reconstrução e atenuação em dB, e relação entre os autovalores da matriz \mathbf{R} para os filtros protótipos com PR.

M	N_p	PR				PR-Otm			
		E_d	E_{al}	At	$\frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}}$	E_d	E_{al}	At	$\frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}}$
2	4	-198,8	-307,4	-22,0	194,1	-206,0	-309,5	-32,5	160,5
2	8	-262,2	-305,8	-29,0	162,8	-252,4	-305,1	-35,9	161,9
4	8	-244,5	-242,9	-23,0	73,9	-192,0	-209,9	-24,8	47,8
4	16	-208,4	-203,8	-30,9	48,6	-217,7	-197,0	-33,7	48,4
8	16	-183,5	-194,9	-23,2	26,0	-203,4	-216,6	-24,1	13,2
8	32	-219,6	-213,0	-30,5	13,5	-196,5	-185,9	-33,8	13,3
16	32	-183,5	-171,7	-23,0	10,3	-182,0	-169,7	-24,1	4,2
16	64	-197,8	-186,2	-29,4	4,4	-174,2	-167,3	-33,4	4,1

6.3.2 Resultados Experimentais

Para ilustrar o comportamento da convergência do algoritmo de adaptação, faremos uma comparação da evolução do MSE da estrutura adaptativa em subbandas sem decimação utilizando os protótipos desenvolvidos na subseção anterior. O sistema desconhecido é um sistema FIR de comprimento $N_d = 128$ e o sinal de entrada é o ruído colorido usado no projeto dos filtros protótipos (descrito na seção

anterior).

A tabela 6.11 mostra a relação entre os autovalores da matriz \mathbf{R} , considerando um sistema desconhecido com 128 coeficientes, utilizando filtros protótipos com reconstrução perfeita (PR) e os otimizados para acelerar a convergência do algoritmo de adaptação (PR-Otm); a relação de autovalores correspondente para o algoritmo LMS em banda cheia também encontra-se na tabela 6.11 ($M = 1$).

Tabela 6.11: Relação entre os autovalores da matriz \mathbf{R} , para um sistema desconhecido com 128 coeficientes, utilizando os filtros protótipos otimizados, e ruído colorido como sinal de entrada.

M	N_p	PR	PR-Otm
1	—	346,6	346,6
2	4	210,6	173,9
4	8	80,6	51,7
8	16	29,2	14,2
16	32	12,6	4,4

Na Fig. 6.7 temos a evolução do MSE para o LMS em banda cheia (LMS-cheio) e para a estrutura em subbandas com $M = 2, 4, 8$ e 16 e os protótipos da tabela 6.11.

A tabela 6.12 apresenta os valores do fator de convergência μ da Eq. (5.13), os quais permitiram a melhor convergência para cada caso.

Tabela 6.12: Parâmetros utilizados nas simulações.

M	N_p	MK	μ
1	—	128	$1/(8MK)$
2	4	130	$1/(3MK)$
4	8	132	$1/(1,7MK)$
8	16	136	$1/(1,3MK)$
16	32	144	$1/(MK)$

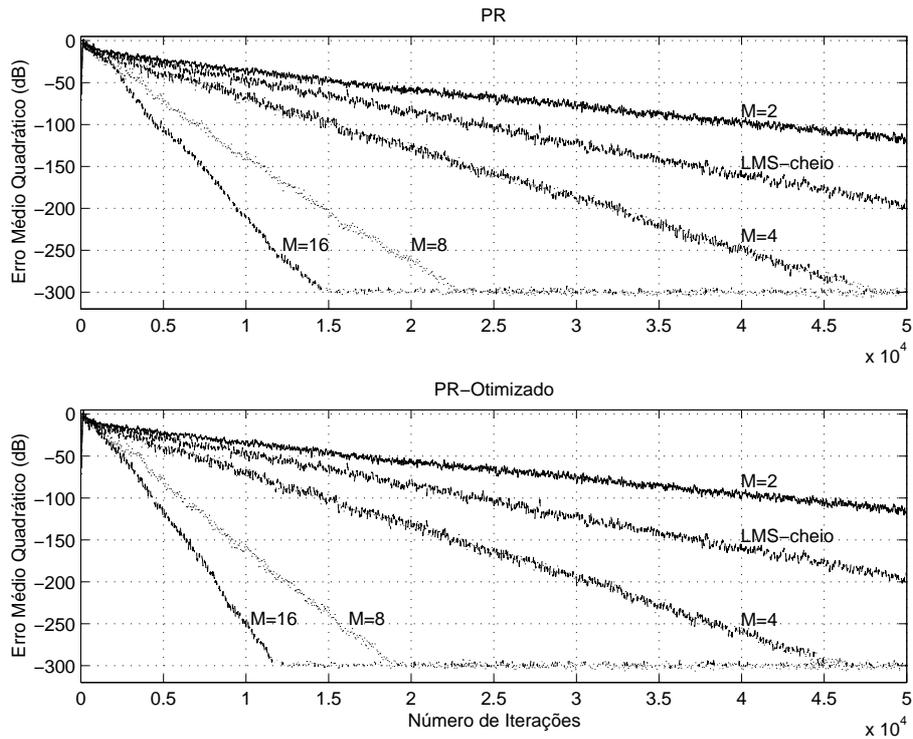


Figura 6.7: Evolução do MSE com sinal de entrada colorido, utilizando filtros protótipos com reconstrução perfeita que otimizam e que não otimizam os autovalores da matriz \mathbf{R} .

Podemos observar que o desempenho da estrutura com os filtros protótipos desenvolvidos conforme a subseção anterior é significativamente melhor à medida que cresce o número de subbandas, o que já era esperado pelos resultados teóricos apresentados na tabela 6.11. Observando a tabela 6.10 para um dado número de subbandas, vemos que aumentar o comprimento do filtro protótipo nem sempre implica numa melhoria da taxa de convergência. Desta forma, os protótipos com reconstrução perfeita de comprimento $N_p = 2mM$, com $m = 1$, que otimizam a relação entre os autovalores da matriz \mathbf{R} (PR-Otm) e os protótipos, com $m > 1$, que não otimizam a relação entre os autovalores da matriz \mathbf{R} (PR), possuem taxa de convergência semelhantes; porém, no primeiro caso teremos menor atraso (Δ) introduzido pela estrutura em subbandas.

Capítulo 7

Implementações Eficientes para Estruturas Adaptativas em Subbandas

7.1 Introdução

A grande vantagem de implementações eficientes em bancos de filtros modulados por cosseno é a redução da complexidade computacional, a qual se reflete nos algoritmos de adaptação das estruturas em subbandas. Podemos implementar os M filtros de um banco de análise [4] como mostrado na Fig. 7.1.

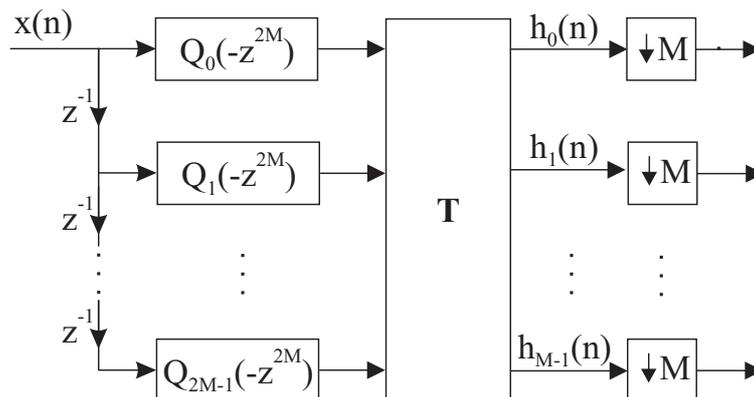


Figura 7.1: Banco de análise eficiente, modulado por cosseno.

Pela Fig. 7.1 podemos escrever

$$H_k(z) = \sum_{n=0}^{2M-1} t_{kn} z^{-n} Q_n(-z^{2M}), \quad 0 \leq k \leq M-1, \quad (7.1)$$

onde os elementos t_{kn} da matriz \mathbf{T} de dimensão $M \times 2M$ são dados por:

$$t_{kn} = 2\cos \left[\frac{\pi}{M}(k+0,5) \left(n - \frac{N_p-1}{2} \right) + \theta_k \right], \quad (7.2)$$

sendo $\theta_k = (-1)^k \pi/4$ e N_p o comprimento do filtro protótipo. Os M filtros $H_k(z)$ de análise modulados por cosseno são implementados pelas $2M$ componentes polifásicas $Q_n(-z^{2M})$ do filtro protótipo $P(z)$ e pela matriz cosseno modulada \mathbf{T} . Definindo $\mathbf{h}(z)$ como o vetor banco de análise cuja k -ésima componente corresponde ao k -ésimo filtro de análise, pode-se escrever na forma matricial:

$$\mathbf{h}(z) = \mathbf{T}\mathbf{q}(z), \quad (7.3)$$

onde

$$\mathbf{q}(z) = \begin{bmatrix} Q_0(-z^{2M}) \\ z^{-1}Q_1(-z^{2M}) \\ \vdots \\ z^{-(2M-1)}Q_{2M-1}(-z^{2M}) \end{bmatrix}, \quad (7.4)$$

sendo

$$Q_n(-z^{2M}) = \sum_{l=0}^{\frac{N_p}{2M}-1} (-1)^l p(2lM+n)z^{-2Ml}, \quad 0 \leq n \leq 2M-1. \quad (7.5)$$

Para obter a estrutura do banco de síntese usa-se a relação

$$F_k(z) = z^{-(N_p-1)}H_k(z^{-1}), \quad (7.6)$$

podendo-se escrever o vetor banco de síntese $\mathbf{f}(z)$ em termos do vetor banco de análise $\mathbf{h}(z)$ como

$$\mathbf{f}^T(z) = z^{-(N_p-1)}\mathbf{h}^T(z^{-1}) = z^{-(N_p-1)}\mathbf{q}^T(z^{-1})\mathbf{T}^T. \quad (7.7)$$

Esta estrutura pode ser implementada como mostrado na Fig. 7.2, onde $N = N_p - 2M$.

Os decimadores e os expansores podem ser movidos para a esquerda e para a direita, respectivamente, empregando as identidades nobres, para obter uma estrutura mais eficiente. A Fig. 7.3 mostra o banco de filtros completo, com os filtros $Q_n(-z^2)$ operando numa taxa de amostragem M vezes menor que a taxa do sinal de entrada.

Nas Figs. 7.4 e 7.5 são mostradas, respectivamente, formas alternativas para implementação dos bancos de análise e de síntese utilizando a matriz DCT do tipo

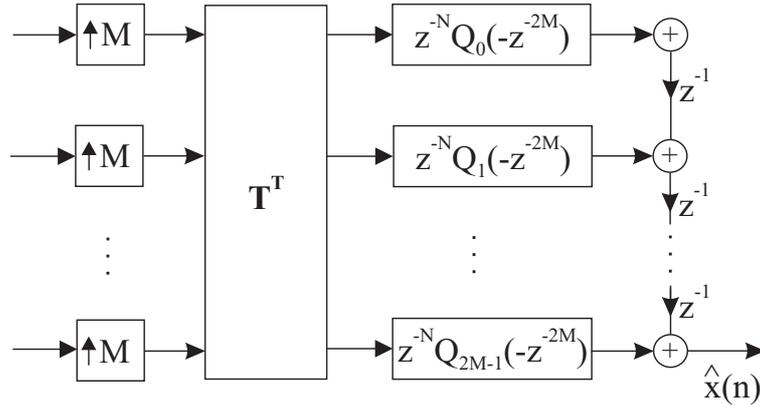


Figura 7.2: Banco de síntese eficiente, modulado por cosseno.

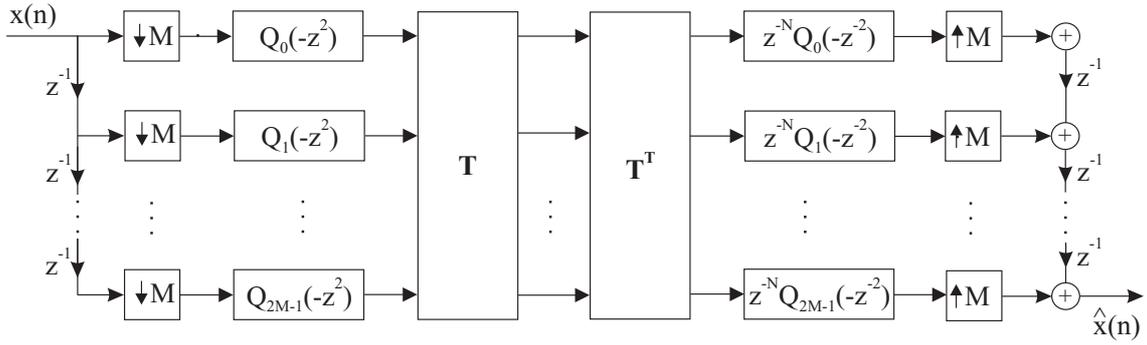


Figura 7.3: Banco de filtros modulado por cosseno eficiente, com os filtros operando em taxa mais baixa

IV [4], \mathbf{C} , ao invés da matriz cosseno modulada, \mathbf{T} , utilizada na Fig. 7.3. Para o caso de filtros protótipos de comprimento $N_p = 2mM$ com m par, temos que [4]:

$$\mathbf{I} = \begin{pmatrix} 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} \quad (7.8)$$

é a matriz identidade,

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} 0 & \dots & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \dots & 0 \end{pmatrix} \quad (7.9)$$

é a matriz reversa,

$$c_{kn} = \sqrt{\frac{2}{M}} \cos \left[\frac{\pi}{M} (k + 0,5)(n + 0,5) \right] \quad (7.10)$$

são os elementos da matriz \mathbf{C} e

$$[\mathbf{\Lambda}_c]_{kk} = \cos(\pi(k + 0,5)m) \quad (7.11)$$

são os elementos da matriz diagonal Λ_c . Todas estas matrizes têm dimensão $M \times M$.

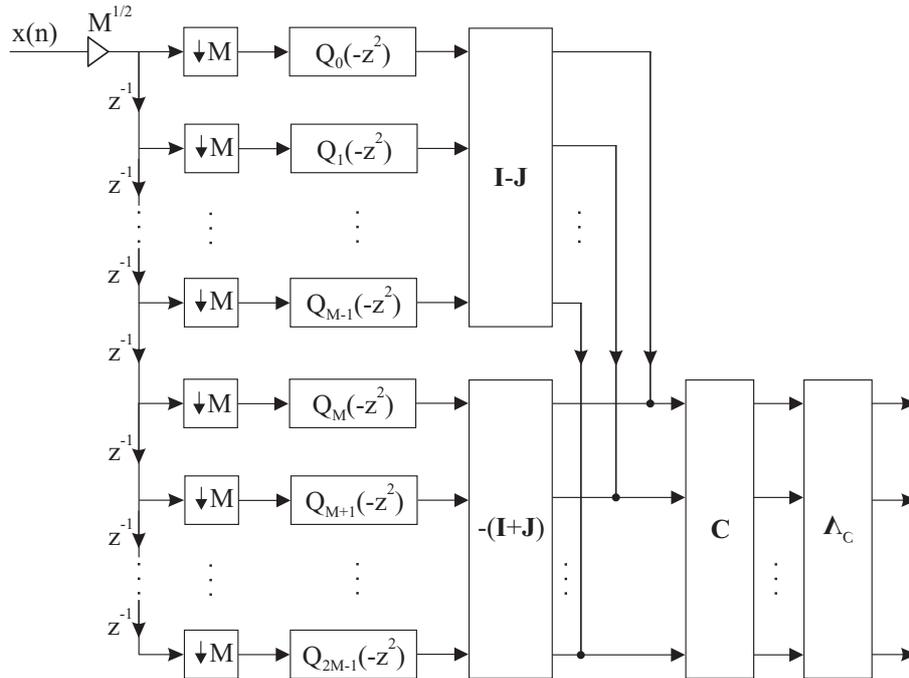


Figura 7.4: Banco de análise modulado por cosseno utilizando a matriz DCT, com os filtros operando em taxa mais baixa.

Em [27] é mostrado como implementar uma DCT através de algoritmos rápidos utilizando FFT's. Desta forma, é possível reduzir ainda mais a complexidade computacional à medida que o número de subbandas M vai crescendo.

A grande vantagem das estruturas adaptativas em subbandas é a menor complexidade computacional na identificação de sistemas FIR de ordens elevadas, quando implementadas desta forma eficiente. Por isso, vamos examinar suas complexidades computacionais, comparando-as com as implementações não eficientes mostradas no Capítulo 5.

7.2 Estrutura Eficiente em Subbandas não Decimada

Na Seção 5.2 vimos que os filtros de análise responsáveis pela decomposição do sinal de entrada da estrutura mostrada na Fig. 5.7 podem ser implementados a partir de um filtro protótipo, utilizando modulação por cosseno. Portanto podemos implementar esta mesma estrutura como mostrado na Fig. 7.6.

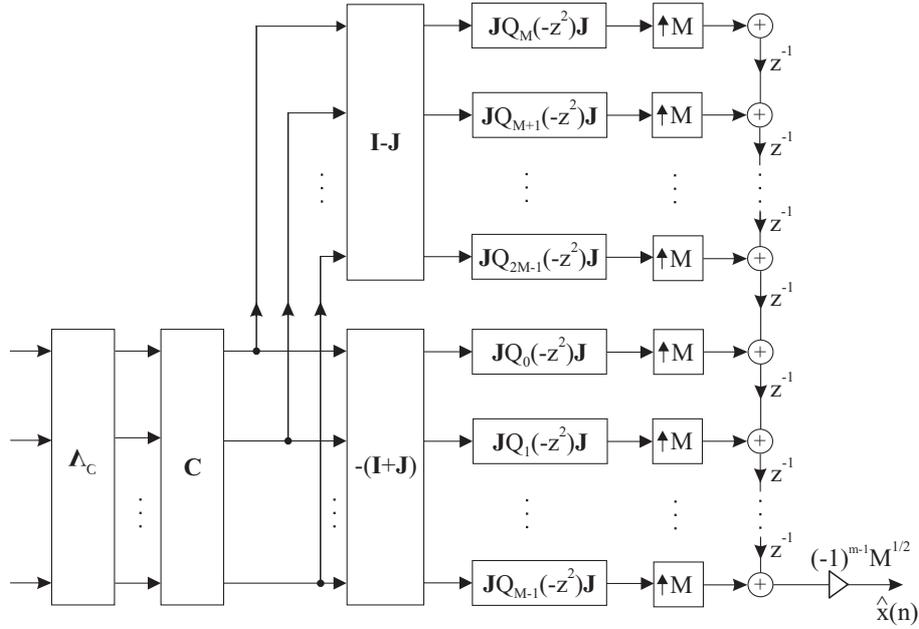


Figura 7.5: Banco de síntese modulado por cosseno utilizando a matriz DCT, com os filtros operando em taxa mais baixa.

7.3 Estrutura Eficiente em Subbandas Maximamente Decimada

Na Subseção 5.3.1 vimos que os filtros de análise responsáveis pela decomposição do sinal de entrada, da estrutura mostrada na Fig. 5.6, também podem ser implementados a partir de um filtro protótipo, utilizando modulação por cosseno. Uma forma eficiente para implementação desta estrutura é mostrada na Fig. 7.7, na qual podemos observar que o banco de análise opera em uma taxa de amostragem M vezes menor que a taxa do sinal de entrada da estrutura.

Portanto, podemos definir:

$$QA_n(-z^2) = \sum_{l=0}^{\frac{2N_p-1}{M}-1} (-1)^l h_p(2lM+n)z^{-2l}, \quad 0 \leq n \leq 2M-1 \quad (7.12)$$

$$QE_n(z^2) = \sum_{l=0}^{\frac{2N_p-1}{M}-1} q_o(2lM+n)z^{-2l}, \quad (7.13)$$

$$te_{kn} = 2\cos \left[\frac{\pi}{M}(k+0,5) \left(n - \frac{N_p-1}{2} \right) \right], \quad (7.14)$$

onde te_{kn} são os elementos da matriz \mathbf{TE} de dimensão $M \times 2M$, $h_p(n) = p(n) * p(n)$ conforme Eq. (5.26), e $q_o(n)$ é dado pela Eq. (5.27).

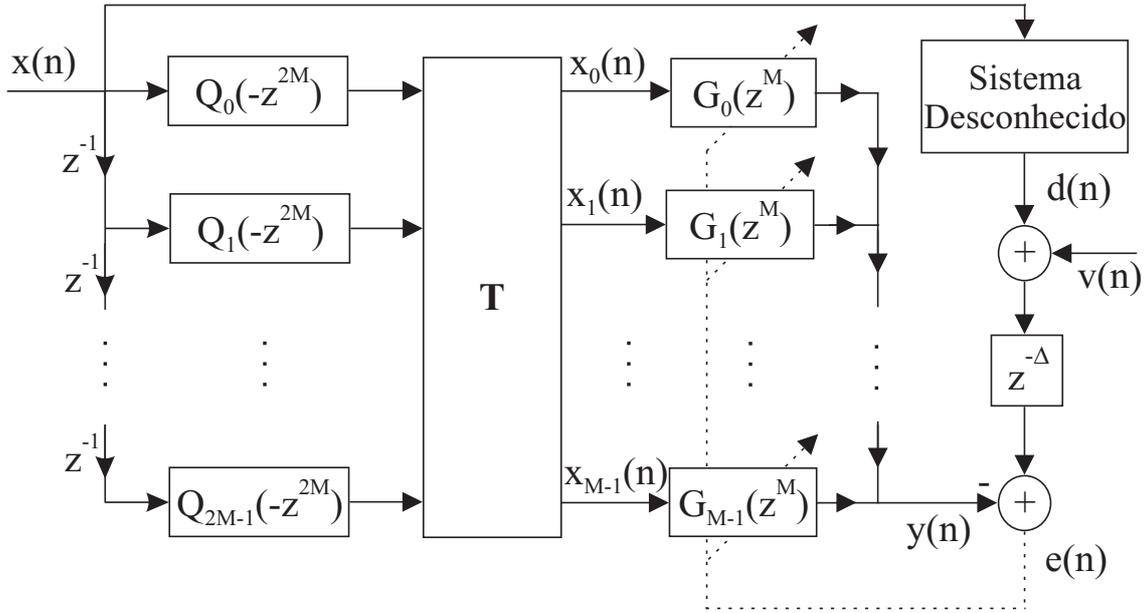


Figura 7.6: Estrutura adaptativa em subbandas não decimada implementada eficientemente para identificação de sistemas FIR.

Conforme visto na Subseção 5.3.1, não podemos desprezar a última parcela da Eq. (5.26) para $k = 0$ e $k = M - 1$. Então, estas são implementadas através das suas respectivas componentes polifásicas $A_n(z)$ e $B_n(z)$, dadas por:

$$A_m(z) = \sum_{l=0}^{\frac{2N_p}{M}-1} q_o(lM + n)z^{-l}, \quad 0 \leq m \leq M - 1 \quad (7.15)$$

$$B_m(z) = \sum_{l=0}^{\frac{2N_p}{M}-1} (-1)^l q_o(lM + n)z^{-l}. \quad (7.16)$$

7.4 Complexidade Computacional

Implementando a estrutura sem decimação de forma eficiente, como mostrado na Fig. 7.6, o número de multiplicações necessárias por amostra do sinal de entrada, utilizando o algoritmo de adaptação da Eq. (5.11), é dado por:

$$NMPA = N_p + \left(\frac{M}{2} \log_2 M + M \right) + 2MK, \quad (7.17)$$

onde N_p é o comprimento do filtro protótipo e K o comprimento dos filtros esparsos. O primeiro termo da equação anterior corresponde à implementação dos filtros $Q_n(-z^{2M})$, o segundo à computação de uma DCT de tamanho M e o terceiro corresponde à filtragem e à adaptação dos filtros esparsos $\mathbf{G}_k(z^M)$. Substituindo o valor

de K na equação acima, temos:

$$NMPA = 3N_p + 2N_d + \frac{M}{2} \log_2 M - M, \quad (7.18)$$

sendo N_d o comprimento do sistema desconhecido.

Para a estrutura maximamente decimada, implementada eficientemente como mostrado na Fig. 7.7, o número de multiplicações necessárias por amostra do sinal de entrada, utilizando o algoritmo completo da Eq. (5.30), é dado por:

$$NMPA = \frac{6N_p + 4 \left(\frac{M}{2} \log_2 M + M \right) + 2K(3M - 2)}{M} \quad (7.19)$$

onde K é o comprimento dos filtros adaptativos. O primeiro termo corresponde à implementação dos filtros $QA_n(-z^2)$, $QE_n(z^2)$, $Q_n(-z^2)$ e $z^{-N}Q_n(-z^{-2})$; o segundo, à computação de quatro DCT's, enquanto o terceiro corresponde à filtragem e à adaptação dos filtros $G_k(z)$. O fator M no denominador se deve ao fato de que todas estas operações são realizadas numa taxa de amostragem M vezes menor que a taxa do sinal de entrada. Substituindo o valor de K na equação anterior, temos:

$$NMPA = \frac{6N_p + 2M (\log_2 M + 2) + 2(3M - 2) \left(\frac{N_d + N_p}{M} - 1 \right)}{M}. \quad (7.20)$$

Para o algoritmo simplificado da Eq. (5.35), o número de multiplicações necessárias por amostra do sinal de entrada é dado por:

$$NMPA = \frac{6N_p + 2M (\log_2 M + 2) + (4M - 2) \left(\frac{N_d + N_p}{M} - 1 \right)}{M}. \quad (7.21)$$

A tabela 7.1 mostra, comparativamente, a complexidade computacional para as estruturas em subbandas implementadas de forma eficiente, variando o número de bandas e o comprimento N_p do filtro protótipo; e considerando um sistema desconhecido com comprimento $N_d = 4096$, que implica numa complexidade de 8192 multiplicações por amostra para o algoritmo LMS convencional.

Comparando os resultados da tabela acima com os resultados da tabela 5.1, podemos notar que na estrutura maximamente decimada, que opera em uma taxa de amostragem M vezes menor que o sinal de entrada, a complexidade computacional se reduz consideravelmente à medida que cresce o número de subbandas e o comprimento do filtro protótipo. Já para a estrutura sem decimação, mesmo implementada de forma eficiente, não houve redução significativa da complexidade computacional porque, como não há decimação, o banco de análise trabalha na mesma taxa de amostragem do sinal de entrada.

Tabela 7.1: Complexidade computacional do algoritmo da estrutura não decimada e dos algoritmos completo e simplificado da estrutura maximamente decimada, para implementações eficientes utilizando DCT's.

M	N_p	Estrutura	Estrutura Maximamente Decimada	
		sem Decimação	Algoritmo Completo	Algoritmo Simplificado
2	4 / 32	8203 / 8287	8214 / 8354	6165 / 6291
4	8 / 64	8216 / 8384	5145 / 5299	3608 / 3741
8	16 / 128	8244 / 8580	2844 / 3005	1946 / 2083
16	32 / 256	8304 / 8976	1502 / 1667	1020 / 1159

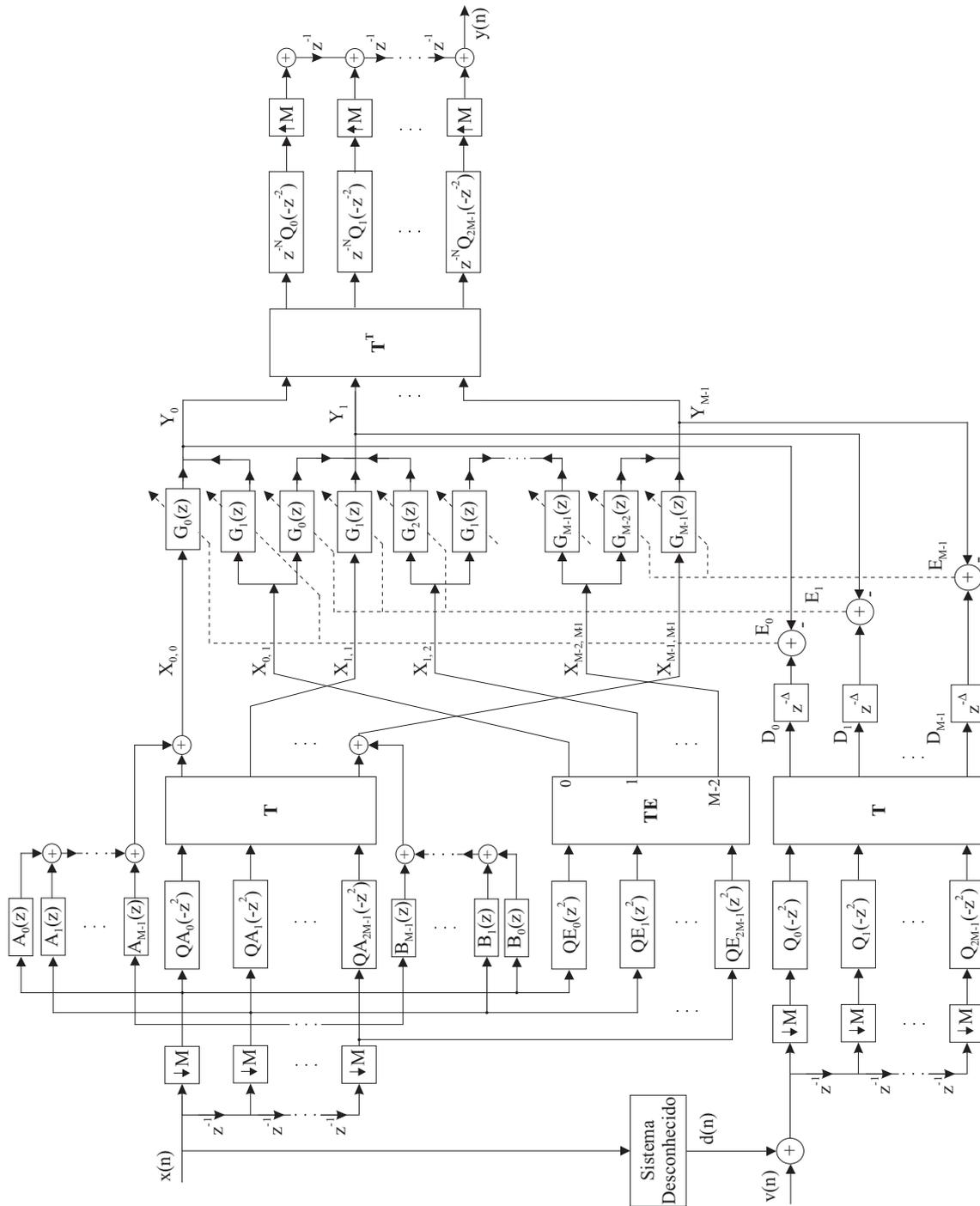


Figura 7.7: Estrutura adaptativa em subbandas maximamente decimada implementada eficientemente para identificação de sistemas FIR.

Capítulo 8

Conclusões e Sugestões

Neste capítulo serão apresentados os resultados finais deste trabalho, assim como, algumas sugestões que poderão ser investigadas oportunamente. O principal resultado obtido podemos dizer que foi a obtenção de protótipos dedicados para as estruturas de filtragem adaptativa em subbandas, capazes de promover melhores taxas de convergências nos respectivos algoritmos adaptativos. Outro resultado importante foi a derivação de formas de implementações eficientes com utilização de DCT's, capazes de reduzir a complexidade computacional dos algoritmos, principalmente para a estrutura maximamente decimada, à medida que aumenta-se o número de subbandas.

8.1 Conclusões

O grande destaque que o processamento adaptativo multitaxas vem alcançando, principalmente em modelagem de sistemas, cancelamento de ecos acústicos em sistemas de teleconferência e equalização de sinais, motivou a investigação de métodos de projeto de filtros protótipos dedicados para as estruturas em subbandas.

Nos Capítulos 2, 3 e 4, foi feita uma revisão sobre pontos importantes para o andamento deste trabalho, dos quais podemos citar: algoritmos adaptativos em banda cheia, banco de filtros e sistemas multitaxas, implementação e desenvolvimento de protótipos para banco de filtros modulado por cosseno. No Capítulo 5 foram apresentadas as estruturas adaptativas utilizadas neste trabalho, seus algoritmos adaptativos e análise de convergência; e foram calculadas as complexidades

computacionais para as formas clássicas de implementação dos bancos de filtros.

No Capítulo 6 propusemos procedimentos para desenvolvimento de filtros protótipos utilizados nas estruturas adaptativas em subbandas: a maximamente decimada e a sem decimação com filtros esparsos. Para a primeira estrutura foram obtidos dois procedimentos distintos. O primeiro método permite a minimização do MSE final da estrutura. O segundo método leva em conta a taxa de convergência dos algoritmos completo e simplificado. As simulações computacionais foram realizadas com filtros protótipos otimizados e com filtros protótipos com reconstrução perfeita e quase perfeita. Foram obtidos MSE's menores para sinais de entrada ruído branco, utilizando filtros protótipos desenvolvidos pelo primeiro método, enquanto que uma aceleração na taxa de convergência dos algoritmos foi conseguida para sinais de entrada coloridos, utilizando os protótipos desenvolvidos de acordo com o segundo método. Para a segunda estrutura foi investigado um método de otimização baseado na sua análise de convergência. Foram otimizados dois tipos de protótipos com reconstrução perfeita, sendo que um deles leva em conta a taxa de convergência do algoritmo de adaptação. Os resultados experimentais mostram que uma melhoria na taxa de convergência foi obtida, para sinais de entrada coloridos, ao utilizarmos os protótipos projetados a partir do método proposto.

Finalmente, no Capítulo 7, exploramos formas eficientes de implementação de banco de filtros modulados por cosseno. Estas implementações que utilizam DCT's e um filtro protótipo para obtenção de todos os filtros dos bancos de análise e de síntese, aliadas ao fato de haver decimação, reduzem consideravelmente a complexidade computacional à medida que cresce o número de subbandas. Em contrapartida, na estrutura com filtros esparsos, pelo fato de não ser feita decimação, não há redução tão significativa da complexidade computacional.

8.2 Sugestões

Dando seguimento a este trabalho, podemos sugerir para pesquisas futuras os seguintes itens:

⇒ Derivar a estrutura em subbandas com filtros adaptativos, quando os bancos de filtros utilizados não forem maximamente decimados;

⇒ Desenvolver protótipos com fator de decimação menor que o número de subbandas, conforme o Capítulo 4, avaliando qual o atraso ótimo para acelerar a convergência dos algoritmos adaptativos;

⇒ Avaliar o comportamento das estruturas em subbandas em cancelamento de ecos acústicos, utilizando os protótipos desenvolvidos no Capítulo 6.

Referências Bibliográficas

- [1] HAYKIN, S., *Adaptive Filter Theory*. Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, 1986.
- [2] LUENBERGER, D. G., *Introduction to Linear and Nonlinear Programming*. Reading, MA, Addison Wesley, 1973.
- [3] DINIZ, P. S. R., *Adaptive Filtering: Algorithms and Practical Implementation*. Boston, MA, Kluwer Academic Publishers, 1997.
- [4] VAIDYANATHAN, P. P., *Multirate Systems and Filter Banks*. Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, 1993.
- [5] STRANG, G., NGUYEN, T., *Wavelets and Filter Banks*. Wellesley, MA, Wellesley - Cambridge Press, 1996.
- [6] CROISER, A., ESTEBAN, D., GALAND, C., “Perfect channel splitting by use of interpolation/ decimation/tree decomposition techniques”. In: *Int. Symp. on Info. Circuits and Systems*, Patras, Greece, 1976.
- [7] SMITH, M. J. T., BARNWELL-III, T. P., “A procedure for designing exact reconstruction filter banks for tree structure subband coders”. In: *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust. Speech, and Signal Processing*, pp. 2711–2714, San Diego, CA, Mar. 1984.
- [8] MINTZER, F., “Filters for distortion-free two-band multirate filter banks”, *IEEE Trans. on Acoust., Speech, and Signal Processing*, v. ASSP-33, pp. 626–630, Jun. 1985.
- [9] VAIDYANATHAN, P. P., “Theory and design of M-channel maximally decimated quadrature mirror filters with arbitrary M, having perfect reconstruction

- property”, *IEEE Trans. on Acoust., Speech, and Signal Processing*, v. ASSP-35, pp. 476–492, Apr. 1987.
- [10] VAIDYANATHAN, P. P., “Quadrature mirror filter banks, M-band extensions and perfect-reconstruction techniques”, *IEEE ASSP magazine*, v. 4, pp. 4–20, Jul. 1987.
- [11] MALVAR, H. S., “Modulated QMF filter banks with perfect reconstruction”, *Electronics Letters*, v. 26, pp. 906–907, Jun. 1990.
- [12] KOILPILLAI, R. D., VAIDYANATHAN, P. P., “Cosine-modulated filter banks satisfying perfect reconstruction”, *IEEE Trans. on Signal Processing*, v. SP-40, pp. 770–783, Apr. 1992.
- [13] RAMSTAD, T. A., “Cosine modulated analysis-synthesis filter bank with critical sampling and perfect reconstruction”. In: *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, and Signal Processing*, pp. 1789–1792, Toronto, Canada, May 1991.
- [14] NUSSBAUMER, J. H., “Pseudo QMF filter banks”. In: *IBM Tech. disclosure Bulletin*, v. 24, pp. 3081–3087, Nov. 1981.
- [15] NGUYEN, T. Q., “Near Perfect Reconstruction pseudo-QMF banks”, *IEEE Trans. on Signal Processing*, v. 42, pp. 65–76, Jan. 1994.
- [16] KOILPILLAI, R. D., VAIDYANATHAN, P. P., “Cosine-modulated FIR filter banks satisfying perfect reconstruction”, *IEEE Trans. Signal Processing*, v. 40, pp. 770–783, Apr. 1992.
- [17] NGUYEN, T. Q., “Digital filter banks design - quadratic constrained formulation”, *IEEE Trans. on Signal Processing*, v. 43, pp. 2103–2108, Sep. 1995.
- [18] KLIEWER, J., MERTINS, A., “Oversampled cosine-modulated filter banks with arbitrary system delay”, *IEEE Trans. on Signal Processing*, v. 46, pp. 941–955, Apr. 1998.
- [19] GILLOIRE, A., VETTERLI, M., “Adaptive filtering in subbands with critical sampling: analysis, experiments, and application to acoustic echo cancellation”, *IEEE Trans. on Signal Processing*, v. 40, pp. 1862–1875, Aug. 1992.

- [20] PETRAGLIA, M. R., MITRA, S. K., “Performance analysis of adaptive structures based on subband decomposition”. In: *Proc. IEEE Int. Symp. on Circuits and Systems*, pp. 60–63, Chicago, IL, May 1993.
- [21] PETRAGLIA, M. R., MITRA, S. K., “Adaptive FIR filter structure based on the generalized subband decomposition of FIR filters”, *IEEE Trans. on Circuits and Systems-II: Analog and Digital Processing*, v. 40, n. 9, pp. 354–362, Jun. 1993.
- [22] PETRAGLIA, M. R., ALVES, R. G., “A new adaptive subband structure with critical sampling”. In: *Proc. IEEE Int. Conf. on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Phoenix, AR, Apr. 1999.
- [23] USEVITCH, B. E., ORCHARD, M. T., “Adaptive filtering using filter banks”, *IEEE trans. on Circuits and Systems-II: Analog and Digital Signal Processing*, v. 43, n. 3, pp. 255–265, Mar. 1996.
- [24] PETRAGLIA, M. R., ALVES, R. G., DINIZ, P. S. R., “Convergence analysis of a new subband adaptive structure with critical sampling”. In: *Proc. IEEE Int. Symp. on Circuits and Systems*, Orlando, FL, Jun. 1999.
- [25] <http://saigon.ece.wisc.edu/waveweb/QMF/software.html>.
- [26] OPPENHEIM, A. V., SCHAFER, R. W., *Discrete-Time Signal Processing*. Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, 1989.
- [27] MALVAR, H. S., *Signal Processing with Lapped Transforms*. Boston, London, Artech House, 1991.